

TRABAJO FIN DE MÁSTER

**Aprendizaje en movimiento:
Paseos matemáticos**

por la ciudad
Miguel Hernández

Estudiante: Paloma Menárguez Hernández

Especialidad: Matemáticas

Tutor/a: María del Carmen Perea Marco

Curso académico: 2023-24



ÍNDICE

1. Resumen y palabras clave.....	3
2. Introducción.....	4
3. Marco teórico.....	5
4. Método.....	7
5. Propuesta didáctica.....	11
6. Discusiones y conclusiones.....	18
7. Referencias.....	20





I. Resumen y palabras clave

En el panorama educativo actual, las matemáticas son una disciplina fundamental para el desarrollo personal y profesional de los estudiantes. Sin embargo, la falta de motivación y la desconexión con la realidad pueden generar brechas significativas en el aprendizaje, derivando en ansiedad y dificultades en etapas posteriores, especialmente en las áreas Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics (STEAM). En este contexto, los paseos matemáticos, fundamentados en las teorías socioconstructivistas del conocimiento, se presentan como una metodología interactiva donde se fomenta la colaboración y la aplicación práctica de conceptos matemáticos contextualizados. La LOMLOE (Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación) destaca el desarrollo de competencias clave, entre ellas la competencia digital, subrayando la importancia de integrar herramientas TIC en la educación. En este sentido, los paseos matemáticos hacen uso de plataformas digitales como MathCityMap, que facilita la creación y acceso a rutas matemáticas adaptadas a la diversidad del aula. La aplicación de los paseos matemáticos como metodología de aprendizaje transformará la forma en que los estudiantes aprenden y aprecian las matemáticas, preparándolos para enfrentar los desafíos del mundo real.

In the current educational landscape, mathematics is a fundamental discipline for students' personal and professional development. However, a lack of motivation and a disconnect from reality can lead to significant gaps in learning, resulting in anxiety and difficulties in later stages, especially in Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics (STEAM) areas. In this context, mathematical walks, based on socio-constructivist theories of knowledge, are presented as an interactive methodology where collaboration and the practical application of contextualized mathematical concepts are encouraged. The LOMLOE (Organic Law 3/2020, of December 29, which amends Organic Law 2/2006, of May 3, of Education) highlights the development of key competences, including digital competence, underlining the importance of integrating ICT tools into education. In this sense, mathematical walks make use of digital platforms such as MathCityMap, which facilitates the creation and access to mathematical routes adapted to the diversity of the classroom. The application of mathematical walks as a learning methodology will transform the way students learn and appreciate mathematics, preparing them to face the challenges of the real world.

Palabras clave: Paseos matemáticos, metodología, TICs, MathCityMap, problemas, proyectos, aprendizaje, colaborativo, geometría.

2. Introducción

Las matemáticas desempeñan un papel fundamental en la sociedad actual debido a su capacidad para estructurar el pensamiento lógico y resolver problemas de diversos ámbitos. Desde los algoritmos de nuestros móviles hasta complejas ecuaciones que analizan y predicen la evolución del clima, las matemáticas forman parte de nuestro día a día. Del mismo modo, las matemáticas no solo facilitan el funcionamiento de sistemas de información y tecnologías, sino que también su uso y aplicación, es importante en el campo de disciplinas como la economía, la ingeniería y la medicina.

Sin embargo, a pesar de su importancia, los últimos resultados de los informes PISA (Programme for International Student Assessment), que evalúan las competencias de estudiantes de 15 años en lectura, matemáticas y ciencias, han puesto de manifiesto las dificultades que presentan los estudiantes españoles en el aprendizaje de las matemáticas. Estos informes sitúan a España, por debajo de la media de los países de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos), en matemáticas.

Los informes PISA no se limitan a evaluar la capacidad de los estudiantes para resolver ejercicios matemáticos convencionales, sino que valoran competencias como la lógica, la visión espacial y la capacidad de aplicar conceptos matemáticos en contextos prácticos y cotidianos. Estos resultados ponen en evidencia, la desconexión y la frustración que sufren los estudiantes al no poder relacionar los conocimientos teóricos aprendidos con la resolución de problemas aplicados en su entorno próximo. En este sentido, la LOMLOE (Ley Orgánica de Modificación de la Ley Orgánica de Educación) y el Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo ofrecen un marco propicio para el cambio. Estas normativas promueven un enfoque más competencial y contextualizado de la enseñanza de las matemáticas, poniendo el foco no solo en la adquisición de conocimientos teóricos, sino también en el desarrollo de habilidades prácticas y aplicables a la vida real.

En este contexto Alsina (2019) considera que la educación formal no solo debe darse en la escuela, para ello propone crear un aprendizaje más dinámico llevado a cabo fuera del aula, en otros espacios para formar a los habitantes. De esta forma, se conoce que existe una desconexión entre las matemáticas formales, caracterizadas por su alto nivel de abstracción y rigor teórico; frente a las matemáticas de la vida real, que son aquellas que utilizamos a diario para resolver problemas y tomar decisiones. Esta separación genera un problema importante en los estudiantes, ya que al no encontrar una conexión clara entre los conceptos aprendidos en clase y su aplicación práctica, pueden perder el interés, la motivación y surgir sentimientos de apatía, frustración y miedo. En algunos casos, estas emociones pueden llegar a ser patológicas, dando lugar a lo que se conoce como ansiedad matemática, un problema que afecta a un número significativo de estudiantes (Maloney y Beilock, 2012). Según Wheeler (1980) "la enseñanza de las matemáticas a menudo genera temor o ansiedad en los niños y adolescentes, lo que sugiere la necesidad de humanizarla para eliminar estos acompañantes".

Esta percepción de dificultad y desánimo en las matemáticas tiene consecuencias negativas. Los estudiantes que han experimentado fracasos en esta materia a menudo pierden la confianza en sus propias capacidades y se convencen de que no tienen las habilidades necesarias para desarrollarse profesionalmente en áreas como la ciencia, la tecnología, la ingeniería y las matemáticas (STEM).

Para abordar el problema de la ansiedad matemática, es necesario implementar estrategias educativas que promuevan un aprendizaje más activo, significativo y contextualizado. Por ello es necesario promover nuevas iniciativas que lleven el aprendizaje a espacios más allá del aula y que resulten más cercanos y reales para los estudiantes (Poling, Naresh, Goodson-Espy 2018, Bassanezi 1994, Wigley 1992). Según Alcántara (2022), vincular las matemáticas con la realidad mejora el pensamiento matemático y favorece el aprendizaje. Pero llevar las matemáticas fuera del aula, no implica cambiar de escenario y entenderlas como una ciencia aislada y solitaria, sino entenderla como una herramienta que se vincula con otra áreas del conocimiento. Las matemáticas se convierten en geometría para analizar las formas y proporciones de las plantas, en estadística para estudiar la distribución de las especies o en biología para comprender los procesos de crecimiento y fotosíntesis.

Con todo esto parece que llevar las matemáticas fuera del aula y conectarlas con otras disciplinas no es una tarea fácil. Los docentes deben estar preparados para adoptar un enfoque interdisciplinario, utilizando metodologías diferentes y recursos tecnológicos. Sin embargo, este cambio también representa una gran oportunidad. La interdisciplinariedad en la enseñanza de las matemáticas (Dravet, Pasquier, Collado, Castro 2020) puede transformar y despertar el interés y motivación en los estudiantes.

3. Marco teórico

Durante los últimos años, los métodos de enseñanza han evolucionado considerablemente y se han incorporado algunas teorías educativas que buscan hacer más efectivo el aprendizaje y desarrollo del conocimiento en los estudiantes. Estas teorías, influenciadas por figuras de siglo XX como Vigotsky y Piaget, han evolucionado para enfocarse en un aprendizaje basado en la experiencia y la interacción social, lo cual se alinea con las competencias exigidas por la LOMLOE en el siglo XXI.

3.1. Teorías del aprendizaje

La teoría socioconstructivista de Vygotsky y la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget ofrecen perspectivas complementarias sobre el proceso de aprendizaje. De estas teorías destacamos como Vygotsky defiende que para construir conocimiento es necesario interactuar con el contexto social, mientras que Piaget se centra en las etapas del desarrollo cognitivo individual.

Siguiendo la perspectiva de Vygotsky, los estudiantes aprenden mejor cuando trabajan juntos resolviendo problemas, discutiendo y compartiendo ideas. Al interactuar con su entorno social y cultural, los estudiantes pueden aplicar conceptos matemáticos de manera práctica. En este contexto, las matemáticas pueden conectarse con otras disciplinas, como la tecnología, la ingeniería y las artes, para mostrar su aplicabilidad en el mundo real.

Por otro lado, Piaget destacó la importancia de la adaptación de la enseñanza a las etapas de desarrollo cognitivo de los estudiantes. De acuerdo con esta teoría, los docentes deben comprender, conocer estas etapas y adaptar sus estrategias de enseñanza de acuerdo a las necesidades de sus estudiantes. De esta forma, en la etapa de operaciones concretas, las actividades matemáticas deben centrarse en la resolución de problemas prácticos, la manipulación de materiales y la experimentación sensorial. Por ejemplo, los estudiantes pueden construir modelos geométricos con materiales manipulativos, medir objetos reales o resolver problemas de compra-venta. En cambio en la etapa de operaciones formales, las actividades matemáticas pueden incluir problemas abstractos, análisis de datos y formulación de hipótesis. Por ejemplo, los estudiantes pueden realizar experimentos matemáticos, analizar gráficos estadísticos o resolver problemas de probabilidad.

Es importante destacar, que la teoría de Piaget es sólo un referente con matices. Cada alumno es un individuo único con su propio ritmo de aprendizaje y desarrollo. La edad vinculada a una etapa, es sólo un indicador y no debe utilizarse para encasillar a los estudiantes.

En el aula la atención a la diversidad es un factor fundamental y los docentes deben estar atentos a las necesidades individuales de cada estudiante para ajustar sus estrategias metodológicas y crear entornos de aprendizaje inclusivos para todos.

Las ideas de Vygotsky y Piaget son relevantes para la implantación de estrategias de aprendizaje. Algunas estrategias que pueden implantarse son:

- **Proyectos colaborativos:** Diseñar proyectos matemáticos que requieran la colaboración y el trabajo en equipo.
- **Materiales manipulativos:** Utilizar materiales manipulativos para facilitar el aprendizaje.
- **Actividades contextualizadas:** Diseñar actividades matemáticas que se conecten con la vida real y las experiencias de los estudiantes.
- **Adaptación del ritmo de aprendizaje:** Adaptar el ritmo de aprendizaje a las necesidades individuales de los estudiantes.
- **Utilización de las TIC:** Integrar las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en la enseñanza de las matemáticas para proporcionar a los estudiantes herramientas y recursos para el aprendizaje individualizado y colaborativo.

4. Método

Tras analizar las diferentes teorías del desarrollo del conocimiento, la propuesta de este trabajo toma como metodología principal, el aprendizaje basado en proyectos (ABP). Estudios como el de Flores y Juárez (2017) demuestran una correlación positiva en la implementación del ABP y el rendimiento académico en matemáticas.

Antón y Sanchez (2020) enmarcan el ABP en un contexto real y cotidiano donde la actividad se desarrolla de forma grupal por medio de un proyecto o problema planteado previamente. Es importante que el proyecto cause interés, genere curiosidad y sirva como medio para aplicar los saberes adquiridos a lo largo de la situación de aprendizaje. Durante su desarrollo, el proyecto incluye actividades que hacen reflexionar a los alumnos sobre su proceso de aprendizaje, obteniendo como resultado un producto final (Trujillo, 2015).

En este sentido, la presente propuesta tiene como objetivo el desarrollo de un ABP por medio de la realización de paseos matemáticos utilizando la aplicación móvil MathCityMap como herramienta complementaria.

4.1 Paseos matemáticos

Los primeros paseos matemáticos documentados tuvieron lugar en Melbourne en la década de 1980, con el propósito de promover las matemáticas en la sociedad y demostrar su relevancia en la enseñanza (Blane & Clarke, 1984). Durante estos paseos, se realizan paradas estratégicas para abordar diversos conceptos matemáticos utilizando el entorno urbano como fuente de inspiración (Waite & Pratt, 2015).

Las rutas matemáticas son por tanto, una oportunidad para trabajar los contenidos del currículo en un contexto real, complementando así las clases teóricas de matemáticas que se desarrollan en el aula (Navas, 2019).

En relación con la formación inicial del profesorado, se destacan los trabajos de Barbosa & Vale (2016, 2020), quienes observaron que las actividades de creación de paseos matemáticos mejoraron las actitudes hacia las matemáticas de los futuros docentes, así como las valoraciones muy positivas en relación con el uso de dispositivos móviles.

Más allá de esto, los paseos permiten establecer relaciones entre los distintos contenidos del currículo, no solo de matemáticas, sino también de otras materias. De esta manera, se fomenta el trabajo interdisciplinar, así como el trabajo en grupo y el aprendizaje cooperativo. Además, resultan altamente motivadores para el alumnado.

4.1.1 Objetivos

Los objetivos principales de la ruta matemática son (Payo, 2020):

- Favorecer el aprendizaje de las matemáticas de forma contextualizada y significativa, utilizando el patrimonio histórico y cultural de la ciudad como marco de referencia.
- Estimular el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la capacidad de análisis de los alumnos.
- Fomentar el trabajo en equipo, la colaboración y la comunicación entre los estudiantes.
- Despertar el interés por las matemáticas y su aplicación en la vida cotidiana.
- Promover la valoración del patrimonio histórico y cultural.

4.1.2 MathCityMap

MathCityMap es una plataforma educativa que tiene como objetivo llevar las matemáticas fuera del aula y presentarlas en un contexto más real y práctico a través de rutas matemáticas (www.mathcitymap.eu). Esta herramienta de acceso libre y gratuita, combina una aplicación móvil y un portal web, ambos diseñados para crear y seguir rutas matemáticas en exteriores, como parques, plazas y otras áreas urbanas.

Características principales

- **Rutas Matemáticas:** MathCityMap permite a los usuarios crear y seguir rutas matemáticas, donde cada parada en la ruta incluye un desafío matemático relacionado con el entorno. Estos desafíos pueden involucrar mediciones, cálculos, y la identificación de formas geométricas y patrones matemáticos presentes en el lugar.
- **Aplicación Móvil:** La aplicación MathCityMap está disponible para dispositivos iOS y Android. Los usuarios pueden descargar rutas, recibir retroalimentación inmediata sobre sus respuestas y obtener pistas si tienen dificultades con los desafíos. La app también permite a los profesores monitorear el progreso de los estudiantes en tiempo real.
- **Portal Web:** A través del portal web, los profesores y usuarios registrados pueden crear y personalizar sus propias rutas y tareas. También pueden acceder a rutas ya existentes, modificarlas o utilizarlas como inspiración. El



portal permite la descarga de estas rutas en formato PDF para usarlas sin conexión si es necesario.

- Criterios de Calidad para las Tareas: Las tareas deben ser únicas, activas y realistas, requiriendo la presencia física del participante para ser resueltas. Las soluciones deben ser variadas y las tareas deben estar vinculadas a conceptos matemáticos escolares específicos.

Beneficios educativos

- Mejora la motivación y el interés por las matemáticas: Al hacer que el aprendizaje de las matemáticas sea divertido, interactivo y relevante, MathCityMap puede ayudar a aumentar la motivación y el interés de los estudiantes, incorporando retroalimentación inmediata durante su realización y la posibilidad de ganar puntos.
- Desarrolla habilidades matemáticas: Las tareas de MathCityMap desafían a los estudiantes a aplicar sus conocimientos matemáticos en situaciones reales, lo que les ayuda a desarrollar habilidades como la resolución de problemas, el pensamiento crítico y la comunicación.
- Conecta las matemáticas con el mundo real: MathCityMap ayuda a los estudiantes a ver la aplicación de las matemáticas en su vida diaria, lo que les permite comprender mejor su importancia y relevancia.
- Fomenta el aprendizaje colaborativo: Las rutas de MathCityMap se pueden realizar en grupo, lo que fomenta el trabajo en equipo, la colaboración y la comunicación entre los estudiantes.
- Prepara a los estudiantes para los desafíos del mundo real: Al desarrollar habilidades matemáticas y de pensamiento crítico, MathCityMap puede ayudar a preparar a los estudiantes para los desafíos que enfrentarán en su vida futura.

Instrucciones para crear y disfrutar de un paseo matemático

La plataforma ha sido diseñada para que los profesores puedan crear y llevar a cabo rutas matemáticas para sus estudiantes (Jablonski et al, 2020). Tanto desde la plataforma en línea como desde un teléfono móvil, es posible diseñar el recorrido matemático. Para comenzar, lo primero que hay que hacer es crear una cuenta. Una vez registrados, los diferentes problemas del recorrido matemático se irán creando como tareas individuales, las cuales luego podrán ser agrupadas en una ruta. Una vez que se haya creado el recorrido, las rutas pueden ser enviadas para su validación por la comunidad de MathCityMap.



Antes de iniciar el recorrido, se puede crear un Aula Digital que permite al docente hacer un seguimiento de los grupos participantes, con geolocalización y chat para consultar dudas en tiempo real, así como uso de las pistas que incorpora cada una de las tareas. Desde el dispositivo móvil, los participantes acceden al recorrido en grupos, dando comienzo a una especie de juego de pistas. La aplicación iniciará una competición en la que, dependiendo de la precisión de las respuestas y el uso de pistas, los grupos irán obteniendo puntos.

En la propuesta de paseo matemático de Barbosa y Vale (2020), los resultados del estudio revelan una valoración positiva por parte del alumnado, destacando su facilidad de uso y su capacidad para motivar el aprendizaje.

5. Propuesta didáctica

La ruta matemática propuesta para este trabajo se desarrolla a lo largo de la ciudad de Elche, Alicante. Esta ruta está dirigida a estudiantes de 3º curso de Educación Secundaria Obligatoria (ESO). En cada punto de parada, los alumnos se enfrentarán a una serie de problemas matemáticos relacionados con el entorno que les rodea. Estos problemas abarcarán diferentes áreas de las matemáticas, como la geometría, el álgebra, la trigonometría, la estadística y la probabilidad.

Para resolver los problemas, los alumnos deberán observar atentamente el entorno, tomar medidas, realizar cálculos y trabajar en equipo cuando se requiera, ya que algunos de los ejercicios están pensados para trabajarlos de forma individual. Se fomentará el uso de calculadoras y metros, pero no serán imprescindibles para la resolución de todos los problemas.

5.1 Saberes básicos y competencias

Los paseos matemáticos, además buscan desarrollar los saberes básicos y competencias clave establecidos en el currículo de la ESO. Al combinar la práctica de conceptos matemáticos con el desarrollo de competencias, los paseos matemáticos se convierten en una experiencia para aprender mientras observamos lo que vemos todos los días (Boladas y Domingo, 2017).

Los saberes básicos que se abordan a lo largo de estos paseos son:

B3 Sentido de la medida y de la estimación	Determinación de medidas con la elección de instrumentos adecuados, analizando la precisión y el error aproximado en cada situación.
	Cambio de herramientas, técnicas, estrategias o métodos relacionados con la medida y con la estimación de magnitudes.
	Perseverancia, iniciativa y flexibilidad en la resolución de situaciones problemáticas susceptibles de errores o de dificultades relacionados con la medida de magnitudes.

B4 Sentido espacial y geometría	Teorema de Pitágoras. Aplicaciones.
	Elementos notables del triángulo.
	Circunferencia, círculo, arcos y sectores circulares.
	Cálculo de superficies y volúmenes.
	Programas informáticos de geometría dinámica.
	Geometría en contexto real (arte, ciencia, ingeniería, vida diaria). Contribución de la humanidad al desarrollo de la geometría y a sus aplicaciones, incorporando la perspectiva de género.

B6 Incertidumbre y probabilidad	Espacio muestral en experimentos aleatorios simples: identificación y determinación.
	Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en situaciones de equiprobabilidad, en experimentos simples y compuestos.
	Estimación de la probabilidad de un suceso en situaciones que no permiten el uso de la regla de Laplace: experimentación y ley de los grandes números.
	Introducción a las técnicas de recuento: regla de la suma y del producto. Aplicación al cálculo de probabilidades.
	Uso del cálculo de probabilidades en contextos no lúdicos: estimación de riesgos y toma de decisiones.
	Contribución de la humanidad al desarrollo de la probabilidad y de sus aplicaciones, incorporando la perspectiva de género. Utilidad social y científica de la probabilidad.
	Perseverancia y flexibilidad en el cambio de estrategias, técnicas o métodos probabilísticos. Aceptación de los errores de interpretación.

En cuanto a las competencias clave que los estudiantes trabajarán para alcanzar el perfil de salida deseado, destacaremos:

- **Comunicación lingüística:** Al trabajar en equipos y comunicar sus razonamientos y soluciones, los estudiantes desarrollan habilidades de comunicación.
- **Competencia digital:** Al usar la aplicación MathCityMap para seguir rutas, obtener pistas y registrar respuestas, los alumnos desarrollan habilidades en el manejo de herramientas digitales.
- **Competencia STEM (matemáticas, ciencia, tecnología e ingeniería):** Resolver problemas prácticos y aplicar conceptos matemáticos en situaciones reales ayuda a mejorar la competencia matemática.
- **Competencia personal, social y de aprender a aprender:** Al seguir rutas y resolver problemas de manera independiente o en pequeños grupos, los estudiantes desarrollan la capacidad de gestionar su propio aprendizaje, buscando estrategias y soluciones de forma autónoma.
- **Competencia ciudadana:** Se promueve la participación activa en la sociedad, la comprensión de los derechos y deberes y el respeto por la diversidad.
- **Competencia emprendedora:** Se estimula la creatividad, la iniciativa y la capacidad para tomar decisiones en entornos inciertos.
- **Competencia en conciencia y expresión culturales:** Se fomenta la apreciación del patrimonio cultural y la expresión de la propia identidad cultural.

5.2 Paseo matemático propuesto

En esta sección se presentan los ejercicios que el alumnado deberá resolver a lo largo de la ruta matemática en la ciudad de Elche.

5.2.1 Tarea I: Centro de Congresos

La ruta inicia su etapa en el Centro de Congresos de la ciudad. En la plaza donde se ubica, encontraremos una serie de bancos característicos. Estos bancos no solo ofrecen un lugar para descansar, sino también una oportunidad para poner en práctica conocimientos de trigonometría y comprender mejor la pendiente de superficies inclinadas.

- Recursos necesarios: cinta métrica, calculadora, lápiz y papel.

Centro de congresos	
<p>Problema 1a. Observa la imagen del banco que se encuentra a continuación:</p> <p>El respaldo del banco apoya sobre una figura triangular.</p>	
<p>Tu tarea es calcular la pendiente del respaldo del banco utilizando trigonometría.</p>	

Este ejercicio contribuye a varias competencias clave. Principalmente, refuerza la competencia matemática y en ciencia y tecnología, ya que los estudiantes deben aplicar conceptos de trigonometría para resolver el problema, lo que fomenta habilidades de resolución de problemas y pensamiento crítico. Además, mejora la competencia en comunicación lingüística al requerir que los estudiantes comprendan el enunciado y expliquen sus soluciones, y la competencia digital, especialmente si se utilizan herramientas tecnológicas para los cálculos trigonométricos.

En cuanto al aprendizaje de saberes básicos, este ejercicio facilita la comprensión y aplicación de conceptos de trigonometría, como la pendiente de una línea, el uso de razones trigonométricas (seno, coseno y tangente) y la relación entre ángulos y lados en un triángulo. También refuerza habilidades aritméticas básicas al realizar cálculos necesarios para obtener la pendiente.

Entre los obstáculos que pueden surgir, se incluyen la dificultad para interpretar el problema y visualizar la figura triangular, errores en los cálculos trigonométricos y la comprensión de cómo aplicar las razones trigonométricas a un triángulo específico. Para superar estos desafíos, es útil proporcionar ejemplos resueltos que ilustren el proceso, usar herramientas digitales para reducir errores de cálculo, y ofrecer visualizaciones o diagramas que ayuden a los estudiantes a entender mejor la relación entre los ángulos y los lados del triángulo.

Si continuamos paseando por la plaza, nos encontraremos con unas escaleras. Para hacer esta área más accesible, se planea construir una rampa. A continuación, se presenta un ejercicio donde calcularás la longitud de la rampa necesaria para cumplir con esta tarea.

<p>Problema 1b. Construcción de una rampa:</p> <p>Mide la altura total de la escalera y la longitud horizontal que ocupa. Si queremos construir una rampa, ¿cuál es su longitud necesaria, en metros?</p>	
<p>Pista 1: Haz un dibujo de los escalones en alzado. ¿Qué figura forman?</p>	
<p>Pista 2: Utiliza el Teorema de Pitágoras para calcular la longitud de la rampa en cada uno de los tramos de la escalera.</p>	

Este ejercicio también refuerza la competencia matemática y en ciencia y tecnología, al aplicar el Teorema de Pitágoras para calcular la longitud de la rampa. Mejora la competencia en comunicación lingüística al requerir que los estudiantes comprendan el enunciado, hagan un dibujo para visualizar el problema y expliquen sus soluciones. Además, promueve la competencia digital si se utilizan herramientas tecnológicas para los cálculos.

El ejercicio facilita el aprendizaje de saberes básicos, como la aplicación del Teorema de Pitágoras y la geometría, al identificar la figura formada por los escalones (un triángulo rectángulo) y calcular la longitud de la rampa. También refuerza habilidades aritméticas básicas.

Entre los obstáculos que se pueden desarrollar están la dificultad para interpretar el problema y visualizar la figura, errores en los cálculos y la comprensión del Teorema de Pitágoras. Para superarlos, se puede usar herramientas digitales y ofrecer diagramas que clarifiquen la relación entre la altura, la longitud horizontal y la hipotenusa del triángulo.

5.2.2 Tarea 2: Casa Neoárabe

Continuando con el recorrido, encontramos un edificio del centro de la ciudad: la casa Neoárabe de la calle Almórida. Construida alrededor de 1910, posee rasgos neoárabes en su fachada, la cual está rematada con decoraciones del modernismo popular valenciano del momento.

Si nos fijamos en la planta superior, destaca entre otros, la cerámica de colores con motivos geométricos sita alrededor de los arcos de herradura.

Casa Neoárabe	
<p>Problema 2. Observa el mosaico de la fachada. Presta atención a la disposición de los pétalos y las flores y busca elementos repetitivos o relaciones geométricas entre ellas.</p>	
<p>¿Identificas algún patrón en la disposición de los pétalos o las flores del mosaico? Si es así, describe el patrón encontrado.</p>	
<p>¿Observas alguna simetría en el mosaico? ¿De qué tipo de simetría se trata? Dibújalo e indícalas.</p>	

El ejercicio de observar el mosaico de la fachada y buscar patrones y simetrías contribuye al desarrollo de competencias matemáticas. También mejora la comunicación lingüística al requerir la comprensión del enunciado y la explicación de los resultados, y puede promover la competencia digital si se utilizan herramientas tecnológicas. Facilita el aprendizaje de saberes básicos al aplicar conceptos geométricos y promueve el desarrollo de habilidades aritméticas básicas.

Los obstáculos pueden incluir la dificultad para interpretar el problema, visualizar patrones y simetrías, y cometer errores en la identificación de estos elementos.

5.2.3 Tarea 3: Plaça de Baix

La Plaça de Baix en Elche presenta un mural de 600.000 teselas aproximadamente, que imita el diseño de una ánfora íbera encontrada en La Alcudia. La pavimentación se ha realizado siguiendo el estilo de los pavimentos portugueses, utilizando dos tipos de mármol: Crema Marfil (8 cm x 8 cm x 6 cm) y Rojo Alicante (6 cm x 6 cm x 6 cm).

Plaça de Baix	
<p>Problema 3. Calcular la proporción de adoquines de mármol crema marfil y rojo Alicante utilizados en el mural.</p>	
<p>Tu tarea es calcular el área total del mural, suponiendo que la plaza tiene forma rectangular de 70x30 m.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Calcular el área de cada tipo de adoquín. - Determinar la cantidad total de adoquines. - Calcular la proporción de cada tipo de adoquín. 	

Este ejercicio contribuye a varias competencias clave, como la competencia matemática y en ciencia y tecnología, específicamente en la resolución de problemas, el razonamiento y el pensamiento crítico, así como en la medición y el cálculo. También mejora la competencia en comunicación lingüística, ya que los estudiantes deben comprender el enunciado y explicar sus soluciones, y fomenta la competencia digital al usar herramientas tecnológicas para cálculos.

Facilita el aprendizaje de saberes básicos como la geometría, al calcular áreas y proporciones, y la aritmética, al realizar operaciones básicas y manejar unidades de medida.

Entre los obstáculos que pueden surgir se encuentran la dificultad en la interpretación del problema, errores en cálculos y medidas, y la comprensión de las proporciones. Para superarlos, es útil desglosar el problema en pasos más pequeños, utilizar ejemplos guiados, permitir el uso de herramientas digitales, fomentar la revisión de cálculos, y usar visualizaciones para explicar proporciones.

5.2.4 Tarea 4: Fuentes de la Glorieta

Continuando nuestro viaje, la próxima parada nos lleva a una réplica de la icónica fuente de la Glorieta de Elche. Aunque la fuente original no pudo ser restaurada, esta réplica se encuentra en un lugar diferente, invitándonos a descubrir un nuevo rincón de la ciudad.

Fuente de la Glorieta	
<p>Problema 4. Calcular la probabilidad de seleccionar al azar una copa de la fuente de la Glorieta de Elche que pertenezca a un grupo específico (columnas de 4 copas, 3, 2 o 1).</p> <hr/> <p>Determinar el total de copas en la fuente. Calcular la probabilidad de seleccionar una copa de cada grupo e interpreta.</p>	

El ejercicio de calcular la probabilidad de seleccionar al azar una copa de la fuente de la Glorieta de Elche que pertenezca a un grupo específico (columnas de 4 copas, 3, 2 o 1) contribuye al desarrollo de competencias matemáticas. Al requerir el cálculo de la probabilidad, fomenta el desarrollo de habilidades aritméticas básicas y la comprensión de conceptos de probabilidad.

Los obstáculos que pueden surgir al abordar este ejercicio incluyen la dificultad para interpretar el problema y realizar los cálculos necesarios para determinar la probabilidad de selección. Para superar estos obstáculos, se pueden desglosar los pasos del problema, proporcionar ejemplos resueltos y utilizar herramientas digitales para facilitar los cálculos.

6. Discusión y conclusiones

En este trabajo, hemos explorado la aplicación de los paseos matemáticos como estrategia práctica docente para generar interés y motivación en los estudiantes. Los paseos se transforman en una herramienta flexible y de aprendizaje, donde el papel del docente es fundamental. Es quien diseña y planifica el paseo, seleccionando los puntos de interés matemático y los ejercicios o actividades que se realizarán. Además, adquiere un figura activa durante el paseo ya que va guiando a lo largo del recorrido, estimulando la curiosidad de los estudiantes, orientando su observación y reflexión, y generando discusión y debate acerca de los conceptos matemáticos encontrados.

Más allá de fórmulas y teoremas desvinculados aparentemente de la vida cotidiana. Los paseos acercan el mundo de las matemáticas a la realidad del día a día. Los estudiantes por medio de la experimentación y de un aprendizaje basado en proyectos, no solo aprenden a resolver problemas matemáticos, sino que también desarrollan habilidades de pensamiento crítico, análisis espacial, trabajo en equipo y comunicación.

La inclusión y la motivación son pilares fundamentales de este enfoque. Durante la planificación de los paseos, así como de los ejercicios o tareas que el docente propone, no sólo se ha de tener en cuenta el curso al que va destinado, sino también los diferentes ritmos de aprendizaje que tengamos en el aula. Esta adaptabilidad se convierte en la clave para crear un entorno inclusivo donde todos se sientan valorados, apoyados y capaces de alcanzar su máximo potencial.

Por otro lado, los paseos matemáticos también contribuyen a la valoración del patrimonio cultural y natural. Al explorar su ciudad a través de una mirada matemática, los estudiantes desarrollan una mayor sensibilidad por la historia, la arquitectura y el medio ambiente que los rodea.

Limitaciones

Si bien los paseos matemáticos se presentan como una propuesta educativa con un gran potencial para promover la inclusión en el aula, es importante reconocer que este proyecto aún se encuentra en fase de desarrollo y no ha sido posible realizar una puesta en práctica con estudiantes de secundaria.

Esta limitación, sin embargo, no resta valor al método planteado ya que en diversos estudios, como los mencionados a lo largo de este trabajo, han arrojado resultados positivos sobre el impacto de los paseos matemáticos en el aprendizaje, la motivación y la actitud de los estudiantes hacia las matemáticas.

Es importante destacar que la implementación de los paseos matemáticos inclusivos requiere de una inversión de tiempo y recursos considerable. La planificación cuidadosa del recorrido, la selección de actividades adecuadas, la preparación de materiales adaptados y la formación docente son aspectos fundamentales que demandan tiempo y dedicación.

La implementación de paseos matemáticos también implica una serie de desafíos logísticos y de recursos. La necesidad de contar con un entorno adecuado, seguro y accesible puede limitar la viabilidad de estos paseos en ciertos contextos escolares. Además, se requiere una coordinación efectiva con otros miembros del personal escolar y posiblemente con la comunidad local para garantizar la seguridad y el éxito de estas actividades al aire libre. La disponibilidad de recursos tecnológicos y materiales necesarios para enriquecer la experiencia también puede variar significativamente entre diferentes escuelas y distritos educativos.

A pesar de estas limitaciones, los paseos matemáticos se presentan como una metodología prometedora para la enseñanza de las matemáticas y la promoción de la inclusión en el aula. Se recomienda continuar investigando en esta línea, realizando estudios que evalúen su efectividad con estudiantes de secundaria.

Contribuciones

A pesar de las limitaciones mencionadas, la propuesta de los paseos matemáticos aporta varias contribuciones prácticas significativas al campo de la educación matemática. Estas contribuciones destacan la potencialidad de esta estrategia para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, fomentando una experiencia educativa más dinámica e interactiva.

Aunque aún no se ha podido realizarse una prueba práctica con estudiantes de secundaria, la ruta matemática diseñada está disponible en la plataforma MathCityMap. Esta aplicación permite a docentes y miembros de la comunidad educativa acceder libremente a la ruta, dándoles la oportunidad de probar y llevar a cabo este paseo por la ciudad de Elche.

Además, el intercambio de experiencias y resultados a través de la comunidad de MathCityMap puede fomentar un entorno de aprendizaje colaborativo y continuo, beneficiando tanto a estudiantes como a educadores. Esta retroalimentación es importante de cara a futuras investigaciones y abre nuevas vías para la mejora continua en la enseñanza de las matemáticas. Con el tiempo y su aplicación práctica, los paseos matemáticos tienen el potencial de transformar la forma en que los estudiantes aprenden y entienden las matemáticas, preparando mejor a los jóvenes para enfrentar los desafíos del mundo real.

7. Referencias

- Alsina, Á. (2012). Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 80, 7-24.
- Barbosa, A. & Vale, I. (2020). Math trails through digital technology: an experience with pre-service teachers. In M. Ludwig, et al. (Eds.). *Research on outdoor STEM Education in the digiTal Age. Proceedings of the ROSETA Online Conference in June 2020* (pp. 47-54)
- Blanco J.C., Lázaro C. & Recio T. (2019). El proyecto MoMaTrE: Paseos matemáticos con móvil por Europa. *Boletín informativo de la SMPC (Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria)*, nº 19.
- Blanco Nieto, L. J. y Blanco Otano, B. (2020). Mirar la ciudad con ojos matemáticos. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 87, 7-13.
- Cahyono, A. N. y Ludwig, M. (2019). Teaching and Learning Mathematics around the City Supported by the Use of Digital Technology. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Tech. Education*, 15(1), 1-8.
- Gurjanow, I., Oliveira, M., Zender, J., Santos, P. A., & Ludwig, M. (2019). Mathematics Trails: Shallow and Deep Gamification. *International Journal of Serious Games*, 6(3), 65-79. <https://doi.org/10.17083/ijsg.v6i3.306>
- Jablonski, S., Lázaro, C., Ludwig, M. y Muñiz, T. J. R. (2020). MathCityMap, paseos matemáticos a través de dispositivos móviles. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 87, 47-54.
- Ludwig, M. y Jablonski, S. (2019). Haciendo matemáticas al aire libre con MathCityMap. *Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (19JAEM)*, 3.
- Martínez Sevilla, A. (2017). Paseos matemáticos por Granada: Un estudio entre arte, ciencia e historia. Editorial Universidad de Granada.
- Melgar, M. F. y Donolo, D. S. (2011). Salir del aula... Aprender de otros contextos: Patrimonio natural, museos e Internet. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias* 8 (3), 323-333. <https://bit.ly/3fQadxc>
- Navas, J. (2019). Seminario federal: paseos matemáticos. *SUMA*, 90, 119-125.
- Queralt Llopis, T. (2020). Rutas y paseos matemáticos. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 87, 4-6.



Ruíz López, N. y Garrido Martos, R. (2020). Recorridos matemáticos por la ciudad. En Pastor Blázquez, M^a M. y Santisteban Cimarro, A. (Coords.) *Didácticas Específicas aplicadas a través del Patrimonio Local*. Madrid: Paraninfo Universidad. Colección Didáctica y Desarrollo. ISBN: 978-84-283-4397-8, pp. 461 - 480.

Wheeler, D. (1980). Humanización de la Educación Matemática. *Conceptos de Matemáticas*, 55, 7-14.

Wijers, M., Jonker, V., & Drijvers, P. (2010). MobileMath: Exploring mathematics outside the classroom. *ZDM Mathematics Education*, 42, 789–799.
<https://doi.org/10.1007/s11858-010-0276-3>