

UNIVERSIDAD MIGUEL HERNÁNDEZ DE ELCHE  
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE ELCHE  
MÁSTER EN INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN



Desmezclado hiperespectral de materiales  
aplicado a la industria del reciclaje textil

TRABAJO FIN DE MÁSTER  
Enero - 2026

AUTOR: Adrián Sarrías Pérez  
DIRECTORES: Miguel Onofre Martínez Rach  
Otoniel Mario López Granado



*“Los científicos estudian el mundo tal como es; los ingenieros crean el mundo que nunca ha sido.”*

- Theodore von Kármán





## RESUMEN

En este trabajo se aborda el problema del desmezclado hiperespectral aplicado a la industria del reciclaje textil, en un contexto industrial real caracterizado por condiciones de adquisición no ideales, presencia de píxeles mixtos y una elevada variabilidad espacial y espectral propia de los materiales textiles. El objetivo principal es analizar el comportamiento de distintos métodos de desmezclado espectral y proponer una estrategia que permita estimar de forma estable, coherente e interpretable la proporción de materiales presentes en los tejidos, más allá de la simple minimización del error espectral.

La metodología propuesta se basa en un enfoque híbrido. En una primera etapa, se obtiene una estimación inicial de las proporciones de cada material mediante un método de mínimos cuadrados con restricciones completas (FCLS), aplicado sobre regiones homogéneas de la imagen (superpíxeles). Posteriormente, esta estimación se refina incorporando información espectral y espacial mediante un proceso iterativo inspirado en el algoritmo  $S^2WSU$ , resuelto mediante un esquema de optimización basado en ADMM. Con el fin de mejorar la estabilidad del método y reducir el coste computacional, los pesos que controlan la regularización espectral y espacial se calculan una única vez a partir de la estimación inicial y se mantienen fijos durante todo el proceso iterativo.

La evaluación experimental se ha realizado sobre muestras textiles reales, algunas adquiridas directamente a través de proveedores comerciales y otras proporcionadas por un entorno industrial. La única información disponible sobre la composición de los tejidos es la composición nominal indicada por el fabricante, que se utiliza como referencia para el análisis, sin asumir que represente necesariamente la composición real exacta del material. En este contexto, los resultados muestran que, aunque distintos métodos pueden alcanzar errores cuantitativos reducidos, una inicialización adecuada resulta clave para evitar soluciones degeneradas y garantizar estimaciones físicamente coherentes. En particular, la combinación de una inicialización mediante FCLS con un refinamiento espectro-espacial posterior proporciona de forma consistente resultados más estables y coherentes que los obtenidos al aplicar cada enfoque de manera aislada.

En conjunto, este trabajo pone de manifiesto la importancia de considerar de forma conjunta criterios cuantitativos y físicos en la evaluación de algoritmos de desmezclado hiperespectral y demuestra que el enfoque propuesto constituye una estrategia viable y robusta para aplicaciones industriales de reciclaje textil. Asimismo, sienta las bases para futuras líneas de trabajo orientadas a la automatización de parámetros y a la mejora de la eficiencia computacional del método.



# ÍNDICE

<b>RESUMEN EJECUTIVO</b>	<b>III</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b>	<b>IX</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	<b>XI</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivos generales y específicos . . . . .	5
1.2. Alcance y limitaciones . . . . .	6
<b>2. Situación actual y problemática del reciclaje industrial</b>	<b>7</b>
2.1. Introducción al contexto y tecnologías de clasificación . . . . .	7
2.2. Problemática social . . . . .	13
2.3. Problemática técnica en la clasificación . . . . .	15
2.4. Relevancia industrial y necesidad de optimización del análisis hiperespectral . . . . .	17
<b>3. Fundamentos teóricos de la imagen hiperespectral</b>	<b>18</b>
3.1. Principios de la imagen hiperespectral . . . . .	18
3.1.1. El espectro electromagnético y regiones de interés . . . . .	19
3.1.2. Interacción radiación–materia en materiales reciclables . . . . .	20
3.2. Sensores hiperespectrales y configuraciones de adquisición . . . . .	21
3.2.1. Modos de adquisición . . . . .	21
3.2.2. Configuraciones ópticas de adquisición . . . . .	23
3.2.3. Tipos de sensores y materiales semiconductores . . . . .	23
3.3. Factores que afectan a la calidad de la imagen hiperespectral . . . . .	25
<b>4. Algoritmos de mezcla espectral: estado del arte</b>	<b>27</b>

4.1.	Concepto y contexto de desmezcla espectral . . . . .	27
4.2.	Taxonomía de algoritmos . . . . .	29
4.2.1.	Extracción de endmembers (firma espectral pura) . . . . .	30
4.2.2.	Estimación de abundancias (unmixing) . . . . .	33
4.2.2.1.	Según el modelo de mezcla . . . . .	34
4.2.2.2.	Según la supervisión . . . . .	35
4.2.2.3.	Según la regularización o la estructura impuesta . . . . .	37
4.2.3.	Enfoques basados en deep learning . . . . .	38
4.3.	Modelos de mezcla . . . . .	39
4.3.1.	Lineales (LMM): formulación y limitaciones . . . . .	40
4.3.2.	Modelos no lineales . . . . .	42
4.4.	Estado del arte de los algoritmos lineales de unmixing . . . . .	43
4.4.1.	Unconstrained Least Squares Unmixing (UCLS) . . . . .	43
4.4.2.	Non-negative Constrained Least Squares (NCLS) . . . . .	45
4.4.3.	Sum-to-one Constrained Least Squares (SCLS) . . . . .	45
4.4.4.	Fully Constrained Least Squares (FCLS) . . . . .	46
4.4.5.	Sparse Unmixing via variable Splitting and Augmented Lagrangian (SUnSAL) . . . . .	47
4.4.6.	Collaborative Sparse Unmixing via variable Splitting and Augmented Lagrangian (CLSunSAL) . . . . .	48
4.4.7.	Sparse Unmixing via variable Splitting and Augmented Lagrangian with Total Variation (SUnSAL-TV) . . . . .	49
4.4.8.	Spectral-Spatial Weighted Sparse Unmixing (S <sup>2</sup> WSU) . . . . .	50
4.5.	Métricas de evaluación . . . . .	52
<b>5.</b>	<b>Algoritmo propuesto para desmezcla espectral en entornos textiles</b>	<b>53</b>
5.1.	Propuesta técnica: brechas, hipótesis y contribución . . . . .	53
5.2.	Formulación matemática del modelo propuesto . . . . .	54

5.2.1. Primera etapa: estimación inicial mediante FCLS proyectado sobre superpíxeles . . . . .	55
5.2.2. Segunda etapa: Refinamiento espectro-espacial mediante S <sup>2</sup> WSU	57
5.2.2.1. Pesos espectrales . . . . .	57
5.2.2.2. Pesos espaciales . . . . .	58
5.2.2.3. Función objetivo y regularización . . . . .	59
5.2.2.4. Esquema iterativo basado en ADMM . . . . .	60
<b>6. Metodología experimental</b>	<b>66</b>
6.1. Materiales y entorno de pruebas . . . . .	66
6.2. Adquisición de datos y calibración . . . . .	69
6.3. Selección de bandas y preprocesado . . . . .	72
6.4. Implementación del algoritmo propuesto . . . . .	74
<b>7. Resultados y análisis</b>	<b>78</b>
7.1. Resultados cuantitativos . . . . .	78
7.2. Discusión de los resultados . . . . .	81
<b>8. Conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>84</b>
8.1. Conclusiones técnicas . . . . .	84
8.2. Líneas de trabajo futuro . . . . .	84
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>86</b>



## ÍNDICE DE TABLAS

7.1. Error cuadrático medio (RMSE) de las abundancias estimadas para los distintos métodos y condiciones de inicialización. . . . .	79
7.2. Error absoluto medio (MAE) de las abundancias estimadas para los distintos métodos y condiciones de inicialización. . . . .	79
7.3. Estimación de abundancias medias (%) para el hipercubo con composición 65 % algodón / 35 % poliéster. . . . .	81
7.4. Estimación de abundancias medias (%) para el hipercubo con composición 58 % poliéster / 42 % poliamida. . . . .	81



## ÍNDICE DE FIGURAS

1.1.	Tipos Globales de Materiales para la Confección en 2015. Fuente: [2].	2
2.1.	Clasificación de las fibras textiles en naturales y sintéticas, junto con ejemplos representativos de su estructura interna a nivel microscópico. La figura pone de manifiesto la complejidad composicional y morfológica de los materiales textiles, que constituye la base de las dificultades asociadas a su clasificación automática [26].	10
2.2.	Ejemplo de sistema industrial de clasificación basado en imagen hiperespectral (HSI) aplicado al reciclado de materiales, integrado sobre una línea automatizada.	11
3.1.	Esquema del espectro electromagnético y principales regiones utilizadas en imagen hiperespectral. Fuente: adaptado de [38].	19
3.2.	Configuraciones ópticas de los principales modos de adquisición hiperespectral: (a) <i>whiskbroom</i> , (b) <i>pushbroom</i> , (c) <i>wavelength scan</i> y (d) <i>snapshot</i> . Fuente: adaptado de [43].	22
3.3.	Configuraciones ópticas empleadas en sistemas de imagen hiperespectral: (a) reflectancia, (b) transmitancia y (c) interactancia. Fuente: adaptado de [43].	23
3.4.	Esquema comparativo del funcionamiento de los detectores CCD y CMOS. Fuente: adaptado de material divulgativo técnico.	24
3.5.	Rangos espectrales típicos de detección de los principales materiales semiconductores empleados en sensores hiperespectrales. Fuente: adaptado de [46].	25
3.6.	Esquema ilustrativo de los efectos <i>smile</i> (variación de la longitud de onda central a lo largo del eje espacial) y <i>keystone</i> (desalineación lateral entre bandas espectrales) en sistemas hiperespectrales de tipo <i>pushbroom</i> . Fuente: adaptado de [49].	26
4.1.	Representación conceptual del proceso de desmezcla espectral en imágenes hiperespectrales, donde un espectro mixto se descompone en firmas espectrales puras (endmembers) y sus abundancias relativas.	28
4.2.	Taxonomía general de algoritmos de desmezcla hiperespectral, organizada en tres familias principales: (a) extracción de endmembers, (b) estimación de abundancias y (c) enfoques basados en <i>deep learning</i> .	30
4.4.	Representación geométrica simplificada del modelo de mezcla lineal en un espacio espectral reducido [68].	33

4.5. Taxonomía de los enfoques de estimación de abundancias, organizada según el modelo de mezcla, el grado de supervisión y la regularización empleada. . . . .	34
4.6. Clasificación de los algoritmos de estimación de abundancias según el modelo de mezcla, distinguiendo entre enfoques lineales y no lineales.	34
4.7. Clasificación de los algoritmos de estimación de abundancias según el grado de supervisión. . . . .	36
4.8. Clasificación de los métodos de estimación de abundancias según el tipo de regularización impuesta sobre las abundancias. . . . .	37
4.9. Clasificación de los algoritmos de desmezcla espectral basados en <i>deep learning</i> en función de la arquitectura y el enfoque computacional adoptado. . . . .	38
4.10. Representación esquemática de mezcla espectral lineal y no lineal. . .	40
6.1. Muestras puras utilizadas para la obtención de los endmembers empleados en el proceso de desmezcla: (a) poliéster, (b) lana, (c) algodón y (d) poliamida. . . . .	67
6.2. Muestras textiles empleadas para evaluar el algoritmo de desmezcla hiperespectral. . . . .	68
6.3. Instalación experimental utilizada para la adquisición de los datos, compuesta por la cámara hiperespectral y la cinta transportadora empleada durante la captura de las muestras. . . . .	71
6.4. Instalación experimental utilizada para la adquisición de los datos, compuesta por la cámara hiperespectral y la cinta transportadora empleada durante la captura de las muestras. . . . .	73
7.1. Mapas de abundancias correspondientes a la muestra con composición 65 % algodón / 35 % poliéster. . . . .	80
7.2. Mapas de abundancias correspondientes a la muestra con composición 58 % poliéster / 42 % poliamida. . . . .	80

## 1. Introducción

La gestión de residuos se ha convertido en un desafío global apremiante, impulsado por el rápido crecimiento económico, la urbanización y el aumento de la población mundial [1]. El modelo económico predominante, basado en una lógica lineal de *tomar, hacer y desechar*, genera volúmenes de residuos cada vez mayores que ejercen una presión insostenible sobre los ecosistemas y la salud humana [2]. Según el Banco Mundial, en 2016 se generaron 2.010 millones de toneladas de residuos sólidos urbanos (RSU) a nivel mundial [3]. Apenas cuatro años después, el Programa de Naciones Unidas para el Medio Ambiente (UNEP) estimó que la cifra había aumentado a 2.100 millones en 2020, con proyecciones que alcanzan los 3.800 millones de toneladas en 2050 si no se adoptan medidas urgentes [4]. La distribución de esta generación es desigual: los países de ingresos altos, que representan solo el 16 % de la población mundial, son responsables del 34 % de los residuos generados globalmente [3].

La gestión inadecuada de estos residuos acarrea graves consecuencias. En 2020, aproximadamente el 38 % de los RSU no se gestionaron de forma controlada, siendo vertidos o quemados al aire libre. Esta mala gestión genera elevados costes ocultos, estimados en 361.000 millones de dólares en ese mismo año, al considerar sus impactos en la salud, el clima y el medio ambiente. Se calcula que entre 400.000 y 1 millón de personas mueren anualmente en países de bajos ingresos debido a enfermedades relacionadas con los residuos, como diarreas, malaria y cáncer. Además, la quema a cielo abierto y la descomposición de residuos orgánicos son fuentes significativas de gases de efecto invernadero, en particular metano y carbono negro, que contribuyen de manera importante al cambio climático [4][5].

A pesar de los desafíos, el reciclaje y la recuperación de materiales representan componentes clave para una gestión sostenible. Sin embargo, a nivel global apenas el 19 % de los residuos se recupera mediante reciclaje y compostaje [3]. El papel y el cartón cuentan con uno de los sistemas más consolidados, alcanzando en Europa una tasa cercana al 72 % en 2012, lo que los convierte en una materia prima fundamental para la industria [6]. Los metales muestran también altas tasas de recuperación: en el caso del cobre, alrededor del 35 % del consumo mundial proviene actualmente de chatarra reciclada, y su recuperación puede reducir entre un 80 % y 90 % el consumo de energía respecto a la producción primaria [7]. El vidrio, por su parte, es un material 100 % reciclable y puede ser reprocesado infinitas veces sin pérdida de calidad ni propiedades funcionales. Este rasgo lo diferencia de otros tipos de residuos como los plásticos o los textiles, donde el reciclado conlleva generalmente pérdidas de valor. Además, el reciclaje de vidrio permite ahorros significativos de energía y recursos, ya que reduce la necesidad de extraer materias primas vírgenes como sílice, caliza y carbonato de sodio. En muchos países, especialmente en Europa, las tasas de recuperación de envases de vidrio superan el 70 %, consolidando a este material como uno de los ejemplos más exitosos de circularidad en la práctica [8].

Algunos tipos de residuos continúan representando un desafío para las estrategias actuales de reciclaje, debido a su complejidad composicional y a las limitaciones tecnológicas existentes. Los plásticos, debido a la gran diversidad de polímeros y a

la presencia de aditivos tóxicos, muestran tasas de reciclaje muy bajas, que en el caso de los envases de un solo uso apenas alcanzan un 2% en circuito cerrado [2]. Los residuos electrónicos (e-waste) constituyen el tipo de mayor crecimiento, con 53,6 millones de toneladas generadas en 2019, de las cuales solo el 17,4% fue reciclado formalmente. Este tipo de residuos es especialmente preocupante por la liberación de sustancias peligrosas como mercurio, plomo y cadmio, aunque al mismo tiempo se considera una “mina urbana” por su elevado contenido en metales valiosos [1]. Finalmente, los residuos textiles alcanzan actualmente cerca de 92 millones de toneladas anuales [9]. Sin embargo, menos del 1% de este volumen se recicla en circuito cerrado para producir nuevas prendas, lo que constituye uno de los principales retos del sector. Esta ineficiencia genera una pérdida de materiales valorada en más de 500.000 millones de dólares cada año, debido tanto a la infrutilización de la ropa como a la ausencia de sistemas de reciclaje eficaces [2].

Para visualizar la magnitud del desperdicio en el sistema textil, la Figura 1.1 muestra el tipo global de materiales para la confección en 2015, evidenciando la fuerte dependencia de materias primas vírgenes y la escasa circularidad del modelo [2].

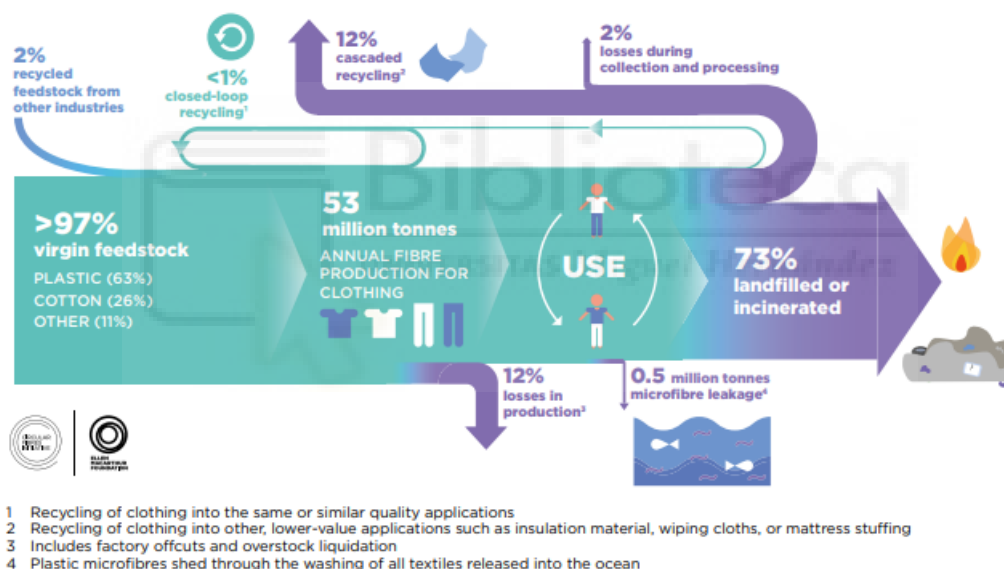


Figura 1.1: Tipos Globales de Materiales para la Confección en 2015. Fuente: [2]

La evidencia global muestra una clara disparidad en los sistemas de gestión de residuos. Mientras materiales como el papel, el vidrio y los metales cuentan con cadenas de reciclaje consolidadas y relativamente eficientes, otros tipos de residuos más complejos y de rápido crecimiento, como los plásticos, los textiles y los residuos electrónicos, permanecen con tasas mínimas de recuperación. Esta brecha no solo refleja limitaciones tecnológicas y económicas, sino que también está estrechamente vinculada a las dificultades de clasificación de materiales heterogéneos, lo que constituye uno de los principales retos actuales.

La clasificación de los residuos textiles es uno de los mayores desafíos actuales, siendo un proceso que requiere mucho tiempo y mano de obra debido a la creciente complejidad y variación en las mezclas de fibras de los productos. La dificultad

para automatizar la separación de estos materiales complejos limita la viabilidad económica del reciclaje y dificulta la creación de tipos de residuos puros, que son necesarios para las tecnologías de reciclaje de alta calidad. Esta limitación favorece el infraciclaje (*downcycling*), un proceso en el que el material reciclado se destina a la creación de productos de menor calidad o valor que el original[10]. Además, este reto cobra especial relevancia ante la obligatoriedad de la recogida selectiva de residuos textiles establecida por la Unión Europea a partir del 1 de enero de 2025, lo que exigirá a los Estados miembros disponer de sistemas de clasificación más eficientes y tecnológicamente avanzados [11].

En el caso de los plásticos, la dificultad radica en la enorme diversidad de polímeros y en la presencia generalizada de aditivos como colorantes, plastificantes y retardantes de llama [4]. Estos compuestos, invisibles a simple vista, hacen que plásticos similares en apariencia posean propiedades químicas distintas, lo que complica su separación con técnicas mecánicas u ópticas tradicionales [12]. El resultado son fracciones recicladas de baja pureza, cuya reutilización se restringe a aplicaciones de menor valor, perpetuando así el *downcycling*. Esta falta de pureza limita su reincorporación en sectores sensibles como la industria alimentaria, donde la legislación europea exige que los procesos de reciclado estén autorizados por la EFSA y cumplan el Reglamento (UE) 2022/1616, garantizando la eliminación de contaminantes y la trazabilidad del material reciclado [13].

Los metales ligeros, como el aluminio y el magnesio, presentan un escenario diferente. Aunque en teoría son reciclables de forma casi infinita y con importantes ahorros energéticos, su valorización depende de mantener una alta pureza [14]. En la práctica, la contaminación con recubrimientos (pinturas, barnices) y la mezcla de aleaciones distintas reducen la calidad del metal recuperado, afectando propiedades esenciales como la ductilidad o la resistencia a la corrosión [15]. Esto limita su reincorporación en sectores exigentes como la automoción o la industria aeroespacial, donde se requieren aleaciones con especificaciones muy estrictas [16]. Una situación similar se observa en otros metales como el cobre, donde la presencia de impurezas en la chatarra puede comprometer su reciclaje y restringir su reutilización en aplicaciones de alto rendimiento [7].

La situación es aún más crítica en los textiles, un tipo de residuos marcado por la heterogeneidad de fibras y acabados químicos. La combinación de algodón con poliéster o elastano, habitual en la moda rápida, dificulta enormemente su separación mediante procesos mecánicos [17]. A ello se suman tintes y tratamientos funcionales, como impermeabilizantes o retardantes de llama, que interfieren en los procesos de reciclaje [18]. Además, la dependencia de la clasificación manual, lenta e imprecisa, acentúa la ineficiencia del sistema [19]. Como consecuencia, el reciclaje textil continúa siendo uno de los más ineficientes entre los distintos tipos de residuos, con tasas de recuperación muy reducidas a nivel global.

La dificultad para obtener fracciones puras a partir de residuos plásticos, metales ligeros y textiles constituye un obstáculo técnico central en los sistemas de reciclaje actuales. La heterogeneidad de los materiales, la presencia de recubrimientos y aditivos, y la falta de tecnologías de separación a gran escala explican en gran medida las bajas tasas de recuperación de alta calidad. Estos retos hacen evidente la necesidad

de explorar soluciones innovadoras de clasificación capaces de identificar materiales de forma precisa y eficiente, incluso en contextos industriales complejos. Entre las tecnologías emergentes, la imagen hiperespectral se perfila como una herramienta especialmente prometedora, al ofrecer la posibilidad de identificar materiales de manera no destructiva y con un nivel de detalle espectral imposible de alcanzar con los métodos convencionales.

La imagen hiperespectral (HSI) se ha perfilado como una tecnología especialmente prometedora en el ámbito industrial [20]. A diferencia de los sistemas ópticos tradicionales, que dependen de propiedades físicas como la densidad o el color y fallan al diferenciar materiales de apariencia similar [21], la HSI combina información espacial y espectral, generando para cada píxel una firma única vinculada a la composición química del material [20]. Estas firmas espectrales reflejan la presencia de enlaces moleculares característicos (por ejemplo, C–H, O–H o N–H), lo que permite identificar materiales de manera no destructiva y con un nivel de detalle superior al de los métodos convencionales, transformando tanto la clasificación de residuos como el control de calidad en procesos industriales.

La relevancia de la HSI en el sector industrial es particularmente evidente en el reciclaje de plásticos, donde la separación incorrecta de polímeros compromete la calidad del material recuperado. Métodos tradicionales como el tanque de agua por flotación-hundimiento permiten separar polímeros ligeros, como el PP o el PE, de otros más pesados, como el PET o el PS. Sin embargo, fallan cuando las densidades son muy similares, como ocurre en el caso del PET y el PVC, generando contaminaciones críticas en el proceso. Frente a estas limitaciones, distintos estudios han demostrado que la HSI puede identificar y clasificar con elevada precisión una amplia gama de plásticos (PET, HDPE, LDPE, PP, PVC) y detectar en línea contaminantes como etiquetas de papel o restos de otros materiales, garantizando fracciones más puras y homogéneas que con los métodos convencionales [21].

Más allá de los plásticos, la tecnología hiperespectral está adquiriendo una relevancia cada vez mayor en la industria textil, uno de los tipos de residuos más difíciles de gestionar. La capacidad de la HSI para diferenciar fibras en tejidos complejos, como mezclas de algodón, poliéster o elastano, ofrece una solución a una de las principales barreras técnicas del reciclaje textil. Además, la combinación de HSI con técnicas quimiométricas y modelos de aprendizaje automático permite detectar componentes minoritarios como el elastano en fibras de algodón, un avance crucial para la escalabilidad industrial de la separación automática de textiles. El elastano (fibra de poliuretano elastómero) es un desafío clave en el reciclaje de fibras procedentes de prendas de vestir. Esta fibra constituye uno de los principales obstáculos para el reciclaje mecánico de textiles debido a su comportamiento altamente elástico, que impide su desintegración mediante los equipos de trituración convencionales. Incluso en concentraciones bajas, esta fibra puede obstruir o ensuciar la maquinaria, provocando aglomeraciones y atascos que dificultan el procesamiento eficiente del resto de polímeros presentes en las prendas. En consecuencia, la eliminación o separación del elastano en las mezclas textiles resulta esencial para aumentar las tasas de recuperación de otras fibras y mejorar la calidad del material reciclado [21].

La incorporación de la HSI en procesos de reciclaje no solo responde a un desafío

técnico, sino que también genera beneficios directos en términos de sostenibilidad y competitividad industrial. Al incrementar la pureza de las fracciones recuperadas, se obtienen materiales secundarios con propiedades más estables y un mayor valor de mercado, capaces de competir con materias primas vírgenes [20]. Este aumento en la calidad de los reciclados reduce la dependencia de recursos no renovables y contribuye a disminuir las emisiones asociadas a la extracción y procesamiento de materiales primarios [5]. Además, la automatización de la clasificación mediante HSI reduce los costes laborales y aumenta las tasas de rendimiento en comparación con los métodos manuales, mejorando la eficiencia global de las plantas de tratamiento [20].

En este contexto, la desmezcla hiperespectral se presenta como una herramienta fundamental para aprovechar plenamente el potencial de la HSI. Esta técnica permite descomponer el espectro registrado en cada píxel en una combinación de firmas espectrales puras, denominadas *endmembers*, y sus proporciones relativas, conocidas como abundancias. De este modo, es posible identificar y cuantificar la presencia de distintos materiales dentro de una misma muestra, incluso cuando se encuentran mezclados a escala subpíxel, aportando una visión más detallada y cuantitativa del comportamiento espectral de los materiales.

## 1.1. Objetivos generales y específicos

El desarrollo de nuevas herramientas de análisis hiperespectral aplicadas al reciclaje industrial representa una oportunidad para mejorar la eficiencia, precisión y sostenibilidad en la gestión de residuos. Este trabajo tiene como propósito abordar las limitaciones de los métodos convencionales de clasificación y contribuir al avance hacia sistemas industriales más inteligentes y circulares.

### Objetivo general

Desarrollar un algoritmo de unmixing espectral orientado a entornos industriales, capaz de mejorar la precisión y la eficiencia en la identificación y desmezclado de materiales reciclables mediante la integración de información espectral y espacial.

### Objetivos específicos

- Analizar los algoritmos de referencia en unmixing espectral (FCLS, NCLS, SUnSAL y S<sup>2</sup>WSU), evaluando su aplicabilidad y desempeño en contextos industriales.
- Diseñar un modelo de unmixing que incorpore regularización espacial y espectral optimizada, incrementando su robustez frente a condiciones variables de iluminación y mezcla de materiales.
- Implementar y validar el algoritmo propuesto sobre datos hiperespectrales reales de materiales reciclables (textiles), comparando su rendimiento con los métodos de referencia.

- Contribuir a la sostenibilidad y la economía circular mediante el desarrollo de una herramienta tecnológica que mejore la trazabilidad y la eficiencia de los procesos de reciclaje, apoyando los objetivos de reducción de residuos y aprovechamiento de recursos en el ámbito industrial.

### 1.2. Alcance y limitaciones

El presente trabajo aborda la aplicación del unmixing hiperespectral en el análisis y clasificación de tejidos textiles compuestos por diferentes materiales mediante imágenes adquiridas en el rango espectral 900-1700 nm. El objetivo principal es desarrollar y validar el algoritmo de unmixing, garantizando su correcto funcionamiento en la estimación de abundancias y en la reconstrucción espectral de los materiales analizados.

Las imágenes se capturan utilizando lámparas halógenas como fuente de iluminación, seleccionadas por su espectro continuo y su compatibilidad con el rango de sensibilidad de la cámara. Las pruebas se realizan en condiciones de laboratorio controladas, donde es posible ajustar parámetros de iluminación, distancia y calibración radiométrica, con el fin de reproducir de forma fiable las condiciones de observación propias de entornos industriales.

El estudio se centra en textiles formados por mezclas de fibras de composición conocida, con el objetivo de evaluar el comportamiento del algoritmo en escenarios representativos del reciclaje industrial, manteniendo un control preciso sobre la proporción de cada material. Asimismo, se analizan textiles con distintas estructuras y acabados superficiales, con el fin de estudiar cómo estas variaciones influyen en la forma y la intensidad de los espectros medidos, sin introducir explícitamente modelos dependientes del espesor del material.

A nivel metodológico, el algoritmo empleado incorpora regularización espacial y espectral para mejorar la estabilidad de la estimación de abundancias y está vectorizado y parcialmente paralelizado en su etapa de regularización espacial, lo que permite un procesamiento más eficiente y orientado a su futura implementación en sistemas de clasificación automatizada dentro de la industria textil y del reciclaje.

El estudio presenta varias limitaciones derivadas del alcance experimental y de las características ópticas de los materiales y del sistema de adquisición:

- Rango espectral y reflectancia: al trabajar en la región del infrarrojo cercano (900-1700 nm), los tejidos de tonalidad oscura presentan niveles de reflectancia muy bajos, lo que dificulta la obtención de espectros representativos y puede afectar la estabilidad numérica del algoritmo de unmixing.
- Condiciones de laboratorio: las pruebas se realizan en un entorno controlado, sin las variaciones propias de una línea industrial (iluminación variable, movimiento de materiales, presencia de suciedad o contaminantes), lo que restringe la extrapolación directa de los resultados.

- Eficiencia computacional: el algoritmo está vectorizado y parcialmente paralelizado en la etapa de regularización espacial, lo que mejora significativamente el rendimiento respecto a implementaciones convencionales y favorece su futura aplicación en entornos industriales. Aun así, existen oportunidades de optimización adicional para incrementar la velocidad y la escalabilidad.
- Factores ópticos no lineales: el espesor y la estructura del tejido pueden generar fenómenos de transmisión parcial y dispersión interna, que no son descritos completamente por el modelo lineal de mezcla empleado, pudiendo introducir pequeñas desviaciones en la estimación de abundancias.

## 2. Situación actual y problemática del reciclaje industrial

### 2.1. Introducción al contexto y tecnologías de clasificación

La clasificación de residuos constituye la primera etapa crítica en cualquier cadena de reciclaje industrial. Su finalidad es separar de forma eficiente los materiales presentes en flujos heterogéneos, garantizando la pureza de las fracciones recuperadas y la viabilidad económica del proceso. En la actualidad, las tecnologías empleadas abarcan desde métodos basados en propiedades físicas y químicas hasta sistemas ópticos e hiperespectrales avanzados apoyados en inteligencia artificial.

Los métodos mecánicos constituyen la base de los procesos de separación directa, ya que aprovechan las diferencias intrínsecas entre los materiales sin alterar su estructura molecular. Entre los métodos mecánicos más empleados destacan la separación por densidad, la separación magnética y las corrientes de Foucault, que discriminan materiales según su peso específico, propiedades magnéticas o conductividad. La separación por densidad sigue siendo una de las técnicas más extendidas: los materiales ligeros flotan mientras que los más densos se hunden en un medio líquido intermedio. Aunque este proceso es rentable y de alta capacidad, su eficacia se reduce cuando diferentes polímeros comparten densidades similares. Otros sistemas, como los ciclones o los lechos fluidizados, mejoran la uniformidad del flujo y la eficiencia de la separación [22].

En la práctica industrial, estos procedimientos suelen combinarse con etapas de trituración y clasificación granulométrica, que aseguran tamaños de partícula homogéneos para optimizar el rendimiento de la separación posterior. Además, la incorporación de sensores en línea permite monitorizar el comportamiento del material dentro del flujo, ajustando la velocidad o la presión del medio según la densidad y viscosidad del residuo tratado. Esta integración progresiva de control automático ha permitido reducir el consumo energético y aumentar la pureza de las fracciones recicladas, especialmente en plásticos ligeros y metales no ferrosos [22][23].

En el caso del reciclaje textil, los procesos mecánicos también desempeñan un papel esencial en la preparación y clasificación del material antes de su tratamiento óptico

o químico. Las etapas de corte, trituración y desfibrado permiten reducir el tamaño de las prendas, liberar las mezclas de fibras y eliminar componentes no textiles como botones, cremalleras o etiquetas. Posteriormente, la clasificación por densidad, tamaño o comportamiento aerodinámico mediante separadores neumáticos o tamices vibratorios facilita la obtención de fracciones más homogéneas y mejora la eficiencia de las etapas ópticas posteriores. En algunos sistemas industriales, estas técnicas se combinan con corrientes de aire y cintas automatizadas con succión selectiva, que separan fibras ligeras o fragmentos de tejido según su masa y forma, actuando como un paso previo a la clasificación espectral o al reciclaje mecánico de fibra corta [24]. Aunque sostenibles y de bajo coste, estos métodos no permiten distinguir con precisión entre fibras con propiedades físicas similares, lo que limita su aplicación a mezclas simples o materiales monofibra.

A estos métodos se suman los procedimientos fisicoquímicos, que emplean diferencias en la química superficial o en la solubilidad de los materiales. La flotación por espuma (froth flotation) modifica la mojabilidad superficial de los plásticos: microburbujas se adhieren selectivamente a materiales hidrofóbicos, que ascienden, mientras que los hidrofílicos se hunden. Aunque su capacidad es alta, requiere tratamientos superficiales específicos para cada polímero, así como un control preciso del tamaño de burbuja, la concentración de surfactante y el pH del medio, parámetros que determinan la eficiencia del proceso. En entornos industriales, esta técnica suele combinarse con pretratamientos mecánicos o lavados alcalinos que eliminan contaminantes superficiales y mejoran la respuesta hidrofóbica de los materiales [22].

La separación tribo-electrostática utiliza la carga superficial adquirida por fricción entre partículas para distinguir materiales por polaridad, ofreciendo un proceso seco, eficiente y con bajo consumo energético. Este método es especialmente útil para la clasificación de polímeros con densidades similares, como ABS, PS y PVC, donde los métodos de flotación resultan insuficientes. No obstante, su rendimiento depende de factores ambientales como la humedad y la temperatura, y del diseño de los colectores de carga. En plantas modernas, estos sistemas se integran con clasificadores de aire o ciclones, lo que permite reducir las pérdidas de material fino y mejorar la pureza de las fracciones recuperadas [22].

Por su parte, la disolución selectiva o precipitación explota las diferencias de solubilidad de los polímeros para disolver y recuperar plásticos de alta pureza, eliminando aditivos sin degradar el material. Esta técnica se ha aplicado con éxito al reciclaje de PET, poliamidas y poliolefinas, obteniendo polímeros reciclados con propiedades mecánicas comparables a las de los materiales vírgenes. Los desafíos principales residen en el elevado coste de los disolventes y en la necesidad de su recuperación y reutilización. Recientemente, se han investigado alternativas sostenibles, como el uso de disolventes verdes (etanol, ácido láctico o mezclas eutécticas profundas) y procesos híbridos que combinan disolución selectiva con separación térmica o ultrafiltración, orientados a reducir el impacto ambiental y energético del proceso [22].

En el ámbito textil, estos métodos de separación previa también resultan esenciales, ya que permiten homogenizar las corrientes de residuos antes de aplicar técnicas ópticas o hiperespectrales. La fragmentación, el deshilachado y la eliminación de recubrimientos o tintes facilitan la discriminación espectral posterior. En los últimos

años, se ha observado una tendencia hacia la combinación de procesos mecánicos y ópticos, donde la separación inicial por tamaño o densidad se complementa con sensores NIR o RGB para distinguir tipos de fibra y color. Esta integración representa un paso clave hacia la automatización de la clasificación textil en condiciones industriales, especialmente en plantas con flujos mixtos de poliéster, algodón y elastano [23].

En una etapa más avanzada se sitúan los sistemas ópticos y de visión, que constituyen la denominada clasificación indirecta. Estos métodos detectan las propiedades espectrales y visuales de los residuos de forma no destructiva, mediante sensores que operan en diferentes regiones del espectro electromagnético. La espectroscopía infrarroja (IR), en particular en el rango NIR (800-2500 nm), se ha consolidado como la técnica dominante en la identificación de polímeros, al diferenciar su composición química a nivel de píxel. El infrarrojo de onda corta (SWIR) amplía la capacidad de detección en textiles, alcanzando precisiones del 98 % en la clasificación de fibras sintéticas y naturales [25][24]. La espectroscopía Raman, aunque sensible a la fluorescencia, proporciona información estructural complementaria con elevada resolución espacial. Los sistemas VIS/RGB, por su parte, emplean cámaras convencionales para reconocer color, forma y tamaño; son económicos y de alta resolución, pero insuficientes para distinguir materiales químicamente distintos con apariencia similar [24].

En los entornos industriales, los sistemas de clasificación óptica, también denominados de clasificación indirecta, se integran en líneas automatizadas sobre cintas transportadoras de alta velocidad. Estos sistemas están diseñados para alcanzar altas tasas de clasificación y elevado rendimiento de procesamiento, sincronizando el sensor óptico con los actuadores neumáticos que expulsan selectivamente los materiales identificados mediante chorros de aire comprimido [23]. En el ámbito plástico, la espectroscopía de Infrarrojo Cercano (NIR) es el método dominante, al permitir la identificación y separación de polímeros en función de su composición química. Para ser reutilizados en aplicaciones de alta calidad, las fracciones recuperadas de polímeros como PP, PE y PET deben presentar niveles de pureza superiores al 97 %, ya que pequeñas contaminaciones alteran sus propiedades térmicas y mecánicas [22].

En el sector textil, la diversidad de materiales empleados en la industria constituye un factor clave que condiciona los procesos de clasificación automática. Las fibras textiles pueden agruparse, de forma general, en categorías naturales y sintéticas, con subclases que presentan composiciones químicas y estructuras internas muy diferentes. Además, muchas fibras naturales muestran una organización multicapa a nivel microscópico, mientras que las fibras sintéticas presentan morfologías y propiedades físico-químicas propias del proceso de síntesis. Esta heterogeneidad composicional y estructural, ilustrada en la Figura 2.1, introduce una elevada variabilidad espectral incluso entre materiales visualmente similares, lo que dificulta su identificación mediante técnicas ópticas convencionales [26].

Los sistemas de clasificación automatizada deben operar sobre materiales con una elevada variabilidad estructural y composicional, lo que impone limitaciones a las tecnologías ópticas convencionales. La espectroscopía de Infrarrojo de Onda Corta (SWIR) se emplea para la caracterización química superficial, mientras que las cáma-

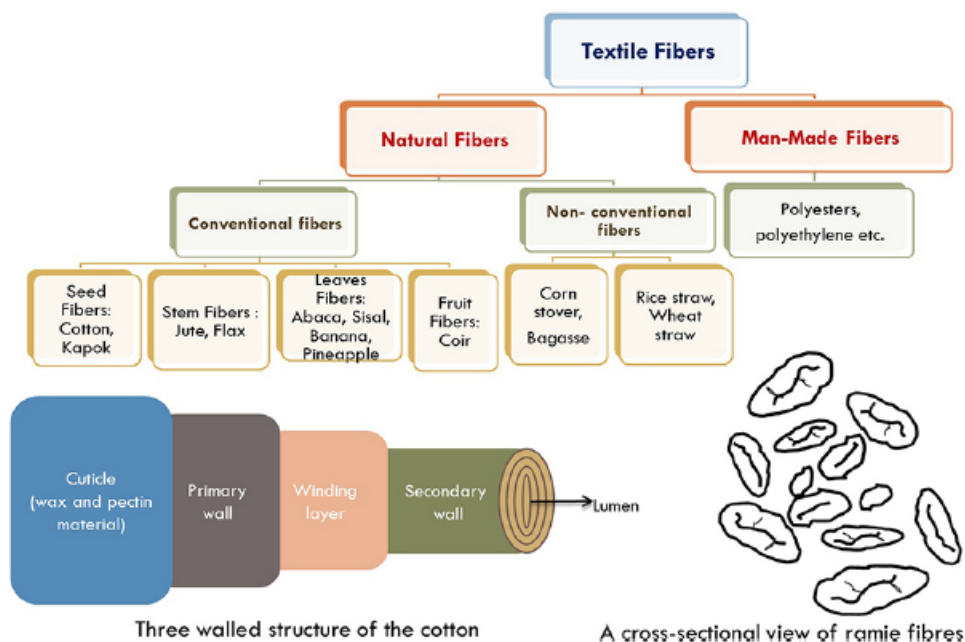


Figura 2.1: Clasificación de las fibras textiles en naturales y sintéticas, junto con ejemplos representativos de su estructura interna a nivel microscópico. La figura pone de manifiesto la complejidad composicional y morfológica de los materiales textiles, que constituye la base de las dificultades asociadas a su clasificación automática [26].

ras RGB se utilizan para discriminar tejidos según su color y textura aparente. Esta combinación permite identificar fibras como algodón, poliéster y mezclas elastoméricas, aunque la precisión del método se ve reducida por la suciedad, la humedad, los recubrimientos o el envejecimiento del material, que alteran la respuesta espectral [24]. Además, la espectroscopía SWIR analiza únicamente la capa externa del tejido, lo que limita su eficacia en textiles con recubrimientos o estructuras compuestas. En respuesta a ello, la fusión de datos multimodales entre sensores RGB, NIR, SWIR e imagen hiperespectral se perfila como una estrategia prometedora para mejorar la robustez y la precisión de la clasificación textil industrial [23].

La imagen hiperespectral representa el siguiente paso en la evolución de las tecnologías de clasificación, al integrar en un mismo sistema la información espacial y espectral capturada para cada píxel, permitiendo su aplicación directa en entornos industriales de reciclado, como se ilustra en la Figura 2.2. Esta capacidad permite diferenciar materiales con firmas espectrales muy próximas, como mezclas de poliéster y poliamida o algodón tratado con tintes sintéticos, que resultan indistinguibles para los métodos ópticos convencionales. La HSI se ha aplicado con éxito tanto en la separación de polímeros plásticos complejos como en la identificación de tejidos multicapa, alcanzando precisiones superiores al 95 % en condiciones controladas. En el ámbito textil, los modelos basados en aprendizaje profundo han logrado precisiones cercanas al 98 % en la clasificación de fibras, mientras que la fusión multimodal entre sensores RGB y HSI ha demostrado mejorar la automatización y la estabilidad frente a variaciones de iluminación o textura [24].

La clasificación automatizada de residuos debe procesar grandes volúmenes de ma-



Figura 2.2: Ejemplo de sistema industrial de clasificación basado en imagen hiperespectral (HSI) aplicado al reciclado de materiales, integrado sobre una línea automatizada.

material que se desplazan a velocidades de varios metros por segundo sobre las cintas transportadoras. En estas condiciones, los sistemas de imagen hiperespectral generan una cantidad masiva de datos, lo que exige una capacidad computacional considerable para el procesamiento en tiempo real. Los sensores de Infrarrojo Cercano presentan además una alta sensibilidad a contaminantes superficiales, como suciedad o humedad, que reducen su fiabilidad. En particular, el pigmento negro de carbón absorbe completamente la radiación NIR, haciendo que los plásticos negros sean prácticamente invisibles para los sistemas ópticos estándar. Las oclusiones, la deformación de objetos o la presencia de láminas delgadas y transparentes agravan el problema, ya que disminuyen la relación señal-ruido. Para ilustrar la magnitud de la limitación, se ha estimado que un sistema de clasificación de partículas plásticas de 20 mm que se desplazan a  $0.2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  requiere tiempos de escaneo del orden de 2 milisegundos por objeto para obtener cinco lecturas válidas, lo que constituye un desafío para la monitorización continua de procesos industriales rápidos. Además, la penetración limitada de la radiación NIR impide identificar completamente textiles con recubrimientos gruesos o estructuras multicapa [27].

Los contaminantes y aditivos químicos representan otra fuente crítica de error en la clasificación y en la calidad del material reciclado. La heterogeneidad de los residuos plásticos posconsumo reduce la pureza de las fracciones recuperadas y compromete su reutilización en productos de alto valor. Dado que los polímeros son inmiscibles entre sí, las impurezas tienden a segregarse en dominios microscópicos que debilitan las propiedades mecánicas del material mezclado. A ello se suman contaminantes moleculares residuos de productos, plastificantes, colorantes o retardantes de llama

que alteran las propiedades ópticas y térmicas. La composición química varía según la legislación y la aplicación de origen (alimentaria, automotriz, electrónica), dificultando la obtención de flujos homogéneos de monomateriales a partir de residuos plásticos [22].

En el caso del reciclaje textil, las limitaciones derivan de la complejidad estructural y la mezcla de fibras. La presencia de recubrimientos gruesos o capas múltiples reduce la precisión de la clasificación, dado que las técnicas de espectroscopía NIR y FTIR solo analizan las características superficiales del material. Además, los revestimientos, la humedad, el envejecimiento y los tratamientos químicos modifican la respuesta espectral, introduciendo imprecisiones notables en la identificación de fibras. Estas dificultades, junto con el elevado volumen de residuos textiles y la dependencia de operaciones manuales, hacen que la automatización completa del proceso de clasificación siga siendo un desafío [24].

A pesar de las limitaciones operativas que aún presenta la clasificación hiperespectral en entornos industriales, la integración de la tecnología hiperespectral ofrece beneficios sustanciales desde la perspectiva técnico-industrial. La automatización de los procesos de separación reduce significativamente la intervención manual y los tiempos de operación, incrementando la productividad global de las plantas de reciclaje. Los sistemas ópticos e hiperespectrales, combinados con algoritmos de aprendizaje automático, permiten una identificación más precisa y rápida de materiales heterogéneos, optimizando el uso de los recursos y minimizando las pérdidas de material útil [23].

Uno de los beneficios más evidentes es la mejora de la eficiencia energética. La clasificación asistida por visión e IA reduce el consumo de energía asociado a procesos repetitivos de cribado o reprocesado, al disminuir la cantidad de material mal clasificado que requiere un tratamiento adicional. Además, los sistemas de visión multiespectral y HSI, al proporcionar información química y morfológica simultánea, favorecen una mayor pureza de las fracciones recuperadas, lo que incrementa la calidad y el valor de los polímeros o fibras recicladas [22][25].

Desde un punto de vista económico, la adopción de estas tecnologías contribuye a la reducción de costes operativos y de mantenimiento, al tiempo que mejora la trazabilidad de los flujos de materiales. La monitorización continua mediante sensores y el análisis de datos en tiempo real facilitan la detección temprana de fallos, lo que prolonga la vida útil de los equipos y reduce los periodos de inactividad. Asimismo, la posibilidad de operar de forma continua y con mínima intervención humana incrementa la rentabilidad y competitividad de las plantas, permitiendo procesar mayores volúmenes con estándares de calidad constantes [23].

A nivel estratégico, estas innovaciones tecnológicas representan un paso decisivo hacia la industria 4.0 del reciclaje, en la que convergen automatización, inteligencia artificial y digitalización de procesos. La integración de sistemas ópticos con plataformas de control y trazabilidad digital permite no solo la clasificación eficiente de materiales, sino también la recopilación de información detallada sobre la composición, origen y destino de cada flujo, fortaleciendo la viabilidad operativa y la transparencia en la gestión de residuos [8].

## 2.2. Problemática social

La gestión deficiente de los residuos industriales y postconsumo constituye uno de los desafíos sociales y ambientales más significativos de la actualidad. La acumulación masiva de materiales no biodegradables, especialmente plásticos y textiles, ha generado daños considerables en los ecosistemas, la salud pública y la sostenibilidad de los recursos naturales. Este fenómeno no puede entenderse solo desde un enfoque técnico, sino que responde a modelos de producción y consumo lineales, donde los materiales se fabrican para ser desechados tras un único uso. En consecuencia, la transición hacia sistemas circulares y sostenibles se ha convertido en una prioridad estratégica para la industria y las políticas medioambientales a escala global.

La producción y el consumo masivo de plásticos y textiles bajo este paradigma económico lineal han desencadenado una crisis ambiental de alcance mundial. Con gran parte de la producción histórica convirtiéndose en residuos, la gestión ineficaz de estos flujos no solo acelera el agotamiento de recursos fósiles, sino que también representa una pérdida económica sustancial, estimada en miles de millones de dólares anuales, particularmente en el sector de envases. El mantenimiento de un modelo productivo lineal perpetúa además niveles de emisión de gases de efecto invernadero incompatibles con los compromisos climáticos actuales. En este contexto, la adopción de una economía circular se presenta como un imperativo para maximizar la eficiencia en el uso de los materiales y reintegrar el carbono en los ciclos productivos, alineando los esfuerzos industriales con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS), en particular los relacionados con la acción climática, la innovación y los patrones de consumo responsables [28].

En el ámbito textil, la problemática social se agrava con la contaminación por microfibras, una categoría específica de microplásticos liberados por tejidos sintéticos como poliéster, nylon o acrílico durante su fabricación, uso y lavado doméstico. Estas partículas, debido a su tamaño microscópico, escapan de los sistemas convencionales de tratamiento de aguas y se acumulan en los ecosistemas acuáticos, donde pueden afectar la salud y el equilibrio biológico de las especies. Enfrentar este problema requiere un enfoque sistémico que priorice intervenciones, basadas en el ecodiseño, la innovación en materiales y la gobernanza ambiental. Por tanto, la sostenibilidad textil no se limita a reducir la liberación de fibras, sino que también requiere alargar la vida útil de los productos y promover su reutilización y reciclaje dentro de una cadena de valor más ética y sostenible [29].

La circularidad textil emerge como una vía esencial para transformar la industria textil en un sistema más sostenible y equitativo. Su aplicación se extiende a todas las etapas del ciclo de vida de las prendas: desde el ecodiseño, que prioriza materiales reciclables y procesos de baja huella ambiental, hasta la fabricación eficiente, basada en el aprovechamiento de residuos de corte y fibras recuperadas. En la fase de consumo, la circularidad se materializa mediante modelos de uso prolongado, como la reutilización, la reparación o la reventa, y al final del ciclo, mediante tecnologías de reciclaje mecánico y químico que permiten reincorporar los tejidos a la cadena de valor. Este modelo busca prolongar la vida útil de los productos, reducir la dependencia de recursos no renovables y mantener el valor económico y funcional de

los materiales. Asimismo, fomenta la eliminación de sustancias tóxicas, la adopción de energías renovables en los procesos de producción y la revalorización de residuos textiles como materias primas secundarias. Esta transición no solo conlleva beneficios ambientales, sino también sociales, al generar nuevas oportunidades de empleo especializado, fortalecer las economías locales y disminuir la cantidad de residuos enviados a vertedero [30].

No obstante, la sostenibilidad ambiental debe ir acompañada de un cambio estructural en las condiciones sociales y económicas de la cadena textil. Para lograr una circularidad completa es imprescindible abordar las desigualdades generadas por el modelo de \*fast fashion\*, que históricamente ha priorizado la rentabilidad sobre el bienestar humano. Las deficiencias éticas son profundas: salarios precarios, ausencia de derechos básicos y persistencia del trabajo forzado e infantil. Se estima que apenas el 4 % del gasto de un consumidor en prendas se destina a los trabajadores de la confección [30]. Por tanto, una transición justa hacia la circularidad requiere incorporar la protección de los derechos laborales, la equidad de género y la formalización del trabajo como ejes de transformación [31].

A escala global, la implementación de la economía circular textil enfrenta desafíos en materia de comercio y gobernanza. El comercio internacional de ropa de segunda mano, aunque prolonga la vida útil de los productos, puede desestabilizar las industrias locales y generar dependencia económica en los países importadores [31]. Esto subraya la necesidad de armonizar los flujos globales de materiales con los objetivos de desarrollo local y equidad. Asimismo, la gobernanza de la circularidad debe ser inclusiva, garantizando que las MIPYMES, los trabajadores informales y las comunidades vulnerables participen de los beneficios y del diseño de soluciones [31]. Finalmente, el impacto social se extiende al ámbito de la salud pública: la contaminación por microfibras derivada de textiles sintéticos plantea riesgos emergentes para la salud respiratoria y dérmica, al actuar como vector de patógenos y compuestos químicos persistentes [29].

La innovación tecnológica es un motor decisivo para la sostenibilidad y la competitividad industrial, especialmente en sectores como el reciclaje, donde impulsa la transición de modelos de producción lineales hacia sistemas circulares y eficientes en el uso de recursos. La adopción de tecnologías propias de la denominada Industria 4.0, como la automatización, la digitalización y la sensorización avanzada, resulta esencial para esta transformación, ya que permite una gestión más inteligente de los procesos productivos y una reducción significativa de residuos y costes operativos [32].

La imagen hiperespectral representa una de las tecnologías emergentes con mayor potencial innovador dentro del marco de la Industria 4.0. Su capacidad para registrar información espectral en cientos de bandas continuas, desde el visible hasta el infrarrojo cercano, permite caracterizar con precisión la composición de los materiales a nivel de píxel. Este enfoque supera las limitaciones de la visión convencional y posibilita una clasificación no destructiva y altamente precisa de materiales industriales, como plásticos y textiles, mediante la detección de variaciones sutiles en sus propiedades ópticas. Actualmente, la HSI se emplea en múltiples ámbitos, que abarcan el control de calidad, la agricultura de precisión, la monitorización ambiental y

los procesos de reciclaje, demostrando su papel transformador en la gestión eficiente de recursos [33].

Sin embargo, la implementación industrial a gran escala de la HSI plantea importantes desafíos tecnológicos, en particular el manejo de los grandes volúmenes de datos generados por los sensores. Este tipo de información que posee una alta dimensionalidad, requiere técnicas de procesamiento capaces de operar con rapidez y precisión en entornos reales. En este sentido, los algoritmos de unmixing espectral constituyen una respuesta clave, al permitir descomponer las señales registradas en componentes elementales y cuantificar la proporción de materiales presentes en cada píxel. El desarrollo de métodos de unmixing más eficientes, robustos y adaptativos se sitúa en el centro de la innovación tecnológica actual, al potenciar la aplicabilidad industrial de la HSI y contribuir directamente a la sostenibilidad y la optimización de los procesos de reciclaje [33].

La sostenibilidad solo puede alcanzarse si la innovación tecnológica se acompaña de una gestión responsable en toda la cadena de valor. La adopción de herramientas avanzadas, como la clasificación óptica y la imagen hiperespectral, permite mejorar la trazabilidad y la pureza de los materiales reciclados, pero su eficacia depende de la implicación de productores, distribuidores y consumidores en la reducción del desperdicio y la valorización de los residuos textiles. Integrar criterios de ecodiseño, reutilización y transparencia en los procesos industriales es esencial para cerrar el ciclo del textil, de modo que la tecnología no actúe de forma aislada, sino como parte de una transformación estructural hacia un modelo de producción verdaderamente circular y sostenible.

### 2.3. Problemática técnica en la clasificación

Aunque los avances en sostenibilidad e innovación tecnológica han permitido mejorar los procesos de reciclaje, la eficiencia real de estas estrategias depende en gran medida de las capacidades técnicas de los sistemas de clasificación y separación de materiales.

La clasificación automatizada de residuos debe procesar grandes volúmenes de material que se desplazan a velocidades de varios metros por segundo sobre las cintas transportadoras. En estas condiciones, los sistemas de imagen hiperespectral generan una cantidad masiva de datos, lo que exige una capacidad computacional considerable para el procesamiento en tiempo real. Los sensores de Infrarrojo Cercano presentan además una alta sensibilidad a contaminantes superficiales, como suciedad o humedad, que reducen su fiabilidad. En particular, el pigmento negro de carbón absorbe completamente la radiación NIR, haciendo que los plásticos negros sean prácticamente invisibles para los sistemas ópticos estándar. Las oclusiones, la deformación de objetos o la presencia de láminas delgadas y transparentes agravan el problema, ya que disminuyen la relación señal-ruido. Para ilustrar la magnitud de la limitación, se ha estimado que un sistema de clasificación de partículas plásticas de 20 mm que se desplazan a  $0,2 \text{ m s}^{-1}$  requiere tiempos de escaneo del orden de 2 milisegundos por objeto para obtener cinco lecturas válidas, lo que constituye un

desafío para la monitorización continua de procesos industriales rápidos. Además, la penetración limitada de la radiación NIR impide identificar completamente textiles con recubrimientos gruesos o estructuras multicapa [27].

Además de las restricciones instrumentales, la complejidad química y estructural de los materiales reciclados introduce nuevas fuentes de error en la clasificación. Los contaminantes y aditivos químicos representan una fuente crítica de incertidumbre tanto en la identificación como en la calidad del material recuperado. La heterogeneidad de los residuos plásticos posconsumo reduce la pureza de las fracciones obtenidas y compromete su reutilización en productos de alto valor. Dado que los polímeros son inmiscibles entre sí, las impurezas tienden a segregarse en dominios microscópicos que debilitan las propiedades mecánicas del material mezclado. A ello se suman contaminantes moleculares como residuos de productos, plastificantes, colorantes o retardantes de llama, que alteran las propiedades ópticas y térmicas. La composición química varía según la legislación y la aplicación de origen, dificultando la obtención de flujos homogéneos de monomateriales a partir de residuos plásticos [22].

En el caso del reciclaje textil, las limitaciones derivan de la complejidad estructural y la mezcla de fibras. La presencia de recubrimientos gruesos o capas múltiples reduce la precisión de la clasificación, dado que las técnicas de espectroscopía NIR y FTIR solo analizan las características superficiales del material. Además, los revestimientos, la humedad, el envejecimiento y los tratamientos químicos modifican la respuesta espectral, introduciendo imprecisiones notables en la identificación de fibras. Estas dificultades, junto con el elevado volumen de residuos textiles y la dependencia de operaciones manuales, hacen que la automatización completa del proceso de clasificación siga siendo un desafío [24]. A nivel de planta, la integración de sensores hiperespectrales en sistemas de clasificación de alta velocidad sigue siendo limitada debido a la necesidad de calibraciones constantes, control estricto de la iluminación y sincronización precisa con los sistemas de separación física de materiales (como chorros de aire o compuertas), lo que restringe su implantación industrial a gran escala.

A estas limitaciones se suma la variabilidad espectral intrínseca, ya que un mismo material puede presentar firmas diferentes en función de la iluminación, el ángulo de observación, la rugosidad o el estado superficial. Esta variabilidad, combinada con el ruido instrumental y la mezcla espacial de materiales en un mismo píxel, dificulta la identificación precisa de las sustancias presentes y compromete la precisión de los modelos de clasificación. En este contexto, los algoritmos de unmixing espectral se plantean como una herramienta esencial para interpretar la información hiperespectral y estimar la proporción de materiales dentro de cada píxel. Sin embargo, los métodos existentes suelen presentar limitaciones en velocidad, robustez y estabilidad numérica, lo que restringe su uso en entornos industriales donde se requiere procesado en tiempo real. Estas limitaciones ponen de manifiesto la necesidad de desarrollar algoritmos de unmixing más rápidos, precisos y adaptativos, capaces de operar con datos de alta dimensionalidad y bajo condiciones industriales no ideales, reforzando así la conexión entre innovación tecnológica y sostenibilidad en la clasificación de materiales.

## 2.4. Relevancia industrial y necesidad de optimización del análisis hiperespectral

La imagen hiperespectral ha demostrado un gran potencial en el análisis y clasificación de materiales, ofreciendo una resolución espectral capaz de distinguir con precisión variaciones composicionales mínimas. Sin embargo, a pesar de su madurez científica y de los avances en instrumentación óptica, su aplicación industrial continúa siendo limitada. El principal obstáculo radica en la necesidad de procesar en tiempo real los grandes volúmenes de datos generados por los sistemas hiperespectrales, cuyo tamaño y complejidad exceden la capacidad de los métodos convencionales de análisis. Esta limitación ha impedido hasta ahora que el HSI pueda integrarse plenamente en líneas de producción que operan a alta velocidad, restringiendo su uso a entornos controlados de laboratorio [34].

En la práctica industrial, la viabilidad de las tecnologías de inspección óptica depende directamente de la relación entre la velocidad de adquisición y la capacidad de procesamiento. Los sistemas hiperespectrales deben manejar flujos de datos de gran volumen, con tasas de adquisición que superan con creces las capacidades de procesamiento secuencial, lo que genera cuellos de botella significativos. Sin embargo, la mayoría de los enfoques actuales basados en CPU o implementaciones secuenciales carecen del rendimiento necesario, lo que genera cuellos de botella significativos. La transición hacia arquitecturas paralelas y aceleradas por GPU representa, por tanto, una condición esencial para habilitar aplicaciones industriales exigentes, donde la clasificación de materiales debe realizarse con latencias del orden de milisegundos [34].

La posibilidad de superar este cuello de botella computacional redefine la viabilidad del análisis hiperespectral como herramienta industrial. La optimización del procesamiento no solo permite ampliar el rango de aplicaciones potenciales, sino que también incrementa la fiabilidad y la estabilidad operativa de los sistemas de clasificación y desmezclado automatizados. El aumento en la velocidad de cálculo y la reducción de la latencia abren la puerta a nuevas aplicaciones en control de calidad, reciclaje y monitorización de procesos en continuo. De este modo, el desarrollo de algoritmos eficientes deja de ser un mero reto académico para convertirse en un requisito estratégico para la digitalización de la industria [34].

En este contexto, resulta evidente que la adopción industrial del HSI depende de la capacidad para equilibrar precisión espectral y eficiencia computacional. El desarrollo de algoritmos optimizados capaces de operar con grandes volúmenes de datos manteniendo la fidelidad espectral, se convierte en un elemento decisivo para la integración de esta tecnología en entornos productivos. La investigación orientada a la reducción del coste computacional y la mejora del rendimiento en tiempo real justifica plenamente la necesidad de explorar nuevas aproximaciones de análisis hiperespectral adaptadas a las condiciones industriales. En este marco, la presente investigación se inscribe como un esfuerzo por contribuir al avance de esa línea, mediante el desarrollo de algoritmos de desmezcla espectral rápidos y robustos que faciliten la aplicación práctica del HSI en la industria del reciclaje [34].

## 3. Fundamentos teóricos de la imagen hiperespectral

### 3.1. Principios de la imagen hiperespectral

La imagen hiperespectral es una técnica de adquisición y análisis que combina los principios de la espectroscopía y la visión artificial para registrar en cada píxel un espectro completo de radiación electromagnética. A diferencia de una imagen convencional en color, limitada a tres canales (rojo, verde y azul), una imagen hiperespectral capta decenas o incluso cientos de bandas espectrales contiguas y estrechas, normalmente con anchos de banda de apenas unos nanómetros [35]. Gracias a esta elevada resolución espectral, es posible detectar y diferenciar materiales con gran precisión, incluso cuando presentan una apariencia visual idéntica.

El resultado de la adquisición hiperespectral se organiza en lo que se conoce como *cubo hiperespectral* o *hypercube*, una representación tridimensional en la que dos dimensiones corresponden a la información espacial ( $x$  e  $y$ ) y la tercera dimensión recoge la información espectral ( $\lambda$ ) [36]. En este cubo, cada píxel contiene un vector espectral que describe cómo se comporta la radiación electromagnética para ese punto específico de la escena. La adquisición de este cubo puede realizarse de forma secuencial, línea a línea (tecnología *pushbroom*), o bien mediante captura instantánea (tecnología *snapshot*), según el tipo de cámara empleada y los requisitos de la aplicación.

La calidad de una imagen hiperespectral depende de varios parámetros fundamentales. La resolución espacial se refiere al tamaño mínimo de detalle que la cámara es capaz de discernir, y está determinada por la óptica del sensor, la distancia al objeto y el tamaño de píxel efectivo. La resolución espectral indica el ancho de cada banda espectral registrada y el número total de bandas adquiridas; una mayor resolución espectral permite discriminar materiales cuyas firmas espectrales difieren solo en rangos muy estrechos de longitud de onda. Finalmente, la resolución temporal determina la capacidad del sistema para registrar datos de manera rápida y repetida [35]. En líneas de producción, esta resolución está condicionada por la velocidad de la cinta transportadora y la eficiencia del sistema de captura.

El fundamento físico de la HSI se basa en la interacción de la radiación electromagnética con la materia. Cuando la luz incide sobre un objeto, parte de la energía es reflejada, parte absorbida, y en algunos casos, parte transmitida a través del material. La proporción en que ocurren estos fenómenos depende de la longitud de onda y de las propiedades físico-químicas del material. La firma espectral o curva de reflectancia es el patrón característico que describe esta relación y constituye la base para la identificación y clasificación de materiales [35]. En el caso de los materiales reciclables, especialmente plásticos y textiles, las regiones del infrarrojo cercano (NIR) y el infrarrojo de onda corta (SWIR) suelen ser de gran interés, ya que en estas longitudes de onda se producen transiciones vibracionales características de enlaces químicos presentes en polímeros y fibras [37].

En la industria, la HSI ofrece ventajas significativas. Es una técnica no destructiva y sin contacto físico, capaz de operar en tiempo real [35], lo que la hace ideal para integrarse en procesos de clasificación en cintas transportadoras. Su capacidad para diferenciar materiales de igual apariencia visual pero distinta composición permite optimizar la recuperación de materiales reciclables, reducir la contaminación de fracciones y mejorar la eficiencia global del proceso. Además, permite cuantificar la proporción de cada material en mezclas complejas mediante técnicas de desmezclado espectral, lo que aporta información adicional para la gestión y trazabilidad de los residuos.

Sin embargo, la HSI también presenta desafíos prácticos, como el alto coste de los equipos y la complejidad de su integración en entornos industriales [35]. Asimismo, la adquisición de un gran número de bandas genera volúmenes masivos de datos, lo que exige soluciones de procesamiento rápido y eficiente. Factores como la iluminación no homogénea, las variaciones de temperatura o la presencia de suciedad en las muestras pueden introducir distorsiones en las firmas espectrales, dificultando la clasificación y requiriendo técnicas avanzadas de calibración y preprocesado [36].

### 3.1.1. El espectro electromagnético y regiones de interés

El espectro electromagnético comprende todas las longitudes de onda de la radiación electromagnética, desde los rayos gamma hasta las ondas de radio. Cada región presenta propiedades físicas específicas y aplicaciones concretas, determinadas por la forma en que la radiación interactúa con la materia. En la imagen hiperespectral, las regiones más empleadas para aplicaciones industriales son el visible (VIS), el infrarrojo cercano (NIR) y el infrarrojo de onda corta (SWIR) [37]. La Figura 3.1 muestra de forma esquemática la distribución de estas regiones dentro del espectro electromagnético y su rango de longitudes de onda.

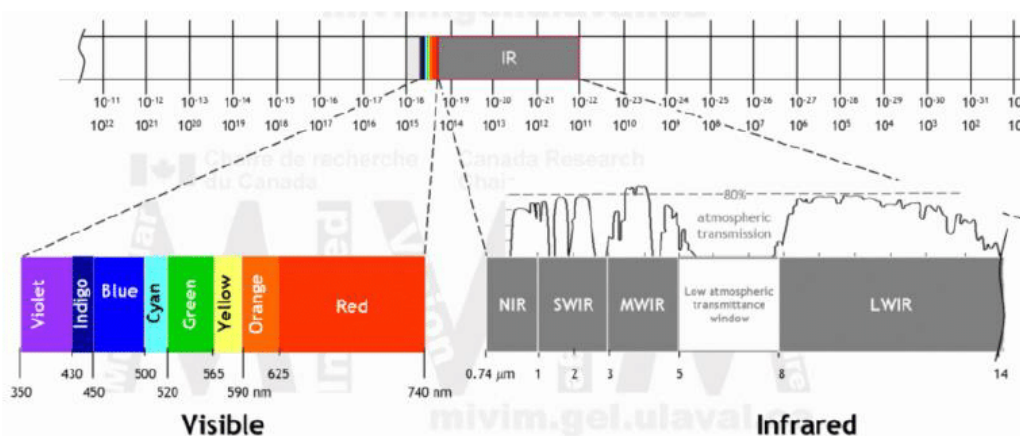


Figura 3.1: Esquema del espectro electromagnético y principales regiones utilizadas en imagen hiperespectral. Fuente: adaptado de [38].

En el rango visible, que abarca aproximadamente 400-780 nm, los detectores basados en silicio han impulsado el desarrollo de sistemas multispectrales y cámaras RGB de bajo coste, utilizados en tareas de inspección y clasificación industrial. En

el ámbito del reciclaje, este tipo de sistemas se emplea para identificar plásticos y textiles a partir del color aparente, detectar contaminantes superficiales o realizar un preclasificado rápido de materiales. Sin embargo, el espectro visible presenta limitaciones importantes cuando se requiere distinguir materiales con composiciones químicas similares pero apariencia parecida, ya que la información capturada está dominada por el color y la reflectancia superficial, sin aportar datos sobre la estructura molecular del material. Por ello, en aplicaciones de caracterización avanzada o desmezcla (unmixing), se recurre habitualmente a longitudes de onda mayores, como las del NIR o el SWIR, que permiten una identificación más precisa basada en propiedades químicas intrínsecas.

La región del infrarrojo cercano (NIR), que se extiende aproximadamente entre 780 y 2500 nm, permite analizar materiales que resultan indistinguibles en el rango visible. Esto se debe a que en esta zona del espectro se producen transiciones vibracionales características de los enlaces C-H, O-H y N-H, los cuales se encuentran en numerosos compuestos orgánicos [37]. Gracias a estas absorciones específicas, las técnicas basadas en el NIR están siendo herramientas esenciales en diversos sectores industriales. Por ejemplo, en la industria farmacéutica se utilizan para verificar la autenticidad de medicamentos y detectar falsificaciones [39]; en el sector alimentario, se utiliza para determinar el contenido de humedad o identificar contaminantes [40]; en el ámbito forense, se usa para analizar e identificar trazas de materiales [41]; y en el reciclaje, para clasificar de forma precisa distintos tipos de plásticos y textiles [27].

#### 3.1.2. Interacción radiación–materia en materiales reciclables

La radiación infrarroja interactúa con materiales como plásticos y fibras textiles principalmente a través de tres procesos físicos fundamentales: absorción, transmisión y reflexión. Cuando la energía de la radiación incidente coincide con la separación entre niveles vibracionales de los enlaces químicos presentes en el material, se produce una absorción selectiva en longitudes de onda concretas. Estos modos vibracionales que incluyen estiramientos y flexiones simétricas o asimétricas de grupos como C-H, C=O o N-H constituyen la base para la identificación mediante espectroscopía infrarroja. En el infrarrojo medio se localizan las bandas fundamentales de vibración, mientras que el infrarrojo cercano recoge sobretonos y combinaciones derivadas de esos mismos modos [42]. Este comportamiento no es solo de los polímeros, ya que fibras como algodón, lana o poliéster presentan igualmente firmas espectrales propias, determinadas por la naturaleza de sus enlaces moleculares [37].

En las configuraciones de medición por transmitancia, la radiación atraviesa el material y la atenuación que sufre la luz depende de factores como el espesor, la densidad, el color y la composición química. Este comportamiento se describe mediante la ley de Beer-Lambert, que relaciona la disminución de la intensidad transmitida con la concentración del absorbente y la trayectoria óptica. La medición de la transmitancia combinada con el análisis de las bandas de absorción, permite identificar el tipo de material presente y obtener información sobre las propiedades estructurales y composicionales. Esto resulta especialmente útil en el análisis de residuos plásticos y textiles, donde la espectroscopía IR en configuraciones como ATR-FTIR o sen-

sores de transmitancia de bajo coste se ha convertido como una técnica barata y rápida aplicación para la caracterización y clasificación en entornos ambientales y de reciclaje [42].

Además de absorción y transmisión, la reflexión juega un papel crucial en la adquisición hiperespectral sobre todo cuando se trabaja en configuraciones de reflectancia. La reflexión especular típica de superficies lisas y brillantes, devuelve la luz en una dirección bien definida, pudiendo saturar o distorsionar el espectro. Por el contrario, la reflexión difusa, propia de materiales rugosos o fibrosos, dispersa la radiación en múltiples direcciones, generando un espectro más representativo del material aunque de menor intensidad [37]. La proporción entre ambas depende de la textura, la orientación y la morfología de la muestra, aspectos relevantes en líneas industriales donde las piezas se desplazan con geometrías irregulares y posiciones aleatorias sobre la cinta transportadora.

En entornos industriales, el espectro de los materiales se ve condicionado por varios factores que introducen variabilidad en la señal medida. El uso de pigmentos como el negro de carbón utilizado como aditivo en plásticos y fibras sintéticas, provoca una absorción intensa en las regiones visible e infrarroja cercana, ocultando las bandas características del material y dificultando su identificación. De igual forma, el contenido de humedad puede introducir bandas adicionales en torno a 1400 nm y 1900 nm, que se solapan con picos propios de los materiales de interés, alterando la interpretación espectral. A estos factores se suman las variaciones en las condiciones de iluminación como intensidad, ángulo de incidencia y uniformidad, que afectan a la reflectancia y a la relación señal/ruido [27].

La interacción entre la radiación y la materia en plásticos y textiles no solo determina las características espectrales de cada material, sino que también define los retos asociados a su identificación en entornos industriales. La variabilidad introducida por factores físicos, químicos y operativos hace imprescindible el uso de técnicas de procesado, como el unmixing espectral, capaces de extraer información fiable incluso en condiciones de adquisición no ideales.

## 3.2. Sensores hiperespectrales y configuraciones de adquisición

Los sistemas de imagen hiperespectral pueden clasificarse según la forma en que adquieren la información espacial y espectral, lo que condiciona su resolución, velocidad y aplicabilidad en diferentes entornos.

### 3.2.1. Modos de adquisición

Existen cuatro enfoques principales de adquisición hiperespectral [43], que se ilustran en la Figura 3.2 (a–d):

- **Whiskbroom** (*escaneo punto a punto*): el detector registra todas las bandas

espectrales de un único píxel cada vez, desplazándose en ambas direcciones espaciales ( $x$ - $y$ ). Ofrece alta resolución espectral y excelente uniformidad radiométrica, pero su lentitud lo hace poco adecuado para procesos dinámicos.

- **Pushbroom** (*escaneo por líneas*): el sensor capta simultáneamente una línea completa de píxeles en un eje espacial mientras la muestra o el propio sensor se desplaza perpendicularmente. Este método combina alta eficiencia de adquisición con buena relación señal/ruido y es el más utilizado en entornos industriales. Permite tiempos de integración más largos por línea, lo que mejora la sensibilidad, y carece de partes móviles en el tren óptico, aumentando la estabilidad geométrica [44].
- **Wavelength scan** (*escaneo por longitud de onda*): se registra la imagen completa en el dominio espacial, variando de forma secuencial la longitud de onda mediante filtros ópticos sintonizables, como los de interferencia o los acusto-ópticos. Ofrece un control espectral preciso y es adecuado para escenas estáticas, aunque requiere estabilidad de la muestra durante toda la adquisición.
- **Snapshot**: captura el cubo hiperespectral completo en un solo instante, eliminando artefactos de movimiento. Es la modalidad más rápida, pero actualmente presenta limitaciones en resolución espacial y espectral para aplicaciones que requieren alta precisión [44].

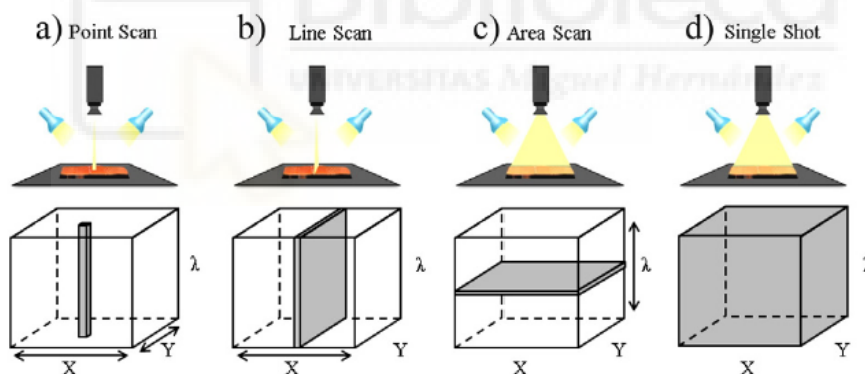


Figura 3.2: Configuraciones ópticas de los principales modos de adquisición hiperespectral: (a) *whiskbroom*, (b) *pushbroom*, (c) *wavelength scan* y (d) *snapshot*. Fuente: adaptado de [43].

En los últimos años se han desarrollado configuraciones denominadas arquitecturas *pushbroom* híbridas, que integran un dispositivo de microespejos digitales (DMD) junto con un sensor hiperespectral y un detector RGB auxiliar. Esta disposición permite adquirir simultáneamente el cubo hiperespectral y una imagen RGB de referencia, lo que facilita el registro conjunto de datos, mejora la alineación espacial y aumenta la robustez del sistema frente a vibraciones y movimientos de la muestra [45].

### 3.2.2. Configuraciones ópticas de adquisición

La forma en que la luz interactúa con la muestra define la configuración óptica empleada [43]. Estas tres configuraciones se ilustran en la Figura 3.3 (a-c):

- **Reflectancia:** el detector capta la luz reflejada por la superficie, evitando en lo posible la reflexión especular. Es el método más habitual en entornos industriales y se emplea para evaluar características externas como color, forma o defectos superficiales.
- **Transmitancia:** el detector se sitúa en el lado opuesto a la fuente de luz para registrar la radiación que atraviesa el material. Permite analizar su estructura interna, pero la señal es más débil y depende en gran medida del grosor.
- **Interactancia:** la fuente de luz y el detector se colocan en el mismo lado de la muestra, recogiendo radiación que ha penetrado parcialmente antes de emerger. Este enfoque reduce la influencia de la superficie y del espesor, y permite acceder a información más profunda que la reflectancia convencional.

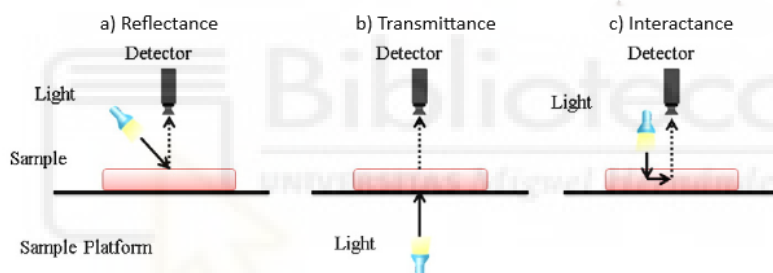


Figura 3.3: Configuraciones ópticas empleadas en sistemas de imagen hiperespectral: (a) reflectancia, (b) transmitancia y (c) interactancia. Fuente: adaptado de [43].

### 3.2.3. Tipos de sensores y materiales semiconductores

La adquisición de imágenes hiperespectrales se basa en el uso de detectores capaces de convertir la energía luminosa en señales eléctricas, es decir, transformar fotones en electrones. Este proceso constituye la base de la captura de información espectral, ya que el número de electrones generados es proporcional a la intensidad de la radiación incidente. Entre los sensores utilizados en sistemas hiperespectrales destacan los dispositivos CCD (Charge-Coupled Device) y CMOS (Complementary Metal-Oxide Semiconductor), ambos utilizados por su sensibilidad y estabilidad.

Los detectores CCD transfieren las cargas generadas en cada píxel hacia una zona de lectura común, donde se convierten en voltaje antes de su digitalización. Aunque este proceso es secuencial y más lento que en los sensores CMOS, ofrece una alta sensibilidad, bajo nivel de ruido y excelente uniformidad de respuesta. Estas características los hacen idóneos para aplicaciones que requieren una elevada precisión espectral o la detección de señales de baja intensidad [43].

Por otro lado, los detectores CMOS integran en cada píxel tanto el fotodetector como el circuito de amplificación, por lo que permite realizar lecturas paralelas y obtener una mayor velocidad de adquisición. Su consumo energético es menor y su capacidad de captura en tiempo real los han consolidado como una opción preferente en entornos industriales. Sin embargo, su rendimiento puede verse afectado por un mayor ruido térmico y por corrientes oscuras, especialmente en condiciones de baja iluminación. En los últimos años, los avances en diseño y materiales han mejorado significativamente su eficiencia cuántica en el rango NIR, reduciendo la brecha histórica de rendimiento frente a los CCD [43].

La Figura 3.4 ilustra esquemáticamente las diferencias en el mecanismo de lectura de ambos sensores: mientras los detectores CCD transfieren la carga eléctrica de manera secuencial hacia un punto de lectura único, los sensores CMOS permiten lecturas independientes en cada píxel gracias a su electrónica integrada.

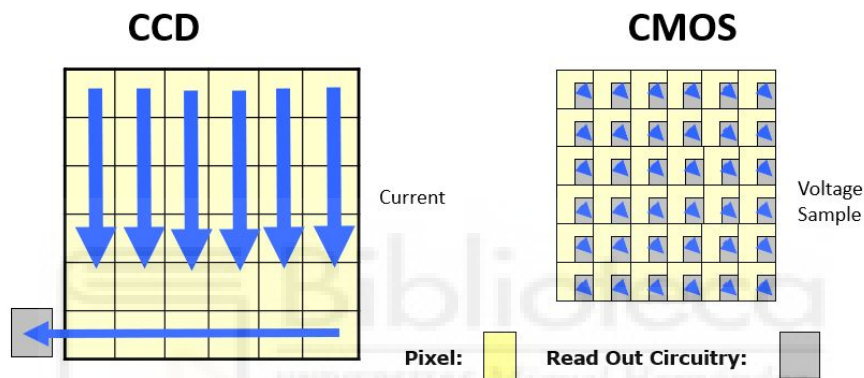


Figura 3.4: Esquema comparativo del funcionamiento de los detectores CCD y CMOS. Fuente: adaptado de material divulgativo técnico.

El material semiconductor utilizado en el detector determina el rango espectral en el que el sistema hiperespectral puede operar, ya que define la capacidad del sensor para convertir la radiación incidente en señal eléctrica [43].

- **Silicio (Si):** sensible al ultravioleta (UV), visible y NIR corto, aproximadamente hasta los 1000 nm. Es el material más común en cámaras CCD y CMOS convencionales.
- **Arseniuro de indio (InAs) y arseniuro de galio (GaAs):** adecuados para el rango comprendido entre 900 y 1700 nm, donde muchas aplicaciones industriales requieren alta sensibilidad.
- **Arseniuro de indio-galio (InGaAs):** extiende la detección hasta aproximadamente 2600 nm, cubriendo el NIR medio y parte del SWIR. Es habitual en sistemas diseñados para el análisis de materiales orgánicos y polímeros.
- **Telururo de mercurio-cadmio (MCT o HgCdTe):** material de banda prohibida ajustable, capaz de cubrir desde el NIR hasta el infrarrojo medio (MIR) e incluso el infrarrojo lejano (LWIR) en configuraciones específicas.

En aplicaciones hiperespectrales industriales suele emplearse en el intervalo 800–12 000 nm debido a su alta eficiencia cuántica y versatilidad espectral.

La Figura 3.5 muestra de forma esquemática los rangos espectrales típicos de detección asociados a cada uno de estos materiales semiconductores [46].

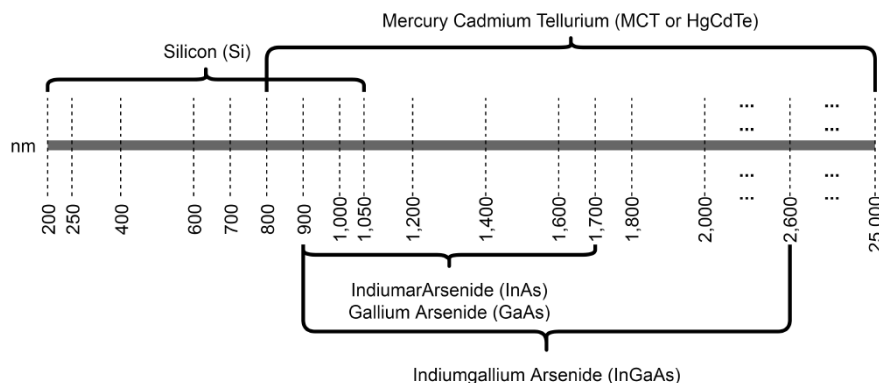


Figura 3.5: Rangos espectrales típicos de detección de los principales materiales semiconductores empleados en sensores hiperespectrales. Fuente: adaptado de [46].

### 3.3. Factores que afectan a la calidad de la imagen hiperespectral

La adquisición de imágenes hiperespectrales no está exenta de limitaciones instrumentales y ópticas que afectan directamente a la calidad de los datos. Estos factores deben corregirse mediante procesos de calibración y preprocesamiento para asegurar que la información espectral sea fiable y comparable en entornos industriales.

**Ruido y calibración radiométrica.** Los sensores hiperespectrales presentan distintos tipos de ruido, como el electrónico o el asociado a la corriente oscura, cuya magnitud se incrementa en bandas con baja señal. Una adecuada calibración radiométrica transforma los números digitales registrados en valores de reflectancia o radiancia reales, corrigiendo las no linealidades de la respuesta del detector. Tradicionalmente, esta calibración se realiza mediante paneles de referencia de alta reflectancia como con el Spectralon. Sin embargo, se ha demostrado que materiales alternativos de bajo coste, como placas de PTFE, pueden proporcionar resultados equivalentes, facilitando la adopción de la tecnología en entornos industriales [47].

**Distorsiones ópticas.** La geometría del sistema de adquisición introduce aberraciones que afectan a la calidad de la imagen. En particular, la desviación en la alineación espacial entre bandas puede producir desplazamientos subpíxel que degradan la consistencia espectral. Para corregirlo, se han propuesto métodos de calibración geométrica que emplean objetos patrón (p. ej., tableros con puntos de control) y técnicas de ajuste mediante splines o transformaciones polinomiales. Estas correcciones permiten mejorar la precisión espacial del cubo hiperespectral y garantizar una adecuada comparación entre píxeles [48].

Entre los artefactos más característicos derivados de estas distorsiones se encuentran el *smile* y el *keystone*, propios de los sensores *pushbroom*, que degradan la fidelidad espectral. El *smile* se manifiesta como una variación de la longitud de onda central a lo largo del eje espacial, lo que genera un desplazamiento en las posiciones de absorción. El *keystone*, por su parte, se traduce en una desalineación lateral entre bandas espectrales, distorsionando la geometría de la imagen. Estos efectos se representan esquemáticamente en la Figura 3.6, donde se observa cómo el *smile* altera la posición espectral de las bandas y el *keystone* produce desplazamientos laterales entre ellas. Ambos efectos han sido ampliamente documentados y pueden corregirse mediante procedimientos de preprocesamiento que incluyen el registro espectral y la interpolación de bandas [49]. La ausencia de esta corrección conlleva errores en la identificación de materiales y en la estimación de abundancias, especialmente en escenarios industriales donde es crucial distinguir entre plásticos o textiles de espectros similares.

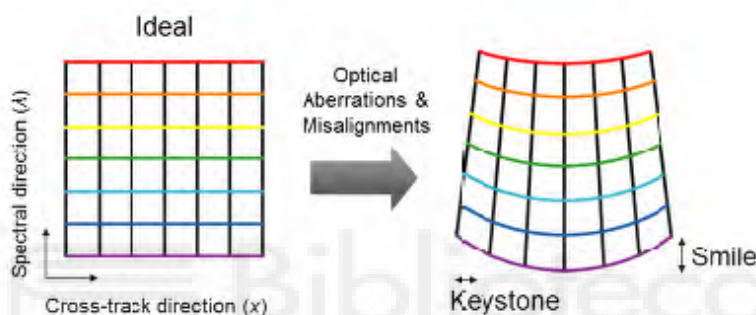


Figura 3.6: Esquema ilustrativo de los efectos *smile* (variación de la longitud de onda central a lo largo del eje espacial) y *keystone* (desalineación lateral entre bandas espectrales) en sistemas hiperespectrales de tipo *pushbroom*. Fuente: adaptado de [49].

**Distorsiones espaciales en sistemas de bajo coste.** Los sistemas diseñados para aplicaciones de laboratorio o en campo con bajo presupuesto suelen presentar limitaciones ópticas adicionales. Entre ellas, destacan la pérdida de nitidez y la distorsión en los extremos del campo de visión, que pueden evaluarse mediante el análisis de la función de transferencia de modulación (MTF). Estudios recientes han mostrado que estas distorsiones son significativas en configuraciones de bajo coste, pero pueden mitigarse mediante correcciones de calibración y ajustes de reconstrucción geométrica [50].

En conjunto, todos estos factores evidencian que la calidad de los datos hiperespectrales no depende únicamente de la resolución nominal del sensor, sino también de la adecuada calibración radiométrica, geométrica y espectral. Una corrección rigurosa de ruido, distorsiones ópticas y artefactos espectrales es indispensable para garantizar que los algoritmos de unmixing operen sobre datos representativos y fiables en aplicaciones industriales de reciclaje.

## 4. Algoritmos de mezcla espectral: estado del arte

### 4.1. Concepto y contexto de desmezcla espectral

La desmezcla espectral es una técnica fundamental en el análisis de imágenes hiperespectrales, cuyo propósito es descomponer la señal espectral de cada píxel en una combinación de firmas espectrales puras, denominadas endmembers, y sus respectivas proporciones, conocidas como abundancias. Este proceso parte del hecho de que, debido a la limitada resolución espacial de los sensores, muchos píxeles no representan materiales homogéneos, sino mezclas de distintas sustancias presentes en la imagen observada [51].

La Figura 4.1 ilustra de forma esquemática el concepto de desmezcla hiperespectral, mostrando cómo el espectro medido de un píxel mixto puede interpretarse como la combinación de varios endmembers y cómo el resultado del proceso de desmezcla permite estimar las abundancias asociadas a cada uno de ellos.



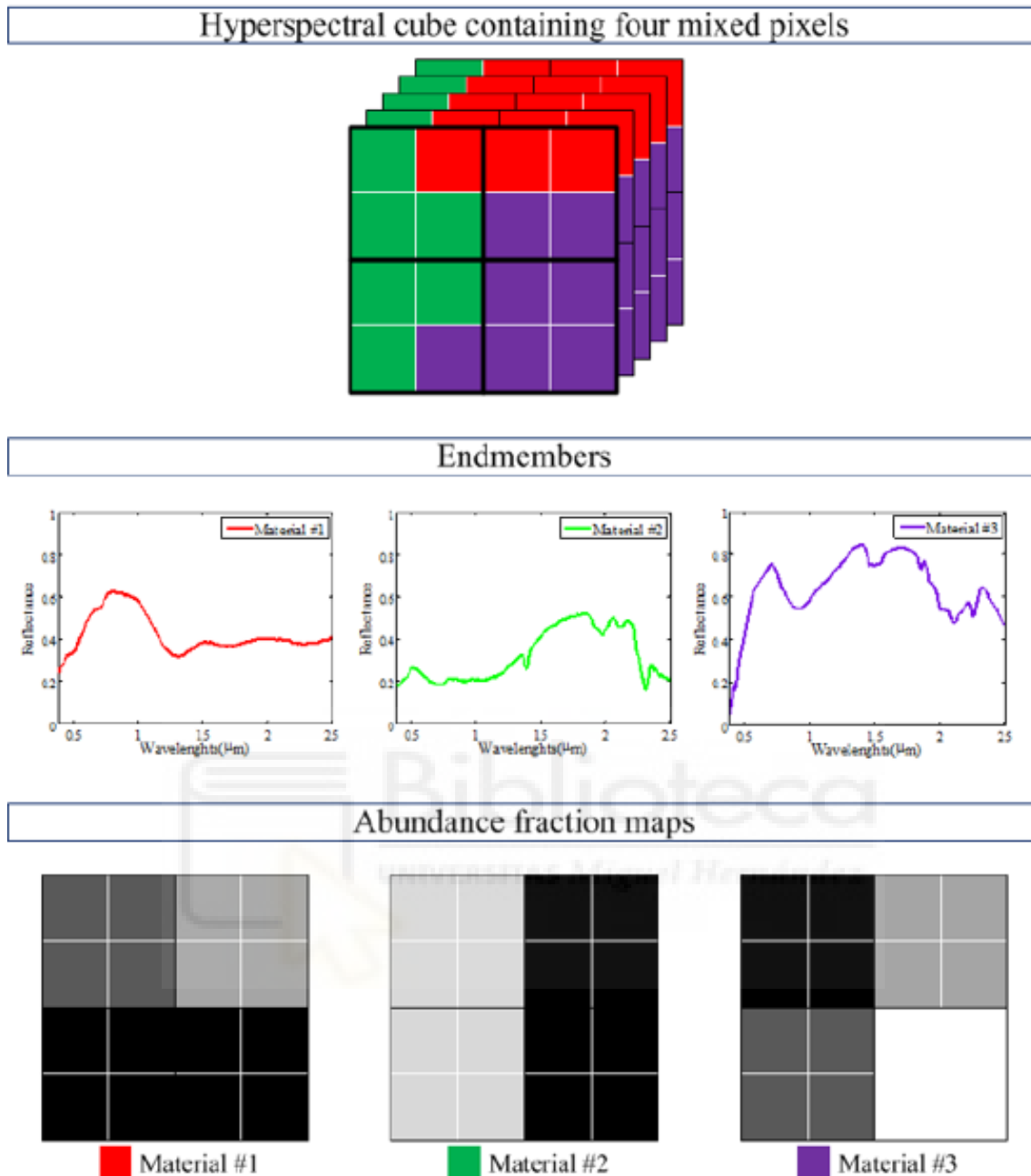


Figura 4.1: Representación conceptual del proceso de desmezcla espectral en imágenes hiperespectrales, donde un espectro mixto se descompone en firmas espectrales puras (endmembers) y sus abundancias relativas.

El origen de la desmezcla espectral se remonta al campo de la teledetección, en particular al análisis de datos hiperespectrales adquiridos por sensores aéreos como AVIRIS (Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer) en la década de los 90 [52]. Estos sensores proporcionaban cientos de bandas espectrales continuas, revelando una riqueza de información sin precedentes, pero también exponiendo un problema clave: la mayoría de los píxeles contenían información combinada de múltiples materiales. Este desafío llevó al desarrollo de modelos matemáticos y geométricos para separar las componentes espectrales, dando lugar a las primeras formulaciones de unmixing. La desmezcla se consolidó entonces como una herramienta esencial para

interpretar correctamente las señales espectrales captadas por sensores remotos.

Desde un punto de vista metodológico, la desmezcla se basa típicamente en modelos lineales, que asumen que la señal espectral observada es una combinación lineal de las firmas puras ponderadas por sus abundancias. Estos modelos imponen restricciones físicas fundamentales, como la no negatividad (ningún material puede tener abundancia negativa) y la suma unidad (las fracciones deben sumar uno). Sin embargo, en entornos más complejos como superficies con sombra, suelos húmedos o materiales granulares, es frecuente la aparición de efectos de mezcla no lineal, que han motivado el desarrollo de modelos más avanzados. Además, el proceso se ve afectado por factores como la variabilidad espectral intra-clase, la presencia de ruido instrumental o la elección errónea del número de endmembers [53].

Desde sus inicios, la desmezcla espectral ha estado estrechamente vinculada al campo de la teledetección o sensorización remota, donde se ha utilizado ampliamente para analizar imágenes hiperespectrales adquiridas por sensores aerotransportados y satelitales. Entre sus aplicaciones más destacadas se encuentran la detección y discriminación de minerales en estudios geológicos [54], la estimación de parámetros biofísicos en agricultura [55], el análisis del uso del suelo en entornos urbanos [56], y la monitorización ambiental a gran escala [52]. También ha sido una herramienta clave en misiones de exploración planetaria [57], permitiendo identificar composiciones superficiales en cuerpos como Marte o la Luna.

En los últimos años, el uso de esta técnica ha trascendido su marco original y ha comenzado a ser adoptado en sectores industriales con problemáticas muy distintas pero igualmente complejas. En medicina, se explora su uso para el análisis de tejidos y la detección temprana de alteraciones fisiológicas [58]; en ciencias forenses, se aplica para localizar evidencias invisibles al ojo humano [59]; en la industria del reciclaje, facilita la clasificación automática de materiales como plásticos [7] o textiles [60]; y en la industria alimentaria, permite identificar contaminaciones, adulteraciones o defectos externos sin contacto directo [61]. Esta expansión ha sido posible gracias a la miniaturización de sensores hiperespectrales, el desarrollo de dispositivos portátiles y la integración con técnicas de aprendizaje automático, lo que ha abierto nuevas oportunidades para su uso en entornos operativos reales.

## 4.2. Taxonomía de algoritmos

La amplia variedad de algoritmos de desmezcla espectral desarrollados en las últimas décadas ha dado lugar a diferentes formas de clasificarlos según los supuestos físicos que adoptan, la información necesaria para entrenarlos o las estrategias matemáticas empleadas para estimar los endmembers y las abundancias. Estas categorías no son excluyentes y muchos métodos encajan simultáneamente en más de un grupo, pero resultan útiles para organizar el estado del arte y comprender las motivaciones detrás de cada familia de técnicas.

En este trabajo se adopta una taxonomía general basada en el objetivo principal del algoritmo, distinguiendo entre métodos centrados en la extracción de firmas es-

pectrales puras, algoritmos orientados a la estimación de abundancias y enfoques basados en aprendizaje profundo que integran o reformulan ambas tareas. Esta organización se resume de forma esquemática en la Figura 4.2, donde se muestran las tres familias principales consideradas.

## Taxonomía de algoritmos de unmixing hiperespectral

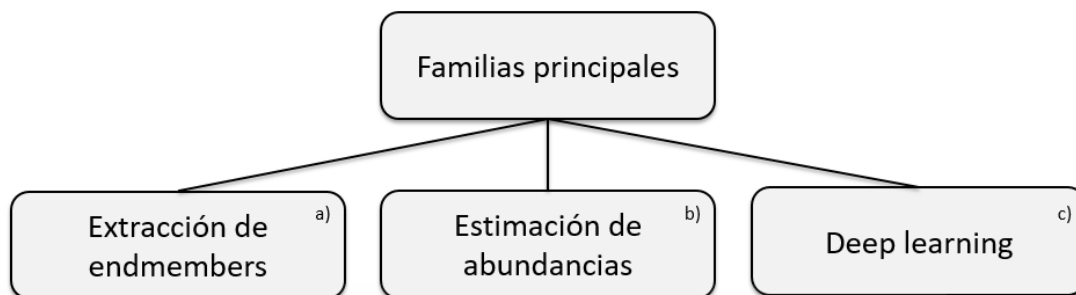


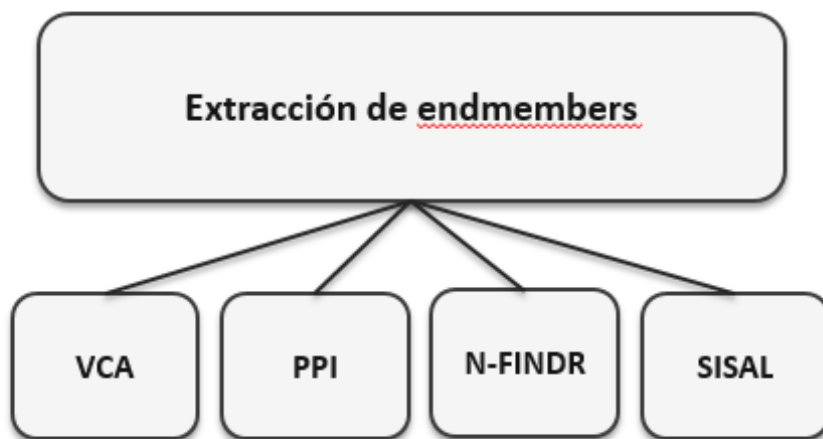
Figura 4.2: Taxonomía general de algoritmos de desmezcla hiperespectral, organizada en tres familias principales: (a) extracción de endmembers, (b) estimación de abundancias y (c) enfoques basados en *deep learning*.

Cada una de estas familias agrupa técnicas que comparten principios comunes, como la adopción de un modelo de mezcla lineal o no lineal, el uso de información supervisada o no supervisada, o la incorporación de regularizaciones estructurales como la *sparsity* o la coherencia espacial. En los siguientes apartados se describen con mayor detalle las características de cada familia, apoyándose en los diagramas específicos correspondientes a cada rama de la taxonomía.

### 4.2.1. Extracción de endmembers (firma espectral pura)

La extracción de endmembers constituye una etapa fundamental en los algoritmos de desmezcla espectral, especialmente en aquellos métodos que siguen el paradigma clásico en dos fases: primero se identifican las firmas puras y después se estiman las abundancias. El objetivo es localizar, dentro del espacio espectral, los vectores que representan materiales “puros” o dominantes, de modo que sirvan como vértices del modelo de mezcla. En un escenario ideal, estos vértices corresponden a píxeles reales de la imagen; sin embargo, incluso en condiciones no ideales, su estimación proporciona una base estructural para los algoritmos de unmixing posteriores. La Figura 4.3a ilustra los principales métodos clásicos de extracción de endmembers

considerados en este trabajo, cuya importancia se refleja en la gran cantidad de técnicas desarrolladas durante las últimas décadas y en su presencia constante en revisiones recientes [62] [63].



(a) Esquema de los principales algoritmos de extracción de endmembers abordados en este apartado.

La mayoría de algoritmos tradicionales se basan en modelos geométricos. Desde esta perspectiva, los datos hiperespectrales se consideran como una nube de puntos que reside en un simplex de baja dimensión, donde cada vértice representa un endmember. Bajo la hipótesis de la existencia de píxeles puros o aproximadamente puros, los algoritmos buscan puntos extremos de la nube, apoyándose en la idea de que los materiales dominantes aparecen en posiciones espectralmente extremas. Este planteamiento ha demostrado ser eficaz y computacionalmente ligero, lo cual explica su amplia adopción tanto en teledetección como en aplicaciones industriales [62]. No obstante, también presenta algunas limitaciones: en escenas altamente mezcladas, con variabilidad espectral o ruido significativo, la estructura geométrica del simplex puede deformarse, dificultando la identificación de firmas puras reales.

Dentro de este grupo, VCA (Vertex Component Analysis) es uno de los métodos más extendidos por su sencillez y velocidad. Emplea proyecciones aleatorias para seleccionar iterativamente los vértices candidatos del simplex, garantizando diversidad espectral y reduciendo el coste computacional. Su rendimiento es especialmente favorable cuando existen píxeles cercanos a los endmembers, aunque puede degradarse en presencia de ruido elevado [64].

Otro método ampliamente utilizado es N-FINDR, que busca el conjunto de firmas que maximiza el volumen del simplex formado por los candidatos seleccionados. Su formulación es conceptualmente intuitiva y se fundamenta en una interpretación directa del modelo de mezcla lineal. Sin embargo, la búsqueda de máximos de volumen conlleva un coste computacional mayor y puede ser sensible a inicializaciones o datos muy ruidosos [65].

Por su parte, PPI (Pixel Purity Index) evalúa la “pureza” de un píxel mediante proyecciones repetidas sobre vectores aleatorios. Los píxeles que con mayor frecuencia aparecen como extremos se consideran candidatos a endmembers. Esta estrategia destaca por su facilidad de implementación y por su utilidad como técnica exploratoria, aunque también es conocida por su sensibilidad al ruido y por requerir un número elevado de proyecciones para obtener estabilidad [66].

Finalmente, SISAL (Simplex Identification via Split Augmented Lagrangian) se ha convertido en uno de los métodos más representativos para estimar endmembers mediante volumen mínimo. Reformula el problema de ajustar el simplex que encierra los datos usando variable splitting y un Lagrangiano aumentado, lo que permite una estimación estable sin recurrir a búsquedas exhaustivas. Gracias a esta combinación de robustez y eficiencia, SISAL se considera hoy un referente dentro de los métodos geométricos avanzados [67]

Más allá de las diferencias entre ellos, todos estos métodos comparten características esenciales:

- Dependen de la estructura geométrica de los datos.
- Requieren la existencia de píxeles puros o casi puros.
- Muestran variabilidad en escenarios con ruido, sombras o variabilidad espectral.
- Sirven como inicialización para algoritmos más complejos, incluidos métodos no lineales, modelos basados en *sparsity* o arquitecturas profundas [62].

Históricamente, estos métodos han configurado la base del unmixing moderno. Aunque hoy conviven con enfoques estadísticos, espaciales y de deep learning, continúan siendo utilizados por su interpretabilidad, rapidez y capacidad para proporcionar puntos de partida fiables. De hecho, incluso muchos modelos recientes como autoencoders y redes convolucionales emplean versiones de VCA o N-FINDR como inicialización de sus capas o como apoyo para estimar el número de endmembers, lo que subraya su vigencia en el estado del arte actual.

La Fig. 4.4 muestra una representación geométrica simplificada del modelo de mezcla lineal, donde los píxeles hiperespectrales se distribuyen en el interior de un *simplex* cuyos vértices corresponden a los endmembers.

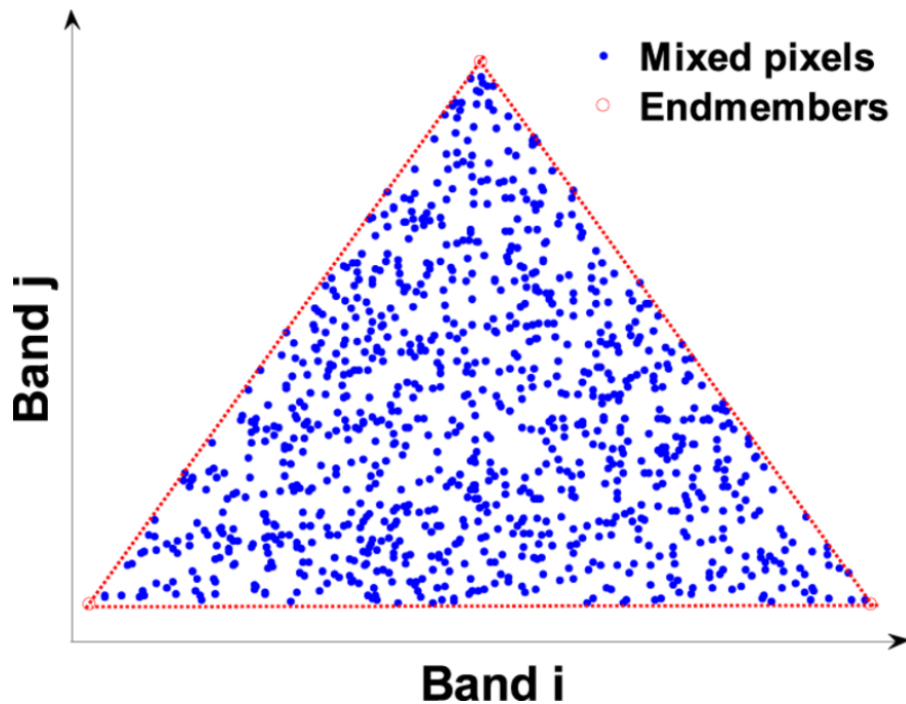


Figura 4.4: Representación geométrica simplificada del modelo de mezcla lineal en un espacio espectral reducido [68].

#### 4.2.2. Estimación de abundancias (unmixing)

La estimación de abundancias constituye el núcleo del proceso de desmezcla espectral y tiene como objetivo determinar la contribución relativa de cada endmember en cada píxel de la imagen. El resultado de este proceso se materializa en mapas de abundancia que describen la distribución espacial de cada material dentro de la escena analizada. Una vez identificadas o proporcionadas las firmas espectrales, los algoritmos de *unmixing* buscan resolver este problema bajo distintos supuestos físicos, niveles de supervisión y estrategias de regularización.

La Fig. 4.5 resume esta organización y clasifica los enfoques de estimación de abundancias según el modelo de mezcla adoptado, el grado de supervisión y el tipo de regularización aplicada. La diversidad de métodos existentes responde a la complejidad del fenómeno de mezcla, que puede ser lineal o no lineal, homogéneo o altamente variable, así como a la necesidad de incorporar información adicional como suavidad espacial, *sparsity* o restricciones estructurales. Por ello, esta sección organiza los enfoques de estimación de abundancias según cuatro criterios complementarios: el modelo de mezcla utilizado, el grado de supervisión, el tipo de regularización aplicado y el paradigma computacional empleado, permitiendo situar cada familia de algoritmos dentro de un marco conceptual común.

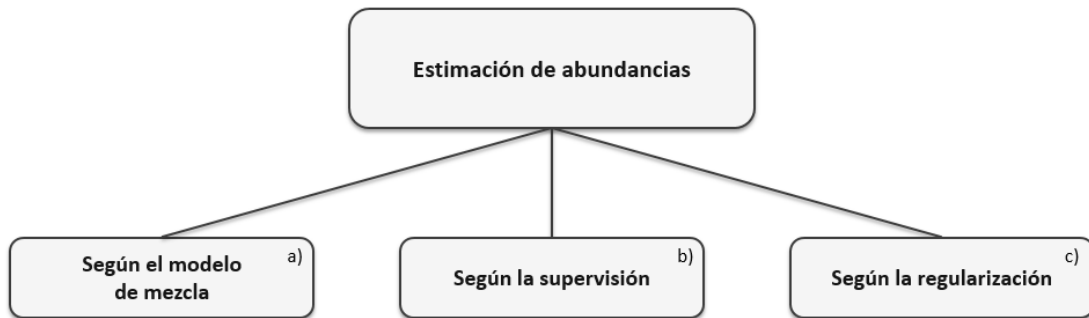


Figura 4.5: Taxonomía de los enfoques de estimación de abundancias, organizada según el modelo de mezcla, el grado de supervisión y la regularización empleada.

#### 4.2.2.1 Según el modelo de mezcla

La clasificación más tradicional de los algoritmos de estimación de abundancias parte del modelo físico de mezcla asumido tal y como se muestra en la Figura 4.6. En la mayoría de aplicaciones, y especialmente en contextos industriales, el modelo lineal de mezcla (LMM, Linear Mixture Model) continúa siendo la referencia debido a su simplicidad, interpretabilidad y a que permite resolver el problema mediante métodos convexos. Bajo este modelo, cada píxel se expresa como una combinación lineal de los endmembers, con abundancias sujetas a no-negatividad y suma unidad, lo que permite utilizar enfoques basados en mínimos cuadrados y en regularización convexa [63]. Entre los métodos representativos se encuentran FCLS [69] y NCLS [70], así como algoritmos más avanzados como SUnSAL [71], que introduce *sparsity* sobre las abundancias, o S<sup>2</sup>WSU [72], que combina *sparsity* con pesos espaciales y espectrales para mejorar la estabilidad frente al ruido y la variabilidad.

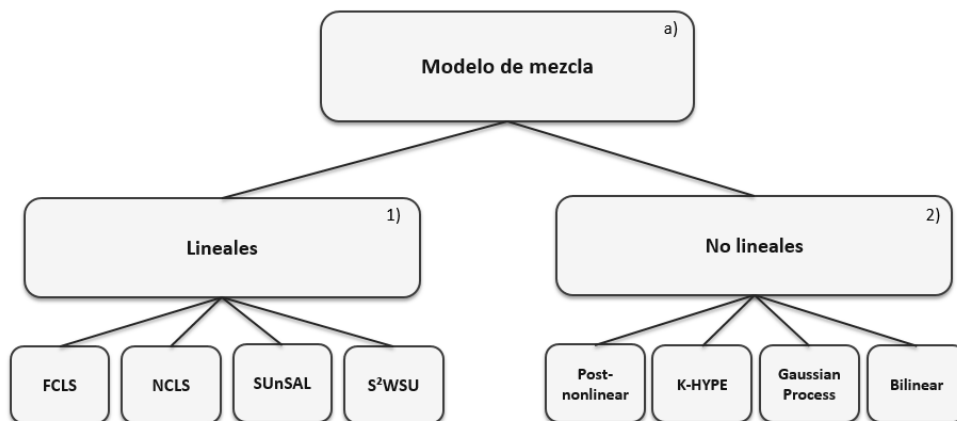


Figura 4.6: Clasificación de los algoritmos de estimación de abundancias según el modelo de mezcla, distinguiendo entre enfoques lineales y no lineales.

No obstante, numerosos estudios han mostrado que el modelo lineal puede resultar insuficiente cuando la mezcla está dominada por efectos no lineales, como dispersión múltiple, interacción íntima entre materiales o transmisión en medios delgados [62]. Para estos casos se han propuesto distintos modelos no lineales que extienden la formulación clásica. Entre ellos destaca el Post-Nonlinear Mixing Model (PNMM), que aplica una transformación no lineal sobre la mezcla lineal, su versión más utilizada es el Polynomial Post-Nonlinear Mixing Model (PPNM), donde dicha transformación se aproxima mediante un polinomio de bajo orden [73]. Asimismo, los modelos bilineales, y en particular el Generalized Bilinear Model (GBM), incorporan términos de interacción entre pares de endmembers que permiten capturar procesos como la dispersión múltiple o las reflexiones cruzadas [74]. Finalmente, los métodos basados en espacios de características, como K-HYPE [75], proyectan los datos a un espacio no lineal donde la abundancia puede modelarse de manera más flexible. Aunque estos modelos mejoran la capacidad de representar mezclas complejas, suelen implicar un coste computacional mayor y requieren especial cuidado para evitar sobreajuste, lo que limita su uso en escenarios exigentes.

En conjunto, la distinción entre modelos lineales y no lineales refleja dos filosofías complementarias: los primeros priorizan eficiencia, simplicidad e interpretabilidad, mientras que los segundos buscan describir con mayor fidelidad los mecanismos físicos de mezcla en escenarios complejos. La elección de uno u otro depende del nivel de no linealidad presente en los datos, del ruido, de la disponibilidad de entrenamiento y de las exigencias de la aplicación final [63].

#### 4.2.2.2 Según la supervisión

Otra forma habitual de clasificar los algoritmos de estimación de abundancias consiste en considerar el grado de conocimiento previo disponible sobre los endmembers. Como se muestra en la Figura 4.7, esta perspectiva distingue entre métodos no supervisados, semi-supervisados y supervisados, entendiendo que dichas categorías dependen tanto del algoritmo como del contexto en el que se aplica, ya que la disponibilidad de firmas puras, bibliotecas espectrales o endmembers estimados puede variar notablemente entre escenarios industriales y de teledetección.

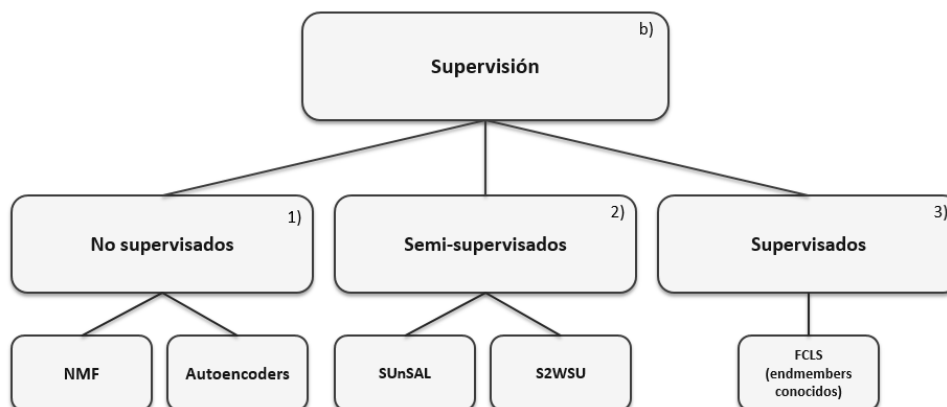


Figura 4.7: Clasificación de los algoritmos de estimación de abundancias según el grado de supervisión.

En los métodos no supervisados, tanto los endmembers como las abundancias se estiman simultáneamente a partir de los datos, sin información previa sobre los materiales presentes. En este grupo se encuentran técnicas como Nonnegative Matrix Factorization (NMF) [76] y sus variantes, así como enfoques basados en autoencoders profundos [77], donde la red aprende una representación latente que actúa como conjunto de endmembers mientras el decodificador reconstruye las abundancias. Estos métodos resultan útiles cuando no existen bibliotecas fiables o cuando la escena presenta alta variabilidad espectral, aunque su rendimiento depende de evitar soluciones degeneradas y mantener interpretabilidad.

Los métodos semi-supervisados asumen la existencia de una biblioteca espectral que contiene múltiples endmembers candidatos, aunque no se sepa cuáles participan realmente en cada píxel. El objetivo del algoritmo es entonces seleccionar, ajustar o ponderar únicamente las firmas relevantes mediante técnicas basadas en *sparsity* o regularizaciones adicionales. En este grupo se sitúan métodos como SUnSAL y S<sup>2</sup>WSU, cuya formulación está explícitamente basada en regresión dispersa sobre un diccionario. Estos métodos no requieren conocer exactamente los endmembers presentes en la escena, sino solo un conjunto amplio de posibles materiales, lo que los hace especialmente adecuados en situaciones reales como el caso textil donde puede haber incertidumbre o variabilidad espectral.

Finalmente, los métodos supervisados requieren que los endmembers sean conocidos con claridad y alta fiabilidad. En este caso, los algoritmos trabajan con una matriz de endmembers fija y se limitan a resolver las abundancias bajo restricciones físicas. El representante clásico de esta categoría es FCLS y sus variantes basadas en mínimos cuadrados con restricciones. Este enfoque es adecuado cuando se dispone de endmembers medidos en laboratorio o de referencia certificada, es decir, cuando no existe incertidumbre sobre los materiales presentes.

### 4.2.2.3 Según la regularización o la estructura impuesta

Una tercera forma de clasificar los métodos de estimación de abundancias consiste en analizar la estructura matemática impuesta sobre la solución, tal y como se resume en la Figura 4.8. La regularización permite incorporar propiedades físicas o estadísticas de las abundancias, y constituye un componente central de muchos algoritmos modernos, al permitir introducir restricciones como *sparsity*, suavidad espacial o correlación espectral [63].

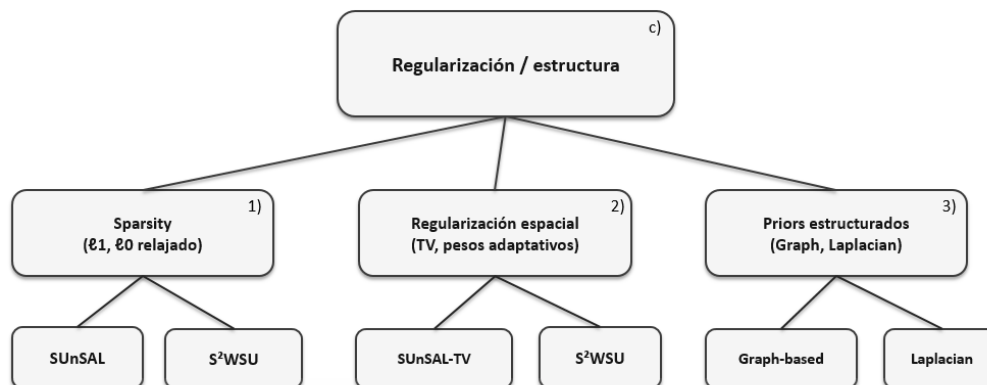


Figura 4.8: Clasificación de los métodos de estimación de abundancias según el tipo de regularización impuesta sobre las abundancias.

Los métodos basados en *sparsity* utilizan penalizaciones L1 o variantes estructuradas para fomentar soluciones en las que solo un subconjunto reducido de endmembers esté activo en cada píxel. Este enfoque es característico de técnicas como SUnSAL, Group Lasso[78] o S<sup>2</sup>WSU, y resulta especialmente adecuado cuando se trabaja con bibliotecas amplias o con materiales cuya contribución espectral es limitada.

Las regularizaciones de suavidad espacial se basan en la idea de que las abundancias deben variar de manera gradual entre píxeles vecinos, salvo en zonas donde existan bordes reales en la imagen. Un enfoque ampliamente utilizado consiste en incorporar penalizaciones de variación total (TV), como en SUnSAL-TV [79], que reducen el ruido y evitan fluctuaciones locales no físicas. Además, el modelo S<sup>2</sup>WSU, que ya integra pesos espaciales en su formulación original, puede complementarse con regularizaciones adicionales como TV o grafos para reforzar su coherencia espacial, dando lugar a variaciones del método adaptadas a escenas con texturas suaves o estructuras repetitivas.

Finalmente, diferentes enfoques emplean priors estructurados más generales, como regularizaciones basadas en graph Laplacians[80], penalizaciones mixtas espectro-espaciales o modelos probabilísticos que incorporan correlación explícita entre las abundancias de píxeles vecinos[81]. Estas técnicas permiten capturar relaciones más complejas en escenarios con texturas, patrones repetitivos o variabilidad intra-material.

### 4.2.3. Enfoques basados en deep learning

Una perspectiva complementaria para clasificar los algoritmos de desmezcla espectral se basa en el enfoque computacional que adoptan, tal y como se ilustra en la Figura 4.9. Este criterio distingue entre métodos clásicos fundamentados en optimización convexa o modelos estadísticos y aproximaciones más recientes basadas en aprendizaje profundo, capaces de capturar relaciones no lineales y estructuras espectro-espaciales complejas. La incorporación del deep learning ha ampliado notablemente el repertorio de técnicas disponibles tanto para la extracción de endmembers como para la estimación de abundancias, especialmente en escenarios donde la variabilidad espectral, las no linealidades o la presencia de ruido limitan la eficacia de los modelos tradicionales.

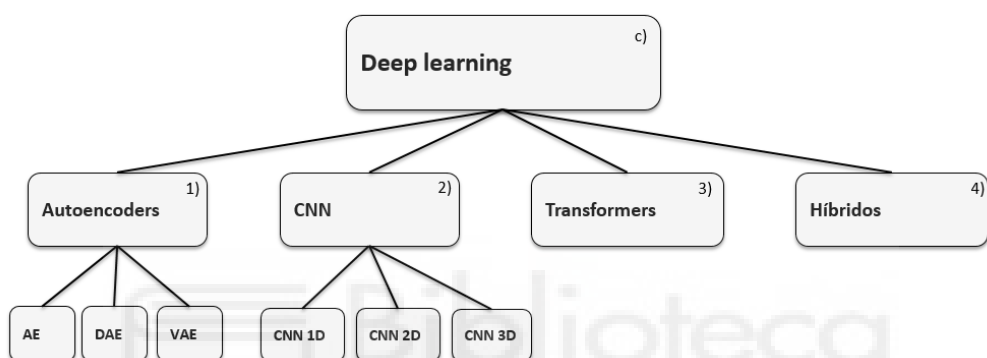


Figura 4.9: Clasificación de los algoritmos de desmezcla espectral basados en *deep learning* en función de la arquitectura y el enfoque computacional adoptado.

Entre los modelos basados en autoencoders profundos, se han explorado arquitecturas autoencoders básicos (AEs, Autoencoders), los autoencoders denoising (DAEs, Denoising Autoencoders) y los autoencoders variacionales (VAEs, Variational Autoencoders). En la desmezcla hiperespectral, la arquitectura de autoencoder básico funciona de la siguiente manera: el codificador codifica los píxeles espectrales para obtener la representación latente (el cuello de botella), la cual se interpreta como la estimación del conjunto de abundancias. Por otro lado, el decodificador reconstruye el espectro del píxel, y sus pesos actúan como los endmembers. Este enfoque permite la aplicación de la no linealidad mediante funciones de activación en cada capa, puede manejar variabilidad intra-material (particularmente VAEs), y ha sido ampliamente estudiado en el contexto del unmixing no supervisado [63].

Por otro lado, las redes convolucionales (CNN) incluyendo variantes 1D, 2D y 3D, han demostrado una gran capacidad para modelar dependencias espaciales y espectrales de manera conjunta. Los Autoencoders Convolucionales (CAEs) utilizan capas convolucionales en lugar de capas totalmente conectadas, y los filtros convolucionales capturan la correlación espacial lo cual beneficia al proceso de desmezcla. Las CNN 3D en particular, explotan simultáneamente la continuidad espectral y la estructura espacial, lo que las hace útiles para estimar abundancias con mayor fidelidad en escenas complejas [62].

Recientemente, también se ha explorado el uso de transformers, que modelan dependencias de largo alcance entre bandas y permiten una integración flexible de información espectral y espacial. Estos modelos se han aplicado tanto al aprendizaje de endmembers como a la estimación directa de abundancias aprovechando su capacidad para manejar secuencias de alta dimensionalidad y capturar dependencias contextuales no locales y relaciones globales que las CNN pueden pasar por alto debido a su enfoque local limitado [62].

Finalmente, existen enfoques híbridos que combinan deep learning con modelos clásicos de unmixing. Algunos trabajos integran penalizaciones de *sparsity* dentro de arquitecturas neuronales, imponen decodificadores lineales para garantizar interpretabilidad física o emplean redes profundas para generar diccionarios espectrales adaptativos que después se utilizan en métodos de optimización tradicionales. Estas aproximaciones buscan equilibrar la flexibilidad del aprendizaje profundo con las restricciones físicas del modelo de mezcla lineal, lo que resulta especialmente útil en aplicaciones donde se requiere interpretabilidad y estabilidad [63].

### 4.3. Modelos de mezcla

En una imagen hiperespectral, el espectro registrado en cada píxel suele ser el resultado de la combinación de varios materiales presentes en la escena. Esta mezcla puede deberse a la resolución espacial del sensor, a la organización física de los materiales o a interacciones ópticas más complejas. Para describir este proceso se emplean los modelos de mezcla espectral, que representan el espectro observado como la combinación de las firmas puras de los endmembers y permiten cuantificar su contribución relativa. El modelo más utilizado es el modelo lineal de mezcla (LMM, Linear Mixed Model), adecuado en escenas donde la interacción de la luz es simple y los materiales están suficientemente separados. Sin embargo, las revisiones recientes recuerdan que existen también modelos no lineales que amplían este marco cuando se producen múltiples reflexiones o mezclas íntimas, cuestión que se abordará más adelante.

La Fig. 4.10 ilustra de manera esquemática la diferencia conceptual entre el modelo lineal de mezcla y un modelo no lineal, destacando que el primero asume interacciones independientes de cada fotón con un único material, mientras que el segundo contempla fenómenos de dispersión múltiple o interacciones más complejas entre componentes.

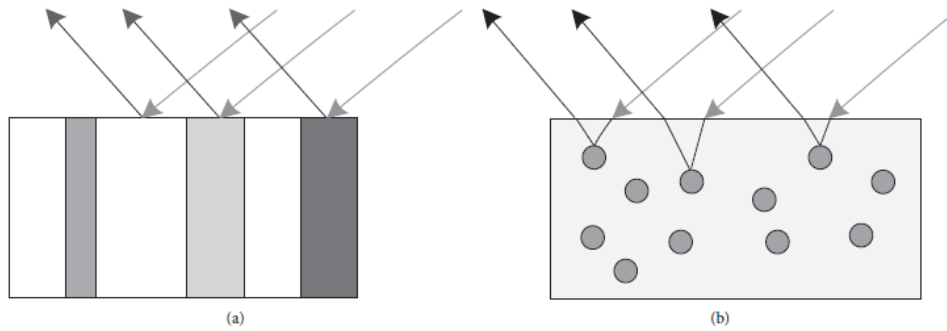


FIGURE 1: Spectral mixture model. (a) Linear spectral mixture model. (b) Unlinear spectral mixture model.

Figura 4.10: Representación esquemática de mezcla espectral lineal y no lineal.

#### 4.3.1. Lineales (LMM): formulación y limitaciones

El modelo lineal de mezcla es la aproximación más utilizada para describir cómo se forma el espectro observado en un píxel hiperespectral. Bajo este enfoque, se asume que la luz interactúa principalmente con un único material antes de llegar al sensor, de modo que la señal registrada puede entenderse como una combinación ponderada de las firmas espectrales puras presentes en el área del píxel. Este comportamiento suele darse en escenas relativamente homogéneas o cuando no se producen efectos significativos de dispersión múltiple, y permite relacionar de forma directa cada espectro con la proporción de los materiales que lo componen. Gracias a su sencillez, interpretabilidad y a que conduce a modelos matemáticos bien definidos, el LMM se ha convertido en la base de muchos algoritmos de desmezcla y sigue siendo el punto de partida en la mayoría de aplicaciones industriales y de teledetección.

El LMM asume que el espectro medido en un píxel ( $\mathbf{y}$ ) es una combinación lineal ponderada de las firmas espectrales de los materiales puros presentes, denominados *endmembers*, más un término de error o ruido:

$$\mathbf{y} = \mathbf{M}\mathbf{a} + \mathbf{n} \quad (4.1)$$

donde:

- $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^L$  es el vector espectral observado, con  $L$  bandas espectrales.
- $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{L \times p}$  es la matriz que contiene las firmas espectrales de los  $p$  *endmembers*.
- $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^p$  es el vector de abundancias, que indica la contribución relativa de cada material en el píxel.
- $\mathbf{n}$  representa el ruido y los errores de modelado.

Por tratarse de proporciones físicas, al vector de abundancias se le imponen dos restricciones clásicas [69]:

1. **No negatividad:**

$$a_i \geq 0, \quad \forall i$$

ya que las abundancias representan proporciones físicas.

2. **Suma a uno** (*sum-to-one*):

$$\sum_{i=1}^p a_i = 1$$

que garantiza la conservación de energía en la mezcla.

Bajo estas premisas, estimar las abundancias equivale a resolver un problema de mínimos cuadrados con restricciones, dando lugar al conocido método FCLS. Esta aproximación es eficiente y suele proporcionar buenos resultados cuando las hipótesis del LMM se cumplen, motivo por el cual se utiliza de forma habitual en teledetección y en distintos entornos industriales.

Aunque el LMM es ampliamente utilizado por su sencillez y efectividad, presenta limitaciones que deben de tenerse en cuenta. En primer lugar, requiere disponer de las firmas espectrales puras de todos los materiales presentes en la escena [69]. En aplicaciones reales, estas firmas rara vez se obtienen en condiciones ideales, y con frecuencia se extraen de la propia imagen, lo que introduce ruido y posibles sesgos. Esta variabilidad intraclase provoca que el “endmember ideal” no sea único y dificulta ajustar correctamente la mezcla lineal .

Además, el LMM asume que cada material puede describirse mediante un único espectro constante y que las condiciones de iluminación son uniformes. En la práctica, la respuesta espectral de un mismo material puede variar debido a factores como colorantes, impurezas, humedad, desgaste o diferencias en el ángulo de observación, lo que genera variabilidad intraclase [82].

Otra limitación es la suposición de que la luz interactúa con cada material de forma independiente, sin múltiples reflexiones ni transmisiones. Este supuesto puede no cumplirse en materiales con geometrías complejas o semitransparentes, donde se producen interacciones adicionales que alteran la señal registrada. Cuando estas condiciones no se cumplen, la estimación de abundancias puede resultar inexacta, incluso aplicando algoritmos con restricciones físicas como el FCLS.

En el ámbito industrial, el LMM y sus variantes han demostrado utilidad en tareas de identificación y cuantificación de materiales fuera del contexto clásico de la teledetección. Por ejemplo, en [83] el autor empleó espectroscopia NIR junto con modelos lineales para predecir parámetros de calidad en fibras de alpaca, mostrando que esta aproximación puede caracterizar de forma precisa materiales textiles. De forma similar, en el trabajo de [84] sobre identificación de fibras textiles, el proceso de *component unmixing* se apoya conceptualmente en el LMM para descomponer el espectro de una muestra en la contribución de fibras puras, antes de aplicar técnicas avanzadas de aprendizaje profundo. Estos casos evidencian que el LMM no solo es un marco teórico, sino una herramienta aplicable y relevante en entornos industriales como la industria textil y el reciclaje.

### 4.3.2. Modelos no lineales

En muchos escenarios reales, las hipótesis del modelo LMM dejan de cumplirse. Fenómenos como las reflexiones múltiples, la dispersión interna, las mezclas a escala microscópica o la presencia de materiales semitransparentes generan desviaciones respecto a la combinación lineal ideal. Estas situaciones son habituales en escenas con geometrías complejas como vegetación, suelos rugosos o materiales industriales con capas o microestructuras y pueden producir errores significativos en la estimación de abundancias si se emplea un LMM convencional [85][86].

Entre las aproximaciones no lineales más extendidas se encuentran los modelos bilineales que incorporan explícitamente términos de interacción entre pares de endmembers. En este enfoque, la señal observada se modela como la suma de la contribución lineal clásica y un término adicional que representa la radiación que, tras ser reflejada por un material, incide sobre otro antes de alcanzar el sensor. Ejemplos representativos son el NM (Nascimento Model) que interpreta los productos espectrales como *endmembers virtuales* con sus propias abundancias, y el FM (Fan Model), en el que la magnitud de las interacciones se relaciona directamente con las abundancias lineales [85]. Estas formulaciones han demostrado mejorar la reconstrucción espectral en entornos donde la interacción material-material es relevante, como en mezclas suelo-vegetación o en escenas urbanas con múltiples superficies reflectantes [86].

Otro caso muy común es el de las mezclas íntimas, que aparecen cuando los materiales están mezclados a una escala tan fina que la luz interactúa con varias partículas antes de salir hacia el sensor. Este fenómeno se da en materiales pulverizados, pigmentos, harinas o fibras muy compactas, donde el tamaño de las partículas es comparable con el recorrido óptico medio. Modelos físicos como los de Hapke [87] o Shkuratov [88], desarrollados originalmente para medios particulados como suelos o regolito, se utilizan para describir este tipo de comportamiento y pueden adaptarse a materiales industriales con microestructuras similares.

En un plano más abstracto, los modelos polinómicos y las extensiones multilineales generalizan la idea bilineal incorporando términos de orden superior, capaces de representar interacciones más complejas entre múltiples endmembers. Una vía distinta la ofrecen los métodos basados en kernels que proyectan los datos a un espacio de características de mayor dimensión, donde la mezcla puede aproximarse de forma lineal. Este enfoque ha dado lugar a variantes no lineales de algoritmos conocidos, como el KFCLS (Kernel Fully Constrained Least Squares)[89]. Por su parte, las redes neuronales especialmente perceptrones multicapa (MLP, Multilayer Perceptrons)[90] y redes de base radial (RBFNN, Radial Basis Function Neural Networks) [91] han sido exploradas para aprender directamente la relación no lineal entre espectros observados y abundancias, sin necesidad de una formulación física explícita [86].

En el ámbito de la teledetección, los modelos no lineales también han encontrado usos específicos que van más allá del unmixing clásico. Un ejemplo destacable es el trabajo de [92], donde se integró un modelo no lineal en un proceso de corrección de sombras en imágenes hiperespectrales. Al modelar adecuadamente las interacciones

luz-material bajo iluminación parcial, se logró mejorar la coherencia espectral de las áreas afectadas, lo que evidencia la versatilidad de este tipo de enfoques.

Si bien los modelos no lineales ofrecen mejoras en precisión y capacidad de representación, implican un coste computacional mayor y, en algunos casos, una menor interpretabilidad física. Por ello, su adopción en entornos industriales requiere valorar cuidadosamente el equilibrio entre realismo físico, robustez y viabilidad operativa.

#### 4.4. Estado del arte de los algoritmos lineales de unmixing

El modelo lineal de mezcla ha dado lugar a un conjunto amplio de algoritmos diseñados para estimar las abundancias de manera eficiente y con diferentes niveles de restricción o regularización. A lo largo de los últimos años, algunos de estos métodos se han consolidado como referencias dentro del campo por su solidez, interpretabilidad y rendimiento en distintos tipos de escenas. Entre ellos se encuentran tanto variantes clásicas basadas en mínimos cuadrados con restricciones, como UCLS (Unconstrained Least Squares), NCLS (Non-Negative Least Squares), SCLS (Sum-to-One Constrained Least Squares) o FCLS (Fully Constrained Least Squares). Otros métodos más recientes incorporan *sparsity* y estructuras espectro-espaciales, como SUnSAL (Sparse Unmixing via Variable Splitting and Augmented Lagrangian), C-SUnSAL (Collaborative SUnSAL), CLSUnSAL (Constrained and Localized SUnSAL), SUnSAL-TV (SUnSAL with Total Variation regularization) o S<sup>2</sup>WSU (Spectral-Spatial Weighted Sparse Unmixing). Este apartado resume brevemente las características principales de estos algoritmos, destacando los aspectos que los han convertido en herramientas fundamentales en aplicaciones de teledetección e industria.

Todos estos métodos parten de la misma formulación: el modelo lineal de mezcla espectral (LMM), que describe cada píxel como una combinación lineal de firmas espectrales puras más un término de error:

$$\mathbf{y} = \mathbf{M}\mathbf{a} + \mathbf{n} \quad (4.2)$$

donde  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^L$  es el espectro observado,  $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{L \times p}$  contiene los endmembers,  $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^p$  representa las abundancias que se desean estimar y  $\mathbf{n} \in \mathbb{R}^L$  corresponde al ruido o error de modelado. A partir de esta formulación común, la estimación de abundancias suele plantearse como un problema de mínimos cuadrados, al que cada algoritmo añade distintas restricciones físicas (no negatividad, suma a uno) o términos de regularización (por ejemplo, *sparsity*, suavidad espacial o pesos espectrales). En lo que sigue, se describen las variantes lineales más representativas.

##### 4.4.1. Unconstrained Least Squares Unmixing (UCLS)

El algoritmo conocido como UCLS (Unconstrained Least Squares Unmixing) constituye la forma más básica y directa de abordar el problema del unmixing espectral

en imágenes hiperespectrales. Parte del supuesto fundamental de que cada píxel observado es el resultado de una combinación lineal de un conjunto reducido de materiales puros o *endmembers*, cada uno caracterizado por su firma espectral. Bajo este modelo, la radiación reflejada por un píxel se interpreta como una suma ponderada de las firmas espectrales de dichos materiales, donde los coeficientes reflejan su proporción relativa en el área cubierta por el píxel. Esta hipótesis es especialmente válida en contextos donde la mezcla es de carácter macroscópico, como en escenas donde los distintos materiales están distribuidos en parches o regiones claramente diferenciadas [93].

Desde el punto de vista matemático, el método UCLS resuelve el modelo lineal de mezcla espectral definido en la formulación general de la ecuación (4.2). La estimación de las abundancias se plantea como un problema de mínimos cuadrados ordinarios (*Ordinary Least Squares*, OLS), buscando el vector  $\hat{\mathbf{a}}$  que minimice el error cuadrático entre la observación  $\mathbf{y}$  y la reconstrucción lineal:

$$\hat{\mathbf{a}} = \arg \min_{\mathbf{a}} \|\mathbf{y} - \mathbf{M}\mathbf{a}\|_2^2 \quad (4.3)$$

cuyo resultado admite una solución en forma cerrada:

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{M}^\top \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^\top \mathbf{y} \quad (4.4)$$

siempre que la matriz  $\mathbf{M}^\top \mathbf{M}$  sea invertible. Este enfoque está ampliamente documentado en la literatura de mínimos cuadrados, en particular en el trabajo clásico de Lawson y Hanson [94].

Una característica fundamental del UCLS es que no impone restricciones físicas sobre el vector de abundancias. En consecuencia, no garantiza ni la no negatividad de los coeficientes ni que la suma de las abundancias sea igual a uno, lo que puede derivar en resultados carentes de interpretación física (por ejemplo, abundancias negativas o superiores al 100 %). No obstante, la simplicidad computacional y su naturaleza determinista han favorecido su uso como punto de partida o *benchmark* en múltiples estudios de teledetección [95].

El UCLS ha sido aplicado en distintos contextos prácticos. Por ejemplo, [96] evaluó su desempeño en la clasificación subpíxel de imágenes adquiridas por el sensor AVIRIS, demostrando que la precisión del algoritmo mejoraba al aplicarse una reducción de dimensionalidad previa mediante MNF (Minimum Noise Fraction). De manera similar, [97] emplearon LSU para estimar parámetros fisicoquímicos en cuerpos de agua contaminados, logrando correlaciones aceptables entre las abundancias estimadas y las concentraciones reales de hierro y carbono orgánico disuelto. Estos casos muestran que, pese a sus limitaciones, el UCLS puede ser útil en entornos con cierta complejidad óptica.

La principal fortaleza del UCLS reside en su sencillez conceptual y computacional, lo que lo convierte en una herramienta adecuada para análisis exploratorios o como referencia en comparaciones con algoritmos más complejos. Sin embargo, sus

limitaciones físicas e interpretativas lo hacen insuficiente en aplicaciones donde se requiere un control riguroso sobre las abundancias. Este hecho motivó el desarrollo de variantes restringidas, como el FCLS, el NCLS o SCLS, que buscan superar las deficiencias del modelo no restringido adaptándolo a escenarios con mayores exigencias interpretativas.

En definitiva, el UCLS constituye la base sobre la que se han construido numerosos algoritmos posteriores. Aunque sus soluciones no siempre resultan físicamente plausibles, su bajo coste computacional y facilidad de implementación le otorgan un papel destacado como referencia en el estudio del desmezclado espectral.

#### 4.4.2. Non-negative Constrained Least Squares (NCLS)

El algoritmo NCLS (Least Squares con restricción de no negatividad) surge como una variante parcialmente restringida del modelo de mezcla lineal, en la que se impone únicamente la restricción de no negatividad (ANC, Abundance Non-negativity Constraint) sobre las fracciones de abundancia. Este método ha sido utilizado en contextos de detección espectral subpíxel, donde los objetivos ocupan solo una fracción del píxel. En estos casos, la aplicación de la restricción de no negatividad sin imponer la suma a uno puede mejorar la capacidad de detección de materiales poco abundantes [70].

El problema de optimización se formula como:

$$\hat{\mathbf{a}} = \arg \min_{\mathbf{a}} \|\mathbf{y} - \mathbf{M}\mathbf{a}\|_2^2 \quad \text{sujeito a} \quad \mathbf{a} \geq 0 \quad (4.5)$$

Dado que no se impone la restricción de suma a uno, las fracciones de abundancia estimadas no necesariamente reflejan proporciones reales, pero ofrecen una mayor sensibilidad para la detección de materiales raros o débiles. Por ello, el NCLS se considera especialmente útil en tareas de detección más que de cuantificación precisa [70].

Desde el punto de vista computacional, el problema se resuelve habitualmente mediante el algoritmo NNLS (Non-negative Least Squares) de Lawson y Hanson [94], o a través de variantes aceleradas como FNNLS (Fast NNLS) [98].

Este enfoque ha demostrado ser más eficaz que los métodos basados en la restricción de suma a uno, como SCLS, en situaciones donde dicha restricción debilita la detectabilidad de materiales minoritarios, especialmente en escenas hiperespectrales con un elevado número de endmembers espectralmente similares [70].

#### 4.4.3. Sum-to-one Constrained Least Squares (SCLS)

El algoritmo SCLS (Sum-to-one Constrained Least Squares) es una variante del modelo de mezcla lineal en la que se impone únicamente la restricción de *suma a*

*uno* sobre las abundancias. Esta formulación fue introducida por [99] con el objetivo de estimar proporciones de cobertura del suelo a partir de píxeles mixtos en imágenes hiperespectrales, particularmente en entornos agrícolas y naturales.

El problema de optimización se expresa como:

$$\hat{\mathbf{a}} = \arg \min_{\mathbf{a}} \|\mathbf{y} - \mathbf{M}\mathbf{a}\|_2^2 \quad \text{sujeto a} \quad \sum_{i=1}^p a_i = 1 \quad (4.6)$$

La restricción de suma a uno asegura que el total de abundancias esté normalizado, de modo que las proporciones estimadas representen el 100 % del píxel. Sin embargo, al no imponerse la condición de no negatividad, pueden aparecer valores negativos en la solución, lo que compromete su interpretación como proporciones físicas reales.

Desde el punto de vista computacional, el problema se puede resolver de forma eficiente mediante métodos clásicos de optimización cuadrática con igualdad lineal. Según [99], aunque la aparición de abundancias negativas puede ser indeseable, la inclusión de la restricción de suma a uno puede en ciertos casos reducir el error cuadrático total y mejorar la estabilidad de la solución.

El SCLS resulta adecuado en aplicaciones donde se asume que la totalidad de los materiales presentes en la escena está representada en la matriz de endmembers, y donde lo más relevante es preservar la conservación de energía en la mezcla espectral. En contextos donde se prioriza la estabilidad numérica o un ajuste estadístico global más que la interpretación estricta de cada abundancia, este método puede ofrecer ventajas respecto a modelos más restrictivos.

#### 4.4.4. Fully Constrained Least Squares (FCLS)

El algoritmo FCLS (Fully Constrained Least Squares) es una de las variantes más utilizadas del modelo de mezcla lineal, ya que incorpora simultáneamente las dos restricciones físicas más importantes sobre las abundancias: la no negatividad ( $a_i \geq 0$ ) y la suma a uno ( $\sum_i a_i = 1$ ). De esta manera, las soluciones obtenidas son interpretables como proporciones físicas de materiales dentro del píxel, lo que lo convierte en un método de referencia en el desmezclado espectral [69].

La formulación matemática se plantea como:

$$\hat{\mathbf{a}} = \arg \min_{\mathbf{a}} \|\mathbf{y} - \mathbf{M}\mathbf{a}\|_2^2 \quad \text{sujeto a} \quad a_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^p a_i = 1 \quad (4.7)$$

El FCLS asegura que las abundancias estimadas sean físicamente plausibles, evitando tanto valores negativos como desviaciones en la suma total. Esta característica lo diferencia del NCLS y del SCLS, que solo imponen una de las dos restricciones.

Desde el punto de vista computacional, el problema corresponde a un caso particular de programación cuadrática con restricciones lineales, lo que permite resolverlo de forma eficiente mediante algoritmos numéricos estándar. La implementación propuesta por [69] ha sido ampliamente utilizada en la literatura, consolidando al FCLS como un método de referencia.

El FCLS ha demostrado su utilidad en una amplia variedad de aplicaciones, incluyendo la estimación de coberturas de vegetación y suelo en imágenes AVIRIS, el análisis de minerales en teledetección y la caracterización de materiales industriales. Sin embargo, al basarse en un modelo estrictamente lineal, no contempla efectos de dispersión múltiple, transmisión de luz o variabilidad intraclase, por lo que sus resultados pueden ser limitados en escenas complejas [99].

En definitiva, el FCLS constituye un equilibrio entre simplicidad computacional y plausibilidad física, y se ha consolidado como el método estándar de comparación frente a algoritmos más avanzados, como SUnSAL y S<sup>2</sup>WSU, que introducen regularizaciones adicionales.

#### 4.4.5. Sparse Unmixing via variable Splitting and Augmented Lagrangian (SUnSAL)

El algoritmo SUnSAL (Sparse Unmixing via variable Splitting and Augmented Lagrangian) fue propuesto por Bioucas-Dias y colaboradores como una extensión del marco lineal de unmixing con el propósito de introducir regularización sobre las abundancias y mejorar la estabilidad del modelo en escenarios complejos [71]. A diferencia de los métodos clásicos basados en mínimos cuadrados, SUnSAL formula el problema como una regresión dispersa, asumiendo que cada píxel puede describirse mediante un subconjunto reducido de endmembers incluso cuando la biblioteca espectral es amplia.

El problema de optimización se plantea como:

$$\hat{\mathbf{a}} = \arg \min_{\mathbf{a}} \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{M}\mathbf{a}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{a}\|_1 \quad \text{sujeto a } \mathbf{a} \geq 0, \quad (4.8)$$

donde el parámetro  $\lambda$  controla el grado de dispersión promovido en el vector de abundancias. El término  $\ell_1$  actúa como regularizador, favoreciendo soluciones donde la mayoría de coeficientes son nulos, lo que conduce a representaciones más parsimoniosas y fáciles de interpretar.

Para resolver este problema, los autores desarrollaron un algoritmo eficiente basado en ADMM (Alternating Direction Method of Multipliers), que divide la optimización en subproblemas más sencillos y permite una convergencia rápida y estable.

SUnSAL resulta especialmente útil cuando se dispone de bibliotecas espectrales extensas pero se espera que cada píxel esté compuesto por un número reducido de materiales. Este planteamiento mejora la capacidad de discriminación en escenas con endmembers similares y alta correlación espectral.

Entre sus aplicaciones destacan la identificación de especies vegetales en teledetección y la separación de minerales con firmas espectrales muy similares[78]. No obstante, la elección del parámetro de regularización  $\lambda$  puede influir de forma significativa los resultados, y su ajuste óptimo depende en gran medida de las condiciones de la imagen y de la variabilidad espectral presente.

En conclusión, SUnSAL constituye un paso intermedio entre los algoritmos clásicos de mínimos cuadrados y los enfoques más avanzados basados en regularizaciones múltiples o modelos no lineales. Su combinación de *sparsity* y restricciones físicas lo ha convertido en un referente ampliamente utilizado y en la base de desarrollos posteriores como SUnSAL-TV y S<sup>2</sup>WSU.

#### 4.4.6. Collaborative Sparse Unmixing via variable Splitting and Augmented Lagrangian (CLSUnSAL)

El algoritmo CLSUnSAL (Collaborative Sparse Unmixing via variable Splitting and Augmented Lagrangian) fue propuesto por Iordache, Bioucas-Dias y Plaza en 2014 como una extensión estructural del modelo SUnSAL [100]. Su objetivo es resolver el problema de unmixing espectral bajo el supuesto de que los píxeles de una imagen comparten un conjunto común de materiales, promoviendo la activación conjunta (colaborativa) de un subconjunto reducido de endmembers a lo largo de la escena. De este modo, se explotan las correlaciones estadísticas entre píxeles y se mejora la robustez en la estimación de abundancias.

A diferencia de SUnSAL, que emplea una penalización  $\ell_1$  para inducir dispersión píxel a píxel, CLSUnSAL introduce una regularización colaborativa estructurada mediante la norma  $\ell_{2,1}$ . Esta penalización se define como la suma de las normas  $\ell_2$  de cada fila de la matriz de abundancias  $\mathbf{X}$ , donde cada fila  $\mathbf{x}_k$  recoge la abundancia del endmember  $k$  en todos los píxeles. La consecuencia es que solo unas pocas filas, es decir, endmembers permanecen activas globalmente, descartando aquellos materiales que no tienen presencia significativa en la escena.

La formulación matemática del problema es:

$$\min_{\mathbf{X} \geq 0} \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2 + \lambda \sum_{k=1}^m \|\mathbf{x}_k\|_2, \quad (4.9)$$

donde  $\mathbf{Y}$  es la matriz de datos observados,  $\mathbf{A}$  la matriz de endmembers,  $\mathbf{X}$  la matriz de abundancias y  $\lambda$  el parámetro de regularización. Esta formulación se resuelve mediante ADMM, lo que mantiene la eficiencia computacional de SUnSAL pese a que la regularización  $\ell_{2,1}$  introduce una penalización no separable que requiere pasos iterativos específicos.

En su artículo original, los autores aplicaron CLSUnSAL a escenas sintéticas y a imágenes reales como el clásico cubo AVIRIS Cuprite, mostrando que, frente a SUnSAL o NCLS, la regularización colaborativa mejora la precisión y estabilidad en la estimación de abundancias, especialmente cuando la escena contiene materiales

repetidos en múltiples regiones. Además, CLSUnSAL reduce la sensibilidad al ruido y evita el sobreajuste local que puede aparecer cuando los píxeles se procesan de manera independiente.

Entre sus principales ventajas destacan su capacidad para identificar un conjunto reducido de materiales relevantes en toda la imagen, mejorar la interpretabilidad de los resultados y mantener la compatibilidad con restricciones físicas como la no negatividad, lo que permite soluciones físicamente coherentes. Sin embargo, su desempeño depende del cumplimiento del supuesto de colaboración global: si los materiales activos varían significativamente entre regiones, la penalización  $\ell_{2,1}$  puede forzar estructuras artificiales y suprimir endmembers localmente importantes. Además, aunque promueve coherencia global, no incorpora regularización espacial explícita, por lo que su efectividad puede disminuir en escenas con ruido local o estructuras pequeñas.

En conclusión, CLSUnSAL representa un paso intermedio entre los métodos de unmixing independientes por píxel y las estrategias que incorporan continuidad espacial. Al introducir regularización colaborativa sobre las abundancias, mejora el rendimiento frente a métodos dispersos convencionales como SUnSAL y establece una base sólida para extender la regularización hacia el dominio espacial, como ocurre con SUnSAL-TV que se presenta a continuación.

#### 4.4.7. Sparse Unmixing via variable Splitting and Augmented Lagrangian with Total Variation (SUnSAL-TV)

El algoritmo SUnSAL-TV (Sparse Unmixing via variable Splitting and Augmented Lagrangian with Total Variation) fue propuesto por Iordache, Bioucas-Dias y Plaza en 2012 como una extensión espacial del modelo SUnSAL [79]. Su motivación principal es integrar información espacial en el proceso de unmixing, incorporando una regularización basada en variación total (TV) sobre los mapas de abundancia. Este enfoque permite suavizar las estimaciones de abundancia entre píxeles vecinos sin perder la capacidad de detección de transiciones bruscas, como los bordes entre materiales distintos.

La formulación del problema combina la regularización dispersa  $\ell_1$  con un término de variación total aplicado a cada mapa de abundancia individual:

$$\min_{\mathbf{X} \geq 0} \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{X}\|_{1,1} + \lambda_{TV} \text{TV}(\mathbf{X}), \quad (4.10)$$

donde  $\mathbf{A}$  es la matriz de endmembers,  $\mathbf{Y}$  el conjunto de espectros observados,  $\mathbf{X}$  la matriz de abundancias a estimar, y los parámetros  $\lambda$  y  $\lambda_{TV}$  controlan el nivel de dispersión espectral y de suavidad espacial, respectivamente. La función  $\text{TV}(\mathbf{X})$  penaliza las diferencias abruptas entre píxeles adyacentes, promoviendo soluciones espacialmente coherentes pero preservando bordes nítidos entre regiones distintas.

El problema se resuelve mediante el algoritmo \*ADMM\*, adaptado para manejar

simultáneamente el término disperso y el espacial. La introducción de variables auxiliares permite desacoplar los efectos espectrales y espaciales, resolviendo los subproblemas de forma iterativa. Aunque la complejidad computacional es mayor que en SUnSAL, el método mantiene su escalabilidad gracias a la posibilidad de precalcular las matrices asociadas a  $\mathbf{A}$ .

En su trabajo original, Iordache et al. demostraron que SUnSAL-TV produce mapas de abundancia más robustos frente al ruido y con mayor coherencia espacial que los generados por SUnSAL o NCLS [79]. La validación incluyó tanto imágenes sintéticas como datos reales del sensor AVIRIS (escena Cuprite), mostrando mejoras significativas en términos de precisión y continuidad espacial. Más recientemente, [101] aplicaron SUnSAL-TV a la identificación subpíxel de malas hierbas en agricultura de precisión, destacando su capacidad para equilibrar sensibilidad espectral y consistencia espacial.

Entre sus fortalezas destaca la incorporación explícita de información espacial, lo que permite generar mapas de abundancia más estables y físicamente interpretables. A diferencia de un simple filtrado posterior, la regularización TV está integrada en el propio proceso de optimización, lo que reduce artefactos locales y distribuciones erráticas en las abundancias. Sin embargo, el algoritmo presenta también limitaciones: su coste computacional es mayor que el de SUnSAL, y requiere la elección adecuada de dos parámetros de regularización. Una penalización excesiva de la variación total puede llevar a un sobre-suavizado, perdiendo detalles en transiciones espectrales reales.

En conclusión, SUnSAL-TV constituye un puente entre el unmixing disperso y los modelos espacialmente coherentes. Al incorporar la regularización TV en el marco de ADMM, ofrece un equilibrio entre precisión espectral y consistencia espacial, y ha servido de inspiración para algoritmos más avanzados, como el  $S^2$ WSU, que integran pesos espaciales y espectrales adaptativos.

#### 4.4.8. Spectral-Spatial Weighted Sparse Unmixing ( $S^2$ WSU)

El algoritmo  $S^2$ WSU (Spectral-Spatial Weighted Sparse Unmixing) fue propuesto por [72] como una extensión del marco SUnSAL, orientada a mejorar la precisión de los mapas de abundancia mediante la incorporación de información espectral y espacial en la penalización de dispersión. A diferencia de SUnSAL, que aplica la misma regularización a todos los píxeles y materiales,  $S^2$ WSU introduce pesos adaptativos que varían por material y por píxel, lo que permite una regularización más informada y localizada. Esta estrategia se basa en la idea de que la relevancia de cada material puede diferir a lo largo de la imagen en función de su consistencia espectral global y de su coherencia espacial con el entorno local, de modo que los coeficientes menos compatibles con estas propiedades reciben una penalización más severa.

La formulación del problema parte del modelo clásico de mezcla lineal y se plantea como:

$$\min_{\mathbf{X} \geq 0} \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2 + \lambda \|(\mathbf{W}_{\text{spe}} \circ \mathbf{W}_{\text{spa}}) \circ \mathbf{X}\|_{1,1}, \quad (4.11)$$

donde:

- $\mathbf{W}_{\text{spe}} \in \mathbb{R}^{M \times N}$  son los pesos espectrales, calculados en función de la similitud entre los espectros observados y los endmembers.
- $\mathbf{W}_{\text{spa}} \in \mathbb{R}^{M \times N}$  son los pesos espaciales, obtenidos como un promedio local de los pesos espectrales en una vecindad definida.
- $\circ$  denota el producto de Hadamard (producto elemento a elemento).
- $\|\cdot\|_{1,1}$  representa la suma de los valores absolutos de todos los elementos de la matriz resultante.

Así, la penalización aplicada a cada abundancia  $x_{ij}$  se ajusta en función de la información espectral del píxel y de la coherencia espacial en su vecindad.

El problema se resuelve mediante ADMM, adaptado para manejar la penalización ponderada. La principal diferencia respecto a SUnSAL radica en la actualización de las abundancias, ya que la umbralización suave debe aplicarse con un valor de umbral distinto para cada  $x_{ij}$ , en función de su peso combinado. Aun así, el método conserva eficiencia gracias a que la matriz  $(\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \mu \mathbf{I})^{-1}$  puede precalcularse y los pasos de actualización se paralelizan por píxel.

En su trabajo original, los autores validaron S<sup>2</sup>WSU sobre imágenes sintéticas y reales, incluyendo el clásico cubo AVIRIS Cuprite, comparándolo con algoritmos como SUnSAL y NCLS. Los resultados mostraron mejoras significativas en la calidad de los mapas de abundancia, particularmente en escenas con materiales espectralmente similares o bajo condiciones de ruido. La combinación de pesos espectrales y espaciales permitió reducir falsos positivos y mejorar la coherencia espacial de los mapas, a la vez que preservaba materiales poco abundantes.

Entre sus fortalezas, S<sup>2</sup>WSU destaca por su capacidad de adaptar la penalización a las características locales de la imagen, lo que favorece soluciones más realistas y estables. El uso de pesos adaptativos le otorga flexibilidad para extenderse a nuevas variantes o aplicaciones específicas. No obstante, su desempeño depende en gran medida de la correcta estimación de los pesos ya que valores mal ajustados pueden introducir sesgos o suprimir materiales presentes. Además, el cálculo y almacenamiento de las matrices de pesos incrementa el uso de memoria y el coste computacional en imágenes de gran tamaño.

En definitiva, S<sup>2</sup>WSU representa un avance relevante en el unmixing hiperespectral al combinar sparsity guiada por información contextual con un marco eficiente basado en ADMM. Su diseño ha servido de base para desarrollos posteriores que integran texturas, superpíxeles o estrategias de aprendizaje adaptativo, y constituye un referente actual frente al cual comparar nuevas propuestas.

### 4.5. Métricas de evaluación

Para valorar el rendimiento de un algoritmo de unmixing no basta con observar los mapas de abundancia de forma visual sino que es necesario apoyarse en métricas objetivas que permitan comparar métodos de manera justa y reproducible. En la literatura se utilizan principalmente indicadores que miden el error espectral, la similitud entre firmas, la calidad global de la reconstrucción y la eficiencia práctica de los cálculos.

Una de las métricas más comunes es el RMSE (Root Mean Square Error), que se utiliza de manera estándar en estadística y análisis de señales. Básicamente mide la discrepancia media entre los valores observados y los estimados, penalizando con mayor peso los errores grandes. En el ámbito del \*unmixing\*, un RMSE bajo indica que el modelo reproduce bien el espectro o las abundancias reales. Aunque es intuitivo y fácil de interpretar, conviene recordar que un valor bajo de RMSE no siempre implica que las abundancias tengan sentido físico.

Una métrica complementaria al RMSE es el MAE (Mean Absolute Error), que calcula el valor medio de las diferencias absolutas entre las estimaciones y los valores de referencia. A diferencia del RMSE, el MAE no sobrerrepresenta errores puntuales grandes, lo que lo convierte en una medida más robusta y fácilmente interpretable, especialmente cuando se evalúan abundancias expresadas en porcentaje. En el contexto del unmixing, el MAE permite cuantificar el error medio esperado en la estimación de las proporciones de los materiales, aportando una perspectiva adicional sobre la estabilidad y coherencia de las soluciones obtenidas.

Otro indicador muy usado es el SAM (Spectral Angle Mapper), que compara espectros como si fueran vectores y calcula el ángulo que forman entre sí. Esta métrica es menos sensible a los cambios de iluminación y se centra en la forma del espectro más que en su magnitud [102]. Por eso resulta especialmente útil cuando se trabaja en condiciones de iluminación variables o con sombras, y se ha convertido en una de las herramientas de referencia en teledetección e identificación subpíxel.

El ERGAS (Erreur Relative Globale Adimensionnelle de Synthèse) fue introducido por [103] para evaluar la calidad de imágenes fusionadas. En unmixing se emplea sobre todo en experimentos con datos sintéticos o en entornos controlados, porque requiere disponer de una referencia considerada “ground truth”. Su ventaja es que ofrece una medida global del error relativo, integrando información espectral y espacial en un único valor, lo que facilita comparar métodos de forma global. En cambio, su aplicación a datos reales es limitada porque rara vez se cuenta con abundancias de referencia exactas.

Más allá de las métricas espectrales, en contextos industriales adquiere gran relevancia el tiempo de ejecución. En escenarios como una cinta transportadora o un sistema de clasificación automática, no basta con ser preciso sino que el algoritmo debe ser rápido y escalable. Los autores de [104] destacan cómo el coste computacional puede marcar la diferencia entre un método viable en la práctica y otro que, pese a ser más preciso, resulta inservible en condiciones operativas.

En conjunto, estas métricas ofrecen una visión complementaria. El RMSE y el SAM permiten evaluar la fidelidad espectral, el ERGAS resulta útil en validaciones con datos simulados, y el tiempo de ejecución refleja la viabilidad práctica de cada algoritmo. Usarlas de manera combinada proporciona un marco más completo para analizar el equilibrio entre precisión, robustez y eficiencia en los distintos enfoques de algoritmos de unmixing.

## 5. Algoritmo propuesto para desmezcla espectral en entornos textiles

La industria del reciclado textil requiere métodos capaces de identificar y cuantificar con precisión las fibras presentes en los materiales entrantes, a menudo caracterizados por mezclas complejas, variabilidad espectral y estructuras físicas heterogéneas. Las técnicas hiperespectrales ofrecen una ventaja clara en este contexto, pero los algoritmos de unmixing convencionales no siempre responden bien ante la presencia de fibras finas, hilos entrelazados o degradaciones propias del uso[24]. Estas particularidades hacen necesario adaptar los modelos existentes para aprovechar tanto la información espectral como la estructura espacial del tejido. En este capítulo se presenta una propuesta técnica orientada a este tipo de escenarios, motivada directamente por las limitaciones detectadas en los métodos lineales y espectro-espaciales revisados previamente.

### 5.1. Propuesta técnica: brechas, hipótesis y contribución

El análisis del estado del arte muestra que los algoritmos de unmixing espectral presentan varias limitaciones cuando se aplican a materiales textiles destinados al reciclaje. Los métodos lineales clásicos, como FCLS o NCLS, son rápidos y sencillos, pero tratan cada píxel de forma independiente y no incorporan información espacial, lo que provoca abundancias inestables en zonas con fibras finas, texturas complejas o variabilidad intraclase. Por otro lado, los métodos espectro-espaciales basados en sparsity, como S<sup>2</sup>WSU, mejoran la consistencia al introducir regularización sobre las abundancias, pero lo hacen a costa de una formulación de optimización más pesada, en la que términos basados en la norma  $\ell_1$  deben resolverse mediante esquemas iterativos tipo ADMM. En la práctica, esto implica un número elevado de iteraciones, una fuerte dependencia de los parámetros de regularización y, en algunos casos, dificultades de convergencia o tiempos de cómputo poco compatibles con aplicaciones industriales, especialmente cuando se trabaja con bibliotecas amplias o imágenes de gran tamaño. A ello se suma que los pesos espaciales estándar no reflejan la geometría propia del tejido, donde la orientación de los hilos introduce una anisotropía que los modelos generales no capturan adecuadamente. En conjunto, estas limitaciones evidencian la necesidad de un enfoque que combine velocidad, estabilidad numérica y adaptación a la estructura textil.

A partir de estas observaciones se plantea la hipótesis central de este trabajo: una

inicialización fiable y físicamente coherente puede acelerar significativamente la convergencia del algoritmo S<sup>2</sup>WSU y mejorar la precisión de la solución final. En concreto, se considera que las abundancias obtenidas mediante FCLS constituyen una semilla adecuada, ya que proporcionan una estimación convexa, estable y compatible con las restricciones físicas del modelo. Además, si esta inicialización se obtiene sobre superpíxeles, la solución inicial es menos sensible al ruido y capta mejor la homogeneidad local del tejido, lo que resulta especialmente ventajoso en escenas con variabilidad espectral.

Sobre estas bases, la contribución técnica de este trabajo consiste en un modelo híbrido que combina una inicialización mediante FCLS, calculada sobre superpíxeles, con un refinamiento posterior mediante una versión adaptada de S<sup>2</sup>WSU. El algoritmo incorpora pesos espectrales y espaciales ajustados a la geometría del tejido y aprovecha la semilla inicial para reducir de manera notable el tiempo de cómputo y mejorar la estabilidad frente al ruido y la variabilidad intraclase. Además, al partir de una estimación inicial más fiable y físicamente coherente, el refinamiento espectro-espacial converge hacia soluciones de mayor calidad, lo que se traduce en abundancias más consistentes y con una precisión significativamente superior. Esta estrategia mantiene un coste computacional compatible con aplicaciones industriales y supera las limitaciones de las formulaciones clásicas y de los métodos espectro-espaciales sin inicialización.

### 5.2. Formulación matemática del modelo propuesto

El método desarrollado en este trabajo se fundamenta en el modelo lineal de mezcla espectral y articula su funcionamiento en dos fases complementarias. En una primera fase, se obtiene una estimación inicial de las abundancias mediante la resolución de un problema de mínimos cuadrados no restringido, seguida de una proyección sobre el simplex que impone explícitamente las restricciones físicas de no negatividad y suma a uno propias del modelo FCLS. Esta estrategia constituye una implementación eficiente del método FCLS basada en proyección convexa.

Este procedimiento, aplicado a nivel de superpíxeles, permite desacoplar la eficiencia computacional de la imposición de restricciones, proporcionando una solución inicial estable, físicamente interpretable y computacionalmente muy eficiente. A partir de esta estimación inicial, una segunda fase realiza un refinamiento espectro-espacial disperso, inspirado en el algoritmo S<sup>2</sup>WSU [72], que introduce pesos adaptativos y términos de regularización para mejorar la coherencia espacial y la precisión final de la desmezcla.

El objetivo es obtener abundancias físicamente coherentes, estables frente al ruido y adaptadas a la estructura geométrica del tejido adaptadas a las vecindades espectro-espaciales del tejido, reduciendo a la vez el coste computacional de los métodos espectro-espaciales clásicos.

Desde un punto de vista matemático, el objetivo del modelo es estimar la matriz de abundancias  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times N}$ , donde cada columna recoge las proporciones de los  $m$

materiales considerados en uno de los  $N$  píxeles válidos de la imagen. Esta matriz debe explicar de manera consistente los datos hiperespectrales  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{B \times N}$ , formados por  $B$  bandas espectrales, a partir de la matriz de endmembers  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{B \times m}$ , cuyas columnas contienen las firmas espectrales puras de cada material.

La formulación general del modelo se plantea como un problema de minimización que combina un término de ajuste espectral con una regularización dispersa ponderada mediante pesos adaptativos, definidos tanto en el dominio espectral como en el espacial:

$$\min_{\mathbf{X}} \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{W}_{\text{spe}} \mathbf{W}_{\text{spa}} \odot \mathbf{X}\|_{1,1} \text{ sujeto a } \mathbf{X} \geq 0, \mathbf{1}^\top \mathbf{x}_n = 1, \quad \forall n \quad (5.1)$$

El modelo mantiene la estructura conceptual del algoritmo S<sup>2</sup>WSU, pero introduce dos adaptaciones fundamentales. En primer lugar, emplea una inicialización basada en una implementación proyectada del método FCLS, obtenida mediante la resolución de un problema de mínimos cuadrados sin restricciones seguida de una proyección sobre el simplex, aplicada sobre superpíxeles. Esta estrategia proporciona una estimación inicial estable, físicamente interpretable y computacionalmente eficiente. Además, se utiliza un esquema ADMM simplificado que permite separar el término cuadrático del componente no diferenciable asociado a la norma  $\ell_1$ , resolviendo el problema de forma más eficiente desde el punto de vista computacional.

En los apartados siguientes se detallan los distintos elementos del modelo: la construcción de la estimación inicial  $\mathbf{X}^{(0)}$ , la definición de los pesos espectrales y espaciales, y las ecuaciones de actualización empleadas en el proceso de optimización mediante ADMM.

### 5.2.1. Primera etapa: estimación inicial mediante FCLS proyectado sobre superpíxeles

La primera etapa del método consiste en obtener una estimación inicial de las abundancias a partir de regiones homogéneas de la imagen. Para ello, la máscara válida se divide en un conjunto de superpíxeles, obtenidos mediante el algoritmo SLIC (Simple Linear Iterative Clustering) [105], que agrupa píxeles espacialmente cercanos y con características espectrales similares. La similitud espectral se define a partir de una métrica de distancia en el espacio espectral, combinada con un término de proximidad espacial, lo que permite generar regiones compactas y espectralmente coherentes sin imponer hipótesis de pureza material.

Cada superpíxel  $S_i$  contiene el conjunto de índices de los píxeles que forman dicha región. Sea  $\Omega$  el conjunto de píxeles válidos, la segmentación define una partición de este conjunto dada por

$$\Omega = \bigcup_{i=1}^{N_s} S_i, \quad S_i \cap S_j = \emptyset \quad \forall i \neq j, \quad (5.2)$$

donde  $N_s$  denota el número total de superpíxeles.

Una vez definida la partición, se calcula el espectro medio de cada superpíxel. Para el superpíxel  $S_i$ , dicho espectro se obtiene promediando los espectros individuales de todos los píxeles que lo componen, de la siguiente manera:

$$\bar{\mathbf{y}}_i = \frac{1}{|S_i|} \sum_{n \in S_i} \mathbf{y}_n. \quad (5.3)$$

Este promedio actúa como un mecanismo de reducción de ruido local y proporciona una representación espectral agregada de la región, que resulta más estable que los espectros individuales y adecuada para la estimación inicial de abundancias a nivel de superpíxel.

A partir de este espectro medio, la abundancia del superpíxel  $S_k$  se estima mediante una aproximación eficiente del problema completamente restringido, imponiendo las condiciones físicas de no negatividad y suma unidad mediante una proyección sobre el simplex[106]. En la práctica, se obtiene primero la solución de mínimos cuadrados sin restricciones y, posteriormente, se proyecta dicha solución en el simplex definido por  $x \geq 0$  y  $\sum_i x_i = 1$ , garantizando una estimación físicamente interpretable. Este procedimiento constituye una versión proyectada del FCLS, ampliamente utilizada por su estabilidad numérica y bajo coste computacional.

La estimación inicial de abundancias a nivel de superpíxel se obtiene resolviendo, para cada superpíxel  $S_k$ , el siguiente problema de optimización:

$$\min_{\mathbf{x}_k} \frac{1}{2} \|\bar{\mathbf{y}}_k - \mathbf{A}\mathbf{x}_k\|_2^2 \quad \text{sujeto a} \quad \mathbf{x}_k \geq 0, \quad \mathbf{1}^\top \mathbf{x}_k = 1. \quad (5.4)$$

Denotamos por  $\mathbf{x}_k^0$  la solución aproximada obtenida mediante mínimos cuadrados proyectados, la cual actúa como estimación inicial de las abundancias del superpíxel. Esta solución cumple las restricciones físicas de no negatividad y suma a uno gracias a la proyección sobre el *simplex*. Posteriormente, se le aplica un umbral suave con el objetivo de eliminar contribuciones muy pequeñas que puedan deberse al ruido o a efectos marginales.

Una vez estimado  $\mathbf{x}_k^0$  para cada superpíxel  $S_k$ , dicho vector se asigna a todos los píxeles que pertenecen a ese superpíxel. De este modo, cada píxel  $n \in S_k$  recibe exactamente la misma estimación de abundancias. Este proceso permite construir la estimación inicial completa como:

$$\mathbf{X}^{(0)} = [\mathbf{x}_1^{(0)}, \mathbf{x}_2^{(0)}, \dots, \mathbf{x}_N^{(0)}], \quad (5.5)$$

donde cada columna  $\mathbf{x}_n^{(0)}$  corresponde al vector de abundancias asignado al píxel  $n$  según el superpíxel al que pertenece. Esta matriz inicial es físicamente consistente, suave en el dominio espacial y estable frente al ruido, lo que la convierte en un punto de partida fiable para la etapa posterior de refinamiento espectro-espacial.

### 5.2.2. Segunda etapa: Refinamiento espectro-espacial mediante S<sup>2</sup>WSU

La estimación inicial  $\mathbf{X}^{(0)}$  obtenida mediante una aproximación proyectada del FCLS aplicada sobre superpíxeles ofrece una solución físicamente válida y espacialmente coherente, pero todavía no captura de forma completa la variabilidad espectral ni la estructura espacial fina presente en los tejidos. Para mejorar ambas propiedades, se emplea una versión adaptada del algoritmo *Spectral-Spatial Weighted Sparse Unmixing* (S<sup>2</sup>WSU) propuesto por [72], que refina la solución incorporando regularización espectral y espacial a través de pesos adaptativos actualizados en cada iteración. Esta etapa persigue eliminar activaciones espurias, mejorar la coherencia espacial de las abundancias y reforzar la selectividad material, partiendo de la semilla estable generada en la primera fase.

El problema que se resuelve en esta etapa se formaliza mediante la siguiente función objetivo, que mantiene la estructura propuesta en el algoritmo S<sup>2</sup>WSU original:

$$\min_{\mathbf{X}} \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{W} \odot \mathbf{X}\|_{1,1} \text{ sujeto a } \mathbf{X} \geq 0, \mathbf{1}^\top \mathbf{x}_n = 1, \quad \forall n, \quad (5.6)$$

donde  $\mathbf{A}$  es la matriz de endmembers,  $\mathbf{Y}$  la matriz de datos observados,  $\mathbf{X}$  la matriz de abundancias a estimar y  $\mathbf{W}$  agrupa los pesos espectrales y espaciales adaptativos. El operador  $\odot$  denota el producto elemento a elemento (producto de Hadamard), y las restricciones garantizan la no negatividad y, de manera opcional, la condición de suma a uno por píxel cuando esta se activa.

El refinamiento se plantea como un proceso iterativo basado en un único esquema de optimización. En una etapa inicial, se calculan los pesos espectrales y espaciales a partir de la estimación inicial de abundancias. A continuación, estos pesos se mantienen fijos y el subproblema de estimación de abundancias se resuelve mediante un esquema iterativo basado en ADMM, que actualiza sucesivamente las variables del modelo hasta alcanzar la estabilidad de la solución.

#### 5.2.2.1 Pesos espectrales

La regularización espectral tiene como objetivo controlar la activación global de cada endmember a lo largo de toda la imagen. La idea es penalizar más fuertemente aquellos materiales cuya presencia es débil o marginal, promoviendo una solución más selectiva y estable. Para ello, el algoritmo S<sup>2</sup>WSU introduce una matriz diagonal de pesos espectrales que se actualiza en función de la energía asociada a cada endmember.

En esta implementación, los pesos espectrales y espaciales se calculan una única vez a partir de la estimación inicial  $\mathbf{X}^{(0)}$  y se mantienen fijos durante todo el proceso iterativo. En particular, el peso espectral correspondiente al endmember  $i$  se define siguiendo la estrategia propuesta en [72], evaluada sobre la estimación inicial de abundancias, como

$$w_i^{\text{spe}} = \frac{1}{\|\mathbf{X}_{i,:}^{(0)}\|_2 + \varepsilon}, \quad (5.7)$$

donde  $\mathbf{X}_{i,:}^{(0)}$  denota la fila  $i$ -ésima de la matriz de abundancias inicial  $\mathbf{X}^{(0)}$ , es decir, el vector que contiene la abundancia del endmember  $i$  en todos los píxeles válidos. El parámetro  $\varepsilon$  es un valor pequeño que evita divisiones por cero y garantiza la estabilidad numérica del cálculo.

Esta expresión asigna un peso elevado a aquellos endmembers cuya norma es baja, reforzando su penalización en la etapa de regularización. Por el contrario, los endmembers que muestran una contribución significativa en la escena reciben un peso reducido y, por tanto, una penalización más suave. Este mecanismo actúa como una forma de autorrelevancia que permite que el algoritmo se centre de manera más eficiente en los materiales realmente presentes.

La matriz de pesos espectrales queda definida como

$$\mathbf{W}_{\text{spe}} = \text{diag}(w_1^{\text{spe}}, w_2^{\text{spe}}, \dots, w_m^{\text{spe}}), \quad (5.8)$$

donde  $m$  es el número total de endmembers. En esta propuesta, todos los endmembers participan en la regularización espectral sin excepciones.

### 5.2.2.2 Pesos espaciales

La regularización espacial tiene como objetivo favorecer soluciones en las que la distribución de cada material sea coherente con su entorno local. En imágenes de tejidos y materiales reciclados, los endmembers tienden a organizarse en regiones relativamente homogéneas, mientras que las transiciones entre materiales se manifiestan como cambios más bruscos en las abundancias. Para capturar este comportamiento, se introduce una matriz de pesos espaciales que se calcula a partir de una estimación inicial de las abundancias y se mantiene fija durante el proceso de optimización.

En este trabajo, el peso espacial asociado al endmember  $i$  en el píxel  $n$  se define siguiendo el esquema propuesto en [72], evaluado sobre la estimación inicial de abundancias  $\mathbf{X}^{(0)}$ , como:

$$w_{\text{spa},i,n} = \frac{1}{\sum_{h \in \mathcal{N}(n)} \mathbf{X}_{i,h}^{(0)} + \varepsilon}, \quad (5.9)$$

donde  $\mathcal{N}(n)$  denota el conjunto de vecinos del píxel  $n$ . En este trabajo,  $\mathcal{N}(n)$  se define como un entorno 8-conexo, adecuado para capturar la continuidad espacial típica de los tejidos industriales. El parámetro  $\varepsilon$  es un término pequeño que garantiza la estabilidad numérica evitando divisiones por cero.

Esta definición refleja un principio sencillo: si el endmember  $i$  apenas aparece en la vecindad del píxel  $n$ , la suma  $\sum_{h \in \mathcal{N}(n)} \mathbf{X}_{i,h}^{(0)}$  será pequeña y, en consecuencia, el peso  $w_{\text{spa},i,n}$  será grande, penalizando la aparición aislada de ese material. Por el contrario, cuando el endmember  $i$  está presente de forma consistente en los píxeles vecinos, la suma es mayor, el peso disminuye y la penalización se suaviza, favoreciendo la preservación de regiones espacialmente homogéneas.

Esta formulación del peso espacial corresponde a una versión simplificada y robusta del esquema utilizado en el modelo S<sup>2</sup>WSU original. Bajo el supuesto de una estructura textil relativamente homogénea, esta variante resulta adecuada porque evita la introducción de factores adicionales difíciles de estimar y mantiene la estabilidad numérica del algoritmo, al mismo tiempo que preserva la capacidad de penalizar activaciones aisladas.

Agrupando todos estos valores, la matriz de pesos espaciales se define como:

$$\mathbf{W}_{\text{spa}}^{(0)} = \begin{bmatrix} w_{\text{spa},1,1}^{(0)} & \cdots & w_{\text{spa},1,N}^{(0)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{\text{spa},m,1}^{(0)} & \cdots & w_{\text{spa},m,N}^{(0)} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

donde cada fila corresponde a un endmember y cada columna a un píxel. En esta formulación, todos los endmembers participan en la regularización espacial sin excluir explícitamente el material de fondo, de modo que la coherencia espacial se evalúa de manera uniforme para todos los componentes del modelo.

### 5.2.2.3 Función objetivo y regularización

Una vez definidos la función objetivo y los pesos espectrales y espaciales, el siguiente paso consiste en resolver el problema de optimización mediante un esquema de Método Alternante de Direcciones del Multiplicador (ADMM). En este trabajo se emplea una versión simplificada del ADMM respecto al algoritmo S<sup>2</sup>WSU original, manteniendo únicamente las variables auxiliares necesarias para resolver de forma eficiente el término de regularización dispersa y las restricciones físicas del modelo.

El problema a resolver en cada iteración  $t$  se formula como:

$$\min_{\mathbf{X}} \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{W} \odot \mathbf{X}\|_{1,1} \text{ sujeto a } \mathbf{X} \geq 0, \mathbf{1}^\top \mathbf{x}_n = 1, \quad (5.11)$$

donde:

- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{B \times m}$  es la matriz de endmembers.
- $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{B \times N}$  es la matriz de datos observados.
- $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times N}$  es la matriz de abundancias a estimar.
- $\mathbf{W} = \mathbf{W}_{\text{spe}} \odot \mathbf{W}_{\text{spa}}$  es la matriz de pesos espectrales y espaciales.
- $\odot$  denota el producto elemento a elemento (producto de Hadamard).
- $\|\cdot\|_F$  es la norma de Frobenius.
- $\|\cdot\|_{1,1} = \sum_{i,j} |X_{ij}|$  es la norma  $\ell_1$  elemento a elemento.

Este problema combina:

1. Un término cuadrático y diferenciable de reconstrucción,  $\frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2$ .
2. Un término no diferenciable de tipo  $\ell_1$  (promotor de *sparsity*), ponderado por la matriz de pesos  $\mathbf{W}$ .
3. Restricciones físicas de no negatividad y, de manera opcional, la condición de suma a uno por píxel.

A continuación se describen de forma detallada los pasos utilizados para resolver el problema de refinamiento espectro-espacial mediante el método ADMM. Es importante destacar que ADMM no se aplica al término de reconstrucción espectral, ya que este es un problema cuadrático diferenciable que admite una solución cerrada mediante la resolución de un sistema lineal. La razón para introducir ADMM es exclusivamente el tratamiento del término de regularización dispersa basado en la norma  $\ell_1$ , que es no diferenciable y dificulta una minimización directa. Resolver todo esto “de una vez” es complicado. Por eso se utiliza el Método Alternante de Direcciones del Multiplicador (ADMM), que permite separar el problema en subproblemas más simples, asignando el término cuadrático a una actualización de tipo least-squares y el término  $\ell_1$  a una operación de umbralado suave. En lo que sigue, se explican estos pasos de optimización de manera clara y accesible, destacando el papel de la variable auxiliar y del multiplicador dual en la estructura del algoritmo.

#### 5.2.2.4 Esquema iterativo basado en ADMM

##### Separación con una variable auxiliar

La idea clave de ADMM es separar el término cuadrático del término disperso introduciendo una variable auxiliar  $\mathbf{Z}$ , que debe coincidir con la variable de abundancias  $\mathbf{X}$ :

$$\mathbf{X} = \mathbf{Z}. \tag{5.12}$$

Con esta separación, el problema original se reformula como:

$$\min_{\mathbf{X}, \mathbf{Z}} \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{W} \odot \mathbf{Z}\|_{1,1} \text{ sujeto a } \mathbf{X} = \mathbf{Z}, \mathbf{X} \geq 0 \quad (5.13)$$

La interpretación de esta reformulación es la siguiente:

- $\mathbf{X}$  se encarga del ajuste al modelo lineal y de la imposición de las restricciones físicas.
- $\mathbf{Z}$  recoge el efecto de la regularización dispersa mediante la norma  $\ell_1$ .
- La igualdad  $\mathbf{X} = \mathbf{Z}$  se impone mediante un término cuadrático de penalización y un multiplicador dual en el marco del método ADMM.

### Lagrangiano aumentado e interpretación del multiplicador dual

El lagrangiano aumentado es una técnica habitual en optimización para gestionar restricciones de igualdad. En lugar de imponer la restricción de forma estricta desde el principio, se incorpora al problema mediante dos mecanismos complementarios:

- Un multiplicador dual, que penaliza las violaciones de la restricción.
- Un término cuadrático adicional, que estabiliza la convergencia y evita oscilaciones numéricas.

En el contexto del unmixing, el lagrangiano aumentado permite imponer de forma progresiva y estable la igualdad  $X = Z$ , necesaria para separar el término cuadrático del término  $\ell_1$  y resolver cada parte del problema con subproblemas simples. La norma de Frobenius que aparece en esta formulación no reemplaza ningún término original, sino que actúa como una penalización suave que guía al algoritmo hacia una solución coherente.

Por lo que el Lagrangiano aumentado quedaria de la siguiente forma:

$$\mathcal{L}(\mathbf{X}, \mathbf{Z}, \mathbf{U}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{W} \odot \mathbf{Z}\|_{1,1} + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{Z} + \mathbf{U}\|_F^2 - \frac{\mu}{2} \|\mathbf{U}\|_F^2, \quad (5.14)$$

donde:

- $U$  es el multiplicador dual reescalado, una variable auxiliar que acumula la diferencia entre  $X$  y  $Z$ ,
- $\mu > 0$  controla la penalización por incumplir la igualdad  $X = Z$ .

El término cuadrático basado en la norma de Frobenius,  $\|\mathbf{X} - \mathbf{Z} + \mathbf{U}\|_F^2$ , no sustituye al término de regularización  $\ell_1$ , ya que se introduce con el objetivo de penalizar discrepancias entre las variables  $\mathbf{X}$  y  $\mathbf{Z}$  y estabilizar la convergencia del algoritmo.

Desde un punto de vista intuitivo:

- Si  $\mathbf{X}$  y  $\mathbf{Z}$  difieren, el término cuadrático aumenta, forzando al método a corregir dicha discrepancia en las iteraciones posteriores.
- La variable dual  $\mathbf{U}$  actúa como una *memoria* de estas discrepancias y dirige el algoritmo hacia una solución en la que  $\mathbf{X} \approx \mathbf{Z}$ .

### Cálculo de los pesos espectrales y espaciales

Al inicio del algoritmo, y a partir de la estimación inicial de las abundancias  $\mathbf{X}^{(0)}$ , se calculan los pesos espectrales y espaciales que intervienen en el término de regularización del problema. Estos pesos se mantienen fijos durante toda la resolución del esquema ADMM, de modo que no se actualizan iterativamente junto con las variables primales y duales.

Esta elección permite desacoplar el cálculo de los pesos del proceso iterativo principal, reduciendo el coste computacional y mejorando la estabilidad del algoritmo, especialmente en escenarios industriales donde se busca un comportamiento robusto y predecible.

#### Peso espectral (por endmember)

$$w_{\text{spe},i} = \frac{1}{\|\mathbf{X}_{i,:}^{(0)}\|_2 + \varepsilon}, \quad (5.15)$$

donde  $\mathbf{X}_{i,:}^{(0)}$  es la fila  $i$ -ésima de la matriz de abundancias inicial  $\mathbf{X}^{(0)}$ . Este peso penaliza de forma más intensa aquellos endmembers con baja contribución global, reforzando la selección de los materiales espectralmente más relevantes.

#### Peso espacial (por endmember y píxel)

$$w_{\text{spa},i,n} = \frac{1}{\sum_{h \in \mathcal{N}(n)} \mathbf{X}_{i,h}^{(0)} + \varepsilon}, \quad (5.16)$$

donde  $\mathcal{N}(n)$  denota la vecindad 8-conexa del píxel  $n$ . Si el endmember  $i$  apenas aparece en la vecindad de  $n$ , la suma es pequeña y el peso aumenta, penalizando activaciones aisladas y favoreciendo la coherencia espacial.

### Combinación de pesos

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_{\text{spe}} \odot \mathbf{W}_{\text{spa}}, \quad (5.17)$$

donde  $\mathbf{W}$  es la matriz de pesos utilizada en el paso de umbralado suave (actualización de la variable  $\mathbf{Z}$ ) dentro del esquema ADMM. El operador  $\odot$  denota el producto elemento a elemento, implementado mediante *broadcasting* de dimensiones, lo que permite aplicar una penalización adaptativa específica a cada par (*endmember*, *píxel*).

### Pasos iterativos del algoritmo ADMM

En este trabajo, ADMM se emplea no solo por su capacidad para descomponer el problema, sino también porque cada uno de los subproblemas resultantes admite una solución eficiente y estable. El término cuadrático conduce a un sistema lineal bien condicionado, el término  $\ell_1$  tiene una solución cerrada mediante soft-thresholding y las restricciones físicas se imponen mediante proyecciones directas. Además, la igualdad  $X = Z$  se controla de forma progresiva mediante el multiplicador dual.

En cada iteración del esquema ADMM se actualizan las tres variables siguientes:

1.  $\mathbf{X}$ , que representa directamente las abundancias y se actualiza imponiendo simultáneamente la fidelidad espectral al modelo de mezcla y las restricciones físicas del problema.
2.  $\mathbf{Z}$ , una variable auxiliar introducida para aislar el término disperso; sobre ella actúa la penalización basada en la norma  $\ell_1$  mediante un operador de *soft-thresholding*.
3.  $\mathbf{U}$ , el multiplicador dual reescalado, que acumula la discrepancia entre  $\mathbf{X}$  y  $\mathbf{Z}$  y estabiliza la convergencia del algoritmo imponiendo progresivamente la igualdad  $\mathbf{X} = \mathbf{Z}$ .

Este procedimiento modular evita optimizaciones costosas, mejora la estabilidad cuando se emplean pesos espectrales y espaciales actualizados de forma iterativa y, en la práctica, converge más rápido gracias a la inicialización mediante una implementación proyectada del método FCLS aplicada sobre superpíxeles.

El algoritmo se desarrolla de forma iterativa mediante los siguientes pasos que se detallan a continuación.

#### **X-step: actualización de las abundancias**

Fijando las variables  $\mathbf{Z}$  y  $\mathbf{U}$  en la iteración  $t$ , se minimiza el Lagrangiano aumentado  $\mathcal{L}$  con respecto a  $\mathbf{X}$  bajo las restricciones físicas del modelo. El subproblema a resolver es

$$\min_{\mathbf{X}} \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{X} - (\mathbf{Z}^{(t)} - \mathbf{U}^{(t)})\|_F^2. \quad (5.18)$$

Denotamos por  $\mathbf{X}^{(t+1)}$  la solución de este subproblema. El funcional es diferenciable respecto a  $\mathbf{X}$ , y, derivando e igualando a cero, se obtiene la condición de primer orden

$$\mathbf{A}^\top(\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}) + \mu(\mathbf{X} - \mathbf{Z}^{(t)} + \mathbf{U}^{(t)}) = \mathbf{0}. \quad (5.19)$$

Esta expresión conduce al siguiente sistema lineal:

$$(\mathbf{A}^\top \mathbf{A} + \mu \mathbf{I}) \mathbf{X}^{(t+1)} = \mathbf{A}^\top \mathbf{Y} + \mu (\mathbf{Z}^{(t)} - \mathbf{U}^{(t)}). \quad (5.20)$$

Este sistema se resuelve columna a columna, ya que la matriz  $\mathbf{A}^\top \mathbf{A} + \mu \mathbf{I}$  es común a todos los píxeles y puede factorizarse una única vez, acelerando significativamente la computación.

Una vez obtenida la solución  $\mathbf{X}^{(t+1)}$ , se imponen las restricciones físicas del modelo:

- **No negatividad:** se impone proyectando cada componente de  $\mathbf{X}^{(t+1)}$  sobre el ortante positivo, de modo que todas las abundancias negativas se truncan a cero.
- **Suma a uno:** cada columna de  $\mathbf{X}^{(t+1)}$  se proyecta sobre el hiperplano  $\{\mathbf{1}^\top \mathbf{x} = 1\}$ , una vez aplicada la no negatividad. Esta proyección garantiza que las abundancias conserven su interpretación como proporciones físicas.

### Z-step: tratamiento del término disperso ( $\ell_1$ ).

A continuación, fijadas las variables  $\mathbf{X}^{(t+1)}$  y  $\mathbf{U}^{(t)}$ , se minimiza el Lagrangiano aumentado con respecto a  $\mathbf{Z}$ . El subproblema resultante es:

$$\min_{\mathbf{Z}} \lambda \|\mathbf{W} \odot \mathbf{Z}\|_{1,1} + \frac{\mu}{2} \left\| \mathbf{Z} - (\mathbf{X}^{(t+1)} + \mathbf{U}^{(t)}) \right\|_F^2. \quad (5.21)$$

Denotamos por  $\mathbf{Z}^{(t+1)}$  la solución de este subproblema, que corresponde a un problema del tipo “norma  $\ell_1$  más término cuadrático”. Su solución cerrada viene dada por un operador de *soft-thresholding* ponderado:

$$\mathbf{Z}^{(t+1)} = \text{soft} \left( \mathbf{X}^{(t+1)} + \mathbf{U}^{(t)}, \frac{\lambda}{\mu} \mathbf{W} \right), \quad (5.22)$$

donde el umbral se define elemento a elemento como:

$$\tau_{i,n} = \frac{\lambda}{\mu} W_{i,n}, \quad (5.23)$$

y la función de *soft-thresholding* viene dada por

$$\text{soft}(z, \tau) = \text{sign}(z) \max(|z| - \tau, 0), \quad (5.24)$$

aplicada de manera independiente a cada elemento.

Este paso es donde el término  $\ell_1$  actúa de forma efectiva: los valores pequeños se reducen o se anulan, dando lugar a una solución dispersa. La penalización depende de los pesos espectrales y espaciales contenidos en la matriz  $\mathbf{W}$ , reforzando simultáneamente la selectividad espectral y la coherencia espacial. Obsérvese que la restricción de no negatividad no se aplica en este paso, sino que se impone posteriormente en la actualización de  $\mathbf{X}$ .

### U-step: actualización del multiplicador dual.

Por último, se actualiza el multiplicador dual reescalado según la regla:

$$\mathbf{U}^{(t+1)} = \mathbf{U}^{(t)} + \mathbf{X}^{(t+1)} - \mathbf{Z}^{(t+1)}. \quad (5.25)$$

Esta actualización acumula la discrepancia entre las variables  $\mathbf{X}$  y  $\mathbf{Z}$ . Si en una iteración dicha discrepancia es grande, la variable dual  $\mathbf{U}$  se ajusta para forzar que en las iteraciones siguientes  $\mathbf{X}$  y  $\mathbf{Z}$  se aproximen progresivamente. Cuando el algoritmo converge, se cumple aproximadamente  $\mathbf{X} \approx \mathbf{Z}$ , lo que implica que tanto las restricciones del modelo como el término disperso han sido satisfechos de manera simultánea.

### Criterio de parada.

En cada iteración del esquema ADMM se evalúan dos tipos de residuos que permiten monitorizar la convergencia del algoritmo:

- **Residuo primal**, que mide el cumplimiento de la restricción de consenso  $\mathbf{X} = \mathbf{Z}$ :

$$r^{(t)} = \|\mathbf{X}^{(t)} - \mathbf{Z}^{(t)}\|_F \quad (5.26)$$

- **Residuo dual**, que cuantifica la variación de la variable auxiliar  $\mathbf{Z}$  entre iteraciones consecutivas:

$$s^{(t)} = \mu \|\mathbf{Z}^{(t)} - \mathbf{Z}^{(t-1)}\|_F \quad (5.27)$$

Cuando ambos residuos descienden por debajo de un umbral prefijado (por ejemplo,  $10^{-4}$ ), se considera que la restricción de consenso está prácticamente satisfecha y que la solución ha dejado de cambiar de forma significativa.

El hecho de partir de una inicialización  $\mathbf{X}^{(0)}$  de alta calidad, obtenida mediante una aproximación proyectada del FCLS aplicada sobre superpíxeles, permite reducir

de manera notable el número de iteraciones necesarias para alcanzar una solución estable, favoreciendo una convergencia más rápida en comparación con el algoritmo S<sup>2</sup>WSU original sin inicialización guiada.

## 6. Metodología experimental

La metodología experimental empleada en este trabajo se ha diseñado para evaluar de forma rigurosa el comportamiento de los algoritmos de desmezcla espectral en un entorno controlado y con materiales textiles de composición conocida. El objetivo es disponer de datos fiables que permitan comparar distintos métodos bajo las mismas condiciones de captura, preprocesado y configuración, garantizando así que las diferencias observadas en los resultados se deben exclusivamente al rendimiento de los algoritmos. Para ello, se ha trabajado con un conjunto de muestras textiles caracterizadas previamente, un sistema de adquisición hiperespectral estable y un flujo de preprocesado uniforme, siguiendo un protocolo reproducible en todas las sesiones de captación.

### 6.1. Materiales y entorno de pruebas

Los experimentos se realizaron utilizando exclusivamente materiales textiles de diferentes naturalezas y composiciones, seleccionados con el objetivo de representar tanto fibras puras como mezclas habituales en aplicaciones industriales. Se trabajó con tejidos basados en fibras sintéticas, como poliéster y poliamida, y con tejidos basados en fibras naturales, como algodón. Además, también se emplearon mezclas de composición conocida según la información proporcionada por el fabricante, lo que permitió disponer de una referencia nominal sobre la proporción de cada componente. Esta información previa se utiliza como referencia cuantitativa para la validación de los resultados del unmixing, sin asumir que represente necesariamente la composición real exacta del material, pero proporcionando un marco consistente para comparar las abundancias estimadas.

Para la construcción del conjunto de endmembers, fue necesario capturar previamente muestras puras de cada material. Cada tela pura (compuesta por un único material) se adquirió en las mismas condiciones experimentales que las mezclas (telas compuestas por varios materiales), es decir, misma cinta transportadora, misma iluminación, misma distancia cámara-escena y idénticos preprocesados (normalización blanco/negro, filtro Savitzky-Golay, eliminación de bandas ruidosas, etc.) que se detallan en el apartado 6.3. Este procedimiento garantiza la coherencia entre los endmembers y los datos de las mezclas, evitando desajustes espectrales que podrían afectar negativamente al unmixing.

La Figura 6.1 muestra las muestras puras empleadas para la extracción de los endmembers utilizados en este estudio. En concreto, se dispone de cuatro telas en estado puro, que son: poliéster, lana, algodón y poliamida. Todas capturadas siguiendo el mismo protocolo de adquisición que las mezclas textiles para garantizar la cohe-

rencia espectral entre ambos conjuntos de datos. Adicionalmente, se ha incluido como endmember el espectro correspondiente a la cinta transportadora vacía, con el objetivo de analizar su posible influencia en el proceso de desmezcla y detectar activaciones no deseadas asociadas al fondo de la escena. Las firmas obtenidas a partir de estos materiales constituyen la base del modelo supervisado de desmezcla y permiten evaluar el comportamiento de los algoritmos en condiciones realistas de adquisición.

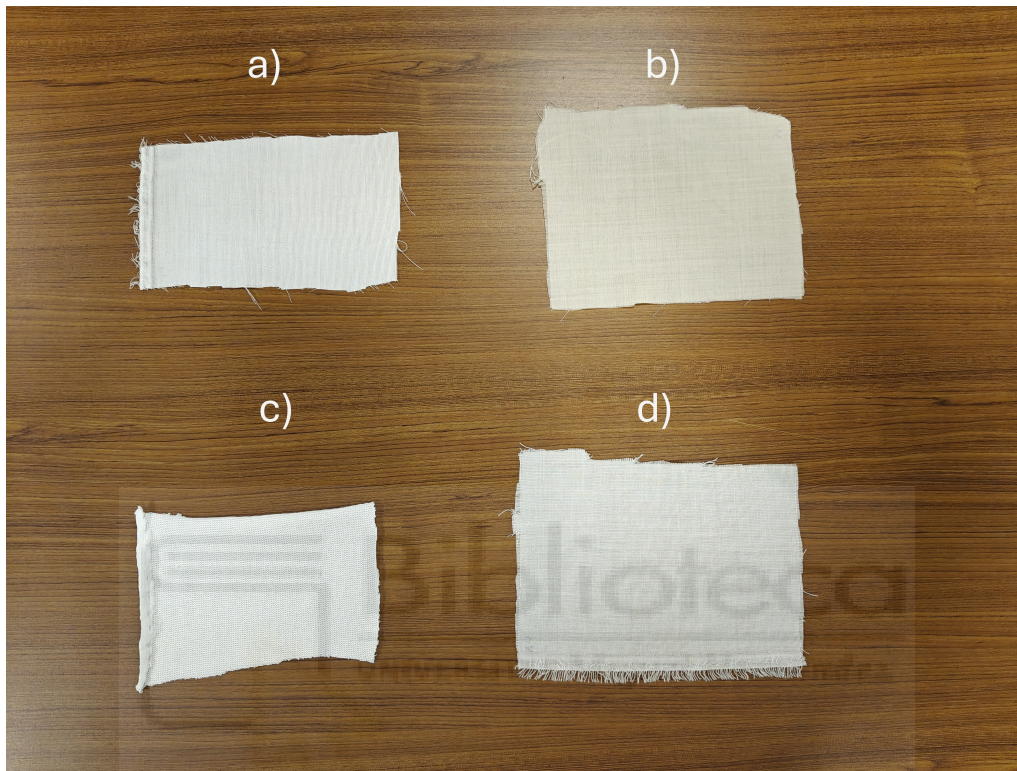


Figura 6.1: Muestras puras utilizadas para la obtención de los endmembers empleados en el proceso de desmezcla: (a) poliéster, (b) lana, (c) algodón y (d) poliamida.

Las muestras textiles se prepararon en forma de fragmentos de tamaño reducido, de modo que fueran claramente inferiores al ancho total de la cinta transportadora. Esto permitía que la cinta permaneciera visible en los bordes de la escena, facilitando la segmentación y el control del área útil de adquisición. Cada trozo de tela se colocó de manera plana y estable, evitando pliegues, curvaturas o la aparición de sombras que pudieran alterar la reflectancia registrada por la cámara. Al mismo tiempo, se mantuvo visible la estructura característica de cada tejido incluyendo hilos, tramas y entramados con el objetivo de evaluar el comportamiento de los algoritmos frente a la variabilidad espacial propia de los materiales textiles.

La Figura X muestra una vista general de las muestras textiles utilizadas para evaluar el rendimiento del algoritmo de desmezcla. Cada fragmento corresponde a un tejido real suministrado por un proveedor industrial, cuya composición nominal viene especificada por la información proporcionada por el fabricante.

En este trabajo, la referencia de composición utilizada corresponde a dicha información, sin disponer de una verificación independiente que permita confirmar si

coincide exactamente con la composición real del material. Por este motivo, la composición declarada se emplea únicamente como referencia nominal para la evaluación de los resultados.

En concreto, las muestras analizadas incluyen telas con composiciones nominales de (a) 65 % algodón y 35 % poliéster y (b) 58 % poliéster y 42 % poliamida, tal y como se observa en la Figura 6.2. Estas combinaciones representan estructuras físicas y comportamientos espectrales distintos, lo que permite analizar el comportamiento del algoritmo en diferentes escenarios de mezcla textil. Cabe destacar que, dado el contexto industrial del estudio, no se dispone de un ground truth espacial ni de una validación independiente de las composiciones declaradas, por lo que los resultados se interpretan en términos de coherencia y consistencia con la información de referencia disponible, y no como una verificación absoluta de la composición real del tejido.

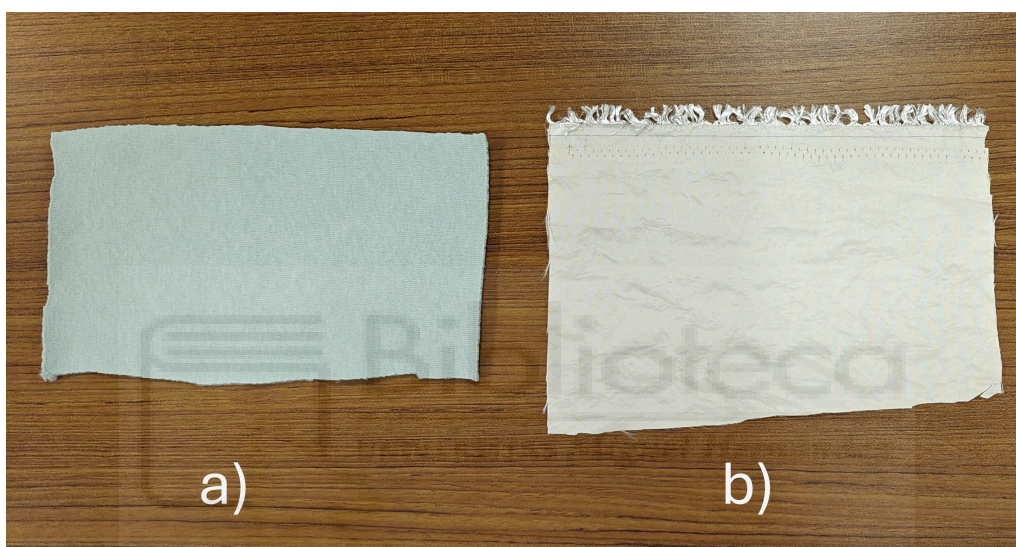


Figura 6.2: Muestras textiles empleadas para evaluar el algoritmo de desmezcla hiperespectral.

Todos los experimentos se llevaron a cabo en un entorno de laboratorio controlado, utilizando una cinta transportadora de pequeño tamaño y velocidad constante para garantizar la repetibilidad entre capturas. La iluminación permaneció fija durante todo el proceso, empleando una configuración diseñada para proporcionar uniformidad espacial y estabilidad temporal, reduciendo así la influencia de fluctuaciones externas sobre la reflectancia registrada.

El sistema de adquisición estuvo compuesto por una cámara hiperespectral de tecnología pushbroom, montada a una distancia fija respecto a la superficie de la cinta. La cámara ofrece una resolución espectral adecuada para el análisis detallado de materiales textiles y fue operada manteniendo constantes las condiciones geométricas y de iluminación entre sesiones. El uso de un sistema cerrado y reproducible simplifica tanto la calibración como la posterior comparación entre métodos.

La selección de materiales con composición conocida, la preparación controlada de las muestras y el uso de un entorno experimental estable proporcionan una base sólida para evaluar el rendimiento de los algoritmos de desmezcla espectral. Este

planteamiento garantiza que las diferencias observadas en los resultados se deban a la capacidad de los métodos analizados y no a variaciones externas no controladas.

## 6.2. Adquisición de datos y calibración

### Procedimiento de captura

Las imágenes hiperespectrales se adquirieron utilizando una cámara pushbroom Specim FX17 diseñada para el rango espectral 900-1700 nm. Este sensor proporciona 240 bandas espectrales y una resolución espacial de 640 píxeles por línea lo que permite obtener firmas espectrales de alta calidad adecuadas para la caracterización de materiales textiles. Aunque este modelo de cámara es capaz de alcanzar una velocidad nominal de 527 fps, en este trabajo se operó mediante un trigger externo ajustado específicamente para sincronizar la adquisición con el movimiento de la cinta transportadora y garantizar una geometría de captura estable.

La cinta transportadora se operó a su velocidad máxima, de modo que el encoder asociado generó pulsos a la máxima frecuencia disponible. La sincronización entre el movimiento de la cinta y la adquisición hiperespectral se realizó mediante un sistema de disparo externo controlado por un PLC (*Programmable Logic Controller*), que emitía un pulso de *trigger* a la cámara cada  $N$  pulsos del encoder. Este esquema garantiza que la frecuencia de disparo de la cámara sea proporcional al desplazamiento real de la cinta, independientemente de su velocidad instantánea, permitiendo una adquisición consistente de líneas sin solapamientos ni pérdidas.

Este ajuste es necesario en sistemas de adquisición *pushbroom*, como las cámaras hiperespectrales industriales de Specim, donde cada línea espectral debe capturarse en sincronía con el avance de la muestra para preservar la correcta correspondencia espacial entre píxeles consecutivos [107]. El número de pulsos de encoder por línea se determinó en función de diversos parámetros geométricos del sistema, como la óptica de la cámara, que define el campo de visión (*Field of View*), y la altura de instalación respecto a la cinta transportadora, los cuales condicionan la resolución espacial efectiva en la dirección de escaneo.

Adicionalmente, el tiempo de exposición de la cámara se ajustó en función de la iluminación disponible con el objetivo de maximizar la señal útil sin alcanzar la saturación del detector. Siguiendo las recomendaciones del fabricante, se seleccionó un nivel de señal correspondiente aproximadamente al 75-80% del rango dinámico del sensor, lo que permite evitar saturaciones en zonas de alta reflectancia y mantener un margen suficiente para una correcta interpretación y posterior procesamiento del espectro adquirido [107].

Tras el proceso de calibración del disparo externo y del tiempo de exposición, se estableció una tasa efectiva de adquisición de 228 fps, junto con un tiempo de exposición equivalente al 80% del máximo permitido por la cámara. Estos ajustes permiten capturar cada línea espectral exactamente cuando la muestra avanza la distancia correspondiente a un píxel en la dirección de escaneo, evitando artefactos

típicos como bandas verticales asociadas a sobreexposición o desincronización entre la adquisición y el movimiento de la cinta.

La distancia entre la cámara y la superficie de las muestras se mantuvo constante en 14,5 cm lo cual garantiza un compromiso adecuado entre iluminación, apertura angular y tamaño proyectado del píxel. Para verificar la escala espacial real en las condiciones de trabajo, se realizó una medida de calibración mediante un patrón cuadrado de 100 x 100 mm, obteniéndose aproximadamente 210-213 píxeles en la dimensión escaneada. De este modo, se determinó un tamaño efectivo de píxel de aproximadamente:

$$\text{tamaño de píxel} \approx \frac{100 \text{ mm}}{211} = 0,4739 \text{ mm/píxel}, \quad (6.1)$$

valor que se utilizó como referencia para interpretar las dimensiones reales de las muestras sobre la cinta transportadora.

La iluminación de la escena se realizó mediante dos filas de seis focos halógenos cada una, colocadas de forma simétrica respecto a la zona de adquisición. Este tipo de iluminación proporciona un espectro continuo en el rango NIR y una buena estabilidad temporal, aspectos especialmente relevantes para minimizar variaciones radiométricas no deseadas. Para la calibración radiométrica se empleó un folio blanco como referencia de alta reflectancia y la imagen oscura obtenida con el obturador cerrado del propio sistema, procedimiento que permite corregir la respuesta del sensor y los niveles de corriente oscura, siendo éste el procedimiento seguido también en [108] [109]. El uso de un panel certificado como Spectralon [110], un material de referencia con reflectancia prácticamente lambertiana y alta estabilidad espectral, no ha sido posible en este trabajo debido a su elevado coste económico.

La Figura 6.3 muestra la instalación empleada, donde se aprecia la disposición de la cámara hiperespectral y la cinta transportadora utilizados durante la adquisición.

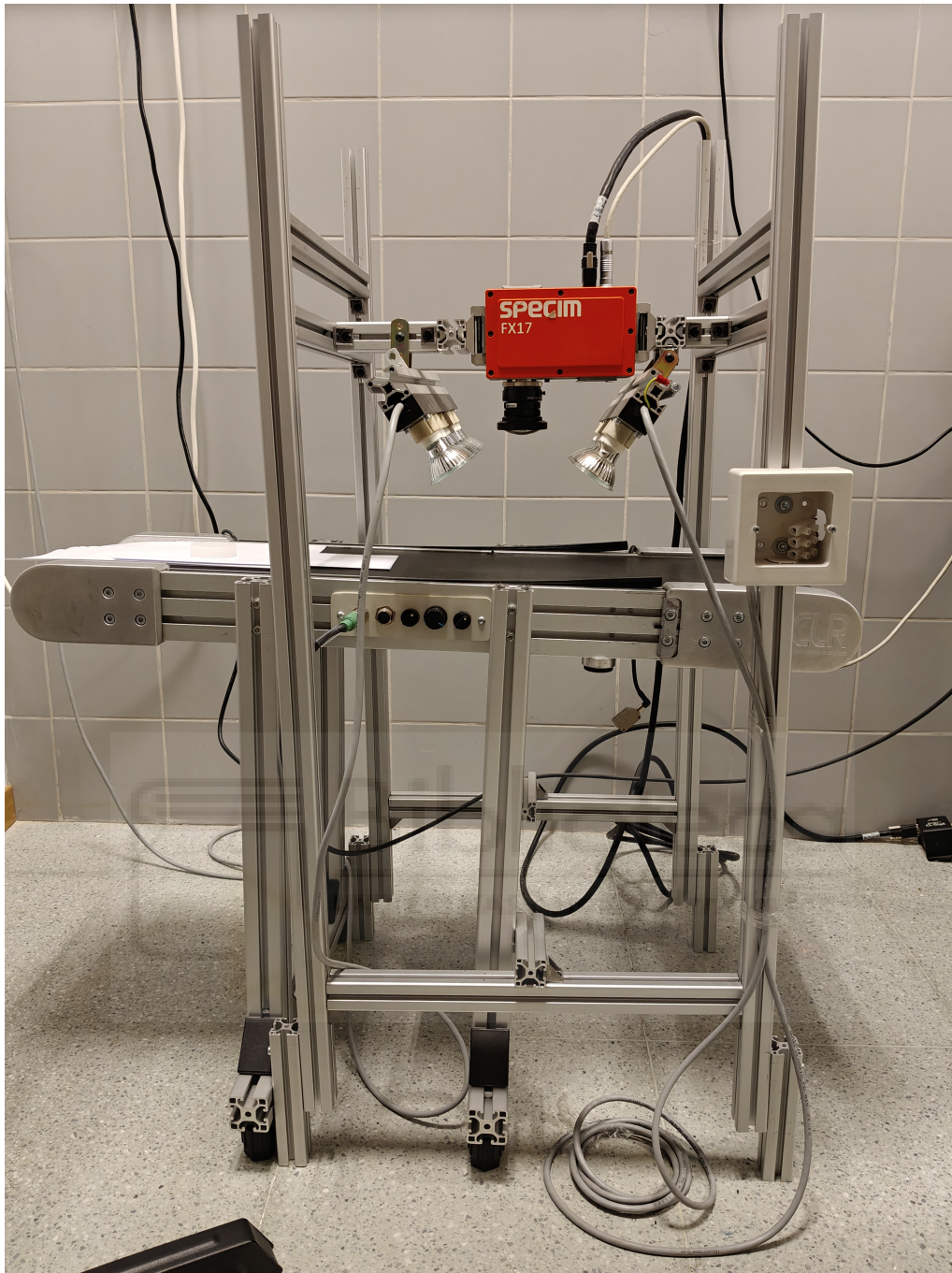


Figura 6.3: Instalación experimental utilizada para la adquisición de los datos, compuesta por la cámara hiperespectral y la cinta transportadora empleada durante la captura de las muestras.

### Correcciones radiométricas y geométricas

La cámara hiperespectral Specim FX17 incorpora de fábrica un conjunto de correcciones internas destinadas a garantizar la estabilidad radiométrica y geométrica de los datos adquiridos. De acuerdo con las especificaciones del fabricante, el sistema aplica automáticamente correcciones de *offset*, corrección de píxeles defectuosos (*hot pixel correction*) y el mecanismo de *Automatic Image Enhancement* (AIE), diseñado

para asegurar que la calibración espectral sea consistente entre distintas unidades del mismo modelo [107]. Asimismo, el fabricante indica que la FX17 corrige de forma interna los efectos geométricos de *smile* y *keystone* hasta valores prácticamente nulos, garantizando que la alineación espectral y geométrica entre bandas se mantenga estable sin necesidad de calibraciones adicionales por parte del usuario.

Todas estas correcciones se encuentran habilitadas por defecto y se aplican directamente a nivel de hardware durante el proceso de adquisición, proporcionando imágenes hiperespectrales ya corregidas desde el punto de vista geométrico y radiométrico básico.

Sobre estos datos previamente corregidos, se llevó a cabo únicamente la calibración radiométrica estándar necesaria para transformar los valores digitales registrados por el sensor en valores de reflectancia relativa. Para ello, se adquirió una referencia blanca, utilizando un folio blanco situado en la zona de captura, y una referencia oscura, obtenida mediante el cierre del obturador de la cámara. La normalización radiométrica se realizó según la expresión

$$R = \frac{I - D}{W - D}, \quad (6.2)$$

donde  $I$  representa la imagen adquirida,  $D$  la referencia oscura y  $W$  la referencia blanca. Esta operación permite compensar la corriente oscura del detector, la ganancia del sistema y las variaciones residuales de iluminación, generando un cubo hiperespectral normalizado y comparable entre distintas sesiones de adquisición.

Gracias a las correcciones geométricas internas del sistema, incluyendo la compensación de los efectos de *smile* y *keystone*, no fue necesario aplicar ningún procesamiento geométrico adicional. La integridad espacial del sistema se verificó mediante el patrón de calibración de  $100 \times 100$  mm descrito anteriormente, confirmando que la relación píxel-distancia permanecía estable bajo las condiciones de trabajo empleadas. Tras completar esta calibración radiométrica, los cubos hiperespectrales obtenidos se consideraron adecuadamente preparados para las etapas posteriores de selección de bandas y preprocesado descritas en el apartado siguiente.

### 6.3. Selección de bandas y preprocesado

A partir de los cubos hiperespectrales calibrados descritos en el apartado anterior, se realizó en primer lugar una selección de bandas con el objetivo de conservar únicamente aquellas regiones espectrales con mayor capacidad discriminativa entre los materiales textiles considerados. Este mismo subconjunto espectral se empleó de forma consistente tanto para la extracción de las firmas puras de los endmembers como para el procesamiento de los cubos hiperespectrales completos.

En una primera fase se descartaron las bandas iniciales del rango espectral, que presentaban una relación señal-ruido significativamente inferior debido a las limitaciones de la iluminación y de la respuesta del sensor. Tras este recorte inicial, el

cubo de trabajo quedó reducido a 214 bandas útiles.

Sobre este conjunto se analizaron las firmas espectrales puras de los distintos endmembers y se evaluó, para cada banda, su capacidad de discriminación mediante la diferencia media entre pares de materiales y otras métricas sencillas de separabilidad espectral. Aunque se ensayaron selecciones automáticas basadas en la elección de las bandas con mayor diferencia media, los mejores resultados de desmezcla se obtuvieron al emplear un intervalo espectral continuo comprendido aproximadamente entre las bandas 140 y 205 del cubo original.

Este intervalo se corresponde con una región del infrarrojo cercano (NIR) en la que la señal presenta una mayor estabilidad y las diferencias espectrales entre los materiales textiles son más marcadas. Por este motivo, dicho rango espectral se adoptó como configuración final en todos los experimentos.

Como se observa en la Fig. 6.4, el intervalo seleccionado corresponde a una región del infrarrojo cercano (NIR) en la que las diferencias entre las firmas espectrales de los distintos materiales son más acusadas. Con fines exclusivamente ilustrativos, las firmas espectrales mostradas en dicha figura se representan normalizadas a su valor máximo individual, con el objetivo de facilitar la comparación de sus formas espectrales y resaltar las regiones de mayor separabilidad entre materiales. Esta normalización se emplea únicamente para la visualización y no se utiliza en ninguna de las etapas del algoritmo de desmezcla, que opera directamente sobre valores de reflectancia calibrada.

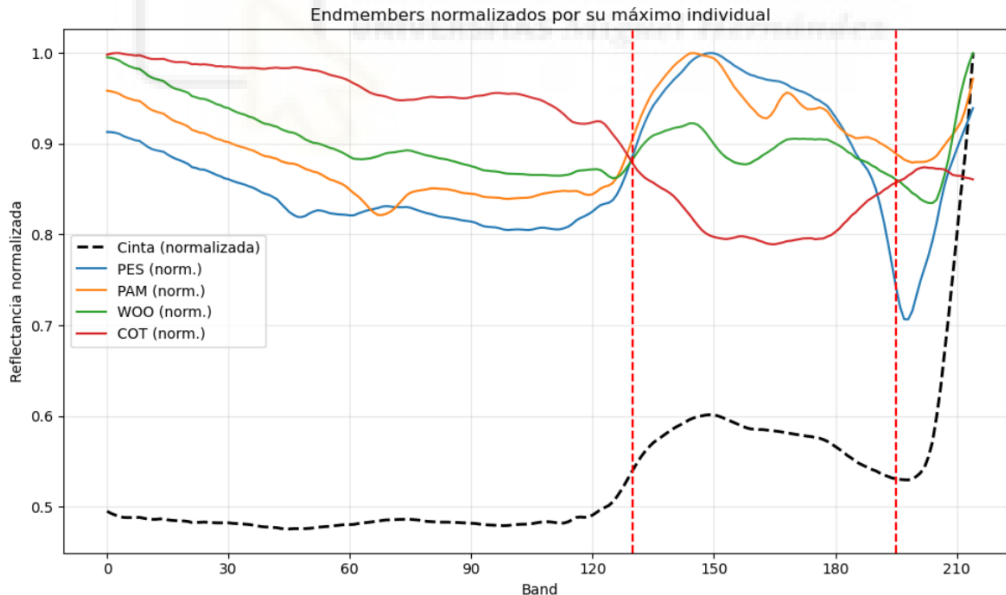


Figura 6.4: Instalación experimental utilizada para la adquisición de los datos, compuesta por la cámara hiperespectral y la cinta transportadora empleada durante la captura de las muestras.

Sobre este subconjunto espectral se aplicó un preprocesado específico del cubo, diseñado para eliminar artefactos instrumentales y reducir el ruido antes de ejecutar los algoritmos de desmezcla. En primer lugar, se aplicó una etapa de corrección de

picos espurios (Fix Spikes). Ocasionalmente, la cámara registra valores anormalmente altos en bandas aisladas, produciendo picos muy pronunciados en el espectro que no corresponden al comportamiento real del material. Estos picos, conocidos como spectral spikes o spiked points, pueden estar causados por perturbaciones electrónicas transitorias, inestabilidades temporales del detector o fenómenos esporádicos de ruido impulsivo, y no necesariamente por fallos hardware permanentes del sensor [111]. Para detectarlos, se analizó la forma del espectro mediante el cálculo de derivadas de primer y segundo orden, identificando aquellos puntos que se comportaban como outliers respecto a sus vecinos. Para corregirlos se desarrolló un algoritmo específico que detecta segmentos del espectro afectados por Spikes corrigiendo por interpolación y sustituyendo los valores espurios por estimaciones coherentes con la tendencia local del espectro.

A continuación, se realizó la normalización por referencia blanco/negro, aplicando la calibración radiométrica estándar descrita en el apartado 6.2. Este paso proporciona un cubo limpio y comparable entre distintas capturas, en el que los valores espectrales reflejan de forma más fiel las propiedades ópticas de los materiales.

Sobre el cubo ya corregido radiométricamente se aplicó un filtrado *Savitzky-Golay* [112] con polinomio de orden 2 y una ventana de longitud 7 bandas. Este filtro permite suavizar el ruido de alta frecuencia preservando la forma global de las firmas, de modo que se mantienen las pendientes y estructuras relevantes asociadas a las bandas de absorción, mientras se atenúan las oscilaciones debidas al ruido del sensor. En conjunto, la combinación de corrección de picos, calibración radiométrica y suavizado mediante *Savitzky-Golay* proporciona un cubo preprocesado suficientemente estable y libre de artefactos para obtener resultados de desmezcla coherentes y reproducibles en el contexto de este trabajo.

### 6.4. Implementación del algoritmo propuesto

La implementación práctica del método híbrido desarrollado en este trabajo se organizó siguiendo un flujo computacional coherente con la formulación presentada en el apartado anterior. El objetivo de este punto es describir las decisiones técnicas adoptadas durante la programación y los pasos necesarios para reproducir el algoritmo, sin analizar aún el rendimiento obtenido.

En primer lugar, se aplicó el preprocesado estándar a todos los cubos hiperespectrales, que incluyó la eliminación de bandas ruidosas, el recorte espectral y la normalización mediante las imágenes de referencia blanco/negro. Adicionalmente, se aplicó un filtrado Savitzky-Golay para suavizar el ruido espectral manteniendo la forma de las firmas espectrales. Tras este procesamiento inicial, se extrajeron los píxeles válidos definidos por una máscara de la escena obtenida mediante el criterio SAM (Spectral Angle Mapper), empleada para discriminar automáticamente los píxeles correspondientes a la cinta transportadora de aquellos asociados a los materiales textiles [113] [114]. Los píxeles seleccionados se reorganizaron posteriormente en formato matricial para su uso en los algoritmos de desmezcla.

A continuación, se generaron superpíxeles sobre la imagen utilizando un método basado en SLIC, ajustando el número de regiones y el parámetro de compacidad para obtener agrupaciones espacialmente coherentes y espectralmente homogéneas. Para cada superpíxel se calculó el espectro medio promediando los valores espectrales de todos los píxeles que lo componen. Este espectro medio se utilizó como entrada para resolver un problema FCLS, obteniéndose un vector de abundancias que posteriormente se asignó a todos los píxeles de la región. De esta forma se construyó la estimación inicial  $X^{(0)}$ , caracterizada por su estabilidad frente al ruido y su coherencia espacial dentro de cada superpíxel como se describe con detalle en el apartado 5.2.1.

El refinamiento final de las abundancias se llevó a cabo mediante la versión adaptada del algoritmo  $S^2WSU$ . Para ello se implementaron los pesos espectrales y espaciales definidos en el modelo, los pesos espectrales se actualizaron en cada iteración a partir de la norma L2 de cada fila de la matriz de abundancias, mientras que los pesos espaciales se calcularon utilizando un entorno 8-conexo, de modo que cada peso penalizara la aparición aislada de un material en un píxel cuyo vecindario no mostrara una presencia consistente del mismo. Ambos conjuntos de pesos se combinan mediante el producto elemento a elemento, proporcionando la matriz  $W$  que regula la intensidad de la regularización dispersa en cada iteración del algoritmo.

El núcleo de la optimización se resolvió mediante un esquema ADMM simplificado, en el que se separa el término cuadrático de reconstrucción del término no diferenciable asociado a la norma  $\ell_1$ . La actualización de  $X$  se formuló como un problema de mínimos cuadrados regularizado, cuya solución puede obtenerse de forma eficiente al precomputar la matriz  $(A^T A + \mu I)^{-1}$ . La actualización de la variable auxiliar asociada al término disperso se realizó mediante *soft-thresholding* ponderado por la matriz de pesos  $W$ , mientras que la proyección sobre la región factible impuso explícitamente la restricción de no negatividad en cada iteración. El multiplicador dual se actualizó siguiendo la estructura clásica del método, garantizando que la igualdad  $X = Z$  se fuera satisfaciendo progresivamente a medida que avanzaba el proceso.

En los métodos de desmezcla espectral dispersa basados en regularización  $\ell_1$ , los hiperparámetros que gobiernan el proceso de optimización carecen, en general, de un criterio óptimo universal y se seleccionan de forma empírica. En particular, en la formulación original del algoritmo  $S^2WSU$ , el parámetro de regularización  $\lambda$  se ajusta empíricamente para cada conjunto de datos, tal y como se indica en los experimentos reportados por los autores de [72]. De forma análoga, el parámetro  $\mu$ , asociado al Lagrangiano aumentado del esquema ADMM, no admite una expresión analítica para su cálculo y su elección es de naturaleza empírica, influyendo principalmente en la estabilidad numérica y en la velocidad de convergencia del algoritmo, tal y como se detalla en [115].

Esta dependencia de valores empíricos ajustados para cada hipercubo constituye una limitación relevante desde el punto de vista de la aplicabilidad práctica. En particular, en entornos industriales de reciclado, la composición de los materiales analizados es, en general, desconocida a priori, lo que hace inviable la estimación manual o experimental de  $\lambda$  y  $\mu$  para cada adquisición. Aunque en un entorno de

laboratorio es posible ajustar estos parámetros aprovechando el conocimiento previo de las mezclas textiles, dicha estrategia no resulta trasladable a escenarios reales de operación, donde el algoritmo debe funcionar de manera autónoma y robusta frente a una elevada variabilidad de materiales y condiciones de adquisición.

Desde el punto de vista de la formulación matemática del problema, cabe destacar que el parámetro  $\lambda$  interviene exclusivamente en el subproblema  $\ell_1$  del esquema ADMM a través del cociente  $\lambda/\mu$ , actuando como un factor de escala del operador de *soft-thresholding*. Por el contrario,  $\mu$  gobierna el acoplamiento global entre las variables primales y auxiliares, afecta al condicionamiento del sistema lineal asociado a la actualización de las abundancias y controla, de forma indirecta, la intensidad efectiva de la regularización.

Siguiendo formulación original del algoritmo S<sup>2</sup>WSU, ambos parámetros se seleccionan de forma empírica para cada hipercubo, evaluando distintos valores y escogiendo aquellos que conducen a un menor error de reconstrucción. Este procedimiento es consistente con el enfoque seguido por [72], donde se pone de manifiesto que la elección óptima de los hiperparámetros no admite una expresión analítica cerrada y depende de las características espectrales y espaciales de los datos analizados.

Asimismo, los autores del algoritmo S<sup>2</sup>WSU señalan explícitamente que, debido a la naturaleza no convexa del problema global y a la interacción entre los términos espectrales, espaciales y dispersos, la convergencia estricta del esquema ADMM resulta difícil de alcanzar en la práctica, incluso cuando el residuo de reconstrucción presenta una tendencia decreciente. En este contexto, el proceso iterativo se interpreta como un mecanismo de refinamiento progresivo más que como un procedimiento orientado a satisfacer criterios de convergencia formales.

Bajo este planteamiento, el refinamiento espectro-espacial se aplica sobre una estimación inicial de las abundancias obtenida mediante FCLS, que proporciona una solución factible y espectralmente coherente bajo el modelo lineal. Esta estimación inicial sirve como punto de partida para el proceso iterativo posterior, permitiendo que el refinamiento se centre en introducir coherencia espectro-espacial y efectos de dispersión sin partir de configuraciones arbitrarias. Adicionalmente, y con fines de análisis metodológico, se consideran otras estrategias de inicialización alternativas, cuyo impacto en el comportamiento del proceso iterativo se evalúa posteriormente en el apartado de resultados. El interés principal se centra, por tanto, en analizar la evolución del residuo de reconstrucción y de las métricas de error a lo largo de las iteraciones, con el fin de evaluar la estabilidad del algoritmo y la tendencia de la solución.

Con este objetivo, el número de iteraciones externas del algoritmo se fija en 300 iteraciones para todos los experimentos. Esta elección no persigue alcanzar un criterio de convergencia estricto, sino disponer de una ventana de iteración suficientemente amplia que permita observar el comportamiento asintótico del proceso. En los experimentos realizados, el error de reconstrucción y métricas como el RMSE muestran una tendencia decreciente a lo largo de las iteraciones, con mejoras progresivamente menores a medida que avanza el refinamiento, lo que indica una dinámica estable del método.

La utilización de un número elevado y constante de iteraciones permite además garantizar la comparabilidad entre hipercubos, evitando criterios de parada dependientes de umbrales específicos y proporcionando un marco homogéneo para el análisis del comportamiento del algoritmo en distintos escenarios de mezcla y adquisición. Dado que la solución inicial basada en FCLS ya proporciona una estimación cercana a la solución final en términos de reconstrucción espectral, las iteraciones sucesivas introducen ajustes graduales que permiten verificar la estabilización de la estimación de abundancias sin observar comportamientos oscilatorios ni divergencias.

El proceso completo del método propuesto se describe a continuación mediante el Algoritmo 1, que resume de forma estructurada las distintas etapas de la inicialización basada en FCLS y del refinamiento espectro-espacial iterativo resuelto mediante ADMM.

---

**Algorithm 1** Desmezcla híbrida: FCLS sobre superpíxeles + refinamiento ADMM con pesos fijos

---

**Require:**  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{L \times N}$ ,  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{L \times m}$ , máscara válida, parámetros de superpíxeles,  $\lambda > 0$ ,  $\mu > 0$ ,  $\varepsilon > 0$ , `suma1`, `max_iter`, `tol`

**Ensure:**  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times N}$

**1) Inicialización FCLS sobre superpíxeles**

- 1: Segmentar región válida en superpíxeles  $\rightarrow$  `labels`
- 2: **for all** superpíxeles  $s$  **do**
- 3:  $\bar{\mathbf{y}}_s \leftarrow \frac{1}{|s|} \sum_{n \in s} \mathbf{y}_n$
- 4:  $\mathbf{x}_s \leftarrow \Pi_{\Delta}(\arg \min_{\mathbf{x}} \|\bar{\mathbf{y}}_s - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2)$
- 5:  $\mathbf{X}^{(0)}(:, n) \leftarrow \mathbf{x}_s \quad \forall n \in s$
- 6: **end for**

**2) Cálculo de pesos fijos**

- 7: Calcular  $W_{\text{spe}}(X^{(0)})$  y  $W_{\text{sps}}(X^{(0)})$  (Ecs. correspondientes)
- 8:  $\mathbf{W} \leftarrow W_{\text{spe}} \odot W_{\text{sps}}$

**3) Refinamiento mediante ADMM (pesos fijos)**

- 9: Inicializar  $\mathbf{X} \leftarrow \mathbf{X}^{(0)}$ ,  $\mathbf{Z} \leftarrow \mathbf{X}^{(0)}$ ,  $\mathbf{U} \leftarrow \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{Z}_{\text{prev}} \leftarrow \mathbf{Z}$
  - 10: **for**  $t = 1$  **to** `max_iter` **do**
  - 11: **X-step:** resolver  $(\mathbf{A}^{\top} \mathbf{A} + \mu \mathbf{I}) \mathbf{X} = \mathbf{A}^{\top} \mathbf{Y} + \mu(\mathbf{Z} - \mathbf{U})$  y proyectar a restricciones
  - 12: **Z-step:**  $\mathbf{Z} \leftarrow \text{soft}(\mathbf{X} + \mathbf{U}, (\lambda/\mu)\mathbf{W})$
  - 13: **U-step:**  $\mathbf{U} \leftarrow \mathbf{U} + (\mathbf{X} - \mathbf{Z})$
  - 14:  $r \leftarrow \|\mathbf{X} - \mathbf{Z}\|_F$ ,  $s \leftarrow \|\mu(\mathbf{Z} - \mathbf{Z}_{\text{prev}})\|_F$
  - 15: **if**  $r < \text{tol}$  **and**  $s < \text{tol}$  **then**
  - 16: **break**
  - 17: **end if**
  - 18:  $\mathbf{Z}_{\text{prev}} \leftarrow \mathbf{Z}$
  - 19: **end for**
  - 20: **return**  $\mathbf{X}$
-

## 7. Resultados y análisis

### 7.1. Resultados cuantitativos

En este apartado se presentan los resultados obtenidos al evaluar distintas configuraciones de desmezcla espectral con el objetivo de analizar el impacto del refinamiento espectro-espacial bajo distintas condiciones iniciales. La comparación se ha planteado de forma que permita estudiar, de manera controlada, la influencia de la estimación inicial de las abundancias en el comportamiento del algoritmo S<sup>2</sup>WSU y en la calidad de las soluciones obtenidas.

En concreto, se han considerado cuatro configuraciones diferentes. En primer lugar, se evalúa el algoritmo FCLS aplicado sobre superpíxeles, utilizado como método de estimación inicial de las abundancias. En segundo lugar, se analiza el comportamiento del algoritmo S<sup>2</sup>WSU cuando se aplica de forma aislada, empleando una inicialización nula de las abundancias. Como tercera configuración, se considera S<sup>2</sup>WSU con una inicialización aleatoria que cumple las restricciones de no negatividad y suma a uno, con el fin de evaluar el efecto de una estimación inicial no informada pero factible. Finalmente, se estudia la combinación de una inicialización basada en FCLS seguida de un refinamiento espectro-espacial mediante S<sup>2</sup>WSU, que constituye la estrategia híbrida propuesta en este trabajo.

La evaluación se ha realizado sobre dos hipercubos hiperespectrales distintos, correspondientes a mezclas textiles con composiciones conocidas y características espectrales diferenciadas. En concreto, se ha analizado una muestra compuesta por un 65% de algodón y un 35% de poliéster, y una segunda muestra formada por un 58% de poliéster y un 42% de poliamida. Para cada hipercubo se seleccionaron valores empíricos específicos de los hiperparámetros  $\mu$  y  $\lambda$ , que se mantuvieron fijos para todas las configuraciones evaluadas en dicho cubo. Asimismo, en todos los experimentos se utilizó un número fijo de 300 iteraciones, común a todos los métodos y a ambos hipercubos, garantizando condiciones homogéneas de ejecución y comparabilidad entre configuraciones.

La evaluación cuantitativa se ha realizado en el espacio de abundancias, comparando las estimaciones obtenidas con las composiciones de referencia conocidas de cada hipercubo. En primer lugar, se analiza el error cuadrático medio (RMSE), que proporciona una medida global del error penalizando de forma más severa las desviaciones de mayor magnitud. Los valores de RMSE obtenidos para cada método y cada hipercubo se recogen en la Tabla 7.1.

Tabla 7.1: Error cuadrático medio (RMSE) de las abundancias estimadas para los distintos métodos y condiciones de inicialización.

<b>Hipercubo</b>	<b>Método</b>	<b>RMSE</b>
65 % COT / 35 % PES	FCLS (superpíxeles)	16,97
	S <sup>2</sup> WSU (init. ceros)	25,28
	S <sup>2</sup> WSU (init. aleatoria)	0,65
	<b>Método propuesto</b>	0,16
58 % PES / 42 % PAM	FCLS (superpíxeles)	1,65
	S <sup>2</sup> WSU (init. ceros)	8,82
	S <sup>2</sup> WSU (init. aleatoria)	3,69
	<b>Método propuesto</b>	1,22

Como métrica complementaria, se ha calculado el error absoluto medio (MAE), que cuantifica la desviación media absoluta en la estimación de las abundancias y ofrece una medida más robusta frente a errores puntuales. Los valores correspondientes de MAE se presentan en la Tabla 7.2.

Tabla 7.2: Error absoluto medio (MAE) de las abundancias estimadas para los distintos métodos y condiciones de inicialización.

<b>Hipercubo</b>	<b>Método</b>	<b>MAE</b>
65 % COT / 35 % PES	FCLS (superpíxeles)	10,75
	S <sup>2</sup> WSU (init. ceros)	20,05
	S <sup>2</sup> WSU (init. aleatoria)	0,57
	<b>Método propuesto</b>	0,12
58 % PES / 42 % PAM	FCLS (superpíxeles)	1,20
	S <sup>2</sup> WSU (init. ceros)	7,14
	S <sup>2</sup> WSU (init. aleatoria)	2,64
	<b>Método propuesto</b>	0,97

Con el fin de facilitar la claridad visual y evitar redundancias, los mapas de abundancias mostrados en las Figuras 7.1 y 7.2 corresponden exclusivamente al algoritmo propuesto, basado en una inicialización mediante FCLS seguida de un refinamiento espectro-espacial mediante S<sup>2</sup>WSU. El análisis comparativo de las distintas estrategias de inicialización se realiza a partir de las métricas cuantitativas y de los valores medios de abundancia recogidos en las tablas, mientras que la interpretación detallada de la coherencia espacial de los mapas se aborda en el apartado de discusión.

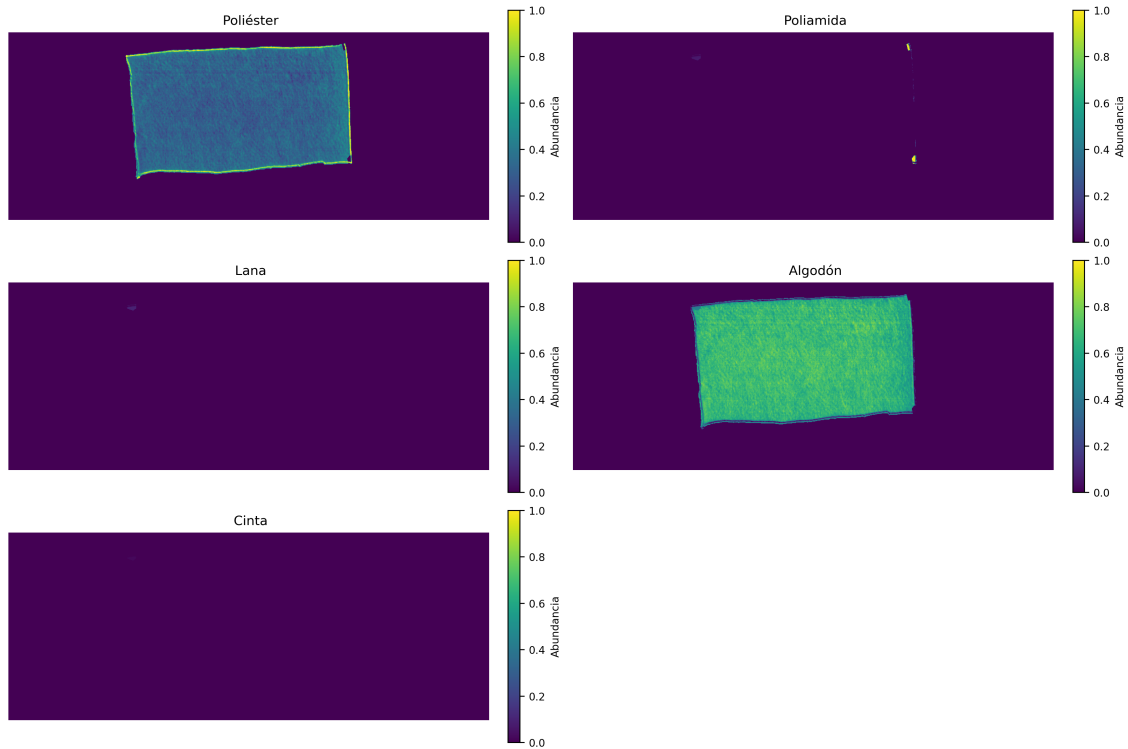


Figura 7.1: Mapas de abundancias correspondientes a la muestra con composición 65 % algodón / 35 % poliéster.

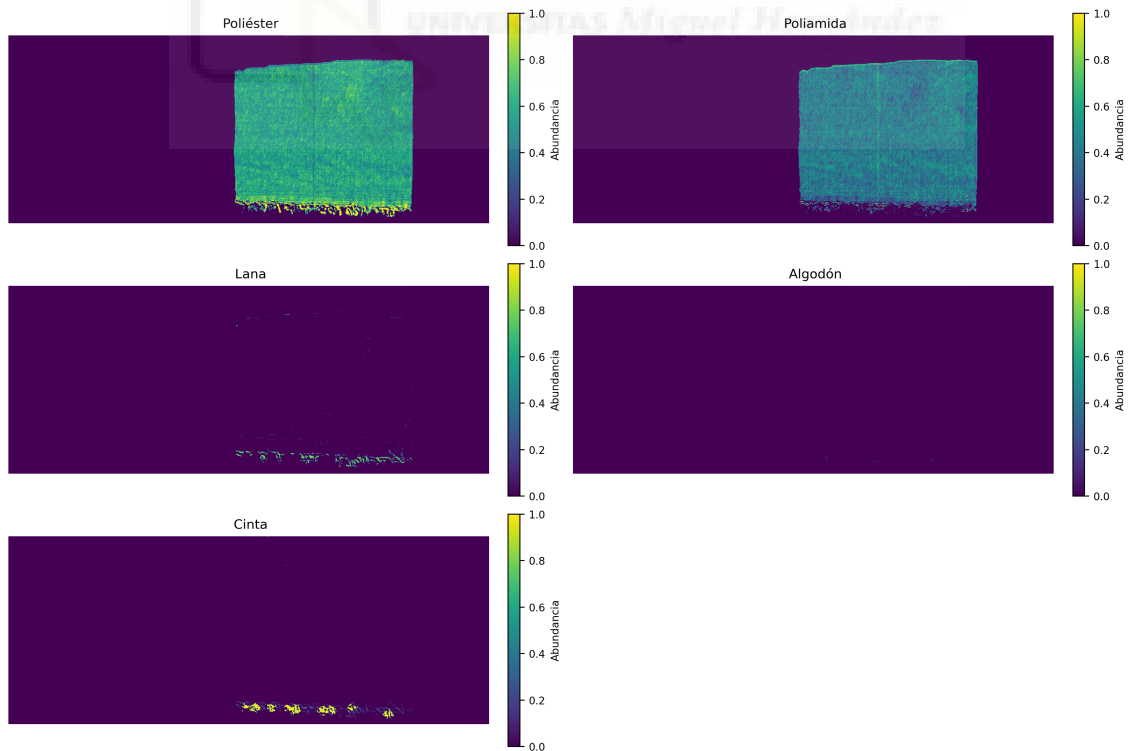


Figura 7.2: Mapas de abundancias correspondientes a la muestra con composición 58 % poliéster / 42 % poliamida.

Como complemento a esta representación visual, la Tabla 7.3 y la Tabla 7.4 recoge los valores medios de abundancia estimados para cada material y cada método, proporcionando una síntesis cuantitativa de los resultados obtenidos sin necesidad de mostrar la totalidad de los mapas generados.

Tabla 7.3: Estimación de abundancias medias (%) para el hipercubo con composición 65 % algodón / 35 % poliéster.

Material	GT	FCLS	S <sup>2</sup> WSU (ceros)	S <sup>2</sup> WSU (aleatoria)	Método propuesto (FCLS + S <sup>2</sup> WSU)
Algodón	35,00	61,79	46,92	34,06	34,70
Poliéster	65,00	38,13	14,88	64,51	65,13
Lana	0,00	0,00	15,78	0,90	0,01
Poliamida	0,00	0,08	15,74	0,14	0,16
Cinta	0,00	0,00	6,68	0,38	0,00

Tabla 7.4: Estimación de abundancias medias (%) para el hipercubo con composición 58 % poliéster / 42 % poliamida.

Material	GT	FCLS	S <sup>2</sup> WSU (ceros)	S <sup>2</sup> WSU (aleatoria)	Método propuesto (FCLS + S <sup>2</sup> WSU)
Algodón	0,00	0,00	0,12	0,00	0,03
Poliéster	58,00	59,77	52,46	55,93	57,66
Lana	0,00	0,00	3,92	0,03	0,92
Poliamida	42,00	39,01	29,68	37,47	39,91
Cinta	0,00	1,22	13,82	6,57	1,47

Los resultados presentados en este apartado permiten comparar de forma objetiva el comportamiento de las distintas configuraciones evaluadas bajo condiciones experimentales homogéneas. La interpretación detallada de las diferencias observadas entre métodos, así como su relación con la coherencia física de las abundancias estimadas y la influencia de las estrategias de inicialización, se aborda en el apartado siguiente.

## 7.2. Discusion de los resultados

Los resultados cuantitativos presentados en el apartado anterior ponen de manifiesto que la evaluación de algoritmos de desmezcla espectral no puede basarse únicamente en métricas globales de error, como el RMSE o el MAE, sin considerar la coherencia física de las abundancias estimadas. En particular, se observa que configuraciones como S<sup>2</sup>WSU con inicialización nula pueden conducir a estimaciones de abundancia claramente incoherentes desde el punto de vista físico, caracterizadas por distribuciones artificiales y activaciones espurias de materiales ausentes en la muestra, a pesar de alcanzar valores moderados de error de reconstrucción.

El análisis conjunto de RMSE y MAE resulta, por tanto, especialmente relevante en este contexto. Mientras que el RMSE penaliza de forma más severa los errores

de gran magnitud, el MAE proporciona una medida más robusta del error medio absoluto. Los valores elevados obtenidos por  $S^2WSU$  con inicialización nula en ambos hipercubos reflejan una incapacidad para aproximar correctamente la composición global de las muestras, evidenciando que, en problemas de desmezcla hiperespectral con endmembers altamente correlacionados, la minimización del error global puede dar lugar a soluciones degeneradas que no respetan la estructura física del problema.

Una de las conclusiones más claras que se deducen de los resultados es la influencia crítica de la inicialización en el comportamiento del algoritmo  $S^2WSU$ . Dado el carácter no convexo del problema global y la interacción entre los términos de reconstrucción, dispersión y regularización espectro-espacial, el algoritmo resulta altamente sensible a las condiciones iniciales de las abundancias. La inicialización nula conduce sistemáticamente a soluciones pobres, mientras que la inicialización aleatoria, aun cumpliendo las restricciones de no negatividad y suma a uno, solo proporciona mejoras parciales y dependientes del caso analizado. Este comportamiento concuerda con lo señalado en la formulación original de  $S^2WSU$ , donde se indica que la convergencia hacia soluciones físicamente significativas resulta difícil de garantizar en ausencia de una estimación inicial informada.

En contraste, la inicialización basada en FCLS proporciona un punto de partida espectralmente coherente que permite al refinamiento  $S^2WSU$  operar como un mecanismo de ajuste local, en lugar de tener que reconstruir desde cero la composición global de la escena. Los resultados muestran de forma consistente que la combinación FCLS +  $S^2WSU$  conduce a los menores valores de RMSE y MAE en ambos hipercubos analizados, lo que indica no solo una mejora cuantitativa respecto a las demás configuraciones, sino también una mayor estabilidad frente a variaciones en las condiciones iniciales. Este comportamiento sugiere que el refinamiento espectro-espacial resulta efectivo cuando se aplica sobre una solución inicial físicamente plausible, pero pierde su capacidad discriminativa cuando dicha información previa no está presente.

Desde un punto de vista conceptual, estos resultados ponen de relieve el sentido físico del enfoque híbrido propuesto. FCLS aporta una estimación global de las abundancias coherente con el modelo lineal y con la composición dominante de la muestra, mientras que  $S^2WSU$  introduce regularización espectral y espacial que permite refinar dicha estimación y suprimir activaciones residuales no consistentes. La combinación de ambos enfoques evita las soluciones degeneradas observadas cuando  $S^2WSU$  se aplica de forma aislada y permite preservar la composición global estimada inicialmente, mejorando al mismo tiempo la estabilidad y la coherencia espacial de las abundancias. En este sentido, el algoritmo propuesto no persigue una reducción drástica del error de reconstrucción, sino una mejor correspondencia entre la solución matemática y la realidad física del problema de desmezcla.

La interpretación de los mapas de abundancias mostrados en las Figuras 7.1 y 7.2 permite complementar el análisis cuantitativo con una evaluación espacial de las soluciones obtenidas. En ambos hipercubos analizados, los mapas correspondientes al algoritmo propuesto muestran una distribución espacial coherente de los materiales dominantes, con regiones homogéneas claramente definidas y transiciones suaves en las zonas de mezcla, lo que resulta consistente con la estructura física esperable de

los tejidos analizados.

En particular, se observa que las abundancias estimadas para los materiales mayoritarios presentan una estabilidad espacial elevada, sin patrones artificiales ni activaciones dispersas que no puedan justificarse por la naturaleza del material o por efectos de mezcla a nivel de píxel. Las pequeñas activaciones residuales de materiales minoritarios aparecen localizadas principalmente en bordes o zonas de transición, lo que puede atribuirse a mezclas parciales reales, a limitaciones en la resolución espacial del sensor o a la alta correlación espectral entre determinados endmembers, más que a errores sistemáticos del algoritmo.

Estos resultados contrastan claramente con el comportamiento observado en el caso de una inicialización nula, que conduce a soluciones físicamente incoherentes y a errores elevados tanto en RMSE como en MAE. En cambio, la inicialización aleatoria proporciona estimaciones de abundancia con errores cuantitativos relativamente bajos, evitando los colapsos observados en el caso nulo y dando lugar a soluciones matemáticamente válidas. No obstante, estas soluciones presentan una mayor variabilidad entre hipercubos y no garantizan una correspondencia consistente con la composición real de la muestra, especialmente en lo relativo a la activación de materiales minoritarios.

Frente a ello, la combinación de una inicialización basada en FCLS con un refinamiento espectro-espacial mediante  $S^2WSU$  ofrece un comportamiento más estable y reproducible, conduciendo de forma sistemática a los menores valores de RMSE y MAE y a estimaciones de abundancia coherentes con la composición dominante de las muestras analizadas.

Desde el punto de vista computacional, el coste del enfoque propuesto depende directamente del número de píxeles válidos procesados y, por tanto, del tamaño del textil analizado. En los experimentos realizados, se evaluaron dos hipercubos de dimensiones muy similares, con aproximadamente 115.000 píxeles cada uno, correspondientes a distintas composiciones textiles. En ambos casos se obtuvo un tiempo medio de ejecución de 17,5 segundos.

Estos resultados se traducen en un rendimiento medio de aproximadamente 6.500 píxeles procesados por segundo en la implementación actual. Cabe destacar que el diseño del algoritmo admite de forma natural estrategias de aceleración y paralelización, tanto a nivel de regiones (superpíxeles) como en la resolución de los subproblemas internos del esquema iterativo. La exploración sistemática de estas estrategias, así como la optimización de la implementación, se plantea como una línea de trabajo futuro

## 8. Conclusiones y trabajos futuros

### 8.1. Conclusiones técnicas

En este trabajo se ha abordado el problema de la desmezcla hiperespectral en tejidos reales en un contexto industrial, caracterizado por condiciones de adquisición no ideales, presencia de píxeles mixtos y una elevada variabilidad espacial y espectral propia de los materiales textiles. El objetivo principal ha sido analizar el comportamiento de distintos enfoques de desmezcla y evaluar estrategias que permitan obtener estimaciones de abundancia estables y físicamente interpretables, más allá de la mera minimización del error de reconstrucción espectral.

La principal aportación metodológica del trabajo consiste en la propuesta de un enfoque híbrido que combina una estimación inicial de abundancias mediante FCLS aplicado sobre superpíxeles con un refinamiento espectro-espacial posterior basado en el algoritmo S<sup>2</sup>WSU. Esta formulación modular permite aprovechar la coherencia global y la estabilidad de la solución inicial, incorporando de forma controlada regularización espectral y espacial en una etapa posterior. Los resultados experimentales muestran que esta combinación conduce de forma sistemática a menores valores de RMSE y MAE que las configuraciones evaluadas de forma aislada, al tiempo que preserva la composición global de las muestras analizadas.

El análisis comparativo ha puesto de manifiesto que un error de reconstrucción bajo no garantiza necesariamente una estimación de abundancias físicamente coherente. En particular, se ha observado que la aplicación de algoritmos espectro-espaciales sin una inicialización informada puede dar lugar a soluciones degeneradas o artificiales. Si bien inicializaciones aleatorias pueden producir errores cuantitativos reducidos en determinados casos, su comportamiento resulta menos estable y reproducible. En este contexto, la inicialización basada en FCLS desempeña un papel clave al guiar el proceso iterativo hacia soluciones coherentes con la composición real de los materiales presentes.

Desde una perspectiva aplicada, los resultados obtenidos indican que el enfoque híbrido propuesto constituye una estrategia adecuada para entornos industriales, donde se requiere robustez frente a heterogeneidad espacial, efectos de mezcla parcial y variaciones locales de la escena, sin necesidad de un ajuste manual exhaustivo de hiperparámetros. El método logra un equilibrio entre fidelidad espectral y coherencia física de las abundancias estimadas, evitando activaciones artificiales de materiales no presentes y proporcionando resultados interpretables. Estas características lo hacen especialmente relevante para aplicaciones como la clasificación automática, el control de calidad y el reciclaje textil basados en imágenes hiperespectrales.

### 8.2. Líneas de trabajo futuro

Una primera línea de trabajo futuro consiste en ampliar el número de endmembers considerados en el proceso de desmezcla y analizar el comportamiento del algoritmo

mo en escenarios con mezclas más complejas. El estudio realizado se ha centrado en un conjunto reducido de materiales textiles bien caracterizados; sin embargo, en aplicaciones industriales reales pueden coexistir un mayor número de componentes, incluyendo materiales minoritarios, contaminantes o mezclas no previstas. Evaluar la estabilidad del método, su capacidad de discriminación y la influencia de la correlación espectral entre endmembers en estos escenarios más exigentes resulta un paso necesario hacia su aplicación a mayor escala.

Un aspecto clave a abordar en trabajos futuros es la viabilidad industrial del método es el estudio sistemático de estrategias para la selección automática de los hiperparámetros  $\mu$  y  $\lambda$ . En el presente trabajo, estos parámetros se han ajustado de forma empírica para cada hipercubo, lo que permite un análisis controlado del comportamiento del algoritmo, pero limita su aplicabilidad directa en entornos productivos. El desarrollo de criterios automáticos o adaptativos, basados en propiedades estadísticas de los datos, en métricas internas del algoritmo o en estimaciones de la calidad de reconstrucción, constituye una línea de trabajo clave para futuras implementaciones.

Un elemento central a considerar en trabajos futuros es la mejora de la eficiencia computacional del algoritmo. Aunque el enfoque propuesto presenta tiempos de ejecución compatibles con escenarios de análisis offline, su aplicación a gran escala requerirá optimizaciones adicionales. En este sentido, la explotación sistemática del paralelismo a nivel de superpíxeles, píxeles o bandas espectrales, así como la optimización de las operaciones lineales más costosas del proceso iterativo, permitiría reducir significativamente los tiempos de ejecución y facilitar su integración en flujos de procesamiento industrial.

En relación con la inicialización del proceso de desmezcla, resulta de interés explorar estrategias alternativas más informativas para la generación de la estimación inicial. Si bien la inicialización basada en FCLS sobre superpíxeles ha mostrado un comportamiento estable y robusto, la incorporación de información estructural, textural o estadística adicional podría mejorar el comportamiento del refinamiento espectro-espacial en escenas más heterogéneas y reducir la sensibilidad del algoritmo a determinados parámetros del modelo.

Adicionalmente, una línea de investigación natural consiste en ampliar el estudio comparativo a otros algoritmos de desmezcla espectral, tanto clásicos como más recientes, con el objetivo de identificar enfoques que aporten mejoras reales en contextos industriales complejos. La evaluación sistemática de métodos alternativos, así como de modelos de mezcla más avanzados, permitiría contextualizar mejor las prestaciones del enfoque propuesto y orientar el desarrollo de soluciones más adaptadas a distintos tipos de materiales y condiciones de adquisición.

Finalmente, resulta de interés analizar de forma crítica el papel de enfoques basados en aprendizaje automático y aprendizaje profundo como complemento a los métodos de desmezcla basados en modelos físicos. Si bien estos enfoques pueden ofrecer una mayor capacidad de modelado en presencia de no linealidades complejas, su comparación con métodos interpretables como el propuesto resulta fundamental para evaluar compromisos entre precisión, robustez, necesidad de datos de entrenamiento y viabilidad en aplicaciones industriales.

**BIBLIOGRAFÍA**

- [1] S. T. Ghulam y H. Abushammala, «Challenges and Opportunities in the Management of Electronic Waste and Its Impact on Human Health and Environment,» *Sustainability*, vol. 15, 2023. DOI: 10.3390/su15031837
- [2] Ellen MacArthur Foundation, *A New Textiles Economy: Redesigning Fashion's Future*, Report, 2017. dirección: <https://www.ellenmacarthurfoundation.org/publications>
- [3] World Bank, *What a Waste 2.0: A Global Snapshot of Solid Waste Management to 2050*, Urban Development Series Report, 2018.
- [4] United Nations Environment Programme, *Global Waste Management Outlook 2024: Beyond an Age of Waste – Turning Rubbish into a Resource*, Report, 2024.
- [5] OECD, *Global Material Resources Outlook to 2060: Economic Drivers and Environmental Consequences*, Report, 2018.
- [6] K. Pivnenko, E. Eriksson y T. F. Astrup, «Waste paper for recycling: Overview and identification of potentially critical substances,» *Waste Management*, vol. 45, 2015. DOI: 10.1016/j.wasman.2015.02.028
- [7] X. Li, B. Ma, C. Wang e Y. Chen, «Sustainable recovery and recycling of scrap copper and alloy resources: A review,» *Sustainable Materials and Technologies*, vol. 41, 2024. DOI: 10.1016/j.susmat.2024.e01026
- [8] S. A. Delbari y L. A. Hof, «Glass waste circular economy: Advancing to high-value glass sheets recovery using industry 4.0 and 5.0 technologies,» *Journal of Cleaner Production*, vol. 462, 2024. DOI: 10.1016/j.jclepro.2024.142629
- [9] K. H. D. Tang, «State of the Art in Textile Waste Management: A Review,» *Textiles*, vol. 3, 2023. DOI: 10.3390/textiles3040027
- [10] J. P. Juanga-Labayen, I. V. Labayen y Q. Yuan, «A Review on Textile Recycling Practices and Challenges,» *Textiles*, vol. 2, 2022. DOI: 10.3390/textiles2010010
- [11] AITEX, «Recogida selectiva de residuos textiles obligatoria antes del 1 de enero de 2025,» *Revista RETEMA*, 2021. dirección: <https://www.retema.es/actualidad/recogida-selectiva-residuostextiles-obligatoria-antes-del-1-enero-2025>

- [12] R. Palmieri, R. Gasbarrone, G. Bonifazi, G. Piccinini y S. Serranti, «Hyperspectral Imaging for Detecting Plastic Debris on Shoreline Sands to Support Recycling,» *Applied Sciences*, vol. 14, 2024. DOI: 10.3390/app142311437
- [13] European Commission, *Commission Regulation (EU) 2022/1616 of 15 September 2022 on recycled plastic materials and articles intended to come into contact with foods and repealing Regulation (EC) No 282/2008*, Official Journal of the European Union, 2022.
- [14] C. Windmark, L. Lattanzi, A. Manberger y A. E. W. Jarfors, «Investigation on Resource-Efficient Aluminium Recycling – A State of the Art Review,» en *Advances in Transdisciplinary Engineering*, IOS Press, 2022. DOI: 10.3233/ATDE220122
- [15] L. Zhang y Z. Xu, «A review of current progress of recycling technologies for metals from waste electrical and electronic equipment,» *Journal of Cleaner Production*, vol. 127, 2016. DOI: 10.1016/j.jclepro.2016.04.004
- [16] M. A. Reuter, «Challenges of Metal Recycling,» *Materia*, n.º 2, 2012.
- [17] K. Choudhury, M. Tsianou y P. Alexandridis, «Recycling of Blended Fabrics for a Circular Economy of Textiles: Separation of Cotton, Polyester, and Elastane Fibers,» *Sustainability*, vol. 16, 2024. DOI: 10.3390/su16146206
- [18] M. S. Abbas-Abadi, B. Tomme, B. Goshayeshi, O. Mynko, Y. Wang, S. Roy, R. Kumar, B. Baruah, K. De Clerck, S. De Meester, D. R. D'hooge y K. M. Van Geem, «Advancing Textile Waste Recycling: Challenges and Opportunities Across Polymer and Non-Polymer Fiber Types,» *Polymers*, vol. 17, 2025. DOI: 10.3390/polym17050628
- [19] I. Wojnowska-Baryla, K. Bernat, M. Zaborowska y D. Kulikowska, «The Growing Problem of Textile Waste Generation—The Current State of Textile Waste Management,» *Energies*, vol. 17, 2024. DOI: 10.3390/en17071528
- [20] R. Palmieri, R. Gasbarrone y L. Fiore, «Hyperspectral Imaging for Sustainable Waste Recycling,» *Sustainability*, vol. 15, 2023. DOI: 10.3390/su15107752
- [21] J. Krasniewski, L. Dabala y M. Lewandowski, «Hyperspectral Imaging for Analysis and Classification of Plastic Waste,» en *Proceedings of the 25th International Conference on Pattern Recognition (ICPR)*, Milan, Italy: IEEE, 2020. DOI: 10.1109/ICPR48806.2021.9412737
- [22] X. Zhang, Y. Liu, J. Wang y H. Li, «A Comprehensive Review of Separation Technologies for Waste Plastics in Urban Mine,» *Journal of Cleaner Production*, vol. 197, 2023. DOI: 10.1016/j.jclepro.2023.107087

- [23] P. Thielmann, Y. Zhou, B. Mirbach, D. Stricker y J. Rambach, «A Review of Computer Vision for Industrial-Grade Waste Classification,» *IEEE Access*, vol. 13, 2025. DOI: 10.1109/ACCESS.2025.3603903
- [24] E. Faghih, Z. Saki y M. Moore, «A Systematic Literature Review—AI-Enabled Textile Waste Sorting,» *Sustainability*, vol. 17, 2025. DOI: 10.3390/su17104264
- [25] M. Tripathi, M. Sharma, S. Bala, V. K. Thakur, A. Singh, K. Dashora, P. Hart y V. K. Gupta, «Recent Technologies for Transforming Textile Waste into Value-Added Products: A Review,» *Current Research in Biotechnology*, vol. 7, 2024. DOI: 10.1016/j.crbiot.2024.100225
- [26] F. Mohtaram y P. Fojan, «From Waste to Value: Advances in Recycling Textile-Based PET Fabrics,» *Textiles*, vol. 5, 2025. DOI: 10.3390/textiles5030024
- [27] C. Araujo-Andrade, E. Bugnicourt, L. Philippet, L. Rodriguez-Turienzo, D. Nettleton, L. Hoffmann y M. Schlummer, «Review on the photonic techniques suitable for automatic monitoring of the composition of multi-materials wastes in view of their posterior recycling,» *Waste Management & Research*, vol. 39, 2021. DOI: 10.1177/0734242X21997908
- [28] M. Anwar, M. E. Konnova y S. Dastgir, «Circular plastic economy for sustainable development: Current advances and future perspectives,» *RSC Sustainability*, vol. 3, 2025. DOI: 10.1039/d5su00225g
- [29] E. Y. Okyere, J. A. Danquah, M. K. Miyittah y J. Amoah-Nuamah, «Tackling microfibre pollution: A review of policy responses and circular economy innovations in textile sustainability,» *Waste Management Bulletin*, 2025, In press. DOI: 10.1016/j.wmb.2025.100253
- [30] K. Shirvanimoghaddam, B. Motamed, S. Ramakrishna y M. Naebe, «Death by waste: Fashion and textile circular economy case,» *Science of the Total Environment*, vol. 718, 2020. DOI: 10.1016/j.scitotenv.2020.137317
- [31] V. Bato y E. Kašťáková, «Circular economy in international trade: Challenges and opportunities for global value chains,» *Frontiers in Sustainability*, vol. 6, 2025. DOI: 10.3389/frsus.2025.1681061
- [32] N. U. Hadi, B. Almessabi y M. I. Khan, «Leveraging Industry 4.0 and Circular Open Innovation for Digital Sustainability: The Role of Circular Ambidexterity,» *Journal of Open Innovation: Technology, Market, and Complexity*, vol. 11, 2025. DOI: 10.1016/j.joitmc.2025.100545
- [33] M.-F. Cheng, A. Mukundan, R. Karmakar, M. A. E. Valappil, J. Jouhar y H.-C. Wang, «Modern Trends and Recent Applications of Hyperspectral

- Imaging: A Review,» *Technologies*, vol. 13, n.º 5, pág. 170, 2025. DOI: 10.3390/technologies13050170
- [34] E. R. Kristensen, J. Dornonville de la Cour, T. Warburg, R. L. Eriksen, B. Jørgensen, J. E. Avery y M. Hinge, «High-Speed Processing of Hyperspectral Images for Enabling Demanding Industrial Applications,» *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, vol. 267, 2025. DOI: 10.1016/j.chemolab.2025.105531
- [35] A. Bhargava, A. Sachdeva, K. Sharma, M. H. Alsharif, P. Uthansakul y M. Uthansakul, «Hyperspectral Imaging and Its Applications: A Review,» *Helvion*, vol. 10, 2024. DOI: 10.1016/j.helivon.2024.e33208
- [36] D. G. Manolakis, R. B. Lockwood y T. W. Cooley, *Hyperspectral Imaging Remote Sensing: Physics, Sensors, and Algorithms*. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, 2016, ISBN: 9781107083660.
- [37] Y. Ozaki, C. Huck, S. Tsuchikawa y S. B. Engelsen, eds., *Near-Infrared Spectroscopy: Theory, Spectral Analysis, Instrumentation, and Applications*. Singapore: Springer Nature, 2021. DOI: 10.1007/978-981-15-8648-4
- [38] M. A. Akhloufi y A. Bendada, «Fusion of Active and Passive Infrared Images for Face Recognition,» en *Proceedings of the Conference on Advances in Biometrics (or similar, según el congreso)*, 2013.
- [39] A. De Man, J.-S. Uyttensprot, P.-F. Chavez, F. Vandembroucke, F. Bovart y T. De Beer, «The application of Near-Infrared Spatially Resolved Spectroscopy in scope of achieving continuous real-time quality monitoring and control of tablets with challenging dimensions,» *International Journal of Pharmaceutics*, vol. 641, 2023. DOI: 10.1016/j.ijpharm.2023.123064
- [40] H. Cen e Y. He, «Theory and application of near infrared reflectance spectroscopy in determination of food quality,» *Trends in Food Science & Technology*, vol. 18, 2007. DOI: 10.1016/j.tifs.2006.09.003
- [41] K. d. C. Mariotti, R. S. Ortiz y M. F. Ferrão, «Hyperspectral imaging in forensic science: An overview of major application areas,» *Science & Justice*, vol. 63, 2023. DOI: 10.1016/j.scijus.2023.04.003
- [42] R. M. d. Anjos, S. S. G. Amaral, M. C. Muniz, R. P. Cardoso, T. A. S. Bernardo, A. Guerrieri y L. L. Lage, «Using Infrared Spectroscopy Analysis of Plastic Debris to Introduce Concepts of Interaction of Electromagnetic Radiation with Matter,» *Physics Education*, vol. 55, 2020. DOI: 10.1088/1361-6552/ab630b
- [43] D. Wu y D.-W. Sun, «Advanced applications of hyperspectral imaging technology for food quality and safety analysis and assessment: A review — Part I:

- Fundamentals,» *Innovative Food Science and Emerging Technologies*, vol. 19, 2013. DOI: 10.1016/j.ifset.2013.04.014
- [44] Q. Li, X. He, Y. Wang, H. Liu, D. Xu y F. Guo, «Review of spectral imaging technology in biomedical engineering: achievements and challenges,» *Journal of Biomedical Optics*, vol. 18, n.º 10, 2013. DOI: 10.1117/1.JBO.18.10.100901
- [45] R. Arablouei, E. Goan, S. Gensemer y B. Kusy, *Fast and Robust Pushbroom Hyperspectral Imaging via DMD-Based Scanning*, Preprint available on arXiv., 2016.
- [46] T. Adão, J. Hruška, L. Padua, J. Bessa, E. Peres, R. Morais y J. J. Sousa, «Hyperspectral Imaging: A Review on UAV-Based Sensors, Data Processing and Applications for Agriculture and Forestry,» *Remote Sensing*, vol. 9, n.º 11, 2017. DOI: 10.3390/rs9111110
- [47] M. S. Shaikh, K. Jaferzadeh, B. Thörnberg y J. Casselgren, «Calibration of a Hyper-Spectral Imaging System Using a Low-Cost Reference,» *Sensors*, vol. 21, 2021. DOI: 10.3390/s21113738
- [48] Ž. Špiclin, J. Katrašnik, M. Bürmen, F. Pernuš y B. Likar, «Geometric calibration of a hyperspectral imaging system,» *Applied Optics*, vol. 49, n.º 15, 2010. DOI: 10.1364/AO.49.002813
- [49] N. Yokoya, N. Miyamura y A. Iwasaki, «Preprocessing of hyperspectral imagery with consideration of smile and keystone properties,» en *Proceedings of SPIE*, 2010. DOI: 10.1117/12.870437
- [50] A. Krtalić, V. Miljković, D. Gajski e I. Racetin, «Spatial Distortion Assessments of a Low-Cost Laboratory and Field Hyperspectral Imaging System,» *Sensors*, vol. 19, 2019. DOI: 10.3390/s19194267
- [51] N. Keshava y J. F. Mustard, «Spectral Unmixing,» *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 19, n.º 1, 2002. DOI: 10.1109/79.974727
- [52] D. A. Roberts, M. Gardner, R. Church, S. Ustin, G. Scheer y R. O. Green, «Mapping Chaparral in the Santa Monica Mountains Using Multiple End-member Spectral Mixture Models,» *Remote Sensing of Environment*, vol. 65, 1998. DOI: 10.1016/S0034-4257(98)00064-9
- [53] J. M. Bioucas-Dias, A. Plaza, G. Camps-Valls, P. Scheunders, N. M. Nasrabadi y J. Chanussot, «Hyperspectral Unmixing Overview: Geometrical, Statistical, and Sparse Regression-Based Approaches,» *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 5, n.º 2, 2012. DOI: 10.1109/JSTARS.2012.2194696

- [54] F. van der Meer, «Analysis of spectral absorption features in hyperspectral imagery,» *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, vol. 5, 2004. DOI: 10.1016/j.jag.2003.09.001
- [55] P. S. Thenkabail, ed., *Hyperspectral Remote Sensing of Vegetation and Agricultural Crops*. CRC Press, 2012.
- [56] T. Rashed, J. R. Weeks, M. S. Gadalla y A. G. Hill, «Measuring the Physical Composition of Urban Morphology Using Multiple Endmember Spectral Mixture Models,» *Remote Sensing of Environment*, vol. 86, 2003. DOI: 10.1016/S0034-4257(03)00044-8
- [57] J. F. Mustard, S. L. Murchie, S. M. Pelkey, B. L. Ehlmann, R. E. Milliken, J. A. Grant, J.-P. Bibring, F. Poulet, J. Bishop, E. N. Dobreá, L. Roach, F. Seelos, R. E. Arvidson, S. Wiseman, R. Green, C. Hash, D. Humm, E. Malaret, J. A. McGovern, K. Seelos, T. Clancy, R. Clark, D. Des Marais, N. Izenberg, A. Knudson, Y. Langevin, T. Martin, P. McGuire, R. Morris, M. Robinson, T. Roush, M. Smith, G. Swayze, H. Taylor, T. Titus y M. Wolff, «Hydrated silicate minerals on Mars observed by the CRISM instrument on MRO,» *Nature*, 2008. DOI: 10.1038/nature07097
- [58] G. Lu y B. Fei, «Medical hyperspectral imaging: a review,» *Journal of Biomedical Optics*, vol. 19, n.º 1, 2014. DOI: 10.1117/1.JBO.19.1.010901
- [59] G. J. Edelman, E. Gaston, T. G. van Leeuwen, P. J. Cullen y M. C. G. Aalders, «Hyperspectral imaging for non-contact analysis of forensic traces,» *Forensic Science International*, vol. 223, 2012. DOI: 10.1016/j.forsciint.2012.09.012
- [60] G. Gorla, F. Nielsen, P. Bowen Montague, N. Kösegi y J. M. Amigo, «Challenges and spectra interpretability in textile sorting: NIR hyperspectral images and chemometrics,» *Spectrochimica Acta Part A: Molecular and Biomolecular Spectroscopy*, vol. 344, 2025. DOI: 10.1016/j.saa.2025.126665
- [61] X. Guo, C. Tseung, A. Zare y T. Liu, «Hyperspectral image analysis for the evaluation of chilling injury in avocado fruit during cold storage,» *Postharvest Biology and Technology*, vol. 206, 2023. DOI: 10.1016/j.postharvbio.2023.112548
- [62] A. Zou, B. Rasti, J. Mairal y J. Chanussot, «Conventional to Deep Learning Methods for Hyperspectral Unmixing: A Review,» *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*, 2025. DOI: 10.1109/MGRS.2024.3441806
- [63] B. Rasti, A. Zouaoui, J. Mairal y J. Chanussot, «Image Processing and Machine Learning for Hyperspectral Unmixing: An Overview and the HySUPP Python Package,» *arXiv preprint*, 2023. DOI: 10.48550/arXiv.2308.09375

- [64] J. M. P. Nascimento y J. M. Bioucas-Dias, «Vertex Component Analysis: A Fast Algorithm to Unmix Hyperspectral Data,» *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 43, n.º 4, 2005. DOI: 10.1109/TGRS.2005.844293
- [65] M. E. Winter, «N-FINDR: An Algorithm for Fast Autonomous Spectral End-Member Determination in Hyperspectral Data,» en *Imaging Spectrometry V*, SPIE, 1999. DOI: 10.1117/12.366289
- [66] A. Plaza, P. Martínez, R. Pérez y J. Plaza, «Fast Implementation of Pixel Purity Index Algorithm,» *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 2, n.º 3, 2005. DOI: 10.1109/LGRS.2005.847804
- [67] J. M. Bioucas-Dias, «A Variable Splitting Augmented Lagrangian Approach to Linear Spectral Unmixing,» *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 2, n.º 4, 2009. DOI: 10.1109/JSTARS.2009.2036730
- [68] X. Geng, L. Ji, K. Sun e Y. Zhao, «Optimizing the Endmembers Using Volume Invariant Constrained Model,» *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 53, n.º 2, 2015. DOI: 10.1109/TGRS.2014.2321031
- [69] D. C. Heinz y C.-I. Chang, «Fully Constrained Least Squares Linear Spectral Mixture Analysis Method for Material Quantification in Hyperspectral Imagery,» en *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 2001. DOI: 10.1109/36.911111
- [70] C.-I. Chang y D. C. Heinz, «Constrained Subpixel Target Detection for Remotely Sensed Imagery,» *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 38, 2000. DOI: 10.1109/36.843007
- [71] J. M. Bioucas-Dias, «Alternating Direction Algorithms for Constrained Sparse Regression: Application to Hyperspectral Unmixing,» en *IEEE Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing*, 2010. DOI: 10.1109/WHISPERS.2010.5594963
- [72] S. Zhang, J. Li, H.-C. Li, C. Deng y A. Plaza, «Spectral-Spatial Weighted Sparse Regression for Hyperspectral Image Unmixing,» *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 56, n.º 6, 2018. DOI: 10.1109/TGRS.2018.2797200
- [73] Y. Altmann, N. Dobigeon y J.-Y. Tourneret, «Supervised Nonlinear Spectral Unmixing Using a Postnonlinear Mixing Model for Hyperspectral Imagery,» *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 21, n.º 6, 2012. DOI: 10.1109/TIP.2011.2181545
- [74] A. Halimi, Y. Altmann, N. Dobigeon y J.-Y. Tourneret, «Nonlinear Unmixing of Hyperspectral Images Using a Generalized Bilinear Model,» *IEEE*

- Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 49, n.º 11, 2011. DOI: 10.1109/TGRS.2011.2155075
- [75] J. Chen, C. Richard y P. Honeine, «Nonlinear Unmixing of Hyperspectral Data Based on a Linear-Mixture/Nonlinear-Fluctuation Model,» *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 61, n.º 2, 2013. DOI: 10.1109/TSP.2012.2222390
- [76] Y.-X. Wang e Y.-J. Zhang, «Nonnegative Matrix Factorization: A Comprehensive Review,» *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, vol. 25, n.º 6, 2013. DOI: 10.1109/TKDE.2012.51
- [77] H. Su, Q. Du y G. Chen, «DAEN: Deep Autoencoder Networks for Hyperspectral Unmixing,» *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 57, n.º 7, 2019. DOI: 10.1109/TGRS.2018.2889765
- [78] M.-D. Iordache, J. M. Bioucas-Dias y A. Plaza, «Hyperspectral Unmixing With Sparse Group Lasso,» en *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 2011. DOI: 10.1109/IGARSS.2011.6049999
- [79] M.-D. Iordache, J. M. Bioucas-Dias y A. Plaza, «Total Variation Spatial Regularization for Sparse Hyperspectral Unmixing,» *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 50, n.º 11, 2012. DOI: 10.1109/TGRS.2012.2191590
- [80] T. Ince, «Superpixel-Based Graph Laplacian Regularization for Sparse Hyperspectral Unmixing,» *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 19, 2022. DOI: 10.1109/LGRS.2020.3027055
- [81] O. Eches, N. Dobigeon y J.-Y. Tourneret, «Enhancing Hyperspectral Image Unmixing With Spatial Correlations,» *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 49, n.º 11, 2011. DOI: 10.1109/TGRS.2011.2140119
- [82] D. B. Gillis, J. H. Bowles, M. D. Gillis y J. A. Hackwell, «A Generalized Linear Mixing Model for Hyperspectral Imagery,» *Remote Sensing of Environment*, 2008. DOI: 10.1016/j.rse.2007.12.001
- [83] C. Cayo, E. Yanez, M. T. Sanchez e I. Torres, «Prediction of alpaca fibre quality by near-infrared reflectance spectroscopy,» *Textile Research Journal*, 2013. DOI: 10.1177/0040517512471749
- [84] Y. Feng, Y. Zhang y L. Zhang, «CU-Net: Component Unmixing Network for Textile Fiber Identification,» *IEEE Access*, 2019. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2949656
- [85] N. Dobigeon, J.-Y. Tourneret, C. Richard, J. C. M. Bermudez, S. McLaughlin y A. O. Hero, «Nonlinear Unmixing of Hyperspectral Images: Models and

- Algorithms,» *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 31, n.º 1, 2014. DOI: 10.1109/MSP.2013.2279262
- [86] R. Heylen, M. Parente y P. Gader, «A Review of Nonlinear Hyperspectral Unmixing Methods,» *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 7, n.º 6, 2014. DOI: 10.1109/JSTARS.2014.2320576
- [87] B. Hapke, «Bidirectional reflectance spectroscopy: 1. Theory,» *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, vol. 86, n.º B4, 1981. DOI: 10.1029/JB086iB04p03039
- [88] Y. Shkuratov, L. Starukhina, H. Hoffmann y G. Arnold, «A Model of Spectral Albedo of Particulate Surfaces: Implications for Optical Properties of the Moon,» *Icarus*, vol. 137, 1999. DOI: 10.1006/icar.1998.6035
- [89] J. Broadwater, R. Chellappa, A. Banerjee y P. Burlina, «Kernel Fully Constrained Least Squares Abundance Estimates,» en *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 2007. DOI: 10.1109/IGARSS.2007.4423736
- [90] A. Plaza, J. Plaza, A. Paz y S. Sanchez, «On the Use of Small Training Sets for Neural Network-Based Characterization of Mixed Pixels in Remotely Sensed Hyperspectral Images,» *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 47, n.º 3, 2009. DOI: 10.1109/TGRS.2008.2007103
- [91] K. J. Guilfoyle, M. L. Althouse y C.-I. Chang, «A Quantitative and Comparative Analysis of Linear and Nonlinear Spectral Mixture Models Using Radial Basis Function Neural Networks,» *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 39, n.º 10, 2001. DOI: 10.1109/36.957296
- [92] M. Zhao, J. Chen y S. Rahardja, «Hyperspectral Shadow Removal via Nonlinear Unmixing,» *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 18, n.º 5, 2021. DOI: 10.1109/LGRS.2020.2987353
- [93] N. Keshava, J. Kerekes, D. Manolakis y G. Shaw, «An Algorithm Taxonomy for Hyperspectral Unmixing,» en *Algorithms for Multispectral, Hyperspectral, and Ultraspectral Imagery VI*, SPIE, 2000. DOI: 10.1117/12.410362
- [94] C. L. Lawson y R. J. Hanson, *Solving Least Squares Problems*. Prentice-Hall, 1974.
- [95] N. Keshava, «A Survey of Spectral Unmixing Algorithms,» *Lincoln Laboratory Journal*, vol. 14, n.º 1, 2003.
- [96] D. C. Tseng y C.-I. Chang, «Spectral unmixing for the classification of hyperspectral images,» en *Proceedings of the IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 2000.

- [97] V. Kopačková y L. Hladíková, «Applying Spectral Unmixing to Determine Surface Water Parameters in a Mining Environment,» *Remote Sensing*, vol. 6, 2014. DOI: 10.3390/rs61111204
- [98] R. Bro y S. de Jong, «A Fast Non-Negativity-Constrained Least Squares Algorithm,» *Journal of Chemometrics*, vol. 11, 1997. DOI: 10.1002/(SICI)1099-128X(199709/10)11:5<393::AID-CEM483>3.0.CO;2-L
- [99] J. J. Settle y N. A. Drake, «Linear Mixing and the Estimation of Ground Cover Proportions,» *International Journal of Remote Sensing*, vol. 14, n.º 6, 1993. DOI: 10.1080/01431169308904402
- [100] M.-D. Iordache, J. M. Bioucas-Dias y A. Plaza, «Collaborative Sparse Regression for Hyperspectral Unmixing,» *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 52, n.º 1, 2014. DOI: 10.1109/TGRS.2013.2240001
- [101] I. Ronay, R. N. Lati y F. Kizel, «Comparative analysis of spectral unmixing methods for subpixel weed identification under controlled and field conditions,» *Smart Agricultural Technology*, vol. 11, 2025, ISSN: 2772-3755. DOI: 10.1016/j.atech.2025.100835
- [102] O. A. d. Carvalho y P. R. Meneses, «Spectral Correlation Mapper (SCM): An Improvement on the Spectral Angle Mapper (SAM),» *Proceedings of the 9th JPL Airborne Earth Science Workshop*, 2000.
- [103] L. Wald, «Quality of High Resolution Synthesised Images: Is There a Simple Criterion?» En *Proceedings of the Third Conference on Fusion of Earth Data*, Sophia Antipolis, France, 2000.
- [104] J. Preston, «Hyperspectral Unmixing Using Iterative, Sparse and Ensembling Approaches for Large Spectral Libraries Applied to Soils and Minerals,» PhD Thesis, University of Adelaide, 2025.
- [105] R. Achanta, A. Shaji, K. Smith, A. Lucchi, P. Fua y S. Süsstrunk, «SLIC Superpixels Compared to State-of-the-Art Superpixel Methods,» *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 34, n.º 11, 2012. DOI: 10.1109/TPAMI.2012.120
- [106] R. Heylen, D. Burazerović y P. Scheunders, «Fully Constrained Least Squares Spectral Unmixing by Simplex Projection,» *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 49, n.º 11, 2011. DOI: 10.1109/TGRS.2011.2155070
- [107] Specim, Spectral Imaging Ltd., *Specim FX17 User Manual*, Reference Manual, Specim, Spectral Imaging Ltd., 2023.
- [108] G. Ortaç, A. S. Bilgi, K. Taşdemir y H. Kalkan, «A hyperspectral imaging based control system for quality assessment of dried figs,» *Computers and*

- Electronics in Agriculture*, vol. 130, 2016. DOI: 10.1016/j.compag.2016.10.001
- [109] D. M. Martínez Gila, P. Cano Marchal, J. Gámez García y J. Gómez Ortega, «On-line system based on hyperspectral information to estimate acidity, moisture and peroxides in olive oil samples,» *Computers and Electronics in Agriculture*, vol. 116, 2015. DOI: 10.1016/j.compag.2015.06.002
- [110] Labsphere, Inc., *Spectralon Diffuse Reflectance Material*, Technical datasheet, Labsphere, Inc., 2023.
- [111] G. Manchev, S. Penchev, T. Georgieva, E. Kirilova y P. Daskalov, «Automatic Detection and Removal of Spiked Points in Hyperspectral Images,» en *Engineering Proceedings*, vol. 70, 2024. DOI: 10.3390/engproc2024070032
- [112] A. Savitzky y M. J. E. Golay, «Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures,» *Analytical Chemistry*, vol. 36, n.º 8, 1964. DOI: 10.1021/ac60214a047
- [113] J. W. Boardman, «Spectral Angle Mapping: A Rapid Measure of Spectral Similarity,» *Proceedings of the International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, 1993.
- [114] F. A. Kruse, A. B. Lefkoff, J. W. Boardman, K. B. Heidebrecht, A. T. Shapiro, P. J. Barloon y A. F. H. Goetz, «The Spectral Image Processing System (SIPS): Interactive Visualization and Analysis of Imaging Spectrometer Data,» *Remote Sensing of Environment*, vol. 44, n.º 2–3, págs. 145-163, 1993. DOI: 10.1016/0034-4257(93)90013-N
- [115] S. Boyd, N. Parikh, E. Chu, B. Peleato y J. Eckstein, «Distributed Optimization and Statistical Learning via the Alternating Direction Method of Multipliers,» *Foundations and Trends in Machine Learning*, vol. 3, n.º 1, 2010. DOI: 10.1561/22000000016