

UNIVERSIDAD MIGUEL HERNÁNDEZ DE ELCHE

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE ELCHE

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA



"DISEÑO Y ANÁLISIS DEL SISTEMA DE
SUSPENSIÓN DEL MONOPLAZA DE
FORMULA STUDENT ILLICI RACING TEAM"

TRABAJO FIN DE GRADO

Diciembre -2024

AUTOR: Antonio Benito González

DIRECTOR/ES: Adrián Peidró Vidal



Agradecimientos

Dedico este trabajo fin de grado a mi padre. Te prometí que iba a ser ingeniero mecánico días antes de tu fallecimiento, descansa en paz valiente, te amo.

A mi madre, por su enorme amor incondicional que me demuestra cada día, por su eterna lucha para llegar a donde estamos y por cada una de las enseñanzas que junto a mi padre me han convertido en quien soy.

A mis amigos, considerados como hermanos, me habéis demostrado que siempre estaréis ahí pase lo que pase, no sabéis cuanto habéis facilitado el camino con las experiencias que hemos vivido juntos, gracias por cuidarme.

Al equipo de Formula Student Illici Racing Team. De aquí nace este trabajo y estoy seguro de que el equipo cumplirá todo lo que se proponga. Formado por estudiantes comprometidos y apasionados que juntos aceleran hacia el éxito. Dentro de este equipo es inevitable mencionar al profesor del departamento de estadística y optimización de la Universidad Miguel Hernández, también profesor responsable del equipo, Rubén Caballero Toro, gracias a ti somos lo que somos hoy en día y llegaremos a mucho más.

Por último, dedicarlo a Adrián Peidró Vidal por tutorizarme de manera excelente este trabajo.



Índice

1. Introducción	9
1.1. Antecedentes	9
1.1.1. Formula Student	9
1.1.2. Illici Racing Team Universidad Miguel Hernández (IRTUMH)	10
1.2. Objetivo del TFG	11
1.3. Estructura de la memoria	12
2. Conceptos preliminares.....	13
2.1. Pruebas de la competición	13
2.1.1. Inspección Técnica	13
2.1.2. Eventos dinámicos	14
2.1.2.1. Skid Pad.....	14
2.1.2.2. Aceleración.....	14
2.1.2.3. Autocross	15
2.1.2.4. Prueba de resistencia y eficiencia	16
2.1.3. Eventos estáticos.....	17
2.1.3.1. Presentación del plan de negocios	17
2.1.3.2. Costes y fabricación	18
2.1.3.3. Diseño de ingeniería del monoplaza.....	19
2.2. El sistema de suspensión	20
2.2.1. Introducción	20
2.2.2. Tipos de suspensión en competición.....	20
2.2.2.1. Suspensión de doble horquilla o doble brazo oscilante (double wishbone).....	21
2.2.3. Elementos de la suspensión tipo Push-rod	23
2.2.3.1. Mangueta.....	23

2.2.3.2. Trapecios y brazo de empuje (Push-rod).....	24
2.2.3.3. Balancín	24
2.2.3.4. Conjunto muelle – amortiguador	25
2.2.3.5. Barra estabilizadora o anti – balanceo.....	29
2.2.3.6. Rótulas	30
2.3. Conceptos básicos	30
2.3.1. Masa suspendida, masa no suspendida y masa semisuspendida.....	30
2.3.2. Movimiento de balanceo.....	31
2.3.3. Movimiento de cabeceo y vaivén	32
2.4. Geometría del conjunto dirección-suspensión en el control direccional del vehículo.....	33
2.4.1. Batalla (Wheelbase)	33
2.4.2. Ancho de vías (track)	34
2.4.3. Ángulo de caída (Camber).....	35
2.4.4. Ángulo de convergencia (Toe – in) y/o divergencia (Toe – out).....	36
2.4.5. Ángulo de avance (Caster)	37
2.4.6. Ángulo de pivote o de salida (Kingpin)	38
2.4.7. Ángulo de deriva (Slip angle)	38
2.5. Normativa aplicada al sistema de suspensión.	39
3. Cálculos y diseño del sistema del sistema de suspensión	43
3.1. Análisis vibracional	43
3.1.1. Obtención parámetros generales	44
3.1.2. Reparto de pesos	52
3.1.3. Cálculo de las rigideces.....	53
3.1.3.1. Rigidez del conjunto muelle – amortiguador.	53
3.1.3.2. Rigidez del neumático.....	55

3.1.4. Modelo vibracional de $\frac{1}{4}$ del monoplaza	58
3.1.5. Cálculo de las frecuencias naturales del monoplaza en dinámica	63
3.1.5.1. Estudio de transferencia de masas	63
3.1.5.2. Transferencia de masas durante la maniobra de aceleración	64
3.1.5.3. Transferencia de masas durante la maniobra de frenado	65
3.1.5.4. Frecuencias naturales en dinámica	66
3.2. Correcto flujo de diseño para un sistema de suspensión.	70
3.2.1. Recopilación de los datos de partida	71
3.2.2. Dimensiones del monoplaza	71
3.2.3. Masas del monoplaza.....	72
3.2.4. Centro de gravedad del monoplaza	72
3.2.5. Reparto de masas del monoplaza	73
3.2.6. Rigideces del conjunto muelle – amortiguador	73
3.2.7. Rigideces de los neumáticos.....	73
3.2.8. Chasis del monoplaza	74
3.3. Definición de la geometría del sistema de suspensión.....	74
3.3.1. Conjunto muelle – amortiguador	75
3.3.2. Cálculo de la longitud de los brazos de los trapecios y su disposición. 76	
3.3.3. Cálculo del centro de balanceo y anti – roll (%).....	81
3.3.4. Determinación de los ángulos que afectan a la geometría.....	83
3.3.4.1. Ángulo de caída (Camber)	84
3.3.4.2. Ángulo de avance (Caster)	84
3.3.5. Diseño de los trapecios de la suspensión	85
3.4. Análisis tensional estático del sistema de suspensión.....	89
3.4.1. Orejetas de anclaje	90
3.4.2. Rótula.....	93

3.4.3. Trapecios inferiores.....	96
3.6. Geometría final.....	100
4. Trabajos futuros	104
Bibliografía	106
ANEXO: PLANOS.....	107



1. Introducción

1.1. Antecedentes.

1.1.1. Formula Student

La Formula Student, también conocida como Formula SAE (Society of Automotive Engineers), es una competición automovilística e ingenieril que se realiza a nivel internacional, donde diferentes equipos formados por estudiantes universitarios diseñan, desarrollan, construyen y compiten con un vehículo monoplace. Esta competición se convierte en la oportunidad perfecta para todo aquel estudiante, miembro de un equipo, de aplicar los conocimientos obtenidos a lo largo de su carrera universitaria, fomentando así el aprendizaje autodidacta como también el trabajo en equipo.

Dicha competición presenta una normativa la cual limita las distintas áreas de diseño del monoplace, no obstante, existe una amplia franja donde el ingenio, la imaginación y la creatividad juegan un papel fundamental. Aquí, los equipos se diferencian debido a que pueden adoptar diversas alternativas para resolver un mismo problema.

El principal objetivo de la competición es determinar qué monoplace es el mejor tras realizar las diferentes pruebas que existen. Siempre se realizará dentro de un contexto donde se pretende simular una situación de un equipo de competición real. Dicho equipo desea desarrollar y construir un monoplace, cuyos compradores hipotéticos serían corredores amateurs y por consiguiente, el monoplace deberá satisfacer unas altas prestaciones en frenada, aceleración y estabilidad, además de ser fiable, económico y de mantenimiento fácil.

1.1.2. Illici Racing Team Universidad Miguel Hernández (IRTUMH)

El equipo Illici Racing Team fue creado en la universidad Miguel Hernández tras la decisión de un grupo de estudiantes con la gran ilusión de construir un vehículo de competición. Fundado el pasado 19 de octubre de 2023, IRTUMH aspira a crear el primer monoplaça FSAE diseñado y desarrollado por estudiantes de la Universidad Miguel Hernández con el que poder participar en la competición de Formula Student Spain. Además, con este proyecto, IRTUMH pretende motivar a los alumnos de las siguientes generaciones que tengan interés en aplicar sus conocimientos teóricos y desarrollarse como profesionales, consiguiendo así evolucionar el primer monoplaça creado y llegando a diseñar múltiples modelos con los que poder competir internacionalmente.

La organización del equipo se basa en una cadena de mandos donde se distinguen los diferentes puestos (véase la Ilustración 1) :

- **Team Manager:** Estudiante representante principal del equipo, se encargará de la gestión correcta del mismo, así como mantener informado en todo momento al profesor responsable.
- **Director/a Técnico:** Estudiante que se encargará de la gestión de los departamentos de fabricación del monoplaça, departamentos dinámicos.
- **Director/a de organización:** Estudiante que se encargará de la gestión de los departamentos de marketing y comunicación, departamentos estáticos.
- **Team Leaders:** Estudiantes representantes y responsables de cada departamento.
- **Miembros:** Integrantes del equipo encargados de una o varias funciones dentro de su departamento.

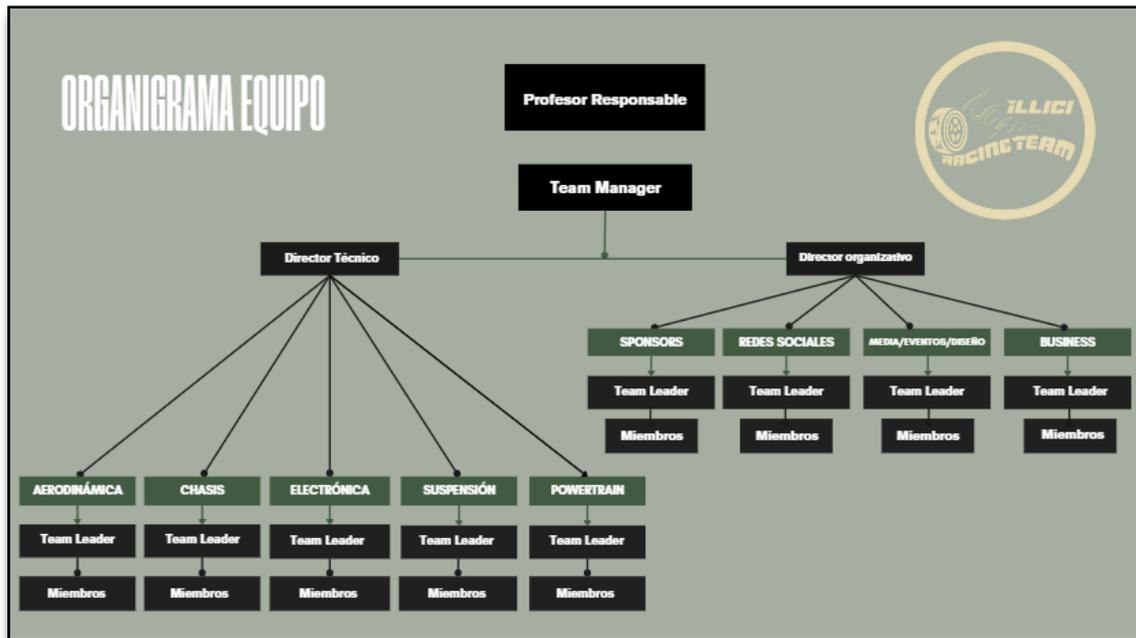


Ilustración 1. Organigrama del equipo de Formula Student Illici Racing Team Universidad Miguel Hernández. Fuente: elaboración propia.

1.2. Objetivo del TFG

Este trabajo fin de grado surge tras la necesidad de diseñar y fabricar un sistema de suspensión, el cual irá implementado en el primer monoplaza de Formula Student de la Universidad Miguel Hernández del equipo recién creado, Illici Racing Team.

En él se realizará un análisis vibracional del vehículo, donde se comprobará que las frecuencias naturales estén en el rango adecuado. Posteriormente se calculará la transferencia de masas que sufre el monoplaza en las situaciones recurrentes en la competición, como lo son la aceleración y el frenado. Se establecerá la geometría del conjunto dirección – suspensión definiendo la disposición y longitud de los trapecios, así como los diferentes parámetros y ángulos que afectan al conjunto. Finalmente, se diseñarán los trapecios superiores e inferiores de ambos ejes del monoplaza, realizando posteriormente un análisis tensional estático de los distintos elementos del sistema de suspensión.

Este trabajo pretende ser el inicio de una constante evolución de estudios y diseños que pretendan optimizar al máximo el sistema de suspensión, pudiendo así contribuir en todo lo que podamos al éxito del equipo.

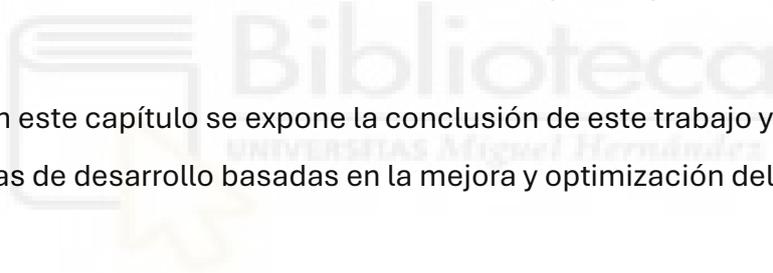
1.3. Estructura de la memoria

Capítulo 1. Comenzando por la introducción, nos encontraremos con una breve explicación de la competición de la Formula Student. A esta, le sigue la contextualización de la creación de un equipo en la Universidad Miguel Hernández que pretende competir en ella. Por último, se expone el objetivo del TFG.

Capítulo 2. Se describen los conceptos preliminares previos los cálculos. Detalles de la competición como qué eventos existen, en qué consisten, qué puntuación conllevan, etc. También se explica el tipo de suspensión mayormente utilizado en este ámbito, cuáles son sus elementos y qué parámetros le afectan. Para concluir este capítulo, se especifican los artículos de la normativa impuesta por la competición que limitan el diseño de la suspensión.

Capítulo 3. Se presentarán todos los cálculos ingenieriles como: análisis vibracionales, transferencias de masas, diseño de piezas y análisis tensionales estáticos.

Capítulo 4. En este capítulo se expone la conclusión de este trabajo y se plantean posibles líneas de desarrollo basadas en la mejora y optimización del sistema de suspensión.



2. Conceptos preliminares

2.1. Pruebas de la competición

La competición de Formula Student consta de una inspección técnica, los eventos dinámicos y los eventos estáticos.

2.1.1. Inspección Técnica

Para poder realizar las pruebas dinámicas se deberá verificar a cada monoplaza si es apto o no, esto se hará a través de una inspección técnica y unas pruebas de seguridad.

Las características, elementos o documentos que se inspeccionan son:

- Formulario de inspección técnica.
- Formularios de equivalencia estructural.
- Informes del atenuador de impactos.
- El vehículo debe disponer de una barra, provista de un extintor, para ser empujado.
- El equipo debe contar con un juego de neumáticos de seco y de mojado.
- Los extintores y el equipamiento del piloto deben cumplir la normativa de la FIA (Federación Internacional del Automóvil).
- Los pilotos deben ser capaces de abandonar el monoplaza en menos de 5 segundos.
- El monoplaza no deberá superar los 100 dB a ralentí y tampoco los 110 dB a revoluciones máximas (Prueba de ruido - Noise Test).
- El monoplaza debe ser capaz de soportar aceleraciones laterales de hasta 1.7G sin volcar. La manera de comprobar esta condición es colocando el monoplaza en un banco de ensayos e inclinarlo gradualmente hasta alcanzar los 60° (Prueba de inclinación - Tilt Test).
- La capacidad de frenada tiene que ser lo suficiente como para bloquear las 4 ruedas simultáneamente (Prueba de frenado - Brake Test).

2.1.2. Eventos dinámicos

2.1.2.1. Skid Pad

Prueba donde el monoplaza se verá desafiado al realizar un circuito en forma de ocho, dos círculos a la izquierda y dos círculos a la derecha en el menor tiempo posible. Se medirá la capacidad de giro del monoplaza sobre una superficie plana mientras realiza giros de radio constante sometido a una aceleración lateral. El objetivo es evaluar las prestaciones de paso por curva del monoplaza, para ello el circuito consta de las medidas mostradas en la Ilustración 2 :

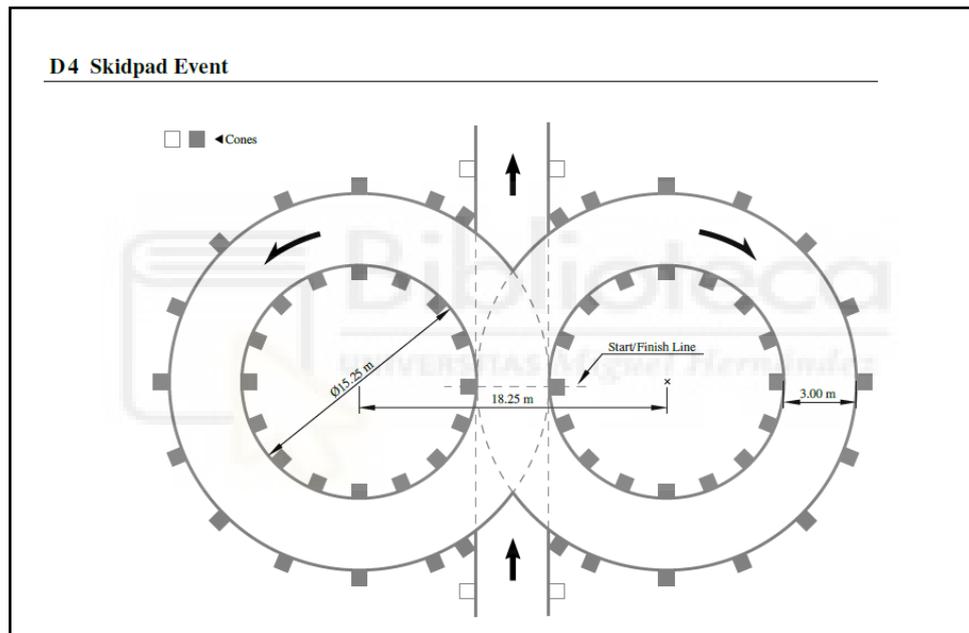


Ilustración 2. Trazado de la pista de Skidpad. Fuente: extraída de Formula Student Rules (FSG, 2024)

2.1.2.2. Aceleración

La siguiente prueba tiene como objetivo evaluar la aceleración del vehículo en línea recta sobre el asfalto, ya que el monoplaza tendrá que acelerar durante 75 metros en el menor tiempo posible. Para poder comenzar la prueba, el monoplaza será colocado de tal manera que la parte más adelantada del mismo se encuentre a 30 centímetros detrás de la línea de salida. El tiempo comenzará a contar una vez el monoplaza pase por la línea de salida y se detendrá al cruzar la línea de meta. Cada

equipo utilizará dos pilotos en esta prueba, contando cada uno de ellos con dos intentos, de tal forma que podrá ser realizada cuatro veces por equipo. En la Ilustración 3, podemos observar un ejemplo visual de la prueba.



Ilustración 3. Prueba de aceleración en Formula Student Spain. Fuente: extraída de la página web arusteam.com

2.1.2.3. Autocross

En esta prueba el objetivo es valorar la maniobrabilidad, frenada, aceleración y paso por curva del monoplaza. El piloto tendrá que poner al límite el vehículo en un circuito diseñado por la organización de la competición (ver Ilustración 5), el cual deberá contar con las siguientes características:

- Rectas de no más de 80 metros.
- Curvas de radio constante hasta los 50 metros.
- Horquillas de diámetro mínimo exterior de 9 metros.
- Slaloms delimitados por conos a una distancia de entre 7,5 y 12 metros.
- Presencia de: chicanes, curvas múltiples, curvas de radio decreciente, etc.
- La anchura mínima de la pista es de 3 metros.
- Longitud total de la pista es inferior a 1,5 kilómetros.

Cada equipo escogerá a 2 pilotos, cada uno de ellos con 2 intentos. Se escogerá solo el mejor tiempo de cada uno.



Ilustración 4. Prueba de Autocross en Formula Student Spain. Fuente: extraída de la página web de formulastudent.es

2.1.2.4. Prueba de resistencia y eficiencia

La prueba más desafiante. A lo largo de 22 kilómetros, los monoplazas deberán demostrar su capacidad para cubrir grandes distancias. Medirán su rendimiento a través de: aceleración, velocidad, maniobrabilidad, dinámica y fiabilidad. La eficiencia será analizada tras la comprobación del consumo del monoplaza. En esta prueba se deberá realizar un cambio de piloto durante una parada de 3 minutos, donde está prohibido efectuar cambios o arreglos en el monoplaza. El circuito será muy similar al de la prueba de Autocross (ver Ilustración 5), reuniendo las siguientes características:

- Rectas de no más de 80 metros donde existirán zonas de adelantamiento para aquellos vehículos que vayan más lento.
- Curvas de radio constante hasta los 50 metros.
- Horquillas de diámetro mínimo exterior de 9 metros.
- Slaloms delimitados por conos a una distancia de entre 9 y 15 metros.

- Presencia de: chicanes, curvas múltiples, curvas de radio decreciente, etc.
- La anchura mínima de la pista es de 3 metros.
- Longitud total de la pista será aproximadamente 1 kilómetro.



Ilustración 5. Prueba de resistencia y eficiencia en Formula Student Spain. Fuente: extraída de la página web formulastudent.es

Puntuaciones máximas de los eventos dinámicos:

Skidpad	75 puntos
Aceleración	75 puntos
Autocross	100 puntos
Resistencia	325 puntos
Eficiencia (consumo)	100 puntos
TOTAL	675 puntos

2.1.3. Eventos estáticos

2.1.3.1. Presentación del plan de negocios

Cada equipo tiene que presentar a un grupo de jueces el plan de negocios para el vehículo construido, siendo los jueces una simulación de un hipotético fabricante

de automóviles de la competencia. El objetivo de dicha prueba será tratar de convencerlos de que el vehículo satisface los requisitos del grupo objetivo y que su comercialización y producción generarán beneficios. Como se verá en la Ilustración 6, se incluye un ejemplo visual de la disposición y desarrollo de la prueba.

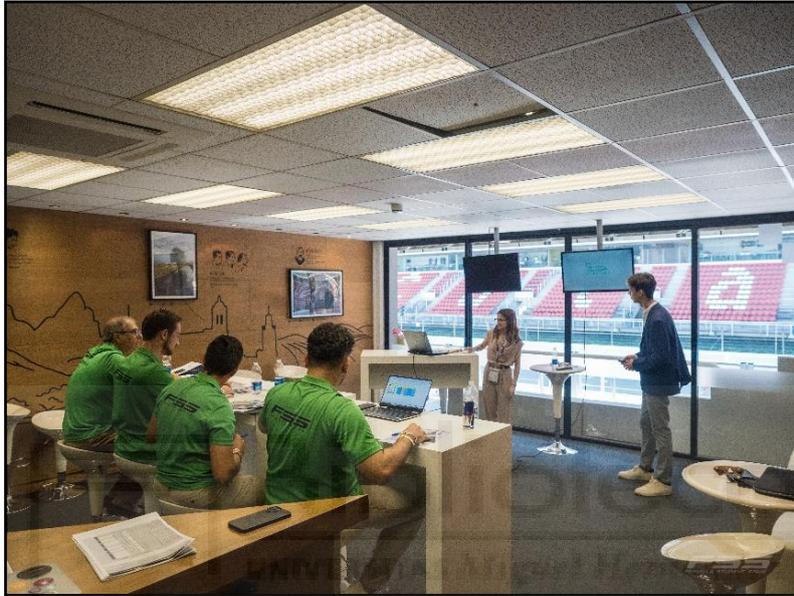


Ilustración 6. Prueba Business Plan en Formula Student Spain. Fuente: extraída de la página web formulastudent.es

2.1.3.2. Costes y fabricación

Prueba donde se evalúa la destreza de los equipos de tomar decisiones para llegar a un consenso entre costes y rendimiento. Esto se hará tras la elaboración de un documento donde se justifican los costes de fabricación de cada una de las piezas del monoplaza, este documento se presentará y se defenderá posteriormente ante un grupo de jueces.

2.1.3.3. Diseño de ingeniería del monoplaza

Previamente a la competición, cada equipo debe entregar un documento el cual debe incluir una breve descripción del monoplaza, además de aspectos técnicos y soluciones adoptadas durante el desarrollo del vehículo. Una vez en la competición, los jueces evaluarán tanto los documentos como los monoplazas discutiendo así la aptitud con los estudiantes. En la Ilustración 7 se mostrará un ejemplo de dicha prueba.

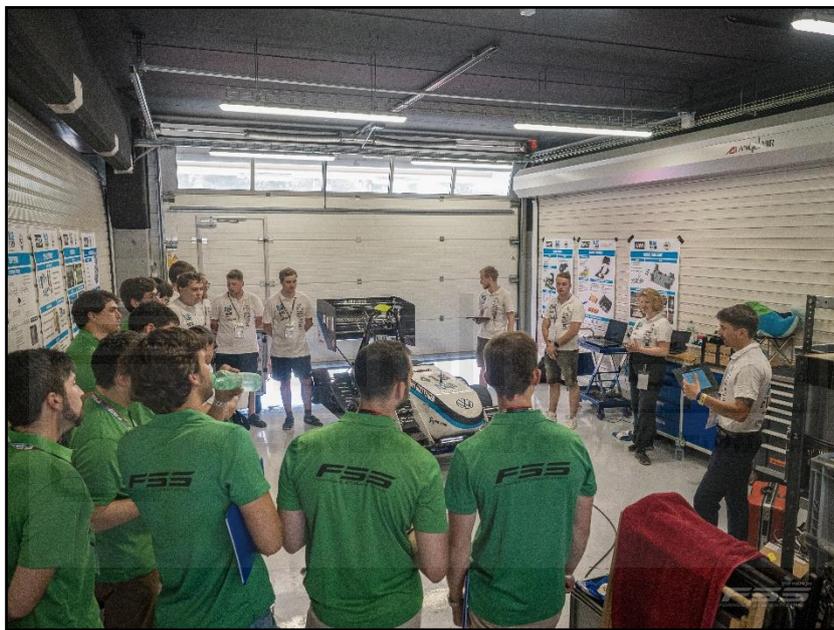


Ilustración 7. Prueba de diseño de ingeniería del monoplaza en Formula Student Spain. Fuente: extraída de la página web formulastudent.es

Puntuaciones máximas de los eventos estáticos:

Plan de negocio	75 puntos
Costes y fabricación	100 puntos
Diseño de ingeniería	150 puntos
TOTAL	325 puntos

2.2. El sistema de suspensión

2.2.1. Introducción

Desde los inicios de la historia del automóvil, y con el avance de los medios de transporte y su constante desarrollo, pronto se detectó la necesidad de separar el compartimento de carga y pasajeros de las irregularidades del terreno. Si el vehículo transporta mercancías, el objetivo será reducir las vibraciones transmitidas para evitar dañar el contenido; si, por el contrario, quienes viajan son personas, cuanto mejores sean las condiciones del trayecto, más largo será el desplazamiento sin que experimenten fatiga. En el caso del conductor, una menor fatiga permitirá mantener mayores niveles de concentración, lo que hará la conducción más segura. No obstante, la pérdida de confort que producen las irregularidades transmitidas desde la calzada no es la única motivación para implementar un sistema de suspensión en el vehículo, otra razón la cual justifica dicha implementación es la importancia de asegurar que la rueda permanezca en contacto con la carretera, ya que de ello dependen tanto el control como la estabilidad del vehículo.

2.2.2. Tipos de suspensión en competición.

En el plano tridimensional, un objeto sin limitaciones tiene seis grados de libertad: tres de rotación y tres de traslación. El sistema de suspensión está diseñado para que, en relación con el chasis, cada rueda del vehículo tenga solo dos grados de libertad, uno corresponde al movimiento vertical, mientras que otro estará asociado a la rotación propia del giro de avance. El buje de la rueda, que permite el movimiento de rotación de esta tendrá un único grado de libertad cuando la dirección está fijada, por tanto, hay que añadir restricciones para eliminar cinco grados de libertad, y esto se puede lograr mediante distintas alternativas.

Por lo general, las suspensiones se dividen en dos grandes grupos: suspensiones dependientes o de eje rígido y suspensiones independientes. La principal distinción entre estos dos grandes grupos es que, en una suspensión dependiente, cualquier

movimiento de una de las ruedas que no sea la rotación de esta, será transmitido a la rueda opuesta. De lo contrario, en una suspensión independiente, se permite el movimiento vertical sin afectar a la rueda opuesta.

Las suspensiones de eje rígido o dependientes presentan una ventaja principal relacionada con la caída de las ruedas, ya que esta no se ve afectada por el balanceo del coche, por lo que el contacto entre la rueda y la calzada será más uniforme. Como desventaja, si el eje rígido además es motriz será propenso a sufrir vibraciones en la dirección.

Por otro lado, las suspensiones independientes presentan una serie de ventajas respecto a las de eje rígido: menor masa no suspendida, menor espacio ocupado, mejor resistencia a vibraciones en la dirección y mayor rigidez al balanceo. Todas estas ventajas se convierten en la razón principal por la que el sistema de suspensión independiente es utilizado mayoritariamente en el entorno de competición. Si ponemos el foco concretamente en competiciones como son la Formula 1, Formula E, Indycar o la Formula Student, los vehículos que participan son monoplazas, los cuales están equipados con suspensiones independientes de doble horquilla o doble brazo oscilante.

2.2.2.1. Suspensión de doble horquilla o doble brazo oscilante (double wishbone)

La suspensión de doble horquilla es sin ninguna duda la más utilizada en monoplazas de competición y vehículos de alto rendimiento. Su nombre proviene de los dos brazos oscilantes en forma de “V” ,como podemos observar en la Ilustración 8, uno en la parte inferior y otro en la superior, conectados tanto al chasis como a la rueda. Variando la orientación y longitud de los brazos, así como la posición y el tipo de anclaje, pueden obtenerse infinidad de geometrías capaces de adaptarse a cualquier prueba o circuito desafiante.

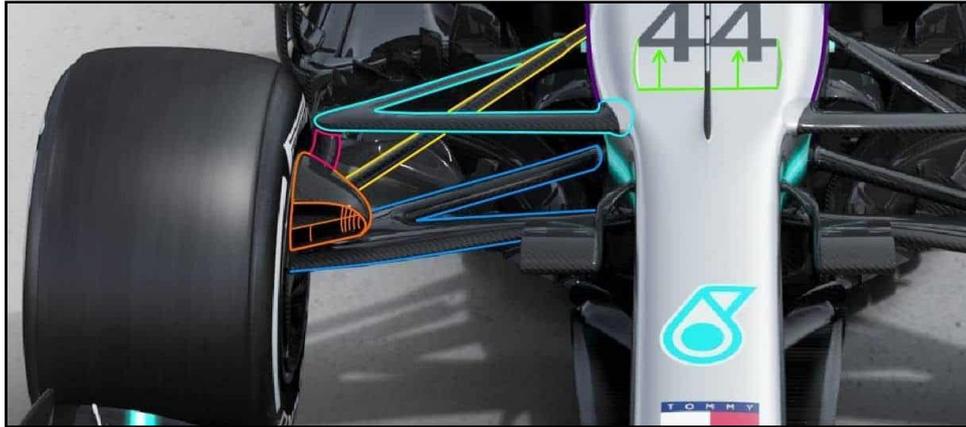


Ilustración 8. Trapecios de la suspensión de un F1. Fuente: extraída de la página web maxf1.net

Dentro de una suspensión de doble horquilla y en función de cómo se disponga el brazo de suspensión, el cual podemos ver rotulado en amarillo en la Ilustración 8, podemos distinguir entre dos tipos:

- **Push-rod (brazo de empuje):**
Una suspensión push-rod se ancla en lo alto del chasis y se conecta a un punto bajo de la rueda mediante un brazo diagonal. Cuando el neumático es sometido a una fuerza vertical, el brazo push-rod realizará un trabajo de compresión que, a través del balancín, comprimirá el amortiguador. (Obsérvese la Ilustración 9)
- **Pull-rod (brazo de tracción):**
Una suspensión pull-rod se ancla en la parte inferior del chasis y se conecta a un punto más alto de la rueda mediante un brazo diagonal. Esta vez, cuando el neumático recibe una fuerza vertical, el brazo pull-rod realizará un trabajo de tracción tirando del balancín y estirando el amortiguador. (Obsérvese la Ilustración 9)

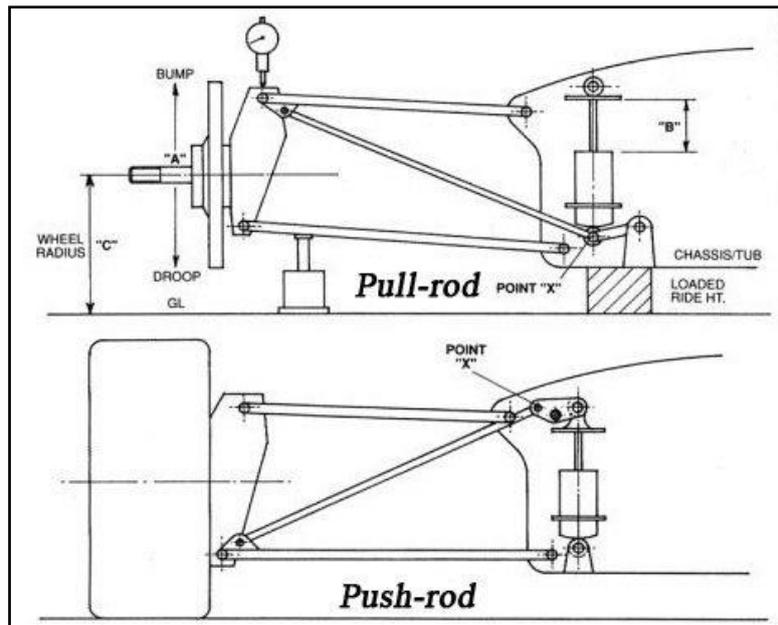


Ilustración 9. Diferencias entre sistema de suspensión Push-rod y Pull-rod. Fuente: extraída de la página web safety-car.es

Entre las diferentes ventajas y desventajas que presentan, no podemos destacar ningún tipo de suspensión como el ideal, pues cada uno se adaptará mejor a unas condiciones y requisitos que varían en función del tipo de prueba o circuito a competir. No obstante, centrándonos en el entorno de la competición de Formula Student, el sistema Push-rod es el elegido debido a su mayor resistencia, mejor accesibilidad y ajuste de los elementos, así como un menor costo de fabricación respecto del sistema Pull-rod.

2.2.3. Elementos de la suspensión tipo Push-rod

2.2.3.1. Mangueta

Pieza que se encarga principalmente de unir la rueda con los elementos de la dirección y suspensión del monoplaza. La rueda se unirá a la mangueta a través de un buje fijado en esta, el cual permite el giro de manera fluida gracias a sus rodamientos, al mismo tiempo que soporta el peso del monoplaza y mantiene la alineación de la rueda. Los elementos de la dirección y de la suspensión se unirán mediante anclajes. La mangueta, además de ser una pieza de unión fundamental, según su colocación afectará de una manera u otra a la geometría de la suspensión

y esta a su vez al comportamiento del monoplaza, podrá variar parámetros que veremos más adelante como el ángulo de caída, ángulo de salida, convergencia o divergencia, etc. Para una representación gráfica de la mangueta, véase la Ilustración 10.



Ilustración 10. Mangueta de suspensión. Fuente: extraída de la página web es.pinterest.com

2.2.3.2. Trapecios y brazo de empuje (Push-rod)

Elementos de unión entre mangueta y el chasis del monoplaza. La función principal es controlar y permitir el movimiento vertical de la rueda para absorber las irregularidades de la pista, manteniendo en todo momento la alineación y los ángulos previamente establecidos en relación con el asfalto. Podemos ver una representación de estos en la Ilustración 8, siendo los trapecios los elementos rotulados en azul y azul claro, y el brazo de empuje, el elemento rotulado en amarillo. En la Ilustración 10, veremos los elementos anteriormente descritos, pero en el ámbito de Formula Student.

2.2.3.3. Balancín

Componente responsable de transmitir los esfuerzos, que le llegan por parte del brazo de empuje y son provocados por los movimientos verticales de la rueda, al conjunto muelle – amortiguador. Este elemento se encuentra conectado por un

extremo al brazo de empuje y por otro al conjunto muelle – amortiguador, además de tener un punto de anclaje al chasis donde pivotará tras los esfuerzos transmitidos. También posee un punto de unión para la barra anti – balanceo o barra estabilizadora. Todo lo descrito anteriormente lo podemos observar en la Ilustración 11.



Ilustración 11. Balancín de un Formula Student. Fuente: extraída de la página web aidangregoire.com

2.2.3.4. Conjunto muelle – amortiguador

Sistema encargado de absorber y disipar la energía, transmitida por las oscilaciones de las ruedas, de forma controlada, impidiendo así el despegue del monoplaza del suelo, ya que en el entorno de la competición necesitamos que las ruedas mantengan el máximo contacto posible con el asfalto para tener una mayor tracción. Este conjunto también es responsable de evitar las vibraciones no deseadas, mejorando la estabilidad y seguridad de la conducción.

El muelle o resorte, de tipo helicoidal, almacenará la energía elástica tras la deformación de este, ya sea como compresión, extensión o flexión. Otra función que desempeña es soportar el peso de vehículo, además de alargar la vida de múltiples de los elementos de la suspensión, en los que se encuentran el amortiguador e incluso los neumáticos.

Por otro lado, se encuentra el amortiguador, el cual disipa en forma de calor la energía cinética generada en la suspensión y originada por las perturbaciones del asfalto de la pista o por la dinámica de la masa suspendida.

En el mundo de la competición, los amortiguadores utilizados se pueden regular tanto en su resistencia a tracción como a compresión, dando lugar a un mayor control y modificación del comportamiento del monoplaza, pudiéndose adaptar en todo momento a las condiciones de la pista y/o estilo de conducción del piloto.

Dentro del conjunto muelle – amortiguador que utilizaremos en este primer sistema de suspensión, el amortiguador será de tipo hidráulico telescópico como se muestra en la Ilustración 12. Este tipo de amortiguador podrá ser de doble tubo o monotubo.



Ilustración 12. Conjunto muelle – amortiguador hidráulico telescópico de la marca Öhlins. Fuente: extraída de la página web wrs.it

2.2.3.4.1. Amortiguador de doble tubo

El amortiguador contiene un pistón de doble efecto que se desplaza gracias a la acción de un vástago que atraviesa la tapa superior. En el pistón se encuentran unas válvulas reguladas que permiten el paso del aceite y cuando este sube o baja, fuerza al aceite a pasar a través de las válvulas. Independientemente de la carga o de la velocidad de trabajo, la finalidad de la válvula es mantener un flujo laminar,

esto se consigue con orificios que se abran en relación con la presión generada internamente. Principio de funcionamiento simplificado en la Ilustración 13.

Durante la acción de compresión del amortiguador se produce un exceso de aceite momentáneo en la parte inferior del tubo interior, debido a la diferencia de volúmenes, se almacena en la cámara igualadora, la cual está situada entre el tubo interior y el exterior y por la que accede a través de la válvula de pie. A continuación, el fluido conducirá el calor a la parte exterior del amortiguador, reduciendo a su vez la temperatura del fluido hidráulico.

En la fase de extensión del amortiguador, se genera un vacío en la cámara inferior del tubo interior, atravesando cierto volumen de aceite las válvulas del pistón, desde la cámara superior a la inferior del tubo interior, y a su vez regresa por un orificio en la válvula de pie desde la cámara igualadora.

Dentro estos amortiguadores, podemos encontrar dos tipos: los no presurizados, donde el fluido existente es únicamente el aceite, y los presurizados, donde encontramos aceite y gas (generalmente nitrógeno). Los amortiguadores presurizados tratan de poner solución a la problemática que presentan los no presurizados: la formación de burbujas en el aceite cuando el amortiguador trabaja a velocidades altas, limitando así el paso óptimo a través de las válvulas. De esta forma se consigue mejorar sustancialmente el rendimiento de este tipo de amortiguadores.

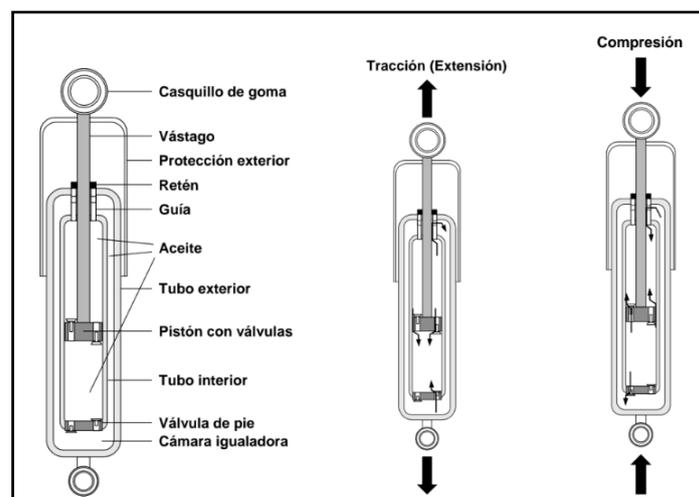


Ilustración 13. Amortiguador de doble tubo. Fuente: extraída de (P. Luque, D. Álvarez, C. Vera, 2022)

2.2.3.4.2. Amortiguador monotubo

Como diferencia fundamental, el amortiguador monotubo presenta un mecanismo de cierre de la parte inferior del área de trabajo, utilizando un pistón flotante en contacto con el fluido y sostenido por la presión de un gas en su parte inferior (nitrógeno).

El principio de funcionamiento consiste en un pistón que se desplaza arrastrado por un vástago dentro de un tubo de aceite y las válvulas, al igual que en los amortiguadores de doble tubo, no trabajan igual en tracción que en compresión. Cuando el vástago se desplaza, el aceite mueve el pistón flotante inferior comprimiendo el gas, de esta manera, el gas sufre una variación de volumen, ejerciendo la misma función que la cámara igualadora en la configuración de doble tubo. En la Ilustración 14, podemos observar lo descrito anteriormente de forma simplificada.

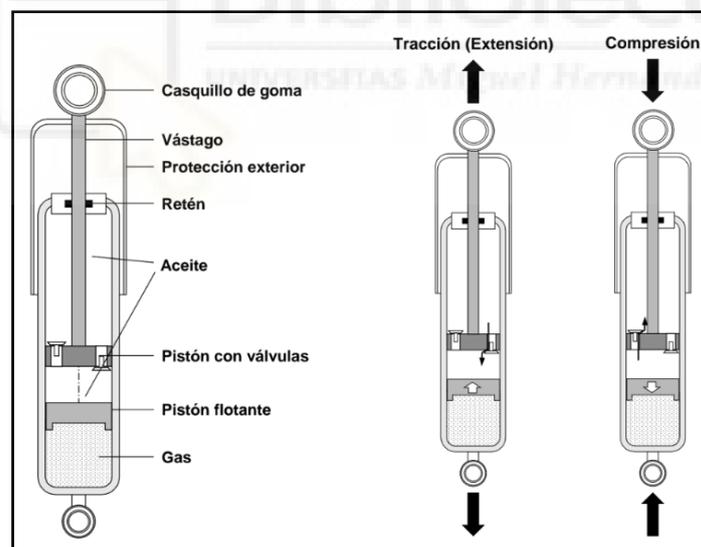


Ilustración 14. Amortiguador monotubo. Fuente: extraída de (P. Luque, D. Álvarez, C. Vera, 2022)

Este tipo de amortiguador presenta varias ventajas sobre la configuración de doble tubo:

- Funcionamiento más silencioso y respuesta instantánea.

- Evita la cavitación y formación de espuma en el aceite cuando se trabaja a velocidades altas de desplazamiento.
- Mejora la refrigeración debido a que el tubo de trabajo está en contacto con el aire exterior.

2.2.3.5. Barra estabilizadora o anti – balanceo

Elemento elástico que se encuentra anclado, por el centro a la masa suspendida del vehículo, y en sus extremos a la mangueta de suspensión o el balancín. La configuración más usual de este tipo de barras es transversal, uniéndose elásticamente las ruedas de un mismo eje, con el objetivo de estabilizar el vehículo frente a sollicitaciones que produzcan un movimiento de balanceo. Las sollicitaciones pueden ser ocasionadas por la fuerza centrífuga en el paso por curva, acciones verticales que produzcan un par de vuelco lateral y/o fuerzas aerodinámicas. El par de vuelco genera una transferencia de carga entre las ruedas, por tanto, la barra estabilizadora trabajando a torsión actúa directamente sobre la adherencia y seguridad del monoplaza, regulando el balanceo e intentando mantener la estabilidad en todo momento de la conducción. La Ilustración 15 muestra un ejemplo visual del elemento.

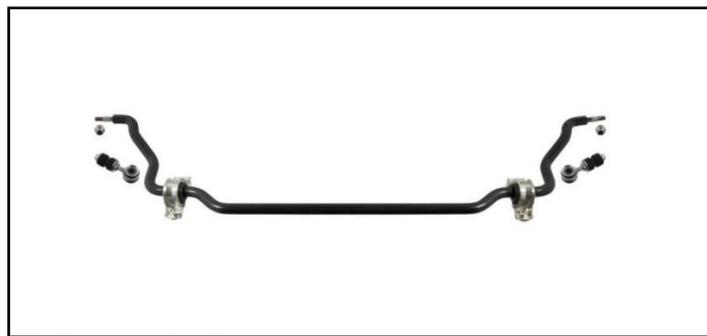


Ilustración 15. Barra estabilizadora. Fuente: extraída de la página web blog.febi.com

2.2.3.6. Rótulas

Elemento de unión y anclaje que hace compatibles los movimientos de suspensión y dirección del monoplaza. Existen varios tipos de rótulas, aunque todas muy similares en cuanto al principio de funcionamiento, no obstante, el sistema de suspensión que estamos diseñando es propio de un monoplaza de competición, donde destacan las rótulas esféricas radiales (Ilustración 16). Dichas rótulas están compuestas por un anillo exterior de acero endurecido que al mismo tiempo contiene un alojamiento para una bola esférica, la cual debido a su diseño permite libertad de movimiento en varias direcciones, encargándose así de habilitar la rotación y el movimiento angular de la rótula.



Ilustración 16. Rótulas esféricas radiales. Fuente: extraída de la página web ikont.co.jp

2.3. Conceptos básicos

2.3.1. Masa suspendida, masa no suspendida y masa semisuspendida

- La masa suspendida de un monoplaza es todo elemento que esté sustentado y aislado por el sistema de suspensión, algunos de los ejemplos son: el motor, el chasis, el piloto, etc.
- La masa no suspendida, por el contrario, es todo aquel elemento del monoplaza que está conectado directamente con el asfalto y se ve afectado

por las irregularidades de este. Elementos como las ruedas, los frenos, la mangueta, etc.

- La masa semisuspendida la conforman todos los elementos que se encuentren entre las dos masas descritas anteriormente. Elementos como los ejes de transmisión, unen el diferencial con la rueda, tomándose así un porcentaje de la masa del eje que irá a la masa suspendida y el restante a la masa no suspendida.

Cabe destacar la importancia de la relación existente entre estos dos tipos de masas. Cuanto más ligeros son los elementos que se encuentran en contacto directo con el asfalto, es decir la masa no suspendida, menores serán las oscilaciones de los neumáticos. Esto es una premisa a tener en cuenta de cara al diseño y fabricación del monoplaza, ya que cuanto más tiempo está el neumático en contacto con el terreno frente al tiempo que no lo está, más aumenta su adherencia.

2.3.2. Movimiento de balanceo

El balanceo consiste en la rotación respecto del eje longitudinal del vehículo, el eje x (ver Ilustración 17). En general, el balanceo del cuerpo del vehículo viene determinado por la suma del balanceo de la suspensión y el balanceo del eje producido por las deformaciones de los neumáticos.

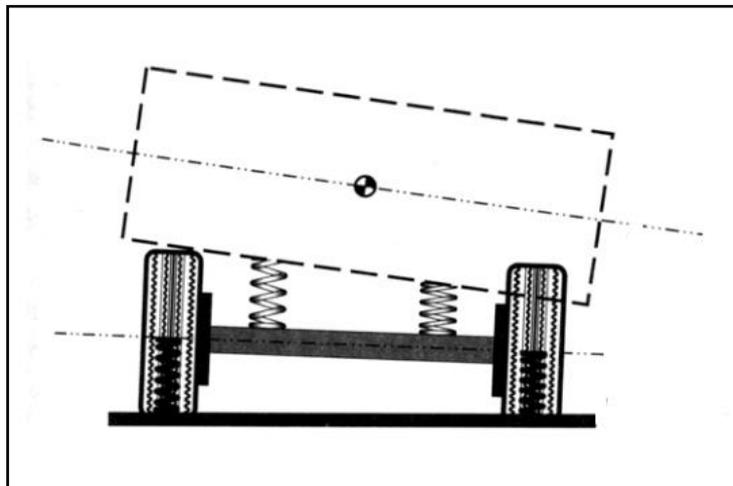


Ilustración 17. Movimiento de balanceo de un vehículo con eje rígido. Fuente: extraída de (P. Luque, D. Álvarez, C. Vera, 2022)

Existe un punto en el plano vertical transversal al vehículo que contiene los centros geométricos de cualquier par de ruedas y en el que se pueden aplicar fuerzas laterales a la masa suspendida sin que se produzca un desequilibrio de la suspensión. A este punto se le denomina centro de balanceo y representa el centro instantáneo de rotación de la masa suspendida respecto de la masa semisuspendida. La disposición de este centro de balanceo caracteriza el comportamiento del monoplaza ante las diferentes sollicitaciones que sufre durante su conducción.

2.3.3. Movimiento de cabeceo y vaivén

El cabeceo consiste en el movimiento de inclinación hacia delante y hacia atrás en torno al eje transversal del vehículo. Cuando hay una transferencia de carga hacia el eje trasero se considera un cabeceo positivo, siendo negativo hacia el eje delantero. Esta transferencia hace que las suspensiones delanteras y traseras cambien, provocando una modificación en la altura del centro de gravedad llamado vaivén. Estos dos movimientos modifican los parámetros geométricos de las ruedas, cambios en los ángulos de caída y giro, además de importantes variaciones en el ángulo de avance. En la Ilustración 18, podemos observar los movimientos descritos.

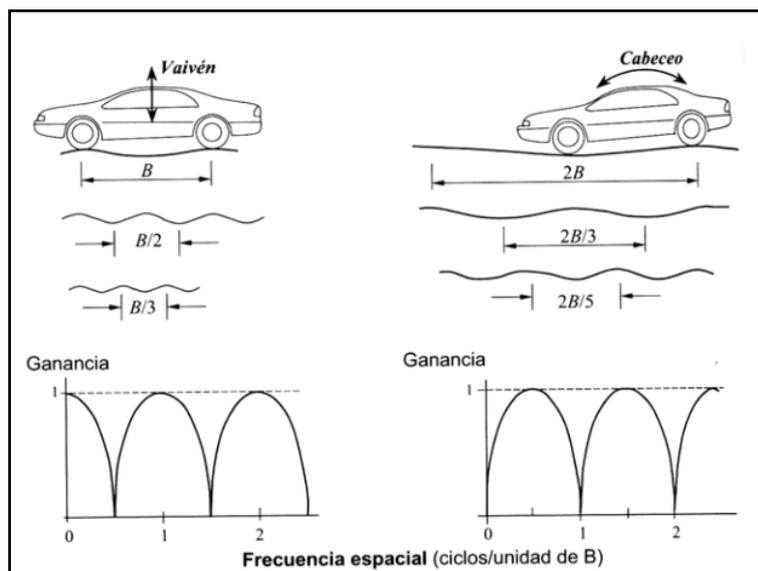


Ilustración 18. Influencia de la batalla ante el cabeceo y vaivén. Fuente: : extraída de (P. Luque, D. Álvarez, C. Vera, 2022)

2.4. Geometría del conjunto dirección-suspensión en el control direccional del vehículo

Existen diferentes parámetros de la dirección que hay que tener en cuenta de forma previa en el diseño de una suspensión ya que afectan a esta, así como pueden modificar la estabilidad, seguridad, manejo y comportamiento del vehículo.

2.4.1. Batalla (Wheelbase)

Distancia existente entre los ejes delantero y trasero de las ruedas como se puede observar en la siguiente Ilustración 19.

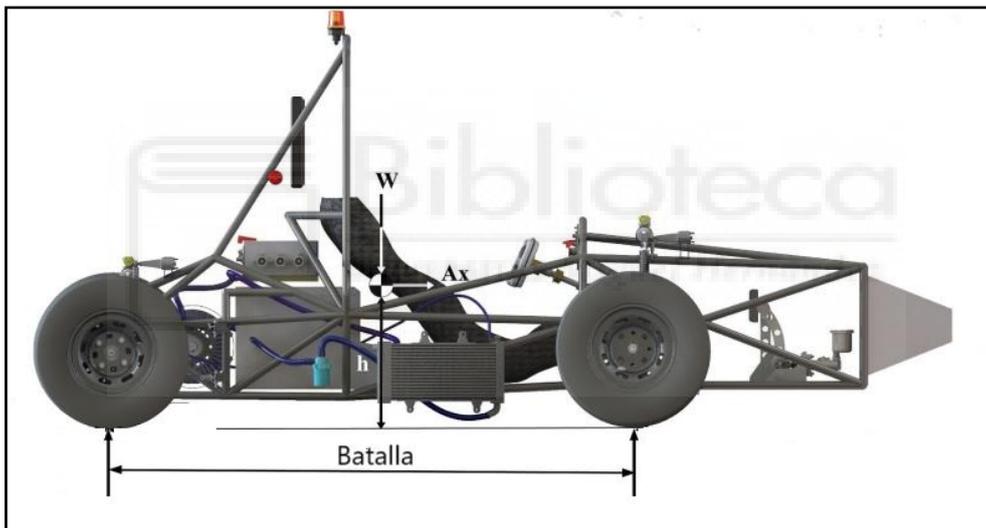


Ilustración 19. Batalla de un vehículo. Fuente: extraída de la página web redalyc.org

A mayores valores de esta distancia, el monoplaza tendrá mayor estabilidad en línea recta y en la dirección. También, se reducirán los movimientos de cabeceo y las transferencias longitudinales de masa.

Cuanto más corto sea el valor de la batalla, el monoplaza será más ágil, reducirá el diámetro de giro y tendrá una mejor entrada en curva.

2.4.2. Ancho de vías (track)

Distancia existente entre el centro de huella de las ruedas de un mismo eje (ver Ilustración 20).

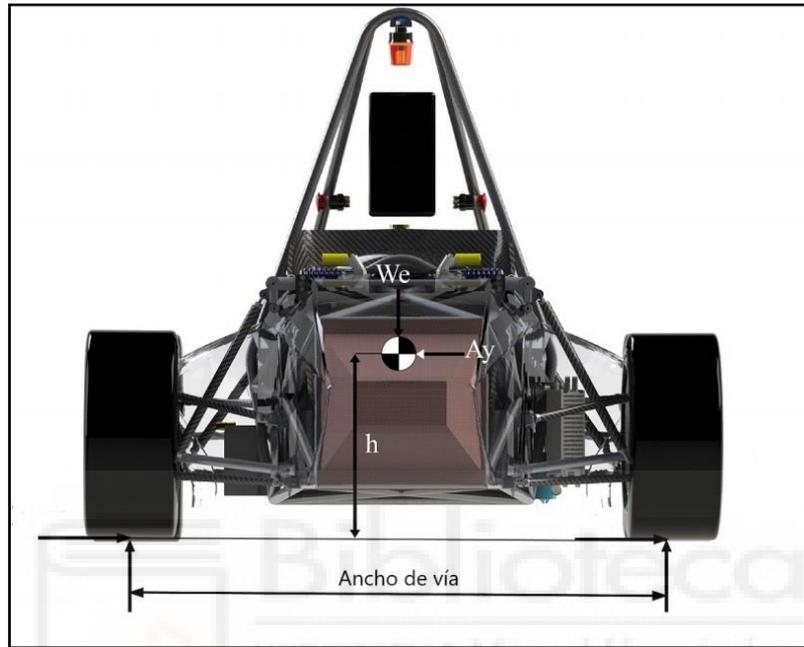


Ilustración 20. Ancho de vía de un vehículo. Fuente: extraída de la página web redalyc.org

Para valores altos, encontramos una mayor estabilidad en curvas debido al aumento de la capacidad de agarre y el soporte de las fuerzas laterales que le llegan al monoplaza. Además, el vehículo es menos propenso a realizar cambios bruscos en su comportamiento, mejorando el control por parte del piloto y permitiendo una conducción más predecible.

Las ventajas de diseñar un monoplaza con un ancho de vías más corto se encuentran en una menor resistencia aerodinámica, una reducción de peso y mejor maniobrabilidad de este en circuitos cerrados.

2.4.3. Ángulo de caída (Camber)

Este ángulo está definido en la vista frontal del monoplaça y es el ángulo formado por el plano medio de la rueda con la perpendicular al plano de rodadura (ver Ilustración 21).

Este ángulo de caída que presenta la rueda puede proporcionar diferentes ventajas y a su vez desventajas en función si es positivo o negativo.

Consideramos caída positiva cuando la parte superior de la rueda está inclinada hacia la parte exterior, este ángulo favorece la duración de vida del neumático en relación con el desgaste, debido a que presenta menos resistencia a la rodadura, además, el monoplaça tendría más estabilidad en línea recta. De manera desfavorable, el ángulo de caída positivo presentaría una reducción en el rendimiento en competición debido a la pérdida de agarre en curvas.

Cuando hablamos de una caída negativa, la parte superior de la rueda estaría inclinada hacia la parte interior y al contrario que en una caída positiva, presenta un mejor comportamiento en el paso por curva, teniendo el monoplaça un mejor agarre y una mejor distribución de las cargas. La parte negativa de este ángulo es el desgaste irregular que se produce en el neumático.

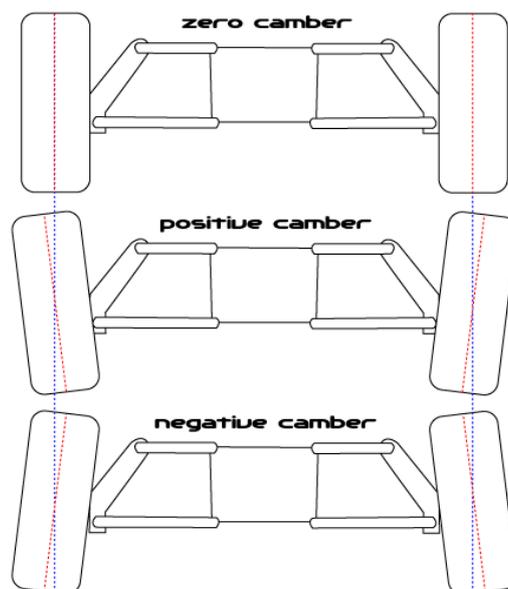


Ilustración 21. Distintos ángulos de caída. Fuente: extraída de la página web bbsport.com

2.4.4. Ángulo de convergencia (Toe – in) y/o divergencia (Toe – out)

El ángulo de convergencia se define como aquel formado por la dirección en la que apuntan las ruedas respecto a su línea central desde una vista en planta (ver Ilustración 22).

Este ángulo también posee diferentes configuraciones que dependiendo de cual se elija aportará unos beneficios u otros.

El ángulo se considera positivo, de convergencia (toe – in), cuando la parte delantera de las ruedas están giradas hacia el interior, apuntando levemente al monoplaza. Los beneficios que proporciona este ángulo van desde una mayor estabilidad en las rectas hasta un mayor control en las frenadas. Como desventajas, presenta un desgaste irregular y acelerado.

Cuando la parte delantera de las ruedas están giradas hacia el exterior, el ángulo se considera negativo, de divergencia (toe – out). De manera inversa al ángulo positivo, existe una reducción de la estabilidad en recta y mejora la respuesta en el paso por curva.

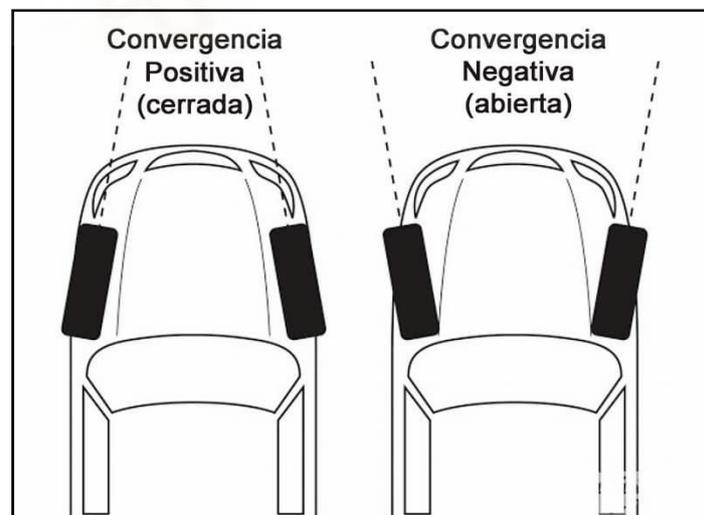


Ilustración 22. Ángulos de convergencia (toe – in) y divergencia (toe – out). Fuente: extraída de la página web muchoneumatico.com

2.4.5. Ángulo de avance (Caster)

Desde una vista lateral hacia el monoplaza, este ángulo está formado por el eje de pivote de la mangueta con el plano vertical del eje de la rueda (ver Ilustración 23).

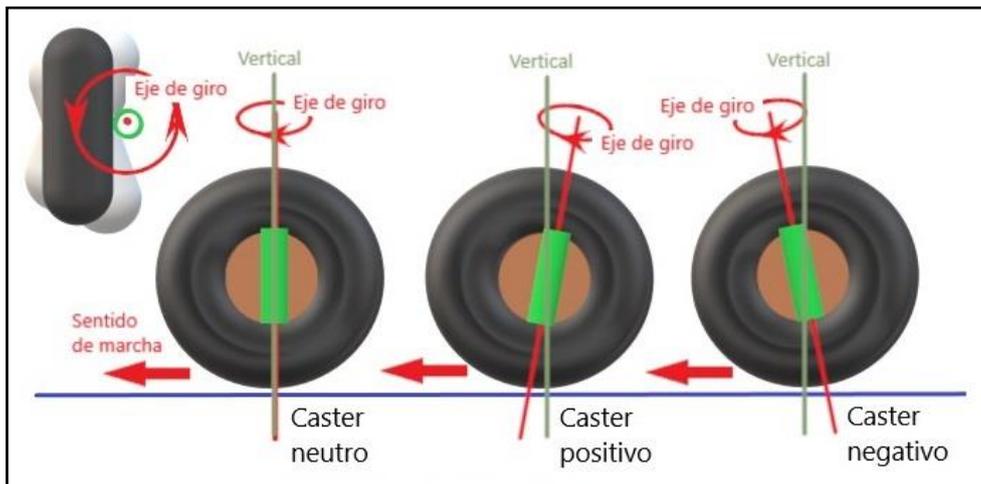


Ilustración 23. Ángulo de avance (caster) positivo y negativo. Fuente: extraída de la página web forojeeprenegade.com

El ángulo de avance se establece como necesidad de generar un par resistente que ayude a estabilizar las ruedas direccionales. Tiene como objetivo mantener la dirección centrada y proporcionar al piloto una mayor y mejor estabilidad en la conducción.

Si el ángulo de avance es negativo, significará que la parte superior de la línea vertical de la rueda está inclinada hacia la parte trasera del monoplaza, es decir, el eje de dirección se encuentra delante del eje de giro de la rueda. Este ángulo no es tan frecuente en competición, pues reduce la estabilidad del monoplaza a altas velocidades.

Cuando hablamos de un ángulo de avance positivo, nos referimos a que el eje de dirección se encuentra detrás del eje de giro de la rueda. Esto aumenta la estabilidad y sobre todo el control del monoplaza, ya que las ruedas tienden a retornar a la posición recta después de realizar un giro. De esta manera, el piloto también podrá saber en todo momento durante la conducción el desgaste de los

neumáticos, debido al agarre y resistencia que presente el neumático tras realizar los giros en el paso por curva.

2.4.6. Ángulo de pivote o de salida (Kingpin)

Desde una vista frontal, es el ángulo que forma el eje de la articulación de la mangueta con el plano vertical (ver Ilustración 24).

Un ángulo de salida correcto mejorará la estabilidad en rectas, el control en curvas y reducirá el esfuerzo en la dirección, haciendo que el monoplaza sea más fiable a altas velocidades. A su vez, el desgaste de los neumáticos es algo para tener en cuenta cuando estamos ajustando dicho ángulo.

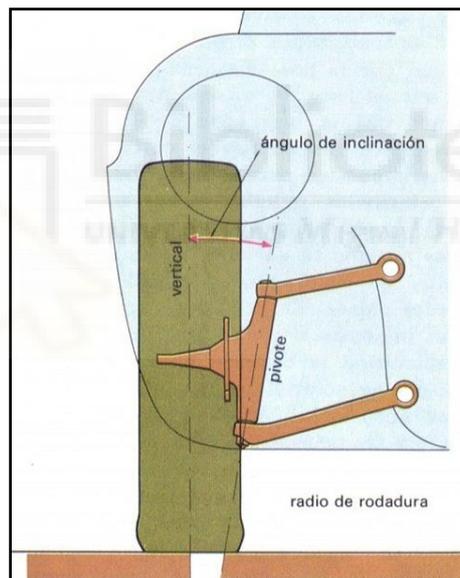


Ilustración 24. Ángulo de salida (Kingpin). Fuente: extraída de una página web diccionario.motorgiga.com

2.4.7. Ángulo de deriva (Slip angle)

El ángulo de deriva es aquel formado por la recta de intersección del plano de la rueda y la superficie de la carretera (eje x) con la dirección del movimiento del centro de la huella de contacto. De otra forma más simple, es aquel que forma el

sentido de avance del vehículo y el sentido de avance que debería tener el vehículo si siguiese la dirección impuesta por la rueda (ver Ilustración 25). Este ángulo no se puede modificar desde un punto de vista de diseño, sino que se debe estudiar y tener en cuenta para el diseño de otros ángulos que lo contrarresten en la mayor medida. También, el piloto puede beneficiarse de él o mitigarlo en función de su estilo de conducción.

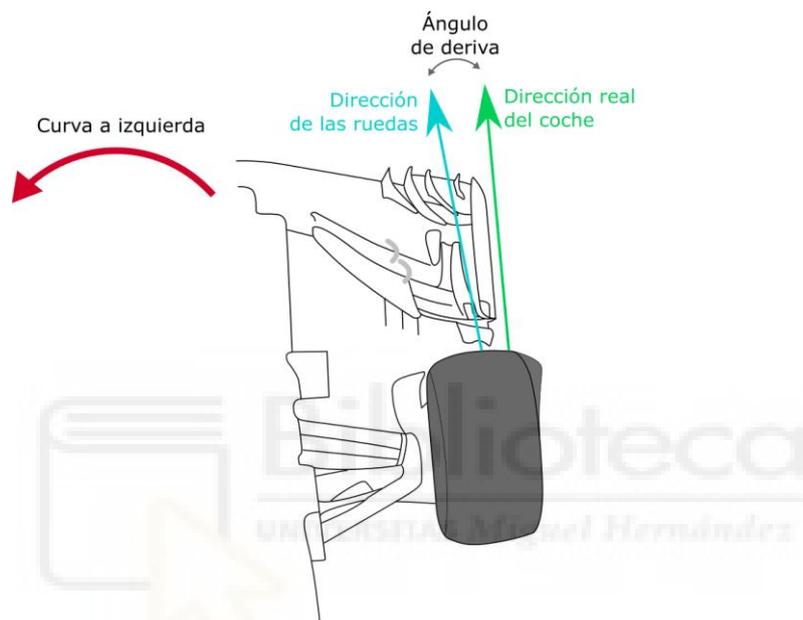


Ilustración 25. Ángulo de deriva de un neumático. Fuente: extraída de la página web lebalap.academy

2.5. Normativa aplicada al sistema de suspensión.

A continuación, se muestran los artículos del reglamento de la FSG (Formula Student Germany) los cuales resultan relevantes para este estudio. Esta normativa se considera como referencia para la mayoría de las competiciones europeas. Se centra sobre todo en aspectos administrativos y apuntes técnicos, delimitando el diseño del monoplaza con cierto margen para la creatividad y el ingenio de los estudiantes.

Respecto los elementos que afectan al sistema de suspensión, incluyendo el mismo, se recogen los siguientes puntos:

- T2.5.1 → *“The vehicle must be equipped with fully operational front and rear suspension systems including shock absorbers and a usable wheel travel of at least 50 mm and a minimum jounce of 25 mm with driver seated.”*

El vehículo debe estar equipado con un sistema de suspensión completo operacional delantero y trasero, incluyendo amortiguadores y un recorrido de rueda utilizable de al menos 50 mm y un rebote mínimo de 25 mm con el piloto sentado.

- T2.5.2 → *“All suspension mounting points must be visible at technical inspection, either by direct view or by removing any covers.”*

Todos los puntos de montaje/anclaje de la suspensión deben ser visibles en la inspección técnica, bien por visión directa o retirando cualquier cubierta.

- T2.6.4 → *“The distance between any non-rotating part and the inner rim base must be at least 5 mm in static condition.”*

La distancia entre cualquier pieza no giratoria y la base de la llanta interior debe de ser al menos 5 mm en condición estática.

- T2.8.1 → *“Steering systems using cables or belts for actuation are prohibited. This does not apply for autonomous steering actuators.”*

Están prohibidos los sistemas de dirección que utilicen cables o correas para su accionamiento. Esto no se aplica a actuadores de dirección autónomos.

- T2.8.2 → *“The steering wheel must directly mechanically actuate the front wheels.”*

El volante debe accionar directamente de forma mecánica las ruedas delanteras.

- T2.8.3 → *“The steering system must have positive steering stops that prevent the steering linkages from locking up. The stops must be placed on the rack and must prevent the tires and rims from contacting any other parts. Steering actuation must be possible during standstill.”*

El sistema de dirección debe disponer de topes de dirección positivos que impidan que los brazos de dirección se bloqueen. Los topes deben colocarse en la cremallera y deben impedir que los neumáticos y las llantas entren en contacto con otras piezas. El accionamiento de la dirección debe ser posible durante la parada.

- T2.8.4 → *“Allowable steering system free play is limited to a total of 7° measured at the steering wheel.”*

El juego admisible del sistema de dirección está limitado a un total de 7° medido en el volante.

- T2.9.1 → *“The vehicle must have a wheelbase of at least 1525 mm.”*

El vehículo debe tener una distancia entre ejes de al menos 1525 mm.

- T2.9.2 → *“The smaller track of the vehicle (front or rear) must be no less than 75% of the larger track.”*

La vía menor del vehículo (delantera o trasera) no debe ser inferior al 75% de la vía mayor.

- T2.9.3 → *“The track and center of gravity of the vehicle must combine to provide adequate rollover stability. This is tested by the tilt test IN7.”*

La vía y el centro de gravedad del vehículo deben combinarse para proporcionar una estabilidad adecuada en caso de vuelco. Esto se comprueba mediante la prueba de inclinación.



3. Cálculos y diseño del sistema del sistema de suspensión

Antes de empezar a diseñar un sistema de suspensión hay que tener en cuenta varios factores, ya que suelen afectar directamente a las características relacionadas con la suspensión. Por lo tanto, la mayoría de los factores son interdependientes, es decir, la modificación de uno de ellos provoca un cambio en el resto. Siempre hay que analizarlos conjuntamente. Existe un gran abanico de valores para cada parámetro, de ahí la importancia de elegir los valores óptimos que puedan conducir a los objetivos de diseño.

La comprensión clara de los objetivos del sistema de suspensión puede ayudar a obtener un rendimiento optimizado, en función del tipo de terreno, el trazado del circuito, la velocidad y el uso previsto del vehículo. En este caso, el vehículo será un monoplaza de competición diseñado según las necesidades de participación en las pruebas para la Formula Student Spain, cumpliendo así una normativa fijada. Es importante señalar que la Formula Student Spain utiliza la normativa de Formula Student Germany.

3.1. Análisis vibracional

El análisis de vibraciones es un estudio necesario y previo al diseño de la geometría de la suspensión, pues el monoplaza alcanzará elevadas velocidades y estará sometido a un amplio espectro de frecuencias. Estas se comprobarán verificando que se encuentran en el rango óptimo. Limitándonos únicamente a las frecuencias verticales, podemos diferenciar dos rangos:

- 1 – 3 Hz: Rango establecido para la masa suspendida.
- 10 – 20 Hz: Rango establecido para la masa no suspendida.

Estos rangos están definidos para un vehículo habitual, un turismo. Hay que puntualizar que estamos diseñando un vehículo de competición y estos rangos pueden ser superados ligeramente debido a que el diseño del monoplaza se basa

en la búsqueda del rendimiento y no el confort, siendo estos dos parámetros inversamente proporcionales.

3.1.1. Obtención parámetros generales

El objetivo es calcular las frecuencias naturales del sistema y para ello debemos empezar calculando las frecuencias propias de la masa suspendida y no suspendida. Para este cálculo también necesitaremos conocer el centro de gravedad del vehículo, la distancia entre ejes (batalla), el ancho de vía y la masa suspendida.

Tras varias horas de estudio e investigación y de acuerdo con la normativa, el equipo Illici Racing Team, ha decidido fijar el valor de la batalla en 1600 mm y el ancho de vía en 1280 mm.

Para la parte de la masa suspendida, referida al piloto, chasis, motor, caja de cambios y derivados, habrá que realizar una estimación pues no tenemos el coche fabricado aún. La dividiremos en tres conjuntos (representados en la Ilustración 26):

- Conjunto 1: Formado por el motor y transmisión. Se utilizará el de una moto HONDA CBR 600 F4, el cual estará en 70 kg. Para facilitar el cálculo, supondremos un cuadrado de 500 mm de ancho por 650 mm de alto.
- Conjunto 2: Formado por el piloto en posición de conducción. Será un miembro del equipo cuya estatura es de 1,70 m y de peso 76 kg.
- Conjunto 3: Formado por los demás componentes (chasis, volante, sistema de dirección, pedalera...). El chasis en principio estará compuesto por 36,74 m de tubos de acero de una pulgada y de tipo EN 10025 S235JR. El peso de este tipo de acero por metro lineal es de 2,68 kg, siendo un total de 98,46 kg.

Puesto que la suma total de los elementos conocidos es de 244,46 kg, supondremos una masa suspendida total de 350 kg, donde la restante estará uniformemente distribuida entre los dos ejes del vehículo. Esta mayoración se debe a posibles componentes adicionales o cambios posteriores en el diseño, así

Muestra MASCULINA

SEGMENTO	MASA	CG	pt. proximal	pt. distal
cabeza y cuello (head & neck)	6.94%	40.27%	gonion medio	vertex
tronco (trunk)	43.46%	43.78%	supraestemale	cadera media
brazo (upper arm)	2.71%	49.81%	art.hombro	art.codo
antebrazo (forearm)	1.62%	45.15%	art.codo	art.muñeca
mano (hand)	0.61%	78.72%	art.muñeca	3° metacarpiano
muslo (thigh)	14.17%	42.41%	art.cadera	art.rodilla
pantorrilla (calf, shank)	4.33%	45.54%	art.rodilla	art.tobillo (sphyrion)
pie (foot)	1.37%	44.15%	talón	dedo 1°
cabeza y cuello (head & neck)	6.94%	49.05%	mentón	vertex
tronco (trunk)	43.46%	51.53%	cervicale	cadera media
antebrazo (forearm)	1.62%	45.61%	art.codo	stylium
mano (hand)	0.61%	79.45%	stylium	3° metacarpiano
muslo (thigh)	4.33%	44.88%	art.rodilla	maleolo lateral

Ilustración 27. Parámetros inerciales aportados por de Leva (1996). Fuente: extraída de (Soto, V.M. y Gutiérrez, M., 1996).

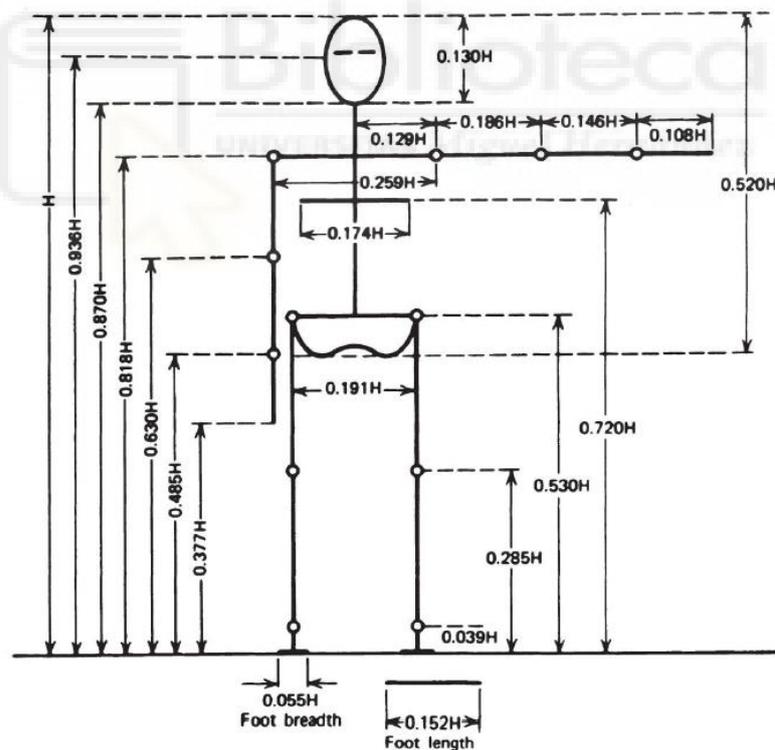


Ilustración 28. Longitudes de segmentos corporales expresadas como fracción de la altura corporal H . Fuente: extraída de (David A. Winter, 2008).

Sabiendo la estatura y peso de nuestro piloto ($h = 1,70\text{m}$; $M = 76\text{ kg}$), procedemos a calcular los distintos centros de gravedad de las partes del cuerpo humano:

Parte del cuerpo	Nº	Masa (%)	Masa (kg)	Longitud (Expresión en función de h)	Longitud (m)
Cabeza	1	6,94 %	5,27	$0,130 \cdot h$	0,221
Cuello	2			$0,052 \cdot h$	0,0884
Tronco	3	43,46 %	33,03	$0,333 \cdot h$	0,5661
Brazo (x2)	4	2,71 %	2,06 (x2)	$0,188 \cdot h$	0,3196
Antebrazo (x2)	5	1,62 %	1,23 (x2)	$0,145 \cdot h$	0,2465
Mano (x2)	6	0,61 %	0,46 (x2)	$0,108 \cdot h$	0,1836
Muslo (x2)	7	14,17 %	10,77 (x2)	$0,245 \cdot h$	0,4165
Pantorrilla (x2)	8	4,33 %	3,29 (x2)	$0,246 \cdot h$	0,4182
Pie (x2)	9	1,33 %	1,01 (x2)	$0,039 \cdot h$ (altura) $0,152 \cdot h$ (longitud)	0,0663 0,2584

Tabla 1. Valores estudio antropométrico.

Nota: Todas las expresiones de longitud en función de h han sido obtenidas de la Ilustración 28, mediante restas.

Parte del cuerpo	Nº	C.D.G (% respecto de longitud)	C.D.G (m)	X _{cdg} (mm)	Y _{cdg} (mm)
Cabeza	1	40,27 %	0,125	621,342	713,182
Cuello	2				
Tronco	3	43,78 %	0,248	811,321	369,371
Brazo (x2)	4	49,81 %	0,159	776,552	494,271
Antebrazo (x2)	5	45,15 %	0,111	1039,844	490,626
Mano (x2)	6	78,72 %	0,145	1263,968	639,054
Muslo (x2)	7	42,41 %	0,177	1218,245	233,312
Pantorrilla (x2)	8	45,54 %	0,190	1588,892	208,955
Pie (x2)	9	44,15 %	0,114	1830,82	164,149

Tabla 2. Valores estudio antropométrico (2).

Nota: Las coordenadas de los centros de gravedad han sido halladas tras colocar estos en cada parte correspondiente del piloto y mediante el software Autodesk Inventor.

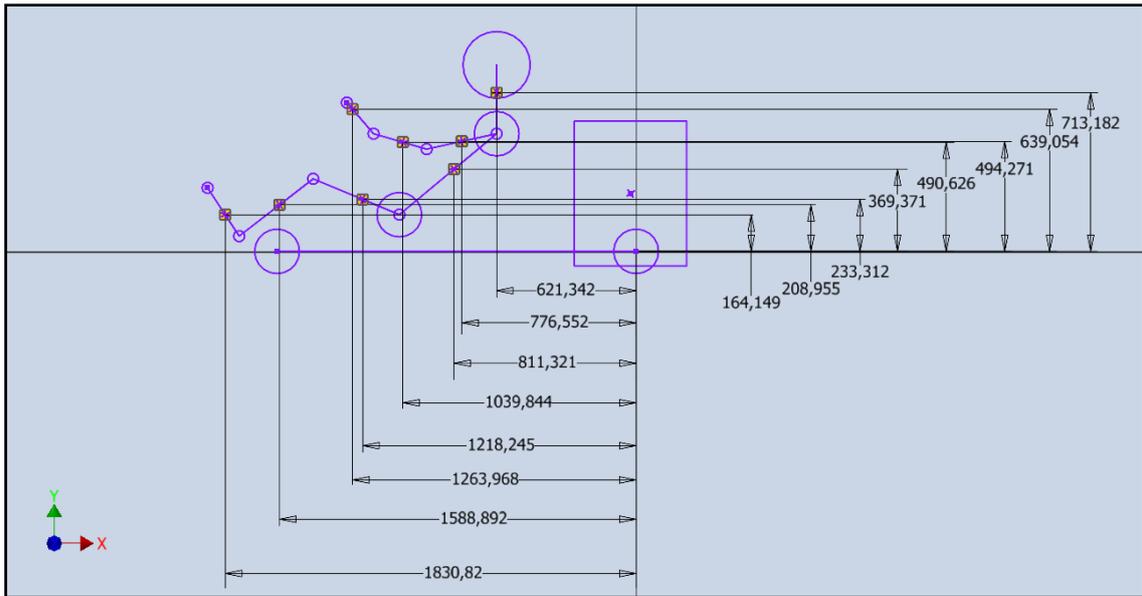


Ilustración 29. Coordenadas de los distintos centros de gravedad del piloto. Fuente: elaboración propia.

Una vez conocidas las coordenadas de los centros de gravedad de cada parte del piloto en posición de conducción y sus respectivas masas, podemos calcular el centro de gravedad del conjunto. Para ello seguiremos la siguiente formulación:

- En el eje horizontal, para la coordenada x:

$$X_{cdg_2} = \frac{\sum_{i=1}^n M_i \times x_i}{M_{total}}$$

$$X_{cdg_2} = \frac{m_{1-2} \cdot x_{1-2} + m_3 \cdot x_3 + 2(m_4 \cdot x_4 + m_5 \cdot x_5 + m_6 \cdot x_6 + m_7 \cdot x_7 + m_8 \cdot x_8 + m_9 \cdot x_9)}{m_{1-2} + m_3 + 2 \cdot (m_4 + m_5 + m_6 + m_7 + m_8 + m_9)}$$

- Sustituyendo los datos:

$$X_{cdg_2} = \frac{77386,83 \text{ mm} \cdot \text{kg}}{75,94 \text{ kg}} = 1019,052 \text{ mm}$$

- En el eje vertical, para la coordenada y:

$$Y_{cdg_2} = \frac{\sum_{i=1}^n M_i \times y_i}{M_{total}}$$

$$Y_{cdg_2} = \frac{m_{1-2} \cdot y_{1-2} + m_3 \cdot y_3 + 2(m_4 \cdot y_4 + m_5 \cdot y_5 + m_6 \cdot y_6 + m_7 \cdot y_7 + m_8 \cdot y_8 + m_9 \cdot y_9)}{m_{1-2} + m_3 + 2 \cdot (m_4 + m_5 + m_6 + m_7 + m_8 + m_9)}$$

- Sustituyendo los datos:

$$Y_{cdg_2} = \frac{26522,11 \text{ mm} \cdot \text{kg}}{75,94 \text{ kg}} = 349,251 \text{ mm}$$

Las coordenadas de los centros de gravedad de los demás conjuntos se hallarán para poder obtener el centro de gravedad de la masa suspendida total.

Como el conjunto 1, formado por el motor y transmisión, está idealizado como una caja rectangular de medidas 500 x 650 mm, las coordenadas de su centro de gravedad son las siguientes:

$$X_{cdg_1} = 25 \text{ mm}$$

$$Y_{cdg_1} = 259,9 \text{ mm}$$

Para el conjunto 3, consideramos que los elementos restantes están distribuidos de manera uniforme, no obstante, la coordenada Y la igualaremos a la del conjunto 1 con el fin de facilitar los cálculos posteriores:

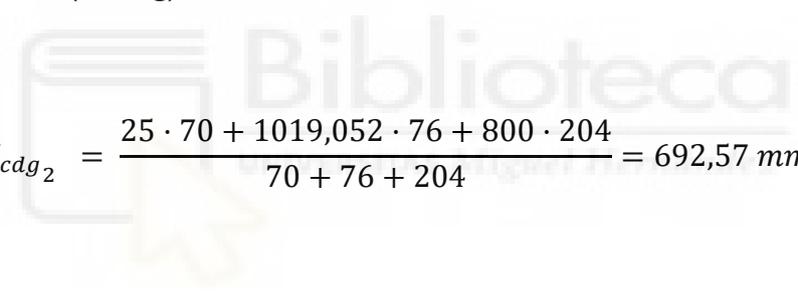
$$X_{cdg_3} = 800 \text{ mm}$$

$$Y_{cdg_3} = 259,9 \text{ mm}$$

Al haber obtenido todos los centros de gravedad de los diferentes conjuntos, procedemos a calcular el centro de gravedad de la masa suspendida total:

- Masa conjunto 1 (motor – transmisión) → 70 kg
- Masa conjunto 2 (piloto) → 76 kg
- Masa conjunto 3 (masa restante) → 204 kg

La masa restante se obtiene restando los conjuntos 1 y 2 de la estimación de masa suspendida total (350 kg).


$$X_{cdg_2} = \frac{25 \cdot 70 + 1019,052 \cdot 76 + 800 \cdot 204}{70 + 76 + 204} = 692,57 \text{ mm}$$

$$Y_{cdg_2} = \frac{259,9 \cdot 70 + 349,251 \cdot 76 + 259,9 \cdot 204}{70 + 76 + 204} = 279,3 \text{ mm}$$

A continuación, mediante el uso del software Autodesk Inventor, colocamos los centros de gravedad para poder tener una representación del sistema, obsérvese la Ilustración 30:

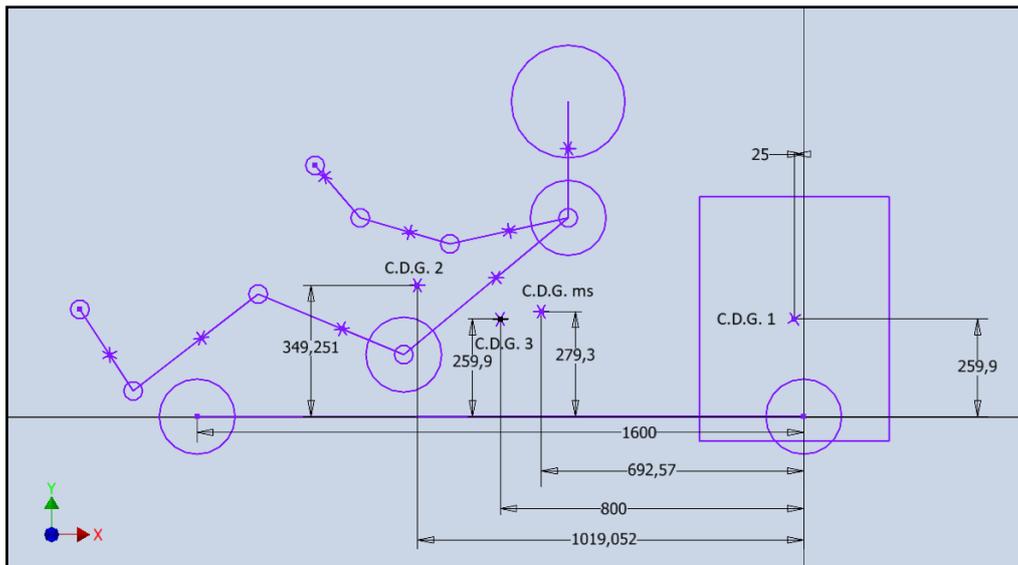


Ilustración 30. Representación de los C.D.G del sistema. Fuente: elaboración propia.

3.1.2. Reparto de pesos

Es importante conocer que peso exactamente soporta cada eje de nuestro monoplaza, para ello, utilizando las ecuaciones apropiadas y con los datos previamente obtenidos, calcularemos el reparto de pesos entre los dos ejes:

- Distancia entre ejes, batalla. (B) → 1600 mm.
- Distancia del centro de gravedad hasta el eje delantero (dd) → 907,43 mm.
- Distancia del centro de gravedad hasta el eje trasero (dt) → 692,57 mm.
- Masa suspendida total (m_s) → 350 kg.

- Para el eje delantero:

$$m_{sd} = m_s \cdot \frac{dt}{B} \rightarrow m_{sd} = 350 \cdot \frac{692,57}{1600} = 151,49 \text{ kg}$$

Siendo un 43,28 % de la masa suspendida total.

- Para el eje trasero:

$$m_{st} = m_s \cdot \frac{dd}{B} \rightarrow m_{st} = 350 \cdot \frac{907,43}{1600} = 198,5 \text{ kg}$$

Siendo un 56,72 % de la masa suspendida total.

Acto seguido, con el reparto de pesos calculado, pasaremos a determinar qué peso soportará cada rueda en los distintos ejes:

- Rueda en el eje delantero:

$$m_{sd} \text{ rueda} = \frac{m_{sd}}{2} \rightarrow m_{sd} \text{ rueda} = \frac{151,49}{2} = 75,75 \text{ kg}$$

- Rueda en el eje trasero:

$$m_{st} \text{ rueda} = \frac{m_{st}}{2} \rightarrow m_{st} \text{ rueda} = \frac{198,5}{2} = 99,25 \text{ kg}$$

3.1.3. Cálculo de las rigideces.

3.1.3.1. Rigidez del conjunto muelle – amortiguador.

En este paso, calcularemos la rigidez necesaria de los muelles y amortiguadores. Para obtener esta rigidez habrá que tener en cuenta las especificaciones de la normativa de la Formula SAE o FSG, las cuales han sido descritas anteriormente.

Al ser el primer monoplaza de competición que diseñamos, el departamento de suspensión ha establecido el recorrido total delantero y trasero en función del estudio e investigación realizada a otros equipos ya experimentados. El recorrido total del eje delantero será de 75 mm, mientras que el trasero, debido a la mayor carga que tiene que soportar en términos de tracción, será de 85 mm.

Generalmente, la experiencia de los equipos de competición determina que el reparto del recorrido total de la suspensión debe estar en torno al 35-40% en extensión y 60-65% en compresión. Teniendo en cuenta estos valores, el reparto adaptado a nuestro monoplaza queda de la siguiente manera:

Movimiento	Eje delantero	Eje trasero
(-) Extensión (40%)	30 mm	34 mm
(+) Compresión (60%)	45 mm	51 mm

Tabla 3. Reparto del recorrido de la suspensión.

Conociendo dichos datos, podemos calcular la rigidez de los muelles en los diferentes ejes:

$$K = \frac{F_s}{x} = \frac{m_s \text{ rueda} \cdot g}{x}$$

Donde:

- K_s = rigidez del muelle
- F_s = Fuerza de la masa suspendida
- m_s rueda = masa suspendida de la rueda
- g = gravedad
- x = recorrido de extensión

- Rigidez muelle eje delantero:

$$K_{sd} = \frac{F_{sd}}{x} = \frac{m_{sd} \text{ rueda} \cdot g}{x} = \frac{75,75 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{30 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 24770,25 \text{ N/m}$$

- Rigidez muelle eje trasero:

$$K_{st} = \frac{F_{st}}{x} = \frac{m_{st} \text{ rueda} \cdot g}{x} = \frac{99,25 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{34 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 28636,54 \text{ N/m}$$

3.1.3.2. Rigidez del neumático

Para poder realizar el modelo vibracional es necesario obtener la rigidez de los neumáticos, pues este es un elemento fundamental del monoplaza, el cual absorbe la mayoría de las vibraciones transmitidas por el asfalto. Tras estudiar que neumáticos utilizan los equipos experimentados en la competición, nuestro equipo IRTUMH se decanta por los neumáticos de la marca Hoosier, marca frecuentada en la competición. Ofrece una extensa gama de neumáticos, sin embargo, elegiremos el que mejor se adapte a nuestra llanta de 13", siendo el modelo 431674 con las características que se muestran en la Ilustración 31.

FORMULA STUDENT (FSAE)									
ITEM NUMBER	TIRE SIZE	APPLICATION	APPROX. WEIGHT	TREAD WIDTH.	APPROX. DIA.	RECOM. RIM WIDTH	MEASURED RIM WIDTH	SECTION WIDTH	COMPOUND SOFT TO FIRM
41100	6.0/18.0-10	FSAE-Slick	8LBS	6.0"	18.1"	6-7"	7.0"	8.5"	LC0
43070	16.0 x 6.0-10	FSAE-Slick	7LBS	6.0"	16.3"	6-7"	6.0"	6.9"	LC0, R20
43075	16.0 x 7.5-10	FSAE-Slick	8LBS	7.3"	16.2"	6-8"	8.0"	8.4"	LC0, R20
43100	18.0 x 6.0-10	FSAE-Slick	9LBS	6.2"	18.1"	6.5-7"	6.0"	8.1"	R20
43105	18.0 x 7.5-10	FSAE-Slick	10LBS	7.5"	18.3"	7-8"	8.0"	9.5"	R20
43164	20.5 x 7.0-13	FSAE-Slick	11LBS	7.0"	21.0"	5.5-8"	6.0"	8.0"	R20
43167	20.0 x 7.5-13	FSAE-Slick	12LBS	8.0"	20.6"	7-9"	8.0"	9.4"	R20
44070	16.0 x 7.0-10	Circuit Wet	7.5LBS	7.0"	16.2"	6-7"	6.0"	7.6"	W3
44115	18.0 x 6.0-10	FSAE-Wet	9LBS	6.2"	17.8"	6-8"	6.0"	7.8"	W3
44125	19.5 x 6.5-10	Circuit Wet	10LBS	6.2"	19.5"	6-8"	6.0"	8.2"	Wet
44150	20.0 x 7.5-13	Circuit Wet	12LBS	7.4"	20.6"	6-8"	7.0"	8.3"	W3
44185	21.0 x 6.5-13	Circuit Wet	11LBS	6.7"	20.9"	6-8"	6.0"	7.2"	W3

FSAE SLICK



FSAE WET



CIRCUIT WET



Ilustración 31. Gama de neumáticos FSAE. Fuente: Catálogo Hoosier 2024.

Datos del modelo:

- Radio de llanta → 13"
- Compuesto → R20
- Medidas → 20,5 x 7,0
- Peso por unidad → 11 lbs (5 kg)

El fabricante proporciona de forma pública, los valores de rigidez correspondientes a una presión de inflado y carga específica (ver Ilustración 32).

TIRE SIZE: 20.5 x 7.0 - 13 (43164)		
COMPOUND = R20		
RIM WIDTH = 7"		
PRELOAD = 0		
	ACTUAL LOAD	STATIC SPRING RATE (lbs/in)
AIR = 14 PSI	200 lbs.	736 lbs.
	300 lbs.	767 lbs.
	400 lbs.	835 lbs.
AIR = 16 PSI	200 lbs.	798 lbs.
	300 lbs.	835 lbs.
	400 lbs.	852 lbs.
AIR = 18 PSI	200 lbs.	842 lbs.
	300 lbs.	905 lbs.
	400 lbs.	976 lbs.

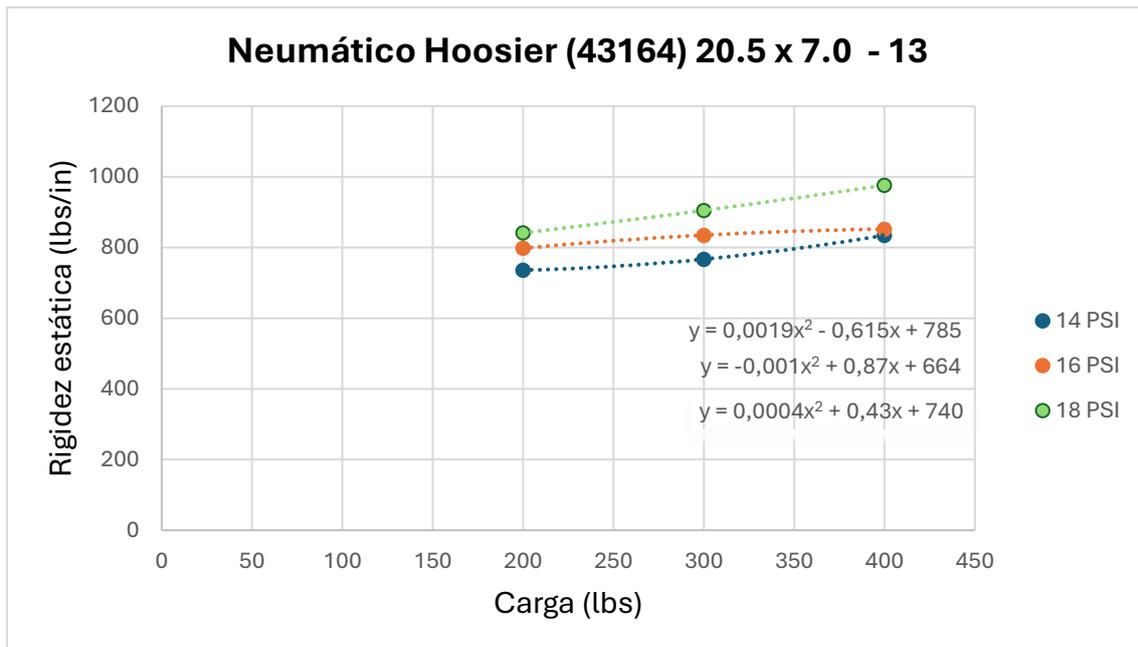
Ilustración 32. Valores de la rigidez del neumático en función de la presión de inflado y la carga aplicada. Fuente: extraída de la página web hoosiertire.com

Con estos valores proporcionados por el fabricante, podemos proyectarlos a una gráfica de la cual obtendremos su curva de tendencia y las respectivas ecuaciones. Mediante la sustitución de nuestros valores (peso que soporta cada rueda) con las unidades transformadas a libras, elegiremos qué presión de inflado será óptima para cada rueda de los distintos ejes.

Comenzaremos transformando las unidades de nuestros datos:

- $m_{sd} \text{ rueda} = 75,75 \text{ kg} \rightarrow m_{sd} \text{ rueda} = 167 \text{ lbs}$
- $m_{st} \text{ rueda} = 99,25 \text{ kg} \rightarrow m_{st} \text{ rueda} = 218,81 \text{ lbs}$

Acto seguido representaremos las rigideces de cada presión de inflado en función de la carga en una gráfica, mediante la herramienta Excel:



Sustituyendo nuestros datos de la masa que soportan las ruedas en las distintas ecuaciones obtenidas en función de la presión de inflado, obtenemos:

- Para la rueda delantera (m_{sd} rueda = 167 lbs):
 - 14 PSI → $K_{nd} = 0,0019 \cdot 167^2 - 0,615 \cdot 167 + 785 = 735,28 \text{ lbs/in}$
 - 16 PSI → $K_{nd} = -0,001 \cdot 167^2 + 0,87 \cdot 167 + 664 = 781,4 \text{ lbs/in}$
 - 18 PSI → $K_{nd} = 0,0004 \cdot 167^2 + 0,43 \cdot 167 + 740 = 822,97 \text{ lbs/in}$

- Para la rueda trasera (m_{st} rueda = 218,81 lbs):
 - 14 PSI → $K_{nt} = 0,0019 \cdot 218,81^2 - 0,615 \cdot 218,81 + 785 = 741,4 \text{ lbs/in}$
 - 16 PSI → $K_{nt} = -0,001 \cdot 218,81^2 + 0,87 \cdot 218,81 + 664 = 806,49 \text{ lbs/in}$
 - 18 PSI → $K_{nt} = 0,0004 \cdot 218,81^2 + 0,43 \cdot 218,81 + 740 = 853,24 \text{ lbs/in}$

Presión de inflado (PSI)	Ruedas delanteras (lbs/in)	Ruedas traseras (lbs/in)
14	735,28	741,4
16	781,4	806,49
18	822,97	853,24

Tabla 4. Rigideces de los neumático en función de la presión de inflado.

Ya obtenidos los datos, la elección será la siguiente:

- Para las ruedas delanteras, la presión de inflado elegida será de 16 PSI, obteniendo una rigidez del neumático de:

$$K_{nd} = 781,4 \frac{lbs}{in} = 136844,11 N/m$$

- Para las ruedas traseras, la presión de inflado elegida será de 14 PSI, obteniendo una rigidez del neumático de:

$$K_{nt} = 741,4 \frac{lbs}{in} = 129839,04 N/m$$

Uno de los motivos de esta elección es el beneficio de una mayor tracción.

3.1.4. Modelo vibracional de ¼ del monoplaza

El modelo vibracional de un cuarto de vehículo corresponde al modelo de dos grados de libertad, siendo estos los movimientos de las masas m_1 y m_2 (ver Ilustración 33). Este modelo permite el análisis de los movimientos de la masa suspendida en función de la masa semisuspendida, la rigidez de la suspensión, el

coeficiente de amortiguamiento y la rigidez del neumático. A través de este modelo podremos calcular las frecuencias naturales de cada eje.

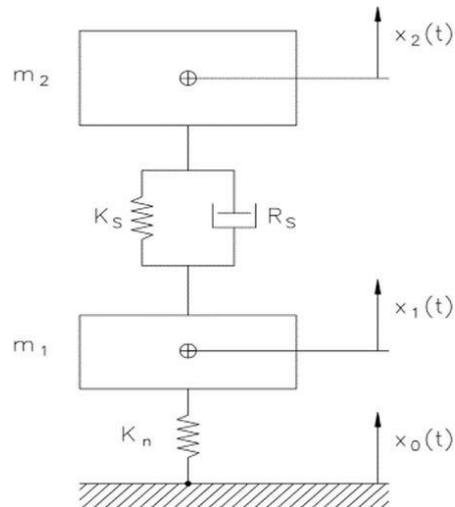


Ilustración 33. Modelo completo de un cuarto del vehículo. Fuente: extraída de la página web researchgate.net

Donde:

- m_2 = masa suspendida
- K_s = Rigidez de la suspensión
- R_s = Coeficiente de amortiguamiento de la suspensión
- K_n = Rigidez del neumático
- m_1 = masa semisuspendida

Para proceder al cálculo, necesitaremos suponer las masas semisuspendidas del eje delantero y trasero:

- Para el eje delantero supondremos $\rightarrow m_{ssd} = 28$ kg (14 kg por rueda).
- Para el eje trasero supondremos $\rightarrow m_{sst} = 36$ kg (18 kg por rueda).

El modelo se rige por las siguientes ecuaciones:

$$- m_1 \cdot \ddot{x}_1 + R(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + K_s(x_1 - x_2) - K_n(x_0 - x_1) + m_1 \cdot g = 0$$

$$- m_2 \cdot \ddot{x}_2 + R(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + K_s(x_2 - x_1) + m_2 \cdot g = 0$$

En primer lugar, si queremos hallar la frecuencia natural de la masa suspendida, deberemos realizar varias simplificaciones. Estas consisten en despreciar el amortiguamiento y suponer que la masa suspendida es mucho mayor a la no suspendida, despreciándose así el valor de m_1 . En la siguiente Ilustración 34 podemos observar la simplificación del modelo.

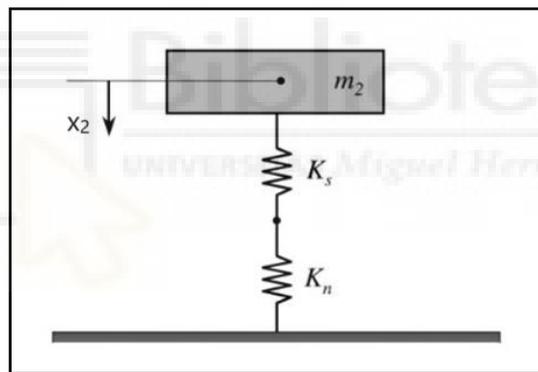


Ilustración 34. Modelo simplificado de dos grados de libertad. Análisis de la masa suspendida. Fuente: extraída de (P. Luque, D. Álvarez, C. Vera, 2022)

Las ecuaciones que rigen el modelo simplificado son las siguientes:

$$K_e = \frac{K_s \cdot K_n}{K_s + K_n}$$

$$w_{m_2} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{m_{srueda}} \cdot K_e}$$

Donde:

- K_e = Rigidez equivalente
- $w_{m_2} \equiv w_{m_s}$ = frecuencia natural masa suspendida

Sustituyendo los datos de las rigideces previamente obtenidas, obtendremos:

- Frecuencia natural de la masa suspendida en el eje delantero:

$$w_{m_{sd}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{75,75} \cdot \left(\frac{24770,25 \cdot 136844,11}{24770,25 + 136844,11} \right)} = 2,6483 \text{ Hz}$$

- Frecuencia natural de la masa suspendida en el eje trasero:

$$w_{m_{st}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{99,25} \cdot \left(\frac{28636,54 \cdot 129839,04}{28636,54 + 129839,04} \right)} = 2,447 \text{ Hz}$$

Si pretendemos calcular las frecuencias naturales de la masa semisuspendida en ambos ejes habrá que añadir otra simplificación. Esta vez, además de que la masa suspendida es mucho mayor a la masa semisuspendida, también se considerará que sus frecuencias naturales de oscilación están lo suficientemente separadas, por tanto, la masa suspendida permanecerá inmóvil cuando la masa semisuspendida oscile. En la se presenta el modelo simplificado.

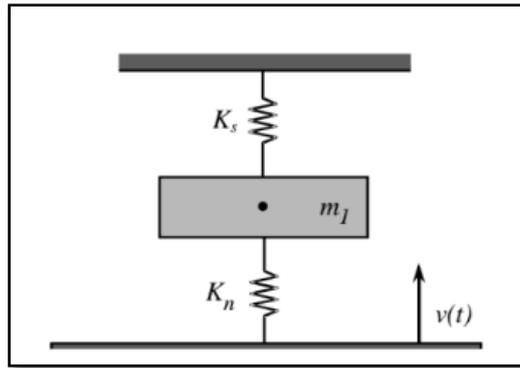
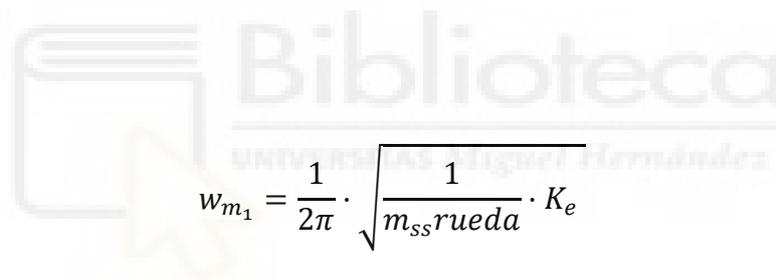


Ilustración 35. Modelo simplificado de dos grados de libertad. Análisis de la masa semisuspendida. Fuente: extraída de (P. Luque, D. Álvarez, C. Vera, 2022)

Las ecuaciones que rigen este modelo son:

$$K_e = K_n + K_s$$



$$w_{m_1} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{m_{ss} \text{rueda}} \cdot K_e}$$

Donde:

- $w_{m_1} \equiv w_{m_{ss}}$ = frecuencia natural de la masa semisuspendida.

Sustituyendo las rigideces correspondientes obtenemos:

- Frecuencia natural de la masa semisuspendida en el eje delantero:

$$w_{m_{ssd}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{24770,25 + 136844,11}{14}} = 17,099 \text{ Hz}$$

- Frecuencia natural de la masa semisuspendida en el eje trasero:

$$w_{m_{sst}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{28636,54 + 129839,04}{18}} = 14,934 \text{ Hz}$$

En la introducción a este análisis, se citaron los rangos de frecuencias óptimos que se persiguen en un diseño de un vehículo habitual, priorizando el confort del conductor y pasajeros. Sin embargo, una vez obtenidas las diferentes frecuencias naturales de ambos ejes, podemos observar que se mantienen dentro de estos, aunque bastante cerca de los límites máximos. Cabe destacar que el diseño de este sistema de suspensión es para su implementación en un monoplaza de competición, donde la prioridad es el rendimiento.

3.1.5. Cálculo de las frecuencias naturales del monoplaza en dinámica

3.1.5.1. Estudio de transferencia de masas

Cuando estamos diseñando el sistema de suspensión de un vehículo, es muy importante intentar predecir o aproximarse lo máximo posible a su comportamiento en plena conducción.

Esto se estudia en la dinámica vehicular, concretamente en la longitudinal y lateral, el vehículo realizará maniobras de giro, aceleración y frenado que provocarán una transferencia de masas en uno de los dos ejes. En este análisis procedemos a definir dos situaciones críticas: la aceleración y el frenado.

Si el monoplaza ejecuta una maniobra de aceleración habrá una transferencia de masas hacia el eje trasero, de manera contraria, cuando el monoplaza frena provocará un desplazamiento de masas hacia el eje delantero. Estas transferencias se deben a las inercias generadas por las acciones de aceleración y frenado. Se genera un momento de torsión por la interacción entre la fuerza de tracción (caso de la aceleración) o la fuerza de frenado y el centro de gravedad que se encuentra elevado.

Para poder realizar este estudio se necesitan hacer test con el monoplaza en un circuito, puesto que el vehículo está en la fase de diseño, los valores que no podamos calcular se supondrán en base a otros equipos de la competición.

3.1.5.2. Transferencia de masas durante la maniobra de aceleración

Como se explica en los eventos dinámicos, durante la competición de FSAE tendrá lugar la prueba de aceleración, la cual se realiza en un circuito en línea recta de 75 m de distancia. En dicha prueba se probará la aceleración máxima del monoplaza y, por tanto, es cuando el eje trasero más cargado estará debido a la transferencia de masas previamente explicada. Para poder realizar cálculos, nos basamos en los tiempos que cosecharon los equipos en la pasada competición de Formula Student Spain (ver Ilustración 36):

FORMULA STUDENT SPAIN (08/08/2024 11:46)			PROVISIONAL																FSS FORMULA STUDENT SPAIN COMBUSTION	
FSS CV 2024			ACCELERATION SCORING RESULTS - COMBUSTION																	
Place	Car Num	Team	Driver 1 Run 1		Driver 1 Run 2		Driver 2 Run 1		Driver 2 Run 2		Best Time [s]	Penalty	Score							
			Time [s]	Cones	AdjTime [s]	Time [s]	Cones	AdjTime [s]	Time [s]	Cones				AdjTime [s]	Time [s]	Cones	AdjTime [s]			
1	111	Transilvania University of Brasov	4,282		4,282	4,192		4,192	4,323		4,323	4,273		4,273		4,192		75,0		
2	395	Universitat Politècnica de València	4,310		4,310	4,485		4,485	4,341		4,341	4,323		4,323		4,310		69,1		
3	227	Università degli Studi di Roma Tor Vergata	4,567		4,567	4,486		4,486	4,856		4,856	4,503		4,503		4,486		60,9		
4	378	ESTACA	4,602		4,602	4,794		4,794	DNA		DNA	DNA		DNA		4,602		55,9		
5	225	UPC Manresa - EPSEM	5,108		5,108	4,641		4,641	4,913		4,913	5,023		5,023		4,641		54,2		
6	314	University of Vigo	4,874		4,874	4,798		4,798	5,197		5,197	4,828		4,828		4,798		47,9		
7	212	University of Cadiz	4,799		4,799	4,896		4,896	4,922		4,922	4,892		4,892		4,799		47,9		
8	373	Universidad Carlos III de Madrid	5,482		5,482	5,014		5,014	5,010		5,010	5,063		5,063		5,010		40,0		
9	375	University of Cambridge	6,202		6,202	5,466		5,466	5,595		5,595	5,353		5,353		5,353		28,5		
10	333	Universidad de Valladolid	5,477		5,477	5,460		5,460	DNA		DNA	DNA		DNA		5,460		25,2		
11	369	INSA Lyon	5,808		5,808	5,465		5,465	DNA		DNA	DNA		DNA		5,465		25,0		
12	247	Universitas Gadjah Mada	6,433		6,433	6,114		6,114	DNA		DNA	DNA		DNA		6,114		7,6		

Ilustración 36. Resultados de los tiempos realizados en la prueba de aceleración. Fuente: extraída de la página web formulastudent.es

Si realizamos una media de los tiempos establecidos por los diferentes equipos, obtenemos que el tiempo promedio en realizar la prueba es de 4,936 segundos.

- Con este tiempo promedio, procedemos a calcular la velocidad media alcanzada en la prueba:

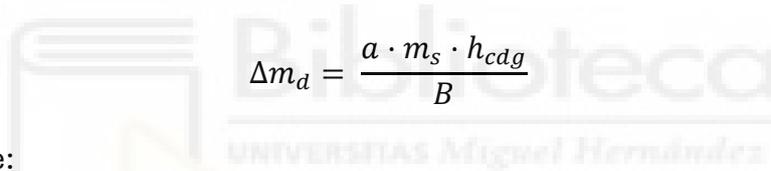
$$V_m = \frac{d}{t_{prom}} = \frac{75}{4,936} = 15,19 \text{ m/s} = 54,68 \text{ km/h}$$

- A continuación, calcularemos la aceleración:

$$a_m = \frac{V_m^2}{2 \cdot d} = \frac{15,19^2}{2 \cdot 75} = 1,54 \text{ m/s}^2$$

Una vez hemos obtenido la aceleración ya podemos calcular el incremento de masa que se produce en el eje trasero. Sin embargo, antes, debemos estimar la altura del centro de gravedad respecto del suelo. La distancia del centro de gravedad del conjunto total de la masa suspendida en el eje vertical (Y) respecto al eje trasero es de 279,3 mm (obtenida previamente), no obstante, si el punto de referencia es el suelo, esta distancia se incrementa en 263,55 mm, siendo un total de 542,85 mm.

- Cálculo del incremento de masas en el eje trasero tras la aceleración:



$$\Delta m_d = \frac{a \cdot m_s \cdot h_{cdg}}{B}$$

Donde:

- a = aceleración
- m_s = masa suspendida
- h_{cdg} = altura del centro de gravedad respecto del suelo
- B = Batalla

- Sustituyendo los datos:

$$\Delta m_t = \frac{1,54 \cdot 350 \cdot 0,543}{1,6} = 182,92 \text{ N} = 18,65 \text{ kg}$$

3.1.5.3. Transferencia de masas durante la maniobra de frenado

Ahora el cálculo del incremento de masa se centrará en el eje delantero pues será esta zona la que se verá sobrecargada tras la maniobra. Para obtener nuestro

objetivo necesitamos el valor de la deceleración máxima que puede alcanzar un monoplaza de FSAE, por ello, tras investigar varios trabajos de diferentes equipos de la competición, los valores rondan de 1,2 a 1,5g (11,77 a 14,72 m/s²). Tomaremos una deceleración máxima de 14,72 m/s².

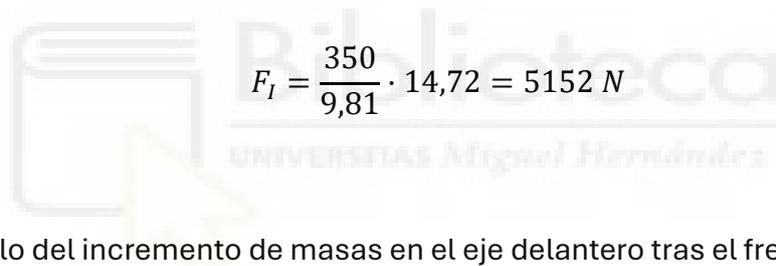
- Para calcular dicha transferencia de masas primero hay que obtener la fuerza de inercia:

$$F_I = \frac{m_s}{g} \cdot J$$

Donde:

- J = deceleración máxima

- Sustituyendo los datos:


$$F_I = \frac{350}{9,81} \cdot 14,72 = 5152 \text{ N}$$

- Cálculo del incremento de masas en el eje delantero tras el frenado:

$$\Delta m_d = \frac{F_I \cdot h_{cdg}}{B} = \frac{5152 \cdot 0,543}{1,6} = 1748,46 \text{ N} = 178,23 \text{ kg}$$

3.1.5.4. Frecuencias naturales en dinámica

Después de haber analizado las dos situaciones críticas donde se produce un incremento de masa en uno de los ejes del monoplaza, ajustaremos las ecuaciones con estos incrementos y calcularemos de nuevo las frecuencias naturales del vehículo en ambos ejes.

- Cálculo de las nuevas masas suspendidas soportadas por cada rueda:
 - Rueda en el eje delantero durante la aceleración:

$$m_{sd} \text{ rueda} = \frac{151,49 - 18,65}{2} = 66,42 \text{ kg} = 146,43 \text{ lbs}$$

- Rueda en el eje delantero durante el frenado:

$$m_{sd} \text{ rueda} = \frac{151,49 + 178,23}{2} = 164,86 \text{ kg} = 363,45 \text{ lbs}$$

- Rueda en el eje trasero durante la aceleración:

$$m_{st} \text{ rueda} = \frac{198,5 + 18,65}{2} = 108,58 \text{ kg} = 239,38 \text{ lbs}$$

- Rueda en el eje trasero durante la frenada:

$$m_{st} \text{ rueda} = \frac{198,5 - 178,23}{2} = 10,14 \text{ kg} = 22,35 \text{ lbs}$$

A continuación, se vuelven a calcular las rigideces del neumático, para ello, volveremos a la gráfica donde obtuvimos las ecuaciones y sustituiremos los nuevos datos, recogiéndolos en la siguiente Tabla 5 :

Presión de inflado (PSI)	Ruedas delanteras (lbs/in)		Ruedas traseras (lbs/in)	
	Aceleración (146,43)	Frenado (363,45)	Aceleración (239,38)	Frenado (22,35)
14	735,68	812,46	746,66	772,20
16	769,95	848,11	814,96	682,94

Tabla 5. Rigideces del neumático en función de la presión de inflado y en situaciones de dinámica vehicular.

Elegimos las mismas presiones que en los cálculos previos, para la rueda delantera (16 PSI) y para la trasera (14 PSI). Por consiguiente, quedarán las siguientes rigideces:

- Neumático delantero:
 - Durante la aceleración $\rightarrow K_{nd} = 769,95 \text{ lbs/in} = 134838,91 \text{ N/m}$
 - Durante la frenada $\rightarrow K_{nd} = 848,11 \text{ lbs/in} = 148526,82 \text{ N/m}$

- Neumático trasero:
 - Durante la aceleración $\rightarrow K_{nt} = 746,66 \text{ lbs/in} = 130760,20 \text{ N/m}$
 - Durante la frenada $\rightarrow K_{nt} = 772,20 \frac{\text{lbs}}{\text{in}} = 135232,94 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

Las rigideces de los muelles no sufren ninguna variación, así como tampoco las masas semisuspendidas de cada rueda.

Procedemos a calcular las frecuencias naturales con las nuevas rigideces y durante las diferentes maniobras:

- Durante la aceleración:

- Eje delantero:

$$w_{m_{ssd}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{24770,25 + 134838,91}{14}} = 16,99 \text{ Hz}$$

$$w_{m_{sd}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{66,42} \cdot \left(\frac{24770,25 \cdot 134838,91}{24770,25 + 134838,91} \right)} = 2,83 \text{ Hz}$$

- Eje trasero:

$$w_{m_{sst}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{28636,54 + 130760,20}{18}} = 14,98 \text{ Hz}$$

$$w_{m_{st}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{108,58} \cdot \left(\frac{28636,54 \cdot 130760,20}{28636,54 + 130760,20} \right)} = 2,34 \text{ Hz}$$

- Durante el frenado:

- Eje delantero:

$$w_{m_{ssd}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{24770,25 + 148526,82}{14}} = 17,71 \text{ Hz}$$

$$w_{m_{sd}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{164,86} \cdot \left(\frac{24770,25 \cdot 148526,82}{24770,25 + 148526,82} \right)} = 1,81 \text{ Hz}$$

- Eje trasero:

$$w_{m_{sst}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{28636,54 + 135232,94}{18}} = 15,19 \text{ Hz}$$

$$w_{m_{st}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{10,14} \cdot \left(\frac{28636,54 \cdot 135232,94}{28636,54 + 135232,94} \right)} = 7,68 \text{ Hz}$$

Tras los resultados obtenidos podemos comprobar que no distan mucho de los calculados previamente en condiciones estáticas. Cabe resaltar la frecuencia

natural de la masa suspendida en el eje trasero durante la frenada, obteniendo un valor de 7,68 Hz, el cual está 4 Hz por encima del rango óptimo. No obstante, como ya se ha comentado anteriormente la prioridad de diseño está enfocada al rendimiento y no al confort, por lo que estos datos servirán para continuar la fase de diseño. En un futuro el departamento de suspensión del equipo Illici Racing Team, podrá partir de estos datos y optimizarlos de manera que se consiga una mejor distribución de las masas con el objetivo de mejorar la dinámica vehicular.

3.2. Correcto flujo de diseño para un sistema de suspensión.

Cuando tenemos que diseñar el sistema de suspensión de un vehículo, ya sea de competición o de uso diario, es fundamental seguir un flujo de diseño correcto. Esto es debido a que las variables que intervienen en el sistema deben estar sincronizadas, pues la modificación de un parámetro probablemente afecte a los demás. Para ello, en el departamento de suspensión de IRTUMH hemos establecido un orden de prioridades.

Antes de empezar, debemos establecer los objetivos que queremos conseguir con el siguiente diseño, así como también las limitaciones que tenemos. Como equipo principiante, conseguir una buena maniobrabilidad del monoplaza y garantizar la durabilidad y seguridad del sistema son dos objetivos realistas que conseguir. Por otro lado, el estudio y la consulta constante de la normativa impuesta por la competición hace que seamos conscientes de las restricciones existentes, sabiendo así que dirección tomar. Además, una limitación importante es el presupuesto del equipo. Al ser un equipo nuevo, la financiación es escasa y habrá que tomar decisiones simplificadoras en el diseño para favorecer la fabricación y poder asistir a la competición.

Para comenzar, es imprescindible realizar una recopilación de todos los datos que ya poseemos y de los cuales partimos para a través de ellos calcular los siguientes. Datos como dimensiones del monoplaza, masas, rigideces o elementos del vehículo diseñados por otros departamentos.

Ya metidos en materia, abordaremos un paso de suma importancia, definir la geometría de la suspensión. Esencial para determinar el comportamiento del vehículo, además si no estudiamos y definimos la geometría del sistema de suspensión pueden quedar holguras en las uniones de los diferentes elementos y/o errores en el comportamiento del monoplaza que pueden provocar roturas por fatiga de algún elemento.

Por último, una vez ya hemos completado los pasos anteriores, procedemos a diseñar las piezas que componen el sistema de suspensión para su posterior fabricación. Antes de esta, se realizarán múltiples análisis y simulaciones que corroboren el correcto diseño y predigan un funcionamiento óptimo.

3.2.1. Recopilación de los datos de partida

Muchos de estos datos han sido obtenidos previamente o han sido establecidos por los distintos departamentos dinámicos del equipo IRTUMH tras horas de estudio e investigación.

3.2.2. Dimensiones del monoplaza

Las dimensiones del monoplaza nos delimitarán el espacio de trabajo sobre el mismo, además influirán en la dinámica vehicular. Se ha definido una distancia entre ejes (batalla) de 1600 mm, mientras que para el ancho de vía delantero y trasero la distancia será de 1280 mm, estas distancias se pueden apreciar en la Ilustración 37:

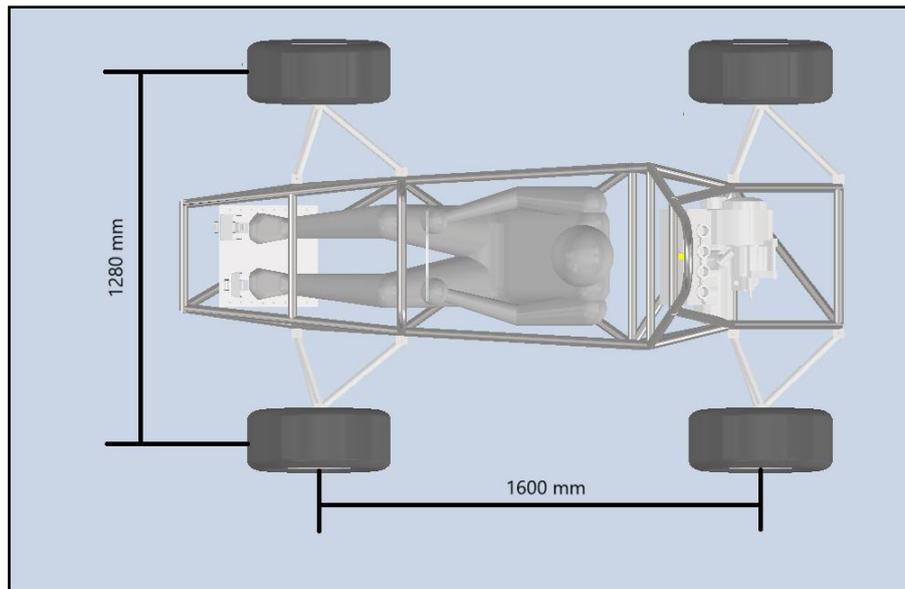


Ilustración 37. Dimensiones del monoplaza. Fuente: elaboración propia.

3.2.3. Masas del monoplaza

Como describimos anteriormente, la masa total del monoplaza se divide en tres tipos: masa suspendida, masa semisuspendida y masa no suspendida. Para este diseño hemos trabajado con las dos primeras:

- Masa suspendida total del coche → 350 kg
- Suposición de la masa semisuspendida:
 - Para el eje delantero supondremos → $m_{ssd} = 28$ kg (14 kg por rueda).
 - Para el eje trasero supondremos → $m_{sst} = 36$ kg (18 kg por rueda).

3.2.4. Centro de gravedad del monoplaza

Partiendo del eje trasero como origen de coordenadas, y estableciendo los valores positivos en el eje horizontal (X), hacia la izquierda, y en el eje vertical (Y), hacia arriba, el centro de gravedad del monoplaza se localiza según las siguientes coordenadas:

X = 692,57 mm ; Y = 279,3 mm ; Y (desde el suelo) = 542,85 mm

Para una representación visual, véase la Ilustración 30.

3.2.5. Reparto de masas del monoplaza

La disposición del centro de gravedad del monoplaza supone un reparto de masas hacia el eje delantero de un 43,28 %, mientras que hacia el eje trasero es un 56,72%.

3.2.6. Rigideces del conjunto muelle – amortiguador

Uno de los pasos previos para poder realizar el análisis vibracional del vehículo, es el cálculo de las rigideces del conjunto muelle – amortiguador. Los datos que obtuvimos son:

- Eje delantero $\rightarrow K_{sd} = 24770,25 \text{ N/m}$
- Eje trasero $\rightarrow K_{st} = 28636,54 \text{ N/m}$

3.2.7. Rigideces de los neumáticos

Otro parámetro necesario para el análisis vibracional y que se ha obtenido previamente con la ayuda de los datos proporcionados por el fabricante.

- La rigidez del neumático delantero para una carga de 75,75 kg y una presión de inflado de 16 PSI:

$$K_{nd} = 136844,11 \text{ N/m}$$

- La rigidez del neumático trasero para una carga de 99,25 kg y una presión de inflado de 14 PSI:

$$K_{nt} = 129839,04 \text{ N/m}$$

El neumático escogido es de la marca Hoosier, exactamente el modelo 43164 que cuenta con un compuesto blando (R20) y las siguientes medidas:

- Radio de llanta: 13 in = 330,3 mm
- Diámetro exterior: 21 in = 533,4 mm

- Ancho de la banda de rodadura: 7 in = 177,8 mm
- Ancho de la sección: 8 in = 203,2 mm
- Peso por unidad → 11 lbs (5 kg)

3.2.8. Chasis del monoplaza

El departamento de chasis del equipo IRTUMH ha diseñado un chasis tubular (ver Ilustración 38) que será la base del coche, donde se implementarán los demás sistemas. El departamento de suspensión, junto a este departamento, trabajará de forma sincronizada para poder adaptar el sistema de suspensión sin problemas, buscando los puntos de anclaje adecuados.

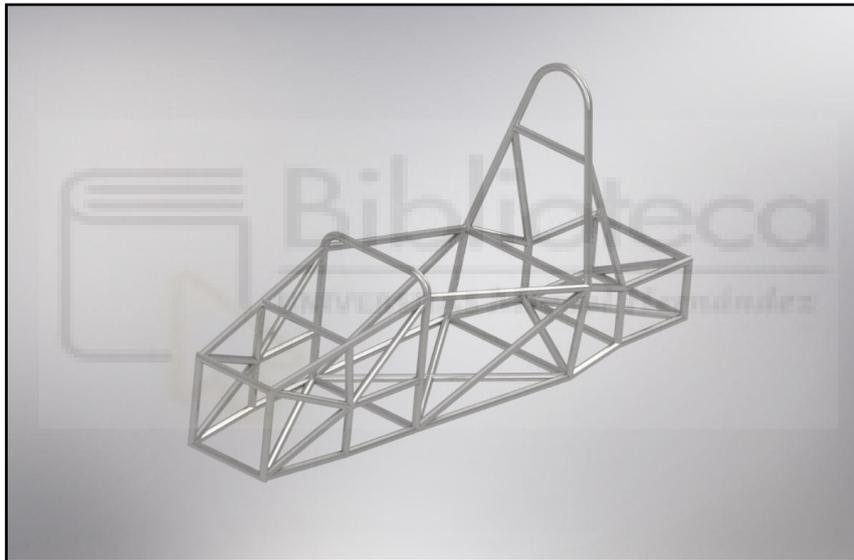


Ilustración 38. Chasis del equipo de Formula Student IRTUMH. Fuente: elaboración propia.

3.3. Definición de la geometría del sistema de suspensión

Una vez ya hemos reunido todos los datos de partida continuaremos definiendo la geometría de la suspensión. Comenzaremos estableciendo el conjunto muelle – amortiguador, acto seguido, calcularemos la longitud de los brazos de los trapecios, así como su disposición y puntos de anclaje. Por último, obtendremos el centro de balanceo y los diferentes ángulos necesarios.

3.3.1. Conjunto muelle – amortiguador

La elección de este conjunto es muy importante debido a que es el responsable principal de absorber y disipar la energía, transmitida por las oscilaciones de las ruedas, además de evitar las vibraciones no deseadas. Si recordamos otra vez las rigideces previamente obtenidas, además del recorrido a realizar (Tabla 3), el siguiente objetivo es encontrar un conjunto que cumpla con los requisitos.

Adaptándonos a las circunstancias del equipo, especialmente en lo económico, hemos optado por un conjunto muelle – amortiguador diseñado para bicicletas, el cual cumple suficientemente con su función. El modelo exacto es:

- RockShox Amortiguador RS-VIVC-R2C-B3, cuyas especificaciones son:
 - Distancia entre puntos de anclaje: 200 mm
 - Carrera: 57 mm
 - Peso (en seco y sin muelle): 0,468 kg
 - Muelle: Acero en espiral
 - Ajuste del muelle: Precarga
 - Material del eje: Aluminio 7075
 - Material del cuerpo: aluminio forjado
 - Acabado del cuerpo: Anodizado duro
 - Amortiguación: rebote externo al inicio de la carrera, rebote al final de la carrera, compresión a baja velocidad

La Ilustración 39 muestra un ejemplo del modelo escogido:



Ilustración 39. Amortiguador Rock Shox RS-VIVC-R2C-B3. Fuente: extraída de la página web sram.com

3.3.2. Cálculo de la longitud de los brazos de los trapecios y su disposición

A lo largo del presente trabajo se ha comentado que el sistema de suspensión a diseñar es de tipo independiente, concretamente un sistema de suspensión de doble horquilla o doble brazo oscilante. Este sistema consiste en la disposición de dos trapecios superpuestos en forma de triángulo, encargados de conectar las ruedas al chasis. Una de las principales características de esta suspensión es la gran capacidad que tiene para obtener infinidad de geometrías tras el ajuste, disposición y modificación de sus elementos, así podrá adaptarse a cualquier condición en la pista.

En función de la orientación de los trapecios podemos destacar cuatro tipos de geometrías:

- Geometría positiva del brazo oscilante (brazos convergentes):

Esta geometría de suspensión se denomina «brazo oscilante positivo» porque el centro de balanceo está situado por encima del suelo. Cuando el vehículo gira en las curvas, el punto de reacción virtual de la rueda exterior se desplaza hacia abajo debido al rebote de la rueda, mientras que el de la rueda interior se desplaza hacia arriba al entrar en rebote. Con la pérdida de simetría, los centros de balanceo de las dos ruedas dejan de coincidir. La

fuerza lateral de la rueda exterior (que suele dominar las fuerzas de viraje) se desplaza hacia abajo del vehículo, mientras que la fuerza más débil de la rueda interior se desplaza hacia arriba. Como consecuencia, la reacción de la fuerza lateral resultante sobre la carrocería se desplaza hacia abajo, reduciendo la altura efectiva del centro de balanceo.

- Geometría del brazo oscilante negativo (brazos divergentes):

El centro de balanceo es negativo; de ahí el nombre de geometría de «brazo oscilante negativo». En consecuencia, la banda de rodadura cambiará durante el rebote, y se producirá cierta fricción lateral de la superficie de contacto del neumático. Este rozamiento introduce una fricción que (en el pasado) se consideraba beneficiosa para reducir el rebote de la carrocería, pero a expensas del desgaste de los neumáticos.

- Brazos horizontales paralelos:

Enfoque más conservador y práctico, favoreciendo la estabilidad y simplicidad en defecto del rendimiento dinámico en curvas. Aunque puede ser menos adecuado para vehículos deportivos, funciona bien en aplicaciones donde la prioridad es el confort.

- Brazos paralelos inclinados:

En esta geometría, el centro de balanceo se desplaza sobre la línea central del coche durante la rodadura porque las ruedas se inclinan con respecto a la carrocería. Si los brazos de la suspensión son iguales, no habrá ningún cambio de inclinación con respecto a la carrocería y el centro de balanceo permanecerá fijo.

Con todas las geometrías de brazo oscilante, el rebote de la rueda exterior en las curvas reduce la posición del centro de balanceo de esa rueda y, en consecuencia,

el punto en el que la fuerza lateral de la rueda se aplica a la masa amortiguada. Esto reduce la transferencia de carga a la rueda exterior y, con la consiguiente reducción de la fuerza de viraje de la rueda, induce una influencia de subviraje en el vehículo. En función de la longitud de los brazos de los trapecios podemos diferenciar tres tipos:

- Trapecio inferior de mayor longitud que el superior:

Diseño más común en el entorno de competición y automóviles deportivos. Produce un cambio de camber negativo durante la compresión, lo que mejora la estabilidad y el agarre en las curvas. También ayuda a mantener el neumático en mejor contacto con la carretera durante el balanceo del monoplaza.

- Trapecio superior de mayor longitud que el inferior:

Presenta desventajas dinámicas, como un comportamiento del ángulo de caída inadecuado y mayor balanceo de la carrocería. Estas características suelen hacer que este diseño no sea ideal para vehículos de competición, por lo que no es común ni se busca este tipo de diseño.

- Trapecios de igual longitud:

Genera un cambio de camber más predecible. Es más común en configuraciones donde se prioriza la durabilidad o la simplicidad de diseño.

Además de este tipo de geometrías, hay que tener en cuenta los puntos de anclaje al chasis. Tanto el departamento de suspensión del equipo IRTUMH como el departamento de chasis, han trabajado de forma coordinada para poder adaptar correctamente el sistema de suspensión al chasis, en las siguientes ilustraciones (Ilustración 40, Ilustración 41) podemos ver los diferentes puntos de anclaje.

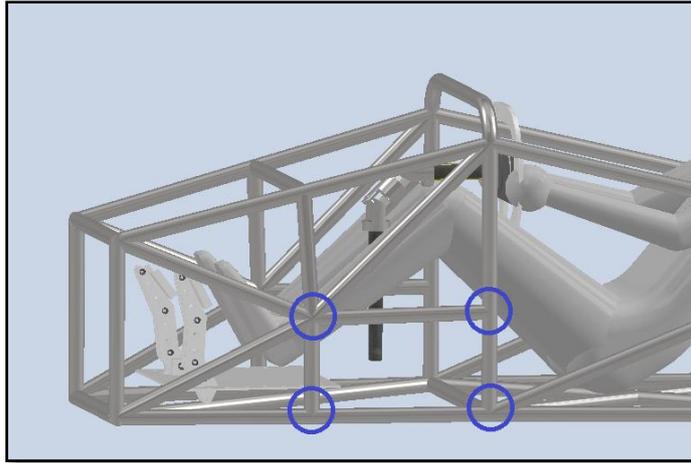


Ilustración 40. Puntos de anclaje de la suspensión al chasis en el eje delantero. Fuente: elaboración propia.

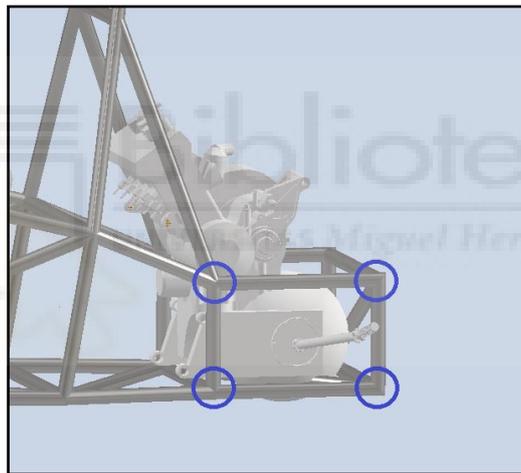


Ilustración 41. Puntos de anclaje de la suspensión al chasis en el eje trasero. Fuente: elaboración propia.

Sabiendo ya qué tipos de geometrías hay y cuáles de ellas nos favorecen, así como los puntos de anclaje que hay definidos, junto con la herramienta Autodesk Inventor podremos calcular la disposición y longitud de los brazos de los trapecios de la suspensión. Cabe destacar que esta longitud también estará limitada por el ancho de vía previamente establecido, siendo de 1280 mm en ambos ejes. Para calcular la longitud de los trapecios, primero hemos diseñado unos brazos

provisionales como podemos observar en la Ilustración 42. La longitud de los trapecios será la altura máxima del triángulo formado por los brazos.

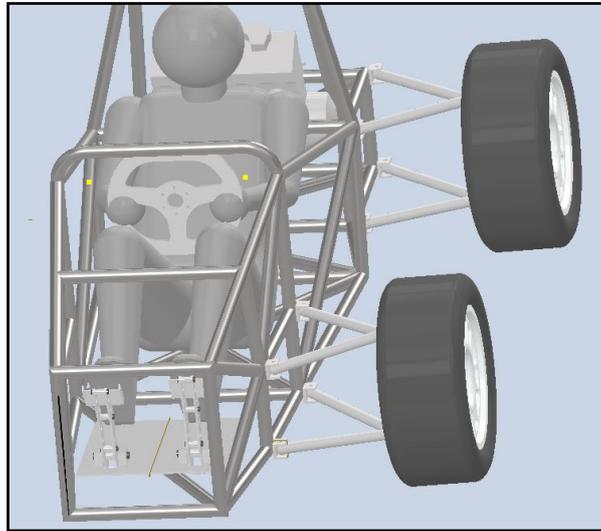


Ilustración 42. Brazos provisionales de los trapecios de la suspensión. Fuente: elaboración propia.

- Eje delantero:
 - Longitud trapecio superior → 300,119 mm
 - Longitud trapecio inferior → 309,036 mm

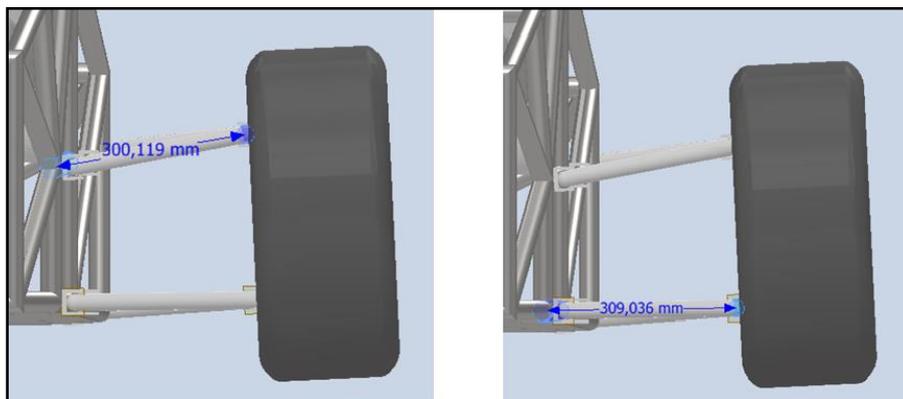


Ilustración 43. Longitudes de los trapecios superior e inferior del eje delantero. Fuente: elaboración propia.

- Eje trasero:
 - Longitud trapecio superior → 303,786 mm
 - Longitud trapecio inferior → 315,320 mm

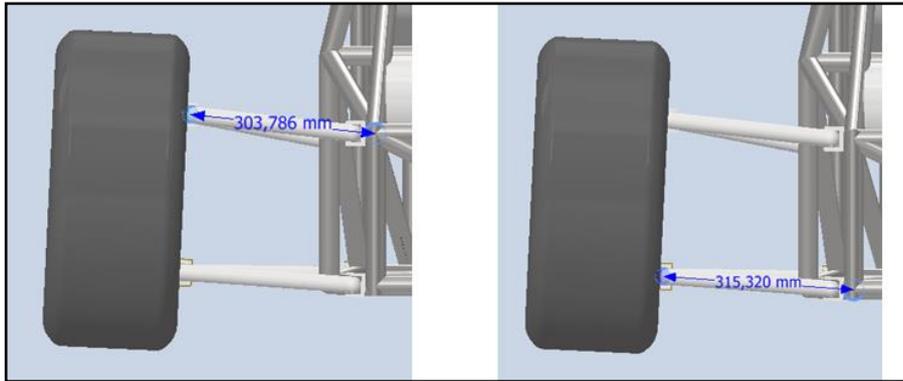


Ilustración 44. Longitud de los trapecios superior e inferior del eje trasero. Fuente: elaboración propia.



3.3.3. Cálculo del centro de balanceo y anti – roll (%)

El centro de balanceo de un monoplaza es un parámetro esencial para conseguir el equilibrio entre agarre, transferencia de carga y comportamiento dinámico en curvas. Una correcta ubicación permite que el monoplaza sea más predecible y competitivo en pista, mientras que una posición mal diseñada puede comprometer seriamente el rendimiento y la confianza del piloto. Es un factor crítico en el diseño y ajuste de la suspensión en vehículos de competición.

El procedimiento para encontrar el centro de balanceo de una suspensión independiente simétrica es el siguiente:

- 1- Encontrar el punto de reacción virtual de los eslabones de la suspensión (RV). Esto se hará proyectando el eje propio de cada brazo de suspensión hasta que ambos se crucen.
- 2- Trazar una línea desde el punto de contacto del neumático con el suelo hasta el punto de reacción virtual obtenido previamente.

3- El punto donde esta línea cruza la línea central del monoplaza es el centro de balanceo (RC).

A continuación, en la ilustración 45, podemos observar cómo mediante el software Autodesk Inventor hemos podido obtener dicho punto para el eje delantero:

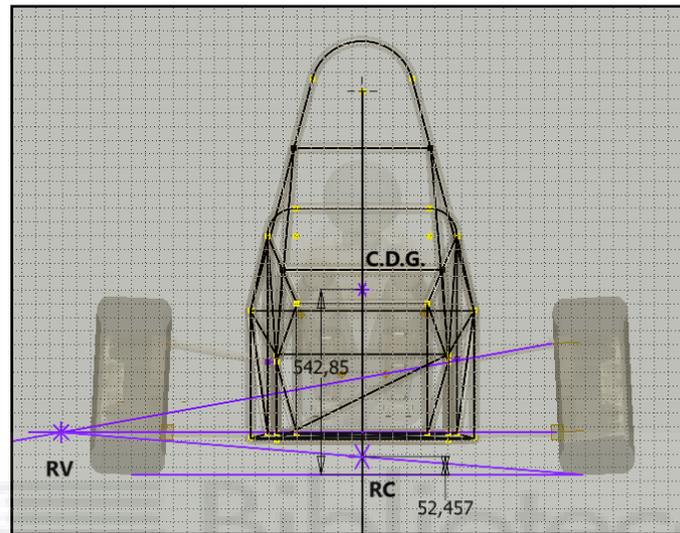


Ilustración 45. Centro de balanceo del eje delantero del monoplaza. Fuente: elaboración propia.

Conociendo la posición del centro de balanceo, podemos calcular qué porcentaje del momento de balanceo provocado por las fuerzas laterales durante las curvas es resistido directamente por la geometría de la suspensión.

$$anti - roll (\%) = \frac{h_{RC}}{h_{cdg}} \cdot 100 = \frac{52,457}{542,85} \cdot 100 = 9,66\%$$

Este resultado nos indica que efectivamente el enfoque de diseño del sistema de suspensión no ha sido el control del balanceo del monoplaza, por tanto, este movimiento tendrá que ser controlado por elementos añadidos como los muelles o barras estabilizadoras.

Para el eje trasero, seguimos el mismo procedimiento:

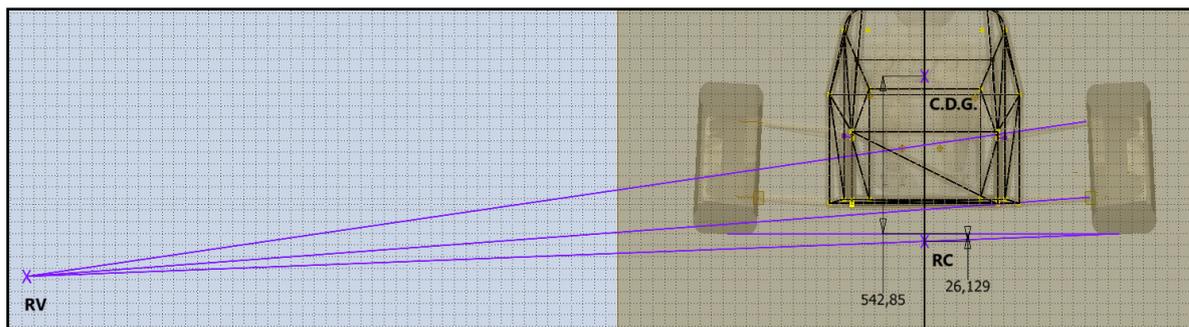


Ilustración 46. Centro de balanceo del eje trasero del monoplaza. Fuente: elaboración propia.

Como podemos observar en la Ilustración 46, el centro de balanceo del eje trasero es negativo, encontrándose por debajo del suelo. Este caso es recurrente en los vehículos de competición debido a la disposición de los trapecios de la suspensión, además proporciona ventajas de agarre en el paso por curva frente a un centro de balanceo positivo. La diferencia entre el centro de balanceo del eje delantero y el trasero no debe ser muy grande ya que el monoplaza se volvería impredecible y muy difícil de controlar, llegando a ser inestable en curvas rápidas, cambios de dirección o frenadas bruscas. Una diferencia aceptable se encuentra comprendida entre 50 y 80 milímetros, y la obtenida en este monoplaza es de 78,59 mm, por tanto, estamos dentro de la diferencia óptima.

3.3.4. Determinación de los ángulos que afectan a la geometría

El estudio y cálculo de los ángulos que forman parte de la geometría del conjunto dirección – suspensión en el control direccional del vehículo requiere de una recopilación de datos tras probar el monoplaza ya construido. Como equipo principiante en la competición no disponemos del vehículo ya construido, pues estos son los primeros diseños del mismo y, por tanto, para determinar dichos ángulos hemos tomado como referencia equipos experimentados de la competición. Algunos ángulos que se establecen desde el diseño como es el de salida (kingpin) hemos decidido dejarlos neutros para la simplicidad del diseño y fabricación del monoplaza, además que con el ángulo camber implementado ya presenta una variación respecto de la vertical. Para el ángulo de convergencia o

divergencia también se ha decidido dejarlo neutro, no obstante, es un ángulo que se puede variar una vez el monoplaza ya está construido, adaptándose así a las condiciones de cada prueba.

3.3.4.1. Ángulo de caída (Camber)

Para este ángulo, los valores negativos son los que mejor se adaptan a los vehículos de competición. Los valores típicos que suelen adoptar los equipos se comprenden en un rango de -2° a -4° . El valor escogido para nuestro sistema de suspensión será de -3° en el eje delantero y 0° en el eje trasero, obsérvese la Ilustración 47. Sin embargo, este ángulo se puede modificar como el de convergencia o divergencia con el fin de mejorar el comportamiento según la prueba a realizar.

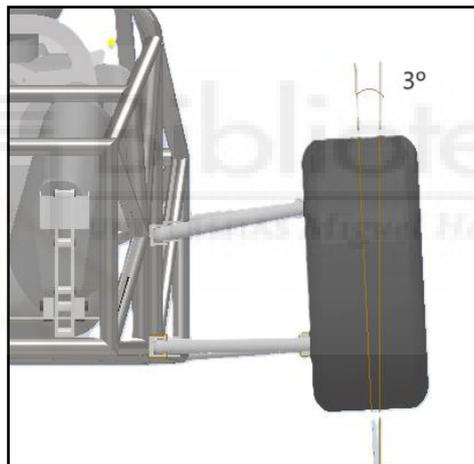


Ilustración 47. Ángulo de caída en el eje delantero. Fuente: elaboración propia.

3.3.4.2. Ángulo de avance (Caster)

Los valores positivos de dicho ángulo favorecen el control y estabilidad del monoplaza, por lo que los valores típicos que suelen adoptar los equipos se comprenden en un rango que va desde 0° hasta 6° . El valor escogido para nuestro sistema de suspensión será de 4° , tanto en el eje delantero, como en el eje trasero, obsérvese la Ilustración 48.

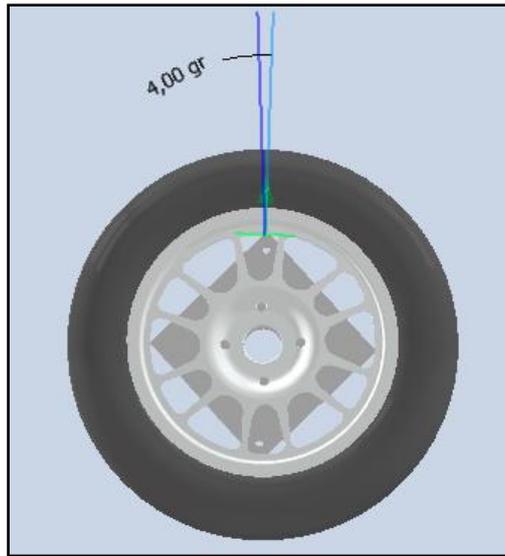


Ilustración 48. Ángulo de avance en ambos ejes del monoplace. Fuente: elaboración propia.

3.3.5. Diseño de los trapecios de la suspensión

Si bien es cierto que el sistema de suspensión se compone de varios elementos, al ser un equipo, el trabajo de diseño se puede dividir entre los diferentes miembros del departamento de suspensión. Por ello, este diseño se centrará en los trapecios de la suspensión. Antes de proceder, cabe resaltar que para el diseño del sistema se ha optado por prescindir de la barra de empuje, con el fin de abaratar coste, ya que prescindiríamos de elementos como rótulas, la propia barra de acero y balancín. En su sustitución se colocaría el conjunto muelle – amortiguador conectado directamente desde el trapecio inferior al chasis, podemos observar un ejemplo en la Ilustración 49.



Ilustración 49. Sistema de suspensión de un monoplace de Formula Student. Fuente: extraída de la página web formulastuent.es

Antes de diseñar los trapecios, hay que determinar que tipos de anclajes se van a utilizar. Tanto para la unión de los trapecios al chasis, como para la unión de los trapecios a la mangueta se usará una rótula esférica radial, concretamente el modelo Sakac 10 M de la marca SFK, mostrado en la Ilustración 50 junto a sus respectivas medidas.

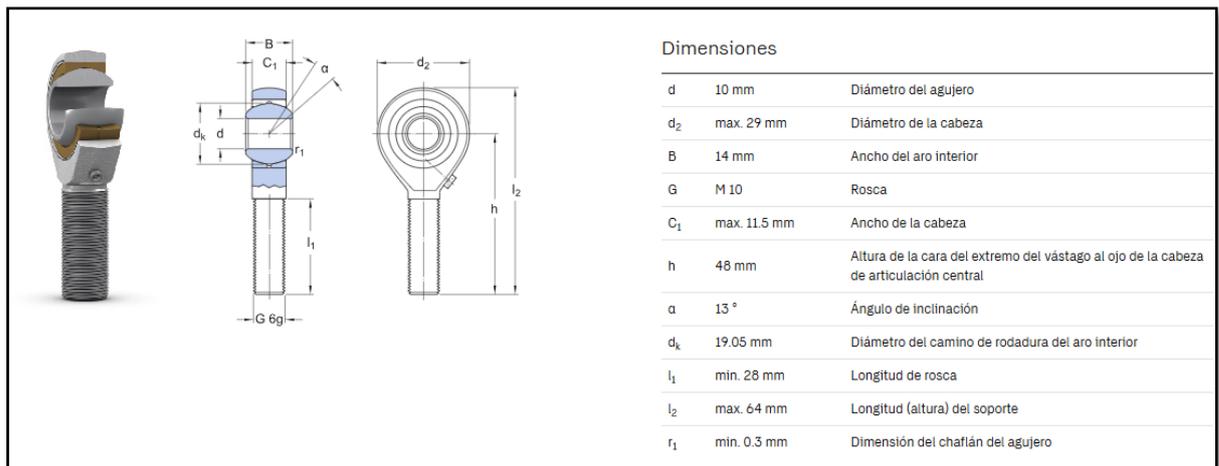


Ilustración 50. Rótula SFK Sakac 10 M junto a sus medidas. Fuente: extraída de la página web sfk.com

Estás rótulas se roscarán en los brazos de los trapecios y a su vez se unirán a la mangueta y al chasis mediante unas orejetas soldadas y un bulón, mostrados en la Ilustración 51.

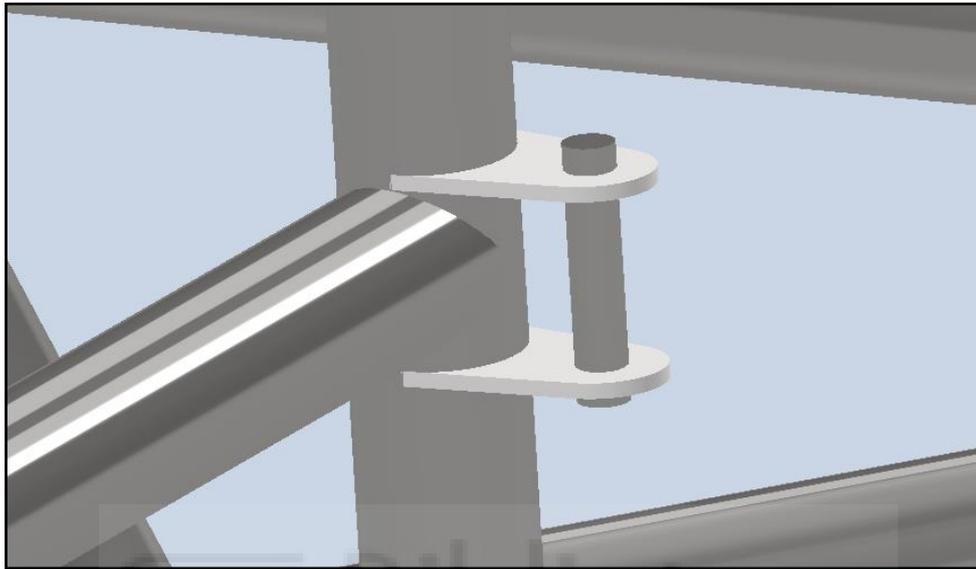


Ilustración 51. Anclaje al chasis mediante orejetas y un bulón. Fuente: elaboración propia.

Una vez establecidos los tipos de anclajes a utilizar y conociendo sus medidas, además de conocer la disposición del conjunto muelle – amortiguador, podemos diseñar los trapecios. Estos consisten en dos tubos de acero con cierto ángulo de separación entre sí, además de longitudes diferentes. En uno de sus extremos están unidos a un sólido, mediante el cual, junto a la introducción de una rótula, se anclará a la mangueta. En los trapecios inferiores, se le añadirá una placa soldada entre los dos tubos para poder soldar a su vez dos orejetas, las cuales serán el punto de anclaje del conjunto muelle – amortiguador.

En la Ilustración 52 y en la Ilustración 53 podemos observar los trapecios superior e inferior, respectivamente, del eje delantero:

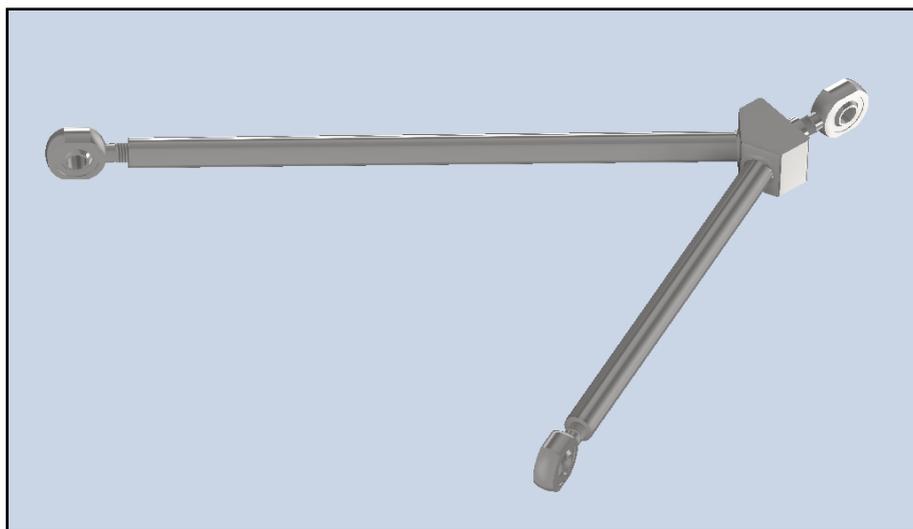


Ilustración 52. Trapecio superior del eje delantero. Fuente: elaboración propia.

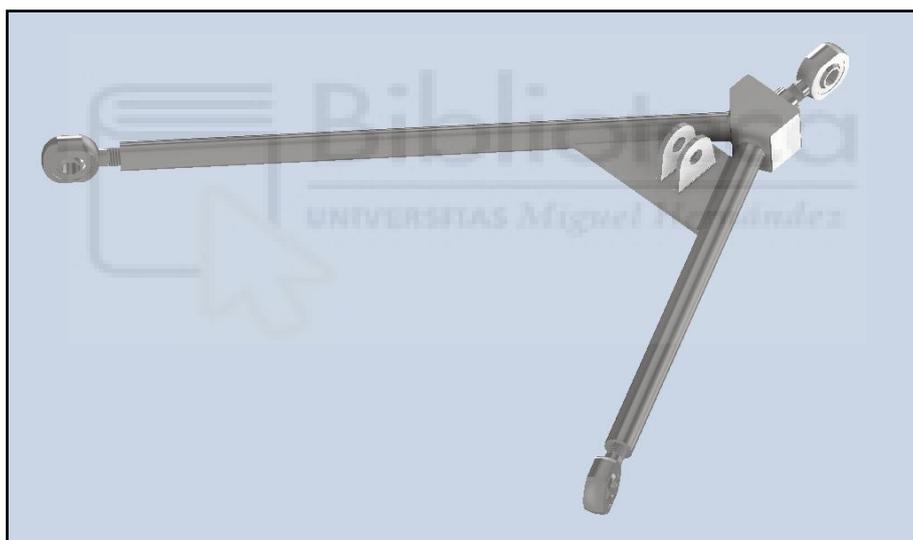


Ilustración 53. Trapecio inferior del eje delantero. Fuente: elaboración propia.

En la Ilustración 54 y en la Ilustración 55 podemos observar los trapecios superior e inferior, respectivamente, del eje trasero:

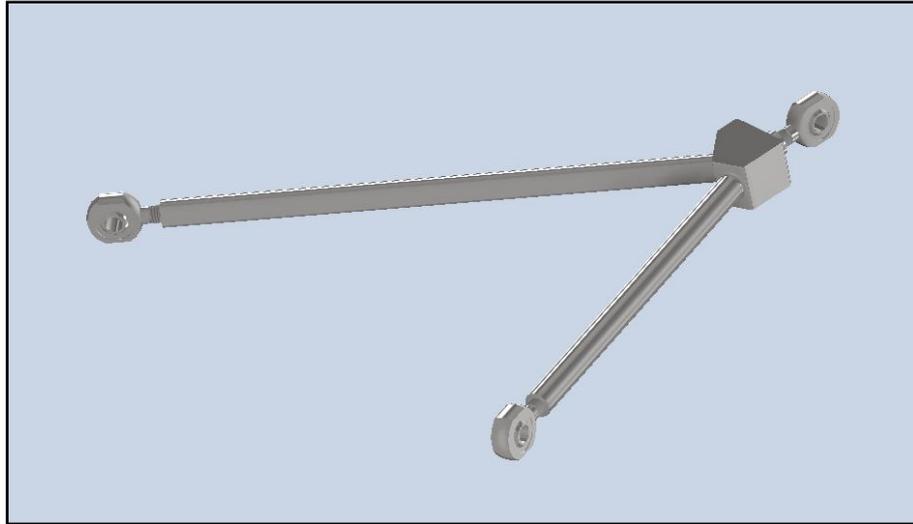


Ilustración 54. Trapecio superior del eje trasero. Fuente: elaboración propia.



Ilustración 55. Trapecio inferior del eje trasero. Fuente: elaboración propia.

3.4. Análisis tensional estático del sistema de suspensión

Ya diseñados los diferentes elementos del sistema de suspensión, procedemos a realizar un análisis tensional del sistema, pues es en este estudio donde podremos comprobar la viabilidad del diseño y en consecuencia poder llevar a cabo la fase de fabricación. A través del software Autodesk Inventor, concretamente en el entorno

simulación, se analizarán los elementos mayormente solicitados, como lo son las rótulas, las orejetas de anclaje y los trapecios inferiores.

Para las distintas simulaciones, excepto para la rótula, el material asignado será un acero de alta resistencia y baja aleación, cuyas propiedades para tener en cuenta aparecen en la Tabla 6:

Propiedades	Valor	Unidades
Módulo de Young	200	GPa
Coefficiente de Poisson	0,29	N/D
Módulo cortante	128700	MPa
Densidad	7850	kg/m ³
Límite de elasticidad	275,8	MPa
Resistencia máxima a tracción	448	MPa

Tabla 6. Propiedades del acero de alta resistencia y baja aleación.

3.4.1. Orejetas de anclaje

Estas piezas serán las responsables de unir los trapecios de la suspensión al chasis, así como a la mangueta por el otro extremo, por tanto, será uno de los elementos que más tensiones deberá soportar (véase la Ilustración 51 para recordar). El espesor de la pieza es de 3 mm y será soldada tanto al chasis como a la mangueta mediante dos cordones de soldadura, uno por cada lado.

Para realizar la simulación, consideraremos la situación más crítica que ya ha sido definida anteriormente, la frenada. En esta situación la carga máxima que soportará dicha pieza es de 164,86 kg, no obstante, aumentaremos esta carga para garantizar su funcionamiento y conseguir un factor de seguridad efectivo más alto. Este aumento consistirá en incrementar 2,5 veces la carga máxima, obteniendo un valor de carga de 4000 N.

A la pieza se le añadirá una restricción fija al lado soldado a la mangueta o chasis, también se le añadirán como cargas, la fuerza de la gravedad y la carga de 4000 N establecida anteriormente y aplicada a la cara cilíndrica donde se introducirá posteriormente el bulón (ver Ilustración 56).

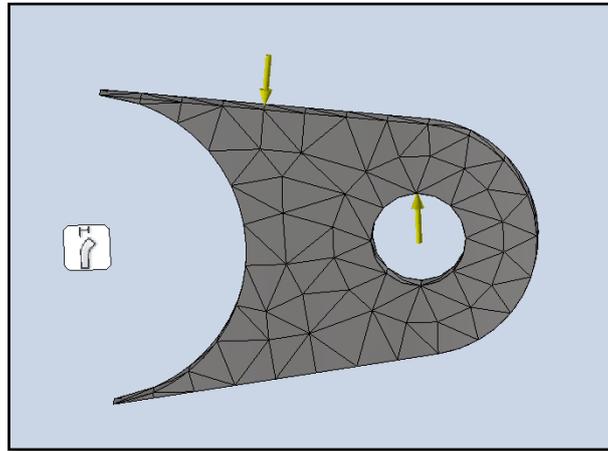


Ilustración 56. Cargas y restricciones aplicadas en la orejeta de anclaje, análisis tensional estático. Fuente: elaboración propia.

Al simular la orejeta de anclaje, el primer resultado que podemos observar es la tensión de Von Mises (obsérvese la Ilustración 57) , con una tensión máxima de 98,87 MPa situada en la cara cilíndrica, sin embargo, esta tensión máxima no supera el límite elástico del material (275,8 MPa), por tanto, será una tensión admisible.

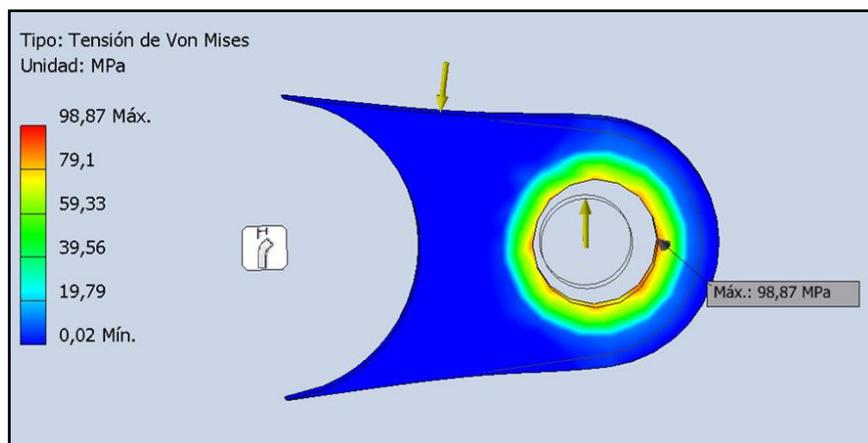


Ilustración 57. Distribución de tensiones de Von Mises de la orejeta de anclaje, análisis tensional estático. Fuente: elaboración propia.

Acto seguido en la Ilustración 58, se muestran los desplazamientos que sufre la pieza. Como podemos ver, el máximo desplazamiento se produce en la cara cilíndrica y es del orden de 0,002455 mm siendo casi imperceptible.

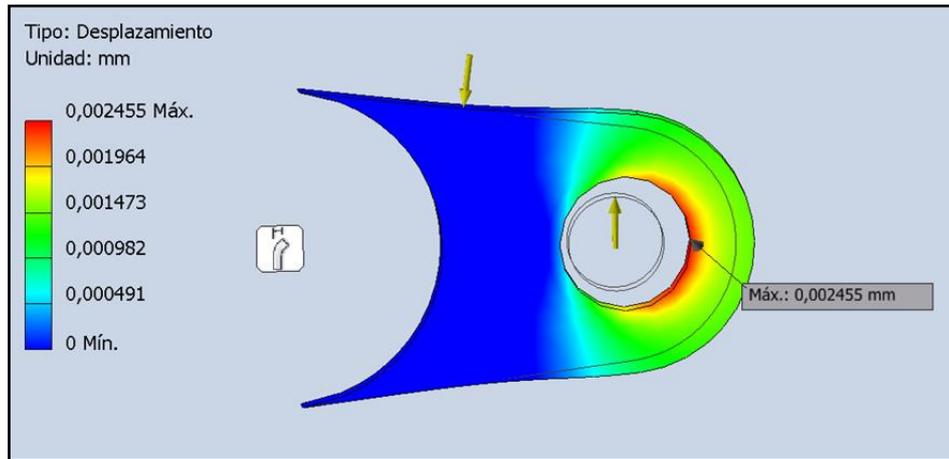


Ilustración 58. Desplazamientos en la orejeta de anclaje, análisis tensional estático. Fuente: elaboración propia.

Por último, el factor de seguridad, representado en la Ilustración 59. El mínimo factor de seguridad que presenta la pieza es de 2,79 , siendo este un valor bastante confiable que nos hace concluir que la pieza es apta para su fabricación, garantizando la seguridad y rendimiento esperados.

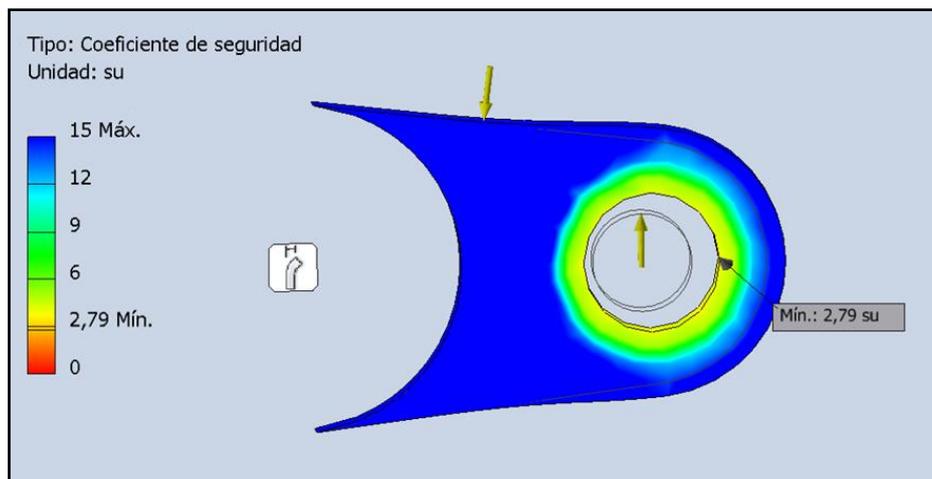


Ilustración 59. Factor de seguridad de la orejeta de anclaje, análisis tensional estático. Fuente: elaboración propia.

3.4.2. Rótula

La función de la rótula también será de elemento de unión tanto a la mangueta como al chasis, debido a que estas serán roscadas en los trapecios de la suspensión por un extremo, y por el otro se anclarán a las orejetas mediante un bulón. Su diseño permite un juego controlado entre los elementos en movimiento de la suspensión. La rótula será proporcionada por el fabricante SFK, concretamente el modelo Sakac 10 M, cuyo material es el acero al carbono y cuenta con las siguientes propiedades:

Propiedades	Valor	Unidades
Módulo de Young	200	GPa
Coefficiente de Poisson	0,29	N/D
Módulo cortante	79700	MPa
Densidad	7850	kg/m ³
Límite de elasticidad	350	MPa
Resistencia máxima a tracción	420	MPa

Tabla 7. Propiedades del acero al carbono.

La rótula será restringida con una restricción de pasador en toda su longitud de rosca y en la en la cara cilíndrica donde se introducirá el bulón. Se le aplicará una carga de 4000 N al igual que en las orejetas, pero esta vez será aplicada en la longitud de rosca pues es ahí donde sufrirá el esfuerzo. En la Ilustración 60 podemos ver las condiciones impuestas:

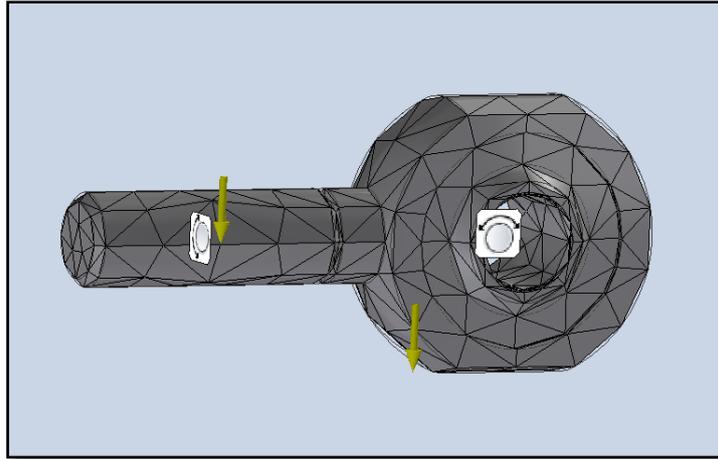


Ilustración 60. Cargas y restricciones aplicadas en la rótula, análisis tensional estático. Fuente: elaboración propia.

Tras simular la rótula, la tensión máxima de Von Mises que presenta es de 21,55 MPa, valor muy inferior al límite elástico del material por el cual está compuesto esta rótula. En la Ilustración 61 podemos observar la distribución de la tensión de Von Mises:

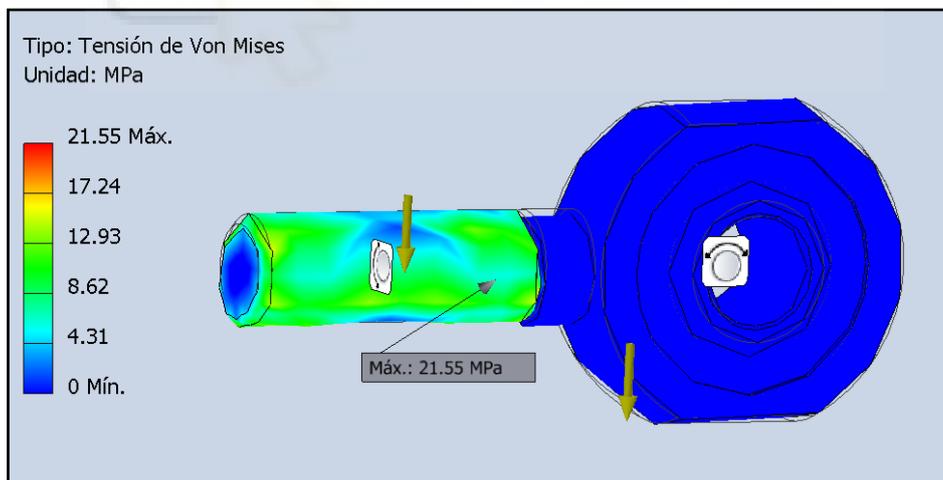
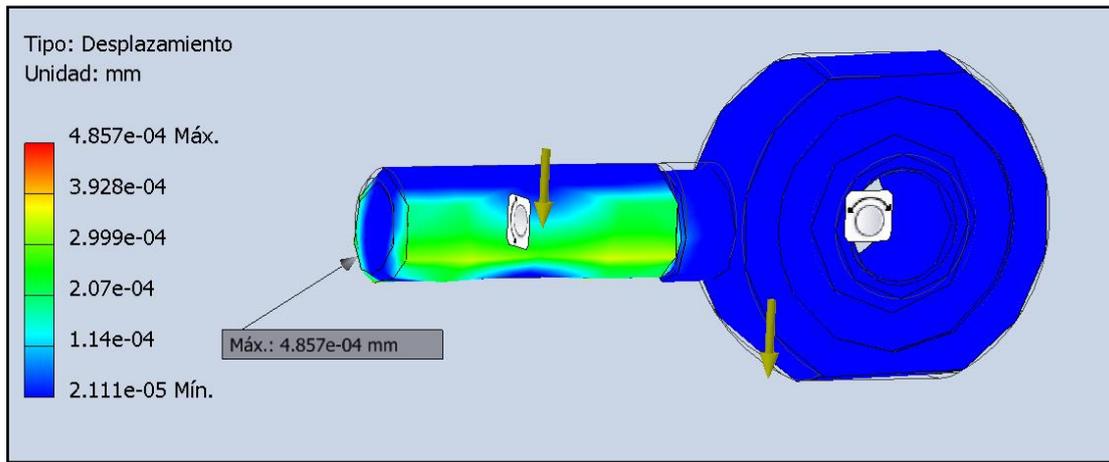


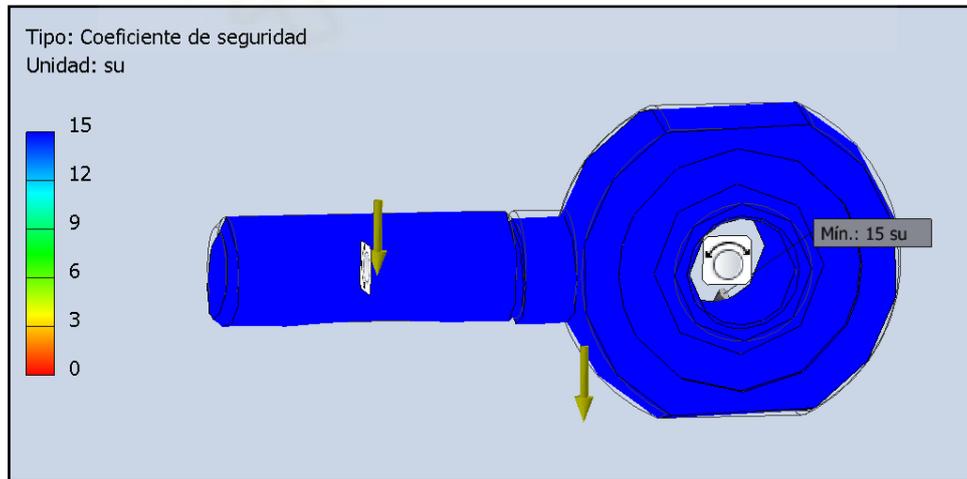
Ilustración 61. Distribución de tensiones de Von Mises de la rótula, análisis tensional estático. Fuente: elaboración propia.

En cuanto a los desplazamientos o deformación que pueda sufrir la rótula, en la Ilustración 62 podemos apreciar que el máximo desplazamiento es de 0,0004857 mm, lo cual se traduce en un resultado más que admisible.



Ilustración 62. Desplazamientos en la rótula, análisis tensional estático. Fuente: elaboración propia.

Si nos centramos en el factor de seguridad de la rótula, en la Ilustración 63 no observamos ningún valor menor que 15, este valor tan elevado indica que la pieza será capaz de soportar sin problema las cargas aplicadas a las que estara expuesta la pieza.



Ilustración 63. Factor de seguridad de la rótula, análisis tensional estático. Fuente: elaboración propia.

3.4.3. Trapecios inferiores

Como se ha comentado en la introducción del análisis, se estudiarán aquellos elementos que estén sometidos a las mayores cargas, y es por ese motivo que se analizarán los trapecios inferiores del eje delantero y trasero.

Comenzaremos por el trapecio inferior del eje delantero, al que se le han insertado las rótulas en sus extremos, ya que serán los puntos de unión y donde se impondrán las restricciones fijas. También se le ha añadido un bulón en la posición donde iría anclado el conjunto muelle – amortiguador, así podremos aplicar en la misma dirección, la carga equivalente a la masa suspendida total del monoplaza con un valor de 3500 N. Otra carga que se la va a aplicar al sistema será una fuerza vertical en representación de las irregularidades del asfalto, con un valor de 2500 N. Por supuesto, no olvidaremos posicionar y aplicar la carga de la fuerza de la gravedad. Se representa el sistema a simular en la Ilustración 64.

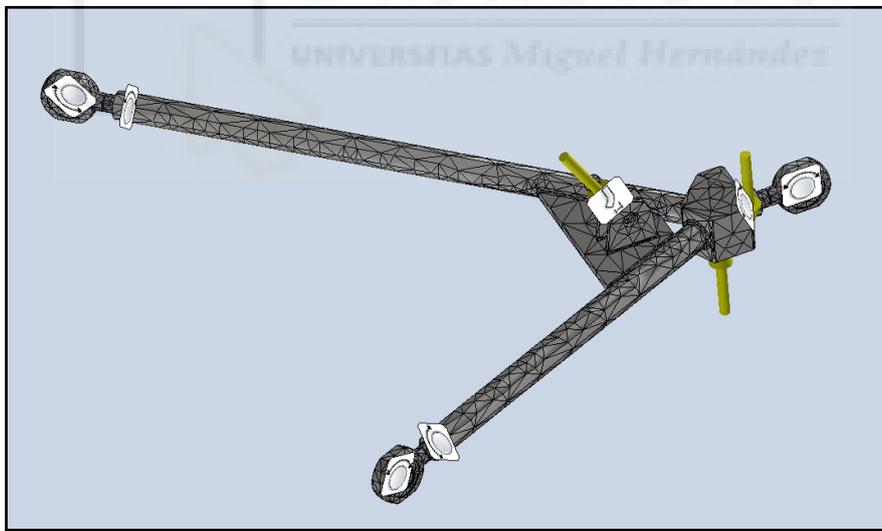


Ilustración 64. Cargas y restricciones aplicadas al trapecio inferior del eje delantero, análisis tensional estático. Fuente: elaboración propia.

Como resultados de la simulación, obtenemos una tensión de Von Mises máxima de 45,31 MPa, ubicada en una arista del sólido que une los dos brazos del trapecio, sin embargo, este valor es muy inferior al límite elástico del material. En la Ilustración 65 se puede ver dónde se encuentra dicha tensión máxima:

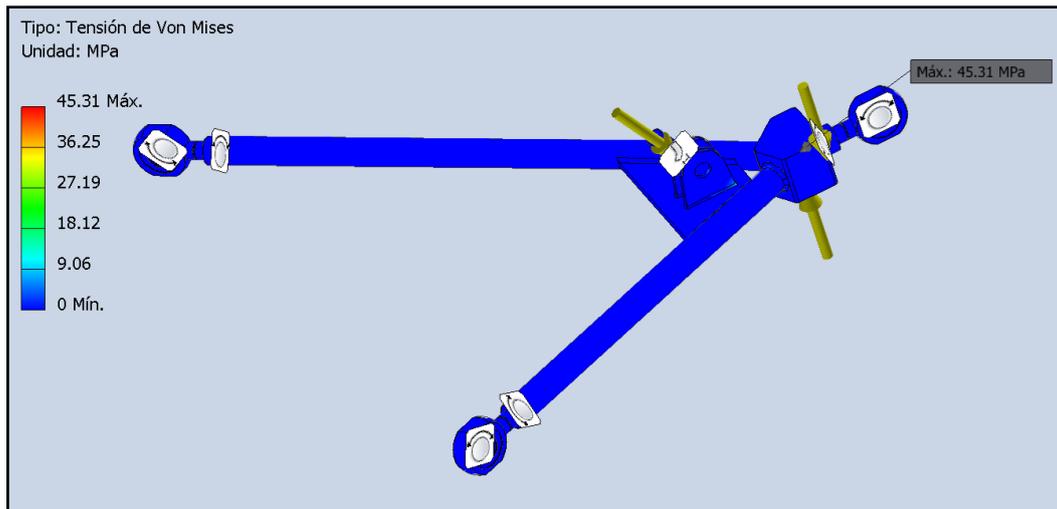


Ilustración 65. Distribución de tensiones de Von Mises en el trapecio inferior del eje delantero, análisis tensional estático. Fuente: elaboración propia.

Respecto a la deformación que se produce en el trapecio, si observamos la Ilustración 66 podemos concluir que el máximo desplazamiento es de 0,005934 mm. Es un valor pequeño que no afectará al sistema y que se puede asumir.

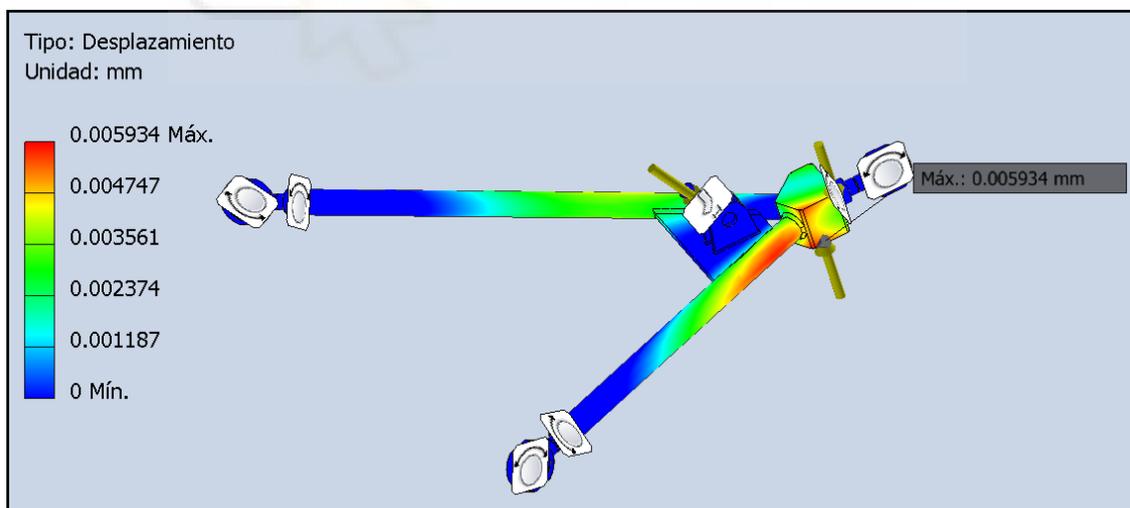


Ilustración 66. Desplazamientos en el trapecio inferior del eje delantero, análisis tensional estático. Fuente: elaboración propia.

Por último, si analizamos el factor de seguridad del trapecio, vemos que su valor mínimo de 7,72 es a su vez muy elevado. Este resultado demuestra que el diseño del trapecio es adecuado para proceder con la etapa de fabricación.

Ahora pasaremos a realizar el mismo análisis, pero con el trapecio inferior del eje trasero. Aplicaremos las mismas restricciones y cargas que se le han aplicado al trapecio inferior del eje delantero como podemos observar en la Ilustración 67:

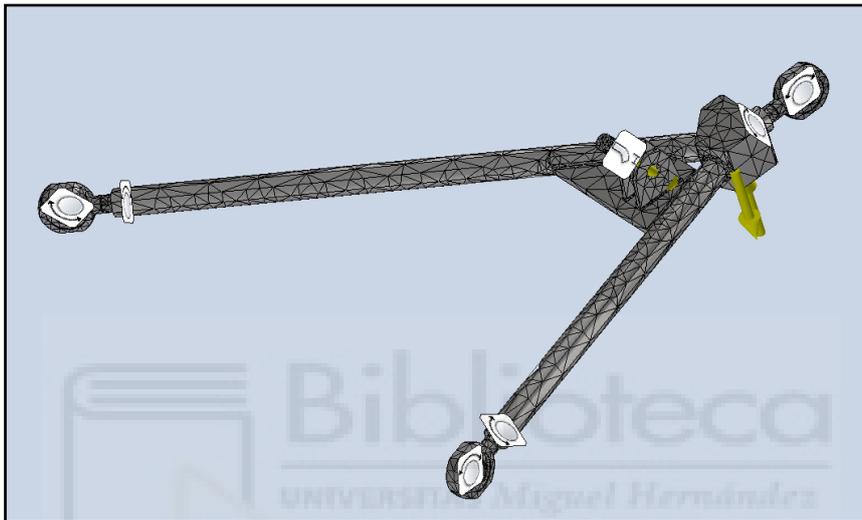


Ilustración 67. Cargas y restricciones aplicadas al trapecio inferior del eje trasero, análisis tensional estático. Fuente: elaboración propia.

Pese a que los trapecios inferiores de los distintos ejes no son idénticos, presentan resultados muy similares. Si nos referimos a la tensión de Von Mises, el trapecio inferior del eje trasero presenta su máxima tensión en una zona similar a la del eje delantero y con un valor de 46,53 MPa, muy inferior al límite elástico del material de la pieza. Podemos observar el resultado en la Ilustración 68:

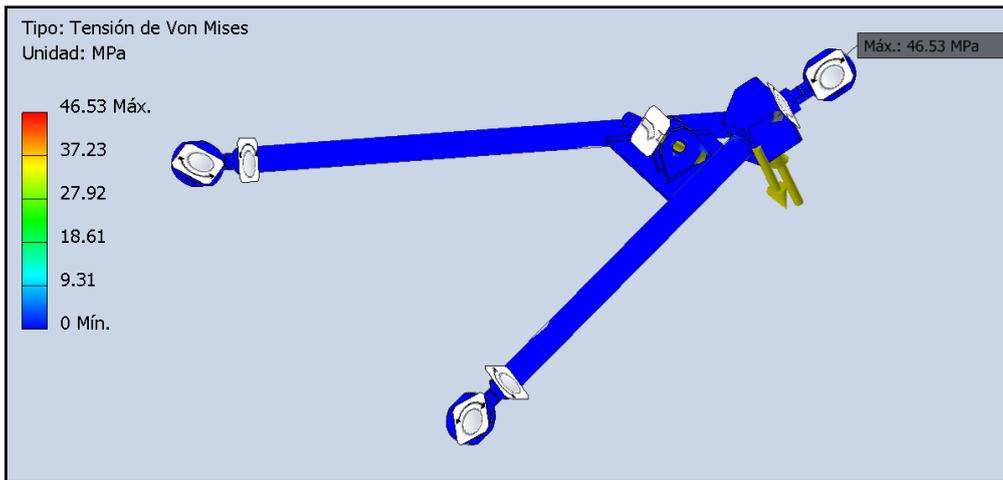


Ilustración 68. Distribución de las tensiones de Von Mises en el trapecio inferior del eje trasero, análisis tensional estático. Fuente: elaboración propia.

En la Ilustración 69, vemos que el desplazamiento máximo que sufre el trapecio se localiza en el brazo derecho con un valor de 0,008642 mm, lo que hace que sea totalmente tolerable.

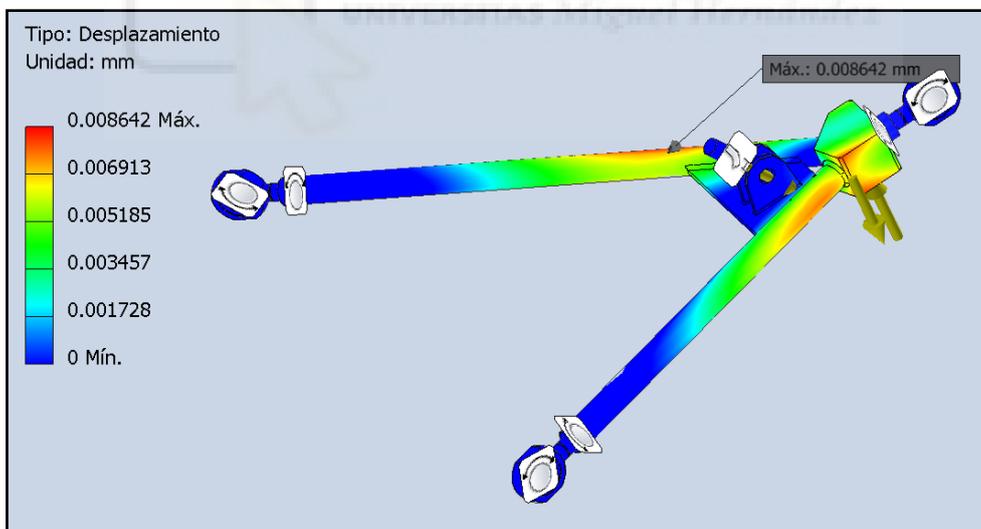


Ilustración 69. Desplazamientos en el trapecio inferior del eje trasero, análisis tensional estático. Fuente: elaboración propia.

En cuanto al factor de seguridad, según la Ilustración 70 podemos observar que se repite la misma situación que con el trapecio inferior del eje delantero, ya que alcanza su valor mínimo de 7,52 en la misma zona donde presenta la tensión

máxima. Dicho valor es muy alto, por tanto, podemos estar seguro de que la pieza soportará las cargas que se le apliquen.

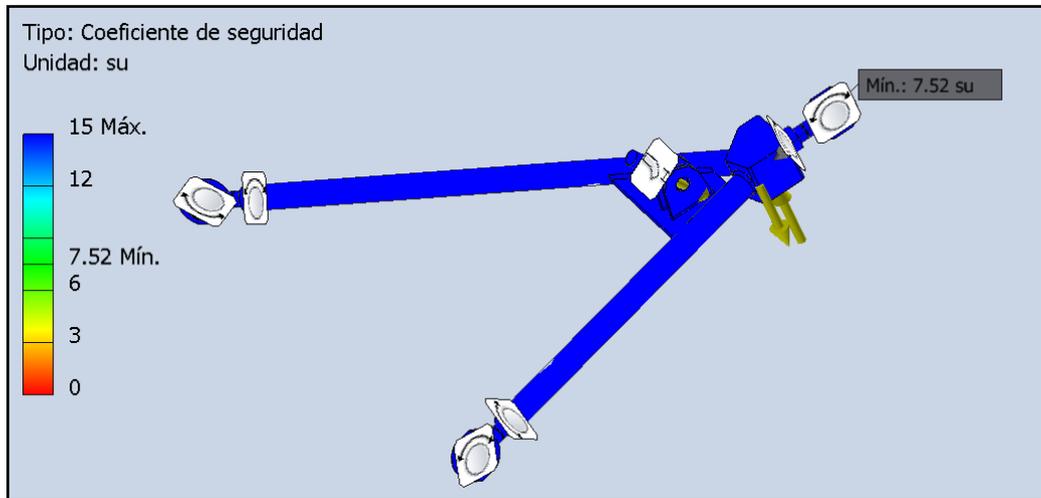


Ilustración 70. Factor de seguridad del trapecio inferior del eje trasero, análisis tensional estático. Fuente: elaboración propia.



3.6. Geometría final

Partiendo de la recopilación de datos, la cual se ha realizado previamente para seguir un flujo de diseño correcto del sistema de suspensión, y después de definir y diseñar la geometría de la misma, con los resultados mostrados del análisis tensional podemos dar por finalizado este diseño y análisis del sistema de suspensión del monoplaza de Formula Student del equipo Illici Racing Team, mostrando en las siguientes ilustraciones (desde la Ilustración 71 hasta la Ilustración 76) cómo quedaría el sistema completo anclado al chasis del monoplaza:

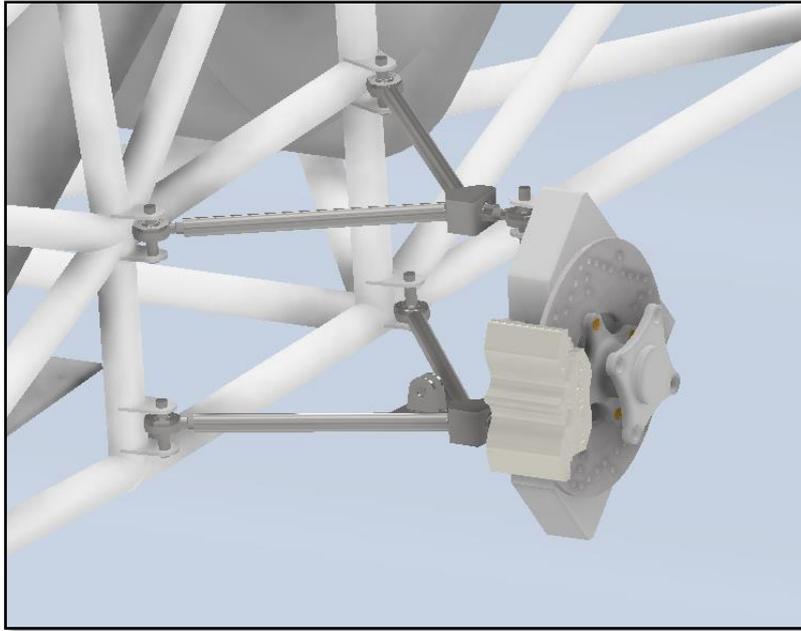


Ilustración 71. Geometría final de los trapecios del eje delantero. Fuente: elaboración propia

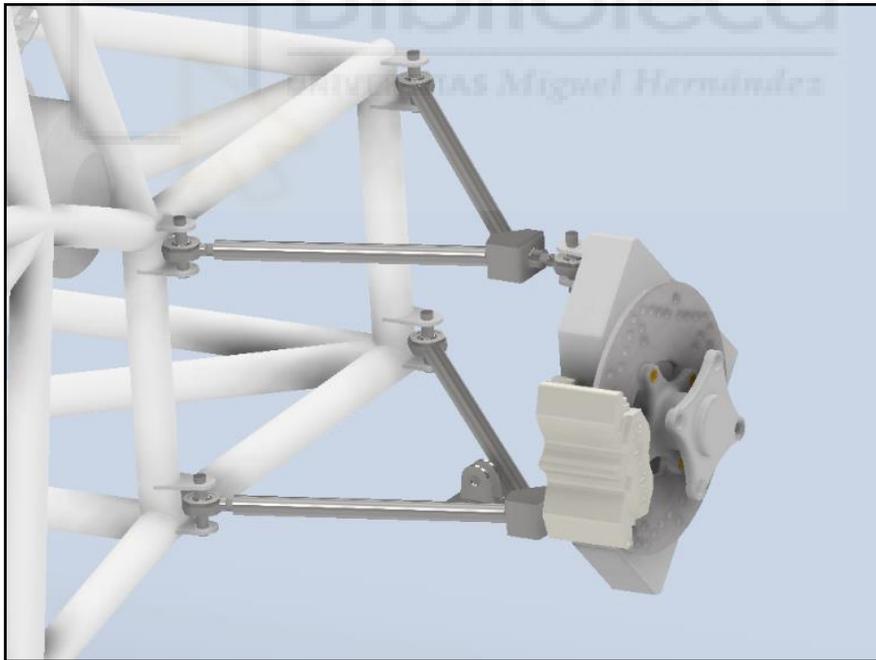


Ilustración 72. Geometría final de los trapecios del eje trasero. Fuente: elaboración propia

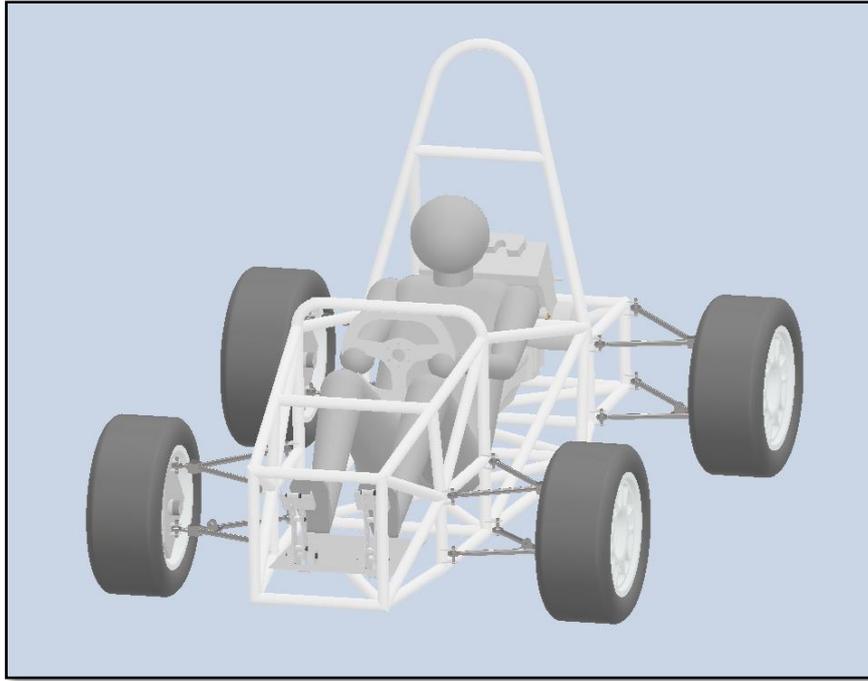


Ilustración 73. Prototipo del monoplaza con los trapecios de la suspensión ensamblados. Fuente: Elaboración propia.

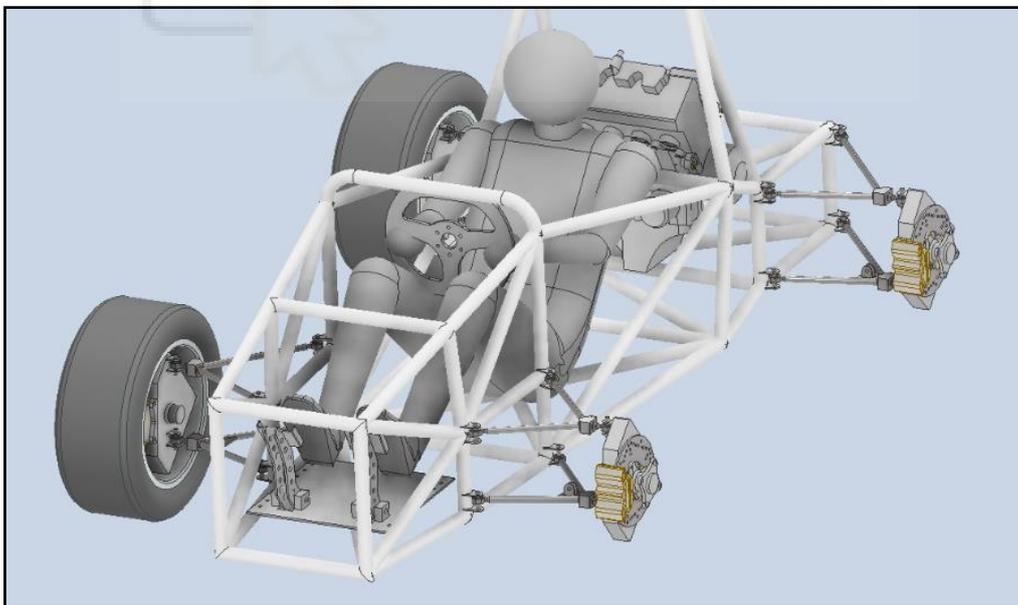


Ilustración 74. Ensamblaje del sistema de suspensión sin ruedas. Fuente: Elaboración propia.

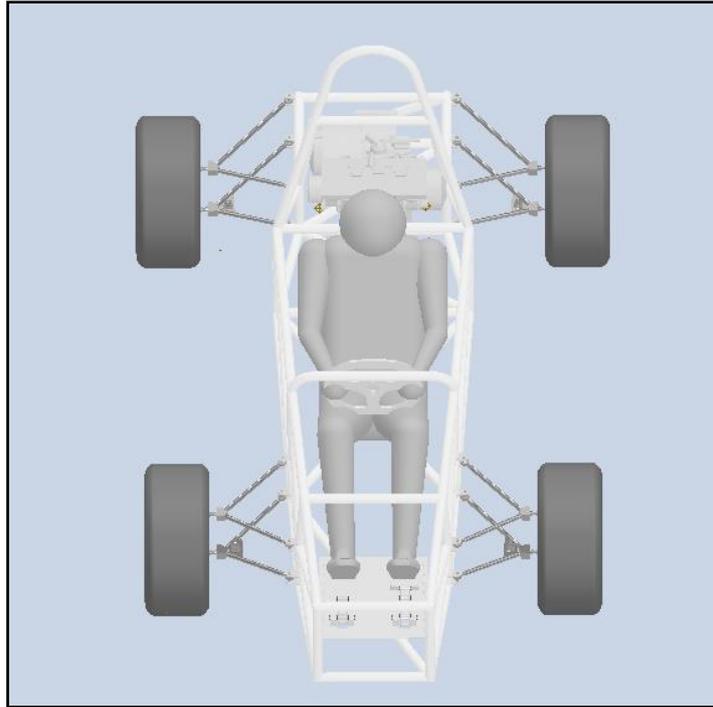


Ilustración 75. Disposición de los trapecios de la suspensión desde una vista superior. Fuente: elaboración propia.

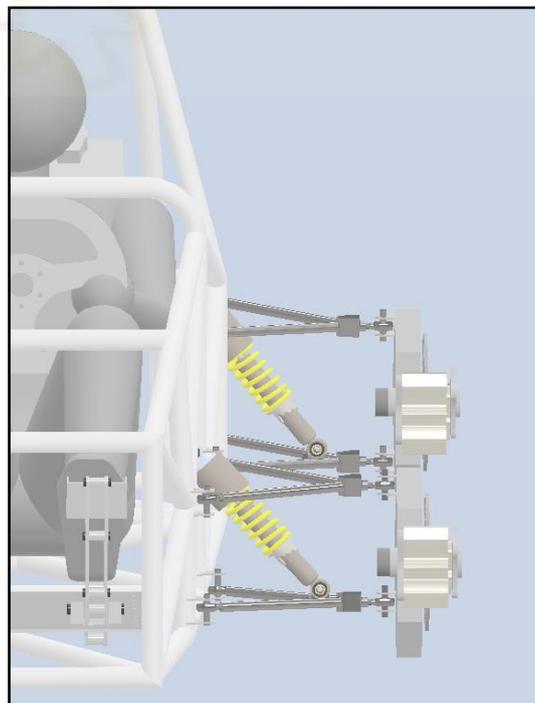


Ilustración 76. Geometría final del sistema de suspensión desde una vista frontal. Fuente: Elaboración propia.

4. Conclusiones y trabajos futuros

Este trabajo nace de la creación de un equipo de Formula Student decidido a competir y evolucionar. Dentro de este equipo, este trabajo se ha centrado en el diseño del sistema de suspensión del primer monoplaza a fabricar, llevando a cabo análisis vibracionales, cálculos de transferencias de masas, el diseño de ciertos elementos de la suspensión, así como su análisis tensional, todo ello cumpliendo con la normativa impuesta por la competición.

Con el objetivo de mejorar dicho sistema de suspensión y contribuir al éxito del equipo, a partir de este trabajo se podrán realizar diversos estudios y análisis como pueden ser:

- Implementación de la barra de empuje junto al balancín, definiendo un sistema de suspensión push o pull – rod y reubicando el conjunto muelle – amortiguador.
- Análisis dinámico del sistema de suspensión tras realizar test con el monoplaza.
- Optimización topológica del sistema de suspensión con el fin de aumentar el rendimiento y abaratar costes.
- Estudio de las diferentes configuraciones de la geometría del sistema de suspensión para un mejor comportamiento del monoplaza en función de las pruebas a realizar.
- Estudio y control del movimiento de balanceo con la implementación de barras estabilizadoras.
- Estudio de los movimientos de cabeceo y vaivén.

- Estudios cinemáticos y dinámicos del sistema de suspensión a través de herramientas de simulación como es el software Matlab y su entorno Simulink.

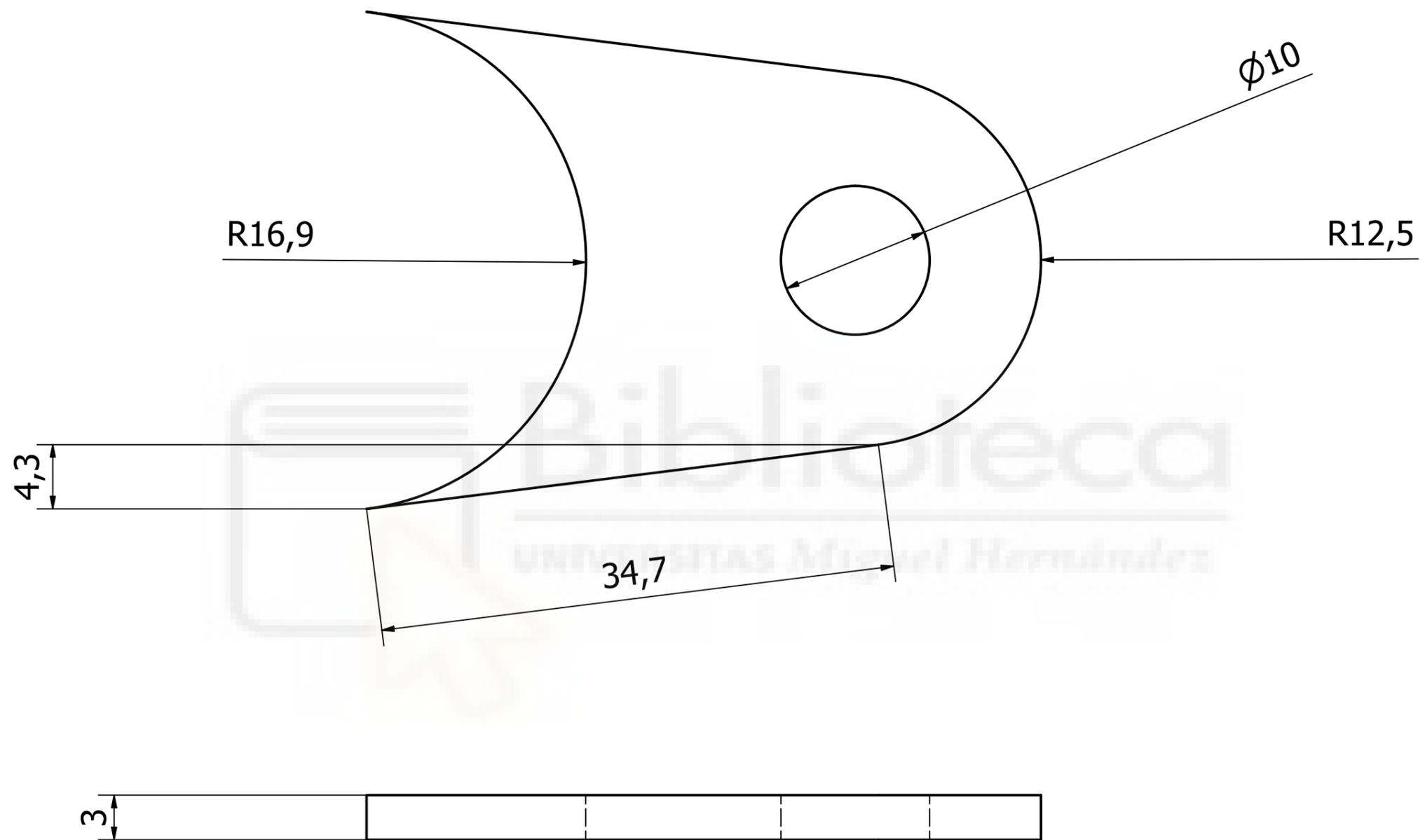


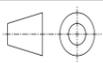
Bibliografía

- P. Luque, D. Álvarez, C. Vera. “Ingeniería del Automóvil. Sistemas y Comportamiento Dinámico”. Editorial Thomson. 2022
- F. Aparicio, C. Vera, V Díaz. “Teoría de los vehículos automóviles”. Sección de publicaciones de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de la Universidad Politécnica de Madrid. 2001
- Thomas D. Gillespie. “Fundamentals of Vehicle Dynamics”. Editorial SAE International. 1992
- David A. Winter. “Biomechanics and Motor Control of Human Movement”. Editorial Wiley. 2009
- William F. Milliken, Douglas L. Milliken. “Race Car Vehicle Dynamics”. Editorial SAE International. 1995
- D. Seward. “Racer Car Design”. Editorial Red Globe Press. 2014
- Soto, V, M. y Gutiérrez, M. “Parámetros inerciales para el modelado biomecánico del cuerpo humano”. Revista Motricidad, (2, 169-189), 1996.
- Formula Student Germany. “Normativa FSG v1.0”. 2025. URL: <https://www.formulastudent.de/fsg/> [fecha de consulta: 14/11/2024].
- Anónimo. “OneAirRacing “. URL: <https://oneairracing.es/formula-student-spain/> [fecha de consulta: 14/11/2024].
- Ed Hardy. “Diferencias entre la suspensión push-rod y pull-rod en un coche de F1“. Motorsport. URL: <https://es.motorsport.com/> [fecha de consulta: 14/11/2024].
- Mario Sebastia Cañadas. “La suspensión en F1: Push rod y Pull rod”. Aerodinámica F1. URL: <https://www.aerodinamicaf1.com/> [fecha de consulta: 14/11/2024].
- Anónimo. “Tecnología del automóvil”. URL: <https://www.tecnologia-automovil.com/inicio/> [fecha de consulta: 14/11/2024].
- Anónimo. “Contingency Programs. FSAE Spring Rate Data”. Hoosier Racing Tire. URL: <https://www.hoosiertire.com> [fecha de consulta: 14/11/2024].
- Anónimo. “Productos: Sakac 10 M”. SKF. URL: <https://www.skf.com/es> [fecha de consulta: 25/11/2024].
- Anónimo. “Formula Student Spain”. URL: <https://www.formulastudent.es/> [fecha de consulta: 14/11/2024].
- Anónimo. “Formula Student Germany. International Design Competition.” URL: <https://www.formulastudent.de/fsg/> [fecha de consulta: 14/11/2024].

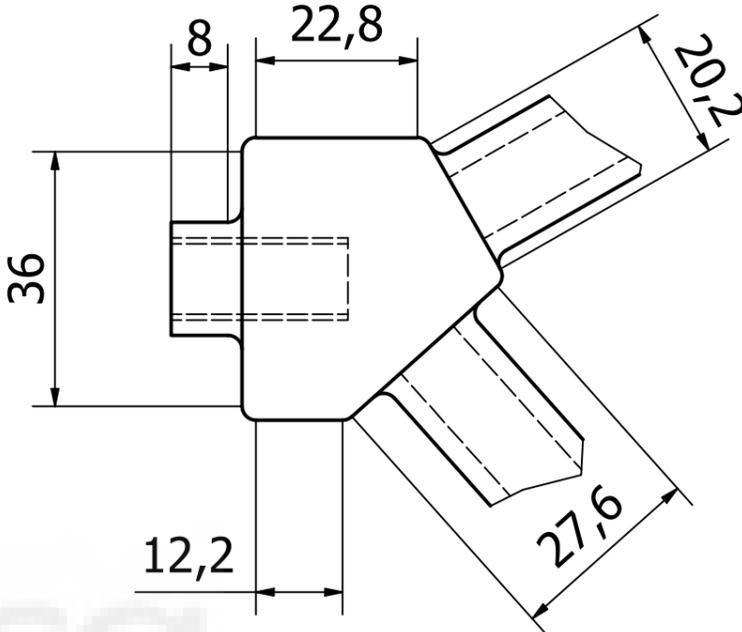
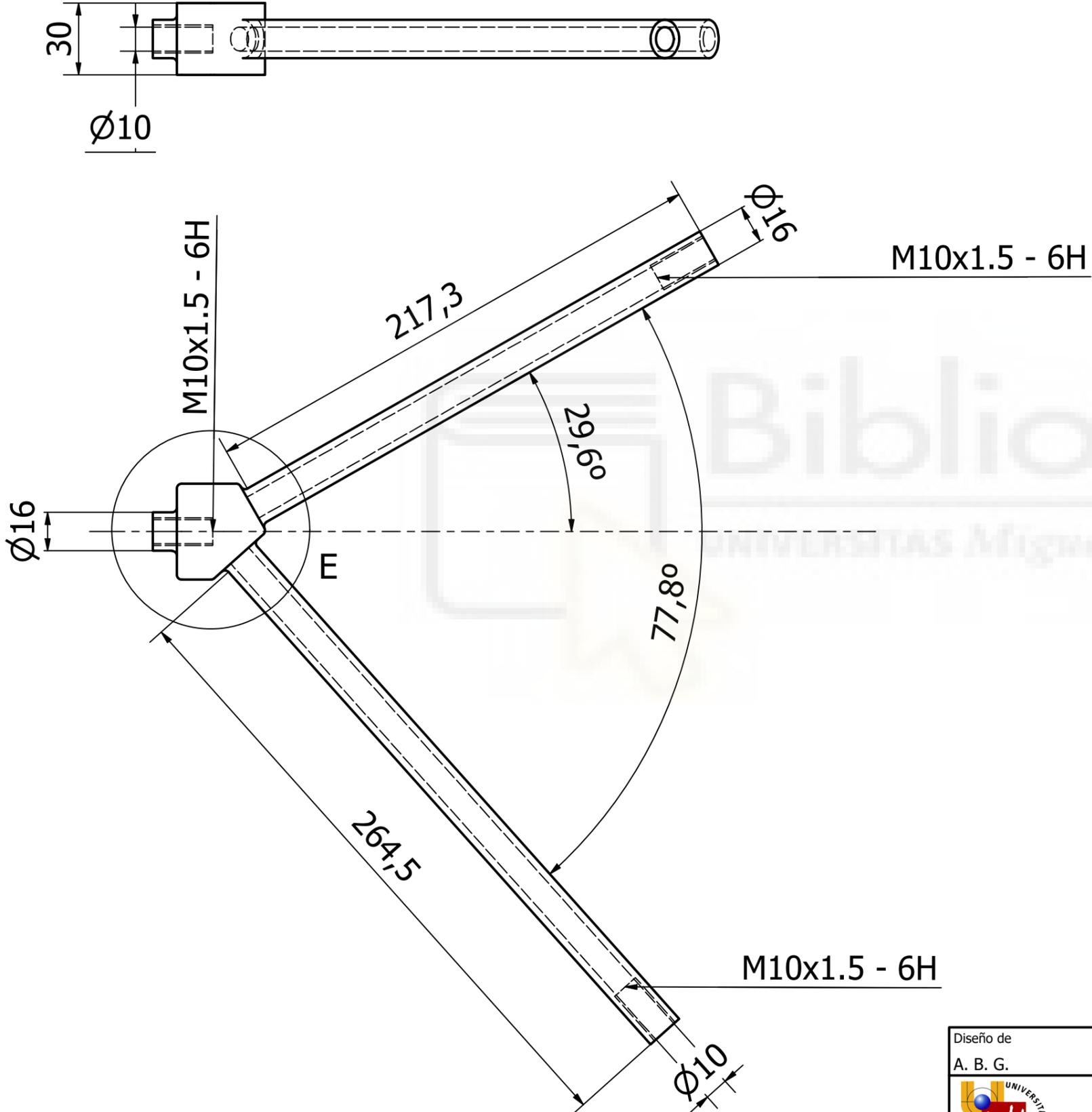


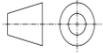
ANEXO: PLANOS

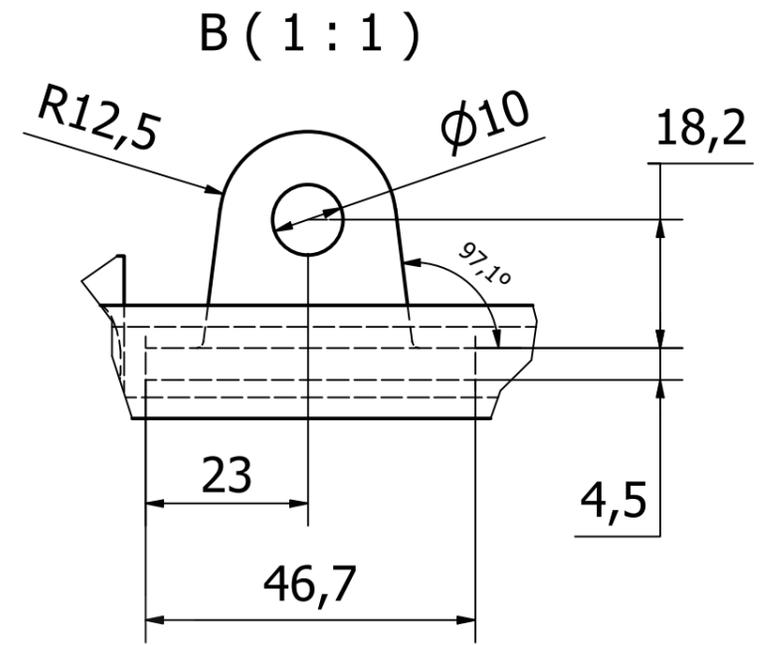
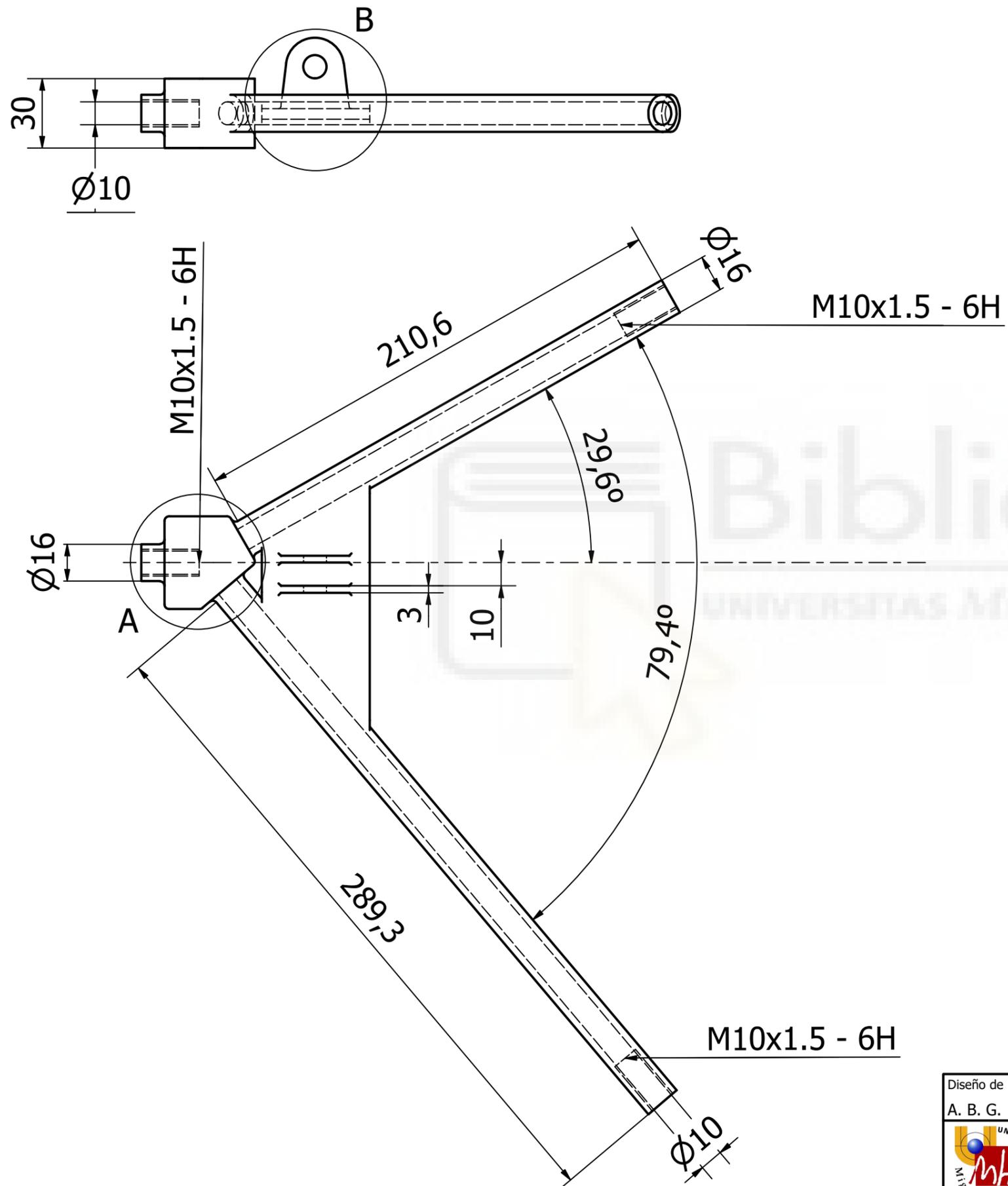


Diseño de A. B. G.	Revisado por UMH	Aprobado por UMH	Fecha	Tamaño A3	Material Acero	Fecha 21/11/2024	Escala 3 : 1
 Universidad Miguel Hernández			Anclaje trapecios				
			Orejeta de anclaje	Edición			Hoja 1/1

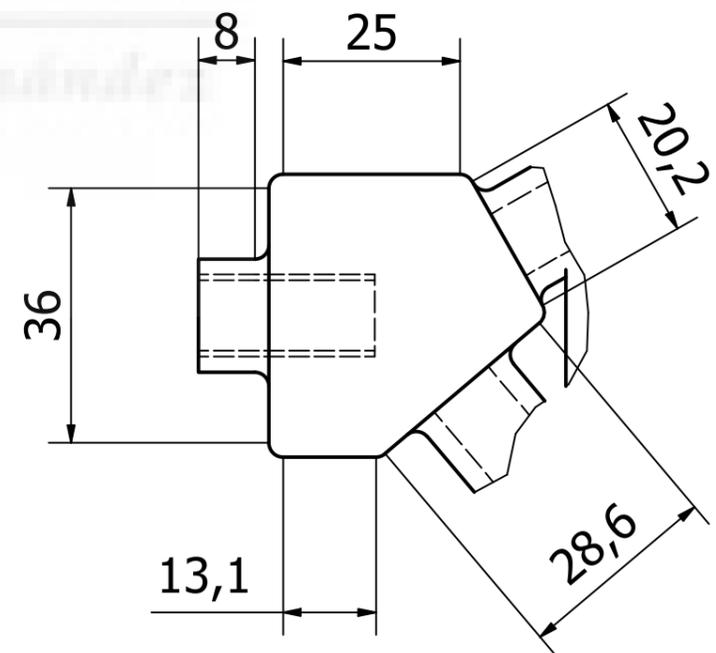
E (1 : 1) Todos los empalmes son R2



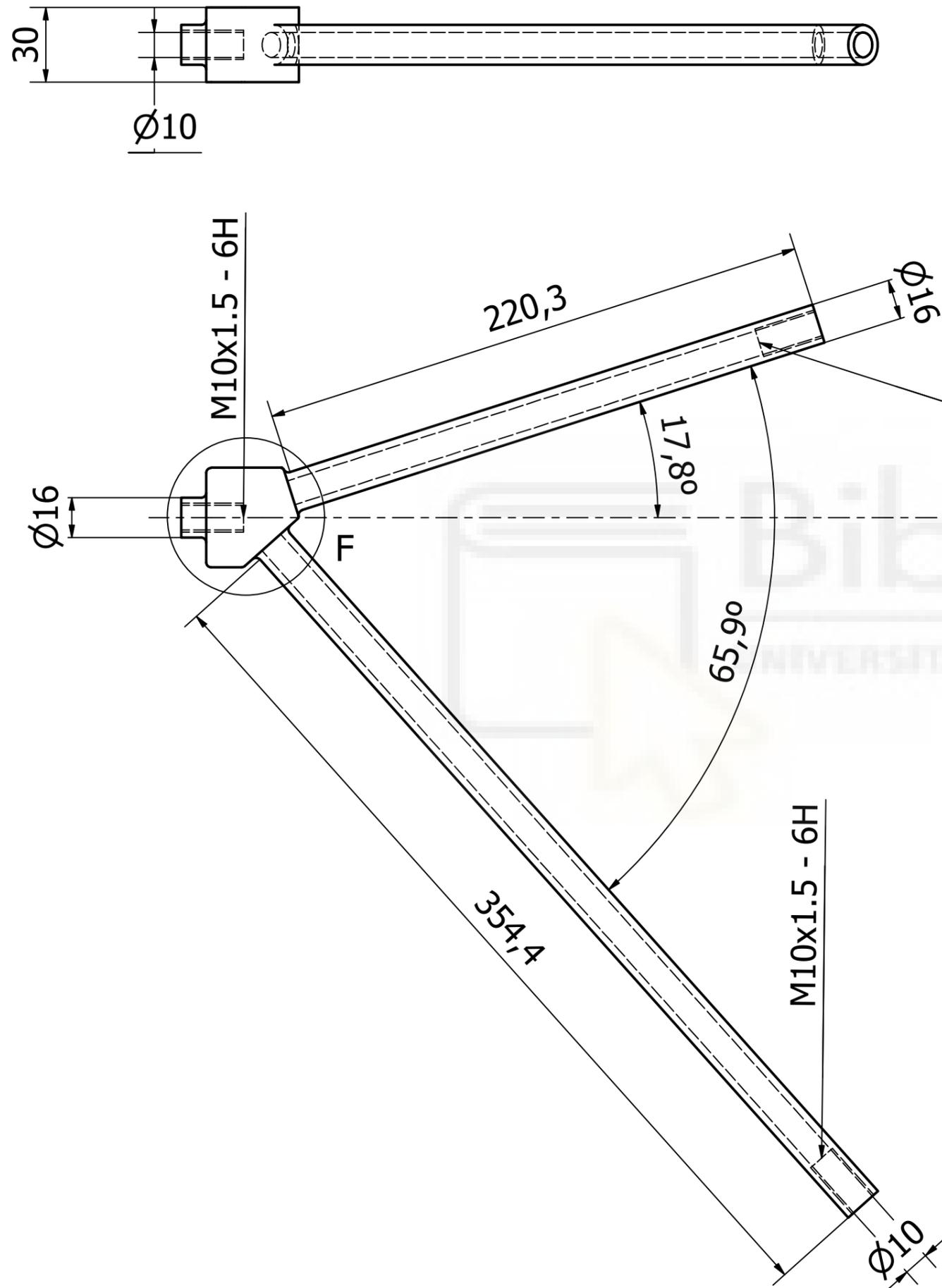
Diseño de A. B. G.	Revisado por UMH	Aprobado por UMH	Fecha	Tamaño A3	Material Acero HSLA	Fecha 21/11/2024	Escala 1 : 2
 Universidad Miguel Hernández			Trapezio de suspensión		 Edición		
			Trapezio superior eje delantero	Hoja 1/1			



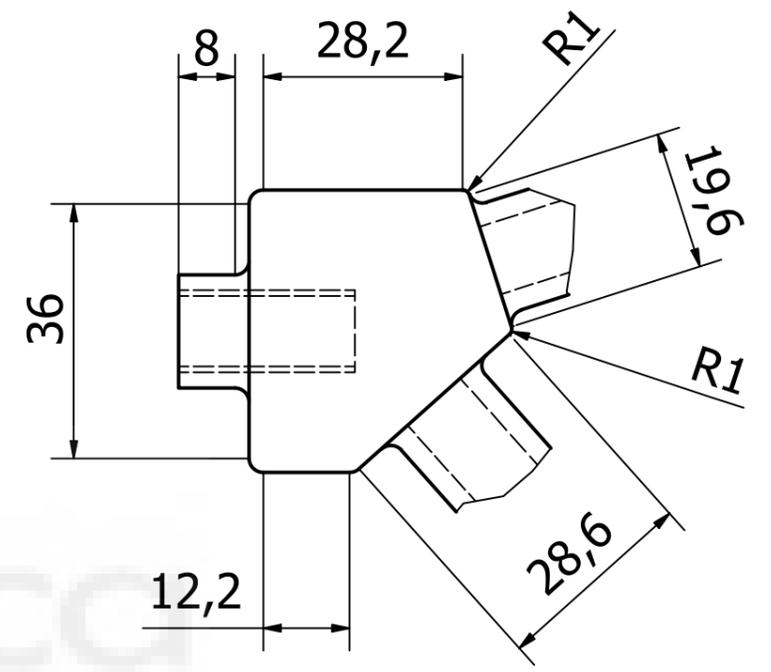
A (1 : 1) Todos los empalmes son R2

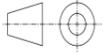


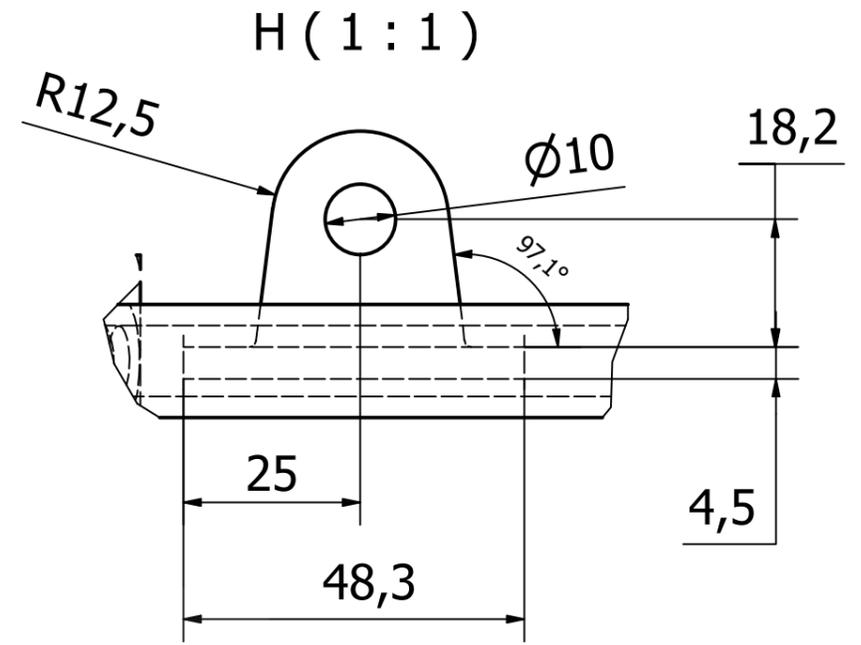
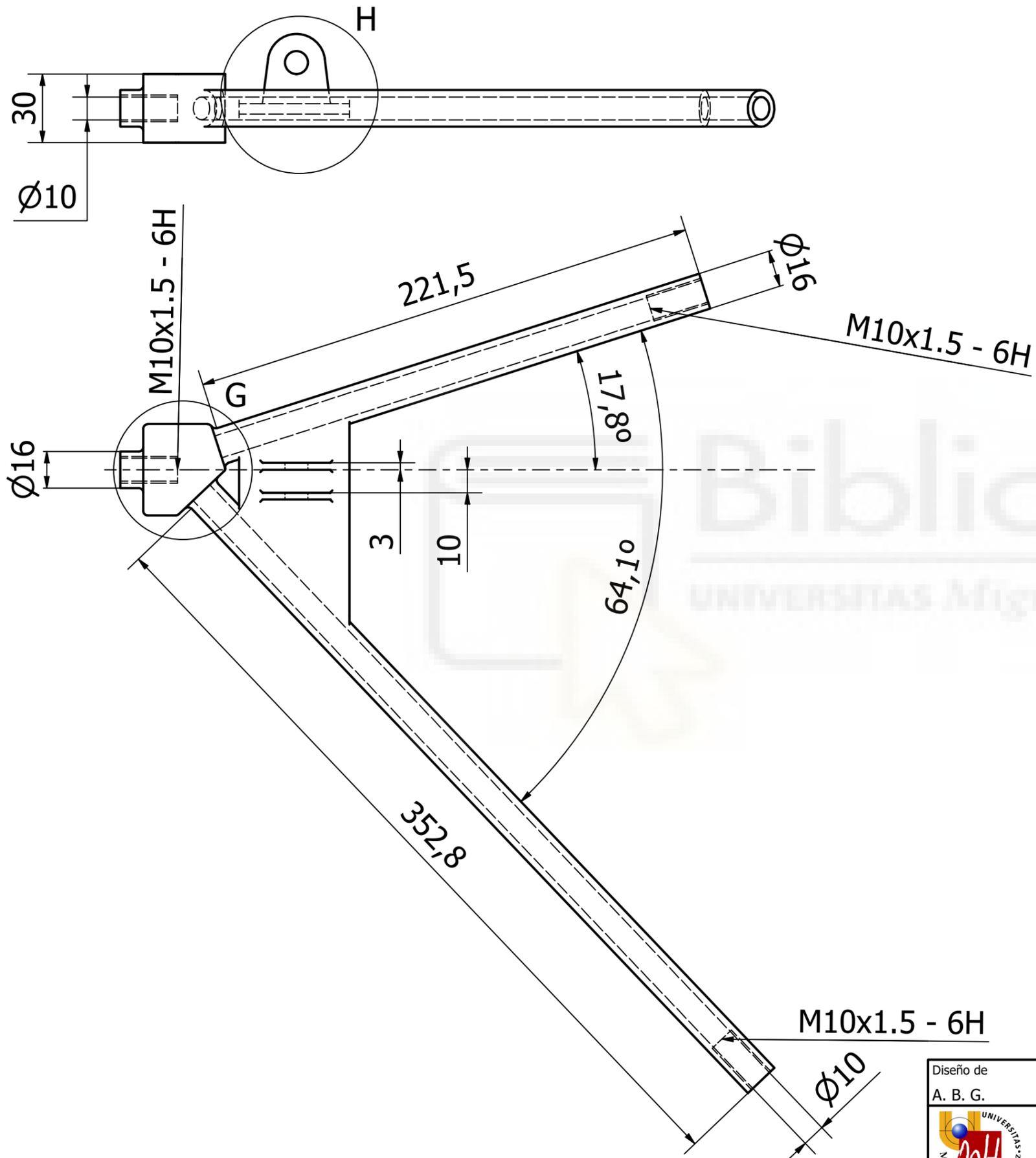
Diseño de A. B. G.	Revisado por UMH	Aprobado por UMH	Fecha	Tamaño A3	Material Acero HSLA	Fecha 21/11/2024	Escala 1 : 2
 Universidad Miguel Hernández			Trapezio de suspensión				
			Trapezio inferior eje delantero	Edición			Hoja 1/1



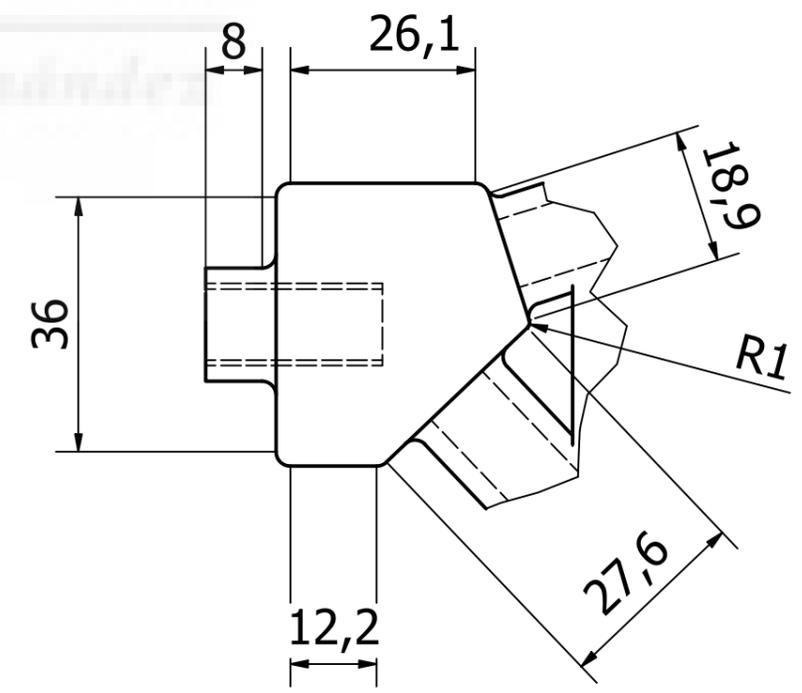
F (1 : 1) Los empalmes no acotados son R2



Diseño de A. B. G.	Revisado por UMH	Aprobado por UMH	Fecha	Tamaño A3	Material Acero HSLA	Fecha 21/11/2024	Escala 1 : 2
 Universidad Miguel Hernández			Trapezio de suspensión		Edición		 Hoja 1/1
			Trapezio superior eje trasero				



G (1 : 1) Los empalmes no acotados son R2



Diseño de A. B. G.	Revisado por UMH	Aprobado por UMH	Fecha	Tamaño A3	Material Acero HSLA	Fecha 21/11/2024	Escala 1 : 2
		Universidad Miguel Hernández		Trapezio de suspensión			
Trapezio inferior eje trasero				Edición	Hoja 1/1		