



**MASTERPROF UMH**  
UNIVERSITAS *Miguel Hernández*

MÁSTER UNIVERSITARIO EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO  
ESO Y BACHILLERATO, FP Y ENSEÑANZAS DE IDIOMAS

TRABAJO FIN DE MÁSTER

# DESARROLLO DE MATERIAL DIDÁCTICO MEDIANTE IMPRESIÓN 3D PARA LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS

Estudiante: Guillermo Barber Núñez

Especialidad: Matemáticas

Tutor: Miguel Fabra Rodríguez

Curso académico: 2023-24

## ÍNDICE

|  |    |
|--|----|
| 1. RESUMEN Y PALABRAS CLAVE .....                      | 3  |
| 2. INTRODUCCIÓN .....                                  | 5  |
| 3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.....                         | 6  |
| 4. PROPUESTA .....                                     | 11 |
| 4.1. METODOLOGÍA .....                                 | 11 |
| 4.2. SITUACIÓN DE APRENDIZAJE.....                     | 13 |
| 4.3. MATERIAL DIDÁCTICO IMPRESO EN 3D PARA LA SA ..... | 16 |
| 5. CONCLUSIONES.....                                   | 31 |
| 6. REFERENCIAS.....                                    | 31 |
| 7. ANEXOS .....  | 34 |
| 7.1. FICHA SITUACIÓN DE APRENDIZAJE .....              | 34 |



## 1. RESUMEN Y PALABRAS CLAVE

### DESARROLLO DE MATERIAL DIDÁCTICO MEDIANTE IMPRESIÓN 3D PARA LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS

**Autor:** Guillermo Barber Núñez

**Tutor:** Miguel Fabra Rodríguez

#### Resumen:

**ANTECEDENTES:** La creación de material educativo tridimensional mediante tecnologías de impresión 3D, con el propósito de enriquecer la enseñanza, es un procedimiento cada vez más estudiado y con amplio potencial didáctico.

**OBJETIVOS:** El objetivo principal de este trabajo es diseñar y fabricar recursos tangibles que faciliten la comprensión de conceptos matemáticos abstractos, promoviendo la interactividad y el aprendizaje práctico en el aula.

**MÉTODO:** Para ello, se ha llevado a cabo un análisis que permita identificar con precisión los conceptos matemáticos que presentan dificultades significativas para los estudiantes en aquellos bloques que sean más susceptibles de entender mediante material tangible. Usando esa información como base, el siguiente paso ha consistido en el diseño y desarrollo de modelos tridimensionales educativos centrados en estos conceptos específicos, asegurando su relevancia y aplicabilidad en el contexto educativo mediante una situación de aprendizaje.

**RESULTADOS:** Se han explorado estrategias efectivas para la integración curricular de estos modelos tridimensionales, considerando la dinámica de la enseñanza y el tiempo de clase. Para implementar de manera específica el estudio realizado, se ha elegido centrar la situación de aprendizaje en el sentido geométrico para 2º de la ESO.

**DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES:** El uso de recursos didácticos tangibles es fundamental para mejorar el entendimiento de materias abstractas como las matemáticas. La impresión 3D es una tecnología que interesa a docentes y alumnos, creando un ambiente de motivación y aprendizaje en el aula. Además, su uso permite realizar trabajos multidisciplinares, así como el enfrentamiento a problemas reales del ámbito profesional.

**Palabras clave:** innovación, didáctica, recurso tangible, situación de aprendizaje, educación, TIC, impresión 3D, FDM.



## **DEVELOPMENT OF EDUCATIONAL MATERIAL USING 3D PRINTING FOR MATHEMATICS TEACHING**

**Author:** Guillermo Barber Núñez

**Tutor:** Miguel Fabra Rodríguez

### **Resume:**

**BACKGROUND:** The creation of three-dimensional educational material using 3D printing technologies, with the purpose of enriching teaching, is a procedure that is increasingly studied and has significant didactic potential.

**OBJECTIVES:** The main objective of this work is to design and manufacture tangible resources that facilitate the understanding of abstract mathematical concepts, promoting interactivity and practical learning in the classroom.

**METHOD:** For this purpose, an analysis has been carried out to precisely identify the mathematical concepts that present significant difficulties for students in the blocks that are most likely to be understood through tangible material. Using this information as a basis, the next step involved the design and development of three-dimensional educational models focused on these specific concepts, ensuring their relevance and applicability in the educational context through a learning situation.

**RESULTS:** Effective strategies for the curricular integration of these three-dimensional models have been explored, considering the dynamics of teaching and class time. To specifically implement the study conducted, it was decided to focus the learning situation on geometric sense for 2nd-year secondary education students.

**DISCUSSION AND CONCLUSIONS:** The use of tangible educational resources is fundamental for improving the understanding of abstract subjects such as mathematics. 3D printing is a technology that interests both teachers and students, creating an environment of motivation and learning in the classroom. Additionally, its use allows for multidisciplinary work and the tackling of real-world professional problems.

**Keywords:** innovation, didactics, tangible resource, learning situation, education, ICT, 3D printing, FDM.



## 2. INTRODUCCIÓN

La impresión 3D ha emergido como una tecnología revolucionaria en múltiples campos, incluyendo la educación. Este trabajo se enfoca específicamente en el desarrollo de material didáctico mediante impresión 3D para la enseñanza de las matemáticas. A lo largo de este trabajo, se explorará el potencial de esta tecnología para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos abstractos a través de la creación de modelos tangibles. Se discutirán las ventajas educativas y los desafíos asociados con esta tecnología, así como su aplicación práctica en el aula mediante el desarrollo de una situación de aprendizaje.

La capacidad de imprimir geometrías en tres dimensiones para transformar ideas abstractas en objetos físicos tangibles ofrece una oportunidad única para la enseñanza de las matemáticas. Los beneficios de utilizar esta tecnología en el aula incluyen la mejora del rendimiento en el aprendizaje matemático a través de la visualización tridimensional, la manipulación de objetos, y la personalización del proceso de enseñanza. Estos aspectos pueden facilitar una comprensión más profunda de conceptos geométricos o algebraicos, permitiendo a los estudiantes ver y manipular representaciones físicas de, por ejemplo, funciones matemáticas como derivadas e integrales.

La bibliografía estudiada muestra beneficios significativos como la mejora en la visualización de elementos matemáticos. Permite a los estudiantes visualizar y manipular formas geométricas en tres dimensiones, lo cual es crucial para entender estructuras complejas que son difíciles de representar en dos dimensiones (Yuyang, & Qingzhong, 2017). Así mismo, los modelos 3D son herramientas interactivas que incrementan el compromiso de los estudiantes con la materia, ayudando a entender mejor las propiedades geométricas y las relaciones espaciales. Al diseñar y crear modelos tangibles, los estudiantes participan activamente en su aprendizaje, lo que fomenta una retención más profunda de los conceptos estudiados (Beltrán, & Rodríguez, 2017).

La impresión 3D en educación matemática no solo enseña geometría, sino que también desarrolla habilidades en resolución de problemas, pensamiento crítico y uso de software de diseño asistido por ordenador, entre otras competencias (Tejera, Aguilar, & Lavicza, 2022). No obstante, la integración efectiva de la impresión 3D en el currículo matemático requiere una planificación cuidadosa y una formación adecuada para el profesorado. Los proyectos de impresión 3D deben complementar y reforzar los objetivos de aprendizaje existentes, permitiendo a los estudiantes explorar y entender conceptos geométricos y algebraicos a través de modelos tangibles (Blázquez, Orcos, Mainz, & Sáez (2018).

A pesar de sus numerosos beneficios, la implementación de la impresión 3D en la educación enfrenta varios desafíos, como las limitaciones de tiempo y recursos, la necesidad de formación específica para los docentes, y la integración efectiva de estas tecnologías en las prácticas pedagógicas



existentes. Además, es esencial considerar la accesibilidad de estas tecnologías para todas las instituciones educativas (Tejera, Aguilar, & Lavicza, 2022).

En la revisión bibliográfica se han visto varios ejemplos y estudios de caso que ilustran cómo diferentes educadores han implementado con éxito la impresión 3D en sus clases de matemáticas. Estos incluyen proyectos en los que los estudiantes diseñan y crean sus propios modelos, así como iniciativas que los utilizan para facilitar la comprensión a alumnos con diversidad funcional (Torrer, 2023).

La implementación de modelos tridimensionales en educación parece una de las tendencias a considerar por su relación con las nuevas tecnologías y métodos didácticos. Se está explorando cómo las futuras innovaciones pueden seguir mejorando y expandiendo el uso de la impresión 3D en el aula, haciendo los conceptos matemáticos aún más accesibles y estimulantes para los estudiantes de todas las edades. Esta introducción en los centros docentes sentará las bases para una aplicación práctica y teórica de la metodología descrita en la enseñanza de las matemáticas. Gracias a esta tecnología los estudiantes pueden desarrollar tanto la competencia clave matemática y en ciencia, tecnología e ingeniería, como la competencia clave digital contempladas en la LOMLOE.

### **3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA**

A fin de desarrollar una situación de aprendizaje que permita verificar la inclusión de material didáctico realizado mediante impresión 3D, en el currículo de matemáticas de 2º de la ESO, dentro del ámbito legal actual; se ha realizado, dentro de la revisión bibliográfica, la extracción de ideas clave concretas que puedan resultar de especial interés.

Como criterio de clasificación del contenido sintetizado expuesto en el siguiente análisis se han seguido 2 líneas de selección:

- Información general sobre aprendizaje de matemáticas mediante material tangible (en la mayoría de casos creado mediante impresión 3D).
- Información concreta que pueda ser aplicada directamente en una situación de aprendizaje de matemáticas para 2º de la ESO (ya que, como se indicó en la Tarea 2, uno de los objetivos de este trabajo consiste en la creación de una situación de aprendizaje mediante material tangible para la enseñanza de matemáticas en 2º de la ESO).



- **Segerman, Henry (2016). Visualizing Mathematics with 3D Printing.**

En el presente libro, Segerman propone el estudio de distintos elementos y conceptos geométricos a partir de la creación de modelos mediante impresión 3d. Para ello, realiza una clasificación en 7 bloques:

1. Simetría

En este bloque explica diferentes aspectos de la fotografía y su relación con la visualización de la geometría esférica. De esta manera, introduce el concepto de punto de vista para explicar de qué distintas maneras un objeto puede ser simétrico en una superficie esférica.

2. Poliedros

En este bloque hace un estudio sobre los poliedros regulares (número de lados, superficie de los lados, número de aristas, longitud de las aristas, etc.), así como el despiece impreso para poder construirlos y estudiarlos. A partir de estos conceptos introduce las 3 propiedades que deben tener los polígonos regulares.

3. Espacios de 4 dimensiones

En este bloque explica qué son los espacios en 4 dimensiones de manera breve y sencilla para, posteriormente, mostrar la forma de modelizarlos. Cabe destacar la dificultad histórica que han tenido las geometrías de 4 dimensiones para ser representadas (dado que vivimos en un mundo de 3 dimensiones).

Aunque este tema se pueda escapar las competencias matemáticas que debe aprender un estudiante de secundaria, es muy didáctico como, a través de la creación de elementos tangibles, se pueden observar y estudiar fenómenos matemáticos complejos.

Además, realiza una comparación entre la proyección de elementos tridimensionales en planos bidimensionales y la proyección de elementos de 4 dimensiones en las figuras tridimensionales impresas.

4. Mallados geométricos\* y curvatura

En este bloque explica los mallados geométricos y los elementos que presentan curvatura a partir de rectas (geometrías regladas) como los paraboloides hiperbólicos y los hiperboloides. Así mismo, aprovecha para explicar la curvatura Gaussiana y modelización.



Este bloque del libro, además de su relación con la geometría como sentido matemático, también tiene una amplia relación con el sentido del análisis. Pudiendo relacionar estos dos grandes bloques de las matemáticas mediante modelos tangibles y usándolos para comprobar áreas, volúmenes, aplicaciones prácticas, etc.

#### 5. Nudos

Este bloque del libro habla sobre los nudos y sus relaciones matemáticas. Lo estudia como elementos lineales y utiliza la impresión 3D para representar la versatilidad e infinita variedad de elementos geométricos alcanzables.

#### 6. Superficies

En este bloque desarrolla superficies complejas a partir del bloque anterior (nudos). A partir de trabajar los elementos lineales como superficiales se pueden obtener, por ejemplo, volúmenes de una sola cara. Con la ayuda de la impresión en 3D genera modelos capaces de representar ideas complejas como esta.

#### 7. Catálogo de diferentes conceptos geométricos\*\*

En este bloque, entre otras cosas muestra el desarrollo de fractales impresos en 3D, su relación con la naturaleza y sus aplicaciones en distintos ámbitos sociales, culturales y científicos.

Tras analizar este libro se puede extraer que los bloques 1 y 2, por su carácter más sencillo, exponen ideas claras aplicables a diferentes situaciones de aprendizaje en educación secundaria. Los bloques 3, 4, 5, 6 y 7, aunque con una complejidad que supera el currículo de matemáticas en educación secundaria, pueden servir de referencia para realizar actividades didácticas y situaciones de aprendizaje que sirvan de introducción a niveles más avanzados.

\* Se ha traducido “tiling” como “mallado geométrico”.

\*\* Se ha traducido “menagerie” como “catálogo de diferentes conceptos geométricos”.

- **Fischbein, Efraim (1987). Intuition in Science and Mathematics: An Educational Approach.**

Este libro propone una visión teórica integral del dominio de la intuición mediante la identificación y organización de hallazgos experimentales. Uno de los objetivos principales del libro es revelar las implicaciones educativas que hay detrás de las ideas, desarrolladas a través de la educación científica y las matemáticas. Debido a la extensión del libro y la variedad de temas tratados en él, se ha tomado como referencia para este trabajo únicamente el capítulo 2 (Intuición y razonamiento matemático).



En el texto Fischbein expresa de manera insistente sobre los beneficios de tener un modelo para visualizar y entender de manera intuitiva elementos abstractos como podrían ser las matemáticas.

- **Flores, Pablo. Lupiáñez, José Luis. Berenguer, Luis. Marín, Antonio. Molina, Marta. (2011). Materiales y recursos en el aula de matemáticas.**

Este libro presenta una serie de estrategias para realizar actividades didácticas en la asignatura de matemáticas. Aunque todo lo descrito en el libro es de interés para este trabajo, cabe destacar el apartado pedagógico y la descripción de pautas para el aprendizaje de matemáticas.

Esta identificación en las pautas del proceso de aprendizaje de las matemáticas puede ser utilizado como base para la creación de la situación de aprendizaje.

- **Candia García, Filiberto. García Sánchez, Rafael. Crispín Marciano, Daniela. Vivaldo de la Cruz, Israel (2022). Material didáctico impreso en 3D en la enseñanza tecnológica.**

Este artículo académico habla sobre la posible necesidad de creación de material didáctico tangible mediante impresión 3D por parte de los alumnos para el aprendizaje de asignaturas tecnológicas.

- **Yuyang, Sun. Qingzhong, Li (2017). The Application of 3D Printing in Mathematics Education.**

Este artículo académico presenta la estrecha relación que puede existir entre la enseñanza de matemáticas y la impresión 3D. Para ello propone un programa integral de educación matemática basada en la introducción a la fabricación de impresoras 3D, fórmulas matemáticas, modelos de impresión 3D y obtención de resultados a partir de las tareas realizadas.

- **Nolla, Álvaro. Benito, Angélica. Madonna, Carlo. Suk Park, Seong. Busatto, Marco (2021). Impresión 3D como un recurso para desarrollar el potencial matemático.**

Este artículo académico recoge las experiencias con el uso de la impresión 3D en un club matemático de Madrid que se llevaron a cabo entre los años 2017 y 2019. Tras el análisis de las producciones de los alumnos se distinguen cuatro tipos de proyectos que se pueden trabajar en el aula de matemáticas con el apoyo de la impresión 3D que, además, fomentaron el trabajo colaborativo.

- **Beltrán Pellicer, Pablo. Rodríguez Jaso, Carlos (2017). Modelado e impresión en 3D en la enseñanza de las matemáticas: un estudio exploratorio.**



En este artículo académico el objetivo es justificar la utilización de modelado e impresión 3D como recurso para la enseñanza de las matemáticas.

Para ello adopta una metodología de carácter descriptivo y exploratorio. Se realiza, en primer lugar, un breve análisis de la tecnología de impresión y de modelado de objetos en 3D. Posteriormente, a partir de una serie de experiencias de aula, se analizan algunas tareas que se pueden plantear para comprobar que se ponen en juego conocimientos matemáticos, aplicando la noción de configuración de objetos y significados matemáticos.

Las tareas planteadas son:

- Tarea 1: fórmula de Euler para el cubo
- Tarea 2: fórmula de Euler para el resto de sólidos platónicos
- Tarea 3: impresión de los vértices necesarios
- Tarea 4: Montaje de los poliedros

Como podemos ver en la figura 5 de este artículo no todos los elementos tangibles tienen por qué ser creados en impresora 3D. En este caso, crean los vértices para unir los palos y crear poliedros. Mostrando que el trabajo con impresión 3D tiene, además, la versatilidad como para trabajar con más materiales.

- **Torrer, Mariana (2023). Incorporar objetos creados con impresora 3D para actividades en aulas de matemática inclusiva.**

Este artículo académico realiza una propuesta didáctica en la que incorpora impresión 3D y analiza sus beneficios dentro del área de las matemáticas para estudiantes invidentes. Para ello realizan tareas semanales, donde se amplía la dificultad, que implican el uso de Tinkercad (software de modelado para impresión 3D). En dichas actividades tendrán que crear tarjetas con palabras en braille.

- **De la Cruz Campos, Juan Carlos. Campos Soto, María Natalia. Rodríguez Jiménez, Carmen. Navas Parejo, Magdalena (2022). Impresión 3D en educación. Perspectiva teórica y experiencias en el aula.**

Este artículo académico pretende dar a conocer el papel de la impresión 3D en la educación, sus características, ventajas y desventajas, así como ilustrar varias experiencias educativas en distintos niveles, proporcionando un marco de referencia que expone la situación actual en cuanto a su uso.

- **Blázquez-Tobías, P. J., Orcos-Palma, L., Mainz-Salvador, J. y Sáez-Benito, D. (2018). Propuesta metodológica para la mejora del aprendizaje de los alumnos a través de la utilización de las impresoras 3D como recurso educativo en el aprendizaje basado en proyectos.**

Este artículo académico parte de la premisa de que para que para que la metodología basada en proyectos logre conectar con los estudiantes y consiga mejorar su rendimiento académico y su nivel motivacional, debe ser interesante y atractiva. Por eso, los autores, plantean las impresoras 3D como un recurso didáctico que ofrece una gran variedad de oportunidades para trabajar con ella en el aula.

**Carbonell-Carrera, C., Saorín, J. L., Meier, C., Melián-Díaz, D. y De-la-Torre-Cantero, J. (2016). Tecnologías para la incorporación de objetos 3D en libros de papel y libros digitales.**

Este artículo describe las posibilidades de incluir modelos tridimensionales en libros en formato tradicional de papel, así como en libros en versión electrónica tanto para PC como para dispositivos móviles. Para este trabajo se han realizado varios prototipos de libros en varios formatos y se presentan instrucciones para que el lector pueda visualizar los objetos 3D incluidos en los mismos.

A partir de la idea de incluir materiales tangibles como una necesidad educativa, la impresión 3D parece uno de los pasos evolutivos lógicos de las herramientas didácticas.

#### **4. PROPUESTA**

##### **4.1. METODOLOGÍA**

La realización de este trabajo se ha dividido en diferentes bloques. Se puede clasificar, de manera simplificada, la metodología seguida en las tareas para la elaboración del TFM de la siguiente manera:

- Índice: ruta a seguir en la elaboración del trabajo (objetivos).
- Revisión bibliográfica: selección de los contenidos de la bibliografía relacionada que puedan resultar de utilidad para la elaboración y justificación del trabajo propuesto y análisis del mismo.
- Clasificación de medios disponibles.
- Elaboración de material propio que persiga los objetivos establecidos, siguiendo la hoja de ruta preparada y construido sobre el conocimiento obtenido en la revisión bibliográfica. Todo ello, con los medios de los que se dispone.
- Selección y organización del material propio creado con la estructura adecuada para la realización de una memoria.
- Sintetización de la información mediante la realización de un e-poster.

Esta metodología se resume de forma esquemática en la Figura 1.



Figura 1. Esquema metodología seguida.

### Recursos

Para la realización solvente de este trabajo se debe disponer de recursos propios básicos como ordenador, software de diseño y modelado tridimensional, acceso a artículos académicos, etc.

Para el uso de recursos avanzados, la universidad pondrá a disposición del alumno, mediante la supervisión del tutor, el acceso a impresoras 3D y la capacidad de creación de contenido didáctico tangible.

### Diseño de la situación de aprendizaje

Una vez se ha realizado el estudio bibliográfico, se han definido los recursos disponibles, la temporalización del trabajo y se han recabado los permisos necesarios, se procede a diseñar una situación de aprendizaje que contemple la inclusión de material tangible dentro del currículo de matemáticas del curso seleccionado. En este trabajo se ha realizado en el apartado de propuesta una SA para 2º de la ESO que desarrolle el sentido geométrico y las competencias clave matemática y en ciencia, tecnología e ingeniería y digital.

### Creación de los modelos virtuales

Para realizar material impreso en tres dimensiones, primero se deberá realizar los modelos de manera virtual en un software que permita la creación de modelados 3D. En este trabajo se ha usado Autocad 3D. Será necesario tener en cuenta los tamaños máximos de impresión, las unidades del modelo (mm), la realización de un archivo por cada modelo a imprimir, el formato del archivo (.stl) y la ausencia de elementos dentro del espacio que puedan dificultar la lectura por parte de la impresora 3D.

En este proceso, se realiza una simplificación geométrica de los elementos reales con el fin de mejorar la experiencia didáctica y facilitar la interoperabilidad ordenador-impresora.



## Impresión 3D

Los modelados realizados virtualmente procederán a ser fabricados en la impresora 3D. Para esta tarea se ha seleccionado el modelo BQ Witbox 2. Esta tiene un área de impresión de 297 x 210 x 200 mm (aspecto que se ha tenido en cuenta a la hora de seleccionar la escala de las piezas a imprimir). Para la creación de las piezas se hace uso de los archivos en formato .stl, formato habitual de intercambio de archivos en tres dimensiones.

Estos archivos serán utilizados para imprimir a través del software Cura (aplicación de código abierto con soporte para impresoras de varias marcas que permite ser configurada de forma manual para generar el código máquina de cualquier impresora de modelado por deposición fundida).

Cura trabaja cortando (slicing) el modelo STL de la pieza 3d en capas para después generar el G-code, o código máquina, específico para su impresión. Una vez que se tiene la pieza con el tamaño, orientación y posición deseados dentro de Cura, se procede a configurar los parámetros de impresión (altura de capa, grosor de la pared, grosor superior/inferior, densidad de relleno, generar soporte y tipo de adherencia).

Finalmente, se procede a su impresión. A partir de la ruta y objetivos base establecidos en las tareas previas, se realiza, a continuación, la propuesta didáctica que sirve de demostración práctica del cuerpo del trabajo.

### 4.2. SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Se propone la realización de una situación de aprendizaje para 2º de la ESO que comprenda los saberes básicos relacionados con el sentido geométrico. Dicha situación de aprendizaje tendrá como eje vertebrador el uso de material realizado con impresión 3D y trabajará los saberes básicos de la Tabla 1.

|                             |   |
|-----------------------------|---|
| <b>Teorema de Pitágoras</b> | Cálculo de un lado conociendo los otros dos |
|                             | Aplicaciones del teorema de Pitágoras       |
| <b>Semejanza</b>            | Figuras semejantes                          |
|                             | Planos, mapas y maquetas                    |
|                             | Cómo construir figuras semejantes           |
|                             | Teorema de Tales                            |
| <b>Cuerpos geométricos</b>  | Prismas                                     |
|                             | Pirámides                                   |
|                             | Troncos de pirámide                         |
|                             | Poliedros regulares                         |
|                             | Secciones planas de poliedros               |
|                             | Cilindros                                   |
|                             | Conos                                       |

|                           |   |
|---------------------------|---|
|                           | Troncos de cono                                 |
|                           | Esferas   |
| <b>Medida del volumen</b> | Unidades de volumen                             |
|                           | Principio de Cavalieri                          |
|                           | Volumen del prisma y del cilindro               |
|                           | Volumen de la pirámide y del tronco de pirámide |
|                           | Volumen del cono y del tronco de cono           |
|                           | Volumen de la esfera                            |

Tabla 1. Saberes básicos SA

La LOMLOE insta a que las situaciones de aprendizaje realizadas tengan un contexto personal, educativo, social y profesional. Por tanto, se ha elaborado una que busque, tanto el desarrollo de las competencias específicas como clave, dentro del entorno sociocultural de Elche.

*En la zona de Elche tenemos muchos edificios históricos que necesitan una intervención para su conservación. Por suerte, el ayuntamiento ha contado contigo para la realización del proyecto de rehabilitación de una ermita en la zona de la Marina de Elche. Se trata de la ermita de San Francisco de Asís. Para la propuesta de rehabilitación se necesitará obtener proporciones, escalas, áreas, volúmenes y, básicamente, todos los saberes básicos relacionados con: teorema de Pitágoras, semejanza, cuerpos geométricos y medida de volúmenes.*

*Por suerte, el ayuntamiento te ha proporcionado un modelo impreso en 3D a escala de la ermita y de las posibles soluciones de la cubierta. Tu trabajo consistirá en diseñar una cubierta con el modelo aportado y hallar los datos para la memoria técnica.*

*Sabemos, gracias a una foto que nos envió nuestro amigo Gauss, que la altura de la ermita es 4,5 veces su altura. Por tanto:*

1. Determinar la escala del modelo.

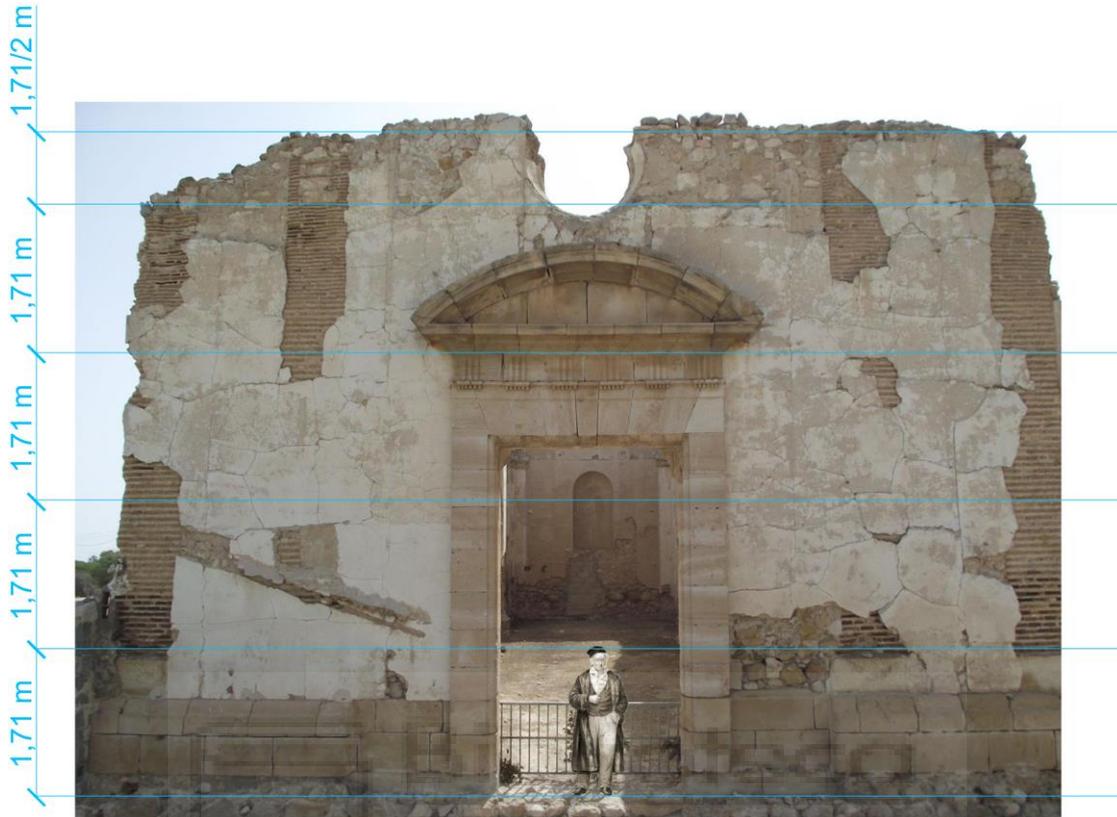


Figura 2. Fotografía ermita para obtención de escala

Una vez tenemos la escala del modelo impreso en 3D podemos, mediante una regla, determinar las medidas reales de la ermita.

2. Escribe en el plano adjunto las medidas de cada lado de la ermita en metros. Ten en cuenta que tu regla está en centímetros.

El ayuntamiento, además, nos pide saber cuál es el área que ocupa la ermita en la parcela, por lo que tendremos que determinar cuál es la superficie construida.

3. Halla la superficie construida de la ermita.

Para rehabilitar la ermita, tendremos que colocar pavimento en su interior. Determina la superficie interior del suelo de la ermita.

4. Halla la superficie útil.

Como la ermita carece de cubierta, te han encargado que diseñes una.

5. Diseña una nueva cubierta para la ermita usando las piezas impresas en 3D que te ha proporcionado el ayuntamiento.

Para determinar el peso de nuestra nueva cubierta vamos a necesitar el volumen total de esta.

6. Halla el volumen de la pieza A
7. Halla el volumen de la pieza B
8. Halla el volumen de la pieza C
9. Halla el volumen de la pieza D

Finalmente, se ha decidido colocar teja en la pieza D. Sabemos que la teja solo se coloca en las dos caras superiores. Para saber cuánta teja tenemos que comprar, debemos determinar la superficie de las dos caras superiores.

10. Halla el área de las dos caras superiores de la pieza D.

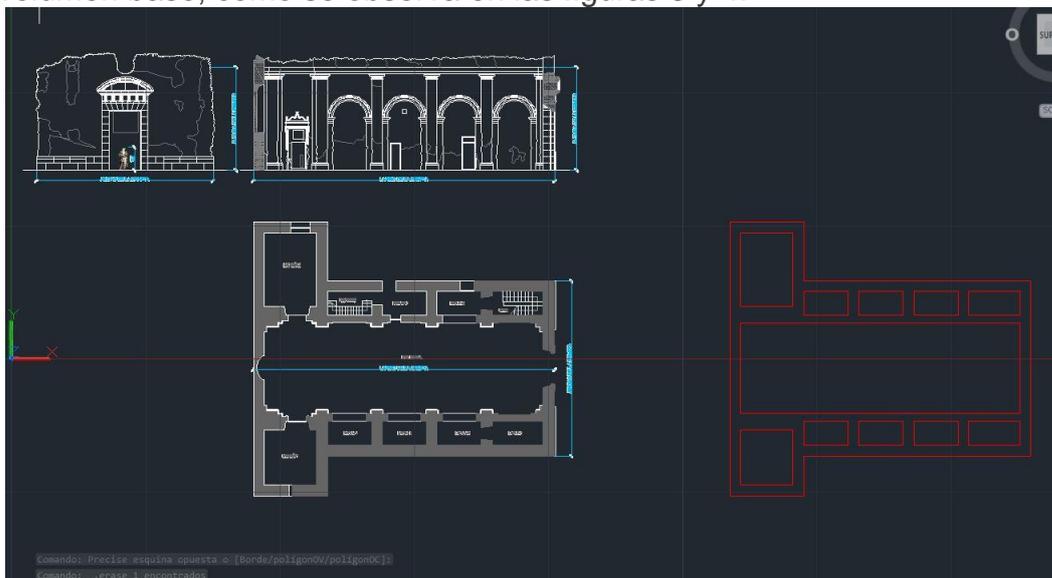
Con este ejercicio, además de obtener los saberes básicos ya mencionados, también aprenderán a valorar las matemáticas como herramienta social, cultural y de iniciación al ámbito profesional.



### 4.3. MATERIAL DIDÁCTICO IMPRESO EN 3D PARA LA SA

#### Modelos virtuales

Para realizar los modelos virtuales se parte de los planos del estado actual de la ermita y se procede a hacer una interpretación simplificada para elaborar el volumen base, como se observa en las figuras 3 y 4.





A continuación, se modelan las piezas de las distintas opciones de cubierta con algunas de sus combinaciones, como en la Figura 6.

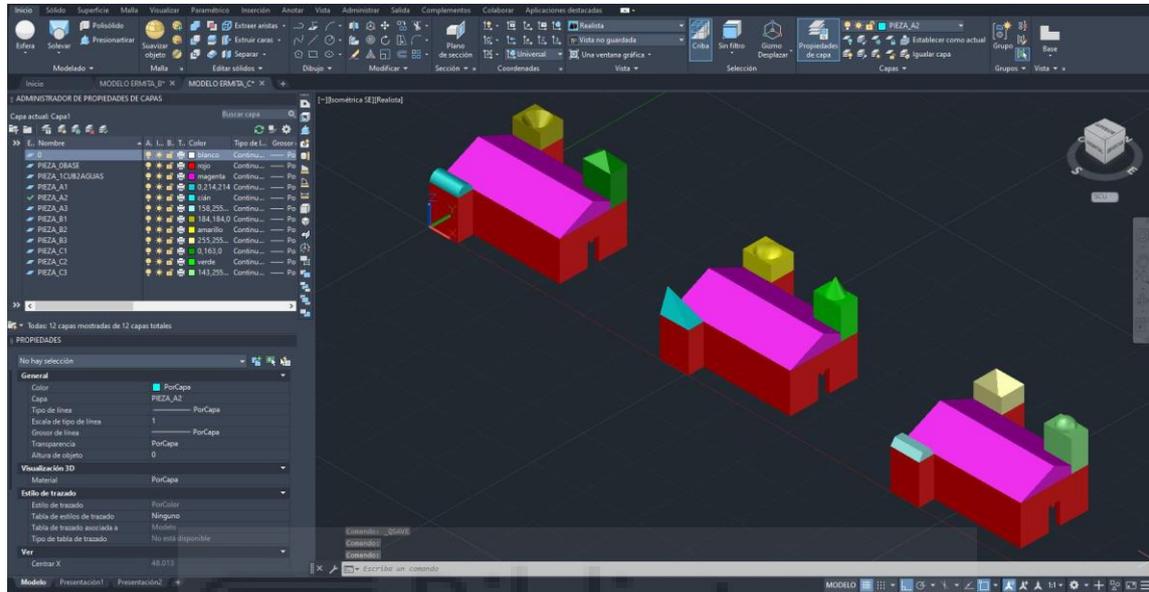


Figura 6. Modelo de todas las piezas en AutoCAD

Posteriormente se aísla cada pieza en un único archivo. Es importante colocarla en el centro del espacio de diseño (punto 0,0,0) para evitar problemas de lectura. Quedando, como en la Figura 7.

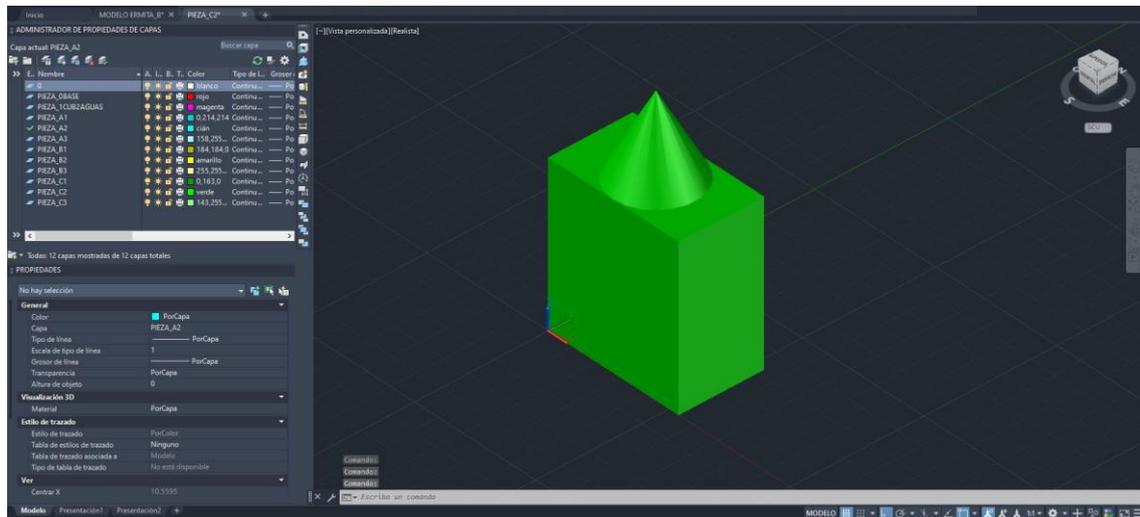


Figura 7. Archivo con una única pieza en AutoCAD

De esta manera, se obtienen 11 archivos para imprimir (uno por cada pieza), mostrados en la Figura 8.

| Nombre           | Fecha de modificación | Tipo      | Tamaño |
|------------------|-----------------------|-----------|--------|
| PIEZA_0BASE      | 06/05/2024 13:30      | Objeto 3D | 38 KB  |
| PIEZA_1CUB2AGUAS | 06/05/2024 13:31      | Objeto 3D | 1 KB   |
| PIEZA_A1         | 06/05/2024 13:32      | Objeto 3D | 4 KB   |
| PIEZA_A2         | 06/05/2024 13:32      | Objeto 3D | 1 KB   |
| PIEZA_A3         | 06/05/2024 13:32      | Objeto 3D | 1 KB   |
| PIEZA_B1         | 06/05/2024 13:32      | Objeto 3D | 5 KB   |
| PIEZA_B2         | 06/05/2024 13:32      | Objeto 3D | 38 KB  |
| PIEZA_B3         | 06/05/2024 13:33      | Objeto 3D | 1 KB   |
| PIEZA_C1         | 06/05/2024 13:33      | Objeto 3D | 1 KB   |
| PIEZA_C2         | 06/05/2024 13:33      | Objeto 3D | 4 KB   |
| PIEZA_C3         | 06/05/2024 13:33      | Objeto 3D | 24 KB  |

Figura 8. Archivos en formato .stl de las piezas

Se puede observar que se han omitido detalles como cornisas u ornamentos que, aunque presentan un valor arquitectónico a escala 1:1, no serían especialmente apreciables a la escala del modelo impreso. Esto se ha hecho, además, para reducir el peso del archivo. Es decir, se mantienen aquellas características que hagan que el alumno sea capaz de identificar el edificio en el modelo (volumetría, arcos y huecos) pero, al mismo tiempo, favorezcan la fabricación y el proceso de aprendizaje. Por tanto, el modelo final sería el observable en la Figura 9.

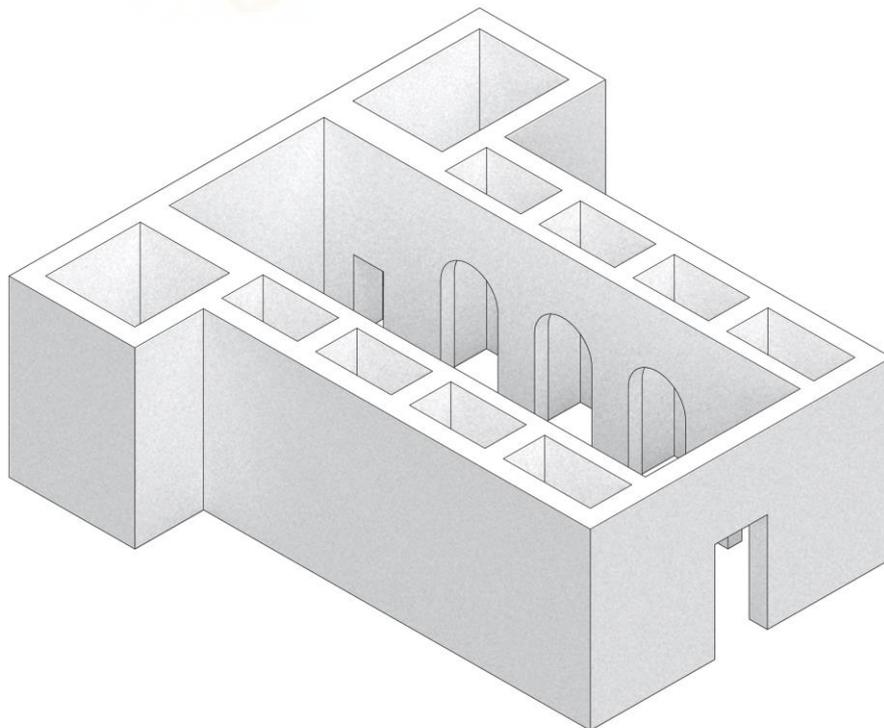


Figura 9. Modelo Ermita Base

La situación de aprendizaje contempla el diseño, por parte del alumno, de la cubierta de la ermita. Por tanto, se proponen diversos volúmenes que favorezcan distintas operaciones matemáticas. En este caso, se han clasificado por zona: A, B, C y D. La pieza D será común en todas las opciones de diseño y tiene como objetivo trabajar el “Teorema de Pitágoras”. Así mismo, las piezas A, B y C tendrán 3 variantes cada una y están pensadas para trabajar el bloque de “Cuerpos Geométricos”. Todas ellas, a su vez, trabajan los bloques de “Semejanza” y “Medida de Volumen”. La localización y clasificación de las piezas quedaría como se muestra en las Figuras 10 y 11.

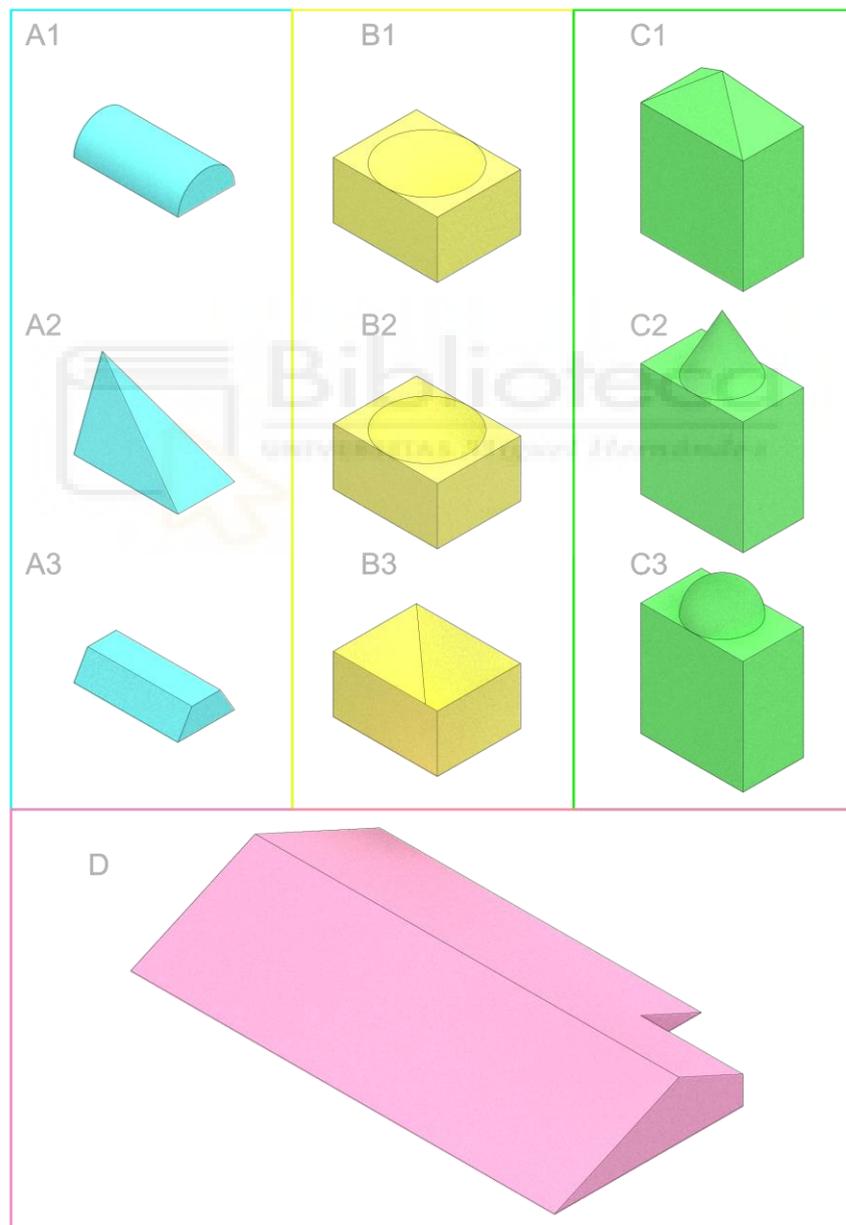


Figura 10. Piezas cubierta

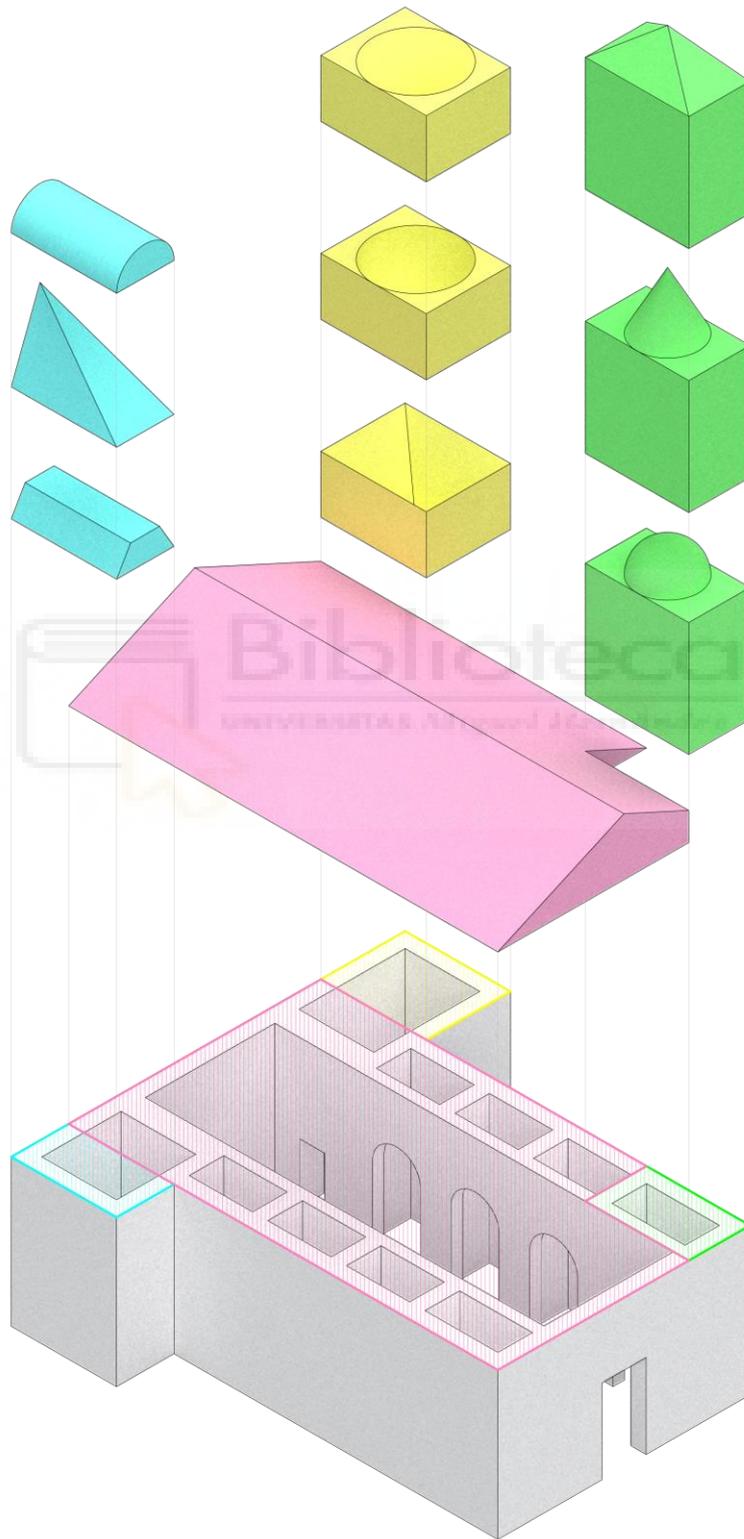


Figura 11. Axonometría modelo para imprimir en 3D

En la figura 12, se pueden observar las 27 posibilidades de diseño. En caso de querer más variantes sería tan sencillo como incluir un diseño de pieza más e imprimirlo.



Figura 12. Posibles combinaciones de piezas  
Para poder tener las 27 opciones se necesitarán:

- 27 Piezas tipo ERMITA BASE
- 27 Piezas tipo D
- 9 Piezas tipo A1
- 9 Piezas tipo A2
- 9 Piezas tipo A3
- 9 Piezas tipo B1
- 9 Piezas tipo B2
- 9 Piezas tipo B3
- 9 Piezas tipo C1
- 9 Piezas tipo C2
- 9 Piezas tipo C3

### Modelos tangibles mediante impresión 3D

Para la impresión del modelo se introducen los archivos en formato .stl. al programa UltiMaker Cura 5.7.1. Desde este programa, se selecciona la impresora y se configuran los parámetros de impresión. Así mismo, se dispone la pieza de la manera más óptima para ser impresa. Se puede observar la disposición de las piezas en Cura en las Figuras 13, 14, 15, 16 y 17.

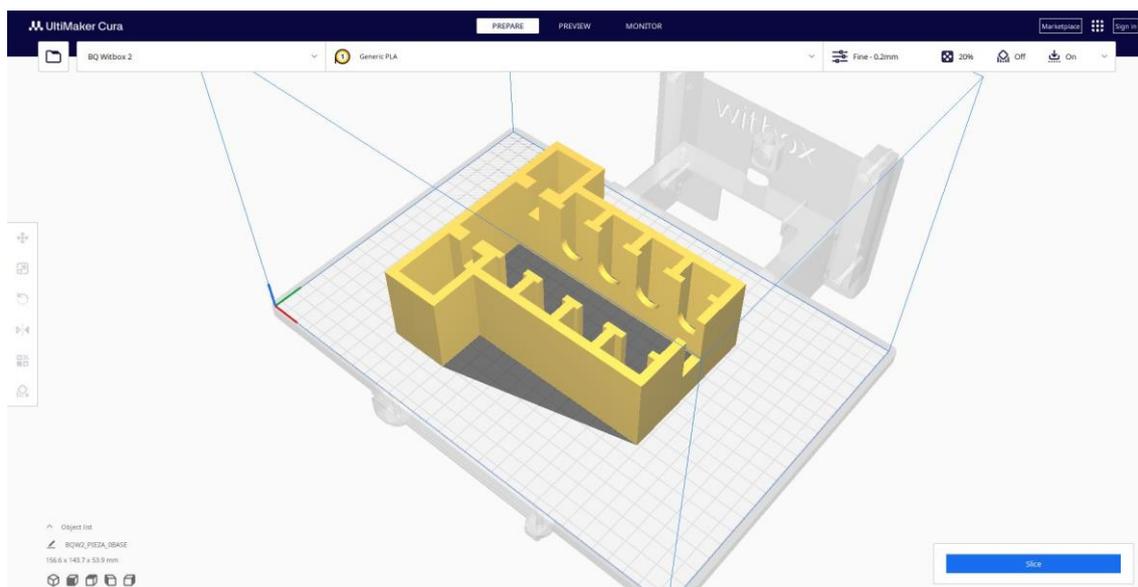


Figura 13. Pieza ERMITA BASE en UltiMaker Cura

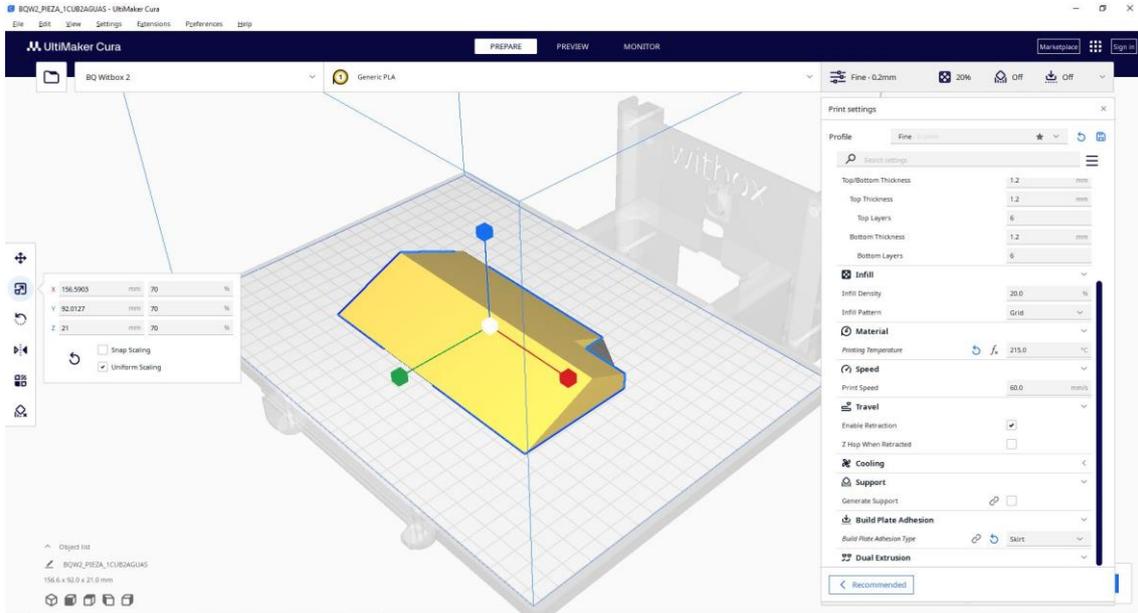


Figura 14. Pieza D en UltiMaker Cura

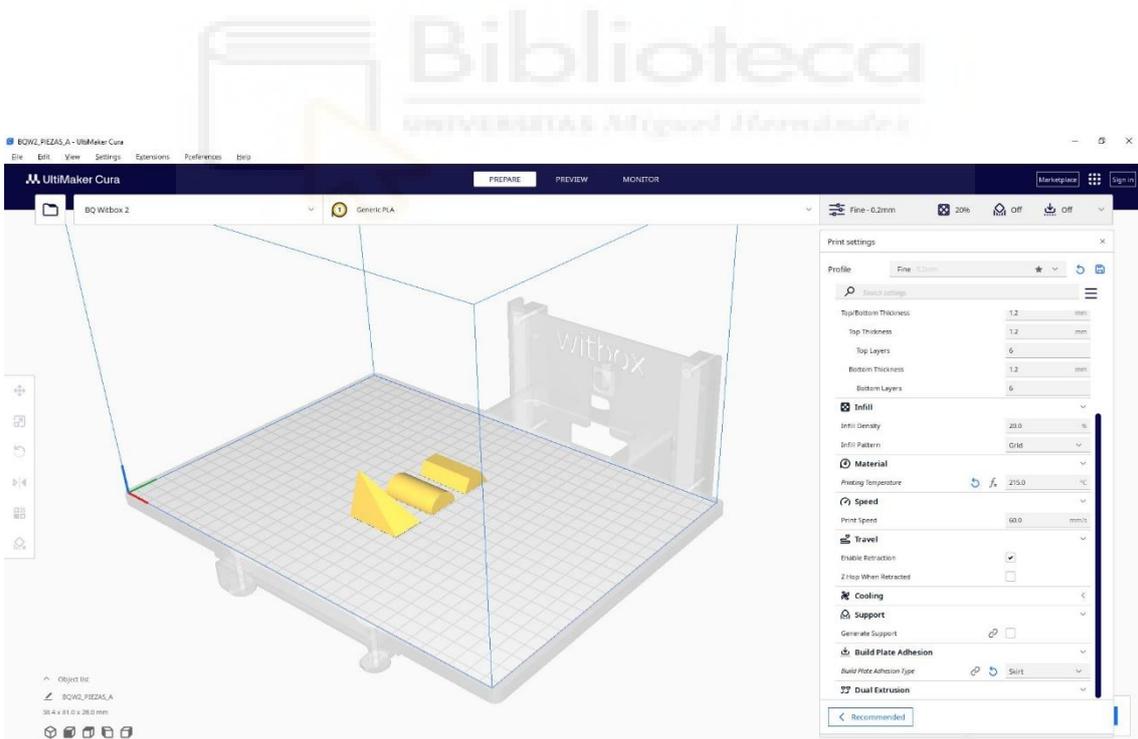


Figura 15. Piezas A en UltiMaker Cura

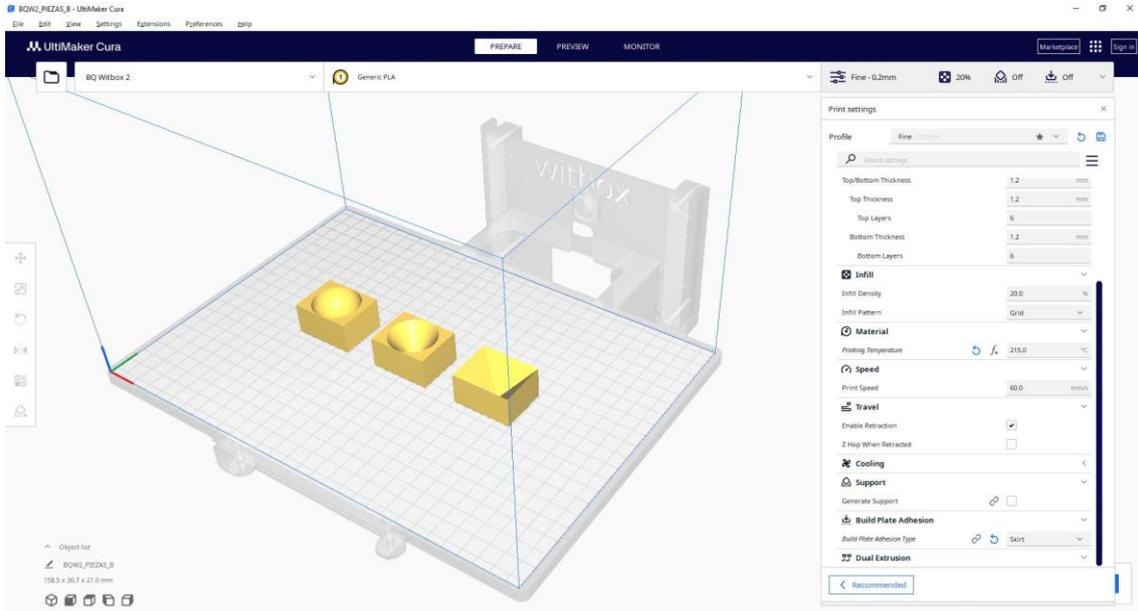


Figura 16. Piezas B en UtiMaker Cura

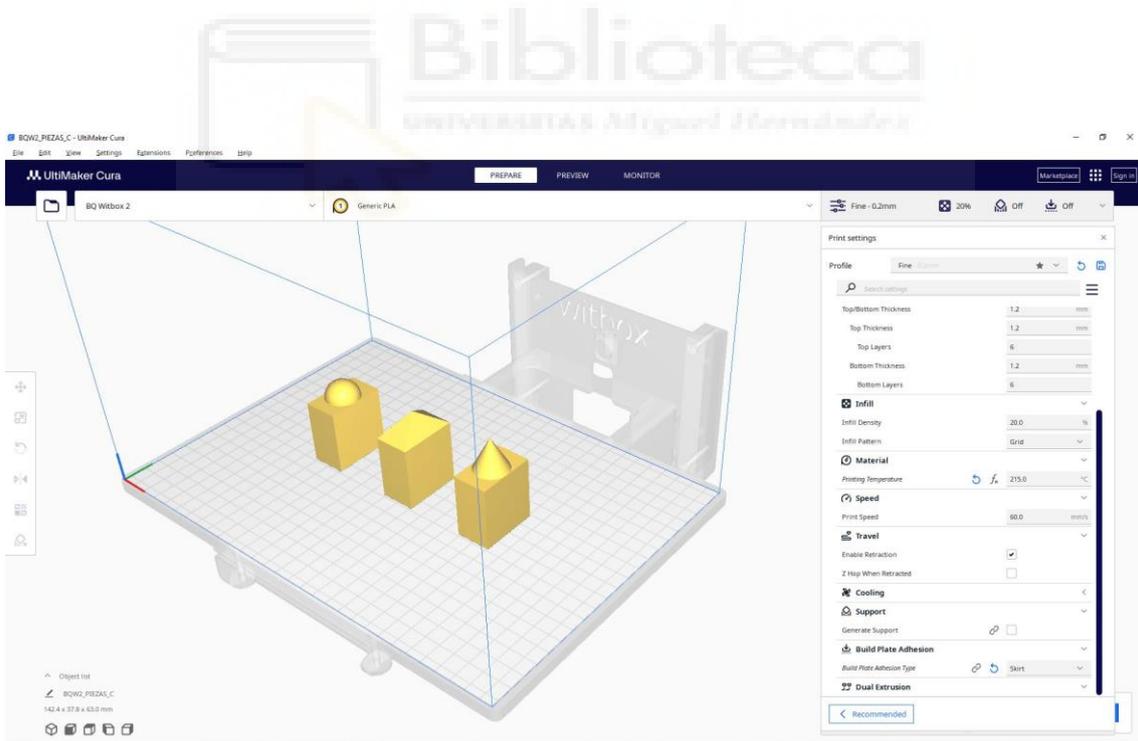


Figura 17. Piezas C en UtiMaker Cura

Al finalizar la configuración en Cura se genera un archivo en formato .gcode y, mediante una tarjeta sd, se introduce en la impresora 3D. En este trabajo se ha usado la impresora Witbox 2 que podemos observar en la figura 18.

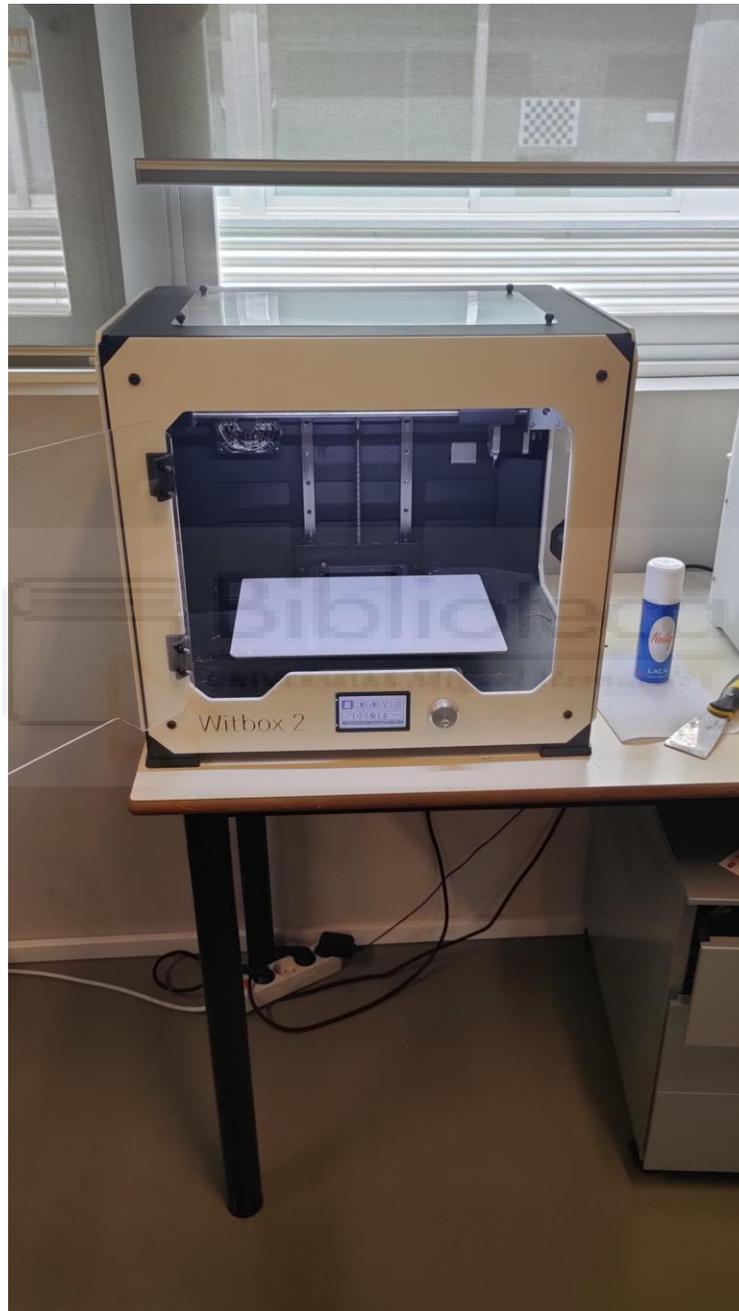


Figura 18. Impresora Witbow 2 utilizada.

Para empezar a imprimir, se nivela la base, se pulveriza con laca para una correcta adherencia y se purga el filamento de la impresión anterior. Finalmente se procede a imprimir las piezas. El proceso de impresión se puede observar en las figuras 19 y 20.

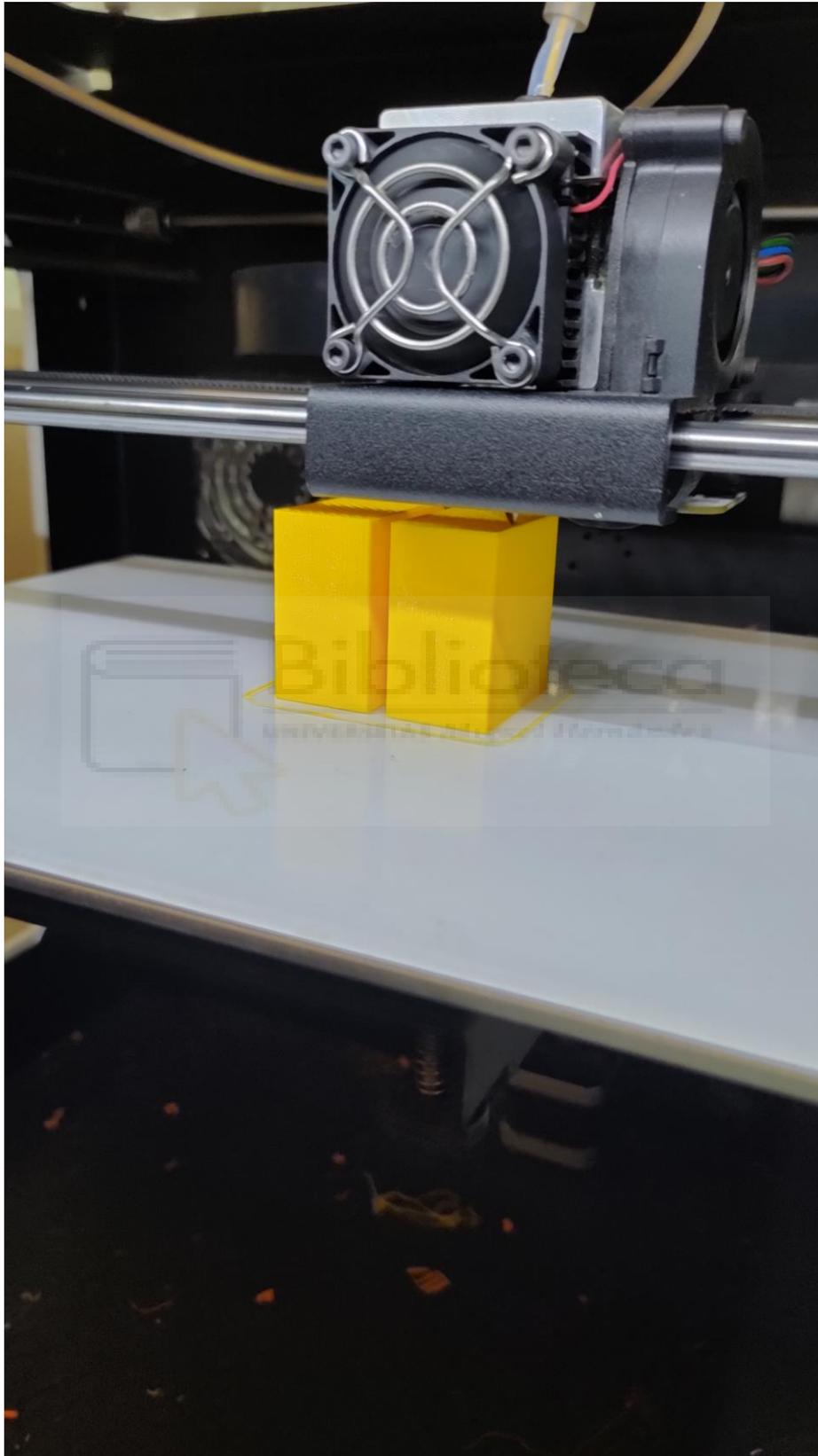


Figura 19. Proceso de impresión 3D pieza

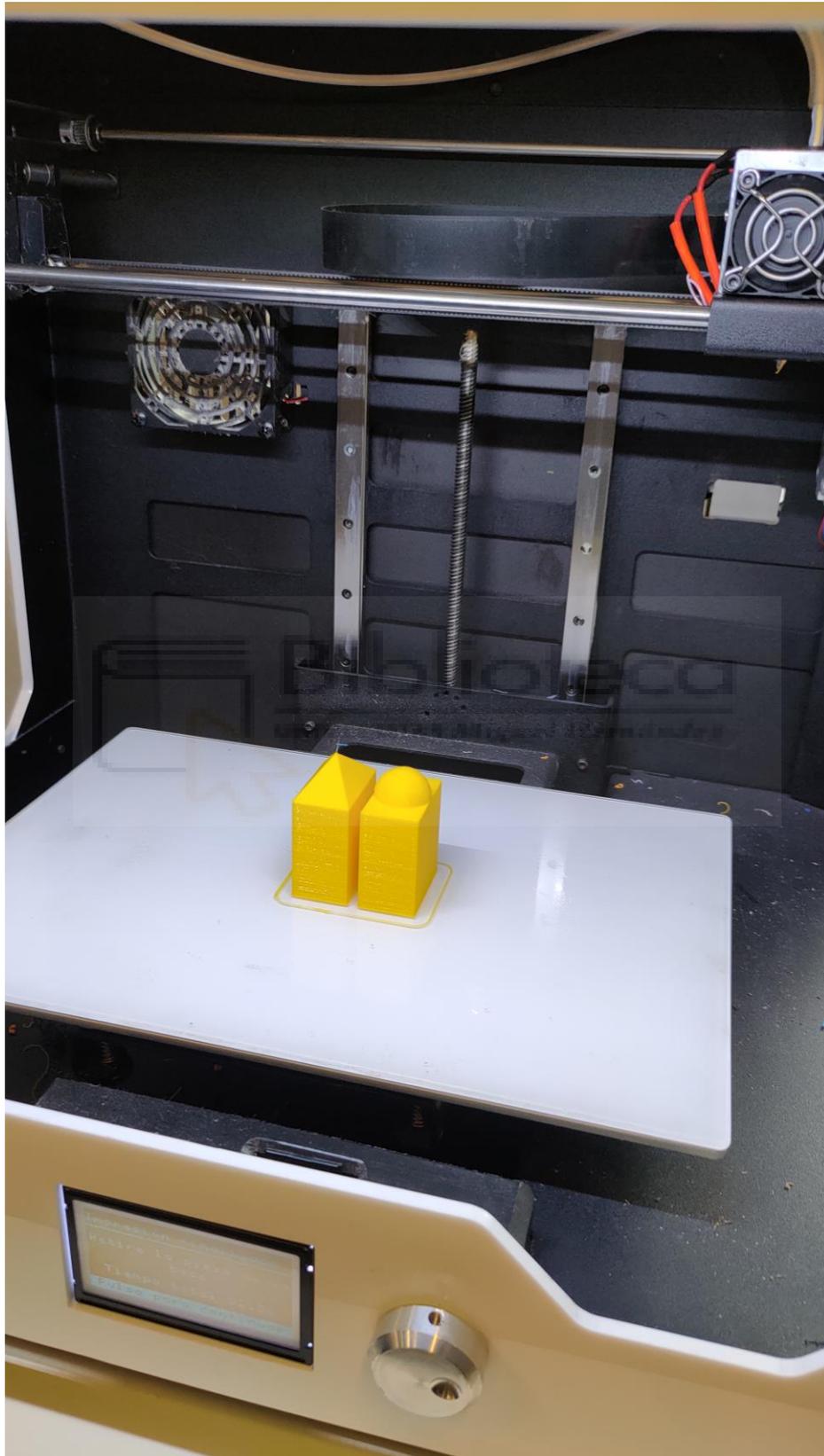


Figura 20. Figuras impresas dentro de la impresora

Se han realizado las 11 piezas necesarias para la realización de la Situación de Aprendizaje mediante impresión 3D, obteniendo el resultado mostrado en las figuras 21 y 22.



Figura 21. Piezas impresas en 3D



Figura 22. Ejemplo de configuración de piezas impresas en 3D

Finalmente, podríamos sintetizar el proceso de fabricación de material didáctico mediante el esquema representado en la Figura 23.

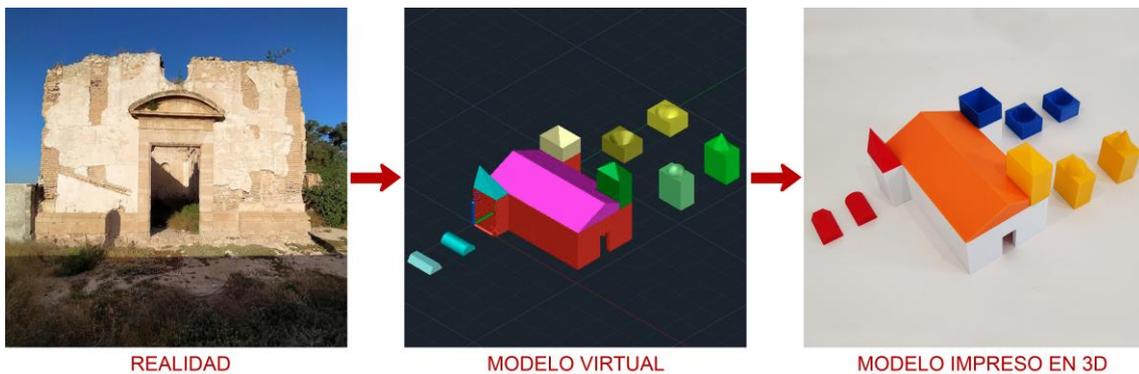


Figura 23. Esquema de creación de material didáctico mediante impresión 3D



## 5. CONCLUSIONES

En este estudio, se ha examinado la implementación de la impresión 3D en educación secundaria, concretamente en la asignatura de matemáticas. A través de una exhaustiva revisión de literatura académica. Las conclusiones obtenidas señalan que la impresión 3D no solo suscita un interés generalizado entre docentes y estudiantes, sino que también crea un ambiente propicio para la motivación y el aprendizaje activo dentro del aula. Esta tecnología ha demostrado ser una herramienta valiosa en la enseñanza de materias que, por su naturaleza abstracta como las matemáticas, presentan desafíos significativos en términos de comprensión conceptual.

La capacidad de convertir conceptos abstractos en modelos tangibles mediante la impresión 3D ha revolucionado la forma en que se enseñan y aprenden diversos bloques de matemáticas. Específicamente, la geometría, el análisis y el álgebra son las áreas que más se benefician de la inclusión de modelos físicos, facilitando así un entendimiento más claro y profundo de estos temas complejos.

Así mismo, la impresión 3D abre la puerta a enfoques multidisciplinares que son esenciales para una educación integral. Permite a los docentes innovar en la creación de materiales didácticos y en el diseño de actividades que son más atractivas y educativas. También habilita a los estudiantes para emprender proyectos que no solo replican, sino que también simulan desafíos reales del mundo profesional, preparándolos de manera efectiva para su futuro laboral.

En definitiva, la integración de la impresión 3D en la educación representa un avance significativo en la metodología de enseñanza, proporcionando recursos que enriquecen el aprendizaje y fomentan una educación más activa, práctica y relevante para los desafíos del siglo XXI. Esta tecnología, por lo tanto, no solo mejora la experiencia educativa actual, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar y resolver problemas en entornos profesionales reales, marcando un cambio paradigmático en la preparación académica y profesional de las futuras generaciones.

## 6. REFERENCIAS

Beltrán, P., & Rodríguez, C. (2017). Modelado e impresión en 3D en la enseñanza de las matemáticas: un estudio exploratorio. *ReiDoCrea*, 6, 16-28. <http://dx.doi.org/10.30827/Digibug.44193>

Blázquez, P., Orcos, L, Mainz, J, & Sáez B, D. (2018). Propuesta metodológica para la mejora del aprendizaje de los alumnos a través de la utilización de las impresoras 3D como recurso educativo en el aprendizaje basado en proyectos. *Psicología, Conocimiento y Sociedad*, 8, 139-166. <https://doi.org/10.26864/pcs.v8.n1.8>



Cabrera-Frías, L., & Córdova-Esparza, D. (2023). La impresión 3D como herramienta educativa para desarrollar el pensamiento creativo: revisión sistemática. *Apertura*, 15, 88-103. <http://dx.doi.org/10.32870/Ap.v15n2.2382>

Candia, F. García, R. Crispín, D. & Vivaldo de la Cruz, I. (2022). Material didáctico impreso en 3D en la enseñanza tecnológica. *La mecatrónica en México*, 11, 105-116. <https://www.mecamex.net/revistas/LMEM/revistas.htm>

Carbonell-Carrera, C., Saorín, J.-L., Meier, C., Melián-Díaz, D., & De-la-Torre-Cantero, J. (2016). Tecnológí-as para la incorporación de objetos 3D en libros de papel y libros digitales. *Profesional De La información*, 25, 661–670. <https://doi.org/10.3145/epi.2016.jul.16>

De la Cruz, J., Campos, M., Rodríguez, C., & Ramos Navas-Parejo, M. (2022). Impresión 3D en educación. Perspectiva teórica y experiencias en el aula. *Revista CENTRA De Ciencias Sociales*, 1, 67–80. <https://doi.org/10.54790/rccs.16>

Dilling, F. (2022). 3D-Printing in Calculus Education—Concrete Ideas for the Hands-On Learning of Derivatives and Integrals. En: Dilling, F., Pielsticker, F., Witzke, I. (eds) *Learning Mathematics in the Context of 3D Printing*, 291-308. [https://doi.org/10.1007/978-3-658-38867-6\\_14](https://doi.org/10.1007/978-3-658-38867-6_14)

Fischbein, E. (1987). Intuition and Mathematical Reasoning. *Intuition in Science and Mathematics: An Educational Approach*. (pp. 15-27). Springer Dordrecht.

Flores, P., Lupiáñez, J., Berenguer, L., Marín, A., & Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. DDM.

Hu, H., & Liu, G. (2022). 3D Printing Technology Supports the Learning of Geometry in Primary School Mathematics. *Eleventh International Conference of Educational Innovation through Technology (EITT)*, 71-75. <https://doi.org/10.1109/EITT57407.2022.00018>

Laufer, T., & Ludwig, M. (2023). "Building" knowledge by creating manipulatives with the 3D printer: A course for mathematics student teachers. *9th International Conference on Higher Education Advances (HEAd'23)*, 349-356. <http://dx.doi.org/10.4995/HEAd23.2023.16225>

Ng, OL., Ye, H. (2022). Doing Mathematics with 3D Pens: Five Years of Research on 3D Printing Integration in Mathematics Classrooms. *Learning Mathematics in the Context of 3D Printing*, 143-162. [https://doi.org/10.1007/978-3-658-38867-6\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-658-38867-6_7)

Ng, D., Tsui, M., & Yuen, M. (2022). Exploring the use of 3D printing in mathematics education: A scoping review. *Asian Journal for Mathematics Education*, 1(3), 338-358. <https://doi.org/10.1177/27527263221129357>



Nolla, A., Benito, A., Madonna, C., Suk-Park, S., & Busatto, M. (2021). Impresión 3D como un recurso para desarrollar el potencial matemático. *Contextos educativos*, 28, 87-102. <https://doi.org/10.18172/con.4999>

O'Reilly, J., & Barry, B. (2021). The effect of the use of computer-aided design (CAD) and a 3D printer on the child's competence in mathematics. *Irish Educational Studies*, 42, 233-256. <https://doi.org/10.1080/03323315.2021.1964561>

Segerman, H. (2016). *Visualizing Mathematics with 3D Printing*. John Hopkins University Press.

Tejera, M., Aguilar, G., & Lavicza, Z. (2022). Modelling and 3D-Printing Architectural Models—a Way to Develop STEAM Projects for Mathematics Classrooms. *Learning Mathematics in the Context of 3D Printing*, 229-249. [https://doi.org/10.1007/978-3-658-38867-6\\_11](https://doi.org/10.1007/978-3-658-38867-6_11)

Torrer, M. (2023). Incorporar objetos creados con impresora 3D para actividades en aulas de matemática inclusiva. *Unión - Revista Iberoamericana De Educación Matemática*, 19, 1-14. <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/1487>

Yuyang, S., & Qingzhong, L. (2017). The Application of 3D Printing in Mathematics Education. *The 12th International Conference on Computer Science & Education*, 2017, 47-50. <https://doi.org/10.1109/ICCSE.2017.8085461>

## **7. ANEXOS**

### **7.1. FICHA SITUACIÓN DE APRENDIZAJE**

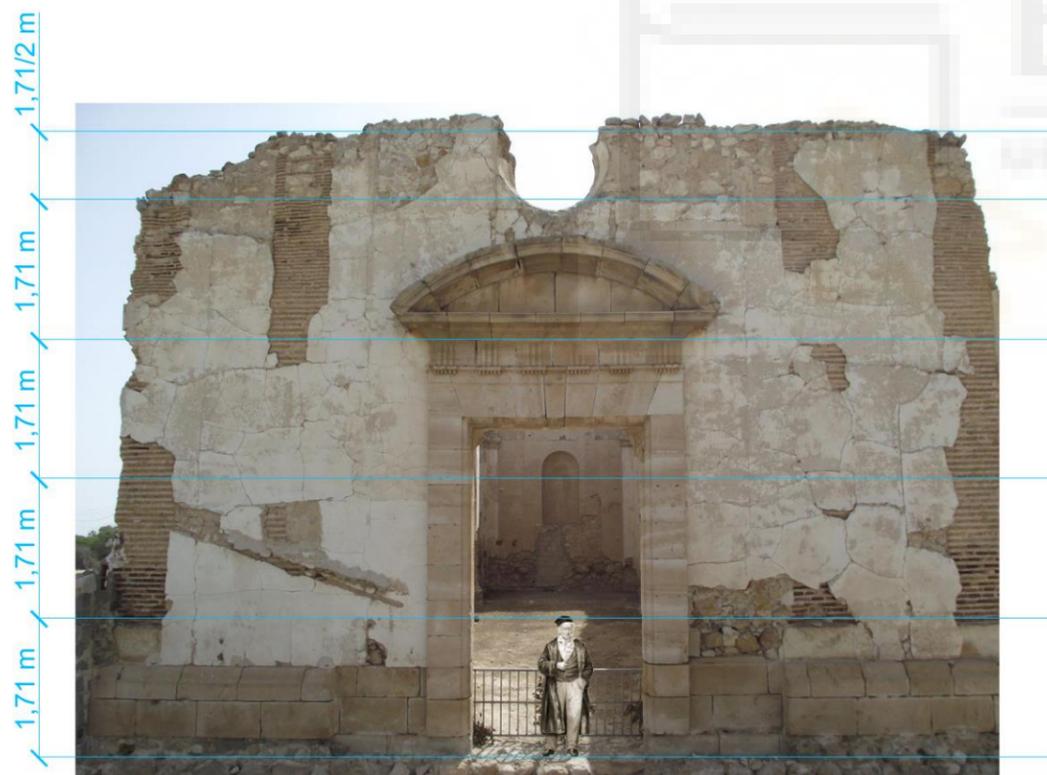


En la zona de Elche tenemos muchos edificios históricos que necesitan una intervención para su conservación. Por suerte, el ayuntamiento ha contado contigo para la realización del proyecto de rehabilitación de una ermita en la zona de la Marina de Elche. Se trata de la ermita de San Francisco de Asís. Para la propuesta de rehabilitación se necesitará obtener proporciones, escalas, áreas, volúmenes y, básicamente, todos los saberes básicos relacionados con: teorema de Pitágoras, semejanza, cuerpos geométricos y medida de volúmenes.

Por suerte, el ayuntamiento te ha proporcionado un modelo impreso en 3D a escala de la ermita y de las posibles soluciones de la cubierta. Tu trabajo consistirá en diseñar una cubierta con el modelo aportado y hallar los datos para la memoria técnica.

Sabemos, gracias a una foto que nos envió nuestro amigo Gauss, que la altura de la ermita es 4,5 veces su altura. Por tanto:

1. Determinar la escala del modelo.



Una vez tenemos la escala del modelo impreso en 3D podemos, mediante una regla, determinar las medidas reales de la ermita.

2. Escribe en el plano adjunto las medidas de cada lado de la ermita en metros. Ten en cuenta que tu regla está en centímetros. Escribe, por lo menos, 10 cotas diferentes.

El ayuntamiento, además, nos pide saber cuál es el área que ocupa la ermita en la parcela, por lo que tendremos que determinar cuál es la superficie construida.

3. Halla la superficie construida de la ermita.

Para rehabilitar la ermita, tendremos que colocar pavimento en su interior. Determina la superficie interior del suelo de la ermita.

4. Halla la superficie útil.

Como la ermita carece de cubierta, te han encargado que diseñes una.

5. Diseña una nueva cubierta para la ermita usando las piezas impresas en 3D que te ha proporcionado el ayuntamiento.

Para determinar el peso de nuestra nueva cubierta vamos a necesitar el volumen total de esta.

6. Halla el volumen de la pieza A

7. Halla el volumen de la pieza B

8. Halla el volumen de la pieza C

9. Halla el volumen de la pieza D

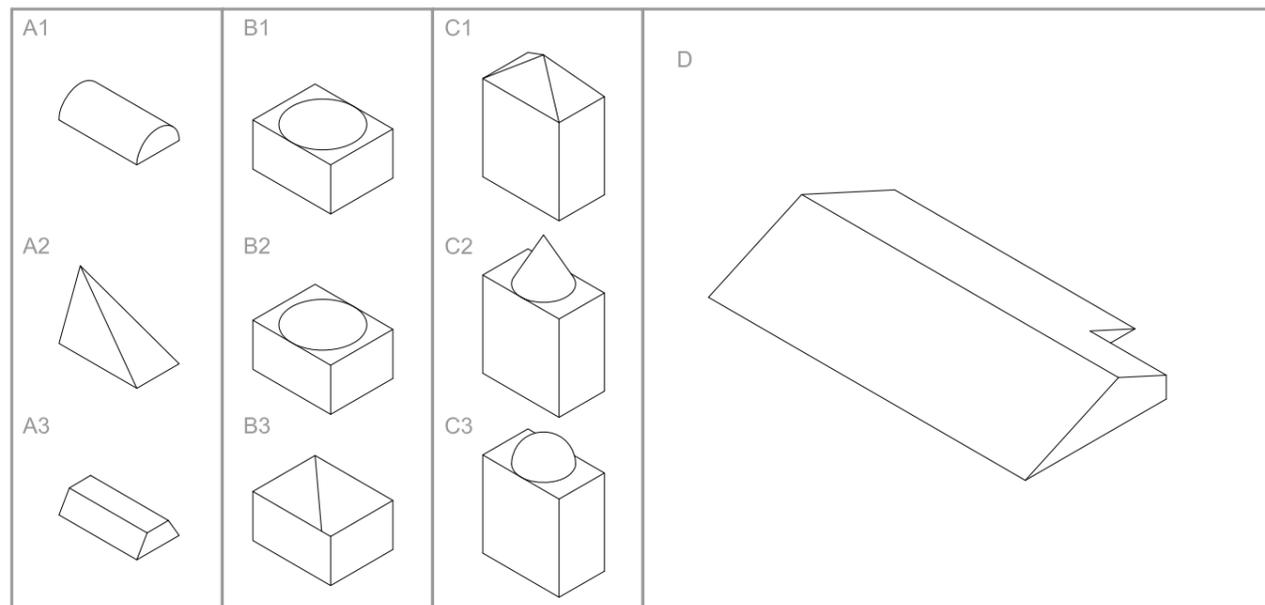
Finalmente, se ha decidido colocar teja en la pieza D. Sabemos que la teja solo se coloca en las dos caras superiores. Para saber cuánta teja tenemos que comprar, debemos determinar la superficie de las dos caras superiores.

10. Halla el área de las dos caras superiores de la pieza D.

5. FOTOGRAFÍA DEL DISEÑO DE CUBIERTA ELEGIDO

| CUADRO DE RESPUESTAS – Todas las unidades en m, m <sup>2</sup> y m <sup>3</sup> |  |
|---|--|
| 1.  |  |
| 3.  |  |
| 4.  |  |
| 6.  |  |
| 7.  |  |
| 8.  |  |
| 9.  |  |
| 10.   |  |

DISEÑO DE CUBIERTA – Selecciona la combinación elegida y acota la pieza.



2. MEDIDAS DE LA ERMITA – Todas las cotas en metros

