MASTERPROF UMH
UNIVERSITAS Miguel Hernández

MÁSTER UNIVERSITARIO EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO
ESO Y BACHILLERATO, FP Y ENSEÑANZAS DE IDIOMAS

UNIVERSIDAD MIGUEL HERNÁNDEZ DE ELCHE

RUTAS MATEMÁTICAS EN EL ENTORNO. UN ENFOQUE PRÁCTICO DE LAS MATEMÁTICAS

TRABAJO FIN DE MÁSTER EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO

Estudiante: Jaime de la Mota Sanchis
Especialidad: Matemáticas
Tutor: Rubén Caballero Toro
Curso académico: 2023-24

ELCHE, 29 DE MAYO DE 2024

Índice general

Resumen Español

Este trabajo propone una ruta matemática, un tipo de aprendizaje no formal que consiste en la realización de un recorrido a lo largo de varios lugares de interés cultural. A medida que son explorados, se plantean problemas matemáticos inspirados en las características, historia y contextos propios de cada localización.

Esta metodología acerca las matemáticas a la vida diaria del alumno, demostrando su componente practico y su utilidad, además de fomentar la transversalidad con otras secciones del currículum. Se espera que esta actividad estimule la curiosidad, pensamiento crítico y, al mismo tiempo la consciencia del alumno sobre la utilidad de la disciplina en el mundo real y cotidiano, con el consiguiente aumento del interés y la motivación del alumno.

La ruta matemática propuesta se lleva a cabo por el casco histórico de la ciudad de Alicante. Todos los lugares emblemáticos seleccionados son públicos y permiten la entrada de forma gratuita. Para cada una de estas localizaciones se proponen varios problemas matemáticos, que permiten a los alumnos ejercitar el pensamiento crítico.

Además, se plantean preguntas que requieren la colaboración entre grupos, por lo que también se desarrolla el trabajo en equipo. También, las cuestiones planteadas implican a otras materias, como la Historia, Geología o la Literatura. Como forma de educación no formal, la ruta matemática sugerida en este trabajo presenta un alto grado de flexibilidad, por lo que en caso de que cualquiera de los lugares sugeridos deje de estar abierto, existen muchos otros que pueden sustituirlo.

Palabras clave

Ruta Matemática, Educación No Formal, Transversalidad, Matemáticas, Interés cultural, Motivación estudiantil, Pensamiento crítico.

English Summary

This work studies a Mathematical Route, a type of informal learning that consists of a tour through various places of cultural interest. As these places are explored, mathematical problems inspired by the characteristics, history, and contexts of each location are posed.

This methodology brings mathematics closer to the daily life of the student, demonstrating its practical component and utility, as well as fostering interdisciplinarity with other sections of the curriculum. It is expected that this activity will stimulate curiosity, critical thinking, and the appreciation of mathematics in the real world, thereby increasing students' interest and motivation in mathematics.

The proposed mathematical route takes place through the historic center of the city of Alicante. All the selected emblematic places are public and allow free entry. For each of these

locations, one or more mathematical problems are proposed, allowing students to exercise critical thinking. Questions are also posed that require collaboration among groups of students, thereby developing teamwork as well.

The questions posed are interdisciplinary with other subjects, such as history, geology, or literature. As a form of informal education, the mathematical route suggested in this work presents a high degree of flexibility, so if any of the suggested places are no longer open to the public for any reason, many others can replace them.

Keywords

Mathematical Route, Non-Formal Education, Transversality, Mathematics, Cultural Interest, Student Motivation, Critical Thinking.

Introducción

La educación, según se define en Bekerman y Silberman Keller (2003); Kedrayate (2012), es un proceso fundamental del desarrollo humano que se ha dado desde la prehistoria , es decir, desde antes de que se desarrollasen las primeras instituciones educativas formales. Este tipo de educación permitió a las sociedades primitivas transmitir conocimientos, habilidades y valores culturales esenciales para la supervivencia y cohesión comunitaria.

Como se indica en Bekerman y Silberman Keller (2003); Kedrayate (2012), este tipo de educación, profundamente arraigado en las prácticas cotidianas y rituales comunitarios, se desarrolla a través de la observación, la imitación y la participación directa; en ella los miembros más experimentados de la comunidad actúan como educadores, guiando a las generaciones más jóvenes en el aprendizaje. Este enfoque holístico e integrado del aprendizaje asegura no solo la adquisición de habilidades prácticas sino también la preservación del conocimiento de la sociedad tribal.

En las sociedades modernas, Brennan (1997); La Belle (1981, 1982) indican que este tipo de educación, conocido como educación no formal, ha sido típicamente visto como una mera alternativa a la educación formal o curricular. De hecho, La Belle (2000); Malcolm et al. (2003) afirman que históricamente, la educación no formal se ha visto como un complemento de la educación formal o una alternativa a la misma para aquellas regiones en las cuales los gobiernos han sido incapaces de implantar sistemas de educación formales y se ha considerado el abandono de aquella como un signo de madurez social.

De manera paralela al aprendizaje no formal, Giroux y Penna (1979) indica que se ha desarrollado también el aprendizaje informal, el cual ocurre de manera espontánea y sin estructura predeterminada, a lo largo de la vida diaria. Es continuo y omnipresente y se realiza sin una intención específica de aprender por parte del alumno. Forma parte de actividades diarias, que incluyen al propio aprendizaje formal en forma de currículum oculto, el juego, las interacciones sociales o incluso el trabajo, ya que se trata de un aprendizaje que, como afirma Latchem (2014), se desarrolla a lo largo de toda la vida.

Latchem (2014) diferencia la educación formal de la no formal en diferentes aspectos:

- **Estructura:** La educación formal presenta una estructura bien definida y regulada por políticas educativas gubernamentales y se desarrolla en instituciones educativas, mientras que la no formal es más flexible en términos de estructura y organización, ya que no está regulada (pese a que en algunos países se están tomando medidas en este sentido, como indica Ivanova (2016) en el caso de la Federación Rusa).
- **Currículo:** La educación formal sigue un currículo estandarizado y predeterminado, con unos objetivos de aprendizaje que deben llevarse a cabo en un tiempo predefinido, mientras que la no formal no lo sigue, sino que intenta satisfacer las necesidades específicas del alumno.

- **Certificación:** La educación formal conduce a la obtención de títulos oficiales reconocidos, mientras que la no formal puede no conducir a esta.
- **Papel del docente:** En la educación formal, el docente es un profesional que dirige el proceso de enseñanza, mientras que en la no formal es meramente un facilitador del aprendizaje y puede no estar profesionalmente acreditado
- **Evaluación:** En la educación formal, esta se realiza mediante pruebas estandarizadas para medir el progreso y cumplimento de los objetivos del aprendizaje, mientras que en la educación no formal, la evaluación está menos estandarizada y suele centrarse en la autoevaluación y el *feedback* continuo.
- **Voluntariedad:** La educación formal es obligatoria hasta cierta edad, mientras que la educación no formal es voluntaria y se considera un aprendizaje posible durante toda la vida.

En consecuencia, es posible ver por qué ha sido frecuente considerar la educación no formal como inferior. La falta de rigor académico, de estructura, de titulación pueden hacer parecer menos deseable desde una perspectiva tradicional, particularmente en contextos donde el valor y el reconocimiento se miden en términos de títulos formales y logros académicos estandarizados. Además, como se indica en Kedrayate (2012); Latchem (2014), la variabilidad en la calidad del aprendizaje ofrecido puede llevar a dudas sobre su efectividad y relevancia para el desarrollo profesional.

Sin embargo, en las últimas décadas en las que el desarrollo de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TICs) ha producido una revolución tecnológica, en la cual, Debarliev et al. (2022); Romi y Schmida (2009) proponen que la que la educación no formal, debido a su flexibilidad, está mucho mejor adaptada para satisfacer las necesidades cambiantes de aprendizaje continuo y desarrollo de habilidades.

Debarliev et al. (2022); Romi y Schmida (2009) también consideran que su flexibilidad permite integrar velozmente nuevas herramientas y recursos digitales, ofreciendo accesos inmediatos a conocimientos actualizados y conectando a los aprendices con comunidades globales de práctica. Esto facilita el aprendizaje personalizado y auto dirigido, elementos cada vez más valorados tanto por individuos en búsqueda de desarrollo personal como por empleadores que buscan habilidades específicas y actualizadas. En este contexto, la educación no formal emerge no solo como complemento, sino a menudo como un componente esencial en los ecosistemas de aprendizaje de la sociedad del conocimiento .

Igual que en los albores de la humanidad este tipo de educación servía para fortalecer los lazos dentro de una tribu, Garrido (1992); Latchem (2014) indican que el acceso a las TICs permite que personas de todo el globo tengan acceso a los mismos recursos educativos no formales, lo cual ha permitido la relación y el contacto entre alumnos de diversas culturas, facilitando el desmantelamiento de barreras geográficas y socioeconómicas, permitiendo que individuos de diferentes partes del mundo compartan y colaboren en proyectos comunes, aprendan unos de otros y construyan soluciones a retos globales. La educación no formal, apalancada en las TICs, se convierte en un vehículo para la democratización del acceso a la educación .

Además de las ventajas ya mencionadas, existen otras desde un punto de vista psicológico. En la educación formal actual, una cantidad creciente de alumnos presenta problemas de tipo psicológico debido a elementos inherentes al sistema educativo, como pueden ser la presión, la competitividad o la rigidez estructural del sistema. La educación no formal, al ser más flexible y adaptativa ofrece un entorno de aprendizaje menos estresante y más acogedor. Esto permite que los alumnos, que aquí participan de manera voluntaria, pueden aprender a su propio ritmo y siguiendo su propia curiosidad e iniciativa, tal y como se describe en Ivanova (2016).

Ivanova (2016) también indica que la libertad y autonomía que se les otorga a los alumnos, no solo se refleja en la reducción de la ansiedad y del estrés, sino que también puede asociarse a un aumento de la autoestima y un fomento de la motivación intrínseca. Además, el hecho de permitir que los alumnos sean quienes decidan las áreas en las que van a expandir sus conocimientos, la educación no formal es capaz de aumentar la relevancia y la aplicabilidad del conocimiento obtenido, lo que hace a la experiencia de aprendizaje más significativa y enriquecedora .

Ivanova (2016) concluye que esta forma de educar más personalizada y centrada en el propio alumno apoya el desarrollo de un aprendizaje autónomo y de habilidades de gestión del tiempo, preparando al alumnado para convertirse en personas autónomas a lo largo de toda su vida. Por tanto, desde una perspectiva psicológica, la educación no formal contribuye de manera significativa al bienestar emocional de los alumnos, potenciando su desarrollo personal y profesional de manera integral y sostenida.

Dentro de las metodologías no formales se define la Ruta Matemática. Taranto et al. (2021) la define como una estrategia que busca enriquecer el aprendizaje de las matemáticas sacando a los estudiantes del aula en excursiones educativas, en las que estos son conducidos a varios lugares de interés, donde el propio entorno es empleado como recurso didáctico.

Taranto et al. (2021) propone que a medida que estos lugares son explorados, el profesor plantea problemas matemáticos inspirados en las características, historia y contextos específicos de cada localización. Es una metodología que acerca las matemáticas a la vida diaria del alumno, lo que muestra no solo su componente práctico y utilidad, sino que estimula la curiosidad, el pensamiento crítico y la apreciación de la importancia de las matemáticas en el mundo real por parte del alumno. Recientemente, los estudios publicados por Barlovits y Ludwig (2023); Wulandari et al. (2023) han estudiado el uso de aprendizaje móvil para mejorar la experiencia de los alumnos y fomentar su aprendizaje de manera autónoma .

Método

En este trabajo se propone una ruta matemática a lo largo de la ciudad de Alicante, localizada en la Comunidad Valenciana. Esta ruta matemática recorre algunos lugares emblemáticos y monumentos del casco histórico de la ciudad. A lo largo de esta, en cada lugar seleccionado se propondrán diversos problemas matemáticos que estimulen el pensamiento crítico y la autónomía del alumnado participante. Algunos de los ejercicios necesitarán la toma de datos o la medición de algunas magnitudes, mientras que otros podrán ser resueltos por los alumnos de manera individual una vez finalizada la actividad. El alumnado únicamente tendrá que llevar consigo bolígrafo, calculadora, papeles para realizar cálculos y anotaciones y un metro.

El curso para el que está pensada esta ruta matemática es el cuarto curso de la Educación Secundaria Obligatoria (E.S.O), ya que los problemas planteados durante la misma abarcan casi todos los sentidos del currículo, por lo que es conveniente que los alumnos hayan recibido ya formación en todos ellos, cosa que se consigue ofreciendo la ruta a aquellos alumnos que estén más cerca de completar su formación. En estos ejercicios se hará referencia a los siguientes bloques:

- Bloque 2. Operaciones y sus propiedades
    - Prioridad de las operaciones. Utilización de las propiedades de las operaciones.
    - Operaciones con números naturales, enteros, racionales y raíces.
    - Flexibilidad en el uso de estrategias, técnicas o métodos de resolución de situaciones problemáticas de tipo numérico.
- Bloque 3. Sentido de la medida y de la estimación
    - Estimación y análisis de medidas utilizando unidades convencionales.
    - Elección de unidad de medida y escala apropiada para describir magnitudes. Conversión entre unidades de medida.
    - Cambio de herramientas, técnicas, estrategias o métodos relacionados con la medida y con la estimación de magnitudes.
    - Perseverancia, iniciativa y flexibilidad en la resolución de situaciones problemáticas susceptibles de errores o de dificultades relacionados con la medida de magnitudes.
- Bloque 4. Sentido espacial y geometría
    - Proporcionalidad, semejanza. Teorema de Tales. Escalas.
    - Reconocimiento de sólidos: prismas rectos, pirámides, cilindros y conos. Cálculo de superficies y volúmenes.
    - Relaciones métricas en los triángulos y razones trigonométricas.

- Bloque 6. Incertidumbre y probabilidad
    - Espacio muestral en experimentos aleatorios simples: identificación y determinación.
    - Estimación de la probabilidad de un suceso en situaciones que no permiten el uso de la regla de Laplace: experimentación y ley de los grandes números.
    - Uso del cálculo de probabilidades en contextos no lúdicos: estimación de riesgos y toma de decisiones.
- Bloque 7. Análisis de datos y estadística
    - Concepto de variable estadística (cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua). Características y representación.
    - Diseño y fases de un estudio estadístico. Población, muestra y muestras representativas.
    - Perseverancia y flexibilidad en el cambio de estrategias, técnicas o métodos estadísticos.
    - Interpretación de datos y estudios estadísticos. Análisis y aceptación del error.

A lo largo de la ruta matemática se trabajarán las competencias clave Matemática y en ciencia, tecnología e ingeniería, ya que los ejercicios planteados requieren de esta para ser resueltos, Emprendedora, ya que los alumnos que participen en la ruta tendrán que tomar la iniciativa, decidir y justificar, En consiciencia y Expresión culturales, ya que aprenderán sobre la historia y cultura de Alicante y por último, Personal, social y de aprender a aprender, ya que los ejercicios requieren de la colaboración entre estudiantes. Además, estos tendrán que encontrar soluciones creativas a problemas abiertos.

Propuesta

En esta sección se plantean los ejercćios que el alumnado tendrá que resolver relacionados con cada una de las localizaciones emblemáticas que serán visitadas a lo largo de la ruta matemática.

Monumento a Canalejas

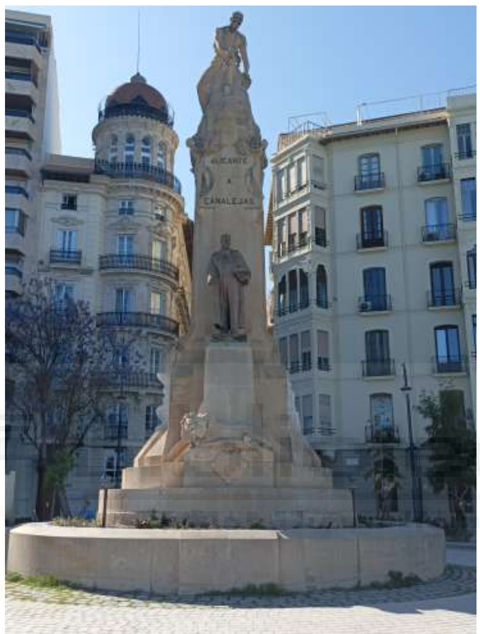

Figura 1: Monumento a Canalejas. Fotografía de Jaime de la Mota Sanchis, licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International. To view a copy of this license, visit https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/.

Este monumento está dedicado a un importante político (1854-1912) liberal, entre otros cargos, presidente del consejo de ministros entre 1910 y 1912 anño en el que sufrió un atentado anarquista en el que fue asesinado.

Por más que he buscado, no he conseguido encontrar datos de la altura del monumento, por lo que te va a tocar medirlo. Para ello, vamos a utilizar el método que Tales de Mileto usó hace milenios para medir la altura de la pirámide de Keops. Para conseguirlo, contesta a las siguientes preguntas.

1. Mide tu altura:
2. Mide la longitud de tu sombra:
3. Calcula el ángulo que forma tu altura y la longitud de tu sombra:

4. Indica el ángulo que forma el monumento con su sombra:
5. Indica la longitud de la sombra del monumento:
6. Calcula la altura del monumento
7. Da tu opinión sobre este ejercicio

Por lo que he leído en Internet, este monumento está hecho de bronce y su altura es de unos 3 metros. Me gusaría saber cuanto pesa, pero su forma es irregular y, además, no me he traído mi balanza, por lo que vamos a tener que suponer que es un rectángulo de altura 3 m y superfície 0,2m^2. Busca en internet la densidad del bronce y con esos datos, calcula el peso de la estatua. ¿Tiene sentido el resultado obtenido? Busca en internet información sobre otras estatuas de bronce y compara el resultado con el que hayas obtenido.

Repite el ejercicio anterior suponiendo que se trata de un cilindro de radio 0,2m^2.

Para finalizar, la estatua se encuentra situada sobre un pedestal de piedra que es un prisma rectangular con una base cuadrada. El lado de la base mide 2 metros y la altura del pedestal es de 3 metros. La densidad de la piedra utilizada es de 2,700 Kg/m^3. Calcula el peso del pedestal de piedra.

Mercado Central

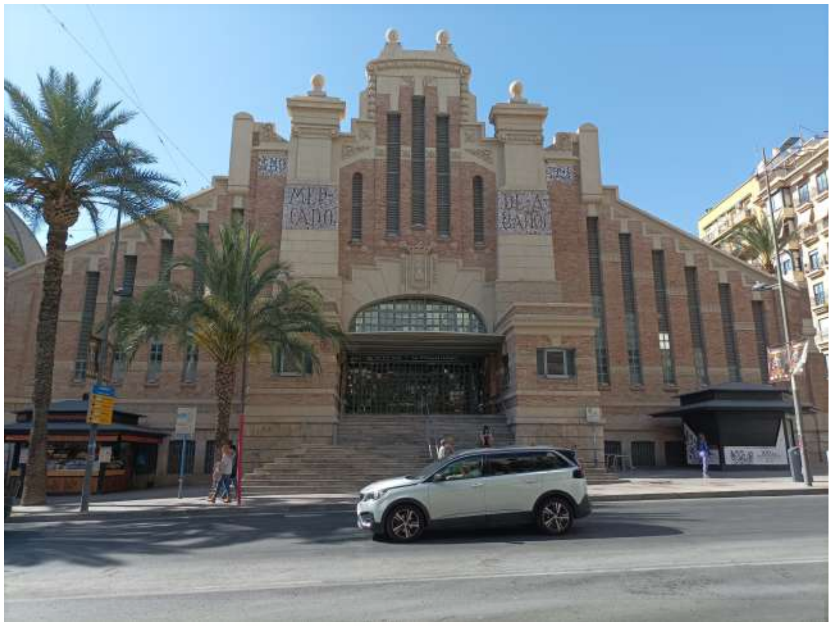

Figura 2: Mercado entral de Alicante. Fotografía de Jaime de la Mota Sanchis, licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International. To view a copy of this license, visit https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/.

Este gran mercado fue construído entre 1915 y 1922. Contiene 292 puestos y tiene una superfíce de 11.100 metros cuadrados repartidos a lo largo de dos plantas. Pese a que cada vez hay más personas que compran en supermercados, el mercado central aún tiene un papel importante en la compra de muchas personas.

Durante 5 minutos, cuenta cuántas personas han entrado en el mercado y rellena la siguiente tabla:

Cantidad de hombres	Cantidad de mujeres

1. Si Alicante tiene una población de 350.000 personas, utiliza el conteo como proporción de hombres y de mujeres en la ciudad. ¿Tiene sentido este resultado?
2. Supón que la persona promedio se gasta 100 euros en su compra y que todos los puestos reciben la misma cantidad de clientes. Si el mercado abre 8 horas al día, ¿cuánto dinero recibirá cada puesto? ¿crees que esto es mucho o poco dinero? ¿crees que el resultado sería el mismo si fuera sábado?

Organizaos en grupos y elegid un producto que os llame la atención. Entrad al mercado y mirad los precios de dicho producto en diferentes puestos.

1. Indicad el nombre del producto:

2. Calculad la media del precio de dicho producto:

3. Calculad la varianza del precio de dicho producto:

4. Calculad el rango intercuartílico si habéis conseguido encontrar el producto en suficientes puestos:

5. Razonad si existe alguna relación entre los precios más caros y la cantidad de clientes que hay en el puesto:

6. Razonad si existe una relación entre la posición de los puestos y su precio. Por ejemplo, que los más caros estén cerca entre sí unos de otros:

Plaza de Gabriel Miró

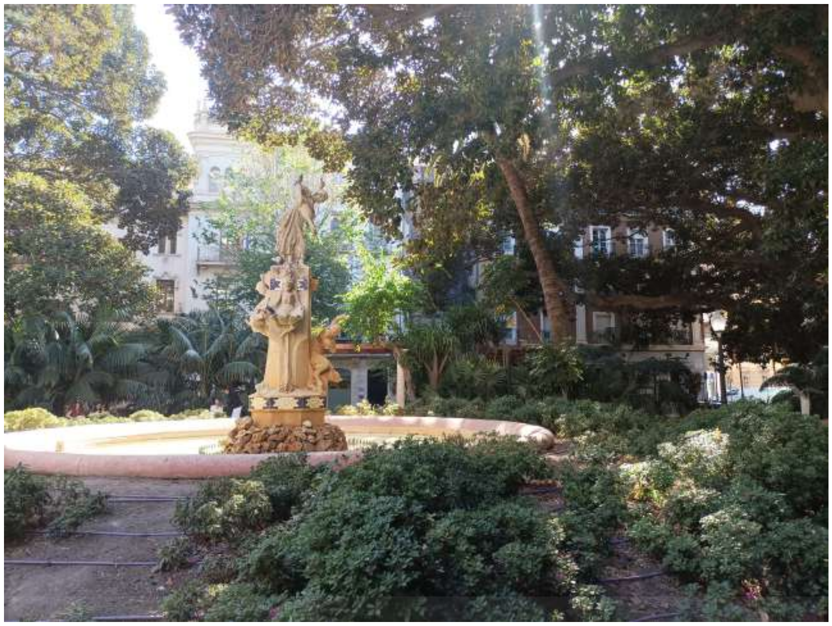

Figura 3: Plaza de Gabriel Miró. Fotografía de Jaime de la Mota Sanchis, licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International. To view a copy of this license, visit https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/.

Esta plaza contiene el Ficus más grande de España. Tiene una altura de 7 pisos, pero eso no nos dice mucho. Utilizando tu teléfono móvil, responde a las siguientes preguntas

1. ¿Cuáal es la altura de un piso?
2. Con el resultado del apartado anterior, estima la altura del árbol.
3. Sabiendo que un ficus macrophylia crece aproximadamente 30 centímetros al año, estima la edad del árbol.
4. Consulta la información del cartel de la plaza ¿has hecho una buena estimación? ¿Por qué crees que tu estimación no coincide con lo que pone en la placa?

Ahora supón que quieres calcular el área total de la plaza. Para ello, tienes acceso a un metro que, por desgracia, es demasiado corto para medir el lado de la plaza. Lo que sí puedes hacer es medir tu zapato e ir poniendo un pie delante del otro hasta recorrer cada uno de los lados de la plaza.

1. ¿Qué superfície has obtenido?
2. ¿Has considerado la plaza como cuadrada o rectangular?

3. Sobre un plano de la plaza de Gabriel Miró indica lo que podrías hacer para obtener una medida más precisa de la superfície de la plaza (pista: Hay que triangular).

4. Compara los resultados que has obtenido en el apartado 1 con los de tus compañeros. ¿Hay algún *outlier*?

Imagina ahora que en la plaza se van a instalar puestos para la celebración de un festival. Sabiendo que cada puesto necesita $20m^2$ para operar con comodidad, utiliza tus resultados del apartado anterior para indicar cuántos puestos se podrán instalar en la plaza (supón que los árboles no existen). Luego, utiliza las estimaciones de la superfície de la plaza calculadas por tus compañeros. Indica la media y la desviación estándar del número de puestos que se podrían instalar. Razona cuántos puestos dirías que realmente pueden ser acogidos por la plaza.

Concatedral de San Nicolás de Bari

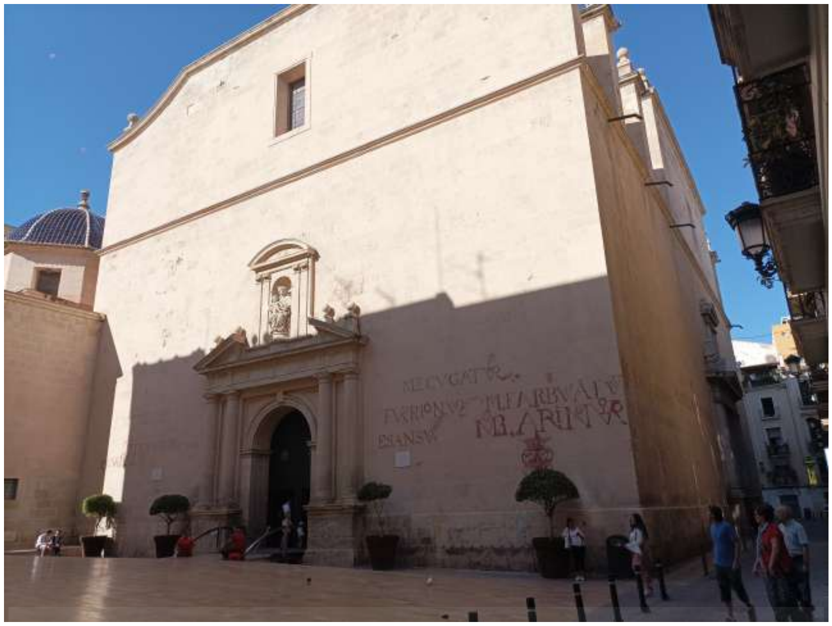

Figura 4: Concatedral de San Nicolás de Bari. Fotografía de Jaime de la Mota Sanchis, licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International. To view a copy of this license, visit https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/.

La Concatedral de San Nicolás de Bari es una de las dos sedes de la Diócesis de Orihuela-Alicante. La distancia en línea recta entre ambas ciudades es de 49,86 kilómetros, pero la distancia que se tiene que recorrer para llegar de una a otra es de 58,07 kilómetros.

Esta distancia puede parecer poca, pero las distancias hoy en día son mucho menos importantes que en la Edad Media, cuando no existían coches y los mensajeros solían ir a caballo.

1. Calcula el tiempo que se tardaría en ir de Orihuela a Alicante en coche si se asume una velocidad de 120 Km/h.

2. Calcula el tiempo que se tardaría en ir de Orihuela a Alicante a caballo si se asume una velocidad de 50 Km/h.

3. En la vida real, los caballos se cansan. Supón que un caballo puede ir a 20 Km/h si está cansado y a 50 si está fresco. Asume que un caballo puede ir a 50 Km/h durante 20 minutos antes de cansarse. ¿Cuánto tardaría entonces el jinete?

Supón que la planta de la concatedral tiene la forma de un rectángulo alargado. Si las dimensiones de la planta de la concatedral son 40 metros de largo y 20 metros de ancho:

1. Calcula el área y el perímetro de la planta de la concatedral

2. Suponiendo que la concatedral tiene una cúpula circular en el centro de su planta rectangular, si el radio de la cúpula es de 8 metros, calcula el área de la base de la cúpula. Calcula también el volumen que hay dentro de la cúpula.

3. Calcula el área de la planta de la concatedral que no está ocupada por la base de la cúpula

Imagina que la concatedral tiene una serie de vitrales rectangulares en las paredes de sus laterales largos. Suponiendo que hay 10 vitrales, cada uno con una forma rectangular y que todos tienen una altura de 3 metros y un áncho de 1,5 metros:

1. Calcula el área ocupada por los 10 vitrales

2. Si la altura de la pared de la concatedral es de 10 metros, calcula el área de las paredes de los laterales largos de la concatedral que no está cubierta por vitrales.

Teatro Principal

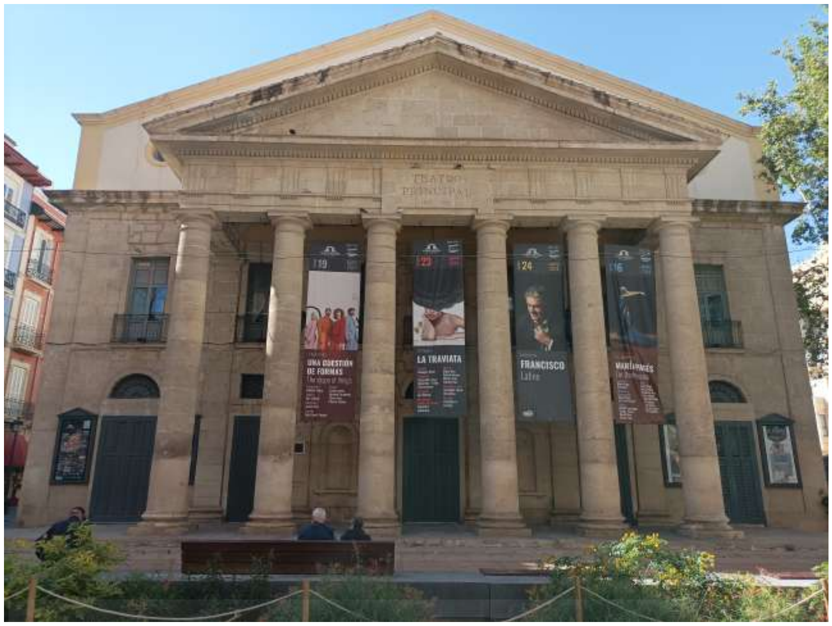

Figura 5: Teatro principal de Alicante. Fotografía de Jaime de la Mota Sanchis, licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International. To view a copy of this license, visit https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/.

Supongamos que Roberto quiere ir al teatro. A Roberto le encanta el teatro y no quiere perderse detalle, especialmente ahora, que se va a representar *El Rufián Dichoso*, de Miguel de Cervantes, por lo que quiere sentarse tan cerca del escenario como sea posible, pero le duele el cuello y no puede levantar mucho la cabeza. Esto significa que Roberto no puede levantar su cabeza más de 15^0. Si el escenario está a una altura de 2 metros, Roberto sentado mide 1.60 metros, la primera fila está a 2 metros del escenario y entre cada fila y la siguiente hay una distancia de 70 cm, calcula en qué fila tiene que sentarse Roberto para poder ver el pie del escenario sin tener que levantar su cabeza más de 15^0.

El teatro tiene 1072 asientos que se distribuyen de la siguiente manera: la platea tiene el 50 % de los asientos, el anfiteatro tiene el 30 % de los asientos, mientras que el resto de los asientos se encuentran en en paraíso. Sabiendo esto:

1. Calcula cuántos asientos hay en cada una de las tres zonas
2. ¿Tiene este resultado sentido?
3. ¿Y si te dijera que de las 1072 butacas, sólo 960 son útiles? Repite los dos apartados anteriores con este nuevo número.

4. Si se venden todas las entradas para una función y el precio de las entradas es de 50 euros para la platea, 35 euros para el anfiteatro y 20 euros para el paraíso, ¿cuánto dinero se recaudaría en total? Supón que el número de butacas es de 960.

5. Si para una función se venden el 80 % de las entradas de platea, el 70 % de las entradas de anfiteatro y el 60 % de las entradas de paraíso, ¿cuánto dinero se recaudaría?

Suponiendo que eres el dueño del teatro y que prevés que vas a llenar el teatro como mínimo hasta los niveles del apartado 5 del ejercicio anterior, calcula cuánto podrías pagarles a los actores para garantizar que la función no pierda dinero. Calcula también tu beneficio en caso de que el teatro se llenase del todo.

Calcula cuánto dinero recaudarías en promedio si la probabilidad de llenar el teatro fuese de un 40 % y la probabilidad de que se llegue a los niveles del apartado 5 del segundo ejercicio planteado sea del 60 %. Obtén también el valor de la desviación estándar.

Si fueses el director del teatro y pudieses elegir entre representar tres obras, una que venderá con una seguridad total el 75 % de las entradas; otra que tiene una probabilidad del 60 % de vender la mitad de las entradas y, una probabilidad del 40 % de vender el 90 % de las entradas y una tercera obra que tiene una probabilidad del 40 % de vender el 25 % de las entradas, un 30 % de vender el 50 % de las entradas y otro 30 % de vender todas las entradas. Indica qué función preferirías representar. Razona tu respuesta. Supón que las entradas de las tres zonas tienen la misma probabilidad de venderse.

Casa consistorial de Alicante

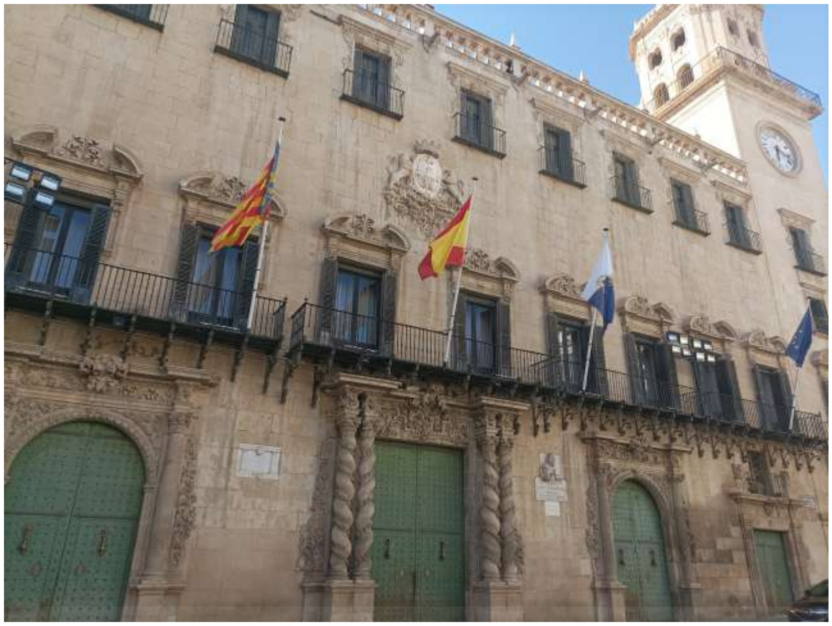

Figura 6: Casa consistorial de Alicante. Fotografía de Jaime de la Mota Sanchis, licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International. To view a copy of this license, visit https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/.

Desde 1979 ha habido 9 alcaldes en la ciudad de Alicante.

1. Investiga la cantidad de años que cada alcalde o alcaldesa ha estado en el poder y rellena la siguiente tabla

Alcalde/Alcaldesa	Año de inicio	Año de fin	Años en el Poder
José Lassaletta			
Ángel Luna			
Luis Díaz			
Sonia Castedo			
Andrés Llorens			
Miguel Valor			
Gabriel Echávarri			
Eva Montesinos			
Luis Barcala			

2. Calcula cuánto tiempo en promedio ha estado cada alcalde o alcaldesa en el poder

3. Calcula la desviación estándar del tiempo que ha estado cada alcalde o alcaldesa en el poder

4. Calcula cuál es la probabilidad de que seleccionando un año al azar entre 1979 y 2024 este año caiga en la alcaldía de cada una de estas 9 personas.

5. Selecciona números al azar y observa si la distribución de tu muestra se corresponde con lo que has calculado en el apartado anterior.

6. Indica cuántos años ha estado cada partido en el poder.

7. Utilizando un gráfico de barras, representa el porcentaje del tiempo en que cada una de estas personas ha sido alcalde o alcaldesa de Alicante. Haz lo mismo para los partidos políticos.

8. Obtén la mediana y la moda de los años en el poder. ¿Crees que has obtenido estos resultados por casualidad?

Si el edificio en el que se encuentra el ayuntamiento tiene una planta rectangular con una longitud de 50 metros y una anchura de 30 metros, sabiendo que el coste de una posible reforma es de 1200 euros por metro cuadrado, calcula el coste total de la reforma.

Basílica de Santa María

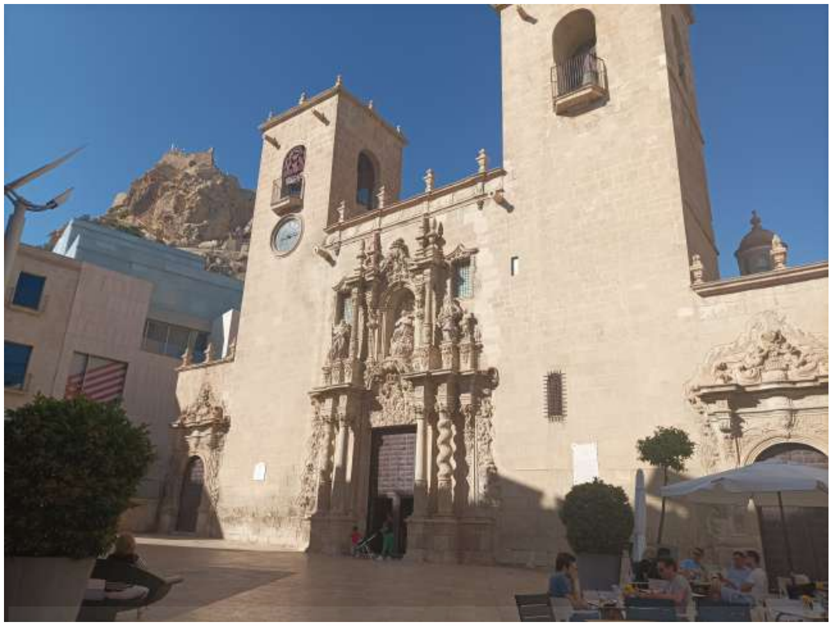

Figura 7: Basílica de Santa María. Fotografía de Jaime de la Mota Sanchis, licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International. To view a copy of this license, visit https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/.

La Basílica de Santa María es el templo más antiguo de la ciudad, construido en el siglo XIV sobre los restos de una antigua mezquita árabe tras la Reconquista. Su torre campanario fue añadida en el siglo XVIII.

Hoy en día, la basílica es un importante centro de la vida religiosa en Alicante, siendo escenario de numerosas celebraciones y procesiones a lo largo del año, especialmente durante la Semana Santa.

Responde a las siguientes preguntas sobre la basílica:

1. Mide la altura de uno de los bloques que componen la fachada de la catedral y con esto calcula la altura total de la catedral.

2. Compara la altura que has obtenido con la de tus compañeros y obtén la altura media.

3. Con esta altura media, dime cuánto tiempo tardaría en caer una bola de 5 Kg de peso y 50cm de radio ¿y si pesase 10 kg?

4. Si la velocidad del sonido es de 343 metros, calcula cuánto tardarías en escuchar el grito de alguien que está en la parte más alta de la basílica estando tú en la más baja.

5. Calcula la energía cinética y potencial que tendría la bola de 5 kg del apartado 3 justo antes de ser soltada y justo en el instante en el que vaya a tocar el suelo. Repite los cálculos para la bola de 10 kg.

6. Suponiendo que no hay resistencia del aire, calcula la velocidad con la que la bola de 5 kg impactaría contra el suelo si cae desde la parte más alta de la basílica. ¿Y la bola de 10 kg?

7. Si te encuentras a una distancia de 50 metros de la base de la basílica y miras hacia su punto más alto, ¿cuál es el ángulo de elevación? Usa la altura media obtenida en el segundo ejercicio.

8. Estima el volumen interior de la basílica asumiendo que tiene una forma aproximada de un prisma rectangular. Para esto, mide la longitud, anchura y altura promedio de la basílica. Utiliza la anchura calculada en el primer apartado para obtener la anchura de la basílica.

9. Si quieres hacer una maqueta a escala 1:100 de la basílica, ¿cuáles serían las dimensiones de la maqueta (altura, longitud, y anchura)? Ignora el tamaño de las torres.

10. Si una escalera interna tiene una altura total igual a la altura media obtenida en el ejercicio 2 y cada peldaño mide 0.2 metros de altura, calcula cuántos peldaños tiene la escalera.

11. Supón que una ventana de la basílica tiene un área de $1.5m^2$ y el viento sopla a una velocidad de 50 km/h. Utiliza la fórmula de presión dinámica

$$P = 0,5 \times \rho \times v^2$$

donde

$$\rho = 1,225kg/m^3$$

es la densidad del aire y v es la velocidad del viento en m/s, para calcular la fuerza que el viento ejerce sobre la ventana. Recuerda que la presión es igual a la fuerza dividida entre la superfície.

Conclusiones y trabajo futuro

Conclusiones

La implementación de la ruta matemática propuesta para la ciudad de Alicante tiene un profundo valor pedagógico por la asociación de las matemáticas con el entorno de la vida real y cotidiana de los estudiantes. Este trabajo muestra que las rutas matemáticas son importantes para que los alumnos comprendan la omnipresencia de las matemáticas y su aplicabilidad en diversos contextos, conectando conceptos abstractos con elementos arquitectónicos, históricos, naturales y emblemáticos de Alicante. Esta aproximación práctica no solo enriquece la comprensión de las matemáticas, sino que también promueve una mayor apreciación cultural y patrimonial por parte de los alumnos, ayudando también a desarrollar la transversalidad en esta asigantura.

Desde la perspectiva de la diversidad, Barlovits y Ludwig (2023) afirma que las rutas matemáticas son una herramienta inclusiva y altamente motivadora. Presentando problemas matemáticos en escenarios variados es posible captar el interés de estudiantes con distintos estilos de aprendizaje y habilidades. Wulandari et al. (2023) insiste en que para el alumnado con dificultades en el aula, la aplicación de las matemáticas a situaciones reales es particularmente reveladora, ofreciendo un acceso más claro y tangible a los conceptos matemáticos. Este enfoque es significativo para adaptar el aprendizaje a las necesidades individuales, creando un ambiente educativo que valore y fomente la diversidad.

Los ejercicios propuestos también promueven el trabajo colaborativo, incentivando la interacción, el diálogo y el soporte mutuo entre los estudiantes. Al abordar desafíos matemáticos en equipo, los alumnos desarrollan habilidades sociales y comunicativas valiosas, aprendiendo a construir estrategias conjuntas de solución y a compartir sus descubrimientos. Esta dinámica refuerza el aprendizaje de conceptos matemáticos a través de la enseñanza entre pares y demuestra el valor de la colaboración en el proceso educativo.

Además, el acercamiento a ejemplos cotidianos es una fuente de motivación para los estudiantes. Al ver las matemáticas aplicadas en contextos reales, desde la planificación urbana hasta elementos de su patrimonio cultural, el alumnado puede comprender la utilidad y la belleza de esta disciplina, pasando a verla como una herramienta esencial para interpretar y actuar sobre el mundo que lo rodea. Este descubrimiento transforma la percepción de las matemáticas: de ser una materia abstracta y desvinculada de la realidad, a una ciencia viva y emocionante, capaz de explicar fenómenos naturales y humanos.

En resumen, este trabajo de fin de máster pretende consolidar las rutas matemáticas como un enfoque innovador y efectivo en la enseñanza de las matemáticas. Integrando el aprendizaje en contextos significativos y reales, no solo se ha facilitado una mejor comprensión matemática y se ha fomentado el trabajo en equipo, sino que también se ha atendido a la diversidad de los estudiantes y se ha elevado su motivación. Este proyecto ha tratado de demostrar que las matemáticas, cuando se presentan a través de la exploración activa y la conexión con el entorno, se convierten en una aventura intelectual estimulante y profundamente relevante para los estudiantes.

También hay que considerar que, gracias a la universalidad de las matemáticas, es posible realizar una ruta matemática similar por cualquier otro grupo de lugares emblemáticos de la ciudad de Alicante. Esta metodología resulta muy resiliente. Puede ser adaptada a cualquier cambio, como por ejemplo, un cierre por obras; en cuyo caso, se seleccionará otra ubicación relevante y se plantearán problemas basados en esta nueva localización.

Finalmente, las rutas matemáticas pueden plantearse para cualquier otra localización mediante una simple adaptación de los ejercicios propuestos.

Trabajo futuro

Como trabajo futuro, un posible camino sería plantear una generalización de esta ruta matemática para que pueda ser llevada a cabo por centros de otros municipios de la provincia de Alicante, como Elche o Torrellano, sin importar su extensión o relevancia. Una vez se haya conseguido una cantidad de alumnos partícipes en estas rutas lo suficientemente elevada, sería posible realizar una evaluación comparativa entre los resultados obtenidos en las diferentes urbes para poder identificar los factores comunes a las rutas más exitosas, es decir, aquellas que consigan un mayor nivel de motivación entre el alumnado.

Alternativamente, se podría explorar la introducción de las TICs en la ruta matemática, tal y como se plantea en Barlovits y Ludwig (2023) y en Wulandari et al. (2023), de forma que sea posible plantear la ruta matemática como una experiencia inmersiva que potencie el aprendizaje transversal, del alumnado.

También, sería interesante estudiar la evolución académica del alumnado que participe en estas rutas matemáticas. Mediante el uso de contrastes de hipótesis es posible determinar si el rendimiento académico de los estudiantes ha mejorado tras recibir esta educación no formal.

Finalmente, resulta interesante consultar al alumnado qué localizaciones estaría dispuesto a visitar, pues hacer partícipe al alumnado en el diseño de la ruta aumentaría su interés, y por lo tanto, su motivación.

Licencia

Referencias

Barlovits, S. y Ludwig, M. (2023). Effective or not? the impact of mobile learning on students interest, self-efficacy, and performance in outdoor mathematics education. In *Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)*, number 3. Alfréd Rényi Institute of Mathematics; ERME.

Bekerman, Z. y Silberman Keller, D. (2003). Professing informal education. *Educational Research for Policy and Practice*, 2:237–256. DOI: 10.1023/B:ERPP.0000034518.97695.88.

Brennan, B. (1997). Reconceptualizing non-formal education. *International Journal of Lifelong Education*, 16(3):185–200. DOI: 10.1080/0260137970160303.

Debarliev, S., Janeska-Iliev, A., Stripeikis, O., y Zupan, B. (2022). What can education bring to entrepreneurship? formal versus non-formal education. *Journal of Small Business Management*, 60(1):219–252. DOI: 10.1080/00472778.2019.1700691.

Garrido, J. L. G. (1992). Open and non-formal education: new paths for education in a new europe. *comparative education*, 28(1):83–89. DOI: 10.1080/0305006920280109.

Giroux, H. A. y Penna, A. N. (1979). Social education in the classroom: The dynamics of the hidden curriculum. *Theory & Research in Social Education*, 7(1):21–42. DOI: 10.1080/00933104.1979.10506048.

Ivanova, I. (2016). Non-formal education: Investing in human capital. *Russian Education & Society*, 58(11):718–731. DOI: 10.1080/10609393.2017.1342195.

Kedrayate, A. (2012). Non-formal education: Is it relevant or obsolete? *International Journal of Business, Humanities and Technology*, 2(4):11–15. DOI: 10.30845/ijbht.

La Belle, T. J. (1981). An introduction to the nonformal education of children and youth. *Comparative Education Review*, 25(3):313–329. DOI: 10.1086/446234.

La Belle, T. J. (1982). Formal, nonformal and informal education: A holistic perspective on lifelong learning. *International review of education*, 28:159–175. DOI: 10.1007/BF00598444.

La Belle, T. J. (2000). The changing nature of non-formal education in latin america. *Comparative education*, 36(1):21–36. DOI: 10.1080/03050060027746.

Latchem, C. (2014). Informal learning and non-formal education for development. DOI: 10.56059/jl4d.v1i1.6.

Malcolm, J., Hodkinson, P., y Colley, H. (2003). The interrelationships between informal and formal learning. *Journal of workplace learning*, 15(7/8):313–318. DOI: 10.1108/13665620310504783.

Romi, S. y Schmida, M. (2009). Non-formal education: A major educational force in the postmodern era. *Cambridge Journal of Education*, 39(2):257–273. DOI: h10.1080/03057640902904472.

Taranto, E., Jablonski, S., Recio, T., Mercat, C., Cunha, E., Lázaro, C., Ludwig, M., y Mammana, M. F. (2021). Professional development in mathematics education-evaluation of a MOOC on outdoor mathematics. *Mathematics*, 9(22):2975. DOI: 10.3390/math9222975.

Wulandari, T. C., Raicucu, M. I. R., Abidin, Z., y Fajarianto, O. (2023). Math city map: Application of mathematics outdoor learning using mobile application. *JTP-Jurnal Teknologi Pendidikan*, 25(3):487–495. DOI: 10.21009/jtp.v25i3.40490.