

UNIVERSIDAD MIGUEL HERNÁNDEZ DE ELCHE

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE ELCHE

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA



UNIVERSITAS
Miguel Hernández

**DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA
HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA**

TRABAJO FIN DE GRADO

Febrero - 2025

AUTOR: Antonio Jesús Solano Robles

DIRECTOR: Emilio Velasco Sánchez



DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y EL SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA



Antonio Jesús Solano Robles

Universidad Miguel Hernández

Tutor TFG:

Emilio Velasco Sánchez

Director Departamento Ingeniería Mecánica y Energía, UMH

Índice

Bloque I INTRODUCCIÓN Y PROYECTO

1 ASPECTOS GENERALES DE LAS GRÚAS	13
1.1 Historia	13
1.2 Principales tipos y aplicaciones	15
1.2.1 Grúas fijas	16
1.2.2 Grúas móviles	20
1.3 Grúas telescópicas en la actualidad	24
1.3.1 Mercado y fabricantes	24
1.3.2 Catálogo de Liebherr	26
1.4 Componentes básicos y tecnologías de las grúas Liebherr	28
1.4.1 Sistema de propulsión y transmisión	28
1.4.2 Sistema de dirección, frenado y suspensión	29
1.4.3 Sistemas de control y manejo de la grúa	31
1.4.4 Otras tecnologías destacables	32
2 DEFINICIÓN DEL PROYECTO	34
2.1 Objeto y alcance de estudio	34
2.2 Justificación del estudio	34
2.3 Competencias y conocimientos	34
2.4 Metodología	35
3 BASES DE DISEÑO	36
3.1 Necesidades técnicas	36
3.2 Información empleada	37
3.2.1 Datos y características de la grúa modelo	38
3.2.1.1 Diagramas de carga	41
3.2.2 Radio de trabajo y momento máximo de elevación	43
3.3 Normativas aplicables y disposiciones legales	45

3.4 Datos de partida	48
3.4.1 Esquema de los tramos	48
3.4.2 Funcionamiento de la pluma	49
3.4.3 Carga máxima admisible	49
3.4.4 Materiales	50
3.4.5 Sistema hidráulico	50
3.4.6 Apariencia de la pluma	51

Bloque II PLUMA TELESCÓPICA

4 PLUMAS EN LAS GRÚAS AUTOPROPULSADAS	53
4.1 Tipos de plumas	53
4.2 Sistemas de telescopado en plumas de Liebherr	57
4.2.1 Sistema hidrodinámico con tiro de cable	57
4.2.2 Sistema Telematik	58
4.2.2.1 Criterios de funcionamiento del mecanismo	59
4.2.2.2 Teleseparación de tramos con sistema Telematik	62
5 CÁLCULOS ANALÍTICOS DE RESISTENCIA	64
5.1 Cálculos y datos previos	64
5.1.1 Tabla de cargas máximas	64
5.1.2 Secciones empleadas	67
5.1.2.1 Peso de la pluma	68
5.2 Sistema de partida	70
5.3 Cálculo de esfuerzos en la pluma	73
5.3.1 Reacciones en los apoyos	73
5.3.2 Leyes de esfuerzos internos	78
5.3.3 Excel empleado	84
5.3.4 Diagramas de esfuerzos	85
5.3.4.1 Axil	85
5.3.4.2 Cortante	89
5.3.4.3 Momento flector	92
5.4 Condiciones de estudio	95
5.4.1 Posiciones de estudio	95
5.4.2 Tramos y secciones estudiadas	96
5.4.2.1 Posición pluma extendida	96
5.4.2.2 Posición pluma retraída	98
5.5 Tensiones generadas en la pluma	99
5.6 Tensión normal	101
5.6.1 Tensiones normales en cada tramo con pluma desplegada	103
5.6.2 Tensiones normales en cada tramo con pluma retraída	115
5.6.3 Tensiones normales en despliegues intermedios	117
5.6.4 Tensiones normales finales	120
5.7 Tensión tangencial	122
5.7.1 Tensión cortante en fibra del C.D.G	124
5.7.1.1 Obtención de los momentos estáticos	124
5.7.1.2 Esfuerzos cortantes en cada situación	127
5.7.1.3 Recálculo de las tensiones normales en centro de gravedad	134

6 RESULTADOS	141
6.1 Tensiones máximas	141
6.2 Coeficientes de seguridad	145
7 PLUMA MODELADA	149
7.1 Piezas de la pluma	149
7.2 Ensamblaje	164
8 RECÁLCULO DE LA RESISTENCIA DE LA PLUMA	174
8.1 Tabla y diagrama de cargas finales	179
9 SIMULACIÓN POR ORDENADOR	181
9.1 Características del análisis aplicado	181
9.1.1 Ensamblaje empleado	183
9.1.2 Configuración del módulo Análisis de Tensiones	184
9.2 Análisis con espesor 25 milímetros	186
9.2.1 Pasos y configuración previa	186
9.2.2 Simulación	191
9.2.3 Correcciones a aplicar	193
9.2.4 Nueva simulación	195
9.3 Análisis con espesor 30 milímetros	198
9.3.1 Cambio de espesor	198
9.3.2 Simulación	198
9.4 Resultados de las simulaciones y comparación	201
9.5 Deflexión máxima de la pluma	204
10 FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA TELEMATIK	205
11 SISTEMA VARIABLE DE PLUMAS	213
Bloque III SISTEMA HIDRÁULICO	
12 APLICACIÓN DE LA HIDRÁULICA EN GRÚAS	220
12.1 Introducción a la oleohidráulica	220
12.2 Circuito y componentes básicos	221
12.3 Sistemas hidráulicos en grúas móviles	223
12.3.1 Cilindros	223
12.3.2 Motores hidráulicos	228
12.3.3 Bombas oleohidráulicas	229
12.3.4 Circuito general	230
12.3.5 Componentes oleohidráulicos de Liebherr	232
13 CILINDRO DE INCLINACIÓN DE LA PLUMA	233
13.1 Esfuerzos aplicados	233
13.1.1 Esfuerzo al levantar la pluma	235
13.1.2 Esfuerzo al sostener la pluma	237
13.1.3 Peso del vástago	239

13.1.4 Esfuerzos finales en el cilindro	242
13.2 Dimensionamiento	243
13.2.1 Presión de partida	244
13.2.2 Diámetro interno y presión de trabajo	244
13.2.3 Diámetro externo y espesor	246
13.2.4 Montaje del cilindro	252
13.2.5 Requerimientos del cilindro de elevación	252
13.3 Comprobación de la estabilidad elástica	253
13.4 Diseño del cilindro de elevación	259
13.4.1 Datos finales del cilindro de elevación	263
14 CILINDRO INTERNO DE TELESCOPADO	266
14.1 Esfuerzos aplicados	266
14.2 Dimensionado	269
14.2.1 Presión de partida	269
14.2.2 Diámetro interno y presión de trabajo	270
14.2.3 Carrera de trabajo	271
14.2.4 Volumen de trabajo	272
14.2.5 Diámetro externo y espesor	272
14.2.6 Montaje del cilindro	274
14.2.7 Datos finales del cilindro de telescopado	275
14.3 Comprobación de la estabilidad elástica	275
14.4 Diseño del cilindro de telescopado	279
15 MOTOR HIDRÁULICO DE GIRO	281
15.1 Esfuerzos que actúan en la corona	282
15.2 Par de fricción en la corona	286
15.3 Transmisión del par hacia el motor hidráulico	288
15.4 Selección del motor	290
16 MOTOR HIDRÁULICO DEL CABESTRANTE	292
17 CIRCUITO HIDRÁULICO DE LA PLUMA	296
17.1 Circuito de basculamiento y telescopado	297
17.1.1 Dimensionado de la bomba	301
17.1.2 Otros elementos	304
17.2 Circuito de rotación de la pluma	308
17.2.1 Dimensionado de la bomba	309
17.3 Circuito del cabestrante	311
17.3.1 Dimensionado de la bomba	312
17.4 Circuito general	313
Bloque IV DISEÑO FINAL y PLANOS	
18 PLUMA TELESCÓPICA DISEÑADA COMPLETA	315
19 PLANOS DE LA PLUMA	321

Lista de figuras

Figura 1.1	Ejemplo de una grúa griega	14
Figura 1.2	Grúa de época romana	14
Figura 1.3	Grúa de vapor sobre raíles	14
Figura 1.4	Grúa móvil autopropulsada de la década de los 70.	15
Figura 1.5	Grúa torre de pluma horizontal	16
Figura 1.6	Grúa torre de pluma abatible.	16
Figura 1.7	Funcionamiento básico de la unidad trepadora superior de una grúa torre automontable.	17
Figura 1.8	Grúa torre autotrepante	17
Figura 1.9	Grúa portuaria genérica.	18
Figura 1.10	Grúa portuaria de estibado de contenedores.	18
Figura 1.11	Grúa puente o puente grúa	19
Figura 1.12	Grúa pórtico genérica	19
Figura 1.13	Grúa Sarens SGC-250	20
Figura 1.14	Grúa autoportante Liebherr MK 140-5.1	21
Figura 1.15	Modelo de grúa Palfinger®	21
Figura 1.16	Grúa móvil de celosía Liebherr LG-1750	22
Figura 1.17	Superestructura de la grúa sobre orugas Liebherr LR-13000	22
Figura 1.18	Grúa Liebherr LTC 1050-3.1	23
Figura 1.19	Grúa Liebherr LRT 1130-2.1	23
Figura 1.20	Grúa de bomberos LTM 1070-4.2	24
Figura 1.21	Grúa Liebherr LTF 1060-4.1	24
Figura 1.22	Grúa LTM 1300-6.2	26
Figura 1.23	Grúa LTM 1030-2.1	27
Figura 1.24	Grúa LTM 11200-9.1 de Liebherr	27
Figura 1.25	Configuración de un sólo motor en una grúa LTM de 5 ejes.	29
Figura 1.26	Sistema de suspensión de una grúa LTM	30
Figura 1.27	Sistema de dirección	30
Figura 1.28	Ejemplos de los monitores con diversas funcionalidades de LICCON	31
Figura 1.29	Telemando externo BTT	31
Figura 1.30	Funcionamiento de la tecnología VarioBallast®	32
Figura 1.31	Ejemplos de uso del sistema VarioBase®	33
Figura 3.1	Dimensiones generales de la LTM 1250-5.1	38
Figura 3.2	Esquema del radio de trabajo	43
Figura 3.3	Esquema básico de las longitudes de los tramos de la pluma	48
Figura 3.4	Representación de las distintas secciones propuestas	51
Figura 4.1	Grúa Palfinger PK 165.002 TEC 7 montada sobre camión.	54
Figura 4.2	Esquema básico de funcionamiento del telescopado por poleas.	55
Figura 4.3	Grúa con pluma telescópica basada en poleas	55
Figura 4.4	Sección de un sistema de telescopado con cilindro interior genérico.	56
Figura 4.5	Sistema PinBoom® de Sennebogen	56
Figura 4.6	Sistema de telescopaje hidrodinámico con tiro de cable de Liebherr.	57
Figura 4.7	Sistema Telematik de Liebherr	58
Figura 4.8	Instalación de tramos de pluma internos en una grúa LTM 1650 8-1.	62
Figura 5.1	Ejes principales de la sección y ubicación del centroide	67
Figura 5.2	Esquema básico de partida	70
Figura 5.3	Representación del esfuerzo axial (kN) en función de la longitud la pluma (para $\alpha=60^\circ$)	86

Figura 5.4	Representación del esfuerzo axil (kN) en función de la inclinación la pluma (para L=60 m)	87
Figura 5.5	Representación del esfuerzo axil (kN) en función de la inclinación la pluma (para L=15 m)	88
Figura 5.6	Representación del esfuerzo cortante (kN) en función de la longitud la pluma (para $\alpha=60^\circ$)	89
Figura 5.7	Representación del esfuerzo cortante (kN) en función de la inclinación la pluma (para L=60 m)	90
Figura 5.8	Representación del esfuerzo cortante (kN) en función de la inclinación la pluma (para L=15 m)	91
Figura 5.9	Representación del momento producido para diversos casos de extensión de la pluma ($\alpha=60^\circ$)	93
Figura 5.10	Representación del momento producido para diversos casos de extensión de la pluma ($\alpha=60^\circ$)	94
Figura 5.11	Esquema general de los esfuerzos en los tramos para la pluma desplegada	96
Figura 6.1	Representación del coeficiente de seguridad (CS) frente el espesor en el segundo tramo.	147
Figura 7.1	Tramo 1 completo	149
Figura 7.2	Tramos 2, 3 4 y 5	151
Figura 7.3	Cabeza de la pluma del tramo 5 y una real	152
Figura 7.4	La pieza modelada y una real	154
Figura 7.5	Pastillas de deslizamiento (y los modelos simplificados)	155
Figura 7.6	Cilindro interno preliminar de telescopado	156
Figura 7.7	Soporte de la camisa del cilindro interior	157
Figura 7.8	La pieza modelada y la recreación de una real	158
Figura 7.9	Ejemplos de este elemento	158
Figura 7.10	Selector de tramos modelado y la recreación de uno real	159
Figura 7.11	Pinza de anclaje pin superior	160
Figura 7.12	Pines superiores de enclavamiento	161
Figura 7.13	Muelles empleados y su colocación real	162
Figura 7.14	Mecanismo de anclaje lateral para los tramos	163
Figura 7.15	Sistema de telescopado modelado y dos reales	169
Figura 7.16	Pluma modelada completamente ensamblada	170
Figura 7.17	Corte interno de la pluma telescópica	171
Figura 7.18	Pluma totalmente desplegada	172
Figura 7.19	Ensamblaje de la pluma en una posición intermedia	173
Figura 7.20	Ensamblaje de la pluma con el último tramo desplegado	173
Figura 8.1	Diagrama de cargas (en toneladas) para la pluma modelada	180
Figura 9.1	Piezas y ensamblaje simplificados para la simulación	183
Figura 9.2	Malla generada para la simulación (e=25 mm)	190
Figura 9.3	Imágenes con los resultados de la simulación con espesor 25 mm	196
Figura 9.4	Imágenes con los resultados de la simulación con espesor 30 mm	200
Figura 9.5	Plumas telescópicas deformadas	204
Figura 10.1	Sistema de telescopado Telematik modelado	205
Figura 11.1	Plumín lateral doble abatible de una LTM 1050	213
Figura 11.2	Plumín de montaje ajustable	214
Figura 11.3	Plumín abatible doble con ajuste hidráulico	214
Figura 11.4	Esquemas de las principales configuraciones de servicio de la LTM 1300-6.1	215
Figura 11.5	Trabajos de elevación pesados de una LTM 11200 con un plumín abatible	216
Figura 11.6	Zonas de operación de un plumín abatible	216
Figura 11.7	Sistema de arriostamiento en Y en una grúa LTM	217
Figura 11.8	Instalación del sistema Y en una grúa genérica LTM	217
Figura 11.9	Ejemplos de diagramas de carga y alturas para distintos plumines y celosías	218
Figura 11.10	Apilamiento de tramos de un plumín fijo (F)	218
Figura 12.1	Diagrama de un circuito oleohidráulico básico	223
Figura 12.2	Configuración de cilindro doble y único en una grúa móvil	224
Figura 12.3	Cilindro interno de telescopado	224
Figura 12.4	Cilindros auxiliares para accesorios de la pluma	225
Figura 12.5	Cilindros soporte para una pluma pesada	225
Figura 12.6	Cilindros en los estabilizadores laterales de una grúa móvil (horizontales y verticales).	226

Figura 12.7	Cilindros en el brazo de la cabina móvil	226
Figura 12.8	Motor hidráulico para la rotación de la superestructura de la grúa	228
Figura 12.9	Motores hidráulicos para el tambor del cabestrante	228
Figura 12.10	Bomba reales de engranajes y de pistones axiales empleadas en grúas móviles	229
Figura 12.11	Instalación de componentes hidráulicos en la cadena de producción de una grúa móvil.	230
Figura 12.12	Circuitos hidráulicos de la superestructura de la grúa	231
Figura 12.13	Bloques de válvulas empleadas en maquinaria móvil	232
Figura 13.1	Esquema de partida de la pluma y el cilindro	233
Figura 13.2	Representación del esfuerzo en el cilindro (kN) durante la elevación de la pluma	236
Figura 13.3	Representación del esfuerzo aplicado (kN) al cilindro en función de la posición de la pluma	239
Figura 13.4	Representación del esfuerzo aplicado (kN) al cilindro en función de la posición de la pluma	241
Figura 13.5	Cilindro hidráulico de una grúa LTM como el proyectado	243
Figura 13.6	Camisa del cilindro de elevación	259
Figura 13.7	Vástago del cilindro de elevación	260
Figura 13.8	Cilindro de elevación	261
Figura 14.1	Representación del esfuerzo necesario (kN) cilindro en función de la inclinación	268
Figura 14.2	Cilindro interno de telescopado	280
Figura 15.1	Corona de giro modelada	281
Figura 15.2	Sección interno de un reductor epicicloidial y su ubicación en el motor empleado	289
Figura 16.1	Reenvíos de cables en la pluma de una grúa	292
Figura 16.2	Sección interna de un tambor y el reductor integrado	294
Figura 16.3	Cabestrante de una grúa móvil pesada	295
Figura 17.1	Diagrama del circuito hidráulico de los cilindros	297
Figura 17.2	Bomba de pistones dúplex principal instalada en la superestructura	301
Figura 17.3	Bomba variable de pistones axiales doble de la gama DPVD de Liebherr	301
Figura 17.4	Armazón expuesto de la superestructura de una grúa móvil	304
Figura 17.5	Depósitos de fluido hidráulico en una grúa móvil	304
Figura 17.6	Acople rápido de líneas hidráulicas	305
Figura 17.7	Conexiones hidráulicas de la pluma telescópica	306
Figura 17.8	Bloque de válvulas actual utilizado en maquinaria móvil	306
Figura 17.9	Ejemplos de bloques de válvulas instalados en una grúa Liebherr LTM	307
Figura 17.10	Diagrama del circuito hidráulico del giro de la superestructura	308
Figura 17.11	Bomba variable de pistones axiales para circuitos cerrados de la gama DPVG	309
Figura 17.12	Diagrama del circuito hidráulico del cabestrante	311
Figura 17.13	Circuito hidráulico completo de la pluma	313
Figura 18.1	Pluma telescópica modelada final	315

Lista de tablas

Tabla 1	Modelos de grúas autopropulsadas actuales de Liebherr	26
Tabla 2	Capacidades y longitudes de la pluma de algunas grúas Liebherr de tamaño medio	36
Tabla 3	Diagrama de cargas máximas de la LTM 1250-6.1	41
Tabla 4	Capacidades máximas (en toneladas) según la inclinación y despliegue de la pluma de la LTM 1250-5.1.	42
Tabla 5	Radios de trabajo (en m) según la posición de la pluma.	66
Tabla 6	Cargas máximas teóricas (en toneladas) según la posición de la pluma.	66
Tabla 7	Datos físicos de las secciones (20 mm)	68
Tabla 8	Diagramas y expresiones para los esfuerzos internos	80
Tabla 9	Expresiones finales de los esfuerzos internos en función de las variables del sistema	83
Tabla 10	Tensiones normales en función de α en el primer tramo, en la sección $s=10$ m.	104
Tabla 11	Tensiones normales en función de α en el segundo tramo, en la sección $s=14$ m	106
Tabla 12	Tensiones normales en función de α en el segundo tramo, en la sección $s=15$ m	107
Tabla 13	Tensiones normales en función de α en el tercer tramo, en la sección $s=28$ m.	110
Tabla 14	Tensiones normales en función de α en el cuarto tramo, en la sección $s=40$ m	112
Tabla 15	Tensiones normales en función de α en el quinto tramo, en la sección $s=51$ m	114
Tabla 16	Tensiones normales en función de α en los tramos, en la sección $s=10$ m	116
Tabla 17	Tensiones normales en función de α en las secciones a 10 y 15 metros cuando $L=27$ m	118
Tabla 18	Tensiones normales en función de α en las secciones a 10, 15 y 27 metros cuando $L=36$ m	119
Tabla 19	Tensiones normales en función de α en las secciones a 10, 15, 27 y 38 m, para 47 metros	119
Tabla 20	Resultados de las tensiones normales máximas posibles para las situaciones estudiadas	120
Tabla 21	Valores de las áreas y distancias entre centros de gravedad (s) de secciones para cada tramo	125
Tabla 22	Esfuerzos cortantes (kN) máximos según la inclinación para pluma retraída	127
Tabla 23	Esfuerzos cortantes (kN) máximos para $\alpha=15^\circ$ y $L=60$ m	128
Tabla 24	Esfuerzos cortantes (kN) máximos para $\alpha=15^\circ$ y $L=27, 36$ y 47 metros (secciones indicadas)	128
Tabla 25	Tensiones tangenciales máximas (MPa) en la pluma para los casos estudiados	133
Tabla 26	Tensiones normales máximas (MPa) recalculadas en la fibra del centro de gravedad	140
Tabla 27	Tensiones normales y tangenciales máximas (MPa) en la pluma	141
Tabla 28	Tensiones máximas finales (MPa) en la pluma para los casos más desfavorables	143
Tabla 29	Tensiones máximas posibles en cada tramo para la posición más desfavorable	144
Tabla 30	Coefficientes de seguridad para los tramos, con un espesor de 20 mm	146
Tabla 31	Tensiones y coeficientes de seguridad finales para los tramos, con espesor de 25 mm.	148
Tabla 32	Tensiones máximas y coeficientes de seguridad en la pluma modelada	178
Tabla 33	Cargas máximas finales (toneladas) en función de la longitud e inclinación de la pluma	179
Tabla 34	Tensiones máximas y coeficientes de seguridad simulados (30 mm)	201
Tabla 35	Tensiones máximas y coeficientes de seguridad calculados (30 mm)	201
Tabla 36	Tensiones máximas y coeficientes de seguridad en la pluma	202
Tabla 37	Esfuerzos en el cilindro (kN) en función de la posición de la pluma durante la elevación	236
Tabla 38	Resultados del esfuerzo en el cilindro (kN) en función de la posición de la pluma	238
Tabla 39	Datos característicos a determinar del cilindro de elevación	243
Tabla 40	Datos de partida del cilindro de elevación	252
Tabla 41	Datos característicos del cilindro de elevación	265
Tabla 42	Datos característicos del cilindro de telescopado	275
Tabla 43	Datos de distancias y masas del diagrama	283
Tabla 44	Masas y distancias según la posición de la pluma obtenidas	284
Tabla 45	Esfuerzos finales sobre la corona de giro para cada posición límite	285
Tabla 46	Momentos resistentes de arranque para cada posición límite de la pluma	287
Tabla 47	Parámetros de operación máximos del motor hidráulico de giro	291
Tabla 48	Parámetros de operación máximos del motor hidráulico del cabestrante	295
Tabla 49	Componentes del circuito de los cilindros	298
Tabla 50	Componentes del circuito de giro	308
Tabla 51	Componentes del circuito del cabestrante	311



Bloque I

INTRODUCCIÓN A LAS GRÚAS TELESCÓPICAS



1 ASPECTOS GENERALES DE LAS GRÚAS

1.1 Historia

Vencer la gravedad es uno de los principales retos tecnológicos a los que ser humano se ha enfrentado. La necesidad de elevar cargas pesadas a grandes alturas siempre ha supuesto un enorme problema a la hora de edificar nuevas construcciones, así como al mover materiales y elementos para su fabricación y transporte, entre otros.

Es por ello por lo que el desarrollo de estas máquinas ha ido profundamente relacionado con el avance de la sociedad, mejorando los procesos industriales y posibilitando el levantamiento de edificios cada vez más altos. Además, se las considera como una de las primeras máquinas que el ser humano inventó.

Aunque no existen pruebas directas, se piensa que los Sumerios —entre hace 4.000 y 6.000 años— empleaban rudimentarias máquinas semejantes a las grúas, llevando estos conocimientos a la cultura egipcia, donde también se tiene constancia de su uso.

Los primeros ingenios que se pueden relacionar directamente con el funcionamiento de las grúas actuales surgen en la Antigua Grecia hace 2.600 años, cuando se empezaron a sustituir las antiguas rampas de tierra como método de elevación. Esto fue posible gracias a la introducción del torno y la polea.

La introducción de la grúa en esta época supuso un enorme cambio social en las condiciones laborales de los constructores, pasando de trabajo *esclavo* —con hasta cientos de obreros necesarios para mover cargas— hacia un trabajo más especializado y profesional.



Figura 1.1 Ejemplo de una grúa griega



Figura 1.2 Grúa de época romana

Posteriormente, fue en la Roma Antigua cuando se llevaron a cabo importantes mejoras en las grúas. El tamaño de los elementos constructivos de las edificaciones romanas (como los bloques de piedra) sugieren que los ingenieros romanos lograron elevar —combinando distintos métodos— cargas de hasta 10 toneladas varias decenas de metros, lo que indica el grado de avance que alcanzaron las técnicas de elevación de la época.

Como ejemplo, se estima que el rendimiento de elevación aumentó en un factor 60 en comparación con los procedimientos de tiempos anteriores (rampas, grúas griegas o egipcias, etc).

Durante los siglos posteriores (Edad Media) hubo un cierto estancamiento en el desarrollo de las grúas, hasta la llegada de la Edad Moderna: aquí se siguieron evolucionando, aunque el salto no fue tan destacado como el ocurrido en la época romana.



Figura 1.3 Grúa de vapor sobre raíles

Todo cambió con la llegada de la Revolución Industrial, donde se dieron las mayores evoluciones de las grúas: estas pasaron a ser impulsadas por motores —de vapor primero (figura anterior) y posteriormente eléctricos— en lugar de esfuerzo humano o animal, lo que permitió multiplicar enormemente el rendimiento de éstas (capacidad de carga, altura y velocidad de trabajo). A lo anterior hay que sumar las nuevas técnicas de construcción y materiales empleados para su fabricación, así como el uso de cables de acero y novedosos mecanismos, tales como sistemas de engranajes y cabestrantes.

A mediados del siglo XX se comienza a incorporar tecnologías hidráulicas a las grúas, incluyendo circuitos con fluidos para controlarlas. Esto hacia las grúas mucho más precisas y versátiles que las puramente mecánicas. Por aquel entonces estas grúas solían montarse sobre vagones de tren, lo que las limitaba y condicionaba a la infraestructura ferroviaria.

La aparición del motor de combustión interna hizo posible la creación de grúas móviles, que podían desplazarse por sí mismas para trabajar allá donde fuesen necesarias. Esto derivó en una mayor movilidad y flexibilidad en los trabajos de construcción, así como la capacidad de elevar cargas en zonas de difícil acceso. Estas serían el germen de las actuales grúas autopropulsadas.



Figura 1.4 Grúa móvil autopropulsada de la década de los 70.

Durante las últimas décadas las grúas han sido perfeccionadas hasta alcanzar máquinas cada vez más potentes, de mayor tamaño y precisas. Todo ello ha sido posible gracias a la implementación de modernos motores de combustión interna, hidráulica avanzada y sistemas electrónicos de control. La eficiencia y seguridad son otros de los aspectos mejorados en los últimos años, centrándose en ellos el desarrollo actual.

A continuación, se verá un breve resumen de las grúas que existen en la actualidad.

1.2 Principales tipos y aplicaciones

De forma general se puede distinguir entre grúas fijas y grúas móviles, en función de si se pueden desplazar fácilmente de un lugar a otro, poniéndose en funcionamiento —y desmontándose— con relativa rapidez. Las fijas, que cuentan con un carácter semi/permanente, requieren un montaje y tienen proceso de construcción más lento, aunque el coste de explotación a largo plazo resulta mucho menor que en el caso de las grúas móviles.

Además de fijas y móviles, se pueden clasificar en distintos subgrupos, mostrándose seguidamente algunos ejemplos:

1.2.1 Grúas fijas

Podemos encontrar:

- **Grúas Torre**

Son unas de las más conocidas y las más empleadas para la edificación. Tienen carácter semipermanente ya que suelen mantenerse montadas durante meses e incluso años. Su montaje puede durar varios días. Se basan en una pluma o brazo horizontal, que gira con total libertad, apoyada en la parte superior de una torre. Ambas están formadas por estructuras metálicas de celosía. La capacidad de carga es media/baja, pero pueden salvar grandes alturas y trabajan de forma muy ágil y rápida.



Figura 1.5 Grúa torre de pluma horizontal



Figura 1.6 Grúa torre de pluma abatible

También conocidas como grúas tipo *Luffing*, permiten alcanzar mayores alturas y cargas al inclinar la pluma de celosía, aunque son mucho más complejas y con costes mucho más elevados.

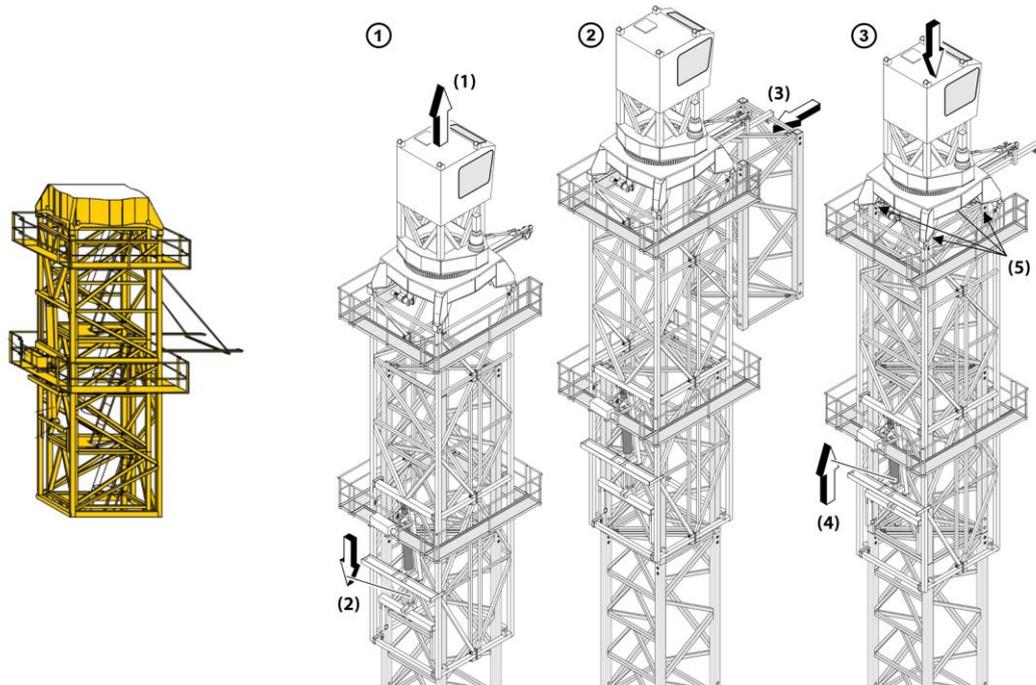


Figura 1.7 Funcionamiento básico de la unidad trepadora superior de una grúa torre automontable.

En la figura superior se observa el modo de funcionamiento básico de las grúas **automontables**. Estas son capaces de montarse a sí mismas, sin necesidad de la ayuda de grúas externas.

Partiendo del primer tramo con dicho sistema instalado, éste se levanta a sí mismo, dejando hueco para insertar un tramo adicional de torre de celosía. El proceso se repite: se levanta de nuevo la estructura superior ya construida, separándola de forma momentánea de la parte inferior, dejando otro hueco para insertar el siguiente tramo. Esto reduce costes y tiempo de montaje.

Otra funcionalidad de ciertas grúas torre (sobre todo las destinadas a edificios de gran altura) son las llamadas grúas torre **autotrepantes**, cuya peculiaridad es que se apoyan en la propia edificación —en los distintos forjados o pilares/vigas ya construidas— con el fin de ahorrar tramos de torre. Pueden apoyarse tanto en el interior de la construcción como en el exterior. Todas estas funcionalidades añaden complejidad y coste a la máquina.



Figura 1.8 Grúa torre autotrepante

- **Grúas portuarias**

Como su nombre indica se emplean en los puertos alrededor del mundo, donde se destinan al movimiento de mercancías, izado de barcos, estiba de buques, etc. Pueden ser fijas o móviles (deslizándose sobre un tramo de raíles o ruedas), existiendo numerosos tipos y tamaños.



Figura 1.9 Grúa portuaria genérica

La principal función de la mostrada en la imagen es la de introducir y sacar barcos del agua.



Figura 1.10 Grúa portuaria de estibado de contenedores

Se emplean específicamente para la carga y descarga de buques portacontenedores, realizando dichas tareas a velocidades muy altas.

▪ Grúas pórtico y puente grúa

Su principal uso radica en las fábricas, almacenes y demás naves industriales donde se requiere la manipulación de cargas pesadas. Se denominan *grúas pórtico* a aquellas que gravitan directamente en el suelo mediante patas, pudiendo ser móviles sobre rieles.

La denominación de *puente grúa* viene dada en el caso de apoyarse lateralmente en la propia estructura portante de la nave industrial, de forma que se deslizan por el techo del edificio, siendo más prácticas al liberar espacio en el suelo.



Figura 1.11 Grúa puente o puente grúa

Presentan la ventaja de ocupar menos espacio en el edificio, al montarse en las paredes de la nave, aunque tienen un coste de instalación mucho mayor que las grúas pórtico. Además, la propia estructura de la nave tiene que poder resistir los esfuerzos transmitidos por parte de la grúa.



Figura 1.12 Grúa pórtico genérica

Se apoyan directamente en el suelo. Son muy versátiles, pudiéndose emplear en fábricas, puertos, almacenes, etc.

- **Grúas fijas de alta capacidad**

Finalizando con este tipo, cabe destacar ciertas grúas especiales que se montan junto a obras o fábricas, donde son necesarias capacidades de elevación de carácter excepcional.

La grúa de la siguiente imagen es la Sarens SGC-250, la más grande del mundo en la actualidad. Es capaz de levantar hasta 5.000 toneladas, tiene un radio de trabajo máximo de 275 metros y una altura máxima de elevación de 250 metros. Puede manejar una carga de 2.000 toneladas en un radio de 100 metros.

Este tipo de grúas se emplean, por ejemplo, en obras de extensos complejos industriales —refinerías, centrales térmicas— donde llegan componentes de gran tamaño y peso ya fabricados y montados, teniendo que ser manipulados de una sola pieza para su instalación final. En la gran mayoría de los casos, el montaje y puesta en marcha de la propia grúa deriva en un proceso más tedioso que la obra en sí.



Figura 1.13 Grúa Sarens SGC-250

Se puede observar la plataforma en forma de anillo sobre la cual gira la superestructura de la grúa.

1.2.2 Grúas móviles

Considerando únicamente las que se pueden mover —de forma motorizada— o instalarse en un vehículo, se destacan los siguientes ejemplos:

- **Grúas torre autoportantes**

También conocidas como *autoerigibles*, son esencialmente grúas torre —como las vistas en el apartado anterior— pero cuya base se encuentra en una plataforma móvil, como por ejemplo un chasis de camión adaptado o especializado. Se arman de forma muy rápida y se emplean para trabajos puntuales (obras de pocos días). Tienen un coste muy superior a las grúas torre convencionales.

En la Figura 1.15 se muestra una de ellas, pudiéndose apreciar el sistema de plegado con el cuál funciona. Se puede observar que el tramo de la torre (el vertical) no se trata en este caso de un tramo de celosía (como el horizontal) sino que es un tramo sólido de pluma telescópica, como el que se estudiará más adelante. Esto varía según el modelo de grúa autoportante, existiendo muchos tipos, tamaños y métodos de desplegado distintos.



Figura 1.15 Grúa autoportante Liebherr MK 140-5.1

▪ Articuladas sobre vehículo

Son unas de las más empleadas en la vida cotidiana. Se encuentran ancladas al bastidor de diversos vehículos de transporte, y sirven para la carga y descarga de mercancías en las ciudades y obras generales. No se emplean para la elevación pesada.

Son añadidas como accesorios extra a camiones y furgonetas compatibles, por lo que existe una gran variedad de modelos de estas grúas.

Las más conocidas son las desarrolladas por la empresa Palfinger®, pudiéndose encontrar en la mayoría de camiones y furgonetas.



Figura 1.14 Modelo de grúa Palfinger®

▪ Grúas móviles con pluma de celosía.

Se basan en el empleo de una pluma de celosía en lugar de una pluma telescópica (como sí llevan las catalogadas como *autopropulsadas*). Por lo general permiten elevar cargas más pesadas y salvar mayores alturas, aunque su montaje —in situ, en el lugar de trabajo— es muchísimo más complejo y requiere transportar las enormes secciones de la pluma desmontadas, precisando así de un gran convoy de vehículos de apoyo.

En la figura de la siguiente página se tiene una Liebherr LG-1750, donde se puede observar el chasis inferior, que incluye 8 ejes para moverse. Lo único que se desplaza por carretera con dicho vehículo son los estabilizadores, puesto que todo lo demás (la superestructura superior, todas las secciones de celosía, contrapesos, sistema de cableado, etc.) se transporta como ya se ha mencionado en un convoy junto a la misma, montándose la máquina completa en el lugar de trabajo.



Figura 1.16 Grúa móvil de celosía Liebherr LG-1750

Dentro de esta categoría entrarían las que emplean grandes orugas para su movimiento en lugar del chasis impulsado por ruedas. Estas grúas, a pesar de estar dentro de la categoría *móviles*, en la práctica son máquinas colosales que tiene una movilidad muy reducida, aunque el hecho de tener orugas —y no requerir estabilizadores— les permite orientarse y moverse dentro de la zona de trabajo. Resulta lógico mencionar que no pueden circular por carretera, teniendo que ser montadas igualmente en la zona de trabajo, aumentando en gran medida los costes de transportes y operación.



Figura 1.17 Superestructura de la grúa sobre orugas Liebherr LR-13000

▪ Grúas autopropulsadas

Finalmente se llega al grupo más importante y utilizado, siendo el tipo de grúa en que cualquier persona piensa cuando escucha el término “grúa móvil”. Resultan ser las más versátiles por tipos, usos y tamaños distintos existentes, pudiendo desempeñar las labores de moviendo de cargas con rapidez y agilidad.

Estas grúas presentan principalmente dos ventajas con respecto a las vistas anteriormente:

- **Velocidad de instalación.** No requieren un intenso montaje externo —las pequeñas incluso ninguno— pudiéndose poner en pleno funcionamiento en minutos. Esto depende del tamaño y la complejidad de la grúa, aunque por lo general son muy rápidas en el montaje.
- **Facilidad y sencillez de circulación.** Las grúas de bajo-medio tonelaje se valen de sí mismas; es decir, no requieren un convoy con vehículos de apoyo externo o transporte, puesto que llevan todo lo que necesitan para funcionar en la propia grúa, lo que supone una enorme ventaja a la hora de movilizarlas y desplegarlas en ciudades.

Esto último se cumple para grúas pequeñas con capacidades bajas y medias. En la gran mayoría de situaciones cotidianas se requieren grúas con esas características, por lo que las grúas móviles de estos tamaños son a su vez la más empleadas, aprovechándose de las ventajas indicadas.

Por su parte, las grúas de tamaño superior sí que pueden precisar de transporte de elementos externos (componentes necesarios para el funcionamiento, la pluma, contrapesos, plumines y celosías extra, etc.) por lo que son acompañadas de un —en menor o mayor medida— convoy, con numerosos vehículos de apoyo.

A continuación, se incluyen a modo de ejemplo varios tipos y modelos de grúas autopropulsadas:



Figura 1.19 Grúa Liebherr LTC 1050-3.1

Estas grúas son muy compactas, empleándose en zonas de difícil acceso y maniobrabilidad (incluso dentro de edificios). Aun así, tiene una carga máxima de 50 t, llegando a los 48 metros de altura y un radio de trabajo máximo de 39 metros.



Figura 1.18 Grúa Liebherr LRT 1130-2.1

Similares a las de la izquierda, aunque reforzadas y preparadas para el trabajo en terrenos abruptos y accidentados. El modelo mostrado es el tope de gama de la serie LRT, alcanzando los 85 metros y 130 toneladas de carga máximas



Figura 1.21 Grúa Liebherr LTF 1060-4.1

La ventaja de esta gama radica en que monta la estructura de la pluma sobre un chasis genérico de camión pesado, lo que simplifica la fabricación y elimina necesidades como los permisos y licencias especiales que sí requieren las otras series y modelos.



Figura 1.20 Grúa de bomberos LTM 1070-4.2

Las grúas móviles pueden personalizarse para usos más específicos, como servicios de emergencias, industria militar, etc.

1.3 Grúas telescópicas en la actualidad

1.3.1 Mercado y fabricantes

En la actualidad podemos encontrar diversas marcas y fabricantes alrededor del mundo que ofrecen soluciones de grúas autopropulsadas de pluma telescópica (como la que se estudia en el presente proyecto). Tradicionalmente se ha tratado de un sector lucrativo y en auge, debido a la relativa baja competitividad y altas barreras de entrada. Hay que sumar la diversificación presente en dichas empresas: por regla general no se dedican exclusivamente al desarrollo de grúas, sino que habría que sumar el de demás maquinaria y equipamiento altamente especializado, muy cotizado en los países y empresas de todo el mundo.

No obstante, en los últimos años se ha producido un ligero descenso en los ingresos de los 20 mayores fabricantes de grúas del mundo (reunidos en el índice *ICM20*) que en el año 2023 tuvieron unas ventas combinadas de 32.000 millones de dólares. Esta caída general vino impulsada por las crisis surgidas en los últimos años, concentrándose la mayor parte de las pérdidas en las empresas chinas (*XCMG*, *Zoomlion* y *Sany*) que se desplomaron entre un 40-50% con respecto al ejercicio de 2022.

Los principales fabricantes occidentales no han visto mermadas sus ventas, sino que siguen creciendo año tras año. Por parte de Estados Unidos se destacan dos empresas que entre sus productos se incluyen grúas móviles telescópicas:

Grove (subsidiaria de *Manitowoc*), una reconocida empresa con sede en Wisconsin. En 2023 tuvo unos ingresos de 2.091 millones de euros, empleando a unos 5.200 trabajadores.

Terex, con sede en Connecticut. Cuenta con 9.000 empleados y en 2023 facturó 4.800 millones de euros. Se especializa en la fabricación de grúas todoterreno (Figura 1.18).

Por parte de Japón se distingue la empresa pública **Tadano**. Fue fundada en 1919, tiene 5.100 empleados y en 2023 tuvo ventas por valor de 1.710 millones de euros

En Europa coexisten varias empresas dedicadas a la distribución de grúas con pluma telescópica (como **Sennebogen** o **Demag**) aunque la que destaca por encima del resto —y con gran diferencia— es **Liebherr**.

Liebherr-International AG es uno de los más importantes y destacados fabricantes de maquinaria y equipamiento de construcción del mundo, así como de minería e industria pesada. Fue fundada en 1949 en Alemania, aunque actualmente tiene consideración de empresa germano-suiza al tener su sede central en Bulle (Suiza). En el presente cuenta con cerca de 54.000 empleados y 36 fábricas repartidas por 16 países, además de presencia —sedes y demás instalaciones— en 50 países alrededor del mundo.

En el año 2023 declararon unos ingresos por valor de 14.000 millones de euros, experimentando durante la última década unos incrementos interanuales hasta un 10%. Estos números indican la influencia de la compañía en el sector a nivel internacional.

El grupo se encuentra dividido en 130 empresas subsidiarias, que se agrupan en los 12 segmentos de negocio del grupo dedicados a la tecnología:

- Grúas móviles y sobre orugas (25%).
- Grúas torre (4%).
- Grúas marítimas (7%).
- Minería. (10%).
- Movimiento de tierras (19%).
- Maquinaria de cimentaciones especiales.
- Tecnologías del hormigón.
- Engranajes y sistemas de automatización.
- Componentes mecánicos especializados.
- Tecnologías de gestión de los materiales.
- Sistemas aeroespaciales y ferroviarios (10%).
- Equipos de refrigeración industriales.

Liebherr International Aktiengesellschaft

La compañía es sinónimo de calidad, fiabilidad y seguridad, por lo que sus grúas son las más valoradas en el mundo de construcción —sobre todo en Europa— donde la gran mayoría de las que se emplean llevan su logo.

Como se comentó en la página anterior, existen fabricantes estadounidenses, chinos y japoneses que fabrican grúas autopropulsadas con pluma telescópica —aunque de tamaño pequeño-medio— con características técnicas similares, aunque en la gran mayoría de los casos las empresas se decantan por maquinaria Liebherr, especialmente en Europa y América.

No obstante, cuando se hace referencia a grúas de tamaño medio-grande —así como grúas especiales— Liebherr no tiene competencia: poseen los modelos más grandes y avanzados del mundo, con capacidades y tecnologías que ninguna otra compañía tiene. Esto viene dado por la experiencia de Liebherr en el desarrollo de estos equipos, así como por la gran cantidad de patentes y ventajas industriales que tiene con respecto a sus rivales.

La filial de Liebherr en España es *Liebherr Industrias Metálicas S.A.*, que cuenta con una planta de fabricación en Pamplona (Navarra) desde 1990. En ella, con sus 360 trabajadores, actualmente fabrica grúas torre (de hasta 150 metros) y grúas torre automontables (hasta 34 metros).

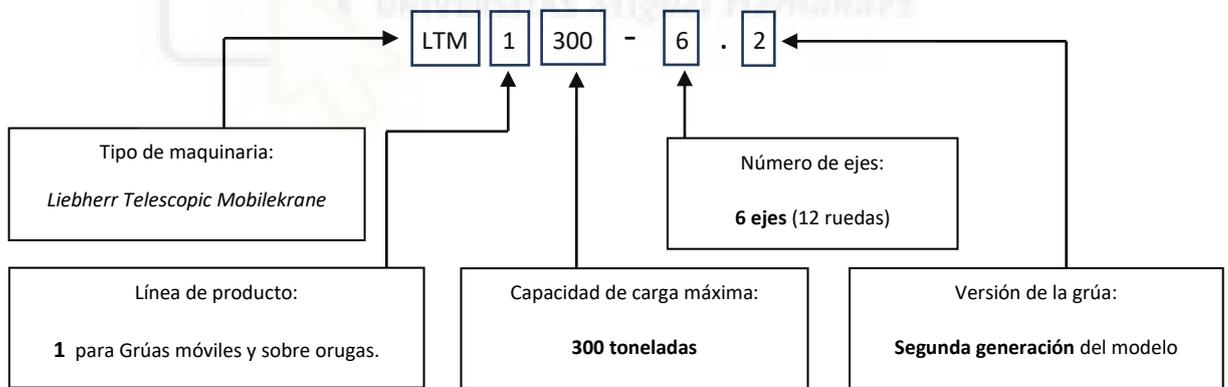
1.3.2 Catálogo de Liebherr

Centrándonos en el objeto de estudio del proyecto (las grúas autopropulsadas con pluma telescópica) Liebherr cuenta con su gama de grúas denominada **LTM** (*Liebherr Telescopic Mobilekrane*) conformada actualmente por 22 modelos en su catálogo:

Grúas de 2 ejes		
LTM 1030 - 2.1		
LTM 1040 - 2.1		
Grúas de 3 ejes		
LTM 1050 - 3.1		
LTM 1055 - 3.2		
LTM 1060 - 3.1		
Grúas de 4 ejes		
LTM 1070 - 4.2		
LTM 1090 - 4.2		
LTM 1120 - 4.1		
	Grúas de 5 ejes	
	LTM 1100 - 5.3	
	LTM 1110 - 5.1	
	LTM 1110 - 5.2	
	LTM 1150 - 5.3	
	LTM 1160 - 5.2	
	LTM 1230 - 5.1	
	LTM 1250 - 5.1	
		Grúas de 6 ejes
		LTM 1300 - 6.2
		LTM 1300 - 6.3
		LTM 1350 - 6.1
		Grúas de 8 ejes
		LTM 1450 - 8.1
		LTM 1650 - 8.1
		Grúas de 9 ejes
		LTM 1750 - 9.1
		LTM 11200 - 9.1

Tabla 1 Modelos de grúas autopropulsadas actuales de Liebherr

La denominación seguida es la siguiente; tomando como ejemplo el modelo LTM 1300 - 6.2:



Por lo que el modelo LTM 1300-6.2, corresponde a la segunda generación de la grúa móvil Liebherr autopropulsada con pluma telescópica que cuenta con un chasis de 6 ejes y una capacidad máxima de carga de 300 toneladas. Vemos en la tabla superior que se comercializa también su nueva versión, la 6.3.

Figura 1.22 Grúa LTM 1300-6.2

Se muestran imágenes de las grúas LTM 1030-2.1 (el modelo más pequeño que la marca comercializa) y de la LTM 11200-9.1, la grúa autopropulsada más grande del mundo.



Figura 1.23 Grúa LTM 1030-2.1

Con un tamaño muy compacto, es capaz de levantar un máximo de 30 t. Su pluma telescópica es de 30 metros, y tiene un radio de trabajo máximo de 26 metros, características más que suficientes para trabajos cotidianos.



Figura 1.24 Grúa LTM 11200-9.1 de Liebherr

Se trata de la mayor grúa de este tipo en el mundo, capaz de levantar una carga máxima de 1.200 toneladas (a 3 metros de distancia). Su pluma telescópica se extiende hasta los 100 metros de longitud, trabajando con un radio máximo de 86 metros.

Los modelos mostrados corresponden a sus configuraciones básicas. La marca pone a disposición de los clientes un gran número de accesorios y componentes extra que mejoran las capacidades de sus grúas. Ejemplos de dichos elementos complementarios se muestran en el apartado 11 del presente documento.

La mayor parte del proceso de fabricación y ensamblado de todos los modelos de grúas móviles se realiza en la megafactoría de Liebherr en Ehingen, en el sur de Alemania. Se trata de las instalaciones más importantes de la compañía, con un millón de metros cuadrados —de los cuáles un tercio corresponden directamente a naves y zonas de producción— y 5.000 empleados. Desde su apertura en 1969, de la planta han salido más de 40.000 grúas móviles a clientes de todo el mundo.

1.4 Componentes básicos y tecnologías de las grúas Liebherr

A continuación, se incluye un breve resumen básico sobre las distintas partes generales en la que se divide una grúa autopropulsada:

- **Chasis portante o bastidor.** Es la estructura básica donde se apoya toda la grúa y donde se anclan el resto de los componentes. Contiene los elementos necesarios para el movimiento autónomo de la grúa: cabina, motores térmicos, sistemas de transmisión y dirección, etc. Debe ser un elemento muy resistente, puesto que es el que deriva los enormes esfuerzos desde la superestructura superior y la pluma hacia los estabilizadores laterales.
- **Estabilizadores.** Transmiten de las cargas de la grúa hacia el terreno, aumentando enormemente la capacidad y radios de trabajo en comparación con utilizar sólo las ruedas, evitando vuelcos.
- **Superestructura superior.** Base rotativa apoyada sobre el chasis que sostiene la pluma y demás elementos necesarios para las labores de elevación, como los cilindros, la cabina del operador, el cabrestante y los contrapesos, entre otros.
- **Pluma.** Brazo mecánico de gran longitud que, mediante su inclinación y extensión, permite la elevación de cargas. Puede estar formado por distintas secciones, que se recogen en su interior (telescopado) o estar basadas en estructuras de barras metálicas (celosías).
- **Cabrestante y sistema de cableado.** Son los elementos encargados de levantar la carga, tirando de ella gracias a la tensión generada por motores en los cables metálicos.

Lo descrito se aplica a todas las grúas móviles, independientemente de la marca. No obstante, como se mencionó anteriormente, las grúas son máquinas muy complejas, siendo muy pocas empresas las que las fabrican y comercializan a nivel internacional, teniendo cada una sus propias tecnologías y componentes.

Liebherr invierte grandes cantidades en I+D, con el fin de desarrollar nuevas tecnologías y patentes que implementar en sus grúas. Esto no sólo mejoran el desempeño y seguridad de estas, sino que además sirven para distanciarse de la competencia, marcando una gran diferencia con respecto al resto de fabricantes del mundo.

Las características y tecnologías más destacables que incorporan las grúas de Liebherr son las siguientes:

1.4.1 Sistema de propulsión y transmisión

Tanto la totalidad de los motores como el sistema de transmisión están diseñados y fabricados por Liebherr (a excepción de las cajas de cambio y algunos otros elementos) optimizados para cada uno de los modelos de grúa. De hecho, la compañía es una de las referentes en el desarrollo de motores diésel en el mundo, comercializándolos de manera externa para otros fines.

Su oferta de motores diésel para la propulsión parte desde los 280 CV (6 cilindros) hasta los 700 CV (con 8 cilindros). Por su parte, para energizar el sistema hidráulico (actuadores y cabrestantes) se montan motores dedicados de hasta 6 cilindros y 410 CV.

En lo referente a los anterior, lo habitual era optar por una configuración de doble motor: uno para la propulsión y otro para accionar el sistema hidráulico, en el caso de las grúas más grandes y de mayor capacidad. No obstante, en los últimos años el fabricante introdujo su nuevo concepto de motor único, montando un solo motor diésel de mayor potencia para satisfacer ambas necesidades de movilidad e hidráulica.

A modo de ejemplo, el modelo LTM 1300-6.2 incluye un solo motor diésel de 8 cilindros y 620 CV.

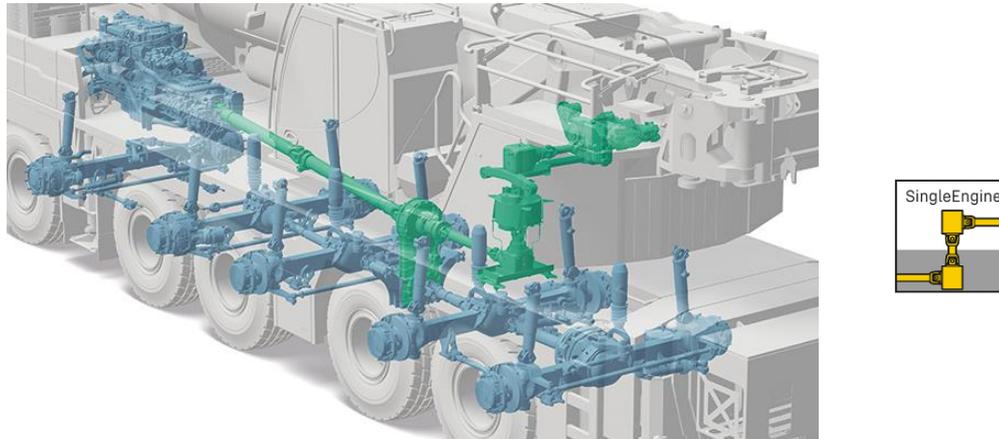


Figura 1.25 Configuración de un sólo motor en una grúa LTM de 5 ejes.

Durante las labores de elevación, la potencia del motor inferior se deriva a la superestructura superior —a través de la corona giratoria— mediante una transmisión dedicada (resaltada en la imagen en color verde), llegando a las bombas hidráulicas y demás sistemas necesarios. Esto tiene como ventaja la eliminación del usual motor superior, simplificando en gran medida el mantenimiento y disminuyendo costes, además de la liberación de espacio en la superestructura para la colocación de otros sistemas y elementos.

En lo referente a las cajas de cambio, Liebherr emplea elementos totalmente automáticos desarrollados por la empresa alemana *ZF Friedrichshafen AG*, con la que mantienen una estrecha relación de colaboración. El fabricante ZF es uno de los mayores y reconocidos fabricantes de elementos mecánicos del planeta.



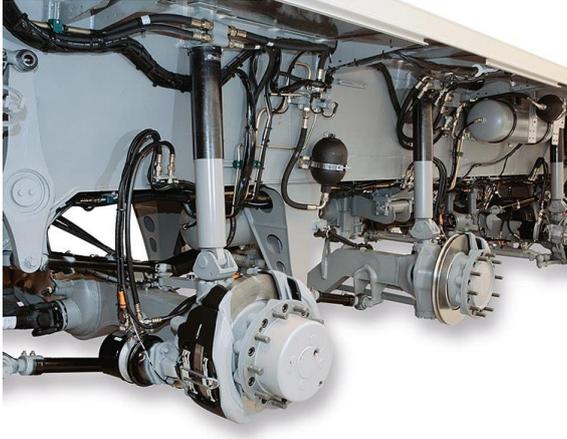
Se emplean cajas de hasta 16 marchas. El número de ejes de la grúa determina el tipo y modelo de caja empleada, con la finalidad de obtener la mejor eficiencia y confort en la conducción en estas pesadas máquinas. Para lograr altas capacidades todoterreno, de forma general más de la mitad de los ejes de la grúa son traccionados, aunque esto depende del modelo en cuestión.

1.4.2 Sistema de dirección, frenado y suspensión

Las grúas LTM llevan frenos de disco accionados por aire comprimido en todas sus ruedas.

En las grúas de más de 90 toneladas de capacidad se incluye un elemento de frenado extra, el *Intarder®*, desarrollado por ZF e integrado en sus cajas de cambio. Se trata del conocido popularmente como *retarder* (retardador o ralentizador hidrodinámico en español) que emplea fluido hidráulico para crear resistencia a la rodadura. Este realiza hasta un 90% de la capacidad de frenado necesaria en el día a día, reduciendo en gran medida el desgaste de los frenos de servicio. Este elemento tiene una gran utilidad en las grúas estudiadas debido a que, como se mencionó en el apartado anterior, todos o la gran mayoría de los ejes son traccionados, siendo una característica obligatoria para el funcionamiento del retardador.

Así mismo, en las grúas de mayor tonelaje y de más de 8 ejes se instalan retardadores electromagnéticos, conocidos comúnmente como frenos eléctricos. Estos se basan en corrientes eléctricas que generan campos magnéticos que —interactuando con bobinas fijas en el eje motriz— inducen un par de frenado al mismo, reduciendo así la velocidad del vehículo.



Por su parte, la suspensión de las grúas LTM se basan en un sistema hidroneumático, con dos cilindros (exentos de manteniendo según la marca) en cada uno de los ejes. En todo momento se puede configurar de forma electrónica el modo de suspensión y de los estados de marcha.

Figura 1.26 Suspensión de una grúa LTM

Pasando a la dirección, todos los modelos de grúas LTM llevan un complejo sistema de dirección que controla cada uno de los ejes por separado, todo ello electrohidráulicamente.

Cada eje tiene su circuito hidráulico independiente, pudiéndose obtener numerosas combinaciones de giro y por tanto una máxima maniobrabilidad. Esto resulta esencial sobre todo de los modelos más grandes, con una mayor longitud y número de ejes. Sin esta característica, sería muy difícil el manejo de estos vehículos.

En la siguiente imagen se puede observar ejemplos de giros posibles mediante este sistema.

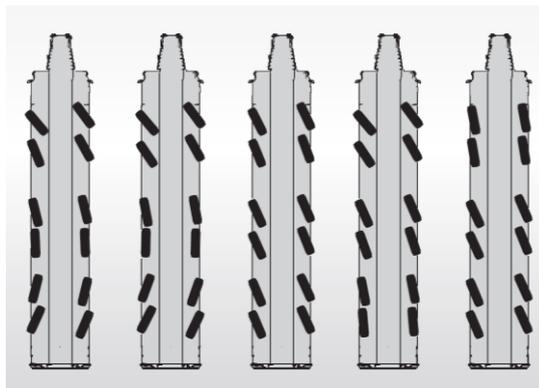


Figura 1.27 Sistema de dirección

Dichos modos funcionan únicamente a bajas velocidades, bloqueándose los ejes traseros automáticamente a partir de cierta velocidad. Todo el sistema se controla fácilmente desde el mando del conductor, pudiendo éste seleccionar el método de dirección que desee en cada momento.

1.4.3 Sistemas de control y manejo de la grúa

Todos los modelos de la serie LTM incluyen el conocido como Sistema de Control Inteligente de la grúa, **LICCON** (por sus siglas en inglés *Liebherr Computed Control*). Tanto el hardware como el software que lo componen ha sido desarrollado íntegramente por Liebherr. Actualmente se tiene la 3ª generación.

Este sistema informático facilita en gran medida el uso de la grúa, reduciendo costes y tiempo de formación, a la vez que mejoran la fiabilidad y seguridad de esta. Se tienen funciones y programas como:

LICCON

- Planificación y simulación de los trabajos a realizar con la grúa.
- Cálculos de esfuerzos y cargas máximas admisibles.
- Descarga del trabajo del operador, realizando tareas de supervisión de forma autónoma.
- Localización rápida de averías y errores.
- Gestión y acceso total a todas las funcionalidades de la grúa.

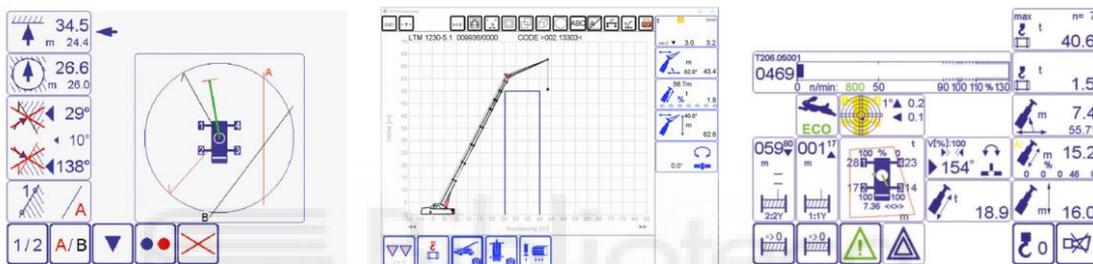


Figura 1.28 Ejemplos de los monitores con diversas funcionalidades de LICCON

Además, a partir de la segunda generación de LICCON se introdujo la posibilidad de controlar de manera externa la grúa, fuera de las cabinas del conductor y del gruista, mediante el *terminal BBT*.

El controlador externo BTT permite una mayor comodidad y seguridad al operar la grúa, ya que posibilita el contacto directo del operador con el exterior y las inmediaciones de la grúa, así como con la carga.

Funciones generales:

- Control de los estabilizadores (inclinación y nivelación).
- Manejo de la pluma telescópica y del cabrestante, así como del uso de los ganchos.
- Conducción del movimiento de la grúa (dirección y avance).
- Operación de la suspensión del chasis y los ejes.

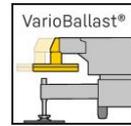


Figura 1.29 Telemando externo BTT

1.4.4 Otras tecnologías destacables

VarioBallast®

Incluida en los últimos modelos de grúas LTM, se trata de un diseño especial del sistema de contrapesos de la superestructura que permite variar la distancia de estos con respecto a la pluma, moviéndolos hacia delante o hacia atrás hidráulicamente.



Esto modifica el radio de contrapeso de forma rápida, permitiendo una reducción del tonelaje total de contrapeso necesario sin afectar de forma significativa la capacidad de carga. Facilita el transporte, economizando el combustible y reduciendo costes derivados del mismo.

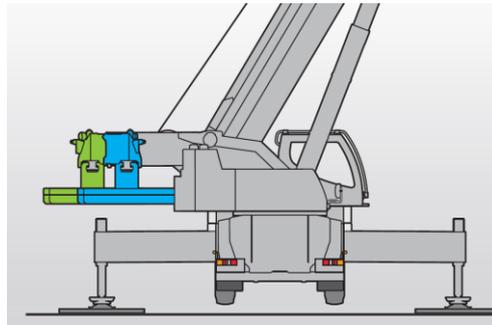


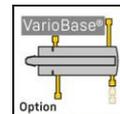
Figura 1.30 Funcionamiento de la tecnología VarioBallast®

Sistema de contrapesos automáticos

El operador de la grúa puede cargar los contrapesos sin intervención humana, puesto que el sistema automático de montaje de los contrapesos se encarga de todo el proceso, ahorrando tiempo y aumentando la seguridad de dichas operaciones. Unos cilindros hidráulicos los recogen y elevan desde el suelo.

VarioBase®

Permite desplegar cada uno de los estabilizadores de forma independiente, lo que posibilita el trabajo de forma segura en zonas con un espacio limitado, donde no sería posible extenderlos en su totalidad.



De forma conjunta con el sistema LICCON, calcula en tiempo real las cargas admisibles y radio de trabajo máximos en función de la posición de los estabilizadores, garantizando electrónicamente las mayores capacidades de carga y zonas de trabajo posibles en cada situación. A la vez, un limitador de momento de carga evita vuelcos y accidentes relacionados. Se aumenta la versatilidad y seguridad de la grúa.

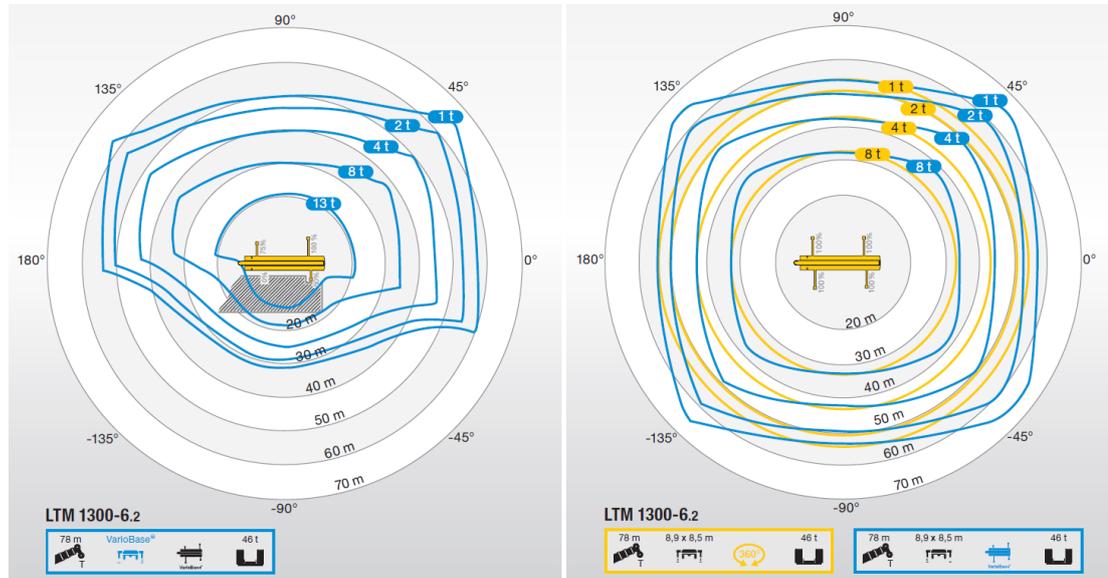


Figura 1.31 Ejemplos de uso del sistema VarioBase®

En el diagrama de la izquierda se muestran las zonas calculadas cuando se trabaja con los estabilizadores en una determinada posición. Por su parte, en la derecha, las zonas delimitadas por las líneas azules corresponden a las calculadas por esta tecnología, mientras que las amarillas son los diagramas básicos de carga, observándose un ligero aumento de las zonas prácticas de trabajo.

Telematik®

Uno de los sistemas más importantes y exitosos implementados por Liebherr. Permite la extensión y el repliegue de sus plumas telescópicas de manera rápida y segura. Su funcionamiento y diseño se desarrollará en profundidad en los siguientes apartados.

2 DEFINICIÓN DEL PROYECTO

2.1 Objeto y alcance de estudio

El presente Trabajo Fin de Grado tiene como finalidad el diseño y análisis del funcionamiento de la pluma telescópica de una grúa autopropulsada, así como del sistema hidráulico que esta lleva aparejado.

En lo referente a la pluma, el estudio se centrará en el dimensionado analítico y numérico de la misma, así como el desarrollo de su sistema de telescopaje interior.

A su vez, se plantearán los diagramas del sistema hidráulico necesario para el funcionamiento de la pluma, en sus funciones básicas de inclinación y telescopado, además del dimensionado de los actuadores.

Por tanto, no son objeto de estudio del presente proyecto el resto de los sistemas y estructuras de la grúa, como pueden ser el chasis principal, los motores térmicos, los elementos de tracción y transmisiones, las instalaciones eléctricas, los sistemas electrónicos y de automatización, cabrestantes y poleas, etc. Esto se justifica debido a la inmensa complejidad global de estas máquinas, siendo imposible abarcar dichos elementos en un único trabajo de esta índole.

2.2 Justificación del estudio

Entre las principales motivaciones industriales del presente trabajo se encuentra la grandísima importancia de las grúas para el desarrollo de la sociedad, puesto que, sin ellas, sería casi imposible enfrentarse a uno de los fenómenos naturales de mayor impacto, como es la fuerza gravitatoria.

Las grúas nos permiten vencer dicho obstáculo, siendo componentes clave en la industria, construcción y el transporte, por lo que su estudio, desarrollo y mejora son una materia obligatoria para la ingeniería.

Además, cabe destacar la complejidad y el atractivo de las grúas, tratándose de una de las máquinas más representativas en la Ingeniería Mecánica, usándose como ejemplo popular y tradicional de esta.

Por último, como justificación personal del trabajo, he de decir que las grúas se tratan de una de mis máquinas preferidas, por lo que quería dedicar mi trabajo final de grado al estudio de uno de estos ingenios.

2.3 Competencias y conocimientos

En el presente trabajo se emplearán técnicas y conocimientos adquiridos a lo largo del Grado, entre los que se incluyen:

- La capacidad de redacción y desarrollo de proyectos en la ingeniería.
- Los procedimientos en el proceso de cálculo y diseño de máquinas.
- Conocimiento de los principios de teoría de máquinas y mecanismos.
- Utilización de los principios de la resistencia de materiales para el análisis de piezas.
- La aplicación de técnicas de ingeniería gráfica para la representación y modelado de los elementos.
- Empleo de los principios de la mecánica de fluidos y sus aplicaciones a sistemas hidráulicos.

2.4 Metodología

Los pasos y procedimientos seguidos para el diseño de la pluma telescópica son los siguientes:

Se partirán de unas características de diseño, que se basarán en requisitos de trabajo estimados y en los datos de grúas reales actuales en el mercado, las cuales servirán como apoyo.

Una vez determinados los requerimientos de partida se calcularán los esfuerzos que actuarán sobre la pluma —para las diferentes situaciones de carga e inclinación—, a partir del análisis de mecanismos y la resistencia de materiales. Todo ello se hará empleando cálculo puramente analítico, aunque se recurrirá al software Microsoft Excel® para automatizar operaciones, así como para la creación de tablas y las representaciones gráficas.

A partir de los esfuerzos se obtendrán las tensiones en la pluma, discutiendo el comportamiento y seguridad en la misma. Esto permitirá realizar un dimensionado, del cual partir en el siguiente punto: el modelado 3D de la pluma, incluyendo todas sus piezas y elementos internos del sistema de telescopado.

El modelado será realizado mediante el software Inventor Professional 2024®, un programa avanzado de diseño paramétrico desarrollado por la compañía estadounidense Autodesk Inc., al cual se puede acceder gratuitamente mediante licencias cedidas a la comunidad universitaria.

Una vez creado el modelo digital tridimensional, se usará un módulo integrado del programa mencionado para ejecutar simulaciones (cálculo numérico) de la pluma, bajo las condiciones de trabajo más desfavorables. Esto permitirá conseguir resultados finales más reales y válidos que los obtenidos mediante el cálculo analítico.

Los planos de los componentes y ensamblajes de la pluma se realizarán también mediante Inventor, junto con una simulación renderizada del funcionamiento del mecanismo interno del ensamblaje, producida con el módulo de Inventor Studio y exportada posteriormente a Blender.

Pasando al sistema hidráulico de la pluma, se llevará a cabo el dimensionado de los cilindros de inclinación y telescopado, comprobado la resistencia de estos.

Se elaborarán los circuitos hidráulicos completos asociados a la pluma, explicando su funcionamiento y componentes, además de representarlos en el software especializado FluidSim 5® de Festo.

Finalmente, al mismo tiempo se incluyen otros apartados complementarios, a modo de apoyo de los cálculos y aspectos técnicos del proyecto, donde se desarrollan temas descriptivos e informativos.

3 BASES DE DISEÑO

3.1 Necesidades técnicas

Como ya se indicó en la introducción, se pretende diseñar una pluma telescópica. Lo primero sería determinar qué se espera que sea capaz de realizar, en función de los trabajos que vaya a desempeñar.

De forma general se considera como grúa de tamaño pequeño las que poseen una capacidad de carga de hasta unas 50-80 toneladas, mientras que las de tamaño medio pueden llegar a las 200-250 toneladas. Las grandes alcanzan las 500 toneladas, mientras que las que superan dicho límite se consideran como especiales, pudiéndose tratar en una categoría aparte.

La pluma proyectada se ha enmarcado dentro de grupo de las grúas de tamaño **medio**. Estas grúas, a pesar de ofrecer capacidades de carga notables, son muy versátiles y prácticas.

Al no ser particularmente grandes ni masivas —en comparación con las grúas más grandes— y al poder emplearse tanto para trabajos ligeros como para trabajos de cierta capacidad, las grúas de tamaño medio son muy utilizadas por empresas de elevación y alquiler de maquinaria, que se decantan por este segmento de grúas para abarcar y ofrecer así un buen rango de cargas de trabajo a sus clientes.

Actualmente el mercado de grúas se encuentra en un estado muy desarrollado, pudiendo encontrar varias empresas con décadas de experiencia en el sector, con decenas de modelos en su catálogo de grúas autopropulsadas. Si se observa el catálogo de grúas producidas por Liebherr que se pueden englobar en la categoría de tamaño medio (tanto actuales como modelos pasados):

Modelo	Capacidad	Longitud máx.
LTM 1135	135 t	60 m
LTM 1160	160 t	62 m
LTM 1200	200 t	72 m
LTM 1230	230 t	75 m
LTM 1250	250 t	60 m

Tabla 2 Capacidades y longitudes de la pluma de algunas grúas Liebherr de tamaño medio

Las características básicas de diseño de la grúa estudiada se tomarán como la siguientes:

- Capacidad de alzamiento máxima: **200** toneladas.
- Longitud de la pluma: aproximadamente **60** metros.

Dichas características encajarían en el rango de grúas de tamaño medio, empleándose para trabajos que requieran un extra de tonelaje en comparación con grúas más pequeñas.

El valor de 200 toneladas hace referencia a la carga máxima que podrá soportar la pluma en unas condiciones de trabajo específicas. Como resulta lógico, a mayor altura o radio de trabajo (distancia) menor será la carga máxima. Por lo general, en la industria los fabricantes dan el valor de carga máxima cuando se trabaja a el radio de trabajo mínimo, que en el caso de Liebherr se considera de 3 metros.

Algo importante a destacar es que el dato propuesto de longitud de la pluma variará ligeramente en el diseño final, quedando definido por el modelado por ordenador de la pluma real. Para los cálculos analíticos se tomará como extensión máxima un valor de 60 metros, rehaciendo y comprobando posteriormente los mismos con el dato final real obtenido en el modelado.

Otro dato básico muy importante para el diseño será determinar el número de tramos de la pluma, que en este caso se ha optado como cinco: el fijo más cuatro telescopables:

- Número de tramos de la pluma: **5** (1 fijo y 4 móviles).

Éste sería un número muy habitual y encontrado en las grúas telescópicas que se pueden encontrar en el mercado. Existen plumas con hasta 8 tramos, aunque como resulta lógico se tratan de pluma especiales y mucho más grandes que las tratadas en este proyecto.

En el punto 3.4 se introducirán otros datos de partida secundarios —aunque igualmente necesarios—, además de explicar la disposición de los tramos, su funcionamiento, sistema hidráulico, materiales, predimensionado, etc.

3.2 Información empleada

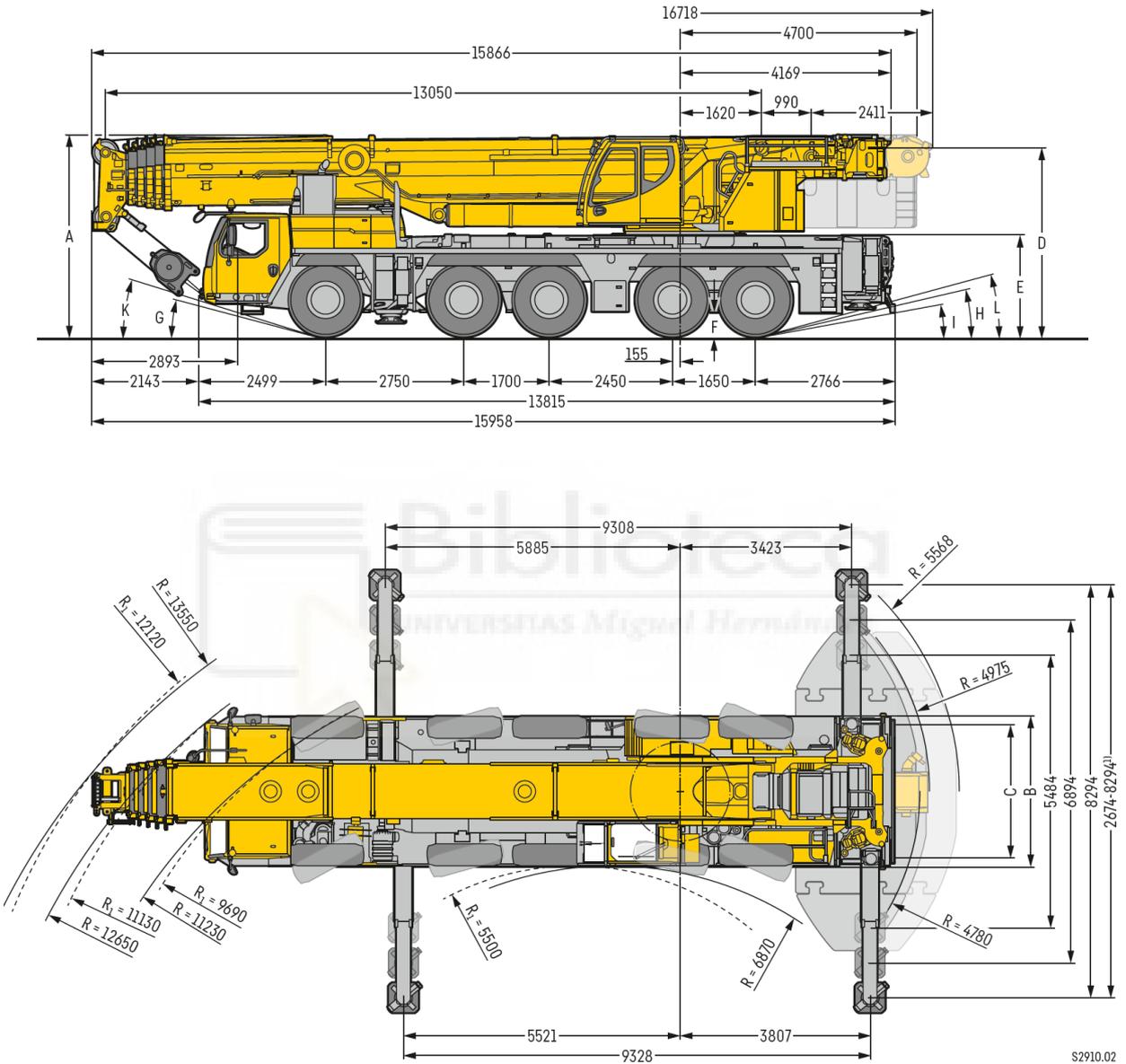
Con el fin de tener una grúa real como ejemplo y que sirva como punto de partida para algunos aspectos, el diseño se basará en un modelo ya existente de Liebherr que tenga características similares.

Examinando el catálogo de la marca, se pueden encontrar varios modelos con datos de carga y pluma similares a las impuestas en el proyecto. Una de ellas es la LTM 1250-5.1, con una capacidad máxima de 250 toneladas y una pluma de hasta 60 metros de longitud. Dichas características son muy similares a las de la pluma estudiada, lo que empleará dicho modelo sirva como base

3.2.1 Datos y características de la grúa modelo

Liebherr LTM 1250-5.1

Dimensiones físicas



	A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L
	125 mm*											
385/95 R 25 (14.00 R 25)	3950	3825	3000	2610	3697	1950	378	13°	11°	9°	15°	13°
445/95 R 25 (16.00 R 25)	4000	3875	3000	2550	3747	2000	428	15°	13°	10°	17°	14°
525/80 R 25 (20.5 R 25)	4000	3875	3100	2570	3747	2000	428	15°	13°	10°	17°	14°

Figura 3.1 Dimensiones generales de la LTM 1250-5.1

Datos generales del chasis

Bastidor

Tipo cajón, fabricación propia en acero estructural de grano fino de alta resistencia.

Estabilizadores

Cuenta con 4 puntos de apoyo, con movilidad horizontal y vertical totalmente hidráulica. Accionamiento por telemando, nivelación automática e indicación de inclinación electrónica.

Motor

Diesel de 8 cilindros, fabricado por Liebherr. Refrigerado por agua, 545 CV de potencia y torque máximo de 2.516 Nm. Cumplen normativas (EU) 2016/1628, EPA/CARB y ECE-R.96. Depósito de 750 litros.

Caja de cambios

Automática de 12 velocidades (y 2 marchas reservas) con convertidor e Intarder integrado. Fabricadas por ZF. Engranaje de distribución central con diferencial.

Ejes

Ejes libres de mantenimiento con dirección en todos ellos. Ejes 2, 4 y 5 planetarios. Todos los ejes tractores poseen bloqueo transversal diferencial. Eje 4 con bloqueo longitudinal diferencial.

Suspensión

Todos los ejes cuentan con suspensión hidroneumática y nivelación automática, así como bloqueo hidráulico de suspensión.

Dirección

Sistema de dos circuitos independientes con servomecanismo hidráulico. Dirección trasera activa en función de la velocidad, programas de dirección especiales para diferentes situaciones o modo de conducción.

Frenos

Freno de servicio: servofreno neumático con actuación a todas las ruedas, todos los ejes están dotados con frenos de discos, sistema de 2 circuitos.

Frenos adicionales: Freno de chapaleta de escape, freno eléctrico TELMA (opcional), *intarder* integrado en la caja de cambios.

Freno de mano: por acumuladores de muelle con actuación a todas las ruedas de los ejes 2 a 6.

Sistema eléctrico

Basado en 24 voltios de corriente continua, con dos baterías con 170 Ah cada una.

Superestructura

Bastidor

Fabricado por Liebherr en acero de grano fino de alta resistencia, resistente a la torsión. Corona de giro robusta de 3 hileras de rodillos.

Accionamiento de grúa

Accionamiento mecánico del sistema hidráulico de la grúa a través del chasis del camión. Bombas variables de pistones axiales con servo pilotaje y regulador de potencia.

Mando

Se realiza mediante dos mandos de control con movimiento en cuatro direcciones. Regulación continua de todos los movimientos de la grúa mediante el ajuste de las bombas hidráulicas, así como regulación adicional de la velocidad mediante el ajuste de las revoluciones del motor Diesel.

Cabrestante

Motor de desplazamiento variable de pistones axiales, cabrestante con engranaje planetario incorporado y freno de retención accionado por muelle. Accionamiento en circuito de aceite cerrado.

Inclinación pluma

Un cilindro diferencial con válvula de retención de seguridad.

Mecanismo de giro

Motor de pistones axiales de desplazamiento constante, engranaje planetario, freno de retención accionado por muelle. Accionamiento en circuito de aceite cerrado.

Cabina

Amplio campo de visión, acristalamiento de seguridad, confortable puesto de mando. Cabina inclinable 20° hacia atrás.

Dispositivos de seguridad

Limitador de cargas LICCON2, sistema de comprobación, limitador de fin de carrera de elevación, válvulas de seguridad contra la rotura de tuberías y latiguillos.

Lastre

Hasta 88 toneladas.

Pluma telescópica

Cuenta con 1 tramo base y 5 tramos telescópicos. Todos los tramos telescópicos pueden telescoparse de forma independiente mediante el sistema de telescopaje rápido Telematik. Longitud de pluma: 13,1 m (todos los tramos retraídos) - 60 m (longitud máxima).

Movimientos de la grúa

Velocidad mínima posible (marcha superlenta): ≈ 2 km/h.

Velocidad máxima en carretera: 80 km/h.

Pendiente máxima de ascenso: $\approx 55\%$

Tiempo de inclinación de la pluma (de 0 a 82°): 55 segundos

Tiempo total de telescopaje de 13,1 a 60 metros: aproximadamente 540 segundos.

3.2.1.1 Diagramas de carga

Las cargas máximas admisibles en función de la extensión de la pluma y el radio de trabajo¹ se indican en el siguiente diagrama.

	13,1 m	17,4 m	21,7 m	22,4 m	26 m	30,3 m	34,6 m	39 m	43,3 m	47,6 m	51,9 m	54,9 m	56,2 m	59,2 m	60 m		
3	250	134	120,9	120,2												3	
3,5	142,2	134	121,7	120,9	120,9											3,5	
4	140,3	134	122,7	121,6	121	118										4	
4,5	138,1	127,8	123,8	122,4	119,3	118,8										4,5	
5	134,7	120,2	120,3	119,6	118,3	117	110									5	
6	119,8	106,5	106,7	106,6	105,2	104,1	101,2	92								6	
7	106,5	95,3	95,9	96	93,8	96	92,5	87,8	69,3							7	
8	95,2	85,8	86,5	86,7	84,4	87,1	84,1	80,5	66,1	55,5						8	
9	84,9	78	78,7	78,7	76,5	79,4	77,3	74,2	62,1	53,6	45,5					9	
10	74,5	71,3	72	72,1	69,7	72,7	71,6	68,6	57,8	51,4	44,3	36,1				10	
11	61	61	66	66,2	64,5	66,8	66,5	63,8	54,1	49,3	42,9	35,4	28,3	29,2		11	
12			60,9	61,5	59,4	61,7	61,3	59,8	51,1	46,7	41,4	34,6	27,7	28,7	25,1	24,5	12
14			52,6	53	50,7	52,9	52,6	52	45,7	41,5	38	32,6	26,1	27,5	24,2	23,6	14
16				45,8	43,3	45,8	45,4	44,7	41,2	37,2	34,5	30,4	24,3	26	23	22,5	16
18				40	37,4	39,9	39,5	38,8	37,4	33,4	31,3	28,5	22,6	24,5	21,8	21,4	18
20				26	30,9	35,1	34,7	34	34,1	30,5	28,4	26,6	21	23,1	20,6	20,3	20
22						31	30,6	29,9	30,5	28,1	25,9	24,6	19,6	21,8	19,4	19,2	22
24						23,2	27,2	27,6	27,1	26,1	24	22,7	18,3	20,6	18,2	18,1	24
26							24,4	25	24,3	24,1	22,3	21	17,2	19,4	17,2	17	26
28							20,6	22,6	21,9	21,7	20,7	19,5	16,1	18,3	16,2	16,1	28
30								20,6	19,9	19,7	19,2	18,1	15,2	17,2	15,4	15,2	30
32								17,4	18,2	18,4	18	16,8	14,3	16,1	14,5	14,3	32
34									16,9	16,9	16,7	15,8	13,5	15,1	13,8	13,5	34
36									15,4	15,5	15,3	14,8	12,7	14,1	13,1	12,8	36
38										14,3	14	13,7	12	13,2	12,4	12,1	38
40										13	13,1	12,9	11,4	12,4	11,8	11,5	40
42											12,2	11,9	10,8	11,5	11,2	10,9	42
44											11,1	11	10,3	10,6	10,6	10,3	44
46											5,2	10,2	9,8	9,7	9,8	9,7	46
48												9,4	9,4	9	9,1	9	48
50												5,9	8,9	8,3	8,4	8,3	50
52													7,3	7,7	7,8	7,7	52
54														5,1	7,2	7,1	54
56															5,9	6,5	56
58																3,6	58

Tabla 3 Diagrama de cargas máximas de la LTM 1250-6.1

Los datos corresponden al caso con el sistema VarioBase activado, los cuatro estabilizadores totalmente desplegados y con 88 toneladas de contrapeso instaladas. Esta sería la situación ideal, donde se llegarían a las cargas máximas. Se ha extraído del manual de uso de dicha grúa, donde se incluyen decenas de diagramas de carga similares a este, en función de diversas variables como los contrapesos empleados, así como el plumín y celosías extra, entre otros.

La primera columna (que tiene un * indicativo) hace referencia a las situaciones donde la carga es levantada justo por detrás la grúa (de forma que la superestructura está girada 180° con respecto a su posición de reposo). Esta posición es la idónea y la que se emplea siempre que sea posible, sobre todo en el caso de trabajos de elevación que no requieran giro de la superestructura durante el izamiento. El resto de los datos se aplican al total de los 360°, pudiendo adoptar la superestructura cualquier posición de giro.

Como ya se ha mencionado y resulta lógico, la capacidad máxima de la grúa según el fabricante (250 toneladas) se consigue únicamente en una situación muy concreta, aunque se toma como referencia de cara a la comercialización de la máquina.

¹ De forma simplificada, el radio de trabajo es la distancia horizontal entre la carga y la grúa. Se trata de unos de los parámetros más importantes en el diseño y operación de una grúa. Se desarrollará en profundidad en el siguiente apartado.

A continuación, se muestran igualmente las capacidades máximas, aunque de una forma más gráfica: los números sobre las líneas circulares indican la carga admisible (en t), siguiendo la longitud e inclinación de la pluma, indicando al mismo tiempo el radio de trabajo asociado a esa posición.

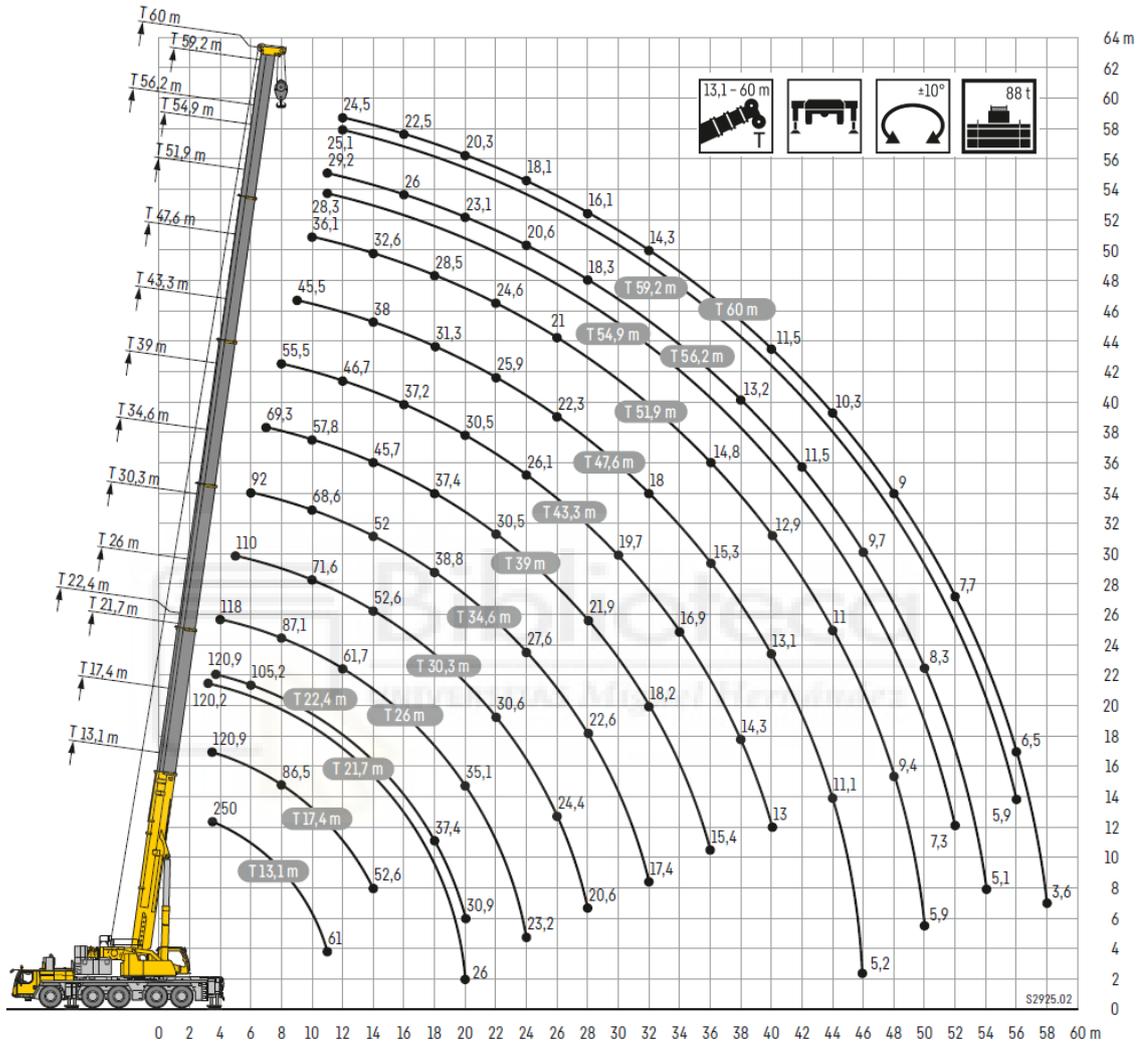


Tabla 4 Capacidades máximas (en toneladas) según la inclinación y despliegue de la pluma de la LTM 1250-5.1.

Únicamente se aplica para la posición de superestructura girada hacia atrás, pudiendo variar en un valor de 10° hacia un lado u otro. Se comprueba como las 250 toneladas máximas se obtienen a un valor de radio de trabajo de 3 metros, con la pluma totalmente retraída.

3.2.2 Radio de trabajo y momento máximo de elevación

Llegados a este punto resulta necesario introducir dos de los conceptos más empleados en el mundo de las grúas: el radio de trabajo y el momento máximo de elevación.

De manera estricta, el **radio de trabajo** (*lifting radius*) es la distancia horizontal medida en el suelo entre el centro o eje de rotación de la superestructura y el centro de gravedad de la carga. Es un parámetro muy importante, puesto que es el principal limitante a la hora de estipular la carga máxima y planificar los trabajos de elevación.

No hay que confundirlo con la distancia horizontal entre el centro de basculación de la pluma —punto azul de la imagen inferior— y la línea de gravedad de la carga (formando la distancia A):

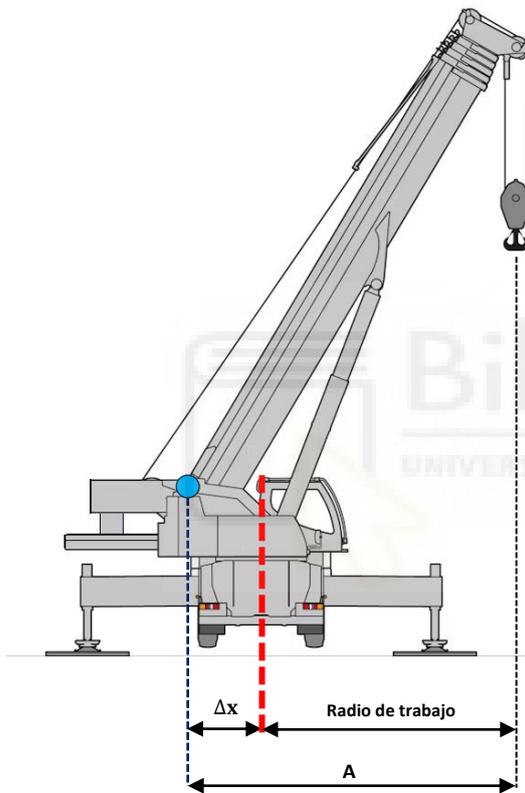


Figura 3.2 Esquema del radio de trabajo

En la gran mayoría de los casos el centro de inclinación de la pluma (punto azul) no corresponde con el centro de giro de la estructura superior, estando desplazado una cierta distancia, denotada como Δx .

Esta distancia suele estar comprendida entre los 1 y 2 metros —dependiendo del tamaño de la grúa— siendo un parámetro de diseño de la estructura superior de la grúa.

La variable A es la distancia total entre el punto de giro de la pluma y la línea de gravedad de la carga. En inglés se conoce a esta distancia como *boom pin to load gravity center suspended line*.

A medida que aumentamos el radio de giro, ya sea mediante la extensión o bajando la pluma, se incrementa en gran medida el momento generado en la base de la grúa. Dicho momento tiene que ser absorbido por la estructura de la misma, así como derivado al terreno a través de los estabilizadores.

Como es lógico, se tendrá un valor máximo de este momento, donde la grúa será incapaz de asimilar la carga. Aquí, en el peor de los casos se podría llegar a volcar. A este valor se le denomina momento máximo admisible o de estabilidad de la grúa.

También conocido en el sector como **momento máximo de elevación** o **momento de carga**, se trata de uno de los parámetros más importantes de una grúa. Como se ha indicado, relaciona de forma directa la capacidad de carga de la grúa con la distancia a la que se trabaja.

Este limita el momento total máximo que la grúa y los estabilizadores laterales son capaces de soportar sin volcar, siendo su valor un dato generalmente facilitado por los fabricantes.

$$M_{\text{máx}} = \text{Carga}_{\text{máx}} \cdot r_{\text{trabajo}}$$

Por ejemplo, en el caso de Liebherr, los valores de cargas máximas se dan para un radio de trabajo de referencia de 3 metros. Para la LTM 1250, sabiendo que la carga máxima a esos 3 metros según los diagramas es de 250 toneladas, se puede plantear la expresión general del momento de carga:

$$M_{\text{máx}} = C_{\text{máx}} \cdot r_{\text{trabajo}} = 250 \text{ t} \cdot 3 \text{ m} = 750 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Por tanto, la grúa LTM 1250-5.1 tendría un momento máximo de elevación de 750 toneladas por metro, por lo que ninguna posible combinación de carga y radio de trabajo podrá tener un valor superior al indicado.

Hay que destacar, tal y como su nombre indica, este sería el momento **máximo** que se podría tener, en las condiciones de carga máxima y con la configuración de la pluma y radio de trabajo concretos. No obstante, en la práctica el momento de elevación en cada momento no sigue un valor constante (esos 750 t·m) sino que va disminuyendo conforme aumentamos el radio de trabajo o la carga, de manera que no se tiene una relación lineal entre carga y distancia.

Como ejemplo, en los diagramas de las páginas anteriores se indican que a 12 metros se pueden elevar hasta 24,5 toneladas, lo que resultaría en un momento de carga de 294 t·m, valor muy inferior a los 750 máximos calculados. Si se pudiese optar en todo momento al valor máximo, a esos 12 metros de radio de trabajo se podrían disponer de hasta 62,5 toneladas teóricas ($12 \cdot 62,5 = 750$), aunque únicamente se admiten 24,5 toneladas en la práctica.

Esta reducción de la carga —y del momento— conforme se aumenta el radio de trabajo es debido a ciertos factores, entre los que se destacan la propia **resistencia** estructural, junto con la **estabilidad** y **seguridad** de la pluma.

- En lo referente a lo primero, se estudiará más adelante que los esfuerzos internos en la pluma (en especial el momento flector) aumentan enormemente con la longitud de la pluma, que es proporcional al radio de trabajo. Es por ello por lo que resulta necesario reducir la carga máxima cuando se trabaja a grandes radios de trabajo, con la finalidad de reducir el momento flector y por tanto las tensiones inducidas en ella. En este caso la limitación provendrá de la resistencia del material de la pluma, no de los estabilizadores ni del bastidor del vehículo.
- Aunque teóricamente los estabilizadores sean capaces de absorber un determinado momento provocado por una carga, si se trabaja con un gran radio de trabajo (lejos del centro de gravedad de la grúa) aumentan los riesgos provocados por posibles vibraciones y movimientos de la carga no deseados, cuyos efectos se ven amplificados con la distancia. Esto derivando en que la grúa sea menos estable y por tanto menos segura, provocando que la carga límite teórica —según el momento de carga— se reduzca, para alejarse de estas situaciones.

Finalmente, para el caso estudiado —y a modo de simplificación— se considerará un valor constante de dicho momento máximo de elevación, lo que facilitará la obtención de los valores de las cargas máximas en cada situación de extensión e inclinación de la pluma, necesarios para los cálculos analíticos de resistencia estructural de la pluma.

3.3 Normativas aplicables y disposiciones legales

Como era de esperar, existe una gran reglamentación basada en normativas concernientes a las grúas. Ya sean específicas de éstas o sobre el resto de maquinaria en general, regulan muchísimos aspectos y detalles técnicos que los fabricantes deben tener en cuenta en el proceso de diseño.

Dicha normativa es emitida por organismos nacionales —en España FEM y AENOR— e internacionales, como serían las normas EN, ISO o la americana ASME. Estos organismos se encargan de redactar, revisar, publicar y actualizar los documentos. Cabe destacar que legalmente una gran parte de estas normativas no son de obligado cumplimiento, aunque en la práctica se cumplen de manera estricta, con el fin de unificar y estandarizar elementos, así como por la necesidad de satisfacer los requerimientos de los países —en materia de calidad y sobre todo seguridad— para permitir operar dichas máquinas en sus territorios.

Examinando la página web de AENOR (a la que se ha tenido acceso de consulta durante la redacción del proyecto) se pueden encontrar cientos de normas UNE vigentes referentes a máquinas. En el caso concreto de las grúas, se tienen casi cien documentos, tratando numerosos temas:

- Normas generales sobre las grúas: clasificación y tipos, nomenclatura, documentación oficial, etc.
- Numerosas normativas con carácter más técnico: cálculo y comprobación de elementos específicos y de la carga, elección de elementos normalizados, recomendaciones de mantenimiento, etc.
- Sobre el control y uso: donde se busca la estandarización del manejo de las grúas, facilitando las operaciones de uso de la máquina para todos los profesionales.
- Criterios de diseño: donde se incluyen reglas —por lo general medidas y elementos obligatorios— para permitir la correcta utilización práctica de la máquina por parte de seres humanos, así como su manejo en las vías públicas y uso en los entornos de trabajo.
- Seguridad: es el factor más importante, necesitando acreditar ciertos niveles de calidad y confianza en la grúa para desarrollar los trabajos con garantías.

Revisando toda la normativa mencionada se puede comprobar cómo el mayor número de normas se concentra en los tres últimos apartados —sobre todo en los de criterios de diseño y seguridad— siendo por ende los temas más importantes. Esto resulta lógico desde un punto de vista humano, donde se da prioridad a la comodidad y facilidad de uso por parte de las personas, así como a la seguridad, con el fin de evitar accidentes y demás situaciones peligrosas para los trabajadores.

En lo referente a las normativas técnicas relativas a diseño y construcción —lo que atañe para el proyecto— se tienen varios documentos que corresponden a diversos temas, entre los que se incluyen:

- Cálculos y requerimientos sobre elementos mecánicos específicos, tales como el sistema de cableado y poleas, ejes, engranajes, etc.
- Cálculos resistivos sobre uniones atornilladas y soldadas. Esto es muy similar al contenido incluido en el Código Técnico de la Edificación (CTE) y el Documento Básico de Seguridad Estructural del Acero (DB-SE).
- Cálculo de las cargas admisibles en función de ciertas variables externas a la grúa (climatológicas, movimientos de las grúas, naturaleza del cargamento, etc.).

Algo muy importante a mencionar es el hecho de que la gran mayoría de estas normas técnicas se centran y se aplican únicamente en ciertos tipos de grúa, tratándose generalmente de las grúas torre y portuarias, así como grúas puente y similares. Al principio de estos documentos —apartado «Objeto y campo de aplicación»— se indica lo siguiente:

« ...

*Se aplica a los mecanismos de los aparatos de elevación en general con **excepción** de las **grúas móviles**, de los polipastos y de los aparatos accionados a mano.»*

Por tanto, las grúas móviles no se ven afectadas por estas normativas técnicas (en los apartados de diseño). Una posible causa de que la normativa se centre en las grúas fijas es debido a la afinidad existente entre éstas y las edificaciones, lo que justifica la similitud con otras normativas de cálculos (como el CTE). Las grúas móviles son máquinas muy complejas, siendo los fabricantes los encargados de poseer y adquirir el conocimiento adecuado para poder desarrollarlas, quedando las organizaciones mencionadas en este apartado únicamente como entes de control.

Aun así, destaca un conjunto de normas que han sido publicadas específicamente para las grúas móviles: la UNE-EN 13000 y la familia 13001, que incluyen:

- UNE-EN 13000 (2010). *Aparatos de elevación de carga suspendida. Grúas móviles.*
- UNE-EN 13001-2 (2022). *Seguridad de las grúas. Requisitos generales de diseño. Parte 2: Acciones de la carga.*
- UNE-EN 13001-1 (2015). *Grúas. Requisitos generales de diseño. Parte 1: Principios generales y requisitos.*
- UNE-EN 13001-3-1 (2018). *Grúas. Diseño general. Parte 3-1: Estados límite y prueba de aptitud de las estructuras de acero.²*
- UNE-EN 13001-3-2 (2015). *Seguridad de las grúas. Requisitos generales de diseño. Parte 3-2: Estados límite y prueba de aptitud de cables metálicos en polipastos.*
- UNE-EN 13001-3-3 (2015). *Grúas. Requisitos generales de diseño. Parte 3-3: Estados límite y prueba de aptitud de los contactos rueda/rail.*
- UNE-EN 13001-3-4 (2018). *Grúas. Diseño general. Parte 3-4: Estados límite y prueba de aptitud de la maquinaria. Rodamientos.*
- UNE-EN 13001-3-5 (2021). *Grúas. Diseño general. Parte 3-5: Estados límite y prueba de aptitud de los ganchos forjados y fundidos.*
- UNE-EN 13001-3-6 (2022). *Grúas. Diseño general. Parte 3-6: Estados límite y prueba de aptitud de la maquinaria. Cilindros hidráulicos.*

² Se hace referencia al acero estructural (no es el caso) así como a uniones y soldaduras (que no se estudiarán en este proyecto).

Otras normas generales que los fabricantes deberían tener en cuenta para el desarrollo global de estas máquinas serían:

- UNE 58109 (1986) *Aparatos de elevación. Gama de cargas nominales para los modelos de base.*
- UNE 58501 (1993). *Grúas móviles.*
- UNE 58502 (2004). *Grúas móviles. Terminología.*
- UNE 58506 (1978). *Grúas móviles. Equipo hidráulico.*
- UNE 58531 (1989). *Aparatos de elevación. Clasificación. Grúas móviles.*
- UNE 58112 (1991). *Grúas y aparatos de elevación. Clasificación.*

A pesar de que las normas indicadas son específicas para grúas y máquinas semejantes, casi su totalidad tratan temas que no competen o afectan al presente proyecto —el diseño mecánico de la pluma— por lo que únicamente se mencionan para tener presente que existen.

No obstante, como ejemplo, para el dimensionado de los cilindros en el sistema hidráulico sí que se emplearán algunos apartados de la norma UNE-EN 13001-3-6 (2022), que serán útiles para la comprobación de la resistencia a presión de estos.



3.4 Datos de partida

En estos apartados se especificarán todos los criterios, datos y requerimientos técnicos de funcionamiento de la pluma, de los cuáles se partirá para en un inicio para el diseño. Ya se estipularon los tres principales requisitos de diseño, que fueron:

- La longitud máxima de la pluma: aproximadamente³ **60 metros**.
- Número de tramos de la pluma: **5**, donde uno será fijo y los otros 4 móviles.
- Capacidad de carga máxima: **200 toneladas**.

3.4.1 Esquema de los tramos

La disposición inicial de los tramos será la siguiente:

- Un tramo fijo, de 15 metros.
- Primer tramo telescópado de 14 metros.
- Segundo tramo telescópado de 13 metros.
- Tercer tramo telescópado de 12 metros.
- Cuarto tramo telescópado de 10 metros.

En las posiciones de despliegue, se tendrá un solape entre tramos de como mínimo un 1 metro, con el fin de asegurar una correcta unión y transmisión de los esfuerzos.

Todo lo anterior resulta en el siguiente esquema (dimensiones a nivel teórico):

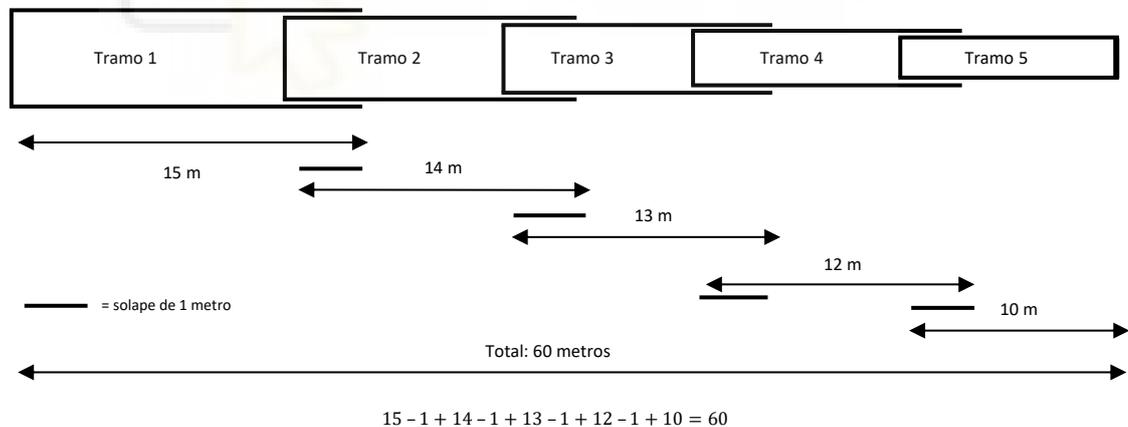


Figura 3.3 Esquema básico de las longitudes de los tramos de la pluma

La longitud de la pluma totalmente retraída se tomará como la del primer tramo, puesto que se considerará que esta posición todos los tramos desplegados (del 2 al 5) están resguardados dentro del primero.

Longitud **mínima** = Longitud primer tramo = **15 metros**

³ Como ya se indicó anteriormente, las longitudes y dimensiones variarán ligeramente con el diseño final, una vez se modelen en 3D y se ensamblen las piezas reales. Se recalculará la resistencia con el valor real final.

3.4.2 Funcionamiento de la pluma

Se tienen las siguientes reglas:

- El procedimiento seguido sería el siguiente: levantar (inclinarse) la pluma en primera instancia hasta la posición deseada, para posteriormente desplegar los tramos necesarios (extender la pluma).

Por tanto, los movimientos de telescopado y de inclinación de la pluma no serán simultáneos.

Además, no sería lógico desplegar los tramos antes de inclinar la pluma ya que, por ejemplo, al desplegar la pluma se aleja el centro de gravedad de ésta con respecto a la línea de acción del cilindro, aumentando enormemente la fuerza que éste tendría que realizar para moverla. Al inclinar primero la pluma se reduce el tamaño del cilindro requerido. Otro factor podría ser la seguridad ante vuelcos.

- El izado de la carga se realizará una vez se tenga la pluma en su posición final deseada; es decir, después de inclinarse y desplegarse los tramos necesarios. La pluma no se moverá durante la manipulación de los cabestrantes.
- La pluma tendrá una inclinación de trabajo mínima de 15° (aunque en condiciones de reposo se encontrará a 0°), lo que significará que sólo se podrá alzar carga si se tienen esos 15° . La inclinación máxima será de 80° , limitada electrónicamente por sensores de ángulo (inclinómetros) y limitadores de momento de carga.

3.4.3 Carga máxima admisible

Según se ha establecido, la capacidad máxima será de 200 toneladas que, siguiendo el mismo criterio que emplea Liebherr, se obtendrán a un radio de trabajo de **3 metros**.

$$C_{\text{máx}} = C(r_{\text{trabajo}} = 3\text{m}) = 200\text{t}$$

Esto deriva directamente en el criterio del momento máximo de elevación visto en el apartado 3.2.2.

Como se explicó en dicho apartado, se puede obtener el momento máximo de elevación de nuestra grúa, provocado por la situación conocida de carga máxima (200 t) en el radio de trabajo de referencia (3 m):

$$M_{\text{máx}} = C_{\text{máx}} \cdot r_{\text{trabajo}} = 200\text{ t} \cdot 3\text{ m} = 600\text{ t} \cdot \text{m}$$

Por tanto, nuestra pluma tendría un momento máximo de elevación de 600 toneladas por metro, por lo que ninguna posible combinación de carga y radio de trabajo podrá tener un valor superior al indicado.

Ya indicé que se considerará un valor constante de dicho momento, lo que facilitará los cálculos y la obtención de las cargas máximas en cada situación de extensión e inclinación de la pluma.

Se llega por tanto a una expresión que dictaminará las posibles combinaciones de carga y radio de trabajo, nunca siendo posible un valor superior al de 600 toneladas por metro.

$$C(t) \cdot r_{\text{trabajo}}(\text{m}) \leq 600(\text{t} \cdot \text{m}) \quad (3.1)$$

3.4.4 Materiales

Para el material del perfil de los tramos de la pluma —los elementos estructurales que analizaremos— se tomará como ejemplo el acero empleado por Liebherr para este tipo de grúas, siendo el denominado *Quend 1100*[®], fabricado por el grupo ruso NLMK (*Novolipetsk Steel*). La empresa suministra este tipo de aceros especiales de muy alta resistencia a los mayores fabricantes del mundo desde 2018, año en el que estos materiales fueron homologados.



El límite elástico (R_e) de este acero especial de tipo S1100Q se encuentra en torno a los 1.100 MPa, un valor cuatro veces superior a los aceros habituales de construcción. Por su parte, las resistencias máximas a rotura (R_m) pueden llegar a alcanzar valores de 1.500 MPa.

El uso de estos materiales se justifica debido a la gran resistencia y ligereza que deben tener las plumas telescópicas, siendo elementos mecánicos estructuralmente muy comprometidos.

Para el resto de las piezas metálicas se emplearán otros aceros como el S690QL o el C45 (F1140 o AISI 1045), algo más genéricos y habituales—y por tanto económicos— aunque igualmente muy resistentes.

Por su parte, también se han contemplado los elementos antifricción, denominados pastillas de deslizamiento (*wear pads*), que se insertan entre los tramos con el fin de facilitar el movimiento entre estos.

El material escogido en este caso sería el *Nylatron*[®], un material basado en el nylon. Se trata de una poliamida sintética con una alta resistencia al desgaste, un bajo coeficiente de fricción y la capacidad de soportar elevadas cargas. Por todo lo anterior, resulta ideal para minimizar el desgaste y suavizar el movimiento entre las distintas piezas de la pluma. Este es el material empleado por Liebherr —además de otras marcas— por lo que se trata de un estándar en la industria.

Como es evidente, en la realidad estas plumas son elementos mecánicos muy complejos, que combinan cientos de piezas con materiales distintos de diversos tipos. En este caso se han considerado únicamente los mencionados, con el fin de simplificar el diseño.

3.4.5 Sistema hidráulico

El cilindro de elevación tiene que ser capaz de realizar la inclinación completa de la pluma (de 0° a 80°) en **60** segundos. Por su parte el cilindro interior tendrá que completar un proceso de telescopado completo (esto sería desplegar todos los tramos, hasta alcanzar la longitud máxima) en aproximadamente un lapso de tiempo de **8** minutos. Esto significa que la pluma puede estar lista en cualquier posición de trabajo deseada en menos de 10 minutos. Un giro completo de la superestructura (360°) mediante el motor hidráulico demorará aproximadamente un minuto.

Las presiones de trabajo en estos casos pueden superar los 500 bar, aunque sus valores exactos se calcularán cuando se diseñe dicho sistema.

Estos datos técnicos han sido tomados teniendo en cuenta los de modelos ya existentes en la vida real.

3.4.6 Apariencia de la pluma

La pluma resultante de este proyecto será muy similar a las que podemos encontrar en grúas reales actuales, tanto en forma, como dimensiones y en funcionalidad.



Para el diseño de los tramos de la pluma se ha planteado el siguiente perfil, basado en los tramos que se pueden encontrar en plumas existentes:

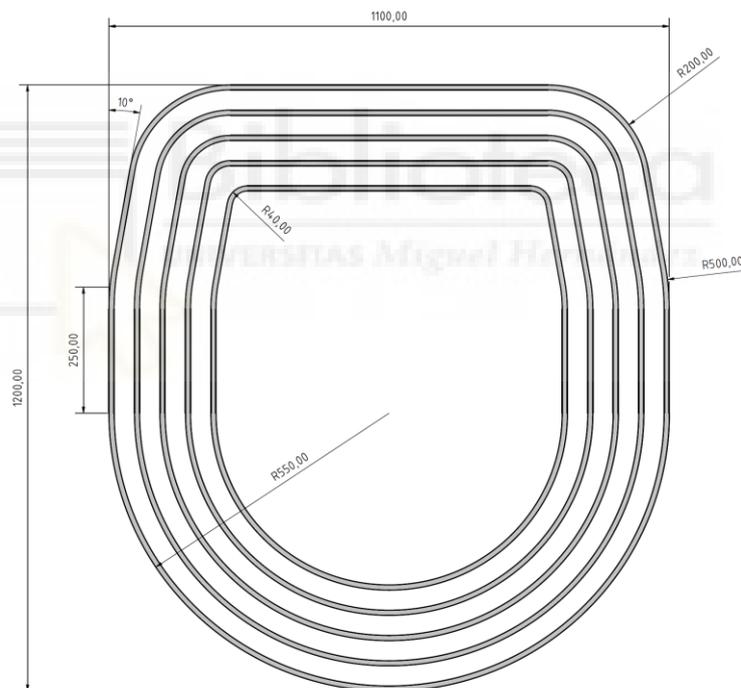


Figura 3.4 Representación de las distintas secciones propuestas

Para un espesor de 20 mm, el tramo exterior (el 1) posee unas dimensiones externas de 1100 mm de ancho y 1200 de alto. La distancia entre los tramos es fija, con 36 mm.

El espesor propuesto de cada tramo es de **20 mm**, pudiendo ser modificable a posteriori en caso de ser necesario (para aumentarlo o disminuirlo).



Bloque II

PLUMA TELESCÓPICA

4 PLUMAS EN LAS GRÚAS AUTOPROPULSADAS

La pluma se puede considerar como el elemento más llamativo y destacable de una grúa, siendo a su vez el elemento más importante puesto proporciona el brazo y apoyo necesario para la elevación de las cargas, que es el fin último de la máquina.

Debe ser lo suficientemente resistente para soportar las enormes cargas y deformaciones a las que se verá sometida, al mismo tiempo manejable y portable para su transporte. Además, deben ser capaz de desplegarse y replegarse —las que posean dicha capacidad— de forma rápida y segura.

4.1 Tipos de plumas

De forma general se distinguen los siguientes tipos:

- **Plumas fijas:**

Suelen estar basadas en una celosía, formada por un entramado de barras metálicas soldadas entre sí. Aunque tengan una longitud fija, los movimientos de giro e inclinación de la pluma permiten la manipulación de la carga —tanto vertical como horizontalmente—. La fabricación y mantenimiento son más sencillos, aunque su gran tamaño dispara los costes de transporte, a lo que hay que sumarle los tiempos y complejidad de montaje. Un ejemplo de este tipo es la pluma de la grúa mostrada en la Figura 1.16.

- **Plumas de longitud variables.**

Como su nombre indican, pueden adaptar su longitud y desplegarse en función de las necesidades de elevación. Dentro de este grupo se pueden encontrar otros dos tipos, en función del modo de funcionamiento:

Plumas articuladas

Se basan en el despliegado de tramos fijos a partir de múltiples articulaciones giratorias, consiguiendo así la longitud y alcance necesarios para llegar al punto de trabajo deseado. La principal ventaja de éstas es la versatilidad que otorgan, puesto que gracias a la capacidad de plegado se pueden sortear obstáculos y llegar a lugares angostos de difícil acceso, como podría ser el interior de edificios.

Por lo general, las plumas de este tipo no se basan exclusivamente en la articulación, sino que en el último segmento se encuentran varias secciones —basadas en el siguiente tipo, aunque mucho más básicas— con capacidad similar al telescopado. El movimiento de dichos tramos se realiza mediante cilindros hidráulicos individuales de doble efecto externos.

Las plumas más habituales de esta categoría son las del tipo Palfinger® (Figura 1.14) donde se observan tramos que giran en torno a unas articulaciones. El tramo final contiene en su interior varias secciones, de modo que se despliega longitudinalmente.

Los modelos de grúas basadas en plumas articuladas de menor tamaño realmente suelen ser añadidos extra a camiones y demás vehículos comerciales.



Figura 4.1 Grúa Palfinger PK 165.002 TEC 7 montada sobre camión.

Se puede observar el sistema de plegado de esta, con articulaciones en varios tramos que permiten su giro. El tercer y el último tramo contienen secciones en su interior, permitiendo el telescopado, que es posible gracias a numerosos cilindros hidráulicos (uno para cada sección).

La desventaja principal de éstas con respecto a las telescópicas puras es la menor capacidad de carga y alturas de trabajo, destinándose entonces a trabajos más cotidianos, aunque mejorando en la velocidad de uso y maniobrabilidad en los lugares de trabajo.

Plumas telescópicas

Se tratan de las más relevantes en las grúas autopropulsadas, especialmente en el caso de trabajos de manejo de cargas pesadas donde a su vez se requiere alcanzar grandes alturas.

Se basan en el principio de **telescopaje**, donde se tienen las distintas secciones de la pluma insertadas entre sí, siendo desplegadas en función de las necesidades del momento, pudiendo cubrir grandes distancias tanto verticales (altura) como horizontales (radio de trabajo).

Aunque el principio de funcionamiento es muy sencillo —simplemente la extensión de un elemento que se encuentra dentro de otro— su funcionamiento mecánico es muy complejo, con una gran cantidad de componentes en su interior, variando según el sistema empleado.

De forma genérica se pueden distinguir dos, basados en una mecánica totalmente distinta:

- **Telescopado basado en poleas**

Se emplean cables metálicos y un conjunto de poleas ancladas a los extremos de los tramos interiores, de forma que al inducir tensión en los cables se consigue el movimiento de avance/retroceso de las distintas secciones de manera simultánea.

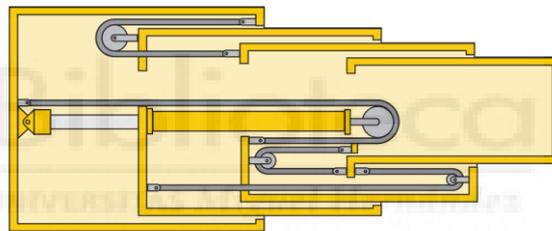


Figura 4.2 Esquema básico de funcionamiento del telescopado por poleas.

Este sistema fue el primero en ser implementado, empleándose desde hace décadas en las plumas de las grúas móviles. Actualmente, los principales fabricantes de grúas autopropulsadas modernas relegan esta tecnología en sus plumas telescópicas más simples y económicas, así como para las de tamaño pequeño (Figura 4.3). Esto es debido al bajo costo de diseño y producción, sumado al relativamente poco mantenimiento que requieren.



Figura 4.3 Grúa con pluma telescópica basada en poleas

Se pueden observar los cables y poleas de telescopado en el exterior de la pluma.

- **Telescopado basado en cilindro interior**

Se trata de un sistema más complejo y refinado que el anterior, donde se emplea un cilindro en el interior de la pluma para el movimiento longitudinal de los tramos.

Un mecanismo lateral de anclaje permite unir el cilindro al tramo que se quiere desplegar, arrastrándolo con él hasta la posición deseada. En dicha posición final el bulón superior de un pequeño actuador fija la posición del tramo, de forma que el cilindro de de telescopado queda liberado y puede regresar e iniciar de nuevo el proceso.

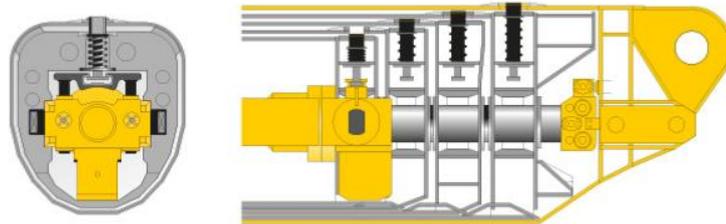


Figura 4.4 Sección de un sistema de telescopado con cilindro interior genérico.

Se pueden observar los bulones superiores de enclavamiento (que fijan el tramo en su posición final) así como los dos laterales (que permiten la unión con el cilindro para su movimiento).

A pesar de que el proceso descrito es el común para este tipo de plumas, el mecanismo interno y el modo de actuación varían según el fabricante, puesto que cada uno de ellos tiene su propia tecnología asociada y patentada sobre plumas telescópicas.

Liebherr emplea el ya mencionado sistema Telematik®, mientras que —por ejemplo— el fabricante de grúas sobre orugas Sennebogen emplea en sus plumas telescópicas tecnología propia denominada *Pin Boom*®. Ambos son muy similares.

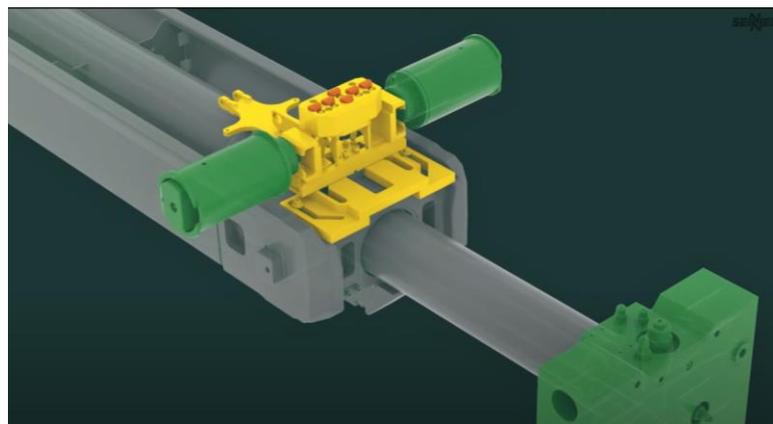


Figura 4.5 Sistema PinBoom® de Sennebogen

4.2 Sistemas de telescopado en plumas de Liebherr

Seguidamente se mostrarán las dos tecnologías que emplea Liebherr en sus plumas telescópicas:

4.2.1 Sistema hidrodinámico con tiro de cable

Su funcionamiento se apoya en lo explicado en el apartado anterior (*telescopado basado en poleas*), aunque de forma combinada con un cilindro hidráulico. Se instala en las plumas de grúas de las series LTM, LTC, LFT y LRT que consten de un máximo de 4 tramos (uno base y 3 telescópicos).



Figura 4.6 Sistema de telescopaje hidrodinámico con tiro de cable de Liebherr.

Pertenece a una grúa LTM 1050-3.1 y tiene una longitud máxima de despliegue de 31 metros.

Se tiene un cilindro hidráulico que se encarga directamente de extraer y retraer únicamente el primer tramo. Por su parte, los tramos número 2 y 3 se despliegan telescópicamente por cable de forma sincronizada (al mismo tiempo) mediante una polea de doble reenvío fijada en el extremo del cilindro. Se mejora en estabilidad al obtener un centro de gravedad más bajo, puesto que todos los elementos más pesados de la pluma, como es el cilindro, se tienen en todo momento en la parte inferior, quedando en la parte superior como mecanismos únicamente las poleas y el cableado.

Se destaca la rapidez del despliegue de la pluma, además del menor coste y mantenimientos asociados en comparación con el sistema Telematik. Sin embargo, este sistema —que ha sido empleado desde hace décadas en toda la industria y optimizado por Liebherr— queda limitado en la práctica a grúas de hasta 50 toneladas de carga y 4 secciones, por lo que para grúas de mayor tamaño no es útil.

4.2.2 Sistema Telematik

Se introdujo en el año 1995 en la grúa LTM 1160/2, superando su pluma por primera vez la barrera de los 60 metros de longitud. Su salida al mercado revolucionó el sector, recibiendo esta tecnología numerosos premios y reconocimientos internacionales e impulsando a Liebherr como pionero y líder mundial en el desarrollo de grúas telescópicas. A lo largo de los años Liebherr ha sacado al mercado varias versiones de este sistema, mejorando las capacidades y la seguridad de este. El más actual permite la construcción de plumas de hasta 8 tramos: el fijo más 7 despletables.

Como ya se indicó, se engloba dentro de los sistemas de *telescopado basado en cilindro interior*, usando uno para mover los tramos de forma ágil y segura. Al alcanzar la longitud deseada, un mecanismo interno de bloqueo fija los tramos telescópicos mediante unos bulones en la parte superior de cada sección.

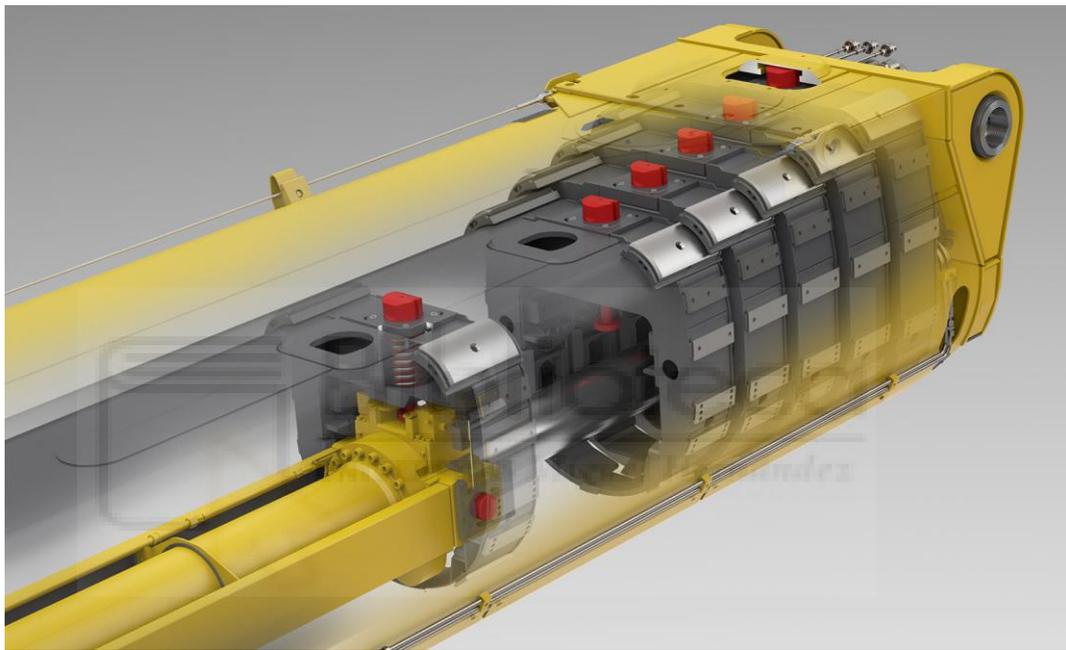


Figura 4.7 Sistema Telematik de Liebherr

En la imagen se distinguen los bulones de enclavamiento superiores (piezas rojas), que se introducen en los huecos tallados en la parte superior de cada tramo. También se aprecian los bulones laterales más pequeños que servían para unificar el movimiento del cilindro con el tramo seleccionado y permitir así el arrastre de los tramos.

Este sistema mejoró enormemente —en comparación con el anterior basado en cables— las alturas y cargas máximas.

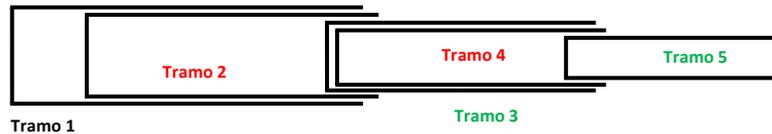
Como inconveniente, además del lógico coste, se tiene el aumento de tiempo necesario para desplegar la pluma, puesto que el cilindro interior debe mover los tramos uno por uno, realizando el movimiento de avance y retroceso reiteradas veces. Sin embargo, en la mayoría de las situaciones de trabajos esto no se trata de un problema.

4.2.2.1 Criterios de funcionamiento del mecanismo

El sistema permite desplegar los tramos de forma independiente. Por ejemplo, los tramo [2] y [3] se podrían extender, dejando el [4] y el [5] retraídos. Se tendría entonces:



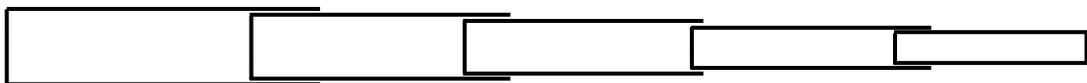
Sin embargo, para alcanzar una distancia similar, a nivel de resistencia sería más inteligente emplear el siguiente diagrama, donde se dejan retraídos el tramo [2] y el [4], desplegando el [3] y [5]:



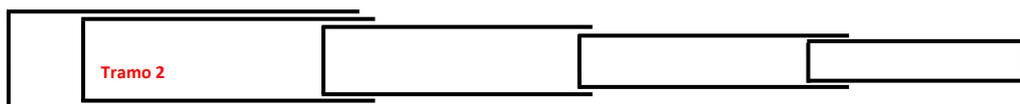
Esto es debido a que ahora se trabaja en todos los puntos de pluma —excepto en el último tramo— con distintos tramos superpuestos entre sí, teniendo por tanto más material (área e inercia) y reduciendo así las tensiones inducidas. Por tanto, siempre que sea posible se intentará trabajar dejando tramos solapados entre sí.

Como se estudiará —y como adelante— se aclara que en la parte inicial (izquierda) de la pluma se tendrán mayores esfuerzos y tensiones que en la final, debido especialmente a la contribución del momento flector. Por ello, superponer el primer y el segundo tramo será algo necesario siempre que sea posible. En el último tramo, los esfuerzos serán mínimos, por lo que éste será suficiente por sí solo en la gran mayoría de los casos.

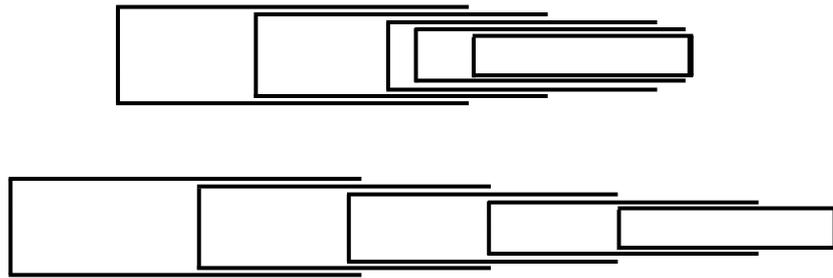
Esto lógicamente no sería posible de cumplir conforme se requiere más longitud y se van desplegando los tramos, puesto que se separan entre ellos y se imposibilita el solape:



Al trabajar con la pluma totalmente o muy desplegada, la posibilidad de solapar e tramos se reduce.



Aunque se haya dejado el segundo tramo replegado, se tiene una gran longitud, a la vez que se siguen superponiendo los dos primeros tramos, reforzando esa zona crítica.



Se pueden trabajar con posiciones intermedias, donde también se consiguen superponer distintos tramos a la vez que se alcanzan grandes distancias de desplegado.

El ordenador de la grúa encargado de la pluma gestiona estas operaciones y determina el proceso de telescopado, determinando qué tramos y la distancia de despliegue de cada uno de ellos, en función de las necesidades de trabajo (extensión) impuestas por el operador de la grúa.

Otro aspecto muy importante a tener en cuenta del sistema Telematik es el orden de telescopado que se tiene que seguir:

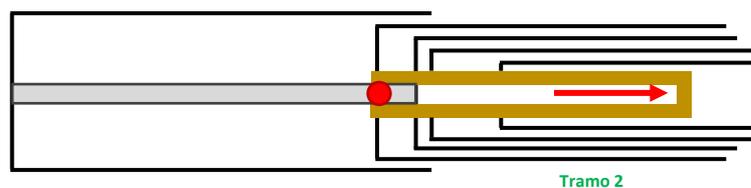
Aunque se pueden desplegar los tramos de forma independiente, hay que seguir una secuencia concreta durante el proceso, siendo esta la desplegar los tramos más externos (lejanos a la base) primero.

Orden para desplegar la pluma: De más externo a interno [5] → [4] → [3] → [2]

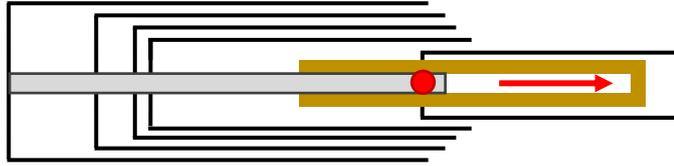
Orden para replegar la pluma: De más interno a externo [2] → [3] → [4] → [5]

Esta limitación viene dada por el propio diseño del mecanismo, donde el vástago y el cilindro sólo son capaces de desplazarse una corta distancia.

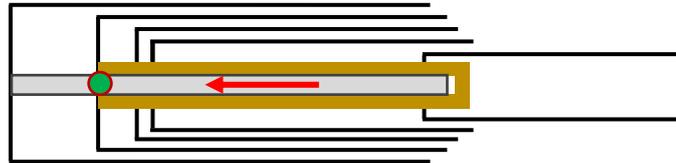
Por ejemplo, si se desplegase en primer lugar el tramo [2] (arrastrando el resto de los tramos, puesto que van dentro de él) el cilindro de telescopado no podría desplazarse más hacia la derecha, por lo que su único movimiento sería el de retroceder a su posición de reposo. Se dejaría el segundo tramo desplegado, pero sin posibilidad de actuar sobre los siguientes, ya que el cilindro no podría alcanzarlos:



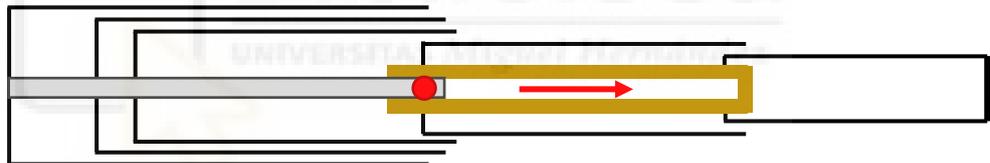
Por su parte, si se desplaza primero el tramo más alejado de la base [5]:



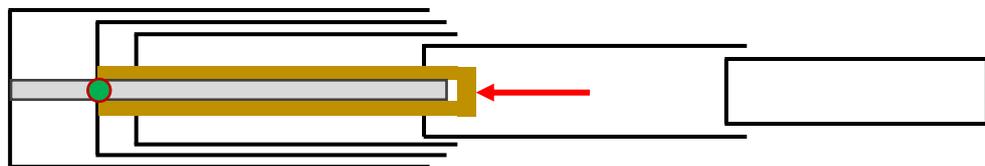
Una vez extraído el tramo 5 se ancla en su posición —mecánicamente se une al 4— quedando fijo, por lo que la camisa del cilindro puede retraerse libremente, permitiendo la repetición del proceso.



Ahora se selecciona el tramo siguiente que se quiere mover (por ejemplo, el 4), moviéndose junto a la camisa. Como el tramo 5 estaba anclado al tramo 4 se moverá también, prolongando la pluma:



Una vez anclado el tramo desplazado (el 4) la camisa del cilindro retrocede, repitiéndose el proceso.



Además del requerimiento de funcionamiento explicado, este orden está diseñado para mejorar la estabilidad y seguridad durante el movimiento de los tramos; el hecho de extraer primero los externos (más pequeños en sección y por tanto más ligeros) ayuda a distribuir el peso de manera más uniforme y mantener el equilibrio de la pluma, puesto que se dejan los tramos interiores (más pesados) en la parte inferior y más cerca de la superestructura de la grúa, bajando su centro de gravedad.

Otro aspecto a tener en cuenta es que los tramos no se pueden desplegar cualquier distancia deseada, sino únicamente ciertos valores fijos (expresados en % del total del recorrido de cada uno). Estos se fijan y se mantienen unidos mecánicamente a través de los puntos de anclaje, donde se insertan los pines de enclavamiento (elementos en color rojo de la Figura 4.7), observándose en la imagen algunos de los huecos donde se introducen.

Como es lógico, no se tienen infinitos agujeros de anclaje en cada tramo —que darían lugar a infinitas posiciones de desplegado posibles— sino que únicamente se tienen en cuatro posiciones específicas: al 0% (tramo totalmente retraído), 46 y 92% (posiciones intermedias) y al 100% (tramo totalmente desplegado). Esto delimita las distancias a las que se despliegan los tramos, pudiendo trabajar entonces únicamente con estas posiciones determinadas.

No obstante, el hecho de tener la capacidad de realizar numerosas combinaciones deriva en un rango de operación muy amplio, pudiendo alcanzar en la práctica casi cualquier longitud de despliegue deseada.

En el apartado 10 se explica en profundidad el proceso de telescopado Telematik.

4.2.2.2 Teleseparación de tramos con sistema Telematik

Otra funcionalidad destacable de este sistema sería el proceso conocido en el sector como teleseparación, en el cuál algunos o incluso todos los tramos interiores de la pluma pueden extraerse y desmontarse, con el fin de transportarse de forma separada. Una vez en la zona de trabajo estos serán instalados de nuevo dentro del tramo fijo de la pluma.



Figura 4.8 Instalación de tramos de pluma internos en una grúa LTM 1650 8-1.

El proceso se ha optimizado para poder realizarse sin la necesidad de maquinaria complementaria, llevándose a cabo directamente desde el camión que transporta las secciones.

Existe una justificación al hecho de transportar los tramos de la pluma por separado, puesto que a priori esto supone un gran aumento en los costes operativos, al necesitar vehículos y personal de apoyo extra durante el transporte. Esta sería la limitación de carga máxima por eje en circulación.

Para poder circular legalmente por las carreteras de todo el mundo se deben cumplir los códigos de circulación y demás normativas relacionadas de cada país. En general, es habitual tener como masa máxima autorizada por eje simple un valor máximo de 12 toneladas, por lo que los fabricantes se ciñen estrictamente a ese valor a la hora de crear sus grúas móviles y demás maquinaria. De hecho, se trata de una de las principales limitaciones en el proceso de diseño, siendo el peso final estimado de la grúa lo que determinará el número de ejes mínimo necesario a instalar, de forma que en condiciones de circulación no se superen esas 12 toneladas máximas por eje.



Por ejemplo, en el caso de la LTM 1650 (la tercera grúa más grande comercializada por Liebherr) se tendría una masa total —con la pluma montada lista para su utilización, y sin tener en cuenta los contrapesos (que siempre se montan in situ)— de 140.000 kilogramos. Al tener 8 ejes y repartir dicha carga se rozarían las 18 toneladas por cada uno de ellos, por lo que legalmente no se permitiría su circulación en carreteras convencionales. Además, se debe tener en cuenta el paso por puentes o vías con restricciones más severas que reducen la carga máxima por eje, por lo que la planificación de las rutas durante el movimiento de las grúas resulta muy importante.

Es por ello por lo que, para el caso de grúas de gran tonelaje, en la mayoría de las ocasiones se requiere el transporte de sus elementos por separado, entre los cuales se incluye la pluma.

La pluma telescópica se trata del elemento más pesado de la grúa, llegando a suponer totalmente montada en algunos modelos más de la mitad de la masa total del vehículo. Es por ello por lo que el hecho de poder desmontarla para transportarla de forma separada libera una gran cantidad de toneladas de carga por eje, habilitando así la circulación por carretera.

No obstante, desmontar y montar la pluma completa resulta una tarea relativamente complicada, requiriendo cierta cantidad de tiempo, además de una grúa auxiliar. La necesidad de conectar los cilindros y demás circuitería hidráulica y eléctrica añaden complejidad al proceso.

Aquí es donde entra en escena la teleseparación: el diseño y funcionamiento del sistema Telematik permite extraer fácilmente las secciones interiores de la pluma, retirándolos del tramo fijo, sin necesidad de desmontar este último. En la imagen de la página anterior (Figura 4.8) se puede observar como el tramo principal de la pluma (el cual se conecta con la superestructura y el cilindro de elevación) permanece montado, siendo extraídos únicamente las secciones internas.

La ventaja radica en que es más sencillo y simple el proceso de insertar dichas secciones internas de la pluma (teniendo el tramo fijo ya instalado en la superestructura giratoria) que montar y desmontar este último. Así, se consigue reducir una parte peso del vehículo grúa sin necesidad de armar de nuevo la pluma completa en el lugar de trabajo, ahorrando equipos auxiliares y tiempo. Aun así, esto no evita la necesidad de transporte externo para llevar igualmente los tramos internos extraídos.

El proceso de teleseparación no resulta posible en plumas basadas en poleas, puesto que el sistema de cableado de su interior haría impracticable el desmontaje de la misma en el lugar de trabajo. Habitualmente esto no es necesario ya que las grúas con pluma con telescopado basado en cable no suelen ser tan pesadas, siendo instaladas en grúas de menor tonelaje donde no se superan las 12 t por eje.

5 CÁLCULOS ANALÍTICOS DE RESISTENCIA

A partir de este punto se comenzará con el análisis de resistencia estructural de la pluma. El objetivo final es encontrar la tensión máxima posible en este elemento, con el fin de compararla con la resistencia del material y obtener así el coeficiente de seguridad de la pluma.

En primer lugar, se hallarán las leyes de los esfuerzos internos del momento, del axil y del cortante a lo largo de toda la pluma, encontrando las posiciones más desfavorables analizando los diagramas. A partir de los éstos y los datos geométricos se llegarán hasta los valores de tensión deseados.

Se calculará el coeficiente de seguridad en cada uno de los tramos, escogiendo el valor más ajustado de todos ellos como el global para toda la pluma.

5.1 Cálculos y datos previos

Antes de proceder con el análisis se necesitan las cargas máximas admisibles en cada situación de la pluma, así como los datos físicos de las secciones empleadas.

5.1.1 Tabla de cargas máximas

Recuperando todo lo explicado en los apartados 3.2.2 y 3.4.3, se pueden obtener los valores máximos de la carga según la inclinación y extensión de la pluma.

Ya se llegó a la expresión que indica las posibles combinaciones de carga y radio de trabajo (de forma que nunca se superara el momento de 600 toneladas por metro), considerándose un valor constante e igual para todos los casos:

$$C(t) \cdot \Gamma_{\text{trabajo}}(m) \leq 600(t \cdot m) \quad (5.1)$$

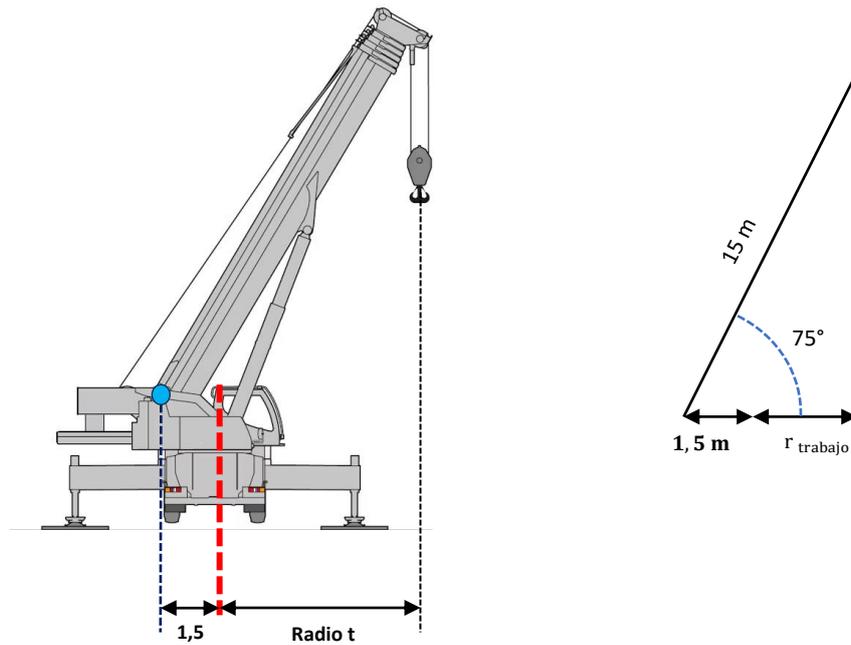
Algo importante para tener en cuenta es que en ningún caso se podrán superar las 200 toneladas máximas, puesto que éste es un requisito de diseño establecido.

En la expresión (5.1), en el caso de tener un radio de trabajo inferior a los 3 metros, se tendría de forma teórica una hipotética carga máxima superior a esas 200 toneladas, por lo que en este caso se tomará como carga máxima el valor de criterio de 200 toneladas.

Como ejemplo:

En 3.2.2 se explicó el desfase (en distancia) entre el centro de giro de la pluma y el centro de rotación de la estructura. Se tomará una distancia de diseño de este parámetro de **1,5** metros.

Se va a calcular el radio de trabajo obtenido si consideramos un ángulo de inclinación de la pluma de 75° y la pluma totalmente retraída (15 metros):



$$\cos(75^\circ) = \frac{1,5 + r_{\text{trabajo}}}{15} \rightarrow r_{\text{trabajo}} = 15 \cdot \cos(75^\circ) - 1,5 = 2,38 \text{ metros}$$

Sustituyendo en (5.1):

$$C(t) \cdot 2,38(\text{m}) \leq 600(t \cdot \text{m})$$

$$C(t) = \frac{600}{2,38} = 251 \text{ toneladas}$$

Si se siguiera la expresión se tendría, con una inclinación de 75° y con la pluma totalmente retraída, una carga máxima teórica de 251 toneladas. Esto resulta en un valor superior al elegido como criterio de $C_{\text{máx}} = 200 \text{ t}$.

De acuerdo con lo indicado, para cualquier radio de trabajo inferior a 3 metros se empleará el valor máximo posible (200 t), indistintamente del valor obtenido mediante la expresión (5.1).

Lo anterior se dará habitualmente para grandes inclinaciones con la pluma retraída, de forma que se tiene una proyección de la pluma sobre el suelo muy reducida, aumentando la carga para mantener la igualdad de la expresión.

Finalmente, la expresión de la carga máxima en función de la inclinación (α) y extensión de la pluma (L) queda (en toneladas):

$$C(\alpha, L) = \frac{600}{L \cdot \cos(\alpha) - 1,5} \quad (5.2)$$

α (en grados), L (en metros) y C (toneladas)

En la siguiente tabla se tienen los radios de trabajo en función de la inclinación y la extensión de la pluma, calculados mediante trigonometría y de la misma manera que en el ejemplo anterior:

Extensión	Inclinación						
	15°	25°	35°	45°	55°	65°	80°
15 m	12,99	12,09	10,79	9,11	7,10	4,84	1,10
20 m	17,82	16,63	14,88	12,64	9,97	6,95	1,97
25 m	22,65	21,16	18,98	16,18	12,84	9,07	2,84
30 m	27,48	25,69	23,07	19,71	15,71	11,18	3,71
35 m	32,31	30,22	27,17	23,25	18,58	13,29	4,58
40 m	37,14	34,75	31,27	26,78	21,44	15,40	5,45
45 m	41,97	39,28	35,36	30,32	24,31	17,52	6,31
50 m	46,80	43,82	39,46	33,86	27,18	19,63	7,18
55 m	51,63	48,35	43,55	37,39	30,05	21,74	8,05
60 m	56,46	52,88	47,65	40,93	32,91	23,86	8,92

Tabla 5 Radios de trabajo (en m) según la posición de la pluma.

De la misma forma, finalmente se tienen los siguientes valores de carga máxima, sustituyendo cada inclinación y longitud en la expresión (5.2):

Extensión	Inclinación						
	15°	25°	35°	45°	55°	65°	80°
15 m	46,19	49,61	55,62	65,89	84,46	123,99	200*
20 m	33,67	36,09	40,31	47,46	60,17	86,30	200*
25 m	26,49	28,36	31,61	37,09	46,73	66,19	200*
30 m	21,84	23,36	26,00	30,44	38,20	53,67	161,75
35 m	18,57	19,85	22,08	25,81	32,30	45,14	131,07
40 m	16,16	17,27	19,19	22,40	27,98	38,95	110,17
45 m	14,30	15,27	16,97	19,79	24,68	34,25	95,02
50 m	12,82	13,69	15,21	17,72	22,08	30,56	83,54
55 m	11,62	12,41	13,78	16,05	19,97	27,59	74,53
60 m	10,63	11,35	12,59	14,66	18,23	25,15	67,27

Tabla 6 Cargas máximas teóricas (en toneladas) según la posición de la pluma.

* Se han sustituido por el máximo de 200 toneladas los valores superiores a dicho límite, donde los radios de trabajo eran inferiores a 3 metros.

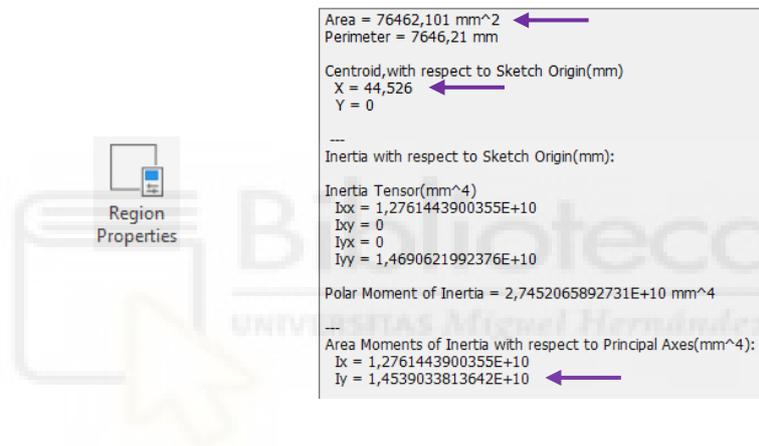
Como resultaba esperado, la carga límite es directamente proporcional a la inclinación (α) e inversamente proporcional a la longitud de la pluma (L).

5.1.2 Secciones empleadas

Recuperando las secciones de la Figura 3.4, serán necesarios los siguientes datos físicos:

- $A_{\text{Sección}}$: área del material de la sección.
- I_z : momento de inercia de la sección con respecto al eje perpendicular al plano (en este caso el z)
- y_{extremo} : distancia desde el centro de gravedad de la sección hasta la fibra estudiada. La más importantes son las de los extremos (inferior y superior), donde se darán las mayores tensiones normales.

El propio programa de modelado (Autodesk Inventor) proporciona los parámetros físicos de la sección. El eje relevante (según los ejes del boceto en Inventor) es el Y.



En este caso interesa el momento de inercia con respecto al eje principal y, cuyo eje de referencia es el indicado en la siguiente imagen (flecha verde grande):

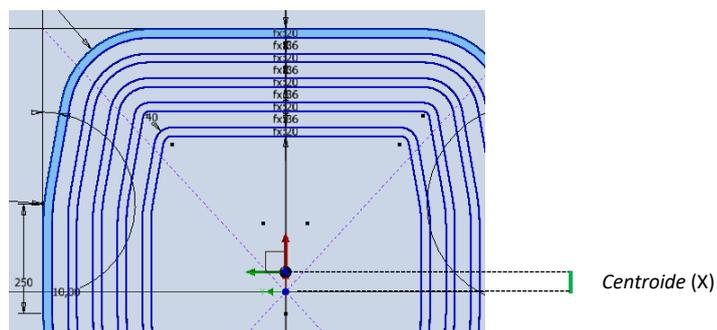


Figura 5.1 Ejes principales de la sección y ubicación del centroide

El cálculo de las distancias de las fibras superior e inferior es sencillo, sumando o restando el término centroide a la distancia entre el origen del boceto (punto azul pequeño en la imagen anterior) y las fibras más externas de cada sección, tanto inferior como superior.

Los tramos se ordenan del más grande y externo (1, el principal y fijo) al más interno (5).

Finalmente, para el espesor seleccionado de **20 mm** se obtienen los siguientes datos de cada uno de los tramos:

Tramo 1 (fijo)		
A _{Sección}	0,076462 m ²	
Inercia (I)	0,014539 m ⁴	
Distancias	Y _{superior}	0,5554 m
	Y _{inferior}	0,6446 m

Tramo 2		
A _{Sección}	0,069424 m ²	
Inercia (I)	0,010865 m ⁴	
Distancias	Y _{superior}	0,501 m
	Y _{inferior}	0,587 m

Tramo 3		
A _{Sección}	0,062387 m ²	
Inercia (I)	0,007860 m ⁴	
Distancias	Y _{superior}	0,445 m
	Y _{inferior}	0,531 m

Tramo 4		
A _{Sección}	0,055350 m ²	
Inercia (I)	0,005459 m ⁴	
Distancias	Y _{superior}	0,390 m
	Y _{inferior}	0,474 m

Tramo 5		
A _{Sección}	0,047591 m ²	
Inercia (I)	0,003516 m ⁴	
Distancias	Y _{superior}	0,340 m
	Y _{inferior}	0,412 m

Tabla 7 Datos físicos de las secciones (20 mm)



5.1.2.1 Peso de la pluma

Aunque en la gran mayoría de los casos el peso de las estructuras se despreciaba para este tipo de cálculos, la pluma objeto de estudio se trata de un elemento muy pesado, por lo que su propio peso influye en la generación de tensiones en la estructura, debiéndose tener en cuenta la masa de los tramos.

Realizando un prediseño muy básico de los tramos en el software Autodesk Inventor a partir de las secciones de la Figura 3.4 y las dimensiones de partida de los tramos vistas se llega al siguiente modelo:



Según el programa se tiene una masa aproximada de 14.000 kilogramos (en acero genérico).

Una pluma real de este tipo y dimensiones puede llegar a tener una masa de entre 30 y 60 toneladas. El prediseño modelado se trata de una primera simplificación, donde únicamente se tienen los perfiles de los tramos. No obstante, faltarían elementos, piezas auxiliares y lo más importante: el sistema interno de telescopado, que en la práctica supone una gran parte de la masa de la pluma.

Por consiguiente, se considerará para los cálculos iniciales una carga estimada debido al peso de unas 40 toneladas —tomando un valor aproximado de 400 kN—, que se distribuirá uniformemente⁴ a lo largo de toda la pluma.

$$\text{Peso} \approx 400 \text{ kN}$$

Una vez se modele la pluma y se obtenga su masa real se reelaborarán los cálculos, al igual que pasaba con las dimensiones y longitudes de la pluma.

Al tratarse como una carga uniformemente distribuida, ésta se repartirá entre toda la longitud de la pluma. Como ésta tiene una longitud variable —considerada entre 15 y 60 metros— el valor de la carga unitaria (peso entre la longitud) también será variable, siguiendo la relación:

$$p \text{ (kN/m)} = \frac{\text{Peso (kN)}}{\text{Longitud (m)}} = \frac{400 \text{ kN}}{L \text{ (m)}} \quad (5.3)$$

Se comprueba como, a pesar de la variabilidad del valor de p , en la totalidad de la pluma se tendrá el peso de 400 kN independientemente de la extensión (L) a la que se trabaje.

$$P = p \cdot L$$

$$P \text{ (kN)} = p \text{ (kN/m)} \cdot L \text{ (m)}$$

Para el análisis de los esfuerzos internos en las secciones se empleará la expresión (5.3).

⁴ Realmente la distribución no sería uniforme, puesto que los primeros tramos (los externos) son más grandes y por tanto tienen una mayor masa, desplazando el centro de gravedad de la pluma hacia los tramos más pesados. Se considera una distribución uniforme para simplificar los cálculos.

5.2 Sistema de partida

Se considerará, para facilitar el análisis, una estructura básica bidimensional formada por barras. Esta emulará el comportamiento de la pluma telescópica estudiada.

La estructura está formada por la barra principal (AD) de longitud variable L , que bascula en torno a un punto de apoyo (A) un ángulo variable α . Dicho ángulo se encuentra físicamente en el rango de los 0° (reposo) y 80° (máxima inclinación), aunque como ya se indicó, el ángulo de trabajo mínimo al que se podrá levantar carga será de 15° .

Para simular la extensión o telescopado de la pluma, se considera que la barra principal (AD) puede alargarse sobre sí misma hasta una longitud L , siendo el límite inferior de la variable L una longitud mínima de 15 metros (condición de pluma totalmente retraída). La longitud máxima, donde se tendrían todos los tramos desplegados, se fijó en 60 metros. Los rangos operativos quedarían:

$$\alpha \in [15^\circ, 80^\circ] ; L \in [15, 60]$$

La barra inferior (BC) simula el cilindro, por lo que del mismo modo tendrá una longitud e inclinación variable, adaptándose a la inclinación de la barra superior. La barra del cilindro se encuentra unida a la superior (AD) mediante la articulación en (C), punto que se encuentra a una distancia fija de 10 metros desde (A).

La fuerza C (carga) se ancla en el extremo de la barra (AD). Se considerará el peso propio de la pluma, en forma de una carga uniformemente distribuida (p) a lo largo de toda la pluma (barra AD).

Las direcciones de los vectores \vec{C} y \vec{P} siempre serán perpendiculares al suelo, como ocurriría en la realidad.

Como se observa en el esquema, los apoyos no se encuentran alineados, sino que se encuentran desfasados entre sí. Esto es un criterio de diseño habitual, con el fin de reducir los esfuerzos inducidos en el cilindro.

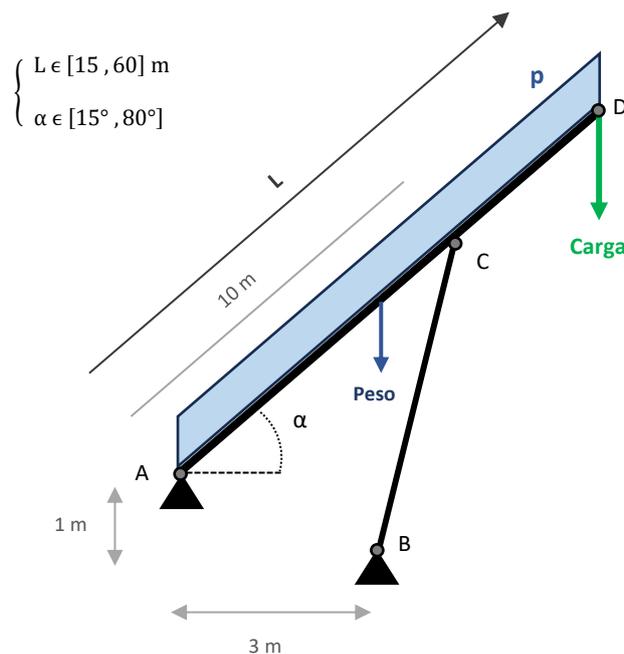


Figura 5.2 Esquema básico de partida

Se realizará el cálculo analítico de dicha estructura, con la finalidad de obtener las reacciones y fuerzas entre las barras y el bastidor, lo que permitirá obtener los esfuerzos internos.

Con el fin de posibilitar dichos cálculos, se tomarán en cuenta diversas hipótesis generales simplificadoras de la resistencia de materiales y de la mecánica de sólidos, entre las que se destacan:

- Problema **estático**

Se estudiará como sistema estático al considerar que los efectos debidos a la inercia de los materiales son despreciables: en la estructura las cargas exteriores se aplicarán muy lentamente (con aceleraciones y velocidades despreciables) permaneciendo invariables durante su uso. Las fuerzas tienen magnitud y dirección constantes. Todo ello resultará en que las posibles fuerzas de inercia y de amortiguación inducidas pueden ignorarse.

- Pequeños desplazamientos

Los desplazamientos del sólido son muy pequeños, por lo que se pueden plantear las ecuaciones del equilibrio estático en la posición inicial.

- Pequeñas deformaciones

Durante el proceso las deformaciones provocadas por las cargas se pueden despreciar.

- Comportamiento elástico y lineal del material.

Existe una relación lineal —siguiendo la Ley de Hooke— entre las tensiones aplicadas y las deformaciones producidas. Además, el sólido recuperará su forma inicial al cesar la aplicación de la carga.

- Principio de *Saint-Venant*

Señala que: *«las tensiones y deformaciones sobre una sección normal de una pieza se pueden determinar exclusivamente a partir de los valores de los esfuerzos que actúan sobre dicha sección.»* Esto es lo que permitirá reducir el análisis de la estructura —formada por barras— a determinar los diagramas y leyes de esfuerzos en las distintas piezas de la estructura.

- Material homogéneo

Todo el material tiene un comportamiento mecánico idéntico, sin importar el punto escogido.

- Material isótropo

El comportamiento mecánico del material es idéntico sin importar la dirección estudiada.

Todo lo anterior deriva en las siguientes consecuencias:

- Principio de Superposición.

Supone una relación lineal entre la respuesta estructural y las cargas actuantes.

La respuesta de una estructura ante múltiples cargas actuando simultáneamente se puede obtener como la suma de la respuesta de la estructura ante cada una de ellas por separado. El sistema de cargas propuesto se descompondrá en varios estados de carga, tantos como fuerzas aplicadas existan.

- Existencia y unicidad de la solución

Establece que siempre existe una solución a cualquier problema completamente definido —como es el propuesto— de mecánica de sólidos, siendo esta una solución única.

Como es evidente, estos cálculos permitirán generar unos resultados muy elementales y optimistas debido a las numerosas simplificaciones que se han tenido en cuenta. Sin embargo, estos servirán como base y comprobación para el dimensionado de la pluma, realizando a posteriori simulaciones por ordenador (análisis numérico) que arrojarán resultados mucho más preciosos y apropiados para su ejecución en la vida real.

Una vez determinadas las reacciones en los apoyos y uniones de la estructura, se podrán calcular las expresiones de los esfuerzos internos de la barra AD. Todo lo anterior se hará en función de las variables del sistema (α y L) de forma que se puedan estudiar todas las posiciones posibles.

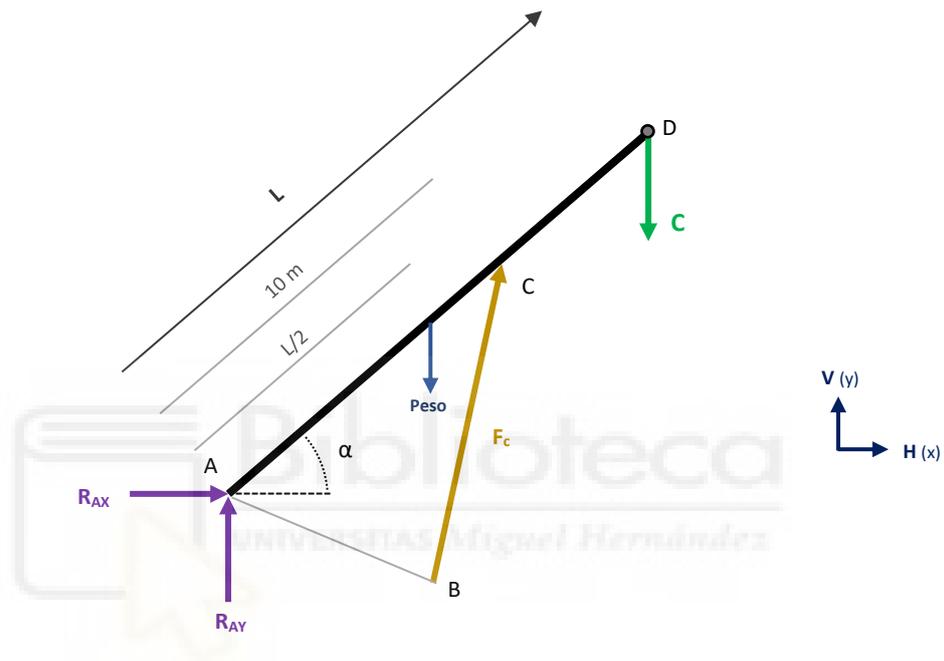


5.3 Cálculo de esfuerzos en la pluma

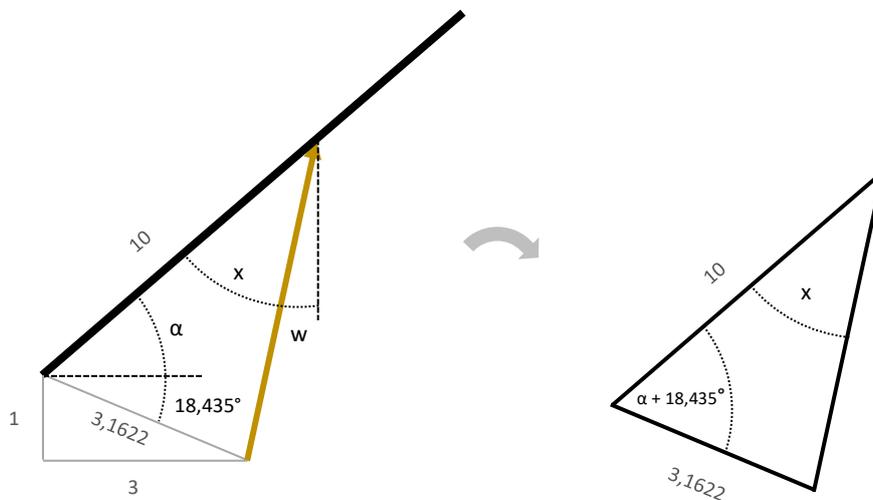
5.3.1 Reacciones en los apoyos

El análisis se centrará en la barra AD (la pluma). Lo primero sería obtener las reacciones, por lo que se aislará dicha barra y se sustituirá las reacciones en C por una fuerza (F_c) con la dirección de la barra BC.

Para calcular las reacciones externas se ha simplificado la carga distribuida (el peso), sustituyéndose como una carga puntual en la mitad de la pluma. Esto es equivalente —estáticamente hablando— a la carga distribuida. Tanto esta como la carga de elevación se encuentran perpendiculares al suelo en todo momento, siguiendo la línea de la gravedad



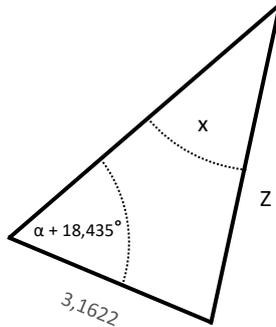
Como paso previo habría que descomponer la fuerza (F_c), y obtener así sus vectores con respecto al sistema de referencia empleado. Esto implica obtener el valor del ángulo que forma el vector con dicho sistema (w):



Como se cumple:

$$90^\circ - \alpha = x + w \quad ; \quad w = 90^\circ - \alpha - x$$

Obtener el valor de w pasa por obtener la expresión del ángulo x (en función de α). El triángulo de la página anterior se puede determinar completamente, al conocer 2 lados y un ángulo del mismo.



Aplicamos el teorema del seno para obtener el lado Z :

$$\frac{3,1622}{\sin(x)} = \frac{Z}{\sin(\alpha + 18,435)}$$

$$\frac{3,1622 \cdot \sin(\alpha + 18,435)}{\sin(x)} = Z$$

Se tiene el lado Z en función de x y α .

Del mismo modo se aplica el teorema del coseno para ganar una ecuación más:

$$Z^2 = 10^2 + 3,1622^2 - 2 \cdot 10 \cdot 3,1622 \cdot \cos(\alpha + 18,435)$$

$$Z^2 = 110 - 63,244 \cdot \cos(\alpha + 18,435)$$

Si se igualan ambas expresiones:

$$\begin{cases} Z^2 = 110 - 63,244 \cdot \cos(\alpha + 18,435) \\ Z = \frac{3,1622 \cdot \sin(\alpha + 18,435)}{\sin(x)} \end{cases}$$

$$110 - 63,244 \cdot \cos(\alpha + 18,435) = \left(\frac{3,1622 \cdot \sin(\alpha + 18,435)}{\sin(x)} \right)^2$$

$$110 - 63,244 \cdot \cos(\alpha + 18,435) = \frac{10 \cdot \sin^2(\alpha + 18,435)}{\sin^2(x)}$$

$$11 - 6,3244 \cdot \cos(\alpha + 18,435) = \frac{\sin^2(\alpha + 18,435)}{\sin^2(x)}$$

$$\frac{\sin^2(\alpha + 18,435)}{11 - 6,3244 \cdot \cos(\alpha + 18,435)} = \sin^2(x)$$

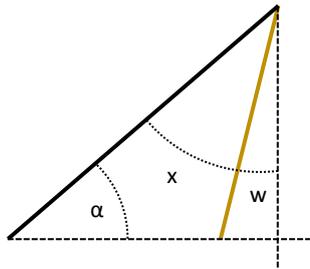
$$\sqrt{\frac{\sin^2(\alpha + 18,435)}{11 - 6,3244 \cdot \cos(\alpha + 18,435)}} = \sqrt{\sin^2(x)}$$

$$\frac{\sin(\alpha + 18,435)}{\sqrt{11 - 6,3244 \cdot \cos(\alpha + 18,435)}} = \sin(x)$$

El valor del ángulo x será el arcoseno —seno inverso— de la raíz anterior:

$$x = \sin^{-1}\left(\frac{\sin(\alpha + 18,435)}{\sqrt{11 - 6,3244 \cdot \cos(\alpha + 18,435)}}\right)$$

Como realmente el ángulo que se necesita es w :

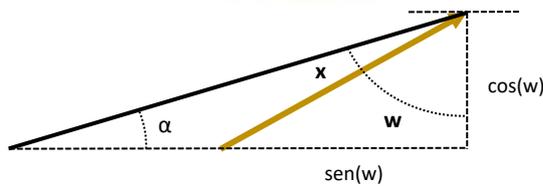


$$90^\circ - \alpha = x + w \rightarrow w = 90^\circ - \alpha - x$$

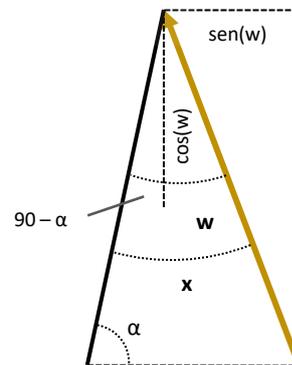
$$w = 90 - \alpha - \sin^{-1}\left(\frac{\sin(\alpha + 18,435)}{\sqrt{11 - 6,3244 \cdot \cos(\alpha + 18,435)}}\right)$$

Ese es el ángulo —expresado en función de la inclinación de la pluma— que forma el vector (F_c) con respecto a uno de los ejes del sistema de coordenadas global.

Algo a destacar es que la expresión $w(\alpha)$ es correcta y válida para cualquier inclinación de la pluma (valor de α). El triángulo ABC se deforma en función de cómo de inclinada se encuentre la pluma. Por ejemplo, si se representan los dos casos más extremos, se puede observar una gran diferencia en la organización y distribución de los ángulos:



$$90^\circ - \alpha = x + w \rightarrow w = 90^\circ - \alpha - x$$

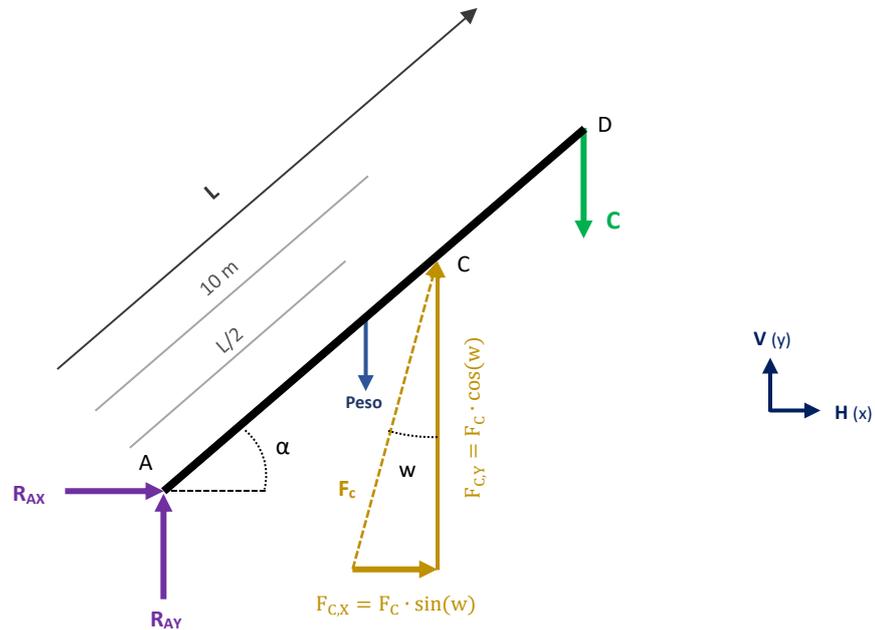


$$90^\circ - \alpha + w = x \rightarrow w = -90^\circ + \alpha + x$$

Ambas expresiones devolverían el mismo ángulo, pero con signos contrarios. Esto no afecta a la descomposición del lado del coseno, puesto que el coseno de un ángulo dado y de su negativo es igual, al ser una función par. Se puede considerar que el vector $F_c \cdot \cos(\pm w)$ apunta siempre hacia arriba.

Por su parte, en la descomposición del lado del seno — $F_c \cdot \sin(\pm w)$ — el propio signo del ángulo invierte el sentido del vector, puesto que el seno sí se ve afectado por el signo del ángulo empleado.

Finalmente, se puede descomponer el vector (F_c), generando el diagrama de sólido libre de la pluma (barra AD) para hallar así sus reacciones:



Se tienen 3 incógnitas: R_{AX} , R_{AY} y F_c , por lo que se pueden aplicar las ecuaciones de equilibrio estático:

$$\sum F_H = 0 ; R_{AX} + F_c \cdot \sin(w) = 0$$

$$\sum F_V = 0 ; R_{AY} + F_c \cdot \cos(w) - P - C = 0$$

Para el equilibrio de momentos (con respecto a A):

$$\sum M_A = 0 ; -P \cdot \left[\frac{L}{2} \cdot \cos(\alpha) \right] - C \cdot [L \cdot \cos(\alpha)] - F_c \cdot \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)] + F_c \cdot \cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] = 0$$

$$-P \cdot \left[\frac{L}{2} \cdot \cos(\alpha) \right] - C \cdot [L \cdot \cos(\alpha)] + F_c \cdot [-\sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)] + \cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)]] = 0$$

$$F_c \cdot [-\sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)] + \cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)]] = P \cdot \left[\frac{L}{2} \cdot \cos(\alpha) \right] + C \cdot [L \cdot \cos(\alpha)]$$

$$F_c = \frac{P \cdot \left[\frac{L}{2} \cdot \cos(\alpha) \right] + C \cdot [L \cdot \cos(\alpha)]}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]}$$

Se llega a:

$$\begin{cases} R_{AX} + F_C \cdot \sin(w) = 0 \\ R_{AY} + F_C \cdot \cos(w) - P - C = 0 \\ F_C = \frac{P \cdot \left[\frac{L}{2} \cdot \cos(\alpha) \right] + C \cdot [L \cdot \cos(\alpha)]}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]} \end{cases}$$

Donde se puede resolver:

$$R_{AX} + F_C \cdot \sin(w) = 0 \rightarrow R_{AX} = -F_C \cdot \sin(w)$$

$$R_{AX} = - \frac{P \cdot \left[\frac{L}{2} \cdot \cos(\alpha) \right] + C \cdot [L \cdot \cos(\alpha)]}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]} \cdot \sin(w)$$

$$R_{AY} + F_C \cdot \cos(w) - P - C = 0 \rightarrow R_{AY} = -F_C \cdot \cos(w) + P + C$$

$$R_{AY} = - \frac{P \cdot \left[\frac{L}{2} \cdot \cos(\alpha) \right] + C \cdot [L \cdot \cos(\alpha)]}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]} \cdot \cos(w) + P + C$$

Finalmente, las reacciones en la pluma quedarían:

$$\begin{aligned} R_{AX} &= - \frac{P \cdot \left[\frac{L}{2} \cdot \cos(\alpha) \right] + C \cdot [L \cdot \cos(\alpha)]}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]} \cdot \sin(w) \\ R_{AY} &= - \frac{P \cdot \left[\frac{L}{2} \cdot \cos(\alpha) \right] + C \cdot [L \cdot \cos(\alpha)]}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]} \cdot \cos(w) + P + C \\ F_C &= \frac{P \cdot \left[\frac{L}{2} \cdot \cos(\alpha) \right] + C \cdot [L \cdot \cos(\alpha)]}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]} \end{aligned} \quad (5.4)$$

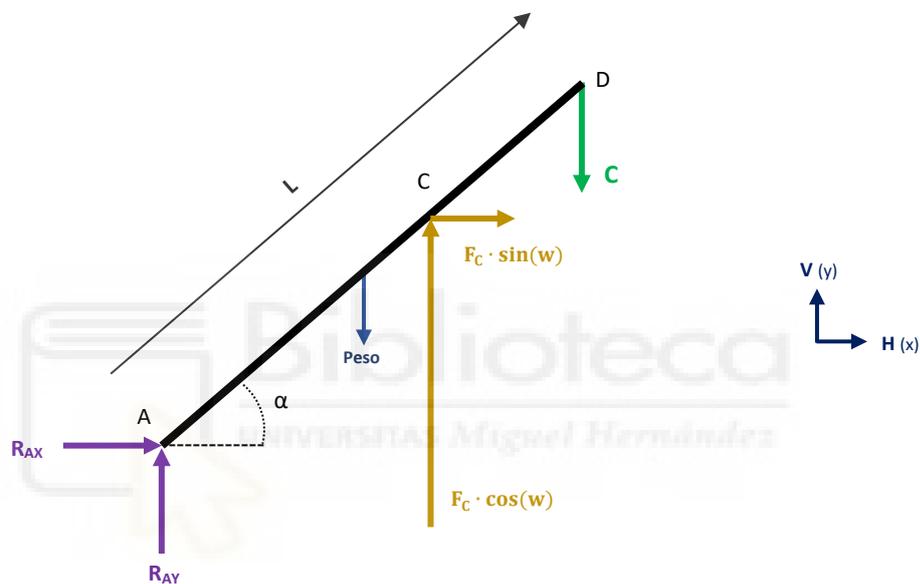
Se puede verificar que con esas expresiones se cumple el equilibrio total en la pluma. ✓

5.3.2 Leyes de esfuerzos internos

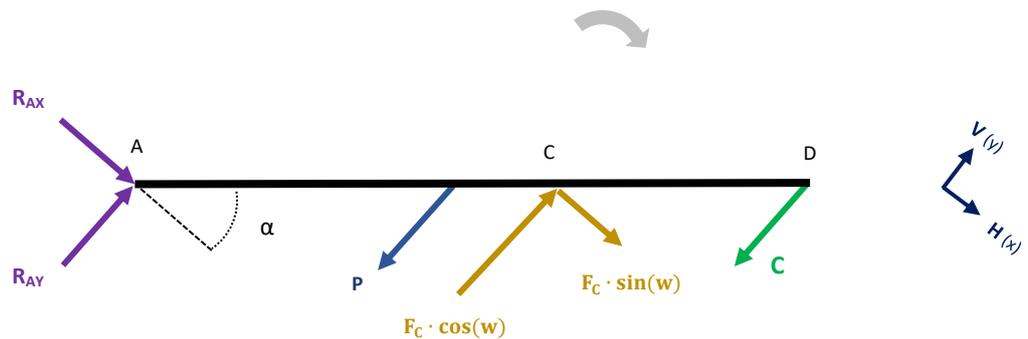
Se procederá a calcular las expresiones del axil, cortante y momento que actúan sobre la barra AD (la considerada como pluma) que devolverán los valores de dichos esfuerzos en cada sección de la misma, en función de las variables empleadas.

Para ello se emplearán las reacciones —calculados en el apartado anterior— que actúan sobre la barra AD, siendo las producidas por el bastidor R_{AX} y R_{AY} , los esfuerzos transmitidos por parte del cilindro F_C , así como la carga C y el propio peso de la pluma P .

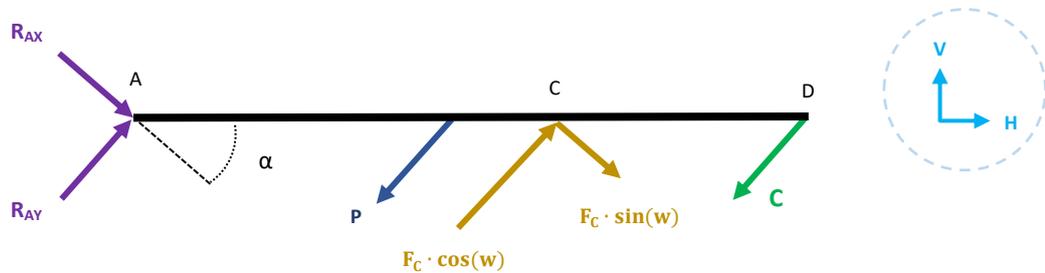
Las reacciones fueron:



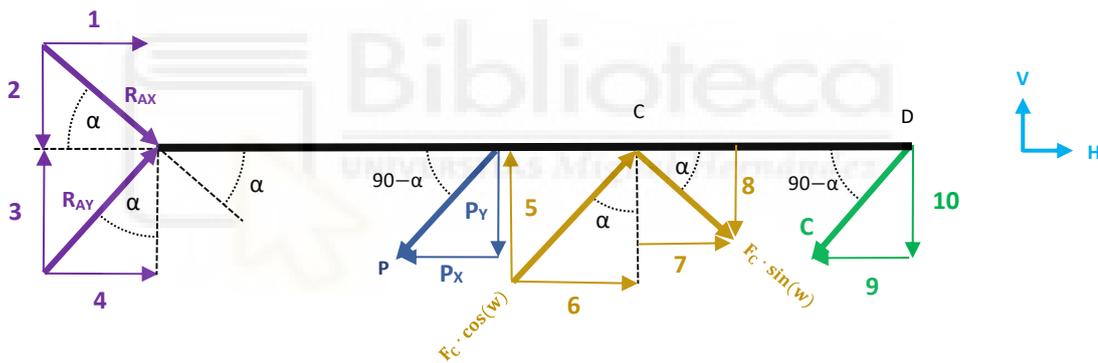
Si se gira la barra para colocarla en posición horizontal:



Para el cálculo de los esfuerzos internos se necesita que los vectores se encuentren en el sistema de referencia local de la barra: es decir, que sólo se tengan componentes paralelas y perpendiculares a la misma. Esto implica la descomposición de todos los vectores que se tienen en el diagrama:



Proyectando los vectores con respecto al sistema local de la barra:



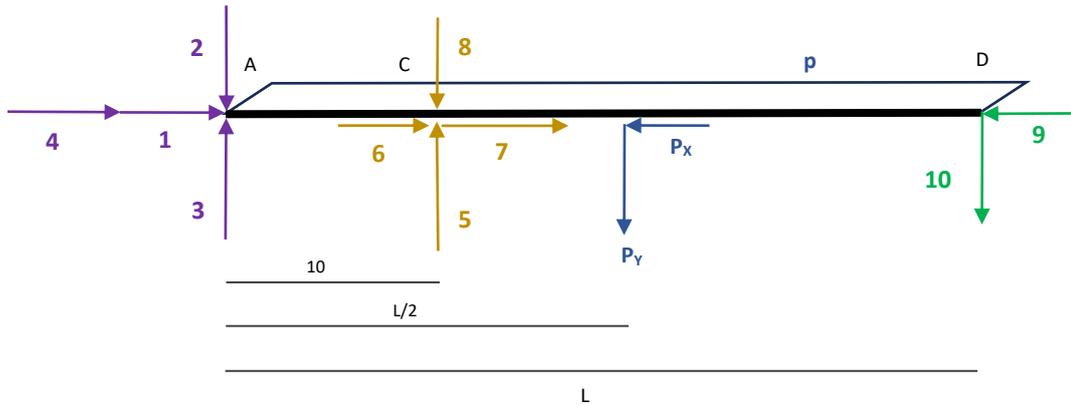
Siendo las descomposiciones:

$$\begin{cases} 1 = R_{AX} \cdot \cos(\alpha) \\ 2 = R_{AX} \cdot \sin(\alpha) \\ 3 = R_{AY} \cdot \cos(\alpha) \\ 4 = R_{AY} \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5 = F_C \cdot \cos(w) \cdot \cos(\alpha) \\ 6 = F_C \cdot \cos(w) \cdot \sin(\alpha) \\ 7 = F_C \cdot \sin(w) \cdot \cos(\alpha) \\ 8 = F_C \cdot \sin(w) \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9 = C \cdot \cos(90 - \alpha) \\ 10 = C \cdot \sin(90 - \alpha) \\ P_x = P \cdot \cos(90 - \alpha) \\ P_y = P \cdot \sin(90 - \alpha) \end{cases}$$

Finalmente, el siguiente diagrama será el que se empleará para el cálculo de los esfuerzos internos:



$$\begin{cases} 1 = R_{AX} \cdot \cos(\alpha) \\ 2 = R_{AX} \cdot \sin(\alpha) \\ 3 = R_{AY} \cdot \cos(\alpha) \\ 4 = R_{AY} \cdot \sin(\alpha) \end{cases} \quad \begin{cases} 5 = F_C \cdot \cos(w) \cdot \cos(\alpha) \\ 6 = F_C \cdot \cos(w) \cdot \sin(\alpha) \\ 7 = F_C \cdot \sin(w) \cdot \cos(\alpha) \\ 8 = F_C \cdot \sin(w) \cdot \sin(\alpha) \end{cases} \quad \begin{cases} 9 = C \cdot \cos(90 - \alpha) \\ 10 = C \cdot \sin(90 - \alpha) \\ P_x = P \cdot \cos(90 - \alpha) \\ P_y = P \cdot \sin(90 - \alpha) \end{cases}$$

Con las reacciones:

$$R_{AX} = - \frac{P \cdot \left[\frac{L}{2} \cdot \cos(\alpha) \right] + C \cdot [L \cdot \cos(\alpha)]}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]} \cdot \sin(w)$$

$$R_{AY} = - \frac{P \cdot \left[\frac{L}{2} \cdot \cos(\alpha) \right] + C \cdot [L \cdot \cos(\alpha)]}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]} \cdot \cos(w) + P + C$$

$$F_C = \frac{P \cdot \left[\frac{L}{2} \cdot \cos(\alpha) \right] + C \cdot [L \cdot \cos(\alpha)]}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]}$$

Siendo:

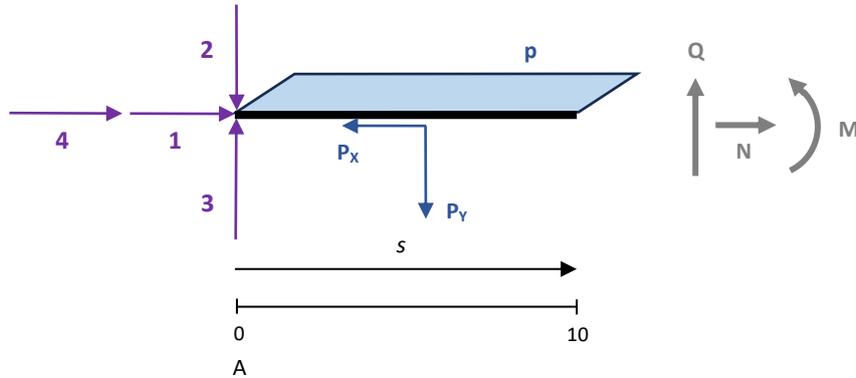
$$w = 90 - \alpha - \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{\sin(\alpha + 18,435)}{11 - 6,3244 \cdot \cos(\alpha + 18,435)}} \right)$$

$$C = \frac{600}{L \cdot \cos(\alpha) - 1,5} \cdot 9,81 \quad (\text{kN})$$

$$P = p \cdot L \quad p \text{ (kN/m)} = \frac{400 \text{ kN}}{L \text{ (m)}}$$

Tabla 8 Diagramas y expresiones para los esfuerzos internos

- Primer tramo: sección $s \in [0,10]$



$$\sum F_H = 0 \quad ; \quad 4 + 1 - P_x + N = 0 \quad \rightarrow \quad N = P_x - 4 - 1$$

$$\sum F_V = 0 \quad ; \quad 3 - 2 - P_y + Q = 0 \quad \rightarrow \quad Q = P_y - 3 + 2$$

$$\sum M_s = 0 \quad ; \quad (2 - 3) \cdot [s] + P_y \cdot \left[\frac{s}{2}\right] + M = 0 \quad \rightarrow \quad M = (3 - 2) \cdot [s] - \frac{P_y}{2} \cdot [s]$$

Quedando:

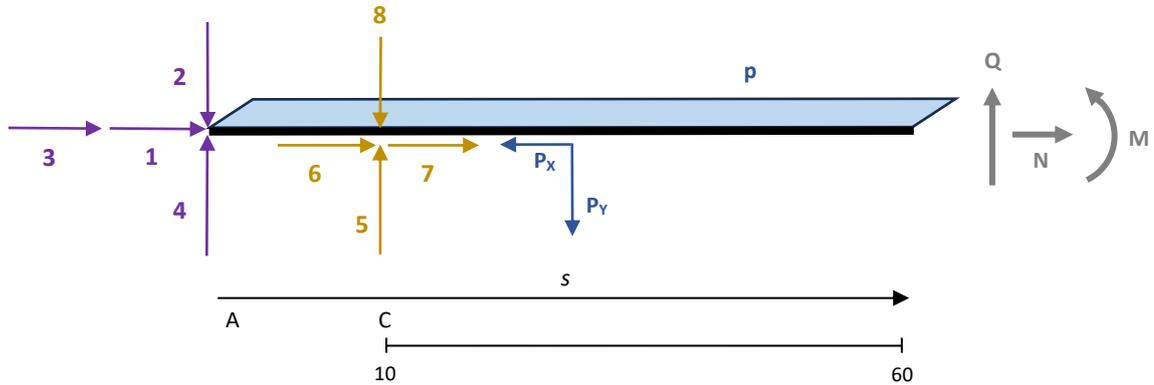
$$N = P_x - 1 - 4 \quad \rightarrow \quad N = \left[s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \cos(90 - \alpha) \right] - R_{AX} \cdot \cos(\alpha) - R_{AY} \cdot \sin(\alpha)$$

$$Q = P_y - 3 + 2 \quad \rightarrow \quad Q = \left[s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \sin(90 - \alpha) \right] - R_{AY} \cdot \cos(\alpha) + R_{AX} \cdot \sin(\alpha)$$

$$M = (3 - 2) \cdot [s] - \frac{P_y}{2} \cdot [s] \quad \rightarrow \quad M = (R_{AY} \cdot \cos(\alpha) - R_{AX} \cdot \sin(\alpha)) \cdot [s] - \left[\frac{1}{2} \cdot s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \sin(90 - \alpha) \right] \cdot [s]$$

$$s \in [0,10] \quad \left\{ \begin{array}{l} N = \left[s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \cos(90 - \alpha) \right] - R_{AX} \cdot \cos(\alpha) - R_{AY} \cdot \sin(\alpha) \\ Q = \left[s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \sin(90 - \alpha) \right] - R_{AY} \cdot \cos(\alpha) + R_{AX} \cdot \sin(\alpha) \\ M = [R_{AY} \cdot \cos(\alpha) - R_{AX} \cdot \sin(\alpha)] \cdot s - \left[\left(\frac{200}{L} \right) \cdot \sin(90 - \alpha) \right] \cdot s^2 \end{array} \right.$$

▪ Segundo tramo: sección $s \in [10,60]$



$$\sum F_H = 0 \quad ; \quad 4 + 1 + 6 + 7 - P_x + N = 0 \quad \rightarrow \quad N = P_x - 4 - 1 - 6 - 7$$

$$\sum F_V = 0 \quad ; \quad 3 - 2 + 5 - 8 - P_y + Q = 0 \quad \rightarrow \quad Q = P_y - 3 + 2 + 8 - 5$$

$$\sum M_s = 0 \quad ; \quad (2 - 3) \cdot [s] + (8 - 5) \cdot [s - 10] + P_y \cdot \left[\frac{s}{2}\right] + M = 0$$

$$\rightarrow \quad M = (3 - 2) \cdot [s] + (5 - 8) \cdot [s - 10] - \frac{P_y}{2} \cdot [s]$$

Quedando:

$$N = P_x - 4 - 1 - 6 - 7$$

$$\rightarrow \quad N = \left[s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \cos(90 - \alpha) \right] - R_{AX} \cdot \cos(\alpha) - R_{AY} \cdot \sin(\alpha) - F_C \cdot \cos(w) \cdot \sin(\alpha) - F_C \cdot \sin(w) \cdot \cos(\alpha)$$

$$Q = P_y + -3 + 2 + 8 - 5$$

$$\rightarrow \quad Q = \left[s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \sin(90 - \alpha) \right] - R_{AY} \cdot \cos(\alpha) + R_{AX} \cdot \sin(\alpha) + F_C \cdot \sin(w) \cdot \sin(\alpha) - F_C \cdot \cos(w) \cdot \cos(\alpha)$$

$$M = (3 - 2) \cdot [s] + (5 - 8) \cdot [s - 10] - \frac{P_y}{2} \cdot [s]$$

$$M = (R_{AY} \cdot \cos(\alpha) - R_{AX} \cdot \sin(\alpha)) \cdot [s] + (F_C \cdot \cos(w) \cdot \cos(\alpha) - F_C \cdot \sin(w) \cdot \sin(\alpha)) \cdot [s - 10] - \left[\frac{1}{2} \cdot s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \sin(90 - \alpha) \right] \cdot [s]$$

$$M = [R_{AY} \cdot \cos(\alpha) - R_{AX} \cdot \sin(\alpha)] \cdot s + F_C \cdot [\cos(w) \cdot \cos(\alpha) - \sin(w) \cdot \sin(\alpha)] \cdot [s - 10] - \left[\left(\frac{200}{L} \right) \cdot \sin(90 - \alpha) \right] \cdot s^2$$

$$s \in [10,60] \left\{ \begin{array}{l} N = \left[s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \cos(90 - \alpha) \right] - R_{AX} \cdot \cos(\alpha) - R_{AY} \cdot \sin(\alpha) - F_C \cdot \cos(w) \cdot \sin(\alpha) - F_C \cdot \sin(w) \cdot \cos(\alpha) \\ Q = \left[s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \sin(90 - \alpha) \right] - R_{AY} \cdot \cos(\alpha) + R_{AX} \cdot \sin(\alpha) + F_C \cdot \sin(w) \cdot \sin(\alpha) - F_C \cdot \cos(w) \cdot \cos(\alpha) \\ M = [R_{AY} \cdot \cos(\alpha) - R_{AX} \cdot \sin(\alpha)] \cdot s + F_C \cdot [\cos(w) \cdot \cos(\alpha) - \sin(w) \cdot \sin(\alpha)] \cdot [s - 10] - \left[\left(\frac{200}{L} \right) \cdot \sin(90 - \alpha) \right] \cdot s^2 \end{array} \right.$$

Finalmente, estas serían las leyes de esfuerzos (axil, cortante y momento en el eje perpendicular al plano) que se producen en función de la longitud de pluma (L), su inclinación (α) y el peso de la carga (C)⁵:

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{s} \in [0,10] \left\{ \begin{array}{l}
 N = \left[s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \cos(90 - \alpha) \right] - R_{AX} \cdot \cos(\alpha) - R_{AY} \cdot \sen(\alpha) \\
 Q = \left[s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \sen(90 - \alpha) \right] - R_{AY} \cdot \cos(\alpha) + R_{AX} \cdot \sen(\alpha) \\
 M = [R_{AY} \cdot \cos(\alpha) - R_{AX} \cdot \sen(\alpha)] \cdot s - \left[\left(\frac{200}{L} \right) \cdot \sen(90 - \alpha) \right] \cdot s^2
 \end{array} \right. \\
 \\
 \mathbf{s} \in [10,60] \left\{ \begin{array}{l}
 N = \left[s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \cos(90 - \alpha) \right] - R_{AX} \cdot \cos(\alpha) - R_{AY} \cdot \sen(\alpha) - F_C \cdot \cos(w) \cdot \sen(\alpha) - F_C \cdot \sen(w) \cdot \cos(\alpha) \\
 Q = \left[s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \sen(90 - \alpha) \right] - R_{AY} \cdot \cos(\alpha) + R_{AX} \cdot \sen(\alpha) + F_C \cdot \sen(w) \cdot \sen(\alpha) - F_C \cdot \cos(w) \cdot \cos(\alpha) \\
 M = [R_{AY} \cdot \cos(\alpha) - R_{AX} \cdot \sen(\alpha)] \cdot s + F_C \cdot [\cos(w) \cdot \cos(\alpha) - \sen(w) \cdot \sen(\alpha)] \cdot [s - 10] - \left[\left(\frac{200}{L} \right) \cdot \sen(90 - \alpha) \right] \cdot s^2
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Tabla 9 Expresiones finales de los esfuerzos internos en función de las variables del sistema

Las reacciones y demás parámetros se incluyen la Tabla 8.



Las primeras corresponderían para el tramo que discurre entre el principio de la pluma (A, con s igual a 0) y el punto de unión con el cilindro hidráulico (C, referente a s igual a 10).

Por otra parte, el segundo conjunto de expresiones se aplica al tramo que discurre entre la unión con el cilindro hidráulico (punto C, con a s igual a 10) y el final de la pluma telescópica (D, punto que depende de la extensión de la pluma, donde se tendría $s=L$).

⁵ Se recuerda que la carga máxima en una cierta posición estaba directamente relacionada con la inclinación y la longitud. Este valor se incluye en la Tabla 6, aunque también se disponía de su expresión.

5.3.3 Excel empleado

Para facilitar y automatizar los cálculos, así como generar las tablas y gráficos con los datos necesarios, se ha utilizado el programa Microsoft Excel.

Tablas	Axil	Cortante	Momento	Tramo 1	Tramo 2	Tramo 5	Tramo 3	Tramo 4	Cilindro elevacion pluma	Cilindro fijación
--------	------	----------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	--------------------------	-------------------

Se divide en varias hojas, cada una de las cuales se dedica a una parte de proyecto. Como ejemplo:

Propiedades de la placa:

$p = 0.000007$ **Peso (kN)** = 400
L = 60 **w** = 15
Angulo alpha (pluma) = 15 **C (kN)** = 104.250 104.2500152
Sección a estudiarla = 15 **Peso 192 al su mayor de 192**

Propiedades de la sección:

Para x (0,10):
Ax = -6739.4700
Ay = -3127.1300
Ix = 7655.5500
N = 7345.071
Q = 1372.860
M = -19855.540

Para x (10,1):
N = -104.630
Q = -390.464
M = -11051.791

Propiedades de la sección:

Para el igual a 60°:

Longitud	10 m (mínimo)	25 m	Angulo
s	Sección 1	Sección 2	
0	195.3	451.3	0
10	328.0	-207.2	10
15	-455.5	29	15

Para el igual a 40°:

Longitud	40 m (mínimo)	60 m (mínimo)	Angulo
s	Sección 1	Sección 2	
0	677.2	0	0
10	727.2	-329.1	10
40	-459.1	10	40

Gráficos de momentos:

Propiedades de la placa (repetidas):

$p = 0.000007$ **Peso (kN)** = 400
L = 60 **w** = 15
Angulo alpha (pluma) = 15 **C (kN)** = 104.250001 104.2500152
Sección a estudiarla = 10 **Peso 192 al su mayor de 192**

Para x (0,10):
Ax = -6739.4700
Ay = -3127.1300
Ix = 7655.5500
N = 7336.444 kN
Q = 1340.866 kN
M = -13084.706 kNm

Para x (10,1):
N = -113.257 kN
Q = -422.882 kN
M = -13084.706 kNm

Tensiones normales máximas (MPa):

Tramo	10°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°	80°
60 m	595.8	557.0	517.1	495.5	472.8	454.2	372.3	346.0	300.6
40 m	41.5	42.9	41.3	45.7	45.0	39.9	45.7	42.2	39.9

Tensiones compuestas:

Tramo	A	y ref	Tension
60 m	0.313123	0.538	196.61 MPa
40 m	0.313123	0.538	199.22 MPa

Tramos:
 Tramo 1 (i=11) 1350.4205
 Tramo 2 (i=15) -362.4367
 Tramo 3 (i=20) -308.7211
 Tramo 4 (i=46) -391.4471
 Tramo 5 (i=50) -160.6125

Propiedades de la placa:

L = 60 **w** = 15
Angulo alpha (pluma) = 15 **C (kN)** = 182.187 182.187
Sección a estudiarla = 15 **Peso 192 al su mayor de 192**

Propiedades de la sección:

Para x (0,10):
Ax = -6739.4700
Ay = -3127.1300
Ix = 7655.5500
N = 7336.444 kN
Q = 1340.866 kN
M = -13084.706 kNm

Para x (10,1):
N = -113.257 kN
Q = -422.882 kN
M = -13084.706 kNm

Tensiones normales máximas (MPa):

Tramo	10°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°	80°
60 m	595.8	557.0	517.1	495.5	472.8	454.2	372.3	346.0	300.6
40 m	41.5	42.9	41.3	45.7	45.0	39.9	45.7	42.2	39.9

Tensiones compuestas:

Tramo	A	y ref	Tension
60 m	0.313123	0.538	196.61 MPa
40 m	0.313123	0.538	199.22 MPa

Tramos:
 Tramo 1 (i=11) 1350.4205
 Tramo 2 (i=15) -362.4367
 Tramo 3 (i=20) -308.7211
 Tramo 4 (i=46) -391.4471
 Tramo 5 (i=50) -160.6125

Gráfico de momentos:

5.3.4 Diagramas de esfuerzos

Llegados a este punto, se llevarán a cabo las representaciones de las expresiones de las leyes calculadas, con la finalidad de visualizar cómo se distribuyen los esfuerzos a lo largo de la pluma, según las posiciones tomadas de extensión e inclinación. Esto permitirá determinar las situaciones y puntos donde se inducen las mayores tensiones.

Primero se observará la variación de los esfuerzos para un ángulo (α) fijo, empleando la elongación L como variable. Posteriormente, se analizará la situación contraria: la variación de los esfuerzos en el caso de un valor fijo de L , variando el ángulo en este caso. Así, los cambios en los valores del axil, cortante y momento en función de las dos variables quedarán totalmente definidos.

5.3.4.1 Axil

Para el caso del esfuerzo axil (N)

$$N \begin{cases} \text{En } s [0,10] \rightarrow N = \left[s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \cos(90 - \alpha) \right] - R_{AX} \cdot \cos(\alpha) - R_{AY} \cdot \sin(\alpha) \\ \text{En } s [10,L] \rightarrow N = \left[s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \cos(90 - \alpha) \right] - R_{AX} \cdot \cos(\alpha) - R_{AY} \cdot \sin(\alpha) - F_C \cdot \cos(w) \cdot \sin(\alpha) - F_C \cdot \sin(w) \cdot \cos(\alpha) \end{cases}$$

(Ver reacciones y demás parámetros en la Tabla 8)

Se observa como el esfuerzo axil tendrá, en ambos tramos, una distribución lineal, variando su valor debido a la dependencia directa de uno de los términos con la variable s (sección estudiada).

Esto se justifica debido a la presencia de una carga uniformemente distribuida (el peso) que puede actuar sobre el eje x —donde se aplica el axil— resultando en un diagrama del axil triangular. En el caso estudiado además se tiene un término que no depende de s , por lo que habrá que sumar un valor fijo al diagrama triangular. Esto derivará en un diagrama con forma de trapecio rectángulo.

Lo anterior se aplica a los dos tramos, puesto que se tienen expresiones con el mismo formato.

Para todos los resultados de las tablas y gráficas mostradas en este apartado, en la variable C se emplean los valores máximos posibles en cada posición (cargas indicadas en la Tabla 6), siendo la situación más desfavorable en cada caso y por tanto la más útil para el estudio de la resistencia.

A continuación, y como punto de partida, se tienen los valores de los axiles aplicados en la pluma en distintas situaciones de longitud (L), para un ángulo fijo α —como ejemplo— de valor 60° :

Para α igual a 60°											
Longitud 15 m			Longitud 25 m			Longitud 40 m			Longitud 60 m		
s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2
0	1481,8		0	1968,1		0	2511,0		0	3161,7	
10	1712,7	-965,0	10	2106,6	-671,2	10	2597,7	-535,3	10	3219,5	-467,5
15		-849,6	25		-463,4	40		-275,5	60		-178,9

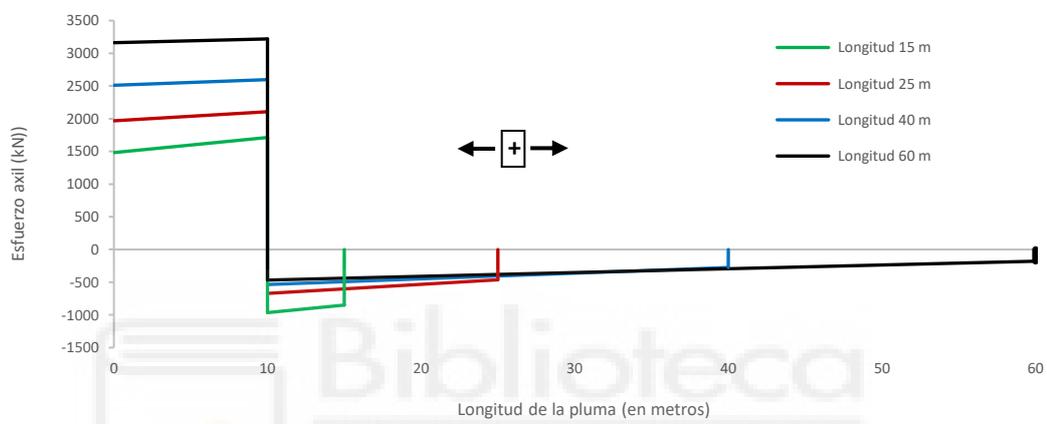


Figura 5.3 Representación del esfuerzo axial (kN) en función de la longitud la pluma (para $\alpha=60^\circ$)

De la gráfica anterior se pueden extraer varias conclusiones:

- El axil se incrementa en el tramo AC (0 a 10 m) conforme se despliega la pluma (aumenta L).
- En el tramo CD (de 10 a L m) el axil es inversamente proporcional al despliegue de la pluma, puesto que su valor disminuye al aumentar L.
- En el primer tramo se tiene un axil positivo (esfuerzo de tracción) mientras que en el segundo tramo se trabaja a compresión, con valores más pequeños.
- En el primer tramo el valor del axil va aumentando muy ligeramente conforme nos acercamos al punto C ($s=10$). Por el contrario, en el segundo tramo el axil va reduciendo su valor a medida que nos aproximamos al extremo libre de la pluma (D).
- Finalmente, la zona más comprometida para el axil (mayor esfuerzo) corresponderá en todos los casos en el punto C ($s=10$) donde se une la pluma con el cilindro. Como se ha indicado, el valor de cálculo es máximo (en tracción) para la pluma totalmente desplegada ($L=60$ m), mientras que es mayor (para compresión) con la pluma retraída ($L=15$ m).

Por tanto, se analizarán ahora los casos $L=15$ m y $L=60$ m, para ver la influencia de la inclinación.

Axil para L=60 metros (máxima elongación)

Si se representa ahora el caso de máxima elongación de la pluma y se varía el ángulo de inclinación:

Para L igual a 60 m											
Ángulo 15° (mínimo)			Ángulo 35°			Ángulo 60°			Ángulo 80° (máximo)		
s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2
0	7319,2		0	4780,9		0	3161,7		0	1953,3	
10	7336,4	-113,3	10	4819,1	-262,0	10	3219,5	-467,5	10	2019,0	-978,2
60		-27,0	60		-70,9	60		-178,9	60		-649,9

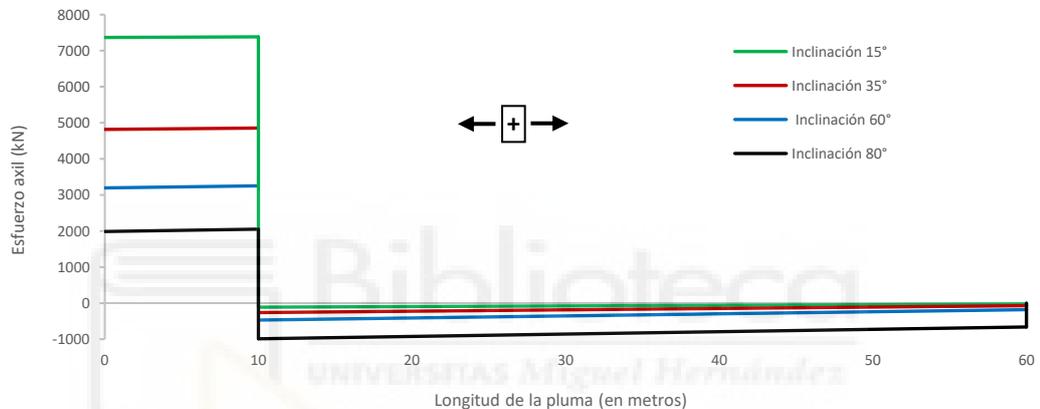


Figura 5.4 Representación del esfuerzo axial (kN) en función de la inclinación la pluma (para L=60 m)

Al trabajar con la pluma extendida (60 metros) se tiene:

- El esfuerzo axial se incrementa en el tramo AC (de 0 a 10 m) de forma inversamente proporcional con la inclinación: por tanto, el axil será máximo con la mínima inclinación ($\alpha=15^\circ$) y tendrá un valor mínimo con la pluma totalmente alzada ($\alpha=80^\circ$).
- En el tramo CD (de 10 a L m), por el contrario, el axil —en valor absoluto— será mayor para inclinaciones altas.
- De nuevo, en el primer tramo se tiene un axil positivo (esfuerzo de tracción) mientras que en el segundo tramo se trabaja a compresión.
- A pesar de parecer valores constantes, estos varían muy ligeramente en función de la sección s estudiada, como se manifiesta en la tabla de datos.
- Se observa la gran diferencia de los valores entre un tramo y el otro.

Axil para L=15 metros (pluma retraída)

Si se representa ahora el caso de mínima elongación de la pluma y se varía el ángulo de inclinación:

Para L igual a 15 m											
Ángulo 15° (mínimo)			Ángulo 35°			Ángulo 60°			Ángulo 80° (máximo)		
s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2
0	3777,3		0	2385,3		0	1481,8		0	-442,3	
10	3846,3	-151,8	10	2538,2	-389,4	10	1712,7	-965,0	10	-179,7	-2063,5
15		-117,3	15		-313,0	15		-849,6	15		-1932,2

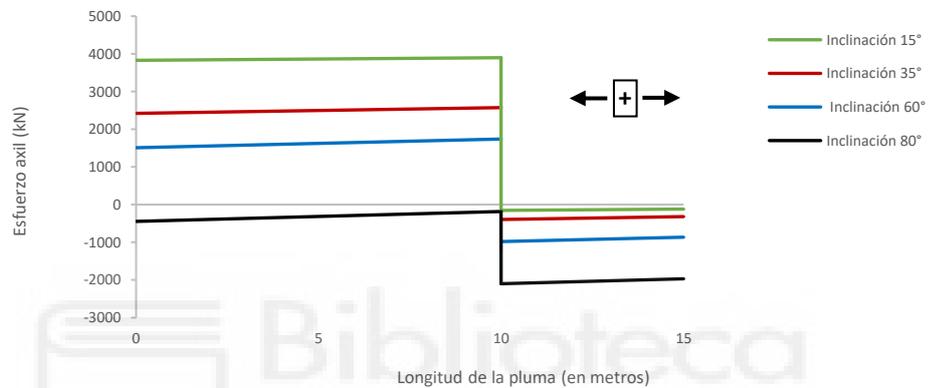


Figura 5.5 Representación del esfuerzo axil (kN) en función de la inclinación la pluma (para L=15 m)

- El esfuerzo axil se incrementa en el tramo AC (de 0 a 10 m) de forma inversamente proporcional con la inclinación. El axil será máximo con la mínima inclinación ($\alpha=15^\circ$).
- Aproximadamente cuando $\alpha \approx 78^\circ$ se produce un cambio en el comportamiento del axil, pasando a ser de compresión en esos 10 primeros metros.
- En el tramo CD (de 10 a L m) el axil será siempre de compresión, y mayor para inclinaciones altas.

Finalmente, para el axil, los mayores esfuerzos se dan:

- Tramo AC (de 0 a 10 m): en la sección $s=10$ m, para la posición $L=60$ m y $\alpha=15^\circ$ (+7336 kN).
- Tramo CD (de 10 a L m): igualmente en $s=10$ m, para la posición $L=15$ m y $\alpha=80^\circ$ (-2063 kN).

Dichas condiciones serían las más desfavorables para el esfuerzo axil.

5.3.4.2 Cortante

Para el caso del esfuerzo cortante (Q)

$$Q \begin{cases} \text{En } s [0,10] \rightarrow \left[s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \text{sen}(90 - \alpha) \right] - R_{AY} \cdot \cos(\alpha) + R_{AX} \cdot \text{sen}(\alpha) \\ \text{En } s [10,L] \rightarrow Q = \left[s \cdot \left(\frac{400}{L} \right) \cdot \text{sen}(90 - \alpha) \right] - R_{AY} \cdot \cos(\alpha) + R_{AX} \cdot \text{sen}(\alpha) + F_C \cdot \text{sen}(w) \cdot \text{sen}(\alpha) - F_C \cdot \cos(w) \cdot \cos(\alpha) \end{cases}$$

(Ver reacciones y demás parámetros en la Tabla 8)

Se antemano se destaca la similitud de éstas con las expresiones del axil, por lo que los resultados y gráficas tendrán una estructura similar.

Procediendo de la misma forma que en el caso anterior, se tienen los valores del esfuerzo cortante en la pluma en distintas situaciones de longitud (L), para un ángulo fijo α de valor —como ejemplo— 60° :

Para α igual a 60°											
Longitud 15 m			Longitud 25 m			Longitud 40 m			Longitud 60 m		
s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2
0	195,3		0	451,3		0	677,2		0	916,3	
10	328,6	-557,2	10	531,3	-387,5	10	727,2	-309,1	10	949,6	-269,9
15		-490,5	25		-267,5	40		-159,1	60		-103,3

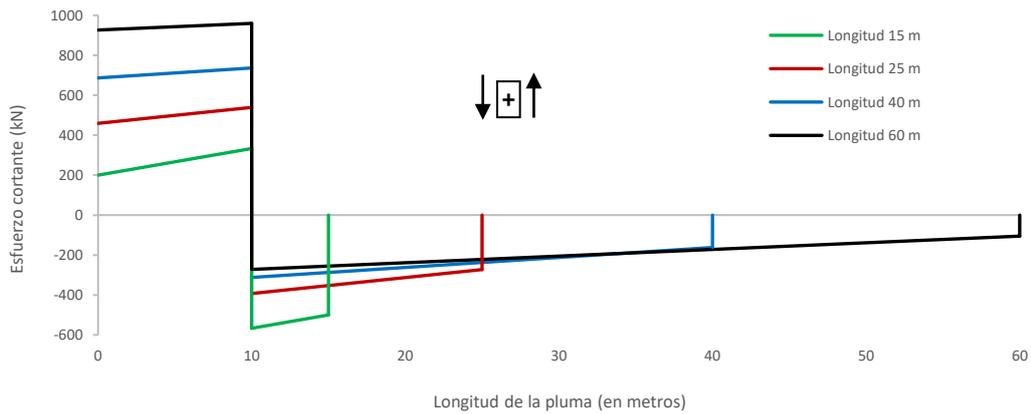


Figura 5.6 Representación del esfuerzo cortante (kN) en función de la longitud la pluma (para $\alpha=60^\circ$)

Analizando la gráfica se tiene:

- El esfuerzo cortante —tal y como lo hacía el axil— se incrementa en el tramo AC (0 a 10 m) conforme se despliega la pluma (aumenta L).
- De nuevo, en el tramo CD (de 10 a L m) el cortante es inversamente proporcional al despliegue de la pluma, puesto que su valor disminuye al aumentar L.
- En el primer tramo se tiene un cortante positivo mientras que en el segundo tramo es negativo.
- En el primer tramo el valor del cortante va aumentando conforme nos acercamos al punto C (s=10). En el segundo tramo el axil va reduciendo su valor a medida que nos aproximamos al extremo libre de la pluma (D).
- Finalmente, la zona más comprometida para el cortante (mayor esfuerzo) corresponderá en todos los casos en el punto C (s=10) donde se une la pluma con el cilindro. Como se ha indicado, el valor de cálculo es máximo para la pluma totalmente desplegada (L=60 m).

Por tanto, se analizarán los casos L=15 m y L=60 m para ver la influencia de la inclinación.

Cortante para L=60 metros (máxima elongación)

Si se representa ahora el caso de máxima elongación de la pluma y se varía el ángulo de inclinación:

Para L igual a 60 m											
Ángulo 15° (mínimo)			Ángulo 35°			Ángulo 60°			Ángulo 80° (máximo)		
s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2
0	1276,3		0	1161,3		0	916,3		0	711,9	
10	1340,7	-422,7	10	1215,9	-374,2	10	949,6	-269,9	10	723,5	-172,5
60		-100,7	60		-101,2	60		-103,3	60		-104,6

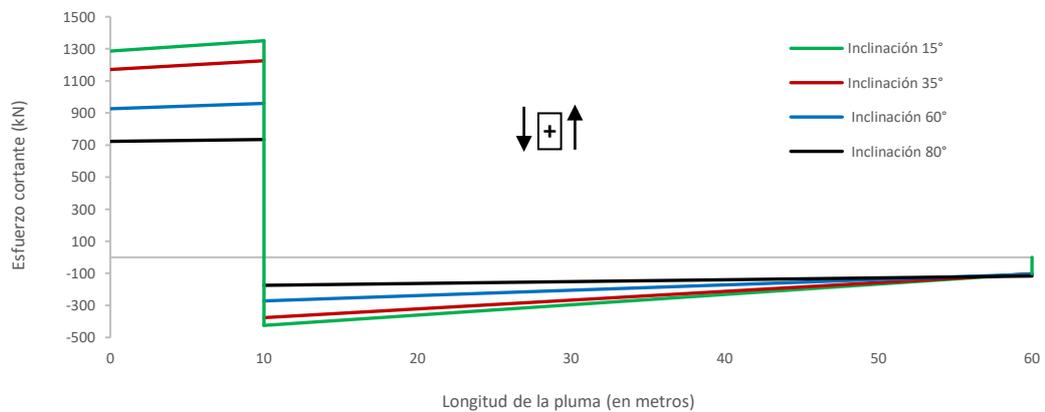


Figura 5.7 Representación del esfuerzo cortante (kN) en función de la inclinación la pluma (para L=60 m)

De esta segunda gráfica:

- El cortante se incrementa en el tramo AC (de 0 a 10 m) de forma inversamente proporcional a la inclinación: por tanto, el axil será máximo con la mínima inclinación ($\alpha=15^\circ$) y tendrá un valor mínimo con la pluma totalmente alzada ($\alpha=80^\circ$).
- En el tramo CD (de 10 a L m) —al contrario que lo que ocurría con el axil— el cortante máximo también será mayor para inclinaciones bajas, disminuyendo conforme nos acercamos al extremo D.
- Del mismo modo que en el caso anterior, en el primer tramo se tiene un cortante positivo mientras que en el segundo tramo es negativo.
- En ambos tramos se tiene una variación del valor (no es constante), derivado de la dependencia de la sección s estudiada en las expresiones.

Cortante para L=15 metros (pluma retraída)

Si se representa ahora el caso de mínima elongación de la pluma y se varía el ángulo de inclinación:

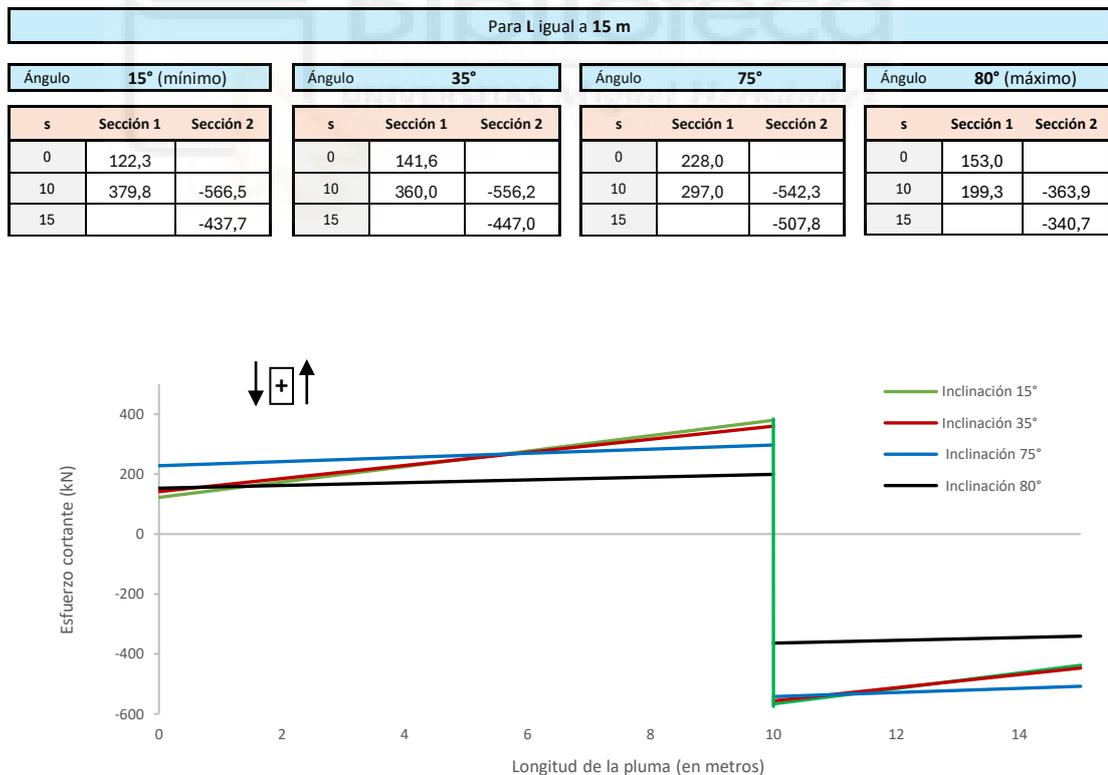


Figura 5.8 Representación del esfuerzo cortante (kN) en función de la inclinación la pluma (para L=15 m)

En esta gráfica:

- De antemano se percibe un cierto comportamiento caótico, puesto que se tienen las distintas funciones —las de inclinaciones de 75° y 80°— en una forma más desordenada que en las gráficas anteriores.

Esto es debido a la limitación de la carga máxima aplicable para altas inclinaciones, donde a partir de aproximadamente los 73° la carga teórica sería superior a las 200 t, según la expresión (5.2). Se limita entonces la carga a 200 t, presentando así un salto en los valores y gráficas del cortante cuando se tienen dichos ángulos. Esto no tendrá especial relevancia en los cálculos.

- En el primer tramo se tiene un cortante positivo, siendo negativo en el segundo.
- El cortante máximo se tiene en la cara derecha de la sección $s=10$, con inclinación mínima.

Finalmente, para el cortante los mayores valores se dan en:

- Tramo AC (de 0 a 10 m): en $s=10$ m, para la posición $L=60$ m y $\alpha=15^\circ$ (+1341 kN).
- Tramo CD (de 0 a L m): también en $s=10$ m, para la posición $L=15$ m y $\alpha=15^\circ$ (–566 kN).

Dichas condiciones serían las más desfavorables para el esfuerzo cortante.



5.3.4.3 Momento flector

Por último, se estudiará el caso del momento —producido en el eje perpendicular al plano—:

$$M \begin{cases} \text{En } s [0,10] \rightarrow M = [R_{AY} \cdot \cos(\alpha) - R_{AX} \cdot \sin(\alpha)] \cdot s - \left[\left(\frac{200}{L} \right) \cdot \sin(90 - \alpha) \right] \cdot s^2 \\ \text{En } s [10, L] \rightarrow M = [R_{AY} \cdot \cos(\alpha) - R_{AX} \cdot \sin(\alpha)] \cdot s + F_C \cdot [\cos(w) \cdot \cos(\alpha) - \sin(w) \cdot \sin(\alpha)] \cdot [s - 10] - \left[\left(\frac{200}{L} \right) \cdot \sin(90 - \alpha) \right] \cdot s^2 \end{cases}$$

(Ver reacciones y demás parámetros en la Tabla 8)

En este caso se tendrán elementos no lineales, como parábolas de segundo grado, al incluirse en la expresión términos del tipo s^2 .

Además, se aprecia como en el punto C (s igual a 10) el segundo término de la expresión del segundo tramo se anula, dejando la misma fórmula que en el primer tramo. Esto es lógico puesto que en un punto el valor del momento debe ser el mismo si no existe un momento externo aplicado en él, por lo que tendremos continuidad en la gráfica en dicho punto.

A su vez, el valor del momento en los extremos será nulo, puesto que (A) es un apoyo no empotrado donde se permite el giro y el extremo (D) es libre, no transmitiendo momentos en ninguno de ellos.

Del mismo modo que en los casos anteriores, se representa primero el momento flector generado en la pluma en distintas situaciones de longitud (L), para un ángulo fijo α de valor 60° :

Para α igual a 60°											
Longitud 15 m			Longitud 25 m			Longitud 40 m			Longitud 60 m		
s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2
0	0,0		0	0,0		0	0,0		0	0,0	
1	-201,9		1	-455,3		1	-679,7		1	-918,0	
2	-426,7		2	-934,2		2	-1383,0		2	-1859,3	
5	-1166,7		5	-2395,5		5	-3494,9		5	-4673,2	
7	-1726,7		7	-3409,6		7	-4927,9		7	-6565,9	
9	-2340,0		9	-4455,8		9	-6380,9		9	-8471,8	
10	-2619,2	-2619,2	10	-4913,2	-4913,2	10	-7022,4	-7022,4	10	-9329,8	-9329,8
11		-2106,7	12		-4221,5	13		-6200,9	15		-8111,8
12		-1560,0	15		-3127,3	18		-4777,6	25		-5725,9
13		-1026,7	18		-2105,1	25		-2994,9	35		-3673,2
14		-497,2	21		-1134,2	35		-857,9	45		-1923,9
15		0,0	25		0,0	40		0,0	60		0,0

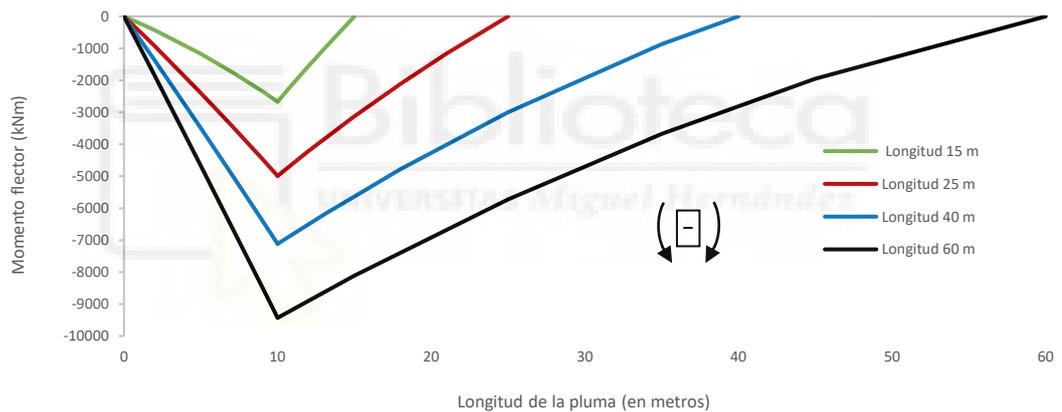


Figura 5.9 Representación del momento producido para diversos casos de extensión de la pluma ($\alpha=60^\circ$)

De esta primera gráfica se deduce:

- El valor del momento (negativo según el criterio escogido) aumenta con la extensión de la pluma.
- El momento máximo en todos los casos se produce en $s=10$ —siendo este el punto C— donde se une el vástago del cilindro hidráulico con la pluma.
- Se tiene una —no muy acentuada— distribución de parábolas cóncavas de segundo grado.
- Como era esperable, el momento en los extremos es nulo y ambas funciones son continuas en $s=10$.

Una vez conocido que el momento máximo se da con la máxima elongación de la pluma ($L=60\text{m}$), se analiza ahora la contribución del ángulo de inclinación:

Para L igual a 60 m											
Ángulo 15° (mínimo)			Ángulo 35°			Ángulo 60°			Ángulo 80° (máximo)		
s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2	s	Sección 1	Sección 2
0	0,0		0	0,0		0	0,0		0	0,0	
1	-1279,5		1	-1164,0		1	-918,0		1	-712,5	
2	-2584,9		2	-2353,0		2	-1859,3		2	-1448,3	
5	-6510,6		5	-5923,6		5	-4673,2		5	-3629,5	
7	-9159,9		7	-8331,2		7	-6565,9		7	-5089,4	
9	-11835,0		9	-10760,7		9	-8471,8		9	-6554,0	
10	-13084,7	-13084,7	10	-11885,7	-11885,7	10	-9329,8	-9329,8	10	-7177,0	-7177,0
15		-11139,6	15		-10170,9	15		-8111,8	15		-6428,9
25		-7537,2	25		-6955,1	25		-5725,9	25		-4797,7
35		-4578,8	35		-4285,3	35		-3673,2	35		-3282,2
45		-2235,0	45		-2132,2	45		-1923,9	45		-1849,2
60		0,0	60		0,0	60		0,0	60		0,0

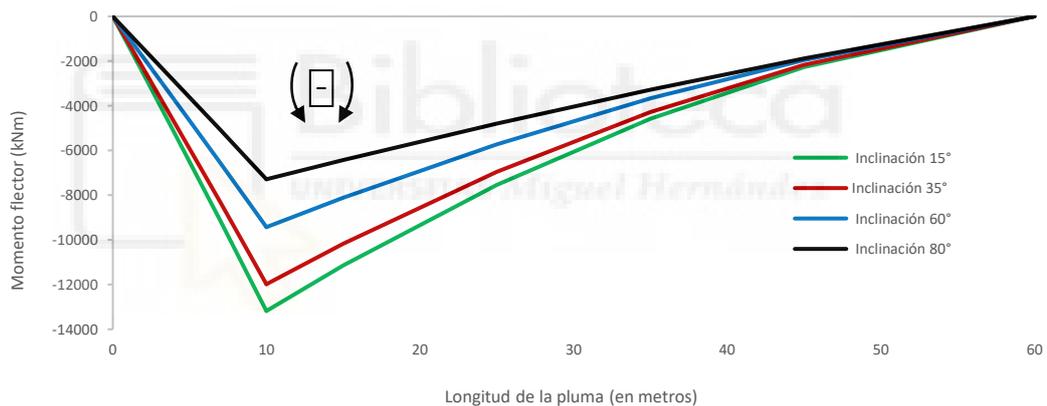


Figura 5.10 Representación del momento producido para diversos casos de extensión de la pluma ($\alpha=60^\circ$)

Pudiéndose observar en esta gráfica:

- El momento flector es inversamente proporcional al ángulo de inclinación, por lo que se alcanzaría mayores valores con las inclinaciones más pequeñas (15° en este caso).
- El momento máximo se da en la posición $s=10$, teniendo una distribución de parábola cóncava.

Finalmente, la posición donde se dan los mayores valores del momento flector corresponde al caso de la pluma totalmente extendida ($L=60\text{ m}$) y con una mínima inclinación ($\alpha=15^\circ$), encontrándose su máximo en la sección C con un valor de $13.085\text{ kN}\cdot\text{m}$, con signo negativo, en la sección $s=10$ metros.

5.4 Condiciones de estudio

5.4.1 Posiciones de estudio

Finalizando con el apartado sobre los esfuerzos internos, se ha llegado a que:

- Para el **axil (N)** la posición más desfavorable dependía de la zona de la pluma estudiada:
 - Para los primeros 10 metros, los máximos se dan en la posición de la pluma totalmente extendida ($L=60$ m) con mínima inclinación ($\alpha=15^\circ$).
 - Para el resto de la pluma, es la de totalmente retraída ($L=15$ m) con máxima inclinación ($\alpha=80^\circ$).
- Para el **cortante (Q)**:
 - Para los primeros 10 metros, los máximos para el cortante se dan cuando la pluma está totalmente extendida ($L=60$ m) con mínima inclinación ($\alpha=15^\circ$).
 - Para el resto de la pluma, por el contrario, lo más desfavorable sería tener la pluma retraída ($L=15$ m) con mínima inclinación ($\alpha=15^\circ$).
- Para el **momento (M)**, la posición más desfavorable siempre será la de totalmente extendida ($L=60$ m) con mínima inclinación ($\alpha=15^\circ$).

O lo que es lo mismo, si se analiza ahora desde el punto de vista inverso:

- En la primera parte (de 0 a 10 m) tanto el axil, el cortante y momento tienen sus máximos en la posición de pluma totalmente extendida y mínimamente inclinada ($L=60$ m y $\alpha=15^\circ$). Al coincidir los máximos, al analizar cualquier punto de la pluma que se encuentre dentro de ese rango se tendrá en cuenta directamente dicha posición.
- En la segunda (desde los 10 m hasta el final de la pluma) se tenían:
 - Máximo axil (N) en $L=15$ m y $\alpha=80^\circ$.
 - Máximo cortante (Q) en $L=15$ m y $\alpha=15^\circ$.
 - Máximo momento (M) en $L=60$ m y $\alpha=15^\circ$.

Se tienen los mayores valores de los distintos esfuerzos en distintas posiciones de la pluma, por lo que habrá que analizar las distintas posiciones para verificar en cuál de ellas —según la contribución de cada esfuerzo— se producen las mayores tensiones.

A modo de resumen, los casos principales de estudio en la pluma serán, por tanto:

Posición pluma totalmente **desplegada** ($L=60$ m) con **mínima** inclinación ($\alpha=15^\circ$).

Posición pluma **replegada** ($L=15$ m) con **mínima y máxima** inclinación ($\alpha=15^\circ, 80^\circ$).

Se calcularán también las tensiones en todas las inclinaciones (rango de 15° a 80°), así como en despliegues intermedios de la pluma, a modo de verificación.

5.4.2 Tramos y secciones estudiadas

Llegados a este punto, algo muy importante a tener en cuenta es que no se está analizando una barra única y continua, sino que en realidad se encuentra dividida en 5 tramos, por lo que habrá que considerar este hecho en los cálculos.

Como se vio, los mayores esfuerzos según los diagramas se generan en la sección C. Si la pluma estuviese conformada por una única barra maciza de longitud L (de hasta 60 metros de longitud) el cálculo sería bastante sencillo, reduciéndose el problema simplemente a comprobar dicha sección C, empleando los valores físicos de la sección escogida (únicos, al considerar una barra constante).

No obstante, la pluma estudiada es telescópica, formada por varios tramos (con secciones distintas) en su interior, por lo que hay que aplicar el procedimiento para cada uno de ellos, comprobando la resistencia individualmente.

5.4.2.1 Posición pluma extendida

Si se representan las gráficas de los esfuerzos junto con la disposición de los tramos en esta posición:

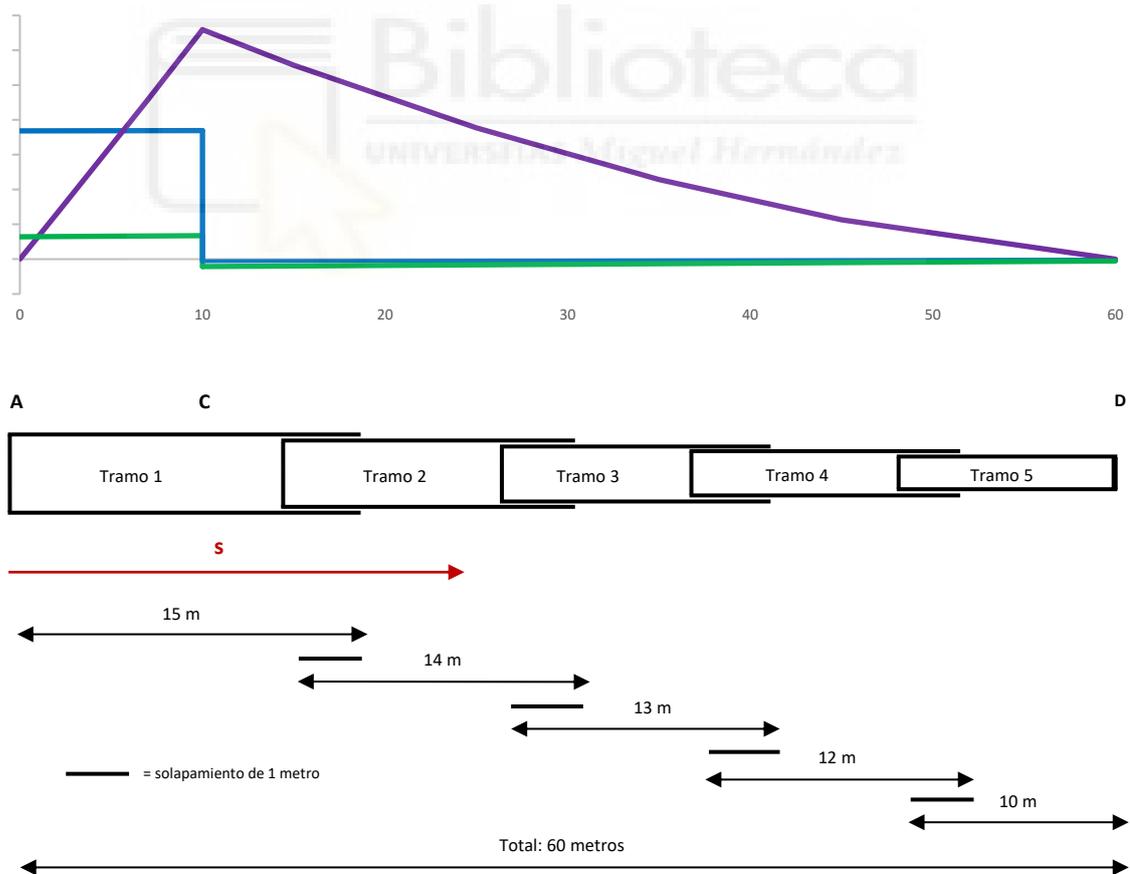


Figura 5.11 Esquema general de los esfuerzos en los tramos para la pluma desplegada

Las secciones estudiadas (s) más desfavorables en cada tramo serán:

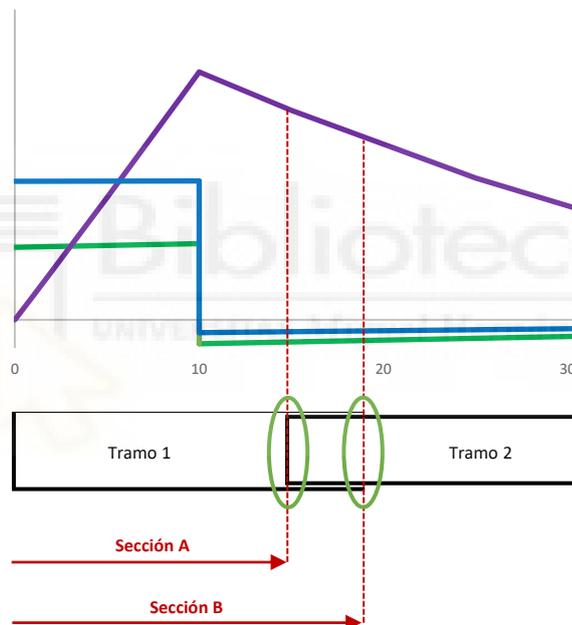
- Para el primer tramo:

Se conoce que los esfuerzos máximos (y para la pluma en general) se concentran en la sección C, encontrándose esta fija a 10 metros del extremo inicial de la pluma. Al tener el tramo inicial una longitud invariable de 15 metros, dicho punto C se encontrará ubicado en este primer tramo, siendo el punto más desfavorable y por tanto el estudiado ($s=10$).

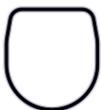
- Para el resto de los tramos:

Los tramos siguientes —del 2 al 5— se encuentran en una zona con menores esfuerzos. Sin embargo, la sección (tamaño) e inercias de cada uno de los tramos también se reduce de forma escalonada, lo que justifica la necesidad de la comprobación individual para cada uno de ellos.

Para cada uno se determinará su sección más desfavorable: por ejemplo, para el análisis del segundo tramo (para el resto será igual) las secciones que podrían ser las más desfavorables serían las indicadas en el siguiente diagrama:



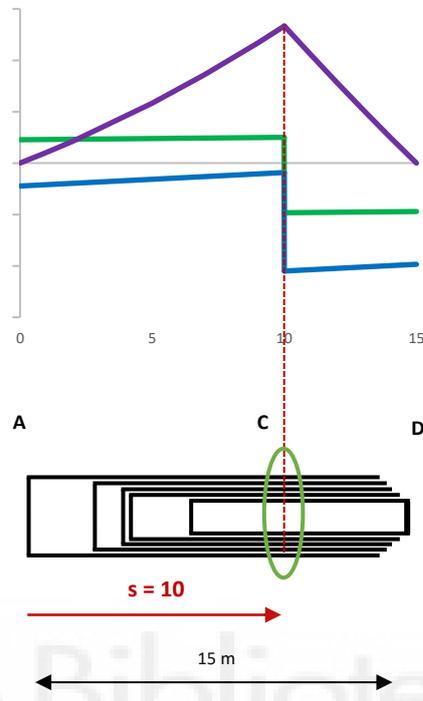
- **Sección A:** Correspondería a la primera cara —siguiendo el sentido propuesto— del tramo estudiado. Tendría asociado mayores esfuerzos, como se observa en la gráfica. Sin embargo, en esa sección dichos esfuerzos son absorbidos también por el tramo anterior (más externo) debido a la existencia de un solape entre los mismos. Por tanto, el material del tramo anterior contribuiría paralelamente a la resistencia, distribuyendo la tensión entre ambas secciones y disminuyendo por ende la tensión en el tramo estudiado.



- **Sección B:** Es la sección del tramo estudiado donde termina el tramo anterior —el externo— por lo que aquí sólo se trabajaría con dicho tramo estudiado (el 2 en este caso). En esta posición los esfuerzos internos serían ligeramente menores que en el caso anterior, puesto que se está analizando una sección más a la derecha (ver la gráfica). No obstante, se tiene mucho menos material que en la situación anterior —sólo se tiene el tramo estudiado— por lo que se deberían tener mayores tensiones.

5.4.2.2 Posición pluma retraída

Al representar las gráficas de los esfuerzos con la disposición de los tramos para esta posición se tiene:



La sección más desfavorable sería claramente la ubicada en C ($s=10$), donde se concentran los máximos del axil, del cortante y del momento flector.

Aquí ocurre algo similar que lo explicado en la página anterior: al encontrarse todos los tramos replegados, existe un solapamiento de los mismos, siendo la sección C atravesada por todos ellos. Como consecuencia, todos los tramos contribuyen a la resistencia de la pluma, considerando todos ellos como uno sólo. Habría que tener en cuenta el área y la inercia de todos los tramos de forma conjunta, derivando en unas tensiones muy bajas.



Esto simplifica en gran medida los cálculos, no teniendo que calcular la tensión para cada tramo por separado, puesto que como ya se ha explicado, se valorarán todos como un solo.

Todo lo explicado en este punto se verá de nuevo en los siguientes apartados una vez se analice cada tramo.

5.5 Tensiones generadas en la pluma

A partir de los esfuerzos internos anteriores, en este apartado se hallarán las tensiones (σ) más elevadas que se producirán en la pluma, con el fin de verificar la validez y fiabilidad de esta.

La resistencia de materiales y la teoría de estructuras proporcionan varios criterios de fallo para determinar las tensiones estáticas máximas permisibles en estructuras o elementos mecánicos. En función del tipo de material y de la aplicación, se pueden utilizar distintas formulaciones.

Para el caso estudiado, donde se trabaja con un material dúctil como es el acero, se empleará la teoría de fallo basada en la máxima energía de distorsión, conocida habitualmente como **Criterio de Von Mises**.

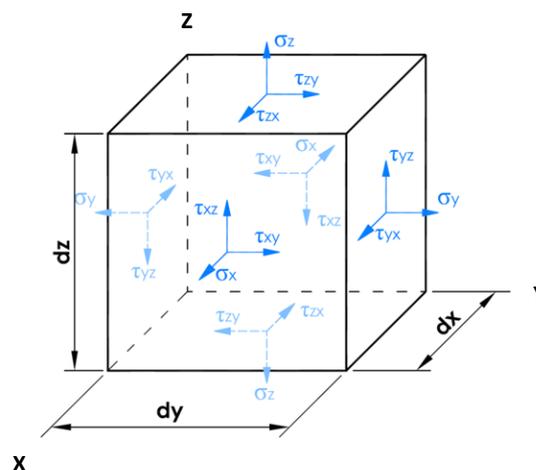
El Criterio de Von Mises (enunciado inicialmente por otros autores, pero refinado por Richard Edler von Mises en 1913) propone que una pieza resistente o elemento estructural falla cuando en alguno de sus puntos la energía de distorsión elástica supera un cierto umbral determinado, que en el caso de materiales dúctiles se toma como el límite elástico. Por su parte, la **tensión equivalente de Von Mises** se puede enunciar de numerosas formas, siendo su expresión general para el caso del paralelepípedo elemental infinitesimal:

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)}{2}} \quad (5.5)$$

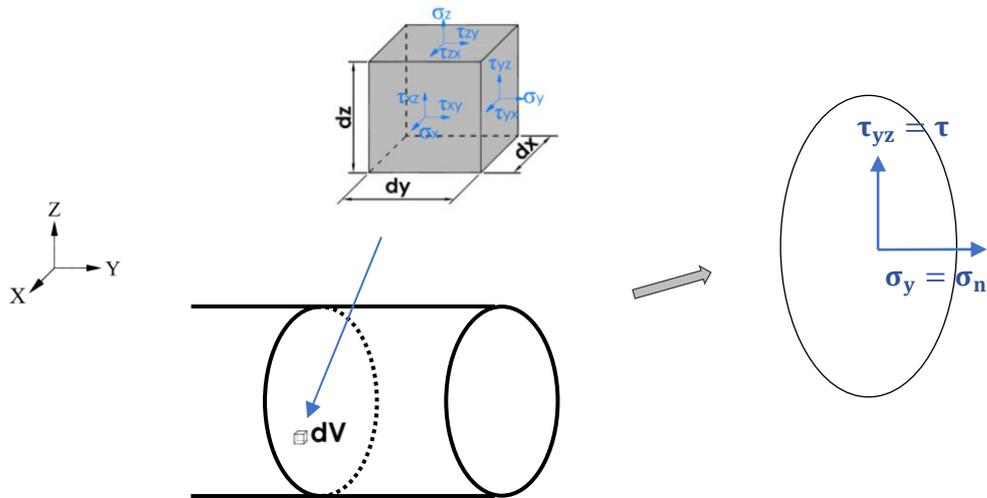
Teniéndose que cumplir la siguiente condición:

$$\sigma_{VM} \leq \sigma_y (= R_e)$$

Los términos σ_1 , σ_2 y σ_3 hacen referencia a las tensiones principales (tensiones en las direcciones principales, los ejes del sistema de referencia), es decir: σ_x , σ_y y σ_z . Se asignan los subíndices 1,2 y 3 al ordenarse de mayor a menor valor. El esquema general con todos los términos sería el siguiente:



Si se extrapola dicho diagrama a una sección genérica de la pluma estudiada:



Sólo se tendrán, según el sistema de referencia escogido, una tensión tangencial (τ , correspondiente al cortante que actúa) y una tensión normal a la sección transversal (σ_n , producida por el axil y el momento aplicados en la pluma).

Una vez conocidas las tensiones que actúan, sustituyendo y simplificando (5.5) se puede obtener la expresión para el caso estudiado (donde sólo se tiene una tensión normal y otra cortante):

$$\sigma_1 = \sigma_n = \sigma ; \sigma_2 = 0 ; \sigma_3 = 0 ; \tau_{xy} = 0 ; \tau_{xz} = 0 ; \tau_{yz} = \tau$$

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\frac{(\sigma - 0)^2 + (0 - 0)^2 + (0 - \sigma)^2 + 6(0^2 + 0^2 + \tau^2)}{2}}$$

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\frac{\sigma^2 + \sigma^2 + 6\tau^2}{2}} = \sqrt{\frac{2\sigma^2 + 6\tau^2}{2}}$$

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (5.6)$$

Que resulta ser la expresión de la tensión de Von Mises habitual en el caso de una viga.

A continuación, se procederá a calcular cada uno de esos términos individualmente, obteniendo así la tensión máxima en los puntos más comprometidos.

Lo anterior se realizará para todos los tramos, por separado, con el fin de evaluar la resistencia y los coeficientes de seguridad en cada uno de ellos. Como resulta lógico, se considerará por válido el diseño de la pluma telescópica en caso de que todos sus tramos —para una situación de carga común— cumplan con los criterios de resistencia establecidos.

5.6 Tensión normal

La Ley de Navier nos permite obtener la tensión normal en función del axil y momento aplicados:

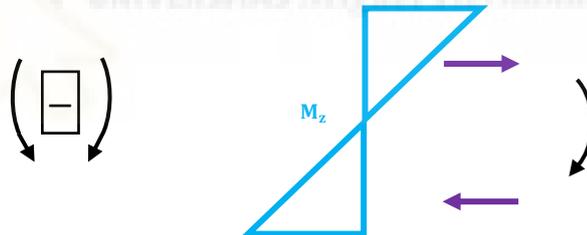
$$\sigma = \pm \frac{M_z}{I_z} \cdot y_{\text{extremo}} \pm \frac{N}{A_{\text{Sección}}} \quad (5.7)$$

Observando la fórmula anterior se tiene que para calcular en un punto determinado esta tensión es necesario conocer:

- Los esfuerzos en dicho punto. Sus expresiones y valores fueron obtenidos en el apartado anterior.
- Datos físicos de la sección: son el área ($A_{\text{Sección}}$), el momento de inercia de la sección (I_z) y las distancias entre el centro de gravedad de la sección hasta las fibras estudiadas, que en este caso serían las extremas (y_{extremo}). Sus valores se obtuvieron en el apartado 5.1.2, incluyéndose en la Tabla 7.

Para determinar qué signos emplear en la expresión (5.7) hay que tener en cuenta el propio signo de los esfuerzos, así como de la posición de la fibra —ya sea inferior o superior— estudiada en cada caso. Según lo visto en el apartado anterior:

- El momento (M_z) tenía siempre un valor negativo, independientemente de la posición y la sección estudiada. Esto significa que se tiene un esfuerzo de tracción en la parte superior de la sección y compresión en la parte inferior.



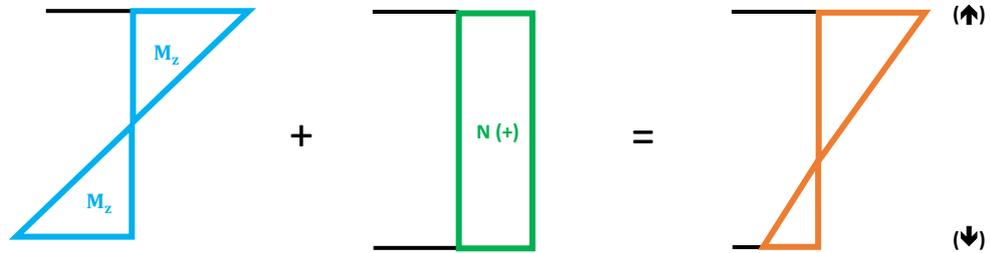
- El axil (N) es de tracción (positivo) en los primeros 10 metros de la pluma, mientras que es de compresión (negativo) en el resto.

El hecho de trabajar con valores negativos (compresión) o positivos (tracción) en la tensión calculada es indiferente, puesto que al tratarse de acero se contempla que este material idealmente trabajaría de igual forma a tracción que a compresión. Los coeficientes de seguridad se calcularán con el módulo (en valor absoluto) de estas tensiones, por lo que el signo no influirá.

Sin embargo, para el valor numérico, al combinar todo ello habría que realizar las siguientes distinciones:

Secciones $s \in [0,10]$

En esta zona el momento era negativo y el axil es positivo. En la fibra superior ambos esfuerzos se sumarían, resultando en una tracción mayor. Por el contrario, en la fibra inferior se contrarrestarían, resultando en un valor menor. Por tanto, la fibra más comprometida —la estudiada— será la superior (y_{sup}).



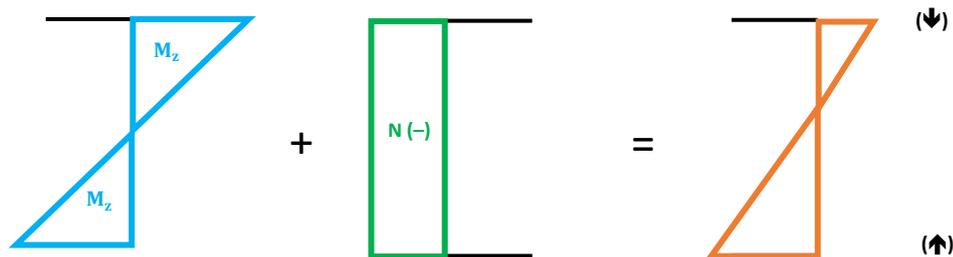
Con el fin de obtener el mayor valor posible (en positivo, tracción) habrá que emplear el signo (-) en el momento, quedando entonces la expresión (5.7) como:

$$\sigma(+)= -\frac{M_z(-)}{I_z} \cdot y_{sup} + \frac{N(+)}{A_{Sección}} \quad (5.8)$$



Secciones $s \in [10, L]$

En esta zona el momento seguía siendo negativo, siendo el axil igualmente negativo. Por tanto, aquí se tiene el caso contrario: ahora, en la fibra superior ambos esfuerzos se contrarrestarían —dando una tracción menor— mientras que en la fibra inferior se sumarían resultando en un módulo de compresión mayor. La fibra más comprometida en este tramo será la inferior (y_{inf}).



En lo referente a la expresión (5.7), no se cambiará el signo ni en el momento ni en el axil, ya que ambos tendrán el mismo signo (negativos) y sus módulos se sumarán (mayor resultado en valor absoluto), quedando la expresión:

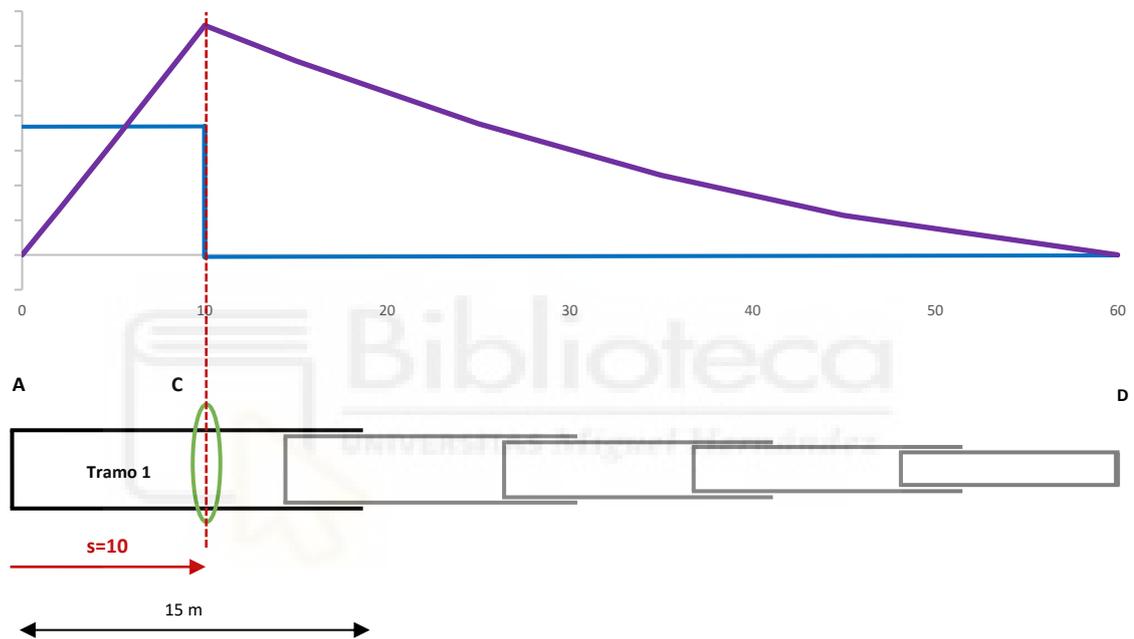
$$\sigma(-)= \frac{M_z(-)}{I_z} \cdot y_{inf} + \frac{N(-)}{A_{Sección}} \quad (5.9)$$

5.6.1 Tensiones normales en cada tramo con pluma desplegada

Se calcularán las tensiones máximas en cada tramo, en el caso de $L=60$ m.

Tramo 1

En el caso del primer tramo se tenían los mayores esfuerzos en la sección C ($s=10$), por lo que se calculará la tensión en dicho punto. Al representar el momento y el axil⁶ junto a los tramos:



Recuperando los datos de la sección —del tramo 1— de la Tabla 7:

Tramo 1		
A _{Sección}	0,076462 m ²	
Inercia (I)	0,014539 m ⁴	
Distancias	y _{superior}	0,5554 m
	y _{inferior}	0,6446 m

⁶ Las gráficas como esta que se mostrarán a continuación corresponden a una inclinación determinada, variando la forma y valores con el ángulo estudiado. Se representa para mostrar la disposición general de los esfuerzos junto a los tramos.

El mayor axil se tiene en la cara izquierda, por lo que al estar trabajando en $s \in [0,10]$ hay que emplear la expresión (5.8):

$$\sigma(+)= -\frac{M_z(-)}{I_z} \cdot y_{\text{sup}} + \frac{N(+)}{A_{\text{Sección}}}$$

Empleando la hoja Excel programada con todas las expresiones y datos necesarios, se tienen los esfuerzos internos en función de las tres variables del sistema: longitud (L), inclinación (α) y sección estudiada (s). Si se introduce también (5.8) con los datos físicos del tramo 1, se puede obtener fácilmente la tensión final sustituyendo los valores de las variables utilizadas.

L	60	m
Angulo alpha (pluma)	80	grados
Sección s estudiada	10	m

Tramo 1			
A	0,076462	y sup	0,5554
Iz	0,014539	y inf	0,6446

Tension **300,6** MPa

Centrándonos en el caso de pluma totalmente desplegada y considerando todo el rango posible de inclinaciones (incluyendo los extremos), de forma sencilla se crea la siguiente tabla, que devuelve los valores de las tensiones normales —en la sección $s=10$ — para el primer tramo:

Tensiones normales máximas (MPa)										
	15°	25°	35°	40°	45°	55°	65°	70°	75°	80°
60 m	595,8	557,2	517,1	495,5	472,8	424,2	372,3	346,0	320,9	300,6

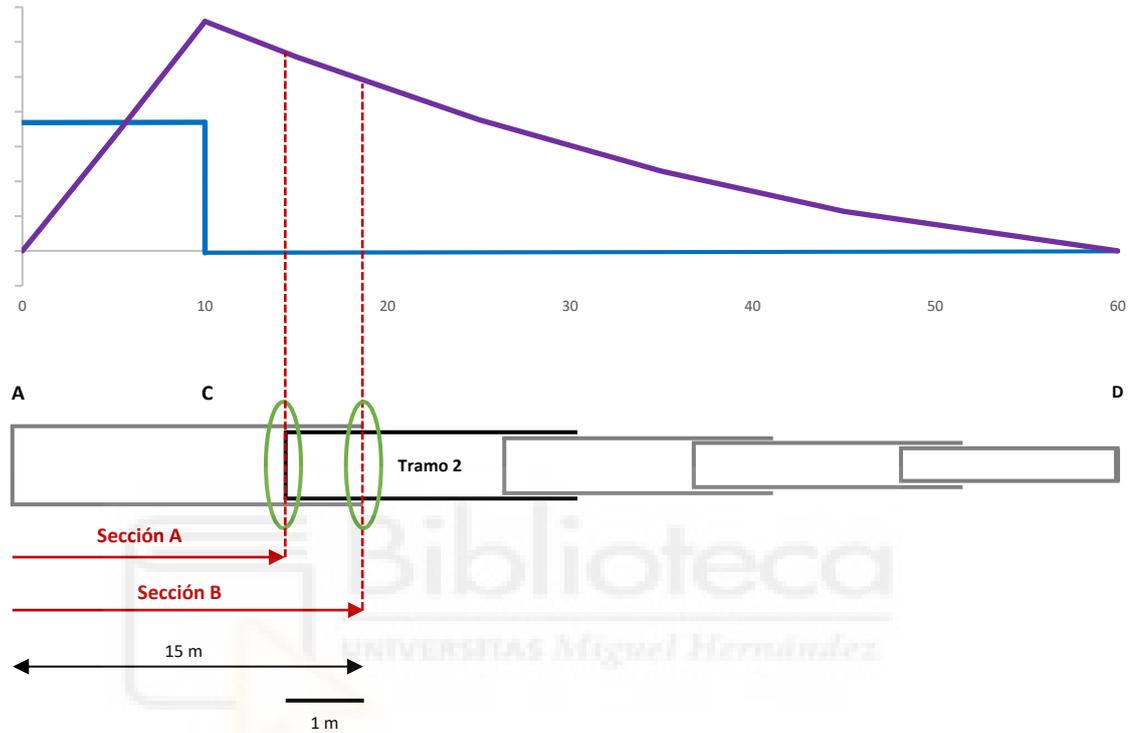
Tabla 10 Tensiones normales en función de α en el primer tramo, en la sección $s=10$ m.

La mayor tensión al trabajar con la pluma desplegada ocurre en $\alpha=15^\circ$, con **596 MPa** (tracción), disminuyendo este valor conforme aumenta la inclinación de la pluma.

$$\sigma_{\text{máxima},T1} (L=60 \text{ m y } \alpha=15^\circ) = \mathbf{596 \text{ MPa}}$$

Tramo 2

En el caso del segundo tramo, las dos posibles secciones donde se tendrían las mayores tensiones serían, como ya se explicó anteriormente, uno de los dos puntos indicados (A o B). Se procederá al cálculo en las dos secciones, con el fin de comprobar cuál de ellas es más desfavorable.

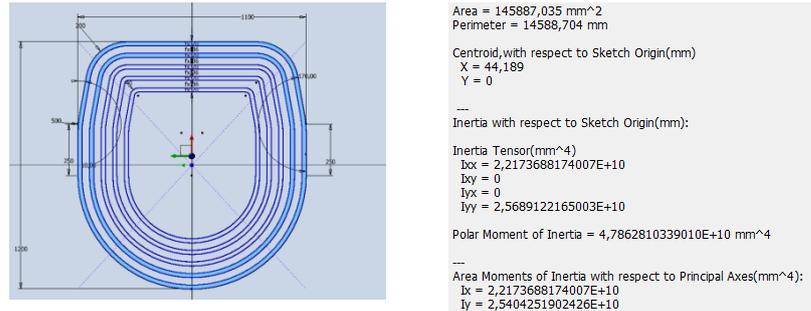


- Siendo la sección A la ubicada a 15–1 metros = 14 metros → $s = 14$ m
- Por su parte, la sección B se ubicada a 15 metros → $s = 15$ m

Análisis sección (A) ubicada en $s=14$

Esta es la sección más a la izquierda del segundo tramo, donde se tendrían los mayores esfuerzos, viéndose en la gráfica superior cómo el momento es algo mayor —en valor absoluto— que en la sección B. Lo mismo ocurre para el axil (aunque muy ligeramente). Aquí se trabaja con el material del tramo 1 (externo) y el 2 (interno), el que se está estudiando

Por tanto, se tiene la contribución del material de ambos tramos (1 y 2) por lo que hay que recalcular los parámetros físicos de la sección, para sustituir dichos valores en la Ley de Navier. Las áreas se pueden sumar algebraicamente, pero el momento de inercia combinado de los dos y las distancias a las fibras extremas no se pueden combinar directamente, teniendo que ser recalculados mediante el software Autodesk Inventor.



Los datos de la sección combinada formada por los tramos 1 y 2 quedan:

Tramo (1+2)		
A _{Sección}	0,145887 m ²	
Inercia (I)	0,0254042 m ⁴	
Distancias	y _{superior}	0,556 m
	y _{inferior}	0,644 m

Al estar trabajando en $s \in [10,60]$ hay que emplear la expresión (5.9):

$$\sigma(-) = \frac{M_z(-)}{I_{z T(1+2)}} \cdot y_{inf} + \frac{N(-)}{A_{Sección T(1+2)}}$$

Sustituyendo todos los valores en la hoja Excel y calculando, se obtiene la siguiente tabla:

Tensiones normales máximas (MPa)										
	15°	25°	35°	40°	45°	55°	65°	70°	75°	80°
60 m	-290,9	-280,9	-268,4	-259,5	-249,5	-227,2	-202,98	-191,0	-177,7	-171,2

Tabla 11 Tensiones normales en función de α en el segundo tramo, en la sección $s=14$ m

Por tanto, la tensión máxima en el segundo tramo —para $s=14$ — es de 291 MPa (en compresión).

Análisis sección (B) ubicada en s=15

Es la sección límite donde finaliza el tramo anterior —el primero— por lo que aquí sólo se trabajaría con el material del segundo tramo. Tal y como se mencionó, en esta posición los esfuerzos serían ligeramente menores que en s=14, si bien hay que comprobar la tensión final.

En este caso los datos físicos de la sección del tramo 2 (Tabla 7) son:

Tramo 2		
A _{Sección}	0,069424 m ²	
Inercia (I)	0,010865 m ⁴	
Distancias	Y _{superior}	0,501 m
	Y _{inferior}	0,587 m

De nuevo, se calculan las tensiones para todo el rango de inclinación:

Tensiones normales máximas (MPa)										
	15°	25°	35°	40°	45°	55°	65°	70°	75°	80°
60 m	-598,6	-578,3	-548,2	-529,9	548,2	-509,6	-414,8	-390,3	-368,4	-355,6

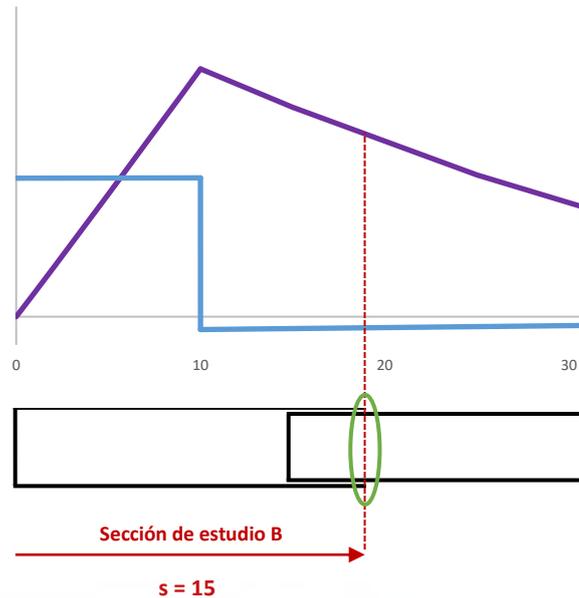
Tabla 12 Tensiones normales en función de α en el segundo tramo, en la sección s=15 m

Por tanto, la tensión máxima en el segundo tramo —en s=15— es de 599 MPa (compresión), observándose además cómo se produce de nuevo con la mínima inclinación ($\alpha=15^\circ$). Como ocurría con el tramo anterior, la tensión máxima disminuye conforme aumenta la inclinación de la pluma.

Por último, si comparamos las tensiones calculadas en la posición [s=14] y [s=15] se puede observar la gran diferencia de valor entre ellas:

- Sección A [s=14] → 291 MPa
- Sección B [s=15] → 599 MPa

La sección que más interesa para la comprobación estructural es la más restrictiva, donde se tendría una mayor tensión y por tanto más peligro de cualquier tipo de fallo.



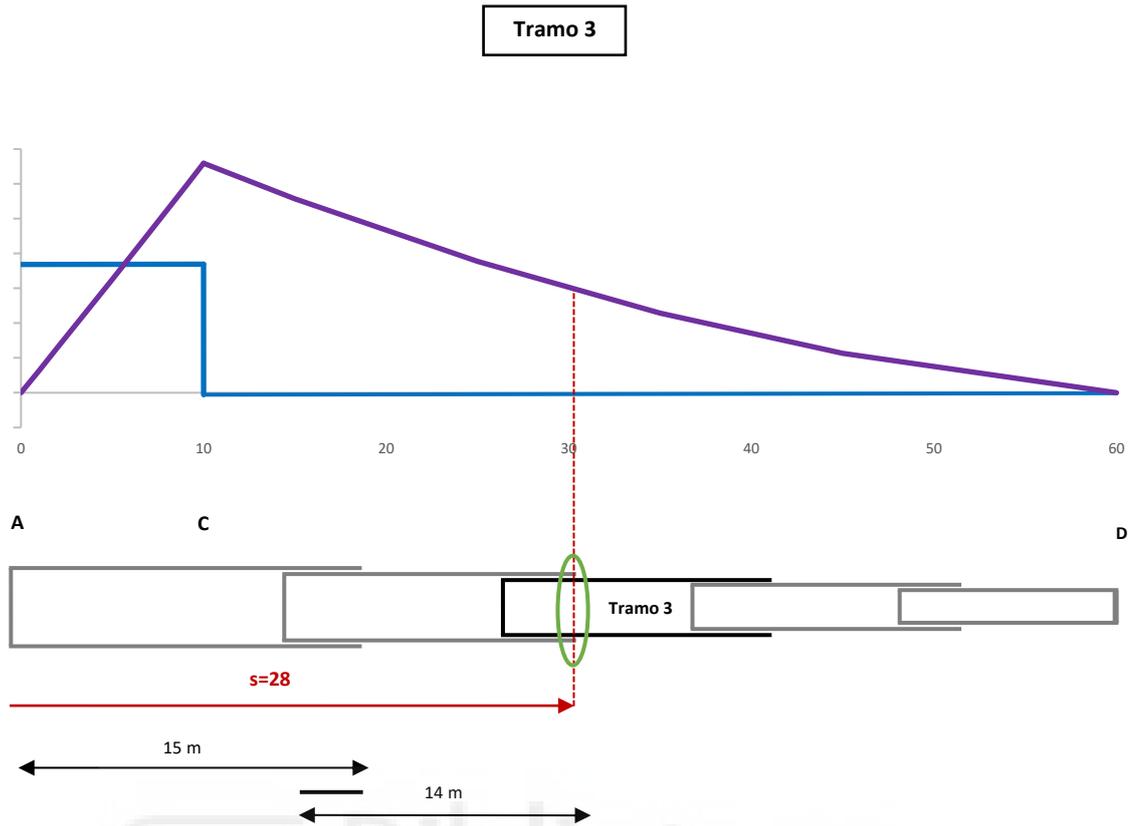
Queda demostrado entonces que la sección de estudio más desfavorable en este tipo de casos es la B (mostrada en el diagrama superior). Esta correspondería con la sección límite donde justo terminaría el tramo anterior, por lo que sólo se tendría material (área e inercia) proporcionado por el tramo que se está estudiando.

El otro punto se tendría además el material del tramo anterior (mayores áreas e inercias), derivando en una distribución de los esfuerzos en una mayor sección, resultando en menores tensiones. Esto ocurrirá para todos los casos.

Por ello, para el resto de los tramos se calculará directamente la tensión en dicho punto (la asimilable a B para cada caso).

Finalmente, la tensión máxima posible en el segundo tramo, que se da en la posición más desfavorable de la pluma ($L=60$ y $\alpha=15^\circ$), es de **599 MPa** en compresión.

$$\sigma_{\text{máxima}, T2} (L=60 \text{ m y } \alpha=15^\circ) = \mathbf{599 \text{ MPa}}$$



Como ya se justificó, se estudiará la sección ubicada a $15+14$ metros = 28 metros $\rightarrow s = 28$

En dicho punto termina la longitud del segundo tramo (el anterior), por lo que sólo se tendrá material proporcionado por el tramo 3, el que se está estudiando ahora.

Recuperando los datos de la sección del tramo 3 (Tabla 7):

Tramo 3		
$A_{\text{sección}}$	0,062387 m ²	
Inercia (I)	0,007860 m ⁴	
Distancias	y_{superior}	0,445 m
	y_{inferior}	0,531 m

Al estar trabajando en $s \in [10,60]$ hay que continuar empleando la expresión (5.9):

$$\sigma(-) = \frac{M_z(-)}{I_z T_3} \cdot y_{\text{inf}} + \frac{N(-)}{A_{\text{Sección } T_3}}$$

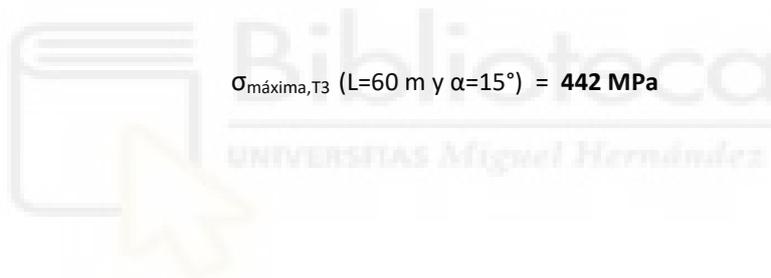
Una vez más, si nos centramos en el caso de pluma totalmente desplegada ($L=60$ m) y considerando todo el rango posible de inclinaciones, se llega a la siguiente tabla donde se tienen las tensiones normales del tercer tramo, en la sección $s=28$:

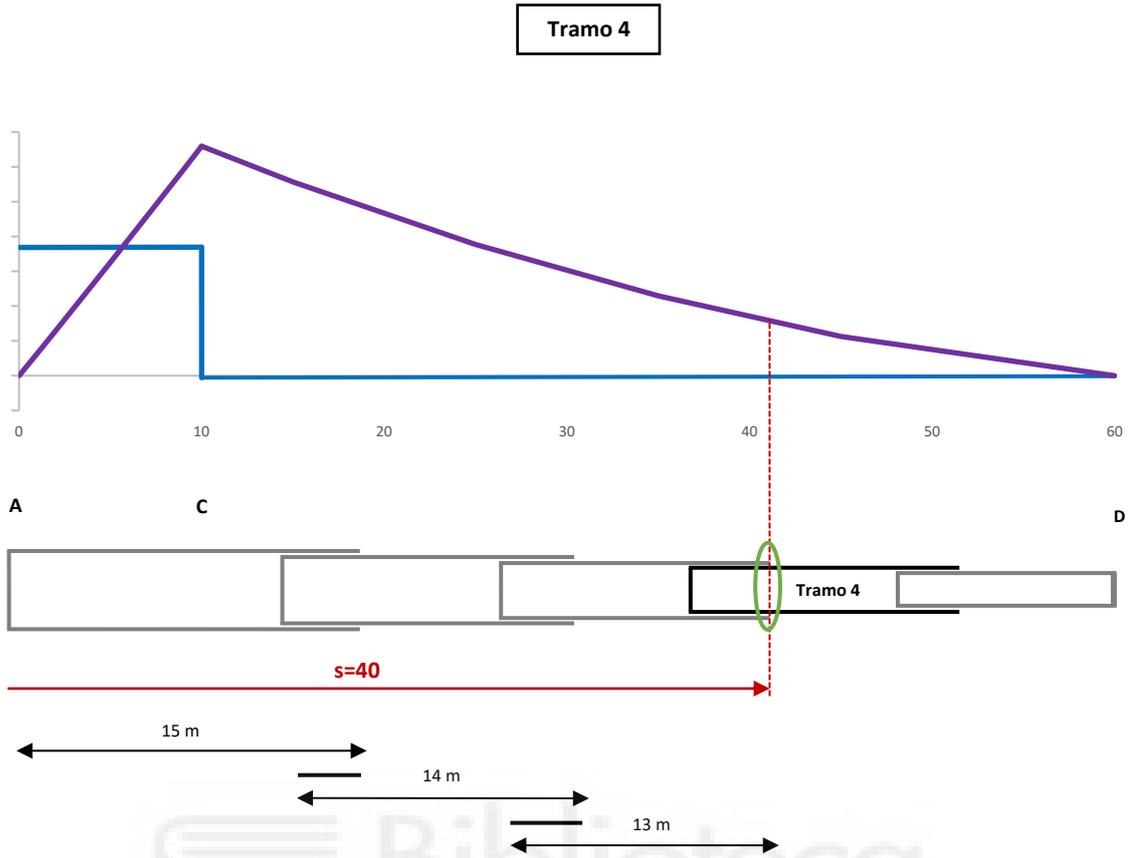
Tensiones normales máximas (MPa)										
	15°	25°	35°	40°	45°	55°	65°	70°	75°	80°
60 m	-441,8	-429,3	-410,7	-399,4	-387,0	-359,2	-329,5	-315,5	-304,2	-301,6

Tabla 13 Tensiones normales en función de α en el tercer tramo, en la sección $s=28$ m.

De nuevo, la mayor tensión se produce en el caso de trabajar con la mínima inclinación ($\alpha=15^\circ$). La tensión máxima disminuye conforme aumenta la inclinación de la pluma.

Finalmente, la tensión máxima posible en el tercer tramo, que se da en la posición ($L=60$ y $\alpha=15^\circ$) es de **442 MPa** en compresión.





Se estudiará directamente la sección ubicada a $15-1+14-1+13$ metros = 40 metros $\rightarrow s = 40$

En dicho punto termina la longitud del tercer tramo (el anterior), por lo que sólo se tendrá material proporcionado por el cuarto tramo.

Recuperando los datos de la sección del tramo 4 (Tabla 7):

Tramo 4		
$A_{\text{Sección}}$	0,055350 m ²	
Inercia (I)	0,005459 m ⁴	
Distancias	y_{superior}	0,390 m
	y_{inferior}	0,474 m

Al seguir trabajando en $s \in [10,60]$ hay que emplear la expresión (5.9):

$$\sigma(-) = \frac{M_z(-)}{I_z T_3} \cdot y_{\text{inf}} + \frac{N(-)}{A_{\text{Sección}} T_3}$$

Una vez más, en el caso de pluma totalmente desplegada ($L=60$ m) y considerando todo el rango posible de inclinaciones, se llega a la siguiente tabla donde se incluyen las tensiones normales del cuarto tramo, en la sección $s=40$:

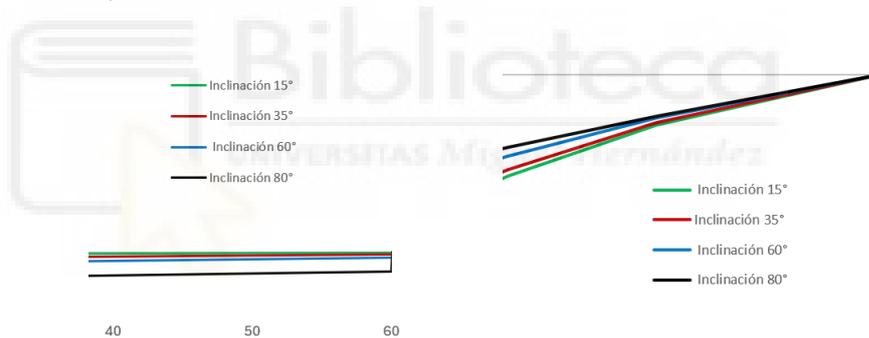
		Tensiones normales máximas (MPa)									
		15°	25°	35°	40°	45°	55°	65°	70°	75°	80°
60 m		-287,8	-282,0	-273,2	-271,3	-265,5	-252,6	-239,8	-230,9	-228,2	-233,2

Tabla 14 Tensiones normales en función de α en el cuarto tramo, en la sección $s=40$ m

De nuevo, la mayor tensión se produce en el caso de trabajar con la mínima inclinación ($\alpha=15^\circ$). Se ve como las tensiones máximas en ese punto disminuyen a medida que se aumenta la inclinación de la pluma.

Algo a destacar es que se puede observar un pequeño repunte del valor en el caso de la inclinación máxima ($\alpha=80^\circ$). Esto se justifica por:

- Tal y como se indicó en 5.3.4, en $s=[10, 60]$ al aumentar la inclinación (α) el axil también lo hace, pero disminuyendo el momento flector.



- Aunque esto se da también en los tramos anteriores (2 y 3), esto hecho toma importancia al trabajar en las secciones cercanas al extremo de la pluma —como por ejemplo es este caso, con $s=40$ —, donde el momento, aunque disminuya conforme se aumenta α , pierde relevancia con respecto al esfuerzo axil, que se mantiene valores más estables (además de aumentar con α).

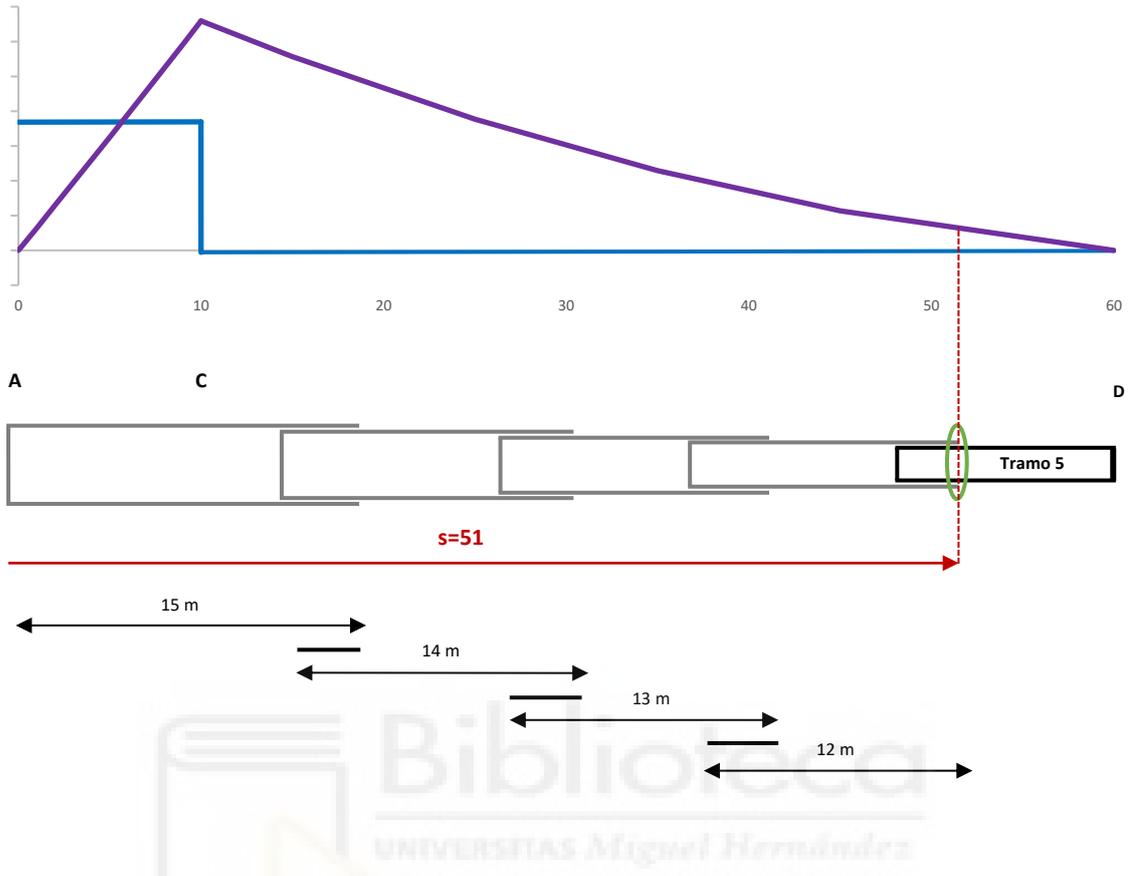
Como el axil aumenta en mayor proporción que el descenso del momento, se consigue así un muy ligero aumento en la tensión final.

Sin embargo, esta particularidad no tiene especial relevancia puesto que el aumento producido es muy pequeño, además de seguir siendo la tensión menor que en el caso de ($\alpha=15^\circ$).

Finalmente, la tensión máxima posible en el cuarto tramo, que se da en la posición ($L=60$ m y $\alpha=15^\circ$) es de **288 MPa** en compresión.

$$\sigma_{\text{máxima}, T4} (L=60 \text{ m y } \alpha=15^\circ) = 288 \text{ MPa}$$

Tramo 5



Directamente se estudiará la sección ubicada a 15+14+13+12 metros = 51 metros → **s = 51**

Recuperando los datos de la sección del tramo 5 (Tabla 7):

Tramo 5		
A _{Sección}	0,047591 m ²	
Inercia (I)	0,003516 m ⁴	
Distancias	y _{superior}	0,340 m
	y _{inferior}	0,412 m

Al seguir trabajando en $s \in [10,60]$ hay que emplear la expresión (5.9):

$$\sigma(-) = \frac{M_z(-)}{I_z T_3} \cdot y_{inf} + \frac{N(-)}{A_{Sección} T_3}$$

Para la pluma totalmente desplegada ($L=60$ m) y considerando todo el rango posible de inclinaciones se llega a la siguiente tabla donde se tienen las tensiones normales del quinto tramo, para la sección $s=51$:

		Tensiones normales máximas (MPa)									
		15°	25°	35°	40°	45°	55°	65°	70°	75°	80°
60 m		-137,7	-136,6	-134,8	-133,8	-132,6	-130,4	-129,2	-129,7	-132,4	-141,2

Tabla 15 Tensiones normales en función de α en el quinto tramo, en la sección $s=51$ m

En el caso de este quinto tramo se tiene la peculiaridad de que la mayor tensión posible se da en el caso de pluma totalmente inclinada $\alpha=80^\circ$, en lugar de $\alpha=15^\circ$ como en los casos anteriores.

Esto se justifica por lo explicado en el tramo anterior, donde se tiene un leve repunte en el valor de la tensión con la máxima inclinación. Este hecho —sumado a que la tensión en $\alpha=15^\circ$ para este último tramo es baja de por sí, sólo 137,7 MPa— y al estar trabajando en el final de la pluma (donde el momento arrojaba valores pequeños, acercándose a $s=60$ donde será nulo) provoca que el valor de la tensión máxima sea ligeramente mayor en la posición $\alpha=80^\circ$.

A pesar de ello, a nivel de comprobación estructural no es algo relevante a tener en cuenta puesto que las tensiones obtenidas para este tramo (en ambos extremos $\alpha=15^\circ$ y $\alpha=80^\circ$) son muy inferiores a las de los otros tramos.

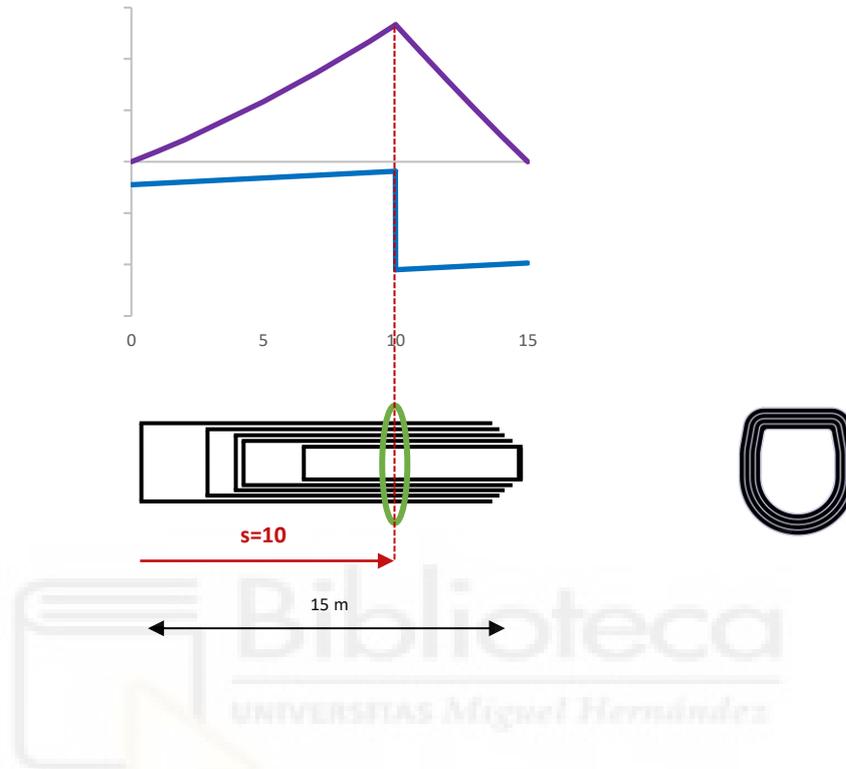
Por tanto, la tensión máxima posible en el último tramo, que se da en la posición ($L=60$ y $\alpha=80^\circ$) es de **141,2 MPa** en compresión, aunque la diferencia con la posición ($L=60$ y $\alpha=15^\circ$) es muy pequeña, siendo menos del 2%.

$$\sigma_{\text{máxima},T5} (L=60 \text{ m y } \alpha=80^\circ) = \mathbf{141,2 \text{ MPa}}$$

$$\sigma_{T5} (L=60 \text{ m y } \alpha=15^\circ) = 137,7 \text{ MPa}$$

5.6.2 Tensiones normales en cada tramo con pluma retraída

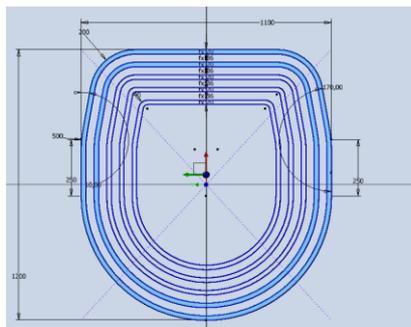
Se calcularán las tensiones máximas en cada tramo, en el caso de $L=15$ m.



En esta situación el punto más desfavorable, que presenta los mayores esfuerzos, es el ubicado en $s=10$, por lo que se centrará el cálculo en dicha sección.

En lo referente a los tramos, al encontrarse todos retraídos, se tiene la contribución del material de todos los ellos (1,2,3,4 y 5) por lo que se considerará una única sección, formada por la unión de todos los tramos. Se tendrá por tanto un único valor de tensión, al no diferenciar entre ellos al trabajar de forma conjunta.

Por ello, hay que recalculer los parámetros físicos de dicha sección global, para sustituir los valores en la Ley de Navier. Las áreas se pueden sumar algebraicamente, pero el momento de inercia combinado y las distancias a las fibras extremas no se pueden hallar directamente, teniendo que ser recalculados mediante el software Autodesk Inventor.



```

Area = 311217,075 mm^2
Perimeter = 31121,708 mm

Centroid, with respect to Sketch Origin(mm)
X = 42,205
Y = 0

---
Inertia with respect to Sketch Origin(mm):

Inertia Tensor(mm^4)
Ixx = 3,6296598042928E+10
Iyy = 4,2243357320381E+10
Ixy = 0
Polar Moment of Inertia = 7,9094312169480E+10 mm^4

---
Area Moments of Inertia with respect to Principal Axes(mm^4):
Ix = 3,6296598042928E+10
Iy = 4,2243357320381E+10
  
```

Los datos de la sección combinada formada por todos los tramos quedan:

Tramo (1+2+3+4+5)		
A _{Sección}	0,31121 m ²	
Inercia (I)	0,0422433 m ⁴	
Distancias	y _{superior}	0,558 m
	y _{inferior}	0,642 m

Cuando se tenía esta longitud de la pluma (L=15 m), al analizar la Figura 5.5 para el **axil**, se tenía un cambio de positivo (tracción) a negativo (compresión) que se produce aproximadamente cuando $\alpha \approx 78^\circ$, por lo que hay que distinguir:

- En la tabla inferior, para el rango de 0° a 78° se empleará la expresión (5.8), puesto que se analizará la cara izquierda (secciones 0 a 10 m) al tener el axil su máximo (positivo) en este lado.

$$\sigma(+)= -\frac{M_z(-)}{I_{z\ T(1+2+3+4+5)}} \cdot y_{\text{sup}} + \frac{N(+)}{A_{\text{Sección } T(1+2+3+4+5)}}$$

- Sin embargo, para $\alpha > 78^\circ$ se utilizará expresión (5.9), analizándose así la cara derecha (secciones 10 a 15 m) al tener el axil máximo —negativo— en esta inclinación.

$$\sigma(-)= \frac{M_z(-)}{I_{z\ T(1+2+3+4+5)}} \cdot y_{\text{inf}} + \frac{N(-)}{A_{\text{Sección } T(1+2+3+4+5)}}$$

Sustituyendo todos los valores en la hoja Excel y calculando, se obtiene la siguiente tabla:

Tensiones normales máximas (MPa)										
	15°	25°	35°	40°	45°	55°	65°	70°	75°	80°
15 m	45,5	42,9	41,3	40,7	40,3	39,9	40,7	42,2	36,9	-33,4

Tabla 16 Tensiones normales en función de α en los tramos, en la sección $s=10$ m

La mayor tensión al trabajar con la pluma replegada ocurre en $\alpha=15^\circ$, con un máximo de **45,5 MPa** (en tracción). Como ya se ha explicado, este valor es tan bajo en comparación con los obtenidos anteriormente porque se tiene más material —área e inercia— entre el cuál distribuir la tensión, puesto que se trabaja con todos los tramos a la vez. La tensión es única para todos los tramos.

Finalmente, la tensión máxima posible al trabajar con la pluma retraída, que se da con una inclinación de $\alpha=15^\circ$, es de **45,5 MPa** en tracción.

$$\sigma_{\text{máxima,Retraída}} (L=15 \text{ m y } \alpha=15^\circ) = \mathbf{45,5 \text{ MPa}}$$

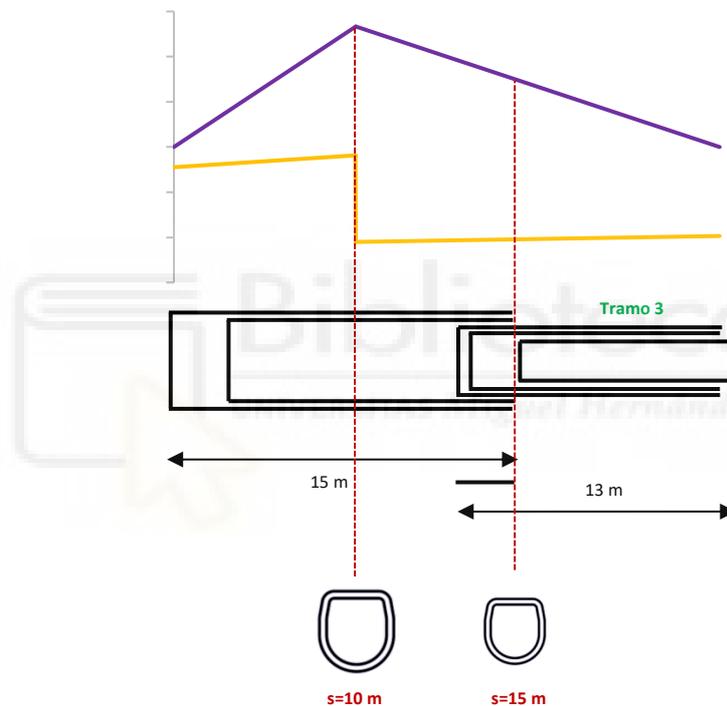
5.6.3 Tensiones normales en despliegues intermedios

En los dos apartados anteriores se han obtenido las tensiones normales máximas que se tenían al trabajar con la pluma totalmente extendida o retraída. Ahora, se obtendrán las tensiones en el caso de trabajar con posiciones intermedias.

Siguiendo los criterios de telescopado vistos en el apartado 4.2.2.1, se proponen como ejemplos algunas posiciones intermedias de la pluma que se podrían adoptar:

Pluma desplegada 27 metros

Por ejemplo, extendiendo el tramo 3 y dejando el resto replegados, se alcanzan 27 metros de longitud:



Las secciones donde se tendrán los mayores esfuerzos serán a priori las ubicadas:

- En $s=10$, donde se tienen el momento y axil (valor absoluto) máximos. Se trabaja con las secciones de los dos primeros tramos.
- En $s=15$ metros. Se trabajan con los tramos 3 y 4. Si se considerara cualquier otra sección (hasta $s=27$) los esfuerzos disminuyen, a la vez que se trabaja con un tramo más —el 5— lo que reduciría aún más la tensión.

Tramo (1+2)		
$A_{\text{sección}}$	0,145887 m ²	
Inercia (I)	0,0254042 m ⁴	
Distancias	y_{superior}	0,556 m
	y_{inferior}	0,644 m

Tramo (3+4)		
$A_{\text{sección}}$	0,11773 m ²	
Inercia (I)	0,0133195 m ⁴	
Distancias	y_{superior}	0,446 m
	y_{inferior}	0,530 m

Con esos valores se puede emplear el Excel programado con las fórmulas para hallar directamente las tensiones en los puntos determinados:

		L=27 metros									
		15°	25°	35°	40°	45°	55°	65°	70°	75°	80°
s=10		163,6	154,5	146,8	143,1	139,6	132,7	127,0	126,3	125,4	135,2
s=15		-152,4	-150,9	-148,7	-147,4	-146,1	-143,8	-143,73	-146,3	-153,8	-177,4

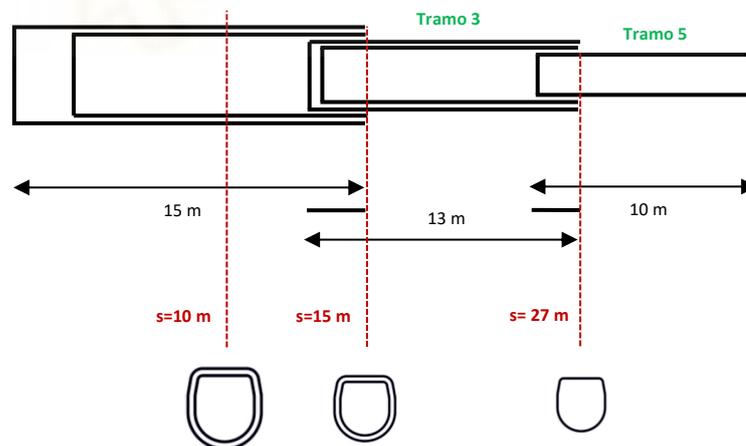
Tabla 17 Tensiones normales en función de α en las secciones a 10 y 15 metros cuando L=27 m

Se recuerda que en s=10 se analizaba la cara izquierda y la fibra superior (donde el axil es positivo), mientras que en la sección s=15 es negativo, estudiándose la fibra inferior y teniendo tensiones de compresión.

Las tensiones obtenidas son más reducidas que en las obtenidos en apartados anteriores.

Pluma desplegada 36 metros

Extendiendo los tramos 3 y 5 se llegan a los 36 metros de longitud. Si se realiza el mismo análisis que en el caso anterior:



Las secciones donde se tendrán los mayores esfuerzos serán las ubicadas:

- En s=10, donde se tenían los mayores axiles y momentos. Se trabaja igualmente con los tramos 1 y 2.
- En s=15 metros. Se trabajan con los tramos 3 y 4.
- En s=27 metros. Los esfuerzos serán menores, pero se tiene únicamente el tramo 5 como elemento resistente, por lo que es necesario comprobarlo.

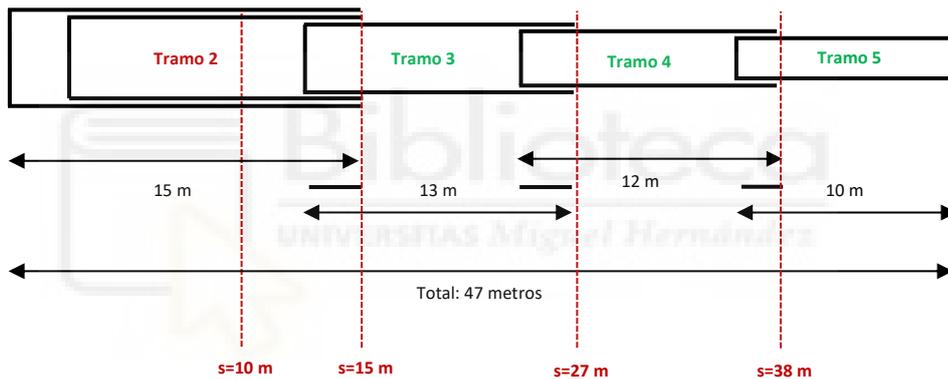
Del mismo modo se obtienen las tensiones para todo el rango de inclinaciones en las secciones a 10,15 y 27 metros del inicio, cuando la pluma se encuentra desplegada en la posición indicada:

		L= 36 metros									
		15°	25°	35°	40°	45°	55°	65°	70°	75°	80°
s= 10		213,7	201,5	189,9	184,0	178,0	165,7	153,6	148,4	144,9	147,0
s= 15		-237,9	-233,1	-226,0	-221,7	-217,0	-207,0	-197,87	-195,1	-196,2	-209,0
s= 27		-232,6	-231,1	-228,6	-227,1	-225,6	-223,2	-223,65	-227,1	-236,5	-263,7

Tabla 18 Tensiones normales en función de α en las secciones a 10, 15 y 27 metros cuando L=36 m

Pluma desplegada 47 metros

Extendiendo todos los tramos excepto el segundo se puede alcanzar los 47 metros:



Las secciones donde se tendrán los mayores esfuerzos son:

- En s=10 metros, como se ha explicado ya, donde se tienen los tramos 1 y 2.
- En s=15, 27 y 38 metros, que corresponden a las secciones en cada tramo donde se empieza a trabajar únicamente con el tramo estudiado. Esto es equivalente a lo desarrollado anteriormente en el apartado 5.6.1, cuando se calcularon las tensiones máximas en cada tramo, aunque particularizándolo para el esquema actual.

		L= 47 metros									
		15°	25°	35°	40°	45°	55°	65°	70°	75°	80°
s= 10		271,1	284,1	238,4	229,7	220,6	201,4	181,4	171,7	163,2	158,6
s= 15		-566,0	-550,2	-526,8	-512,6	-496,9	-462,1	-425,9	-409,5	-397,8	-401,1
s= 27		-369,1	-361,8	-350,8	-344,1	-336,8	-321,0	-305,7	-300,2	-298,9	-310,9
s= 38		-176,7	-175,5	-173,4	-172,1	-170,8	-168,3	-167,5	-169,0	-173,9	-188,7

Tabla 19 Tensiones normales en función de α en las secciones a 10, 15, 27 y 38 m, para 47 metros

5.6.4 Tensiones normales finales

A modo de resumen, se incluyen todas las tensiones normales máximas obtenidas, calculadas en los apartados anteriores:

		15°	25°	35°	40°	45°	55°	65°	70°	75°	80°
Pluma retraída 15 metros	s= 10	45,5	42,9	41,3	40,7	40,3	39,9	40,7	42,2	36,9	-33,4
Posición intermedia 27 metros	s= 10	163,63	154,5	146,8	143,1	139,6	132,7	127,0	126,3	125,4	135,2
	s= 15	-152,4	-150,9	-148,7	-147,4	-146,1	-143,8	-143,73	-146,3	-153,8	-177,4
Posición intermedia 36 metros	s= 10	213,7	201,5	189,9	184,0	178,0	165,7	153,6	148,4	144,9	147,0
	s= 15	-237,9	-233,1	-226,0	-221,7	-217,0	-207,0	-197,87	-195,1	-196,2	-209,0
	s= 27	-232,6	-231,1	-228,6	-227,1	-225,6	-223,2	-223,65	-227,1	-236,5	-263,7
Posición intermedia 47 metros	s= 10	271,1	284,1	238,4	229,7	220,6	201,4	181,4	171,7	163,2	158,6
	s= 15	-566	-550,2	-526,8	-512,6	-496,9	-462,1	-425,9	-409,5	-397,8	-401,1
	s= 27	-369,1	-361,8	-350,8	-344,1	-336,8	-321	-305,7	-300,2	-298,9	-310,9
	s= 38	-176,7	-175,5	-173,4	-172,1	-170,8	-168,3	-167,5	-169	-173,9	-188,7
Pluma extendida 60 metros	T1 s= 10	595,8	557,2	517,1	495,5	472,8	424,2	372,3	346	320,9	300,6
	T2 s= 15	-598,6	-578,3	-548,2	-529,9	548,2	-509,6	-414,8	-390,3	-368,4	-355,6
	T3 s= 28	-441,8	-429,3	-410,7	-399,4	-387,0	-359,2	-329,5	-315,5	-304,2	-301,6
	T4 s= 40	-287,8	-282	-273,2	-271,3	-265,5	-252,6	-239,8	-230,9	-228,2	-233,2
	T5 s= 51	-137,7	-136,6	-134,8	-133,8	-132,6	-130,4	-129,2	-129,7	-132,4	-141,2

Tabla 20 Resultados de las tensiones normales máximas posibles para las situaciones estudiadas

En la tabla se tienen las tensiones normales límite que se pueden producir —si se emplea la carga máxima posible en cada caso— en las posiciones más desfavorables. Evaluando los resultados a los que se ha llegado en cada situación:

- Cuando la pluma se encuentra totalmente **retraída**

Se tienen 15 metros fijos de longitud, que corresponden a las dimensiones del primer tramo. Tal y como se explicó, todos los tramos se encuentran recogidos en el interior de la pluma, por lo que se trabajará —estructuralmente hablando— con todos ellos a la vez, teniendo más material en forma de área e inercia con el que distribuir los esfuerzos. Las tensiones inducidas serán las menores, siendo el caso más favorable. El máximo es 45,5 MPa cuando $\alpha=15^\circ$.

- Cuando la pluma se encuentra desplegada **parcialmente**

En esta situación la amplitud de trabajo se encuentra entre la longitud mínima (15 m) y la máxima (60 m). Como ya se ha señalado, para extensiones pequeñas los tramos se mantienen parcialmente replegados, por lo que se tienen tramos superpuestos unos con otros, lo que reduce en gran medida las tensiones. Conforme se aumenta la distancia —y por tanto se van desplegando los tramos— estos solapamientos desaparecen, apareciendo las zonas donde sólo se trabaja con un tramo.

Además, ya se determinó que los esfuerzos, y en especial el momento flector, aumentan con la longitud de la pluma. Todo ello provoca que las tensiones máximas posibles vayan aumentando conforme se despliega la pluma.

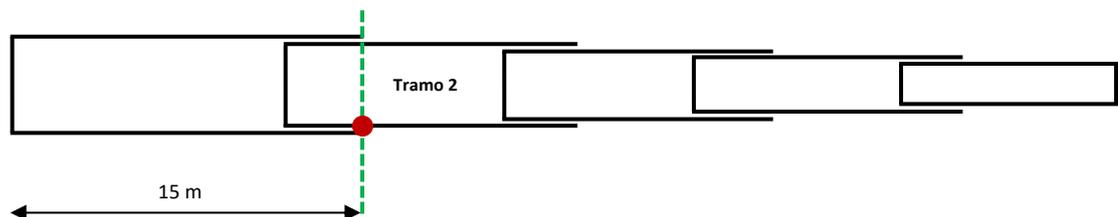
- Cuando la pluma se encuentra **desplegada totalmente**

Aquí se trabajan con toda la longitud de la pluma, teniendo entonces el total de 60 metros. Las tensiones son máximas en este caso por dos razones:

- El momento flector, que se trata del esfuerzo predominante en la estructura/mecanismo estudiado, alcanza su máximo cuando se dispone de la longitud total, como es lógico.
- Además, al tener la pluma totalmente desplegada se tiene el mínimo solape entre los tramos, por lo que los tramos trabajan individualmente en casi la totalidad de la pluma para resistir los esfuerzos.

En conclusión, se puede afirmar que las mayores tensiones normales inducidas en una pluma telescópica se darán cuando ésta se encuentre trabajando con la **máxima longitud** y la **mínima inclinación**. Esto ocurrirá independientemente de los parámetros físicos de la pluma, ya sea su sección, longitud, número de tramos, etc.

Para el caso concreto de la pluma estudiada, esto ocurre con la inclinación $\alpha=15^\circ$ y con la pluma desplegada ($L=60$ m). Específicamente, el mayor valor posible se da en el **segundo** tramo, en la fibra **inferior** de la sección ubicada en $s=15$ metros, en el límite con el primer tramo.



Alcanzándose en este caso los **598,6 MPa**, en compresión.

No obstante, queda pendiente la obtención de las tensiones tangenciales.

5.7 Tensión tangencial

Una vez obtenidas las tensiones normales, se continúa con las tangenciales. De antemano se podría imaginar que las tensiones tangenciales van a tener valores mucho más pequeños, con una menor influencia en la tensión final. A pesar de ello resulta necesaria su comprobación.

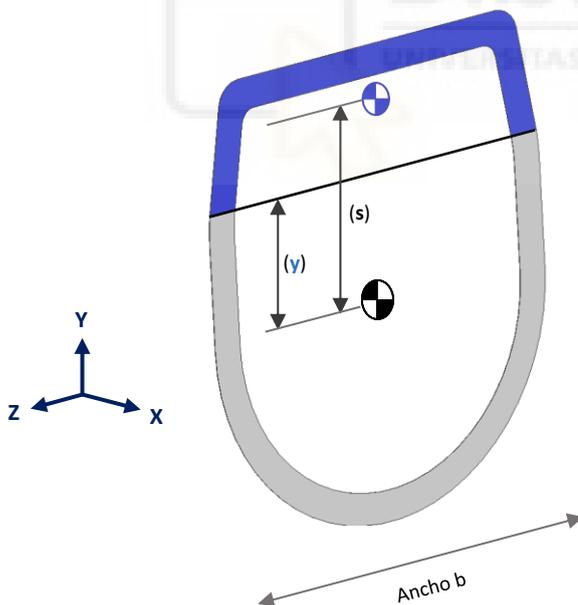
Se utilizará la fórmula de Collignon-Jourawski, que permitirá calcular la tensión tangencial —debida a un esfuerzo cortante— con suficiente aproximación en el punto deseado. Se obtiene a partir de la aplicación de métodos complejos de la teoría de la elasticidad:

$$\tau_{(x,y)} = \tau = \frac{V_y \cdot m_z(y)}{I_z \cdot b(y)} \quad (5.10)$$

Donde:

- V_y es el esfuerzo cortante que actúa en la sección (a lo largo del eje Y en nuestro caso).
- I_z es el momento de inercia — el conocido como segundo momento de área— de la sección completa con respecto al eje perpendicular a la dirección del esfuerzo cortante, en este caso el eje Z.
- b es el ancho de la sección en la fibra estudiada. Dependerá de la fibra Y a la que se trabaje.
- m_z es el primer momento de área parcial (o momento estático). También dependerá de la altura Y.

Para la obtención de m_z y b :



El centro de gravedad en negro corresponde al de la sección completa, mientras que el de color azul, al de la sección estudiada.

El término (y) es la altura —con respecto al centro de gravedad de la sección total— en la cual se quiere calcular el cortante. Al tener únicamente un esfuerzo cortante en una dirección —a lo largo del eje y — el módulo de este sólo dependerá de la posición de la fibra, siendo igual en todos los puntos de la misma.

El término (s) es la distancia entre los centros de gravedad de las dos secciones.

Para el ancho (b) sólo tendremos en cuenta las zonas donde tendremos material, siendo en este caso las dos paredes laterales.

La definición del primer momento de área (parcial) sería:

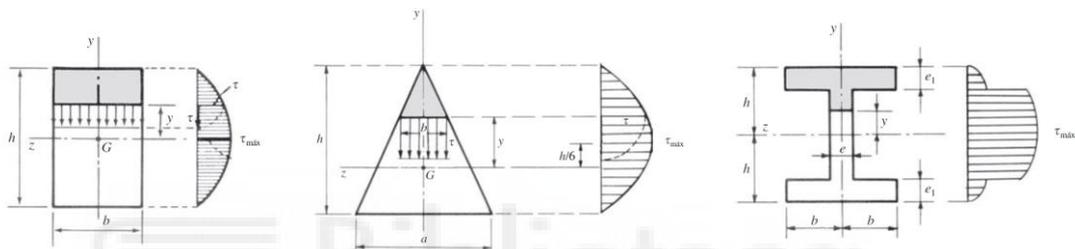
$$m_z(y) = \int_0^z dz \int_y^{y_{\max}} y \, dy$$

Realmente no se podría proceder de este modo puesto no se conoce la expresión de la curva de la sección, aunque esto no es relevante ya que se puede emplear el método gráfico para la resolución de la integral: el primer momento de área es el producto del área de la sección comprendida entre la fibra extrema y la estudiada (el área remarcada en azul) multiplicada por la distancia entre los centros de gravedad de ambas secciones, s . Todos estos datos se podrán extraer fácilmente del programa Inventor.

$$m_z = [A_{\text{superior}}] \cdot [s] \quad (5.11)$$

Como se ha indicado, tanto el ancho b como el primer momento (m_z) dependen de la fibra en la que se esté estudiando, por lo que es necesario determinar qué valores de altura (y) interesan para el cálculo del cortante.

De forma genérica, la distribución de tensiones tangenciales en una sección sigue la forma indicada en los siguientes ejemplos (se representan secciones con formas conocidas):



Se observa cómo siempre se tiene la misma estructura: dada cualquier sección transversal, se parte desde los extremos —con cortante nulo— hasta el centro de gravedad de la sección, donde siempre se tendrá el máximo valor de cortante. El momento estático se **anula** en ambos **extremos** (resultando en $\tau=0$) puesto que:

- En la fibra superior, el valor de A_{superior} es 0, puesto que no se tiene área ninguna.

$$m_z = 0 \cdot y_{\text{sup}} = 0$$

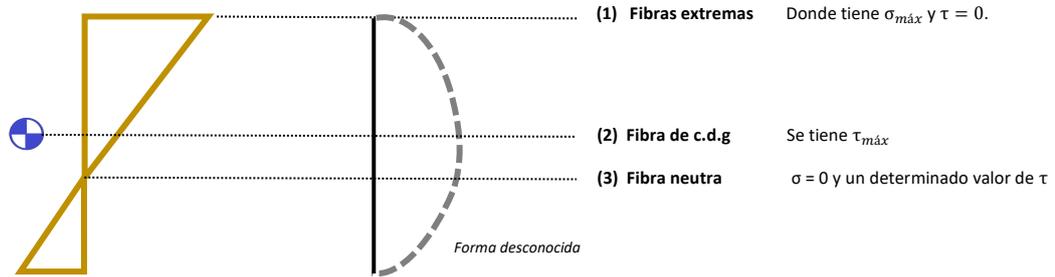
- En el caso de estudiar la inferior, el A_{superior} será igual al área total de la sección (se barrería toda la pieza) por lo que los centros de gravedad de ambas secciones coincidirían (al ser iguales), resultando en una distancia entre estos (s) con valor 0.

$$m = A_{\text{total}} \cdot 0 = 0$$

Todo lo explicado es la forma general en que la tensión cortante se distribuye en una sección transversal sometida a un cierto esfuerzo cortante.

Para la sección de la pluma estudiada no se conoce la forma de la distribución del cortante (debido a su forma compleja). Sin embargo, esto no es significativo uesto que se puede emplear (5.11) para hallar el valor en un punto concreto, en este caso en la fibra del centro de gravedad de la sección (cuando $y=0$). Esa es la fibra donde se tendrá el mayor cortante, por lo que a priori será la posición de estudio.

Se tiene el siguiente esquema de tensiones normales y tangenciales, donde se indican los puntos a analizar:



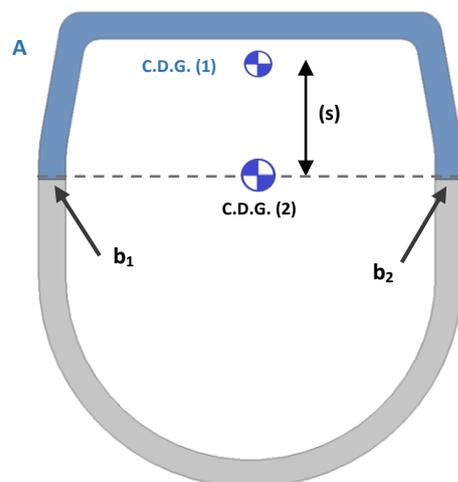
El único punto destacable en el estudio del cortante es la fibra que pasa el centro de gravedad de la sección (2), punto que corresponderá al máximo valor de tensión cortante. Los extremos, (1) —donde se tenían las tensiones normales máximas calculadas en el apartado anterior— no tienen tensión tangencial alguna, por lo que se pueden obviar. Esto ocurre tanto en la superior como en la inferior.

Por su parte, la fibra neutra (3) no es relevante, puesto que tendremos menos tensión cortante, además de tensiones normales nulas. Por tanto, se calculará la tensión tangencial en la fibra que discurre por el centro de gravedad de la sección (2, cuando $y=0$) en cada uno de los tramos.

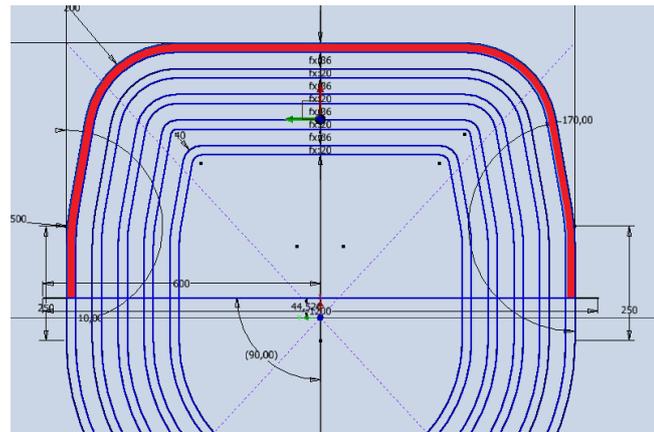
5.7.1 Tensión cortante en fibra del C.D.G

5.7.1.1 Obtención de los momentos estáticos

Se empleará el software Inventor para obtener las áreas y distancias requeridas, de la misma forma en la que se procedió en el caso de los momentos de inercia en el apartado anterior. El programa no tiene una función específica o calcula de forma directa los valores que se necesitan, aunque se puede realizar fácilmente de forma indirecta modificando los bocetos y ajustando el sistema de referencia del mismo.



- **A** es el área de la sección sombreada.
- **s** es la distancia entre los centros de gravedad de ambas secciones.
- **b₁** y **b₂** son los anchos de la pared.



Tramo 1		Tramo 2		Tramo 3		Tramo 4		Tramo 5	
A	0,03875 m ²	A	0,03526 m ²	A	0,03177 m ²	A	0,0283 m ²	A	0,02431 m ²
s	0,3884 m	s	0,3516 m	s	0,3147 m	s	0,2774 m	s	0,2402 m

Tabla 21 Valores de las áreas y distancias entre centros de gravedad (s) de secciones para cada tramo

Con esos valores podemos obtener el valor del momento de área parcial (m_z):

$$m_z = [A] \cdot [s]$$

$$m_{z \text{ Tramo 1}} = 0,03875 \text{ m}^2 \cdot 0,3884 \text{ m} = 0,01505 \text{ m}^3$$

$$m_{z \text{ Tramo 2}} = 0,03526 \text{ m}^2 \cdot 0,3516 \text{ m} = 0,0124 \text{ m}^3$$

$$m_{z \text{ Tramo 3}} = 0,03177 \text{ m}^2 \cdot 0,3147 \text{ m} = 0,00999 \text{ m}^3$$

$$m_{z \text{ Tramo 4}} = 0,0283 \text{ m}^2 \cdot 0,2774 \text{ m} = 0,00785 \text{ m}^3$$

$$m_{z \text{ Tramo 5}} = 0,02431 \text{ m}^2 \cdot 0,2402 \text{ m} = 0,00584 \text{ m}^3$$

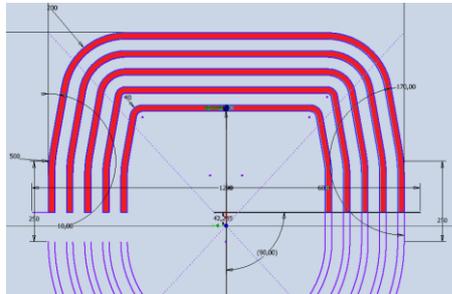
El ancho de la pared será, para todos los tramos:

$$b = b_1 + b_2 = 20 + 20 = 40 \text{ mm}$$

El segundo momento de inercia (I_z) se encontraba ya calculado en la Tabla 7.

Del mismo modo que como se ha hecho para los tramos por separado, hay que recalcular el área y la distancia (s) entre los centros de gravedad, formado esta vez por la unión de distintos tramos, puesto que será necesario para calcular las tensiones cortantes en otras posiciones.

Tramos 1+2+3+4+5 (para pluma totalmente retraída)



Sección (1+2+3+4+5)	
A	0,15831 m ²
s	0,323 m

Siendo entonces el momento de área parcial (m_z) para este caso:

$$m_z = [A] \cdot [s]$$

$$m_{z \text{ Tramos (1+2+3+4+5)}} = 0,15831 \text{ m}^2 \cdot 0,323 \text{ m} = 0,05113 \text{ m}^3$$

Y el ancho total será la suma de todos los bordes atravesados, en este caso 10 veces el espesor de un tramo:

$$b_{\text{Tramos (1+2+3+4+5)}} = (b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5) \cdot 2 = 100 \cdot 2 = 200 \text{ mm}$$

La inercia de la sección formada por todos los tramos ya se calculó, teniendo un valor de 0,0422433 m⁴.

Tramos 1+2 y Tramos 3+4 (para posiciones intermedias)

Sección (1+2)	
A	0,07401 m ²
s	0,371 m

Sección (3+4)	
A	0,06007 m ²
s	0,297 m

$$m_{z \text{ Tramos (1+2)}} = 0,07401 \text{ m}^2 \cdot 0,371 \text{ m} = 0,02745 \text{ m}^3$$

$$m_{z \text{ Tramos (3+4)}} = 0,06007 \text{ m}^2 \cdot 0,297 \text{ m} = 0,01784 \text{ m}^3$$

$$b_{\text{Tramos (1+2)}} = b_{\text{Tramos (3+4)}} = 20 \cdot 2 \cdot 2 = 80 \text{ mm}$$

La inercia de la sección formada por los tramos (1+2) era de 0,0254042 m⁴, mientras que la formada por los tramos (3+4) tiene un valor de 0,0133195 m⁴ según el programa.

5.7.1.2 Esfuerzos cortantes en cada situación

Ahora, sólo queda determinar qué valores de tensión cortante (τ) se desean obtener, lo que dictaminará los valores del esfuerzo cortante (V_y) a emplear.

Del mismo modo que los apartados anteriores se puede encontrar fácilmente el valor del esfuerzo cortante en la posición de la pluma y sección deseada, mediante la hoja Excel que se ha programado con la formulación de las expresiones de los esfuerzos.

L	60	m
Angulo alpha (pluma)	15	grados
Sección s estudiada	10	m

Para x (0,10)	
N	7336,444
Q	1340,668
M	-13084,706

Para x (10,L)	
N	-113,257
Q	-422,682
M	-13084,706

Algo importante a destacar es que el signo del cortante no influye en las operaciones, puesto que en la ecuación de Von Mises este término se encuentra elevado al cuadrado. Por ello, se eliminará el signo, dejando únicamente el valor absoluto del cortante. Procediendo de esa forma:



Caso de pluma retraída L=15 m

La sección más desfavorable del cortante era la ubicada en s=10, justo donde también se tenían calculadas las tensiones normales.

	15°	25°	35°	40°	45°	55°	65°	70°	75°	80°
15 m	-566,5	-561,9	-556,2	-553,5	-551,3	-551,7	-552,3	-553,8	-542,3	-363,9

Tabla 22 Esfuerzos cortantes (kN) máximos según la inclinación para pluma retraída

Directamente se podría haber obtenido únicamente el valor en $\alpha=15^\circ$, puesto que ya se justificó que el cortante era máximo en esa inclinación, y que el máximo de la tensión normal (Tabla 20 Resultados de las tensiones normales máximas posibles para las situaciones estudiadasTabla 20) se daba también en esa inclinación.

La combinación máxima posible (Von Mises) se dará por tanto para $\alpha=15^\circ$, pudiendo obviar el resto de las inclinaciones para este análisis, simplificando el número de comprobaciones a realizar.

Caso de pluma desplegada L=60 m

Aquí sucede lo mismo que lo desarrollado en el párrafo anterior: las tensiones normales máximas para pluma totalmente extendida ocurrían en la inclinación $\alpha=15^\circ$, para todos los tramos⁷. Por su parte, el cortante —tal y como se vio en 5.3.4.2— también tenía sus máximos en esta inclinación.

Directamente se estudiará el cortante en $\alpha=15^\circ$, para cada una de las secciones donde se tenían las tensiones normales de la Tabla 20, con el fin de que estén referenciadas en el mismo punto.

T 1 (s=10)	1340,7
T 2 (s=15)	-390,5
T 3 (s=28)	-306,7
T 4 (s=40)	-229,5
T 5 (s=51)	-158,7

Tabla 23 Esfuerzos cortantes (kN) máximos para $\alpha=15^\circ$ y L=60 m

Casos intermedios L=27, 36 y 47 m

De igual manera nos centraremos directamente en la inclinación $\alpha=15^\circ$, puesto que ya se ha argumentado que el cortante será máximo en esa inclinación independientemente de la elongación de la pluma:

s= 10	671,5
s= 15	-403

s= 10	807,5
s= 15	-396,2
s= 27	-267,5

s= 10	1083
s= 15	-392,5
s= 27	-293,9
s= 38	-203,5

Tabla 24 Esfuerzos cortantes (kN) máximos para $\alpha=15^\circ$ y L=27, 36 y 47 metros (secciones indicadas)

Una vez se tienen todos los parámetros definidos, se sustituyen en la expresión (5.10), arrojando finalmente las tensiones cortantes τ buscadas.

⁷ Realmente en el tramo 5 se alcanza una mayor tensión normal con una inclinación de 80° (141,2 MPa), aunque la pequeña diferencia existente con el caso $\alpha=15^\circ$ (137,7 MPa) —menos del 3%— justifica que se pueda considerar directamente el caso $\alpha=15^\circ$. Además, el tramo importante (más desfavorable) será el segundo, por lo que esta simplificación no tendrá relevancia en los resultados finales, teniendo el tramo 5 tensiones en cualquier caso muy bajas.

Posición pluma desplegada $L=60$ m y $\alpha=15^\circ$

Tramo 1 (s=10)

$$m_{zT1} = 0,01505 \text{ m}^3 ; \quad b = 40 \text{ mm} ; \quad I_{zT1} = 0,014539 \text{ m}^4$$

Con el esfuerzo contante máximo en el tramo 1 de 1340,7 kN:

$$\tau_{\text{máx}T1} = \frac{V_{yT1} \cdot m_{zT1}}{I_{zT1} \cdot b} = \frac{1340,7 \text{ kN} \cdot 0,01505 \text{ m}^3}{0,014539 \text{ m}^4 \cdot 0,04 \text{ m}} = 34695,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 34,69 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \mathbf{34,69 \text{ MPa}}$$

Tramo 2 (s=15)

$$m_{zT2} = 0,0124 \text{ m}^3 ; \quad b = 40 \text{ mm} ; \quad I_{zT2} = 0,010865 \text{ m}^4$$

Con el esfuerzo contante máximo en el tramo 2 de 390,5 kN:

$$\tau_{\text{máx}T2} = \frac{V_{yT2} \cdot m_{zT2}}{I_{zT2} \cdot b} = \frac{390,5 \text{ kN} \cdot 0,0124 \text{ m}^3}{0,010865 \text{ m}^4 \cdot 0,04 \text{ m}} = 11141,7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \mathbf{11,14 \text{ MPa}}$$

Tramo 3 (s=28)

$$m_{zT3} = 0,00999 \text{ m}^3 ; \quad b = 40 \text{ mm} ; \quad I_{zT3} = 0,007860 \text{ m}^4$$

Con el esfuerzo contante máximo en el tramo 3 de 306,7 kN:

$$\tau_{\text{máx}T3} = \frac{V_{yT3} \cdot m_{zT3}}{I_{zT3} \cdot b} = \frac{306,7 \text{ kN} \cdot 0,00999 \text{ m}^3}{0,007860 \text{ m}^4 \cdot 0,04 \text{ m}} = 9745,3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \mathbf{9,74 \text{ MPa}}$$

Tramo 4 (s=40)

$$m_{zT4} = 0,00785 \text{ m}^3 ; \quad b = 40 \text{ mm} ; \quad I_{zT4} = 0,005459 \text{ m}^4$$

Con el esfuerzo contante máximo en el tramo 4 de 229,5 kN:

$$\tau_{\text{máx}T4} = \frac{V_{yT4} \cdot m_{zT4}}{I_{zT4} \cdot b} = \frac{229,5 \text{ kN} \cdot 0,00785 \text{ m}^3}{0,005459 \text{ m}^4 \cdot 0,04 \text{ m}} = 8250,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \mathbf{8,25 \text{ MPa}}$$

Tramo 5 (s=51)

$$m_{zT5} = 0,00584 \text{ m}^3 ; \quad b = 40 \text{ mm} ; \quad I_{zT5} = 0,003516 \text{ m}^4$$

Con el esfuerzo contante máximo en el tramo 5 de 158,7 kN:

$$\tau_{\text{máx}T5} = \frac{V_{yT5} \cdot m_{zT5}}{I_{zT5} \cdot b} = \frac{158,7 \text{ kN} \cdot 0,00584 \text{ m}^3}{0,003516 \text{ m}^4 \cdot 0,04 \text{ m}} = 6589,9 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \mathbf{6,59 \text{ MPa}}$$

Posición pluma retraída $L=15$ m y $\alpha=15^\circ$

Para esta posición teníamos una tensión cortante máxima común para todos los tramos.

Tramos 1+2+3+4+5 (s=10)

$$m_z T_{(1+2+3+4+5)} = 0,05113 \text{ m}^3 ; \quad b_{T(1+2+3+4+5)} = 200 \text{ mm} ; \quad I_z T_{(1+2+3+4+5)} = 0,0422433 \text{ m}^4$$

Con el esfuerzo contante máximo en esta situación de 566,5 kN:

$$\tau_{\text{máx}T(1+2+3+4+5)} = \frac{V_y \cdot m_z}{I_z \cdot b} = \frac{566,5 \text{ kN} \cdot 0,05113 \text{ m}^3}{0,0422433 \text{ m}^4 \cdot 0,2 \text{ m}} = 3428,4 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \mathbf{3,42 \text{ MPa}}$$

Se tiene una tensión cortante muy pequeña, derivada del hecho de trabajar con todos los tramos conjuntamente, tal y como ocurría con las tensiones normales.

Por último, se calculan las tensiones cortantes para las posiciones intermedias propuestas:

Posición pluma intermedia $L=27$ m y $\alpha=15^\circ$

Tramos 1+2 (s=10)

$$m_z T_{(1+2)} = 0,02745 \text{ m}^3 ; \quad b_{T(1+2)} = 80 \text{ mm} ; \quad I_z T_{(1+2)} = 0,0254042 \text{ m}^4$$

Con el esfuerzo contante máximo en esta situación de 671,5 kN:

$$\tau_{\text{máx}T(1+2)} = \frac{671,5 \text{ kN} \cdot 0,02745 \text{ m}^3}{0,0254042 \text{ m}^4 \cdot 0,08 \text{ m}} = 9069,7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \mathbf{9,07 \text{ MPa}}$$

Tramos 3+4 (s=15)

$$m_z T_{(3+4)} = 0,01784 \text{ m}^3 ; \quad b_{T(3+4)} = 80 \text{ mm} ; \quad I_z T_{(3+4)} = 0,0133195 \text{ m}^4$$

Con un esfuerzo contante máximo de 403 kN:

$$\tau_{\text{máx}T(3+4)} = \frac{403 \text{ kN} \cdot 0,01784 \text{ m}^3}{0,0133195 \text{ m}^4 \cdot 0,08 \text{ m}} = 6747,2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \mathbf{6,74 \text{ MPa}}$$

Posición pluma intermedia $L=36$ m y $\alpha=15^\circ$

Tramos 1+2 (s=10)

$$m_{zT(1+2)} = 0,02745 \text{ m}^3 \quad ; \quad b_{T(1+2)} = 80 \text{ mm} \quad ; \quad I_{zT(1+2)} = 0,0254042 \text{ m}^4$$

Con el esfuerzo contante máximo en esta situación de 807,5 kN:

$$\tau_{\text{máx } T(1+2)} = \frac{807,5 \text{ kN} \cdot 0,02745 \text{ m}^3}{0,0254042 \text{ m}^4 \cdot 0,08 \text{ m}} = 10906,6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \mathbf{10,9 \text{ MPa}}$$

Tramos 3+4 (s=15)

$$m_{zT(3+4)} = 0,01784 \text{ m}^3 \quad ; \quad b_{T(3+4)} = 80 \text{ mm} \quad ; \quad I_{zT(3+4)} = 0,0133195 \text{ m}^4$$

Con un esfuerzo contante máximo de 396,2 kN:

$$\tau_{\text{máx } T(3+4)} = \frac{396,2 \text{ kN} \cdot 0,01784 \text{ m}^3}{0,0133195 \text{ m}^4 \cdot 0,08 \text{ m}} = 6633,3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \mathbf{6,63 \text{ MPa}}$$

Tramo 5 (s=27)

$$m_{zT5} = 0,00584 \text{ m}^3 \quad ; \quad b = 40 \text{ mm} \quad ; \quad I_{zT5} = 0,003516 \text{ m}^4$$

Con el esfuerzo contante máximo en el tramo 5 de 267,5 kN:

$$\tau_{\text{máx } T5} = \frac{267,5 \text{ kN} \cdot 0,00584 \text{ m}^3}{0,003516 \text{ m}^4 \cdot 0,04 \text{ m}} = 11107,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \mathbf{11,1 \text{ MPa}}$$

El esfuerzo es mayor que el anterior ya que aquí se está trabajando con un solo tramo.

Posición pluma intermedia $L=47$ m y $\alpha=15^\circ$

Tramos 1+2 (s=10)

$$m_{zT(1+2)} = 0,02745 \text{ m}^3 \quad ; \quad b_{T(1+2)} = 80 \text{ mm} \quad ; \quad I_{zT(1+2)} = 0,0254042 \text{ m}^4$$

Con el esfuerzo contante máximo en esta situación de 1083 kN:

$$\tau_{\text{máx } T(1+2)} = \frac{1083 \text{ kN} \cdot 0,02745 \text{ m}^3}{0,0254042 \text{ m}^4 \cdot 0,08 \text{ m}} = 14627,7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \mathbf{14,63 \text{ MPa}}$$

Tramo 3 (s=15)

$$m_{zT3} = 0,00999 \text{ m}^3 \quad ; \quad b = 40 \text{ mm} \quad ; \quad I_{zT3} = 0,007860 \text{ m}^4$$

Con el esfuerzo contante máximo en el tramo 3 de 392,5 kN:

$$\tau_{\text{máx } T3} = \frac{392,5 \text{ kN} \cdot 0,00999 \text{ m}^3}{0,007860 \text{ m}^4 \cdot 0,04 \text{ m}} = 12471,6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \mathbf{12,47 \text{ MPa}}$$

Tramo 4 (s=27)

$$m_{zT4} = 0,00785 \text{ m}^3 \quad ; \quad b = 40 \text{ mm} \quad ; \quad I_{zT4} = 0,005459 \text{ m}^4$$

Con el esfuerzo contante máximo en el tramo 4 de 293,9 kN:

$$\tau_{\text{máx } T4} = \frac{293,9 \text{ kN} \cdot 0,00785 \text{ m}^3}{0,005459 \text{ m}^4 \cdot 0,04 \text{ m}} = 10565,7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \mathbf{10,56 \text{ MPa}}$$

Tramo 5 (s=38)

$$m_{zT5} = 0,00584 \text{ m}^3 \quad ; \quad b = 40 \text{ mm} \quad ; \quad I_{zT5} = 0,003516 \text{ m}^4$$

Con el esfuerzo contante máximo en el tramo 5 de 203,5 kN:

$$\tau_{\text{máx } T5} = \frac{203,5 \text{ kN} \cdot 0,00584 \text{ m}^3}{0,003516 \text{ m}^4 \cdot 0,04 \text{ m}} = 8450,2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \mathbf{8,45 \text{ MPa}}$$

Resumiendo, los resultados obtenidos de las tensiones cortantes son:

L=60 m $\alpha=15^\circ$	T(1+2+3+4+5)	s=10	3,42
L=27 m $\alpha=15^\circ$	T(1+2)	s=10	9,07
	T(3+4)	s=15	6,74
L=36 m $\alpha=15^\circ$	T(1+2)	s=10	10,9
	T(3+4)	s=15	6,63
	T1	s=27	11,1
L=47 m $\alpha=15^\circ$	T(1+2)	s=10	14,63
	T3	s=15	12,47
	T4	s=27	10,56
	T5	s=38	8,45
L=60 m $\alpha=15^\circ$	T1	s=10	34,69
	T2	s=15	11,14
	T3	s=28	9,74
	T4	s=40	8,25
	T5	s=51	6,59

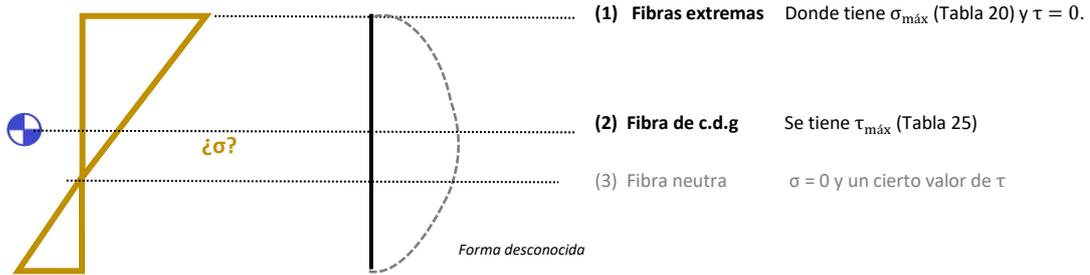
Tabla 25 Tensiones tangenciales máximas (MPa) en la pluma para los casos estudiados

De antemano se puede observar la gran diferencia con respecto a los valores de las tensiones normales obtenidas (Tabla 20), siendo estas últimas mucho mayores.

Las posiciones —longitud e inclinación— y puntos —secciones s — estudiadas (que son donde ocurren las tensiones tangenciales máximas) se corresponden a las mismas situaciones donde se hallaron las tensiones normales en los apartados anteriores, por lo que a priori se podrían combinar directamente en la expresión de Von Mises (5.6) para obtener finalmente el valor buscado.

Sin embargo, algo muy importante a tener en cuenta es que los valores obtenidos de tensión cortante (τ) se han calculado en la fibra del centro de gravedad de las secciones, donde se explicó que se tenían los máximos cortantes.

Por su parte, las tensiones normales de la Tabla 20 se encuentran calculadas en las fibras extremas —la superior o la inferior, según el caso— donde se daban dichas σ_{\max} , aunque siendo el cortante nulo ($\tau=0$).



Por tanto, no se pueden agrupar en la expresión de Von Mises los valores de ambas tablas puesto que están referenciados a fibras distintas, y se estarían mezclando valores de tensiones de distintas zonas.

Habría que recalcular las tensiones normales, esta vez en la misma fibra en donde se calcularon las tangenciales: la que pasa por el centro de gravedad de cada sección (señalada en el esquema como 2).

Esto se hará para la posición donde se dieron las mayores tensiones normales y tangenciales, que resultaron ser cuando la pluma estaba inclinada al mínimo ($\alpha=15^\circ$). Se calcularán los casos de pluma totalmente retraída (15 m), desplegada (60 m) e intermedia (27,36 y 47 m).

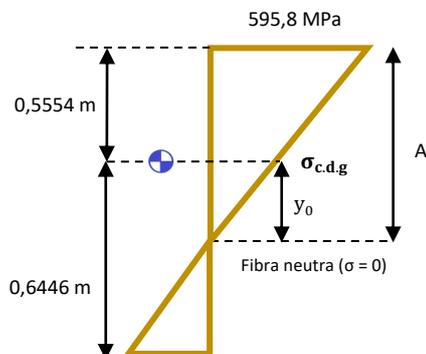


5.7.1.3 Recálculo de las tensiones normales en centro de gravedad

Posición pluma desplegada **L=60 m** y $\alpha=15^\circ$

Sección s=10

El procedimiento se puede hacer de varias maneras, debiendo arrojar siempre el mismo resultado. Primero se calculará la profundidad de la fibra neutra (A), con el fin de poder realizar una simple semejanza de triángulos, obteniendo así $\sigma_{c.d.g}$. Se recuerda en el caso del primer tramo la mayor tensión normal se daba en la fibra superior. Las tensiones normales y las distancias y_{sup} e y_{inf} se encuentran en la Tabla 20 y Tabla 7. Los esfuerzos (M y N) se pueden extraer individualmente de la hoja Excel.



En la fibra neutra la tensión es nula:

$$\sigma(+)= -\frac{M_z(-)}{I_z} \cdot y + \frac{N(+)}{A_{Sección}}$$

$$0 = -\frac{-13084,7 \text{ kNm}}{0,014539 \text{ m}^4} \cdot (y_0) \text{ m} + \frac{7336,4 \text{ kN}}{0,076462 \text{ m}^2}$$

$$y_0 = -0,1066 \text{ m}$$

Por definición, el valor de y_0 obtenido es la distancia con respecto al centro de gravedad de la sección en la cual la tensión es nula. Por tanto, la fibra neutra se encontrará por debajo de la del centro de gravedad, a una distancia de 0,1066 metros, como se ha indicado en el diagrama superior.

Se puede crear un sencillo sistema de semejanza de triángulos y encontrar así la tensión correspondiente a la fibra del centro de gravedad:

$$\frac{595,8}{A} = \frac{\sigma_{c.d.g}}{0,1066} \rightarrow \frac{595,8}{0,5554 + 0,1066} = \frac{\sigma_{c.d.g}}{0,1066}$$

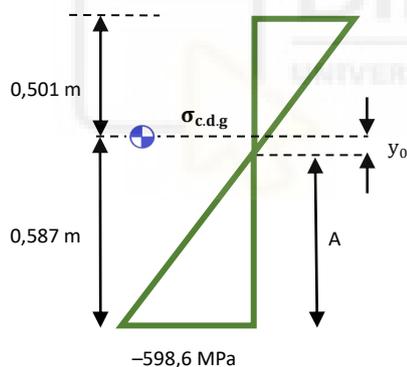
$$\sigma_{c.d.g,T1} \approx \mathbf{95,9 \text{ MPa}}$$

Esa sería la tensión normal en la fibra que pasa por el centro de gravedad, justo donde se calcularon las tensiones tangenciales. Como resulta lógico, se trata de un valor menor al máximo —de la fibra superior— de 600,2 MPa, puesto que se trabaja en una fibra más cercana a la neutra.

Se realizará el mismo proceso para el resto de los tramos, empleando los datos correspondientes en cada uno de ellos.

Sección s=15

Aunque el procedimiento será el mismo, con la particularidad de que a partir de este tramo la fibra extrema con mayor tensión era la inferior, por lo que el esquema quedará:



$$\sigma(-) = \frac{M_z(-)}{I_z} \cdot y_{inf} + \frac{N(-)}{A_{Sección}}$$

$$0 = \frac{-11051,8 \text{ kNm}}{0,010865 \text{ m}^4} \cdot (y_0) \text{ m} + \frac{-104,6 \text{ kN}}{0,069424 \text{ m}^2}$$

$$y_0 = -0,00148 \text{ m}$$

En este caso se tiene un valor muy pequeño, que provoca que la fibra neutra casi coincida con la fibra del centro de gravedad. Esto derivará en un valor de tensión normal muy cercano a cero:

$$\frac{-598,6}{A} = \frac{\sigma_{c.d.g}}{0,00148} \rightarrow \frac{-598,6}{0,587 - 0,00148} = \frac{\sigma_{c.d.g}}{0,00148}$$

$$\sigma_{c.d.g,T2} \approx \mathbf{-1,51 \text{ MPa} = 1,51 \text{ MPa}}$$

Se observa cómo el valor de la tensión normal es muy bajo, al encontrarse la fibra neutra muy cerca de la fibra estudiada (la del centro de gravedad). Nos quedamos con el valor absoluto de la tensión⁸.

⁸ Se recuerda que, para el análisis, el hecho de tener una tensión positiva o negativa era indiferente, al considerar que el material (acero) trabaja de la misma forma a tracción que a compresión.

Para el tercer, cuarto y quinto tramo se seguirá el mismo procedimiento que en el segundo tramo, por lo que se indicarán las expresiones directamente.

Sección s=28

$$0 = \frac{-6582 \text{ kNm}}{0,00786 \text{ m}^4} \cdot (y_0) \text{ m} + \frac{-82,72 \text{ kN}}{0,062387 \text{ m}^2}$$

$$y_0 = -0,00158 \text{ m}$$

Ahora:

$$\frac{-441,8}{A} = \frac{\sigma_{c.d.g}}{0,00158} \rightarrow \frac{-441,8}{0,531-0,00158} = \frac{\sigma_{c.d.g}}{0,00158}$$

$$\sigma_{c.d.g,T3} \approx -1,32 \text{ MPa} = 1,32 \text{ MPa}$$

Sección s=40

$$0 = \frac{-3341 \text{ kNm}}{0,005459 \text{ m}^4} \cdot (y_0) \text{ m} + \frac{-62 \text{ kN}}{0,05535 \text{ m}^2}$$

$$y_0 = -0,00183 \text{ m}$$

$$\frac{-288}{A} = \frac{\sigma_{c.d.g}}{0,00183} \rightarrow \frac{-288}{0,474-0,00183} = \frac{\sigma_{c.d.g}}{0,00183}$$

$$\sigma_{c.d.g,T4} \approx -1,12 \text{ MPa} = 1,12 \text{ MPa}$$

Sección s=51

$$0 = \frac{-1184,7 \text{ kNm}}{0,003516 \text{ m}^4} \cdot (y_0) \text{ m} + \frac{-43 \text{ kN}}{0,047591 \text{ m}^2}$$

$$y_0 = -0,00268 \text{ m}$$

$$\frac{-137,7}{A} = \frac{\sigma_{c.d.g}}{0,00268} \rightarrow \frac{-137,7}{0,412-0,00268} = \frac{\sigma_{c.d.g}}{0,00268}$$

$$\sigma_{c.d.g,T5} \approx -0,9 \text{ MPa} = 0,9 \text{ MPa}$$

Se rehace también el cálculo de las tensiones normales en la fibra del centro de gravedad para el caso de trabajar con la pluma totalmente retraída:

Posición pluma retraída $L=15$ m y $\alpha=15^\circ$

Directamente, tal y como se ha procedido para la posición anterior, se calcula la tensión normal (única al trabajar todos los tramos de forma conjunta) en la fibra del centro de gravedad.

$$\sigma(+)= -\frac{M_z(-)}{I_{zT(1+2+3+4+5)}} \cdot y_{T \text{ sup}} + \frac{N(+)}{A_{T(1+2+3+4+5)}}$$

$$0 = -\frac{-2510,55 \text{ kNm}}{0,0422433 \text{ m}^4} \cdot (y_0) \text{ m} + \frac{3846,3 \text{ kN}}{0,31121 \text{ m}^2}$$

$$y_0 = -0,2079 \text{ m}$$

Mediante semejanza:

$$\frac{45,5}{A} = \frac{\sigma_{c.d.g}}{0,2079} \rightarrow \frac{45,5}{0,558 + 0,2079} = \frac{\sigma_{c.d.g}}{0,2079}$$

$$\sigma_{c.d.g,T} \approx 12,32 \text{ MPa}$$

Esa sería la tensión normal en la fibra que pasa por el centro de gravedad en la posición de pluma retraída, trabajando con todos los tramos. Como resulta lógico, se trata de un valor menor al de 45,5 MPa.



Por último, se rehace el cálculo de las tensiones normales en la fibra del centro de gravedad para el caso de trabajar con la pluma en las posiciones intermedias propuestas:

Posición pluma intermedia $L=27$ m y $\alpha=15^\circ$

Sección s=10

$$\sigma(+)= -\frac{M_z(-)}{I_{zT(1+2)}} \cdot y_{T \text{ sup}} + \frac{N(+)}{A_{T(1+2)}}$$

$$0 = -\frac{-6000 \text{ kNm}}{0,0254042 \text{ m}^4} \cdot (y_0) \text{ m} + \frac{4714,2 \text{ kN}}{0,145887 \text{ m}^2}$$

$$y_0 = -0,1348 \text{ m}$$

$$\frac{163,6}{0,556 + 0,1348} = \frac{\sigma_{c.d.g}}{0,1348} \rightarrow \sigma_{c.d.g./s=10} \approx 31,93 \text{ MPa}$$

Sección s=15

$$\sigma(-) = \frac{M_z(-)}{I_{zT(3+4)}} \cdot y_{\text{inf}} + \frac{N(-)}{A_{T(3+4)}}$$

$$0 = \frac{-3806 \text{ kNm}}{0,0133195 \text{ m}^4} \cdot (y_0) \text{ m} + \frac{-108 \text{ kN}}{0,11773 \text{ m}^2}$$

$$y_0 = -0,00321 \text{ m}$$

Al igual que antes, la fibra neutra estudiada se encuentra muy cercana al centro de gravedad, por lo que la tensión será casi nula:

$$\frac{-152,4}{0,53 - 0,00321} = \frac{\sigma_{\text{c.d.g}}}{0,00321} \rightarrow \sigma_{\text{c.d.g./s=15}} \approx -0,928 \text{ MPa} = 0,93 \text{ MPa}$$

Posición pluma intermedia **L=36 m** y **$\alpha=15^\circ$**

Sección s=10

$$\sigma(+) = -\frac{M_z(-)}{I_{zT(1+2)}} \cdot y_{\text{T sup}} + \frac{N(+)}{A_{T(1+2)}}$$

$$0 = -\frac{-8070 \text{ kNm}}{0,0254042 \text{ m}^4} \cdot (y_0) \text{ m} + \frac{5416,4 \text{ kN}}{0,145887 \text{ m}^2}$$

$$y_0 = -0,1169 \text{ m}$$

$$\frac{235,1}{0,556 + 0,1169} = \frac{\sigma_{\text{c.d.g}}}{0,1169} \rightarrow \sigma_{\text{c.d.g./s=10}} \approx 37,12 \text{ MPa}$$

Sección s=15

$$\sigma(-) = \frac{M_z(-)}{I_{zT(3+4)}} \cdot y_{\text{inf}} + \frac{N(-)}{A_{T(3+4)}}$$

$$0 = \frac{-5954,8 \text{ kNm}}{0,0133195 \text{ m}^4} \cdot (y_0) \text{ m} + \frac{-106,17 \text{ kN}}{0,11773 \text{ m}^2}$$

$$y_0 = -0,00201 \text{ m}$$

$$\frac{-258,3}{0,53 - 0,00201} = \frac{\sigma_{\text{c.d.g}}}{0,00201} \rightarrow \sigma_{\text{c.d.g./s=15}} \approx -0,906 \text{ MPa} = 0,9 \text{ MPa}$$

Sección s=27

$$\sigma(-) = \frac{M_z(-)}{I_{zT5}} \cdot y_{inf} + \frac{N(-)}{A_{T5}}$$

$$0 = \frac{-1972,5 \text{ kNm}}{0,003516 \text{ m}^4} \cdot (y_0) \text{ m} + \frac{-71,7 \text{ kN}}{0,047591 \text{ m}^2}$$

$$y_0 = -0,0027 \text{ m}$$

$$\frac{-232,6}{0,412 - 0,0027} = \frac{\sigma_{c.d.g.}}{0,0027} \rightarrow \sigma_{c.d.g./s=27} \approx -1,53 \text{ MPa} = 1,53 \text{ MPa}$$

Por último:

Posición pluma intermedia **L=47 m** y **$\alpha=15^\circ$**

Sección s=10

$$\sigma(+) = -\frac{M_z(-)}{I_{zT(1+2)}} \cdot y_{Tsup} + \frac{N(+)}{A_{T(1+2)}}$$

$$0 = -\frac{-10419 \text{ kNm}}{0,0254042 \text{ m}^4} \cdot (y_0) \text{ m} + \frac{6291,4 \text{ kN}}{0,145887 \text{ m}^2}$$

$$y_0 = -0,1051 \text{ m}$$

$$\frac{303,3}{0,556 + 0,1051} = \frac{\sigma_{c.d.g.}}{0,1051} \rightarrow \sigma_{c.d.g./s=10} \approx 42,9 \text{ MPa}$$

Sección s=15

$$\sigma(-) = \frac{M_z(-)}{I_{zT3}} \cdot y_{inf} + \frac{N(-)}{A_{T3}}$$

$$0 = \frac{-8353,4 \text{ kNm}}{0,00786 \text{ m}^4} \cdot (y_0) \text{ m} + \frac{-105,2 \text{ kN}}{0,062387 \text{ m}^2}$$

$$y_0 = -0,001587 \text{ m}$$

$$\frac{-566}{0,531 - 0,001587} = \frac{\sigma_{c.d.g.}}{0,001587} \rightarrow \sigma_{c.d.g./s=15} \approx -1,697 \text{ MPa} = 1,7 \text{ MPa}$$

Sección s=27

$$\sigma(-) = \frac{M_z(-)}{I_{zT4}} \cdot y_{inf} + \frac{N(-)}{A_{T4}}$$

$$0 = \frac{-4234,4 \text{ kNm}}{0,005459 \text{ m}^4} \cdot (y_0) \text{ m} + \frac{-78,7 \text{ kN}}{0,05535 \text{ m}^2}$$

$$y_0 = -0,001833 \text{ m}$$

$$\frac{-369,1}{0,474 - 0,001833} = \frac{\sigma_{c.d.g}}{0,001833} \rightarrow \sigma_{c.d.g./s=27} \approx -1,433 \text{ MPa} = 1,43 \text{ MPa}$$

Sección s=38

$$\sigma(-) = \frac{M_z(-)}{I_{zT5}} \cdot y_{inf} + \frac{N(-)}{A_{T5}}$$

$$0 = \frac{-1498,5 \text{ kNm}}{0,003516 \text{ m}^4} \cdot (y_0) \text{ m} + \frac{-54,5 \text{ kN}}{0,047591 \text{ m}^2}$$

$$y_0 = -0,002687 \text{ m}$$

$$\frac{-176,7}{0,412 - 0,002687} = \frac{\sigma_{c.d.g}}{0,002687} \rightarrow \sigma_{c.d.g./s=38} \approx -1,16 \text{ MPa} = 1,16 \text{ MPa}$$

Finalmente, estas serían las tensiones normales en la fibra del centro de gravedad de la sección, donde se tenían a su vez las mayores tensiones tangenciales máximas:

Pluma retraída 15 metros	s=10	12,32	Posición intermedia 27 metros	s=10	31,49
				s=15	0,93
Pluma extendida 60 metros	s=10	95,60	Posición intermedia 36 metros	s=10	37,12
	s=15	1,51		s=15	0,9
	s=28	1,32		s=27	1,53
	s=40	1,12	Posición intermedia 47 metros	s=10	42,9
	s=51	0,90		s=15	1,70
			s=27	1,43	
			s=38	1,16	

Tabla 26 Tensiones normales máximas (MPa) recalculadas en la fibra del centro de gravedad

6 RESULTADOS

6.1 Tensiones máximas

Una vez calculadas las tensiones normales y tangenciales en las posiciones de la pluma, secciones y fibras más desfavorables, se podrán hallar las tensiones de Von Mises para cada caso específico.

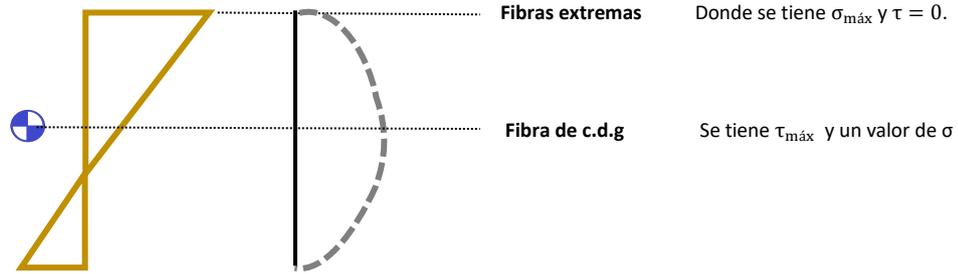
$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

A modo de recopilación, se tiene la siguiente tabla donde se incluyen todas las tensiones máximas posibles obtenidas, indicándose donde se dan cada una:

	Fibras extremas (superior e inferior)		Fibra del centro de gravedad (c.d.g)	
	Normales σ (máx)	Cortantes τ (nulas)	Normales σ	Cortantes τ (máx)
Pluma retraída (15 m) $\alpha=15^\circ$				
s=10	45,5	0	12,32	3,42
Pluma intermedia (27 m) $\alpha=15^\circ$				
s=10	176,6	0	31,49	9,07
s=15	161,3		0,93	6,74
Pluma intermedia (36 m) $\alpha=15^\circ$				
s=10	235,1	0	37,12	10,9
s=15	258,3		0,9	6,63
s=27	232,6		1,53	11,1
Pluma intermedia (47 m) $\alpha=15^\circ$				
s=10	303,3	0	42,9	14,63
s=15	566		1,70	12,47
s=27	369,1		1,43	10,56
s=38	176,7		1,16	8,45
Pluma extendida (60 m) $\alpha=15^\circ$				
s=10	595,8	0	95,6	34,69
s=15	598,6		1,51	11,14
s=28	441,8		1,32	9,74
s=40	287,8		1,12	8,25
s=51	137,7		0,90	6,59

Tabla 27 Tensiones normales y tangenciales máximas (MPa) en la pluma

Como recordatorio de las dos ubicaciones de la fibra estudiadas:



Si se introduce la expresión de Von Mises en la tabla anterior, sustituyendo cada término por su variable correspondiente en la fórmula:

	Fibras extremas (superior e inferior)	Fibra del centro de gravedad (c.d.g)
Pluma retraída (15 m) $\alpha=15^\circ$		
s=10	$\sqrt{45^2 + 3 \cdot 0^2}$	$\sqrt{12,32^2 + 3 \cdot 3,42^2}$
Pluma intermedia (27 m) $\alpha=15^\circ$		
s=10	$\sqrt{176,6^2 + 3 \cdot 0^2}$	$\sqrt{31,49^2 + 3 \cdot 9,07^2}$
s=15	$\sqrt{161,3^2 + 3 \cdot 0^2}$	$\sqrt{0,93^2 + 3 \cdot 6,74^2}$
Pluma intermedia (36 m) $\alpha=15^\circ$		
s=10	$\sqrt{235,1^2 + 3 \cdot 0^2}$	$\sqrt{37,12^2 + 3 \cdot 10,9^2}$
s=15	$\sqrt{258,3^2 + 3 \cdot 0^2}$	$\sqrt{0,9^2 + 3 \cdot 6,63^2}$
s=27	$\sqrt{232,6^2 + 3 \cdot 0^2}$	$\sqrt{1,53^2 + 3 \cdot 11,1^2}$
Pluma intermedia (47 m) $\alpha=15^\circ$		
s=10	$\sqrt{303,3^2 + 3 \cdot 0^2}$	$\sqrt{48,21^2 + 3 \cdot 14,63^2}$
s=15	$\sqrt{566^2 + 3 \cdot 0^2}$	$\sqrt{1,70^2 + 3 \cdot 12,47^2}$
s=27	$\sqrt{369,1^2 + 3 \cdot 0^2}$	$\sqrt{1,43^2 + 3 \cdot 10,56^2}$
s=38	$\sqrt{176,7^2 + 3 \cdot 0^2}$	$\sqrt{1,16^2 + 3 \cdot 8,45^2}$
Pluma extendida (60 m) $\alpha=15^\circ$		
s=10	$\sqrt{595,8^2 + 3 \cdot 0^2}$	$\sqrt{95,6^2 + 3 \cdot 34,69^2}$
s=15	$\sqrt{598,6^2 + 3 \cdot 0^2}$	$\sqrt{1,51^2 + 3 \cdot 11,14^2}$
s=28	$\sqrt{441,8^2 + 3 \cdot 0^2}$	$\sqrt{1,32^2 + 3 \cdot 9,74^2}$
s=40	$\sqrt{287,8^2 + 3 \cdot 0^2}$	$\sqrt{1,12^2 + 3 \cdot 8,25^2}$
s=51	$\sqrt{137,7^2 + 3 \cdot 0^2}$	$\sqrt{0,90^2 + 3 \cdot 6,59^2}$

Que arrojan los siguientes resultados:

	Fibras extremas	Fibra del centro de gravedad
Pluma retraída (15 m) $\alpha=15^\circ$		
s=10	45,5	13,7
Pluma intermedia (27 m) $\alpha=15^\circ$		
s=10	176,6	35,2
s=15	161,3	11,7
Pluma intermedia (36 m) $\alpha=15^\circ$		
s=10	235,1	41,6
s=15	258,3	11,5
s=27	232,6	19,9
Pluma intermedia (47 m) $\alpha=15^\circ$		
s=10	303,3	49,8
s=15	566	21,7
s=27	369,1	18,6
s=38	176,7	14,7
Pluma extendida (60 m) $\alpha=15^\circ$		
s=10	595,5	112,9
s=15	598,6	19,3
s=28	441,8	16,9
s=40	287,8	14,3
s=51	137,7	11,5

Tabla 28 Tensiones máximas finales (MPa) en la pluma para los casos más desfavorables

Analizando la tabla con los resultados:

- Queda demostrado que la posición más desfavorable de la pluma telescópica, con diferencia con respecto al resto, corresponde a la de **totalmente extendida** —todos los tramos desplegados— con **mínima inclinación** de trabajo. Al trabajar en estas posiciones se solicitará la mayor respuesta estructural a la pluma.

En esa posición se maximizan los esfuerzos generados, predominando el gran momento flector (M) debido a la gran longitud con la que se trabaja. A esto hay que sumarle además un gran valor del axil (N) producido por el cilindro hidráulico que, en dicha posición, empuja de forma casi paralela a la pluma, derivando en dicho esfuerzo de tracción.

- Por su parte, y como ya se ha explicado a lo largo de los apartados anteriores, la posición de pluma retraída (todos los tramos uno dentro de otro) deriva en una mejor distribución de los esfuerzos, resultando en unas tensiones muy bajas, a pesar de las mayores cargas máximas admisibles. Por todo, la pluma no padecerá estructuralmente al trabajar en esas posiciones.

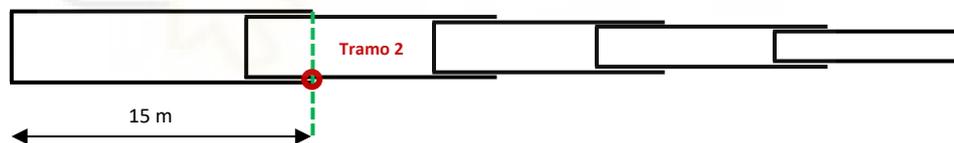
- Las posiciones intermedias, a nivel de demanda estructural, se encuentran a medio camino entre los casos de pluma retraída y desplegada, como resultaba esperable.

En términos generales, la pluma tiene un comportamiento estructural simple y lineal, donde las tensiones aumentarán con la longitud de la pluma y disminuirán con la inclinación.

- Las tensiones cortantes (τ), al tener valores tan bajos en comparación con las tensiones normales (σ), tienen muy poca influencia en el cómputo global del cálculo de las tensiones. Habitualmente el esfuerzo cortante no es relevante en este tipo de estructuras, siendo superado en gran medida por el esfuerzo axial y los momentos flectores. Se podría haber empleado directamente la Tabla 20 como resultados.
- En lo referente a las fibras, es en las ubicadas en los extremos —tanto en el superior (y_{sup}) como el inferior (y_{inf}), según el caso— donde se sitúan las mayores tensiones, puesto que, a pesar de no tener tensiones cortantes, se tienen los máximos de las tensiones normales, siendo estas últimas las predominantes como se ha justificado.

Las fibras internas tendrán por tanto menores tensiones, al disminuir las tensiones normales conforme nos alejamos de los extremos y nos acercamos a la fibra neutra.

En conclusión, el punto más desfavorable de la pluma propuesta se dará en la sección a **15 metros** del inicio de la pluma —punto límite donde termina el primer tramo—, donde se trabaja con el **segundo** tramo, alcanzando una tensión de **compresión** en su fibra **inferior** de **598,6 MPa**.



Esto ocurrirá cuando la pluma se encuentre inclinada **mínimamente** (15°) y con la pluma totalmente **desplegada** (60 m), además de trabajar con la carga máxima posible para esa posición: **10.630 kg**.

Siendo las tensiones máximas en el resto de los tramos:

Tramo 1	Tramo 2	Tramo 3	Tramo 4	Tramo 5
595,8 MPa	598,6 MPa	441,8 MPa	287,8 MPa	137,7 MPa

Tabla 29 Tensiones máximas posibles en cada tramo para la posición más desfavorable

6.2 Coeficientes de seguridad

Una vez calculadas las tensiones máximas posibles en cada tramo, se llevará a cabo la comprobación de los coeficientes de seguridad en cada uno de ellos.

El **coeficiente** o **factor de seguridad** es la relación entre los esfuerzos que se aplican en un sistema y la resistencia que éste proporciona para vencer dichos esfuerzos. Se emplea en todos los campos de la ingeniería, y resulta uno de los parámetros más importantes a la hora de diseñar.

$$CS = \frac{\text{Resistencia del sistema}}{\text{Esfuerzos aplicados en el sistema}} \quad (6.1)$$

Como resulta lógico, cualquier elemento de un mecanismo o estructura debe presentar un cierto grado de seguridad con respecto al fallo, ya sea, como ejemplos:

- Rotura
- Fatiga del material
- Desgaste
- Inestabilidad (pandeo)
- Deformaciones
- Vibraciones

El valor de la resistencia a tener en cuenta depende principalmente del tipo material empleado, de la aplicación y situación de estudio.

El coeficiente de seguridad permite considerar las imprecisiones durante las fases de diseño y producción. Éstas son resultado de las simplificaciones y supuestos realizados en el estudio, así como de los posibles errores cometidos durante la fabricación. Cuanto mayor sean las incertidumbres en algún paso del proceso, así como en las propiedades y condiciones de los materiales, más conservador —y de mayor valor— deberá ser el coeficiente.

En ningún caso el valor del coeficiente puede ser inferior a la unidad, puesto que esto significaría que las cargas y tensiones aplicadas son mayores que la propia resistencia del material.

A continuación, se calculará el coeficiente de seguridad de nuestra pluma, basado en los valores individuales de cada uno de los tramos. Los valores de las tensiones máximas se encuentran en la tabla de la página anterior.

El tramo más crítico era el segundo, presentando la tensión máxima más elevada, por lo que será este el que tenga un coeficiente de seguridad más reducido y ajustado.

¿Qué valor de resistencia emplear?

El fabricante del material, el Grupo NLMK, indica los siguientes valores de resistencia para el acero S1100Q (con el que se fabrica la estructura principal de los tramos de la grúa):

- Límite elástico (R_e): 1.100 MPa
- Resistencia a rotura (R_m): 1.500 MPa

Por regla general, para materiales dúctiles como el acero, se utiliza el valor del límite elástico, puesto que al superarlo —a pesar de no llegar a la rotura del material— se producen deformaciones irreversibles importantes que dañan y perjudican de forma permanente los elementos. No obstante, en ciertos casos se puede emplear otros valores de resistencia como el de la rotura, sobre todo en el caso de materiales frágiles, que son menos propensos a deformarse.

Por tanto, según (6.1) y teniendo en cuenta las tensiones calculadas y el límite elástico del acero, los coeficientes de seguridad en cada tramo quedarían:

$$CS = \frac{1100 \text{ MPa}}{\sigma_{\text{Tramo}}}$$

Tramo 1	Tramo 2	Tramo 3	Tramo 4	Tramo 5
1,85	1,83	2,49	3,82	7,98

Tabla 30 Coeficientes de seguridad para los tramos, con un espesor de 20 mm

El coeficiente de seguridad global de la pluma será el menor (más crítico) de cada uno de los tramos:

$$CS_{\text{pluma}} = \min(1,85, 1,83, 2,49, 3,82, 7,98) = 1,83$$

Escogiendo el valor más restrictivo, se tiene un coeficiente de seguridad para la pluma de **1,83**.

Finalmente, el coeficiente de seguridad calculado es de casi 2 veces mayor que la unidad, lo que garantiza en cierto modo la integridad de la pieza. Sin embargo, el gran estrés al que someterá a la pluma durante su vida útil —tratándose de un elemento mecánico muy importante—, además de las numerosas suposiciones y simplificaciones que se han tenido en cuenta para poder llevar a cabo los cálculos, debería hacernos replantear si ese valor es suficiente o no.

En lo referente a la normativa y legislación (véase el apartado 0), en las normas UNE se indican algunos ejemplos de coeficientes de seguridad mínimos obligatorios para ciertas partes concretas de la grúa, como es el caso de los cables o en las uniones atornilladas y soldadas.

Sin embargo, no se especifica valor concreto alguno ni se menciona ningún ejemplo con respecto a piezas específicas, como es el caso de la pluma.

Esto resulta lógico, puesto que de forma general las normas de diseño no establecen ninguno de estos factores, o en caso de hacerlo varían considerablemente de una a otra. No existen normas universales sobre factores de seguridad, siendo responsabilidad de los profesionales encargados del proceso de diseño escoger estos coeficientes en función de las necesidades y características del proyecto.

En internet se puede encontrar numerosa información —de carácter más o menos técnico— sobre ejemplos típicos de estos coeficientes en función del tipo de pieza/estructura y su utilización. Para las piezas genéricas, los valores más habituales suelen encontrarse de forma global en el rango de entre 1,5 y 5.

Si se quiere aumentar el nivel de seguridad en la pluma, conservando las condiciones y capacidades de operación, se puede proceder de varias formas:

- Aumentando el grosor de las paredes de los tramos, ya sea de todos o de algunos en concreto (los más desfavorables).
- Modificando la geometría y dimensiones de los tramos. Esto aumentaría la sección transversal y por tanto los valores de áreas e inercias. En caso de decantarse por esta solución, lo más útil sería estirar la altura de los tramos, proporcionando así más inercia a la pluma y reduciendo las tensiones provocadas por el momento flector (que es el esfuerzo predominante).
- Reforzar las zonas más críticas, añadiendo material para fortalecer la estructura en puntos concretos. Suele ser una solución habitual.
- Mejorar la calidad del material. Algo lógico, aunque difícil si se tiene en cuenta que en estos casos ya se trabaja con los mejores aceros disponibles en el mercado.

En esta ocasión se escogerá la opción de añadir espesor a los tramos, siendo esta la solución más fácil de implementar. Esto se hará para los cuatros primeros, puesto que en el último no sería necesario al tener ya de por sí un coeficiente de seguridad alto (de 8).

En un principio no hace falta rehacer todos los cálculos mostrados hasta ahora, sino que basta con fijarse en el segundo tramo y recalcular únicamente éste, puesto que se trataba del más desfavorable.

Modificando el boceto en Inventor con los nuevos espesores, y extrayendo para cada uno de ellos los nuevos datos físicos (inercias, áreas y distancias a los centros de gravedad) se puede emplear la hoja Excel para obtener directamente las nuevas tensiones, representando así el coeficiente de seguridad en función del espesor de la pared.

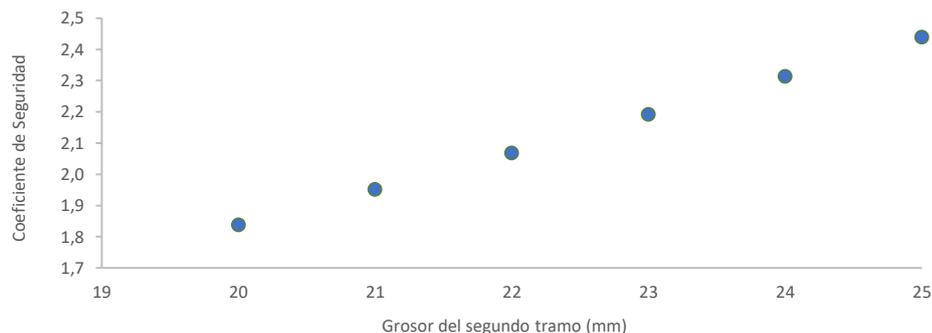


Figura 6.1 Representación del coeficiente de seguridad (CS) frente el espesor en el segundo tramo.

Se aprecia un ligero aumento el CS conforme se añade espesor a las paredes de los tramos, partiendo desde 1,84 para un espesor de 20 mm, hasta el valor de 2,44 para un espesor de 25 milímetros o de 2,2 para 23 milímetros.

Por ejemplo, si desea obtener un CS mayor a 2, se podría optar por cualquier espesor a partir de los 22 milímetros. Si se escoge finalmente un espesor de pared de 25 milímetros:

$$CS_{\text{Tramo 2}} = CS_{\text{Pluma}} (e = 25 \text{ mm}) = \mathbf{2.44}$$

Se recalculan las tensiones máximas y los coeficientes de seguridad para el espesor seleccionado de 25 mm, para la misma posición estudiada de 60 m y 15°:

Tramo 1	Tramo 2	Tramo 3	Tramo 4	Tramo 5 (20 mm)
444,2 MPa	451,1 MPa	335,7 MPa	222,5 MPa	137,7 MPa
2,48	2,44	3,28	4,94	7,98

Tabla 31 Tensiones y coeficientes de seguridad finales para los tramos, con espesor de 25 mm.

Se comprueba cómo se ha conseguido un ligero aumento en el C.S al añadir esos 5 mm extra, superando el factor 2 en cada uno de los tramos, siguiendo el segundo de ellos como el más crítico.

Como conclusión de este apartado donde se ha calculado y comprobado la resistencia estructural de la pluma, resulta preciso indicar que los resultados obtenidos hasta ahora han sido muy básicos, debido a las numerosas simplificaciones realizadas. No obstante, en un proyecto real estos servirían para concebir una base de la cuál partir para el diseño real de la pluma.

En los próximos apartados, una vez modelada la pluma real, se llevarán a cabo simulaciones por ordenador —mediante elementos finitos— que darán una visualización más correcta del comportamiento verídico de la misma, comprobando la resistencia real de la pluma diseñada.

Asimismo, en el caso de variar algunos de los datos de partida (indicados en 3.4) se realizarán de nuevo los cálculos analíticos.

7 PLUMA MODELADA

Una vez realizadas las comprobaciones básicas de resistencia de la pluma, se procederá al diseño de esta, incluyendo sus elementos internos necesarios para su funcionamiento.

Para el modelado se empleará el programa Autodesk Inventor Professional 2024, con el que se crearán desde cero todas las piezas constituyentes de la pluma. Seguidamente se realizarán los ensamblajes necesarios para unir y acomodar todos los elementos entre sí, dando como resultado la pluma completa y totalmente montada. En apartados posteriores se introducirán y modelarán otros componentes, como es el cilindro de elevación u otros elementos extra.

Asimismo, se llevará a cabo un análisis por elementos finitos y la explicación del funcionamiento del sistema de telescopado.

7.1 Piezas de la pluma

A continuación, se recopilan todas las piezas elaboradas en el software Inventor:

TRAMOS

Se tratan de los principales elementos de la pluma, puesto que proporcionan la resistencia estructural, además de servir como base y unión para el resto de los elementos. El esquema seguido será el de la Figura 3.4, aunque modificándolo para tener un espesor de 25 mm, a excepción del último que mantendrá los 20 mm iniciales propuestos. Se tienen 5 tramos:

- Primer tramo

Se trata del fijo, donde se retraen en su interior el resto de los tramos. Es el de mayor tamaño y complejidad, al tener una gran cantidad de elementos añadidos. Soporta los esfuerzos provenientes del cilindro, distribuyéndolos a la superestructura de la grúa y al resto de los tramos.



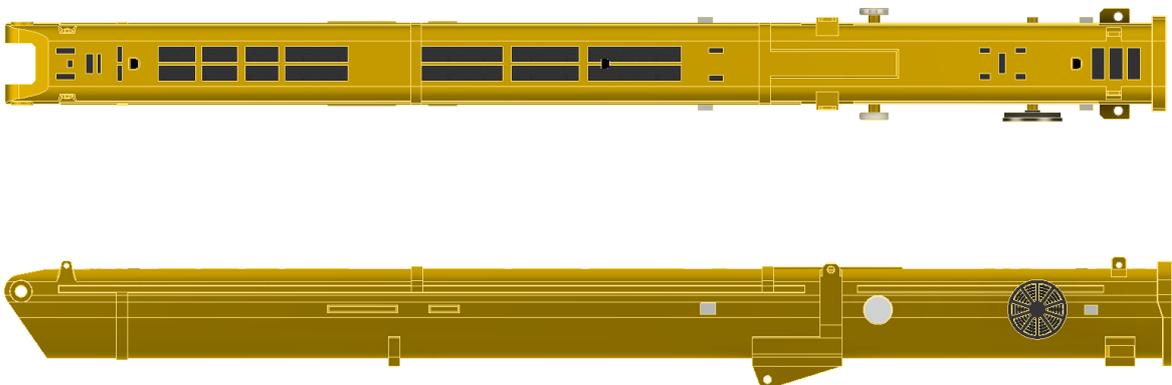
Figura 7.1 Tramo 1 completo

Para asimilarlo a una pluma real, se han añadido detalles como los refuerzos en algunos puntos de la estructura, las cubiertas superiores, puntos de anclaje para ganchos (permiten izar la pluma con otra grúa, para por ejemplo desmontarla), los tambores para cableados, líneas hidráulicas, etc.

Se incluyen las siguientes imágenes:



Vistas de planta y alzado



- Resto de tramos

Corresponden con el segundo, tercero, cuarto y quinto. El tamaño y sección de cada uno de ellos va disminuyendo, con el fin de encajar dentro del anterior. La forma general de los tramos es igual, basada como ya se ha mencionado en las secciones incluidas en la Figura 3.4 (aunque modificando los espesores). Se muestran ordenados —de izquierda a derecha— de más pequeño (5) a más grande (2).



Figura 7.2 Tramos 2, 3 4 y 5

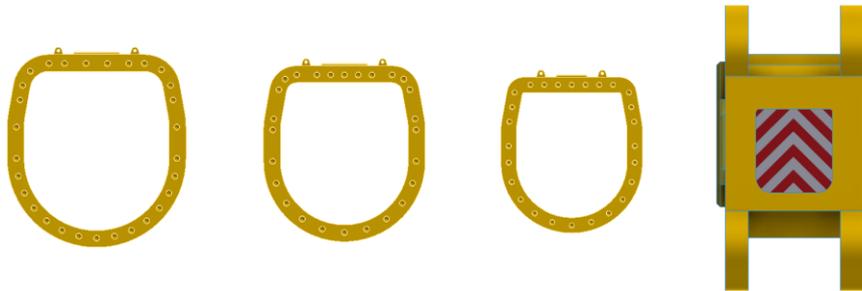
A pesar de que se indicó en la Figura 3.3 las longitudes de cada tramo, estas fueron propuestas inicialmente para los cálculos analíticos; no obstante, una vez llegados a esta fase de diseño final se ha requerido modificar y corregir las dimensiones de estos, con la finalidad de que todos los componentes encajen entre sí y facilitar el funcionamiento del sistema de telescopado interno.

Se pueden observar los agujeros de anclaje en la parte superior de cada uno de ellos. Estos serán los puntos que permitirán fijar los tramos entre sí, quedando inmóviles una vez se despliegan. En función del punto en el que se anclen, los tramos quedarán más o menos desplegados (ver punto 0).



Uno de los tramos modelados y uno real.

La terminación de los tramos 2, 3 y 4 son iguales, variando únicamente el tamaño de los elementos.



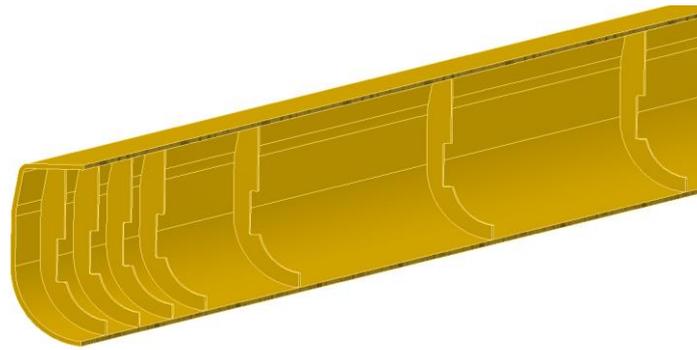
Por su parte, el último tramo (el quinto) incluye la llamada *cabeza de la pluma*, que alberga las poleas y demás elementos. Además, algunas permiten añadir accesorios externos como los que se verán en el apartado 11 (Sistema variable de plumas).



Figura 7.3 Cabeza de la pluma del tramo 5 y una real

La parte inferior o la totalidad de los tramos se pueden encontrar revestidos en un recubrimiento deslizante y antifricción, generalmente algún material similar al teflón, en forma de parches. Como añadido, suelen recubrirse de una grasa especial, mejorando el funcionamiento de la pluma.

Los tramos 2, 3 y 4 están totalmente huecos, mientras que el último (5) posee en su interior unos marcos soldados en las paredes. Estos, además de aportar algo de resistencia y rigidez, tienen una funcionalidad mecánica, al servir como guía a la camisa del cilindro interior de telescopado durante el movimiento. La forma tallada en esos marcos encaja con el soporte cilindro, encauzando el movimiento de este, manteniéndolo en una posición más rígida y estable (ver página 157).



Todos los tramos han sido fabricados en acero S1100Q, añadiendo este material a la biblioteca de Inventor.

CUBIERTAS DE LOS TRAMOS

Se utilizan a modos de tapas, colocándose en el extremo de cada tramo, a excepción del último que no tiene este elemento. Tienen la misma forma que los extremos de los tramos, encajando en el interior del tramo anterior y atornillándose directamente a éste.



Protegen el interior de la pluma, además de servir como elemento de unión con otras piezas, como por ejemplo las pastillas de deslizamiento. A su vez, aportan rigidez a la pluma, mejorando la resistencia estructural.

Hay cuatro de estas cubiertas, una para cada tramo (del primero al cuarto). Se fabrican en un acero de alta resistencia (R_e de ≈ 400 MPa), aunque más simple y económico que el acero especial S1100Q de los tramos.

BASES DE LOS TRAMOS

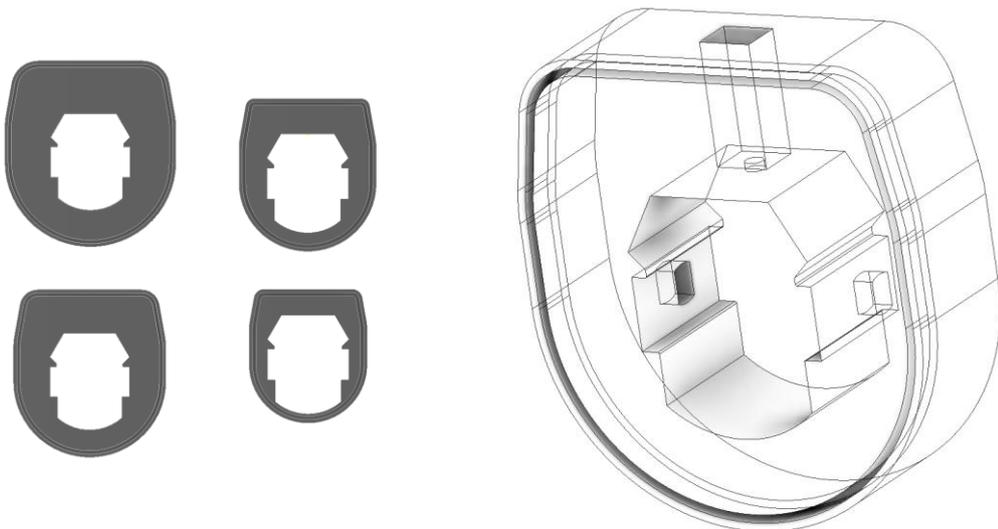
Se tiene una por cada tramo, colocándose en la parte trasera de cada tramo móvil (del 2 al 5) y sirviendo como punto de anclaje y selección del sistema de telescopado. Además, esta pieza añade una gran resistencia y rigidez estructural extra a la pluma.



Figura 7.4 La pieza modelada y una real

El hueco central permite el paso del cilindro interior y resto de elementos del sistema de telescopado. Por el agujero discurre el pin de anclaje superior, que fija el tramo con el anterior (el externo) en los orificios que se observan en la Figura 7.2, de forma que quedan unidos en una extensión fija.

Por su parte, los dos huecos laterales interiores sirven para que el mecanismo de telescopado seleccione el tramo que se quiere mover —mediante unos pines que encajan en ellos— fijando esta pieza (y por tanto el tramo completo) con el cilindro de telescopado.



La ranura que rodea todo el perímetro de la pieza es donde se inserta el perfil del tramo.

PASTILLAS DE DESLIZAMIENTO

Conocidas como *wear pads* o almohadillas de desgaste, se emplean en las zonas de contacto entre los distintos tramos de la pluma, con el fin de aumentar la capacidad de deslizamiento y mejorar el funcionamiento general del mecanismo.

Están fabricadas de un material deslizante y antifricción, generalmente similar al nylon, y se incluye en forma de losetas o almohadillas. Sus principales ventajas son:

- Reducción de la fricción, puesto que se facilita el deslizamiento entre los tramos, permitiendo movimientos más suaves.
- Se protegen las superficies metálicas de la pluma en contacto, contra el desgaste y la abrasión.
- Mayor durabilidad del mecanismo, aumentando la vida útil de la pluma.
- Fácil mantenimiento, puesto que el proceso de limpieza y sustitución es muy rápido.

Uno de los materiales más empleados para este cometido, y concretamente en las grúas de Liebherr, es el Nylatron® 703 XL.

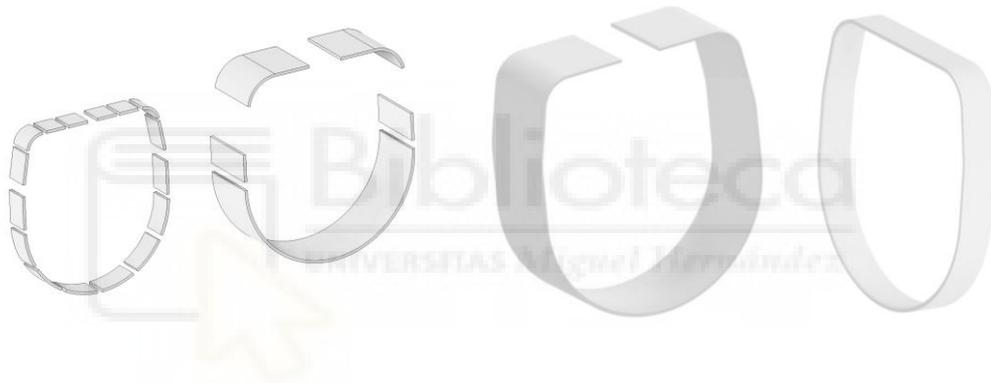


Figura 7.5 Pastillas de deslizamiento (y los modelos simplificados)

Se han modelado varias de ellas, puesto que se tienen distintos tamaños según el tramo en el que se encuentren. Se tienen dos tipos: las que se fijan en la base de cada tramo (izquierda, más ancha), y las que se colocan en las tapas de los tramos (derecha).

Se fijan en las paredes de los elementos mencionados, ya sea mediante una unión adhesiva o atornillada, permitiendo un mejor mantenimiento.



En la derecha se puede observar unas losetas reales, además de una representación real de su colocación.



CILINDRO INTERNO

Se ha prediseñado un cilindro genérico —sin tener en cuenta por el momento ningún cálculo hidráulico— con el fin de visualizar correctamente en un inicio el mecanismo de telescopado.



Figura 7.6 Cilindro interno preliminar de telescopado

La camisa del cilindro inicial mide 13,35 metros de largo, teniendo unos 32 centímetros de diámetro externos. Por su parte, el vástago presenta 14,2 metros de longitud, con un diámetro de 18 centímetros.

El funcionamiento, cálculo y diseño final se verán en siguientes apartados, aunque por ahora cabe resaltar dos peculiaridades muy importantes sobre este:

- La camisa del cilindro (cuerpo amarillo) es el elemento que se mueve dentro de la pluma. El vástago se encuentra fijado en la pared interna del primer tramo (a través del soporte del vástago), permaneciendo inmóvil.
- El cilindro se alimenta de fluido hidráulico por el interior del vástago, por lo que el dicho elemento es hueco. Esto está relacionado con el punto anterior, puesto que, al moverse la camisa del cilindro, sería necesario un complejo sistema de tuberías flexibles/desplegables que llegasen hasta el extremo de la camisa, añadiendo elementos y ocupando espacio en el ajustado interior de la pluma. Al alimentar la camisa del cilindro por el propio vástago se simplifica en gran medida el funcionamiento del mecanismo.

SOPORTE CAMISA CILINDRO

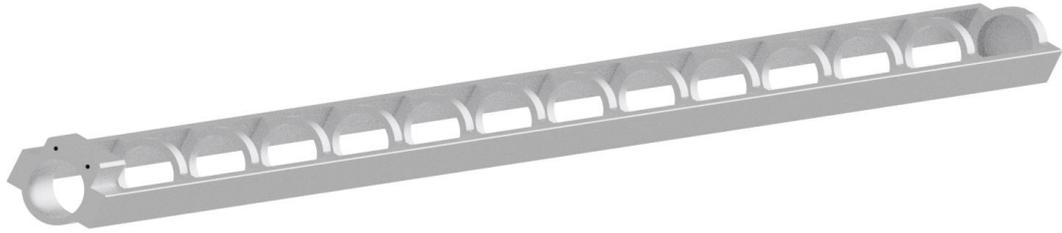
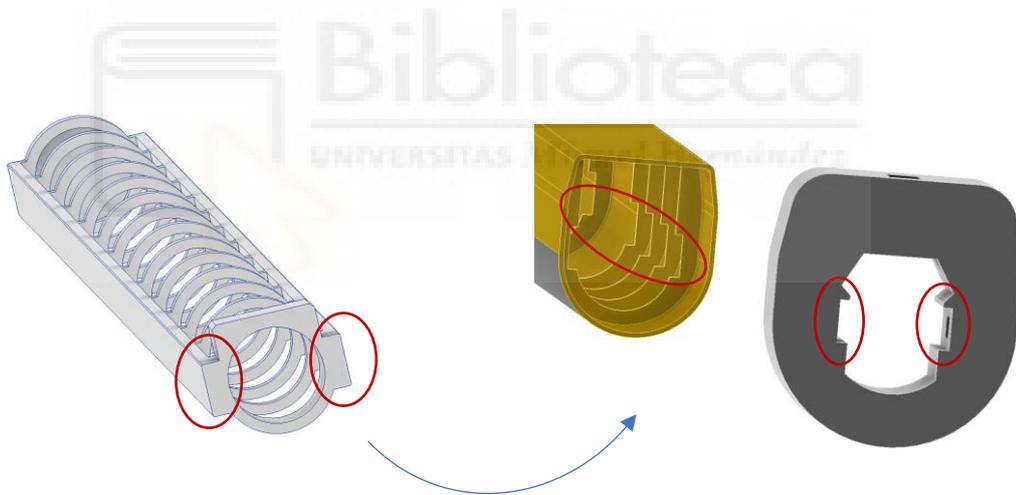


Figura 7.7 Soporte de la camisa del cilindro interior

En el interior de esta pieza se insertará la camisa del cilindro, añadiendo rigidez al mecanismo y lo que es más importante: mantener el cilindro en su posición.

La principal característica de este elemento son las paredes laterales, que encajan en las bases de los tramos, así como en los ya mencionados marcos laterales internos del último tramo, con el fin de guiar el cilindro —y el resto del sistema de telescopado— durante los movimientos de avance y retroceso.



SOPORTE VÁSTAGO CILINDRO INTERNO

Sirve como nexo entre el vástago del cilindro y el primer tramo. Una de sus principales funciones es la de suministrar el fluido hidráulico al cilindro, pudiéndose observar el orificio de entrada y salida de este, en el punto de unión con el vástago.



Figura 7.8 La pieza modelada y la recreación de una real

En la práctica sirve como unión de las líneas de presión para otros elementos hidráulicos auxiliares de la pluma. En la imagen inferior se tiene la parte trasera de este elemento (una pieza real, instalada en una pluma telescópica), apreciándose las conexiones para las distintas líneas hidráulicas.

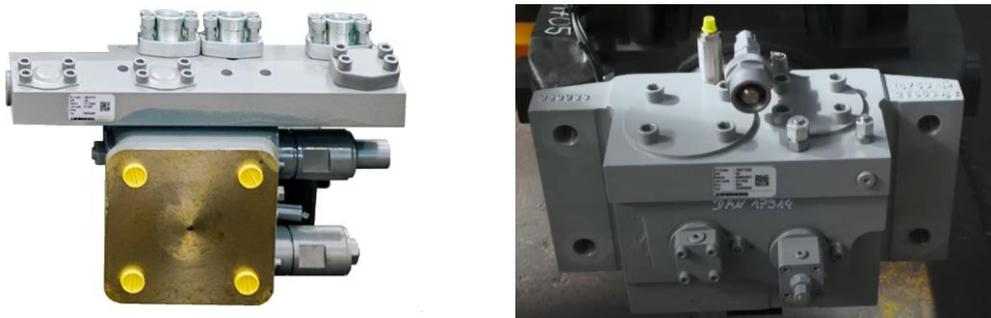


Figura 7.9 Ejemplos de este elemento

SELECTOR DE TRAMOS

Se trata de una de las piezas más importantes del mecanismo de telescopado, siendo la encargada de **seleccionar** el tramo a mover, así como de **fijar** y **liberar** los tramos una vez se vayan a desplegar y replegar.

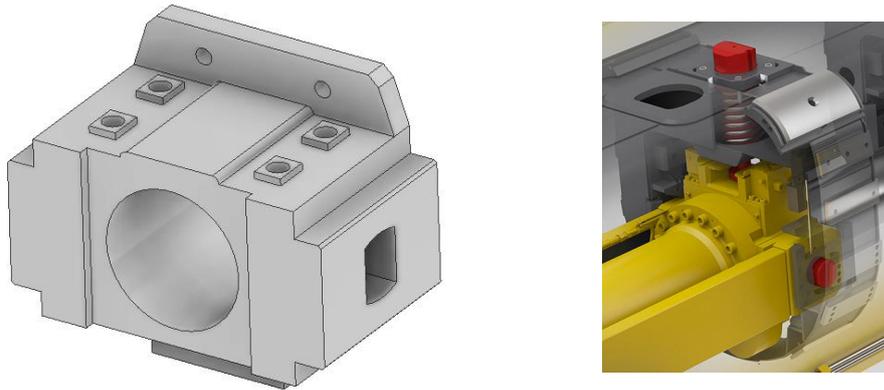
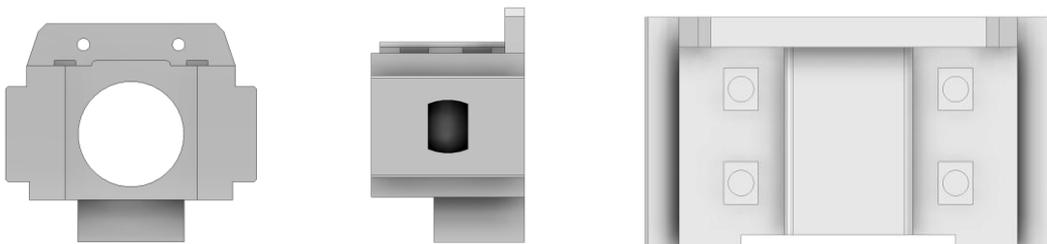


Figura 7.10 Selector de tramos modelado y la recreación de uno real

Esta pieza va fijada al frontal del soporte de la camisa del cilindro visto anteriormente. Tiene un hueco circular, permitiendo que el vástago del cilindro discurra a través de la pieza. Al ser una de las piezas móviles está diseñada para encajar y deslizarse fácilmente entre las bases de los tramos.

En la realidad se trata de un elemento muy complejo formado por varias piezas, puesto que en su interior alberga las cavidades y conductos para la distribución del fluido hidráulico. A su vez, integran las válvulas necesarias para controlar los pines de enclavamiento (las cuatro cavidades superiores) y la selección del tramo (los dos huecos laterales).



PINZA DE ANCLAJE SUPERIOR**Figura 7.11** Pinza de anclaje pin superior

Se ubica encima del componente visto en la página anterior, introduciéndose en sus cuatro cavidades superiores. Cada uno de los pies actúan como vástagos de un pequeño cilindro, de forma que tiene la capacidad de subir y descender la pieza gracias a presión hidráulica.

Si se produce el movimiento de descenso teniendo insertado en la ranura superior uno de los pines de enclavamiento de un tramo, dicho pin será también retraído, liberando el tramo de la posición en la que se encuentre y permitiendo el movimiento del mismo para ser desplegado o replgado.

En la siguiente imagen se tiene una pinza real, similar a la modelada:



PIN SUPERIOR DE ENCLAVAMIENTO

Permite anclar los tramos entre sí, fijando la pluma en posiciones determinadas.



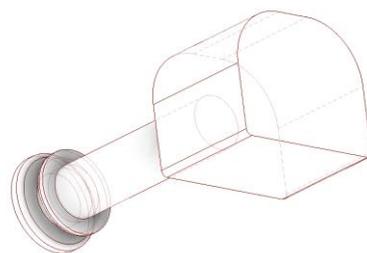
Figura 7.12 Pines superiores de enclavamiento

Este pin se puede atrapar mediante la pinza de anclaje superior (pieza vista en la página anterior), de modo que cuando la pinza descienda, el pin también lo hará, liberando el tramo seleccionado.



Una vez cesa la presión hidráulica en el circuito que controla el movimiento de la pinza de anclaje, un muelle hace subir de nuevo el pin, fijando el tramo en la posición deseada.

Se incluyen cuatro, uno por cada tramo móvil (del 2 al 5).



OTROS ELEMENTOS

En este apartado se incluyen piezas como:

- **Muelles de compresión.** Se colocan entre las bases de los tramos y su pin superior correspondiente. Sirven para mantener dichos pines en su posición de reposo (elevados), a menos de que se haga descender la pinza de anclaje mediante presión hidráulica. Tienen un gran tamaño como se observa en la imagen de la derecha.

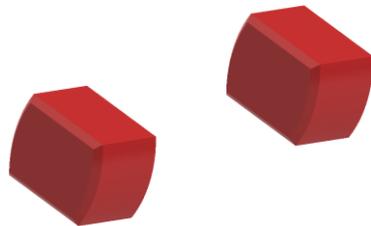


Figura 7.13 Muelles empleados y su colocación real



- **Pines laterales de anclaje.** Sirven para seleccionar el tramo que se quiere desplazar.

Se tienen dos de ellos, en las paredes laterales del selector de tramos. Se controlan mediante un pequeño circuito hidráulico, puesto en la práctica actúan como pequeños vástagos de un cilindro, desplazándose gracias a presión hidráulica.



Se encajan en la base del tramo seleccionado para el movimiento. El modo de anclaje del selector de tramos con la base de uno de ellos es el siguiente:

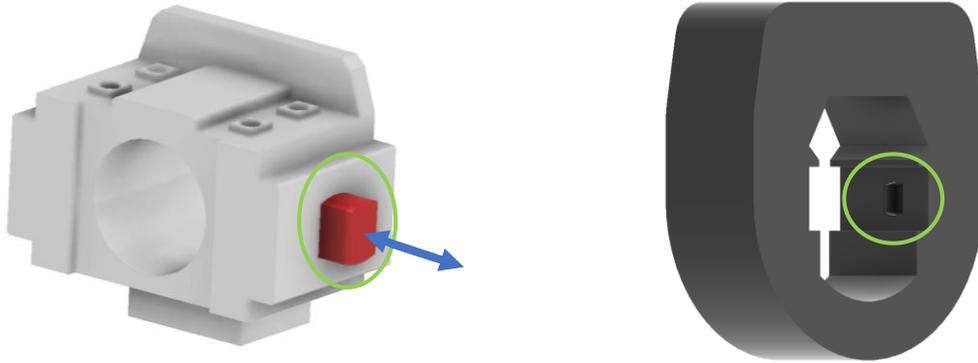


Figura 7.14 Mecanismo de anclaje lateral para los tramos

Los huecos en las bases de los tramos reales para el anclaje de estos pines tienen la siguiente apariencia, muy similar a las piezas modeladas:



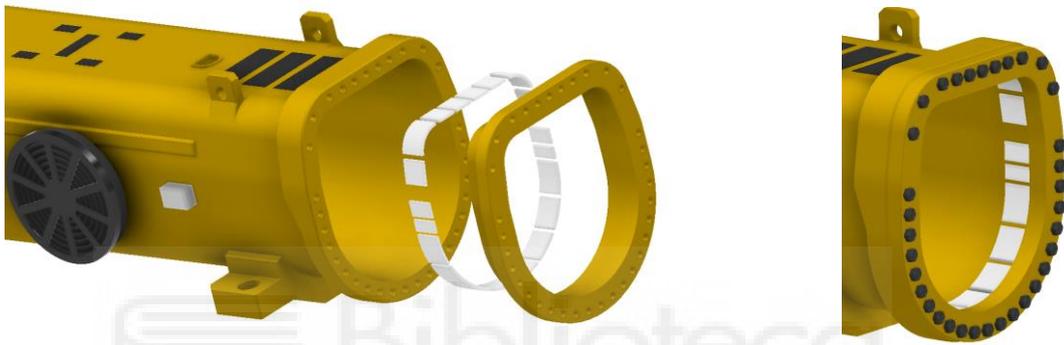
7.2 Ensamblaje

Una vez modeladas las piezas, se procede a la creación del ensamblaje final, obteniendo así la pluma totalmente montada. Para ello se empleará el entorno de Ensamblajes del propio programa.

Se mostrarán algunos pasos de ensamblaje intermedios, con la finalidad de mostrar y entender la disposición de los distintos elementos de la pluma.



ENSAMBLAJE DEL PRIMER TRAMO

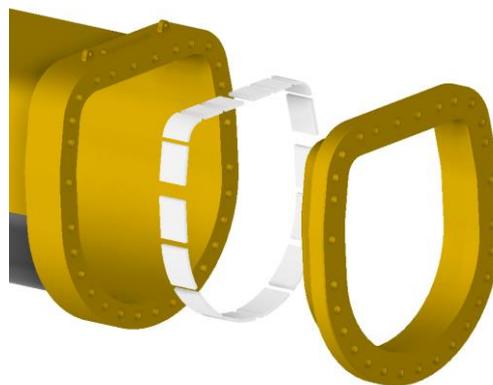


Se unen las pastillas de deslizamiento a la tapa, insertando está en el primer tramo.

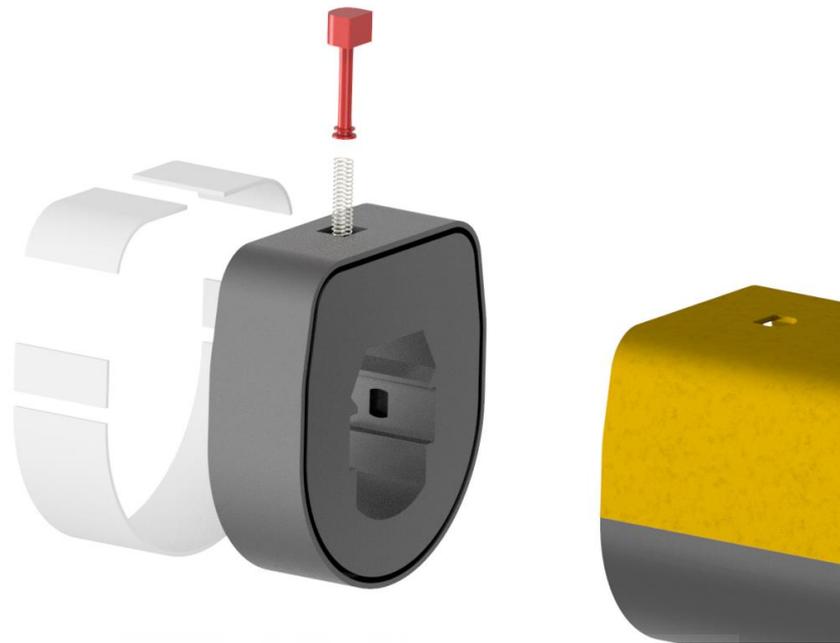
ENSAMBLAJE DEL RESTO DE TRAMOS

El montaje de los tramos 2, 3 y 4 será el mismo, siendo las piezas iguales. En el último tramo no se tiene tapa, puesto que en su extremo se tiene la cabeza de la pluma.

Del mismo modo que en el tramo anterior, se colocan las pastillas de deslizamiento y la tapa del tramo en cuestión (esto no se da en el último):

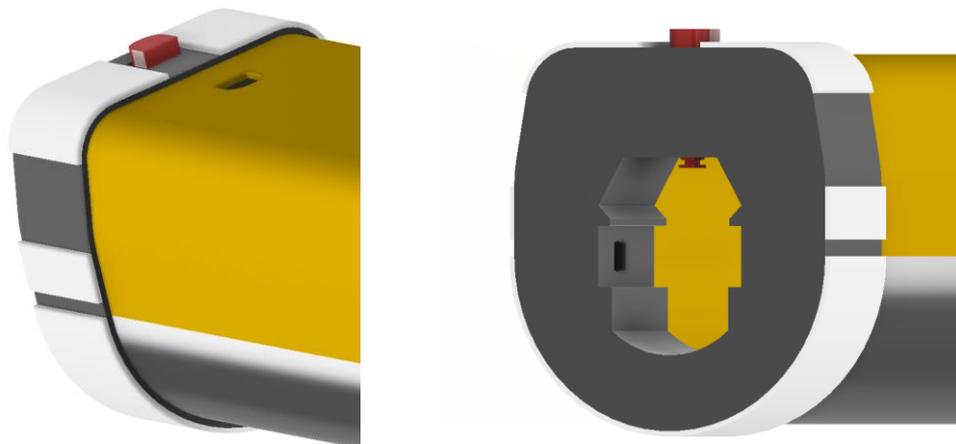


Por la parte trasera, se une la base del tramo, con sus correspondientes pastillas de deslizamiento internas (estas se colocan en el exterior de la base del tramo), además del muelle y el pin de anclaje superior:

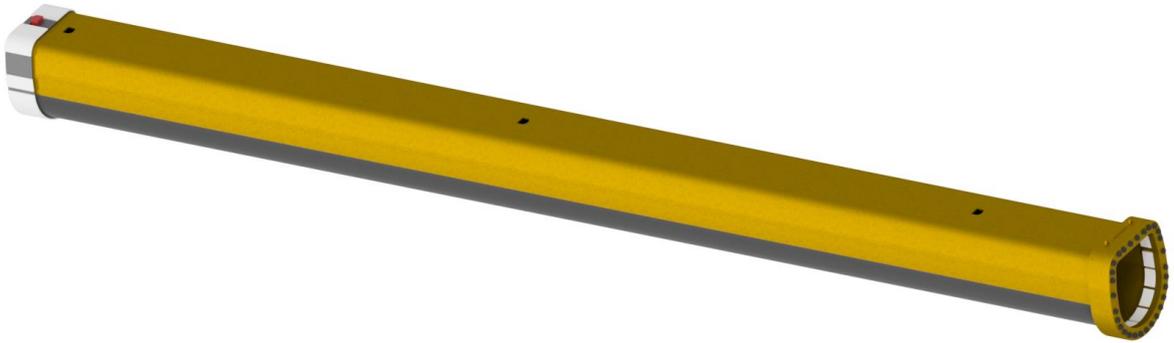


Biblioteca

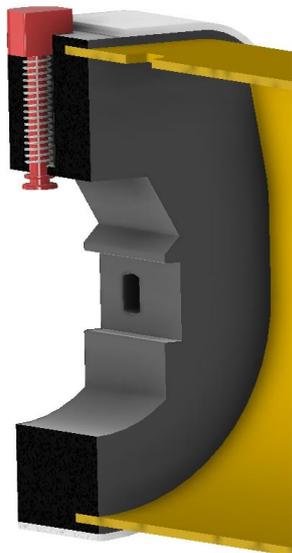
El borde del tramo se encaja en la ranura que recorre todo el contorno de la base del tramo.



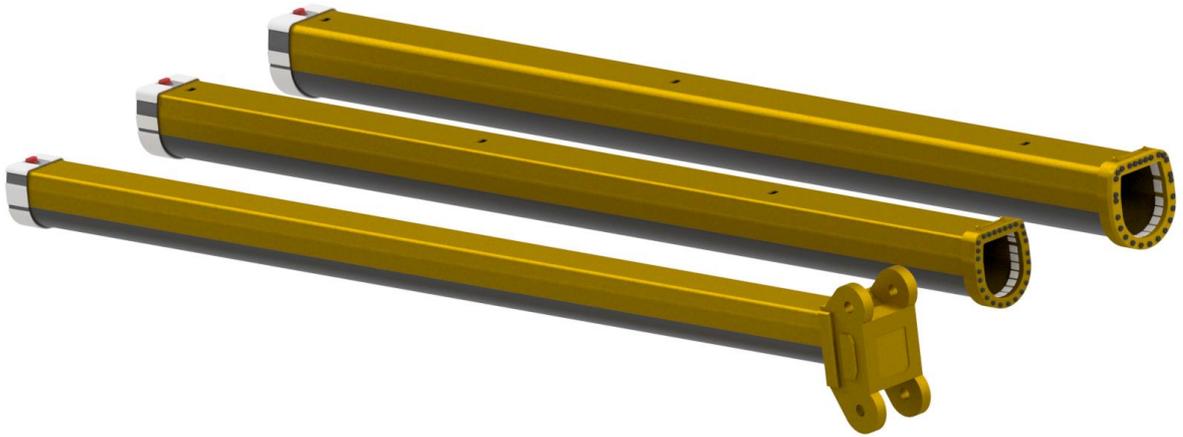
Finalmente, el subensamblaje del segundo tramo quedará:



Una sección del tramo para ver el interior (recortada):



Se procede del mismo modo con el resto de los tramos, obteniendo así el subensamblaje de cada uno:

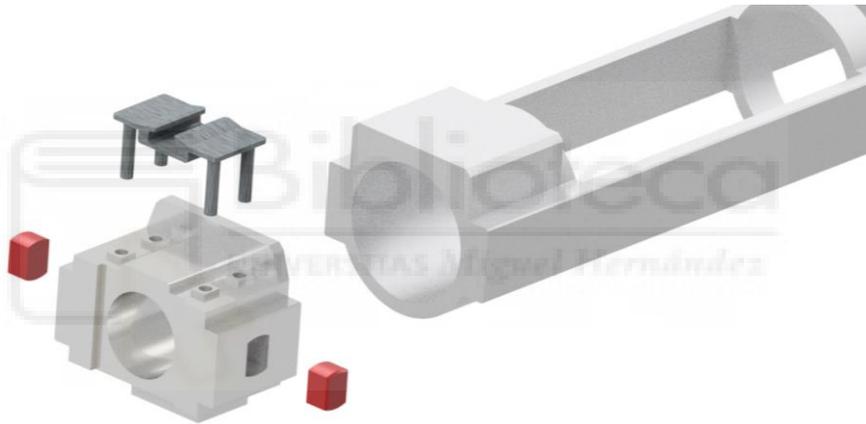


ENSAMBLAJE DEL SISTEMA DE TELESCOPADO

Se comienza ensamblando el cilindro hidráulico interior (camisa y vástago):



Ahora, se podría unir el soporte de la camisa del cilindro al selector de tramos, así como sus correspondientes dos pines laterales de anclaje y la pinza superior:



Añadiendo el soporte del vástago y el propio cilindro se obtiene el sistema de telescopado:

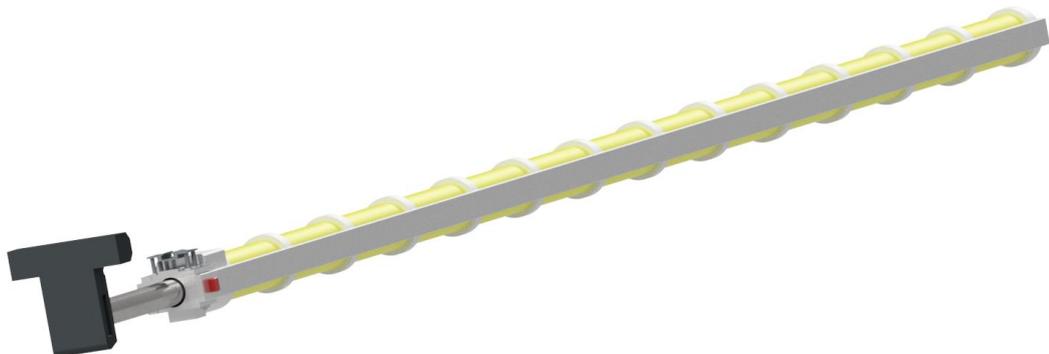
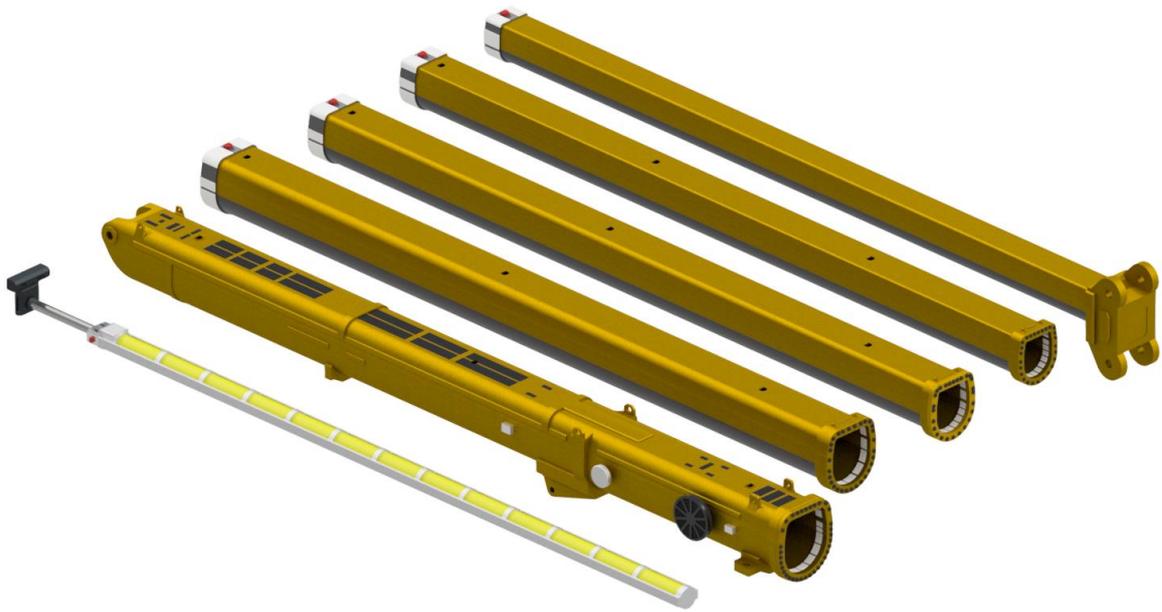




Figura 7.15 Sistema de telescopado modelado y dos reales

Finalmente, se tienen los siguientes subensamblajes:

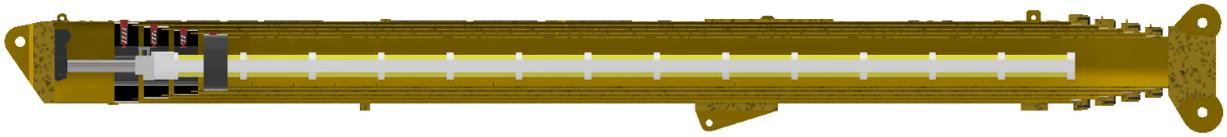


Si se unen se llega al ensamblaje final de la pluma telescópica.



Figura 7.16 Pluma modelada completamente ensamblada

Se incluyen algunas secciones del modelo para poder ver el interior.



En la siguiente imagen se puede observar la disposición de los elementos del sistema de telescopado.

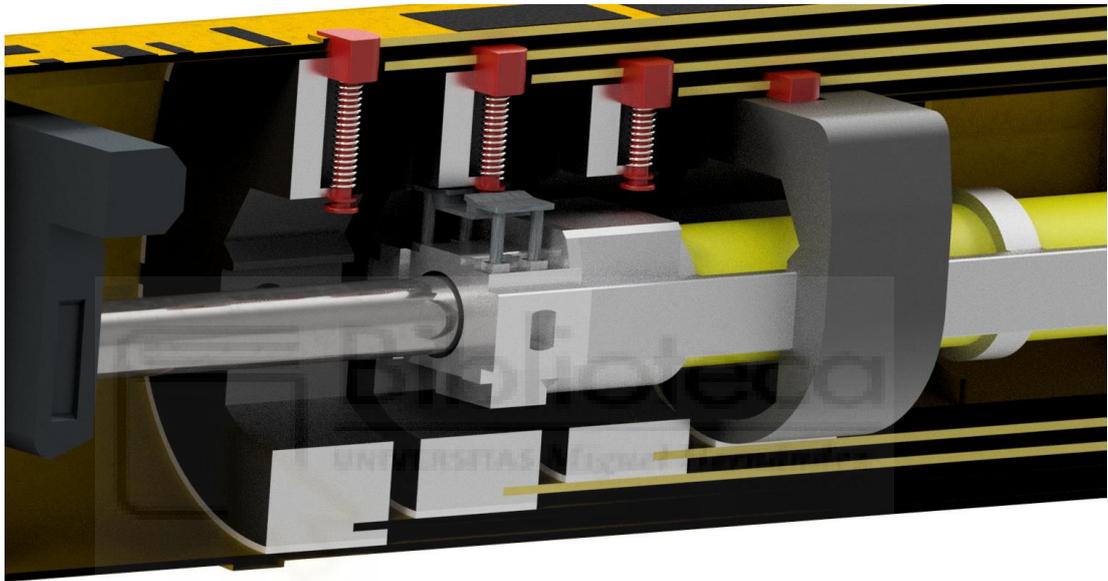


Figura 7.17 Corte interno de la pluma telescópica

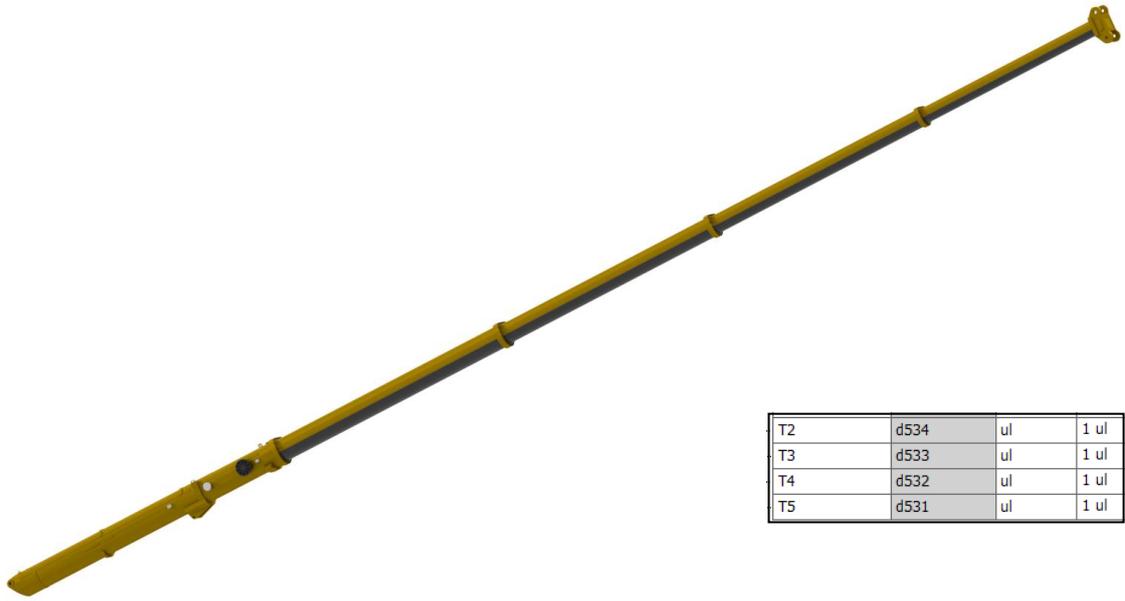
El procedimiento se verá en mayor profundidad en el apartado 0 (Funcionamiento del sistema Telematik).

El ensamblaje de la pluma (Figura 7.16) se ha realizado de forma que las posiciones de los tramos de la pluma se puedan cambiar fácilmente, por lo que se ha parametrizado el despliegue de estos.

User Parameters			
selector	d520, d519	ul	1 ul
T2	d534	ul	1 ul
T3	d533	ul	1 ul
T4	d532	ul	0,5 ul
T5	d531	ul	0 ul

Esto permite cambiar rápidamente entre todas las posiciones, asignando entre 0 (tramo retraído) y 1 (tramo totalmente desplegado).

Se muestran un par de situaciones posibles:



T2	d534	ul	1 ul
T3	d533	ul	1 ul
T4	d532	ul	1 ul
T5	d531	ul	1 ul

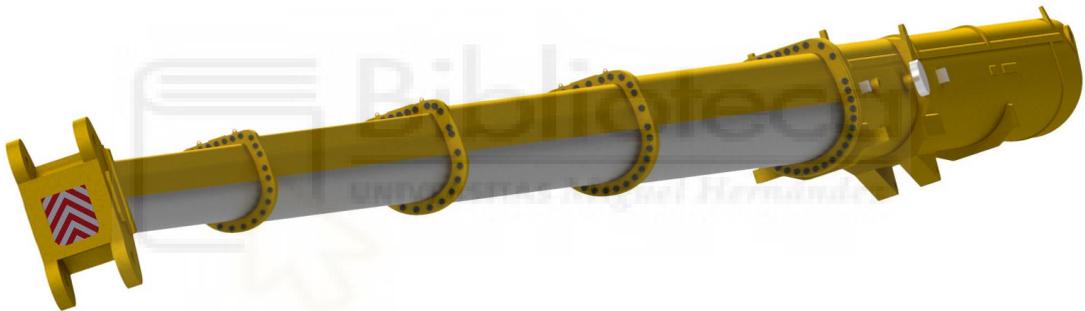


Figura 7.18 Pluma totalmente desplegada

T2	d534	ul	0 ul
T3	d533	ul	0 ul
T4	d532	ul	0 ul
T5	d531	ul	0 ul



Figura 7.16 Pluma totalmente retraída



T2	d534	ul	1 ul
T3	d533	ul	0,5 ul
T4	d532	ul	0,5 ul
T5	d531	ul	0 ul



Figura 7.19 Ensamblaje de la pluma en una posición intermedia



Figura 7.20 Ensamblaje de la pluma con el último tramo desplegado

8 RECÁLCULO DE LA RESISTENCIA DE LA PLUMA

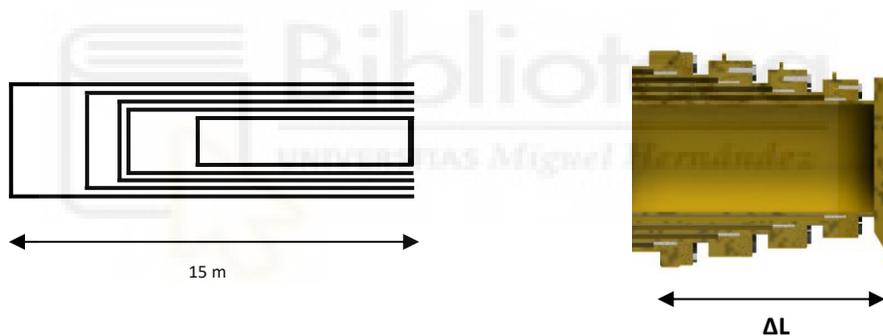
Una vez modela la pluma real, se tienen las siguientes características físicas:

En lo referente a las medidas finales, tomando como referencias el eje de giro (inclinación) de la pluma y el eje de las poleas del extremo final, quedan:

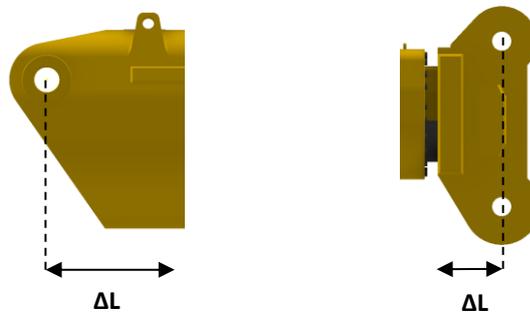
- La longitud total de la pluma totalmente extendida es de **63,1** metros.
- La longitud de la pluma cuando ésta se encuentra totalmente retraída es de **16,7** metros.

Estas dimensiones difieren de las propuestas como punto de partida en el apartado 0, donde se indicaron unas longitudes de referencia de la pluma retraída de 15 metros —coincidiendo con la longitud del tramo 1— y de 60 metros cuando todos los tramos se encontraban desplegados.

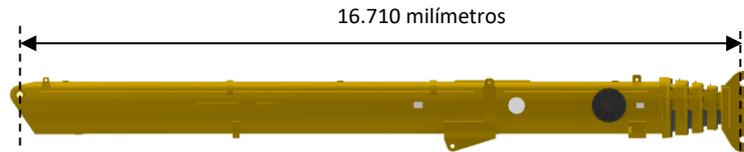
Por ejemplo, se tomó como simplificación para el diagrama del funcionamiento que todos los tramos se resguardan dentro el primero, por lo que sólo se tiene la longitud de éste —15 metros— al tener la pluma plegada (imagen de la izquierda). Sin embargo, en realidad esto no es así (esquema de la derecha) teniendo en la práctica salientes y elementos que imposibilitan lo anterior, como las tapas:



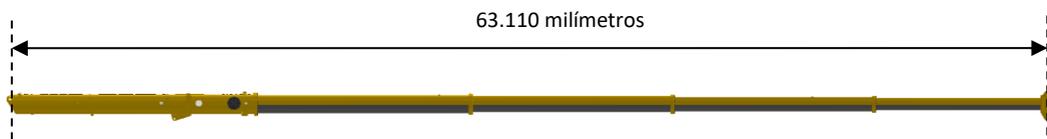
También hay que tener en cuenta los incrementos de longitud que se tienen en los extremos de la pluma, en el eje de apoyo con la superestructura y el de la polea:



Todo lo mencionado aumenta la longitud mínima de la pluma hasta los 16,71 metros mencionados.



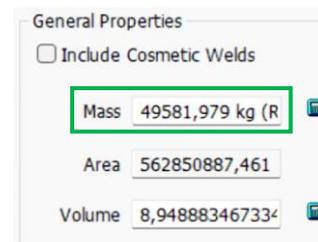
Por su parte, en el caso de tener la pluma totalmente desplegada se tiene igualmente un aumento de longitud, llegando como se ha indicado a los 63,11 metros.



De acuerdo con lo explico en el apartado de modelado, se requirió modificar y corregir las dimensiones de los tramos con la finalidad de que todos los componentes encajen entre sí, permitiendo así el correcto funcionamiento del sistema de telescopado interno.

En lo referente a la masa de la pluma, se consideró en un principio —apartado 5.1.2.1— una masa de partida de 400 kN.

Si se tiene en cuenta el ensamblaje real modelado, el propio software Inventor permite obtener de manera sencilla las características físicas del modelo, entre las que se incluyen la masa real del conjunto.



$$P = 49.582 \text{ kg} = 486,4 \text{ kN}$$

Al haber cambiado las características principales de la pluma —dimensiones y peso— variarán a su vez las tensiones inducidas en la misma, lo que derivará en un coeficiente de seguridad distinto.

Por tanto, resulta necesario rehacer los cálculos de los apartados 5 y 6, empleando en este caso los nuevos datos de longitudes y masa. El proceso analítico, incluyendo hipótesis y simplificaciones, es el mismo que el realizado hasta ahora, por lo que únicamente bastará con sustituir las variables L y P con los nuevos datos.

Como ya se realizó el análisis previo al diseño, encontrando las posiciones y condiciones de operación más desfavorables, directamente se estudiarán dichos casos.

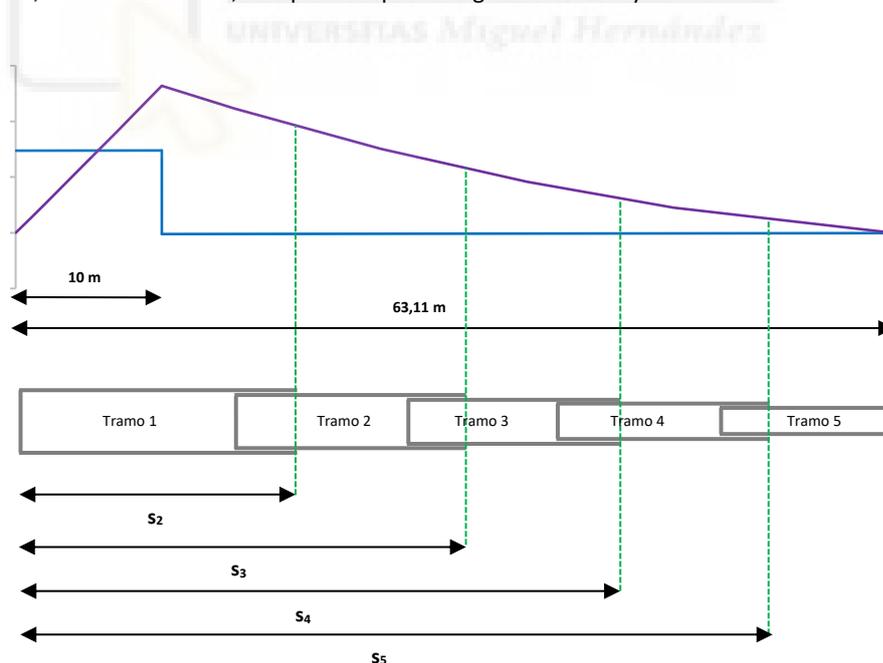
Se demostró que los esfuerzos aumentaban con la longitud de la pluma y disminuían al aumentar la inclinación, lo que daba como resultado que la posición más desfavorable fuera para la de menor inclinación y pluma totalmente extendida. Esto se da para cualquier rango de ángulos y longitudes, por lo que se tenía en el caso propuesto el máximo en 15° (el mínimo de trabajo) y 60 metros (la longitud máxima).

Para el nuevo caso modificado se sigue teniendo el mismo rango de inclinaciones de trabajo (de 15° a 80°). Sin embargo, las longitudes han cambiado, pasando del rango [15–60] a los [16,7–63,1] m. Por ello, siguiendo el mismo criterio del párrafo anterior, la posición más desfavorable será la de pluma inclinada 15° y longitud máxima **63,1** metros (el nuevo valor).

Además, dentro de esa posición se determinó que el punto donde se daban las mayores tensiones se ubicaba en la fibra inferior del segundo tramo, en la sección s donde terminaba el primero, y por tanto el punto a partir del cual sólo se trabaja con la sección del segundo tramo. En el esquema de partida esto se daba los 15 metros del inicio de la pluma, puesto que el primer tramo presentaba esa longitud.

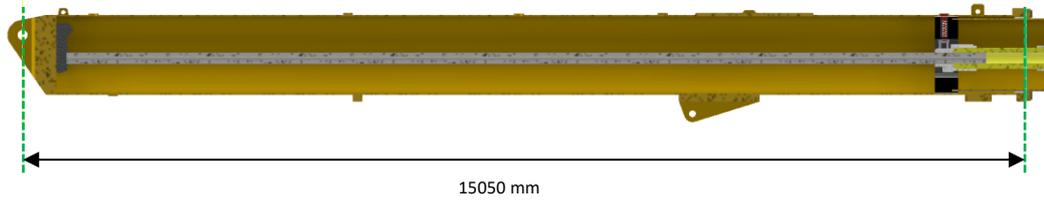
Sin embargo, a modo de comprobación se recalcularán las tensiones a lo largo de toda la pluma, no sólo en dicha sección.

Los máximos esfuerzos se tenían en $s=10$, punto que coincidía con la unión del cilindro con la pluma. En la pluma modelada se ha respetado esa condición, teniendo 10 metros exactos de distancia entre el punto de apoyo de la pluma y la unión con el cilindro, por lo que se tendrá la misma distribución general de los esfuerzos. Variarán los valores de los esfuerzos, además de estirarse horizontalmente la gráfica hasta los nuevos 63,1 metros máximos, aunque la disposición gráfica será muy similar:



Los valores de s indicaban la sección en cada uno de los tramos donde se tenían las mayores tensiones. El haber modificado las longitudes de cada tramo obliga a obtener los nuevos valores de s , no sirviendo los empleados en los cálculos anteriores (a excepción del primero, donde se sigue teniendo el máximo en $s=10$).

De forma sencilla se puede obtener sus valores midiéndolos directamente en el ensamblaje en Inventor, desde el eje de giro de la pluma hasta la cara más externa —incluyendo la tapa— del tramo deseado:



Resulta que $s_2=15,05$ metros. Haciendo lo mismo para el resto de los tramos:



$s_3 = 28,13$ metros

$s_4 = 40,38$ metros

$s_5 = 52,61$ metros

No han variado mucho, aunque hay que utilizar estos valores al ser los correctos.

Al añadir todos estos nuevos valores en la hoja Excel, se obtiene directamente las tensiones normales recalculadas en las nuevas condiciones. En resumen, han variado: las secciones s a comprobar, la longitud máxima total de la pluma y el peso de esta. Se recuerda que se tenía un espesor de 25 mm para los cuatro primeros tramos, dejando el último con los 20 mm iniciales.

L	63,11
Angulo alpha (pluma)	15
Sección s estudiada	10

Tramo 1 espesor 25 mm			
A	0,099447	y sup	0,578
Iz	0,02041684	y inf	0,672

Peso (kN) **486,4**

Tension **528,30** MPa

Se ha asimilado directamente la tensión normal a la tensión de Von Mises. Esto se puede hacer al despreciar las tensiones cortantes, puesto que se vio anteriormente que no tenían influencia sobre los valores máximos de la tensión final, contribuyendo insignificamente en comparación con las tensiones normales. Igualmente son directamente nulas en la fibra donde está realizando el análisis (las extremas):

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

$$\sigma_{vm} = \sigma$$

Se llega a la siguiente tabla, donde se muestran también los nuevos coeficientes de seguridad.

T1 (s=10)	T2 (s=15,05)	T3 (s=28,13)	T4 (s=40,38)	T5 (s=52,61)
528,3 MPa	538,5 MPa	406,7 MPa	275,9 MPa	166,7 MPa
2,08	2,04	2,7	3,98	6,59

Tabla 32 Tensiones máximas y coeficientes de seguridad en la pluma modelada

En comparación con la Tabla 31, se puede ver un aumento en las tensiones máximas, y por consecuencia una disminución de los márgenes de seguridad de la pluma.

Esto resultaba esperable ya que se han aumentado el peso de la pluma un 21,6% y la longitud en un 5,2% con respecto a los supuestos inicialmente, lo que eleva los esfuerzos internos. Al emplear las mismas secciones, esto se ha traducido en un incremento en la tensión máxima del 19,4%, reduciendo el coeficiente seguridad global de la pluma en un 16,4%.

$$CS \approx \mathbf{2,04}$$

Aunque se ha reducido, se continúa superando el valor mínimo aceptado de 1.5–2, por lo que el mecanismo se puede considerar como válido. El segundo tramo sigue siendo el más desfavorable.

8.1 Tabla y diagrama de cargas finales

Una vez definidas las dimensiones y características reales finales de la pluma, se presenta la tabla y el diagrama de cargas de la grúa, donde se puede muestran los valores máximos en función del despliegue e inclinación.

	16,7 m	20 m	25 m	30 m	35 m	40 m	45 m	50 m	55 m	60 m	63,1 m
15°	41	33,7	26,5	21,8	18,6	16,2	14,3	12,8	11,6	10,6	10,1
20°	42,3	34,7	27,3	22,5	19,1	16,6	14,7	13,2	12	10,9	10,4
25°	44	36,1	28,4	23,4	19,9	17,3	15,3	13,7	12,4	11,3	10,8
30°	46,3	37,9	29,8	24,5	20,8	18,1	16	14,4	13	11,9	11,3
35°	49,3	40,3	31,6	26	22,1	19,2	17	15,2	13,8	12,6	12
40°	53,1	43,4	34	27,9	23,7	20,6	18,2	16,3	14,8	13,5	12,8
45°	58,2	47,5	37,1	30,4	25,8	22,4	19,8	17,7	16	14,7	13,9
50°	65	52,8	41,2	33,7	28,6	24,8	21,9	19,6	17,7	16,2	15,4
55°	74,3	60,2	46,7	38,2	32,3	28	24,7	22,1	20	18,2	17,3
60°	87,6	70,6	54,5	44,4	37,5	32,4	28,6	25,5	23,1	21,1	20
65°	108	86,3	66,2	53,7	45,1	38,9	34,3	30,6	27,6	25,1	23,8
70°	142,5	112,4	85,1	68,5	57,3	49,3	43,2	38,5	34,7	31,5	29,9
75°	200	163,2	120,7	95,8	79,4	67,8	59,1	52,4	47,1	42,8	40,5
80°	200	200	200	161,7	131,1	110,2	95	83,5	74,5	67,3	63,4

Tabla 33 Cargas máximas finales (toneladas) en función de la longitud e inclinación de la pluma

Cabe destacar que dichos valores incluyen la propia masa de los ganchos y demás aparejos de elevación empleados en cada operación, por lo que en la práctica las capacidades reales serán ligeramente menores, al tener en cuenta todos esos elementos auxiliares

Como añadido, las cargas indicadas hacen referencia a condiciones de trabajo estándar, donde por ejemplo no se tiene viento ni condiciones meteorológicas adversas. De forma general se puede considerar que el viento no afecta a las operaciones de elevación cuando su velocidad es menor a los 10 km/h, aunque esto dependerá del tamaño de la grúa y de la carga.

En caso de velocidades mayores, los fabricantes suelen incluir tablas y gráficas con valores corregidos (minorados) de las cargas máximas, para seguir manteniendo los niveles de seguridad durante los trabajos, siempre y cuando no se superen los límites operacionales de la grúa.

La velocidad del viento, la superficie expuesta de la carga, así como la forma de la misma (coeficiente de resistencia al viento) modificarán los valores máximos de carga.

En las grúas modernas, los ordenadores de abordaje integrados y diversos sistemas automatizan estas comprobaciones, monitorizando las cargas máximas en tiempo real.

El **diagrama** básico de cargas máximas de la pluma modelada es el siguiente, donde se puede observar el comportamiento de la pluma de una manera más gráfica que en la tabla anterior:

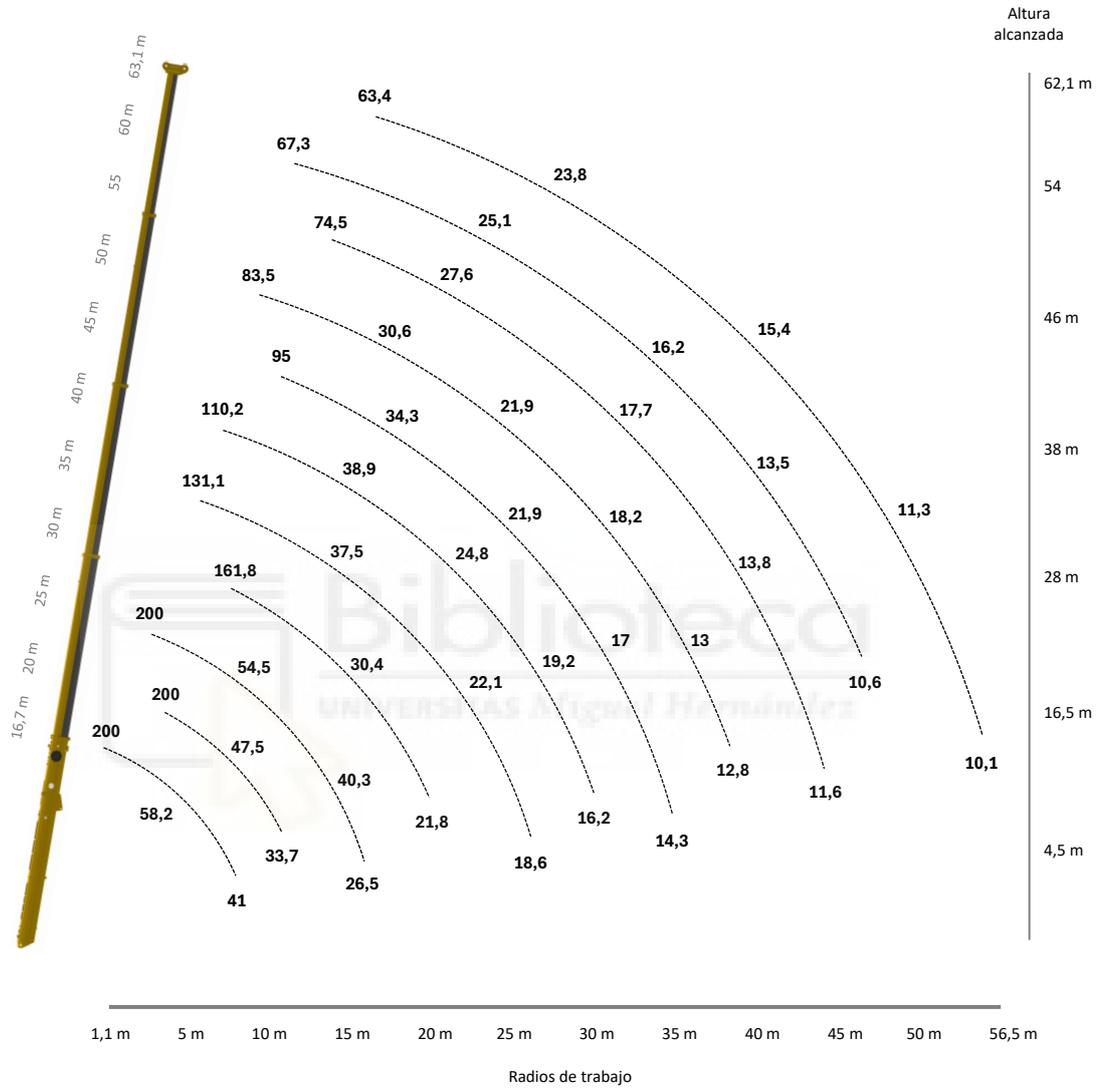


Figura 8.1 Diagrama de cargas (en toneladas) para la pluma modelada

9 SIMULACIÓN POR ORDENADOR

Una vez realizado el modelado y el ensamblado de todas las partes de la pluma, se llevarán a cabo una serie de simulaciones por ordenador, que arrojarán resultados más precisos y reales que los obtenidos en el cálculo analítico de los apartados anteriores.

Para ello se empleará el módulo de **Análisis de Tensión** de Autodesk Inventor Pro 2024®. Se trata de un entorno de simulación por ordenador integrado en el propio programa de modelado, que permite realizar análisis por elementos finitos (FEA).



Aunque sólo permite solucionar problemas lineales y estáticos, en la gran mayoría de las ocasiones esto suele ser suficiente, puesto que muchos problemas cotidianos de la ingeniería se basan en dichas características.

Los análisis lineales son las simulaciones por ordenador más empleadas, debido a su rapidez y simplicidad. Resultan el principal modo de comprobación de resistencia de un elemento, algo fundamental en el proceso de diseño. Estos suponen una gran ayuda la hora de comprobar si un modelo cumplirá con los requisitos para los que fue diseñado, pudiendo realizar las correcciones y mejoras en caso de ser necesario, incluso de antes de pasar a la producción.

En este estudio se utilizará este entorno de simulación con el fin de calcular las tensiones y los coeficientes de seguridad de forma numérica, con más precisión que en el apartado de cálculos analíticos.

El caso estudiado se considerará como un análisis **estático-lineal**, siendo suficiente para el tipo de comprobaciones que se buscan. Además, es el único que permite realizar el programa empleado.

9.1 Características del análisis aplicado

En lo referente a los análisis **estáticos**:

- Tienen en cuenta las cargas estáticas aplicadas a un sistema, obteniendo así resultados de tensiones y deformaciones producidas. Las fuerzas tienen una magnitud y dirección constantes.
- En la aplicación de carga, no se considera el 100% del valor desde el principio, sino que se la aplicación se realiza en pequeños pasos —de forma escalonada— de modo que las posibles fuerzas de inercia y de amortiguación inducidas pueden despreciarse.
- No se tienen en cuenta las fuerzas inerciales consecuencia de la aplicación y variabilidad de la carga.

La idoneidad del análisis estático se puede justificar al suponer movimientos (alzamiento) de la carga muy lentos, con aceleraciones y velocidades despreciables, lo que resultará en fuerzas de inercia inducidas nulas. Además, la carga—producto de la gravedad— será constante, al no variar durante las operaciones de elevación de la grúa (ni en magnitud ni dirección).

A pesar de que las condiciones descritas se toman como suposiciones, en la realidad las grúas, y en especial las de gran tamaño, trabajan de esta forma —a velocidades muy reducidas— por lo que el uso del análisis estático para este estudio resultaría razonable.

En lo referente a los análisis **lineales**:

- En un análisis lineal se supone que las magnitudes físicas involucradas (fuerzas, esfuerzos y deformaciones) varían de manera proporcional. Esto es posible puesto que se considera que la rigidez del elemento estudiado (K) es constante, o lo que es lo mismo, que es independiente de las cargas aplicadas, así como de las deformaciones producidas.
- Bajo esta hipótesis se cumplen los principios de proporcionalidad y superposición, así como que la respuesta estructural del sistema sería la misma, en cualquier caso, con independencia del orden de aplicación de las distintas cargas.
- Por lo general, cuando las condiciones de contorno no varían durante la aplicación de cargas, el material es lineal y los desplazamientos son reducidos, los resultados obtenidos en los análisis lineales son aceptables.

Por regla general, se considera que un análisis lineal es suficiente cuando:

- El material tiene naturaleza lineal y no experimenta comportamientos no lineales. Esto incluye efectos de plasticidad, fluencia o fractura. Principalmente esto ocurre cuando no se supera el límite de elasticidad, o cuando se emplean materiales que presentan un comportamiento físico tal que se tengan una relación tensión–deformación proporcional en todo momento.
- Los desplazamientos y deformaciones son pequeñas, de como máximo entre un 1 y un 5% del total (según varios criterios de distintos autores).

Unificando todo lo anterior, se simplifica en gran medida el comportamiento del sistema, lo que facilita su estudio y reduce la capacidad de computación requerida.

El módulo de Autodesk Inventor de Análisis de Tensiones que se utilizará engloba e incluye en sus procedimientos todas las características descritas de los análisis estático-lineales.

De manera lógica, en el desarrollo comercial de estas máquinas se llevan a cabo todas las simulaciones y comprobaciones posibles, con el fin de agilizar el proceso de diseño y asegurar lo más altos estándares de seguridad y calidad. Esto incluye, entre otros:

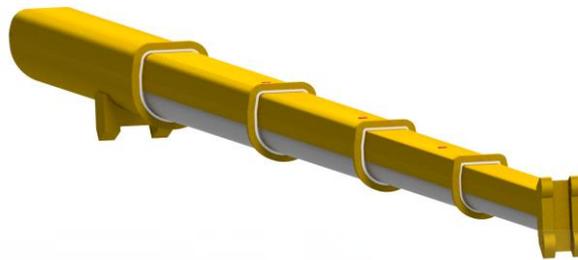
- Análisis no lineales.
- Análisis de fatiga.
- Análisis vibratorios y de modos.
- Análisis dinámicos.
- Análisis de impacto.

9.1.1 Ensamblaje empleado

Aunque en el apartado 7.2 se diseñó el ensamblaje completo de la pluma, con el fin de poder llevar a cabo correctamente las simulaciones por ordenador resulta necesario emplear uno más simplificado, puesto que dicho ensamblaje incluía un gran número de piezas detalladas, lo que derivaba en:

- Una malla muy extensa, formada por varios de millones de elementos, debido al detalle de las piezas.
- Una red de contactos entre las piezas muy compleja, fruto del gran número de piezas presentes.

Todo ello derivaba en numerosos errores durante la ejecución, además de tiempos de simulación muy grandes. Esto es consecuencia de la limitación del ordenador utilizado. Por ello, se tiene el siguiente ensamblaje de la pluma, donde se han simplificado las piezas (en número y detalle):



La geometría básica y las dimensiones de las piezas son iguales a las propuestas en el apartado 7.1. El grosor de las paredes de los tramos sigue siendo modificable.



Figura 9.1 Piezas y ensamblaje simplificados para la simulación

Como consecuencia, se reducirá en gran medida la carga de cálculo del programa, derivando en menos errores y tiempos de ejecución. Además, como únicamente se emplean e intervienen los elementos puramente estructurales (tramos, la base de cada uno y las pastillas de deslizamiento) los resultados serán más cercanos y similares a los obtenidos en el estudio analítico.

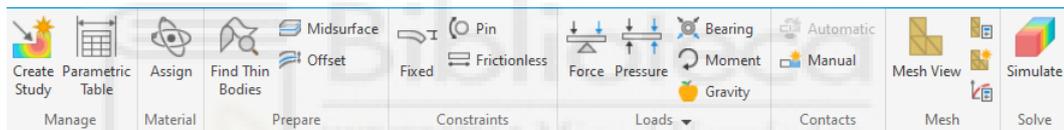
Los materiales empleados serán únicamente tres: el acero S1100Q de los tramos, un acero más genérico para el resto de las piezas metálicas y un polímero tipo nylon para las pastillas de deslizamiento. El resto de propiedades son las incluidas por defecto en la biblioteca de materiales.

Strength	Strength	Strength
Yield Strength: 1100,000 MPa	Yield Strength: 400,000 MPa	Yield Strength: 87,500 MPa
Tensile Strength: 1500,000 MPa	Tensile Strength: 680,000 MPa	Tensile Strength: 110,000 MPa

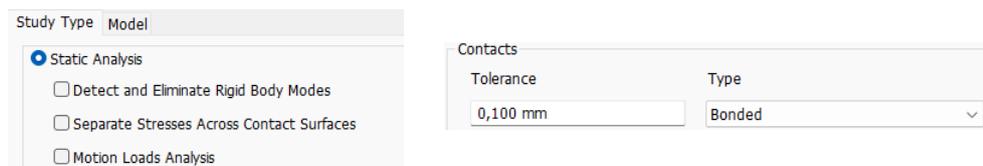
A continuación, se procederá con las simulaciones partiendo del espesor determinado en los cálculos analíticos, que fueron de 25 milímetros para los cuatro primeros tramos y de 20 mm para el quinto. En caso de ser necesario, se repetirá el proceso para distintos grosores de tramo, hasta llegar a unos resultados que se puedan considerar válidos.

9.1.2 Configuración del módulo Análisis de Tensiones

Una vez se entra al módulo, dentro del propio Inventor, se tiene la siguiente barra de herramientas, donde se incluyen todas las funciones del programa.



Lo primero sería crear el análisis que se va a llevar, seleccionando el tipo —en este caso *análisis estático*—, además del tipo de contacto general que habrá entre todas las piezas (en caso necesario, se podrá modificar de forma independiente para cada pieza posteriormente).



Para la simulación se escogerá el tipo *bonded* (*contacto unido* en español). Esto significará que las distintas piezas, una vez correctamente restringidas y ensambladas, se comportarán como si estuviesen totalmente unidas entre sí, de tal forma que no haya movimiento relativo entre ellas.

Esto reduce drásticamente los tiempos de simulación, puesto que en el caso de suponer movimiento y/o deslizamiento entre las piezas se añade una gran carga de trabajo, al tener que recalcular las interacciones (movimientos relativos y si hay contacto o no) en cada iteración.

El término tolerancia hace referencia al valor máximo de la distancia entre las caras o aristas de las piezas para que el programa considere posteriormente los contactos. Se deja el valor sugerido.

Llegado a este punto, se incluye un breve resumen de qué se necesita para poder llevar a cabo una simulación como la sugerida:

- **Piezas a analizar**

En este caso sería el ensamblaje de la pluma simplificado (Figura 9.1), que se ha cargado en el entorno de simulación. También se definen los materiales de todas las piezas, con sus características físicas.

- **Definir los contactos**

Al tratarse de un ensamblaje con distintas piezas, hay que considerar el tipo de unión entre ellas. Como ya se ha señalado, el tipo seleccionado es un contacto fijo —sin movimiento relativo— lo que simplifica enormemente las operaciones a realizar.

El programa determina automáticamente los contactos entre las piezas.

- **Restricciones**

Son las condiciones de contorno de la pieza/ensamblaje a analizar, indicando cómo el modelo está soportado y restringido en su movimiento, limitando los grados de libertad. Sin definir, el modelo estaría *flotando* en el espacio.

- **Cargas aplicadas**

Ya sean fuerzas puntuales, presiones, momentos, gravedad, etc.

- **Generación de la malla**

Se sustituye el modelo por una malla, formada por una red tridimensional que representa la geometría completa que se está analizando.

Los bloques en los que se dividirá el modelo —triángulos o tetraédros— se denominan **elementos** de la malla, mientras que los puntos en los que se conectan los elementos entre sí son los **nodos**. Estos suponen las coordenadas específicas donde se calculan las propiedades físicas buscadas.

Como resulta lógico, a mayor densidad de malla se tendrá un mayor número de nodos (cientos de miles, millones, etc.) aunque se requerirá mayor capacidad de computación y tiempo para ejecutar las simulaciones.

9.2 Análisis con espesor 25 milímetros

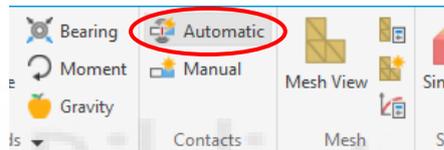
Se llevarán a cabo las simulaciones del ensamblaje de la Figura 9.1, que presentaba un espesor de la pared de los tramos de 25 milímetros, a excepción de los 20 mm para el último.

La posición principal de estudio será la de pluma totalmente desplegada con mínima inclinación, que como ya se vio en apartados anteriores es la más desfavorable, por lo que directamente se simulará esta.

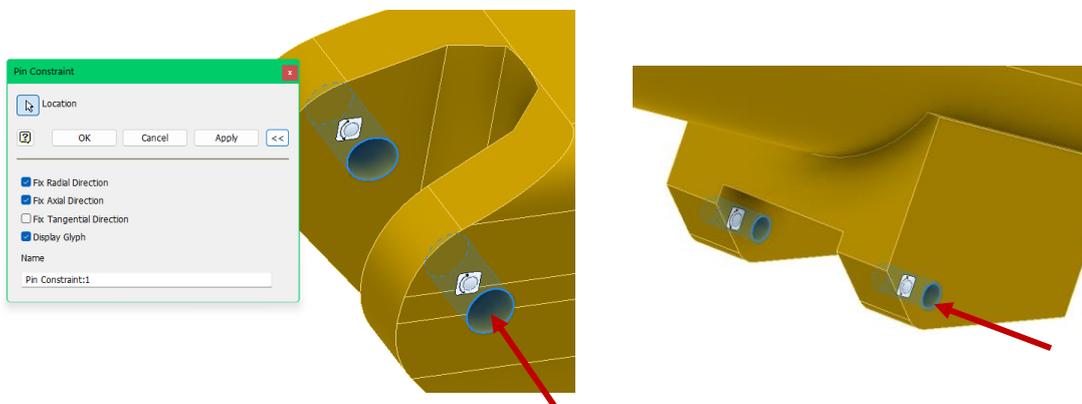
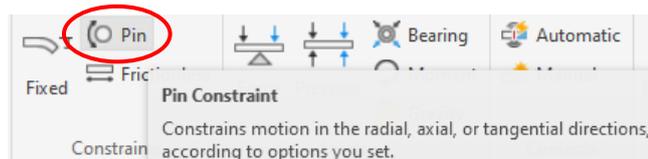
9.2.1 Pasos y configuración previa

Se seguirán los pasos indicados en la página anterior.

Empezando por los **contactos**, ya se mencionó el hecho de que el programa los detectaba e introducía automáticamente, pudiendo modificar a posteriori alguno en concreto en caso de ser necesario.



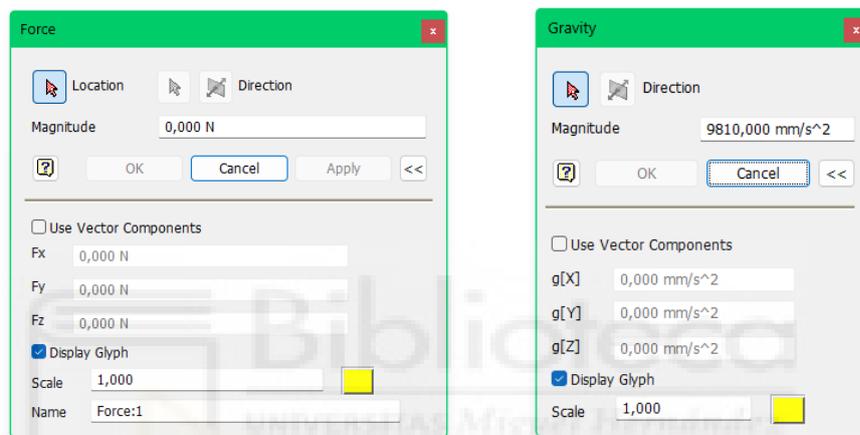
Pasando a las **restricciones externas**, se tienen dos de ellas, ambas basadas en dos pasadores (*Pin*): la de la basculación de la pluma (en extremo) y la del cilindro. Ambas restringirán y limitarán el movimiento de la pluma. El modo de introducirlas en el programa es el siguiente:



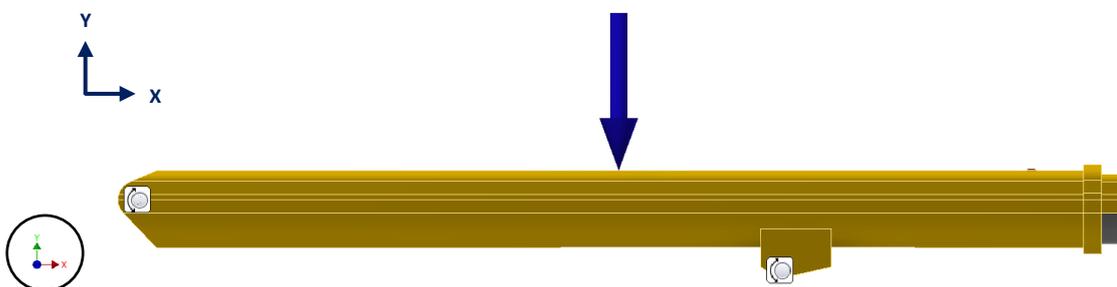
Pasando ahora las **cargas**, se considerarán dos: la **gravedad** y el peso de la **carga** aplicada en el extremo libre de la pluma.



Los menús de cada uno son muy parecidos, seleccionado el elemento (cara, pieza, arista, etc.) donde se aplique la fuerza, introduciendo a su vez el módulo. En el caso de la gravedad el programa automáticamente aplica dicho valor a todas las piezas.

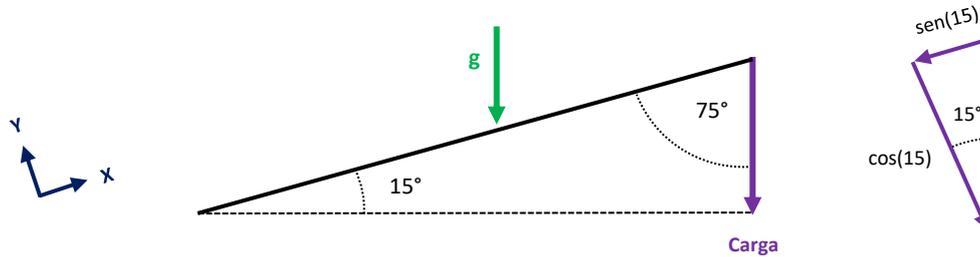


Algo muy importante a tener en cuenta es que hay que adecuar la dirección de los vectores de ambas fuerzas, con respecto al sistema de coordenadas del programa (que es fijo, como la pluma).

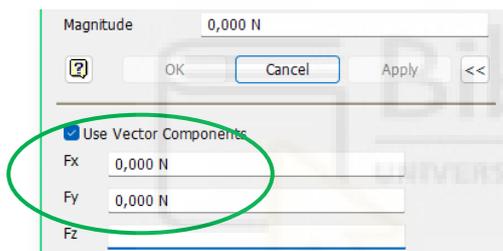


Para emular las distintas condiciones de inclinación de la pluma se jugará con la descomposición de dichos vectores, simulando así el ángulo de la misma.

Por ejemplo, en la posición estudiada de inclinación (15°, mínima) hay que descomponer ambos vectores con respecto al sistema de referencia de la pluma:



Por tanto, la descomposición en este caso se basará en multiplicar por un factor $\sin(15^\circ)$ la carga para el eje X, y por $\cos(15^\circ)$ para el eje Y, ambos con signo (sentido) negativos.

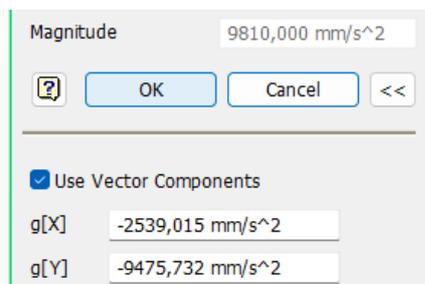


En resumen, en las componentes señaladas se aplicarán los coeficientes calculados, según el ángulo de la pluma con la que se trabaje.

Esto es tanto para la carga de la grúa como para la gravedad. De esta forma se simula que las fuerzas sean siempre perpendiculares al suelo.

La gravedad quedará:

$$\begin{cases} F_x = -9810 \text{ mm/s}^2 \cdot \sin(15) = -2539 \text{ mm/s}^2 \\ F_y = -9810 \text{ mm/s}^2 \cdot \cos(15) = -9475,7 \text{ mm/s}^2 \end{cases}$$



Pasando a la carga aplicada, se calcula su valor máximo según la expresión general vista en los cálculos analíticos, particularizándola para la inclinación y la longitud de esta posición:

Aplicando la expresión (5.2)

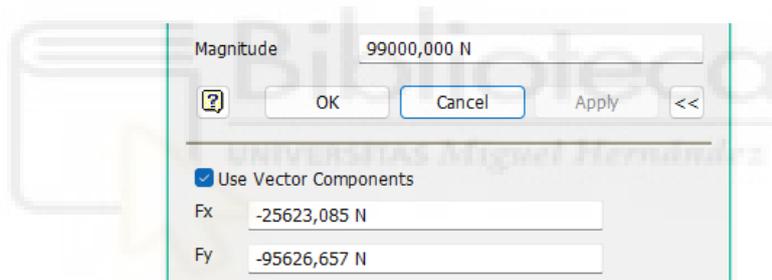
$$C(\alpha, L) = \frac{600}{63,11 \cdot \cos(15) - 1,5} = 10,09 \text{ t}$$

Así, la carga a aplicar en este caso será de 98.991 newtons.

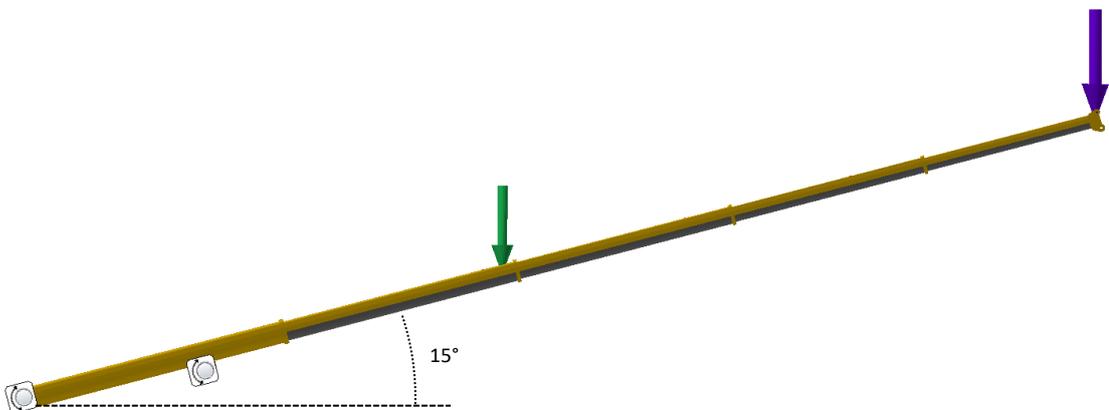
$$C \approx 99 \text{ kN}$$

Al igual que con la gravedad, se descompone ese valor para emular la inclinación de la pluma. Para separar la fuerza en sus dos componentes (ejes X e Y) se aplican los coeficientes $[-\sin(15^\circ)]$ y $[-\cos(15^\circ)]$, respectivamente:

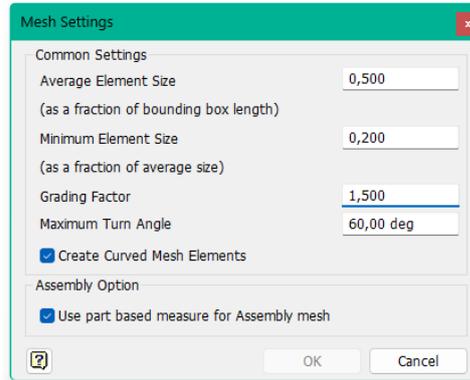
$$\begin{cases} F_x = -99.000 \text{ N} \cdot \sin(15) = -25.623 \text{ N} \\ F_y = -99.000 \text{ N} \cdot \cos(15) = -95.626,6 \text{ N} \end{cases}$$



Se obtiene así el siguiente esquema de cargas, donde se puede apreciar la correcta disposición de estas, direccionadas perpendicularmente hacia el suelo:



Por último, se genera la **mall**a:



Abriendo el menú de generación de la mall

a se puede personalizar algunos parámetros, como el tamaño medio de los elementos, así como su tamaño medio; el ángulo máximo entre las aristas de cada uno de ellos, la uniformidad general de la malla, la posibilidad de generar elementos curvos, etc.

Empleando los valores indicados por defecto se crea la siguiente mall

a:

Figura 9.2 Mall

a generada para la simulación ($e=25$ mm)

Esta primera mall

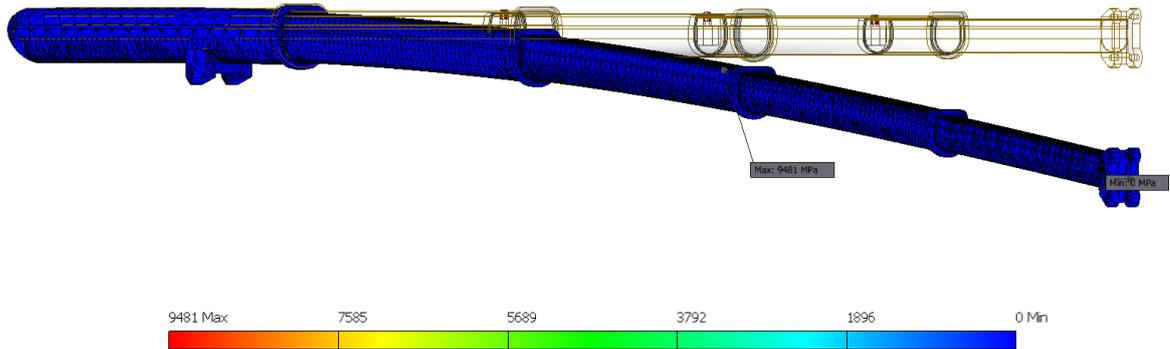
a generada para la simulación tiene 196.489 elementos, unidos por 95.430 nodos.

9.2.2 Simulación

Finalmente, se puede ejecutar la simulación.



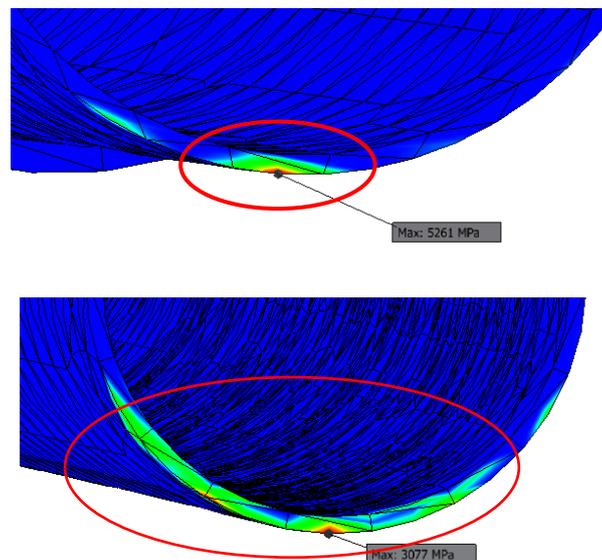
En este primer análisis, con el ensamblaje propuesto y espesor de pared 25 milímetros:

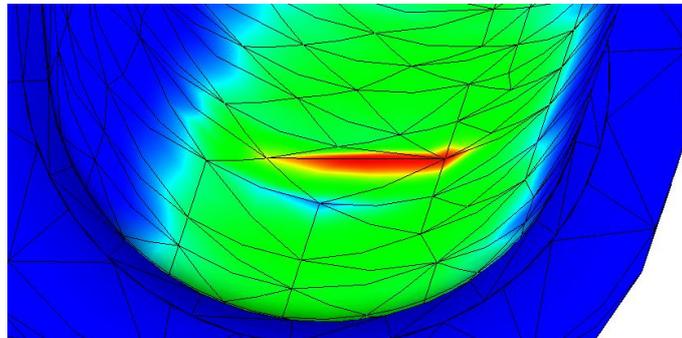
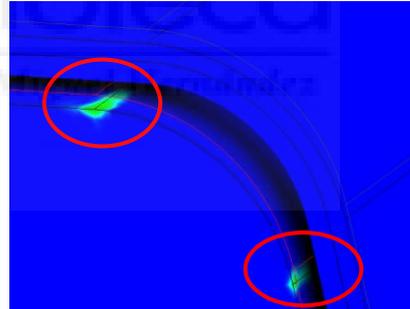
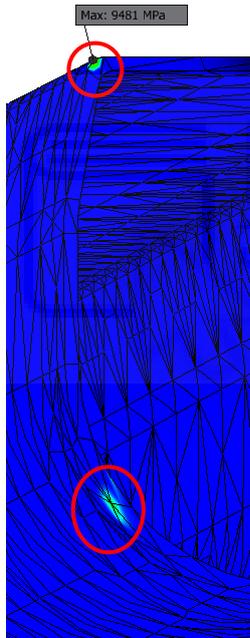
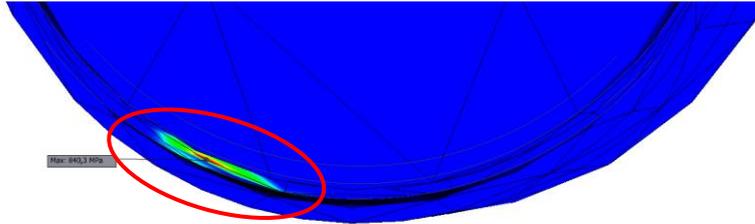
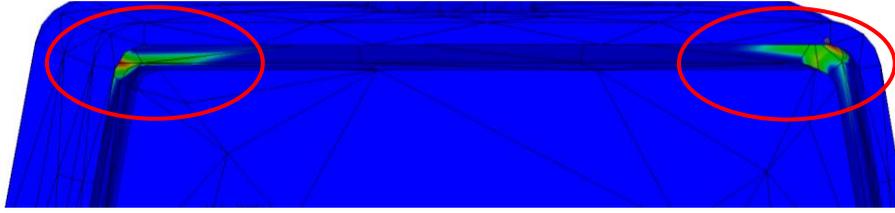


Se obtiene un resultado que no es el esperado, ya que no se puede observar correctamente la distribución de las tensiones en la pluma debido a la presencia de zonas y puntos con tensiones de valor pico extremadamente altos, de casi 9.500 MPa.

Dichos puntos corresponden con **concentradores de tensión**, siendo éstos áreas del material donde se acumulan y amplifican las tensiones aplicadas, fruto de la propia geometría de la pieza analizada, así como con la presencia de discontinuidades o defectos.

En el ensamblaje propuesto se tienen distintos concentradores de tensión:





9.2.3 Correcciones a aplicar

Evidentemente, la presencia de tensiones tan altas provoca que la simulación sea inválida. Estos concentradores de tensiones, que muchas veces son producto de errores de ejecución del propio programa, pueden intentar evitarse mediante, por ejemplo:

- Optimizando y mejorando los puntos donde se producen. Esto implica el rediseño parcial o total de las piezas afectadas. El suavizado, redondeo de esquinas o la creación de chaflanes reducen dichas áreas críticas, minimizando la concentración de esfuerzos.
- Refinando la malla.

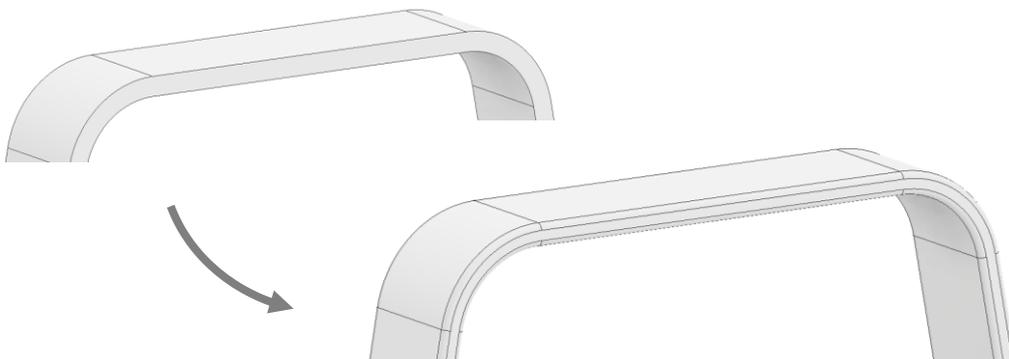
Se llevarán a cabo las dos correcciones.

Optimizado de las piezas

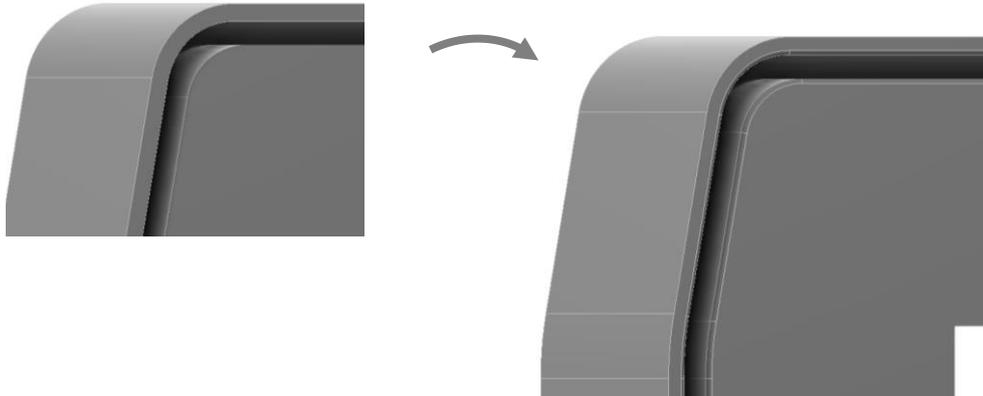
Se redondean todos los perfiles de la cara inicial de cada tramo:



Se hace lo mismo con los perfiles de los elementos de deslizamiento:



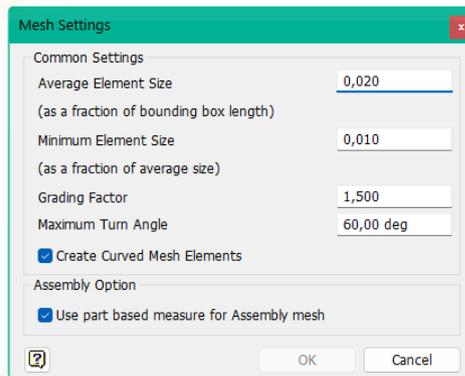
Además de la cara interna de las bases, en los bordes de la ranura donde se insertará cada tramo:



Se consigue así suavizar las principales zonas donde se encontraban los puntos de concentración de tensiones de la primera simulación.

Refinado de la malla

Se generará una nueva, con un tamaño de elemento más pequeño, ajustándose mejor al modelo.



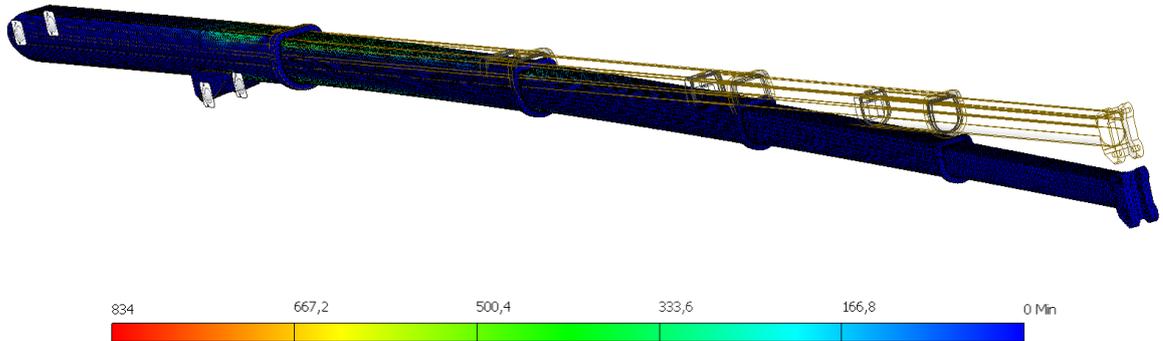
Los nuevos parámetros empleados son:

- El tamaño medio de los elementos se ha reducido a 0.02, lo que permitirá tener una malla muy fina.
- El tamaño mínimo de los elementos se ha establecido al mínimo posible de 0,01.

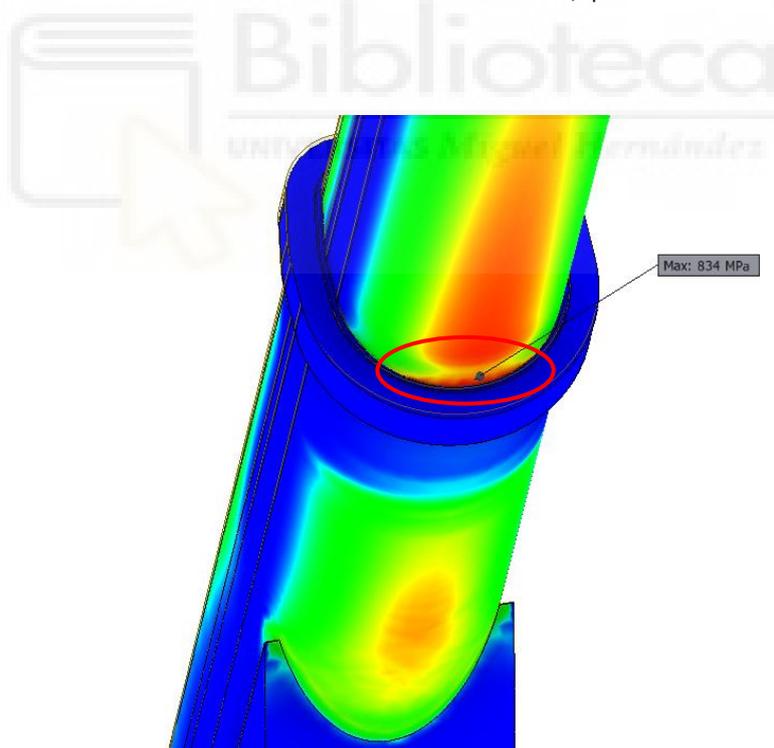
La nueva malla, mejorada en comparación con la primera, se encuentra esta vez conformada por 3.087.709 elementos, unidos mediante 1.935.846 nodos.

9.2.4 Nueva simulación

Después de corregir varios errores y minimizar los picos de tensión, ejecutando de nuevo la simulación se llegan a los siguientes resultados:



Se tiene una tensión —Von Mises— máxima de **834 MPa**, que ocurre en la zona señalada



Se incluyen algunas imágenes donde se muestra la distribución del resto de las tensiones en la totalidad de la pluma:

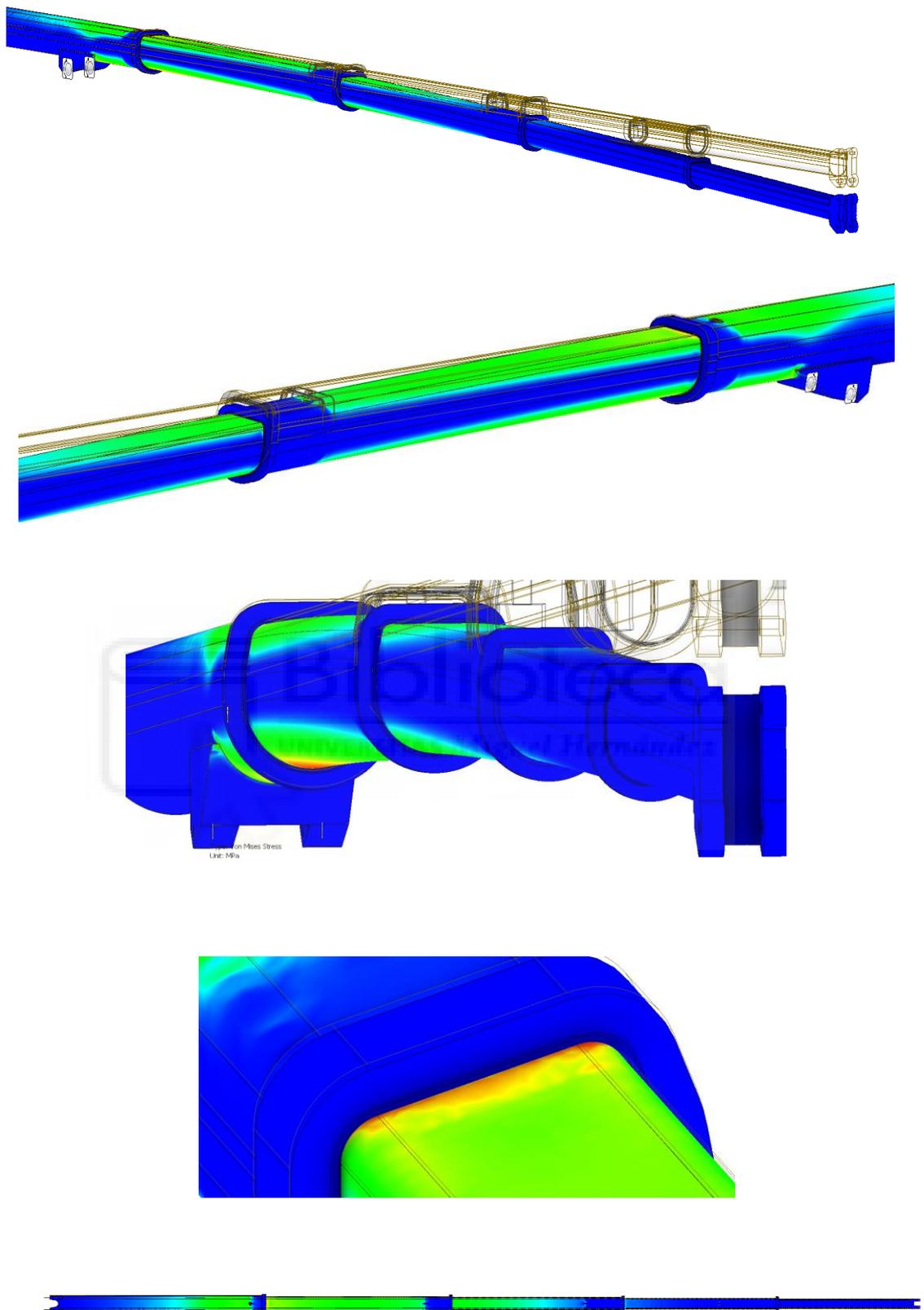
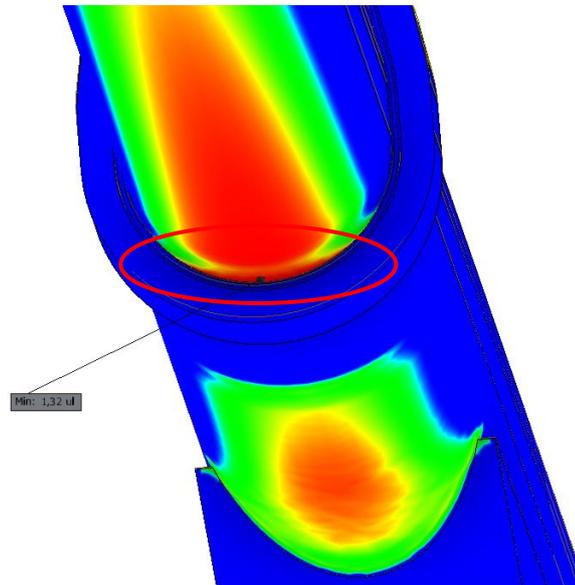


Figura 9.3 Imágenes con los resultados de la simulación con espesor 25 mm

Si se muestra ahora el coeficiente de seguridad, se tiene un mínimo de **1,32** en el mismo punto:



Examinando las imágenes de la página interior, se tiene una distribución de las tensiones tal y como se esperaba, muy similares a los resultados analíticos obtenidos en los apartados anteriores.

Los máximos se dan en la parte inferior de los primeros tramos, en concreto en el principio del segundo, teniendo también valores altos en la parte final del primero, alrededor de la zona donde se apoya el cilindro hidráulico de elevación.

Del mismo modo, se obtienen picos de tensión en las zonas límites que unen los tramos, especialmente en el caso de los dos primeros (donde se tiene el máximo según el programa).

Como resulta lógico, las tensiones van disminuyendo conforme se acercan al extremo de la pluma.

Todo lo anterior fue mencionado y desarrollado en el apartado de cálculos analíticos, por lo que se confirma la validez de estos.

El coeficiente de seguridad devuelto por el programa es de 1.32, obtenido sobre el material ubicado en la zona cercana al límite inferior entre dos primeros tramos. En el apartado 8 se calculó un coeficiente de seguridad —medido en un punto ubicado en la misma zona— de 2.04, algo razonable al haber sido un valor obtenido analíticamente, basado en numerosas suposiciones e hipótesis.

Por su parte, si desea —como se desarrolló en 6.2— un coeficiente de seguridad de como mínimo 1.5 o 2, el valor de 1.32 no sería válido.

Este se incrementará siguiendo el mismo procedimiento usado previamente: aumentando el grosor de las paredes (e) de los tramos.

9.3 Análisis con espesor 30 milímetros

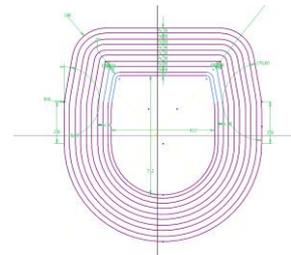
9.3.1 Cambio de espesor

Se llevará a cabo la misma simulación con el mismo ensamble, aunque ajustando el grosor de la pared de los tramos de los 25 anteriores a 30 milímetros. El último tramo seguirá teniendo un espesor de 20 mm al no ser necesario el aumento.

Las piezas se diseñaron con sus dimensiones parametrizadas, por lo que el cambio de espesor se hará de forma automática. Simplemente hay que cambiar la dimensión desde la pestaña de Parámetros:



Jser Parameters			
es	d39, d38, d...	mm	30 mm
sep	d28, d26, d...	mm	36 mm

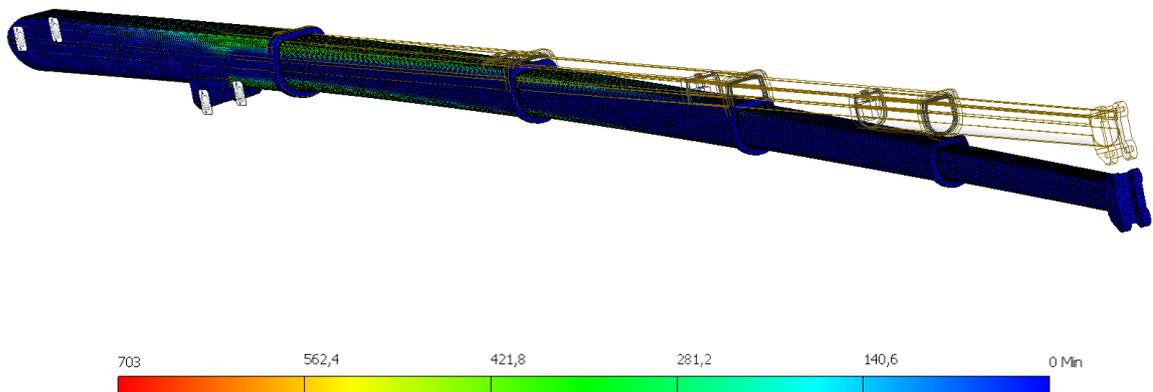


Pasar de 25 a 30 milímetros de espesor suponen un aumento (de media) aproximado del 24% del área (material) disponible y de un 32% en el momento de inercia de la sección (I_z).

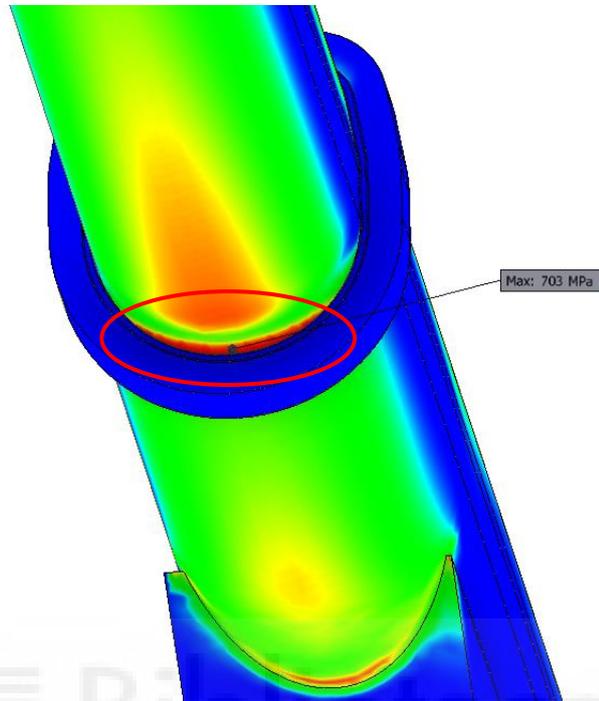


9.3.2 Simulación

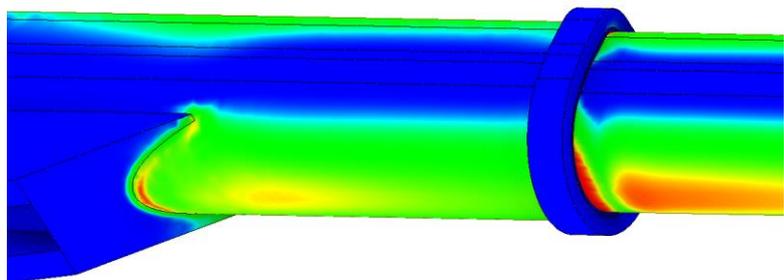
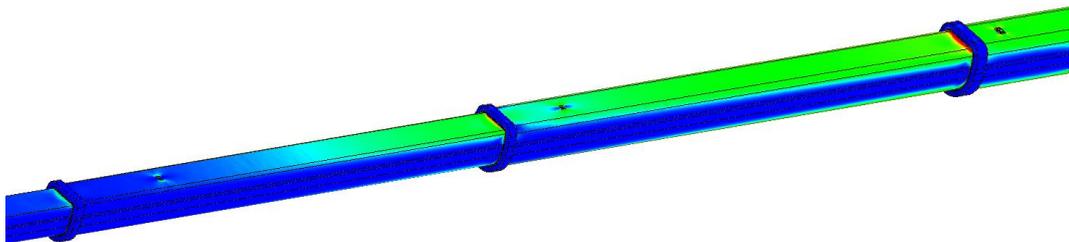
Al ejecutar simulación en el programa con el nuevo ensamblaje modificado:



Donde la nueva tensión de Von Mises máxima calculada por el software es de **703 MPa**.



Se incluyen también las siguientes imágenes:



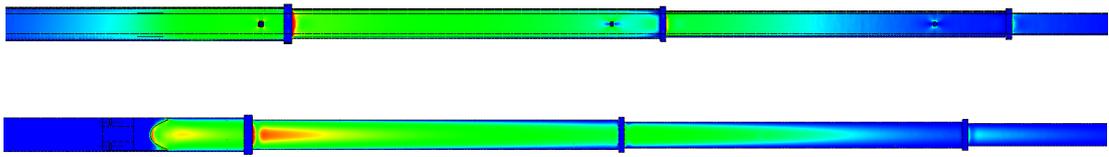
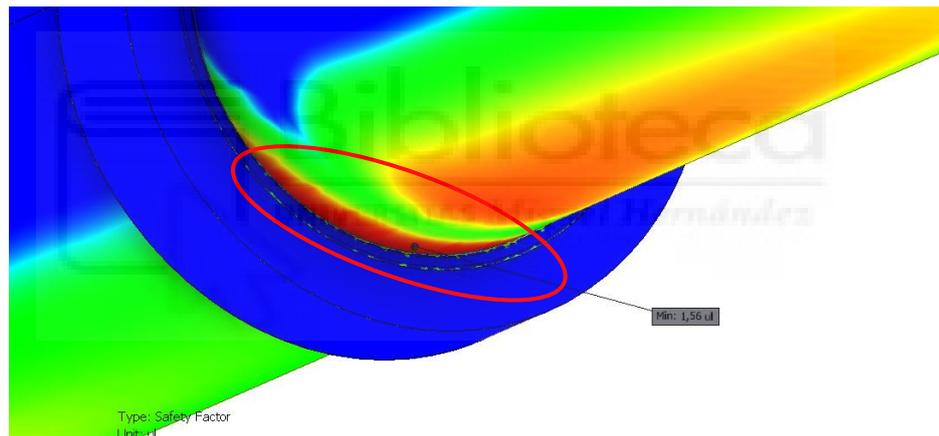


Figura 9.4 Imágenes con los resultados de la simulación con espesor 30 mm

El **coeficiente de seguridad** mínimo encontrado por el programa será:



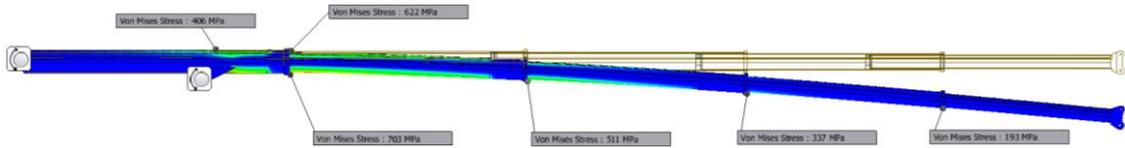
Se ha conseguido un ligero aumento, alcanzando el valor de **1,56**.

La distribución de esfuerzos es muy similar al anterior, donde sólo se tiene una ligera disminución de las tensiones debido a la mayor cantidad de material (en forma de área e inercia) en la cual repartir los esfuerzos.

La mayor tensión se da también en la parte inferior del segundo tramo, concretamente en la zona ubicada justo en el límite con el primer tramo, tal y como ocurría con las comprobaciones analíticas,

9.4 Resultados de las simulaciones y comparación

A partir de la simulación se puede obtener las tensiones en cualquier punto deseado. Si se seleccionan los mismos que se estudiaron en los cálculos analíticos (las fibras de los límites entre los tramos) se llega a los siguientes valores:



T1	T2	T3	T4	T5 (20 mm)
406 MPa	703 MPa	511 MPa	337 MPa	193 MPa
2,71	1,56	2,15	3,26	5,6

Tabla 34 Tensiones máximas y coeficientes de seguridad simulados (30 mm)

Para comparar los resultados de la simulación con los obtenidos de forma analítica, se recalculará de nuevo la Tabla 32, particularizándola para un espesor de los tramos de 30 milímetros (excepto el último que seguía con los 20 mm).

L	63,11
Angulo alpha (pluma)	15
Sección s estudiada	10

Tramo 1 espesor 30 mm			
A	0,121934	y sup	0,591
Iz	0,02609639	y inf	0,689

Peso (kN) **486,4**

Tension **423,98** MPa

T1 (s=10)	T2 (s=15,05)	T3 (s=28,13)	T4 (s=40,38)	T5 (s=52,61)
424 MPa	435,8 MPa	336 MPa	233,6 MPa	166,7 MPa
2,6	2,52	3,27	4,7	6,59

Tabla 35 Tensiones máximas y coeficientes de seguridad calculados (30 mm)

Si se unifican ambas tablas se llega a:

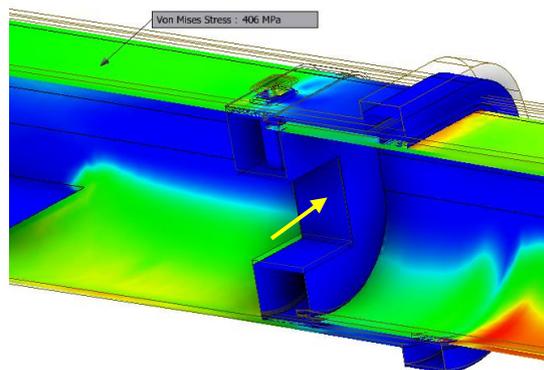
	Tramo 1	Tramo 2	Tramo 3	Tramo 4	Tramo 5
Cálculos analíticos	424 MPa	435,8 MPa	336 MPa	233,6 MPa	166,7 MPa
	2,6	2,52	3,27	4,7	6,59
Simulaciones ordenador	406 MPa	703 MPa	511 MPa	337 MPa	193 MPa
	2,71	1,56	2,15	3,26	5,6

Tabla 36 Tensiones máximas y coeficientes de seguridad en la pluma

Naturalmente, comparando ambos tipos de análisis se tienen unos menores coeficientes de seguridad en el caso de la simulación, aunque —como apunte— no se tiene una diferencia tan acentuada como se esperaría en un principio.

De media los coeficientes de seguridad en la pluma son un 70% más ajustados en las simulaciones con respecto a los cálculos analíticos.

Algo que llama la atención es lo ocurrido en el primer tramo, donde se obtienen tensiones ligeramente más elevadas en el caso del cálculo analítico (424 en contra de los 406 MPa), algo que a priori no sería coherente.



Una posible justificación radica en el hecho de que en la simulación se tiene en cuenta también la base de los tramos, como se observa en la imagen. Este elemento aportará una gran rigidez en esa zona de la pluma, contribuyendo a la resistencia general y absorbiendo parte de los esfuerzos, derivando en una tensión más baja. En el cálculo analítico sólo se contabilizaba estructuralmente la sección del tramo.

En cuanto al resto de valores, en ambos análisis se tienen un comportamiento de acuerdo lo esperado.

Como ya se desarrolló, por lo general las simulaciones por ordenador siempre arrojarán valores más conservadores, debido a que el cálculo numérico realizado por el programa se ajusta mucho más a la realidad, incluyendo planteamientos y formulaciones mucho más complejas que el cálculo puramente manual, del cual se suele partir de numerosas idealizaciones e hipótesis simplificadoras.

A pesar de ello, conviene señalar que la herramienta empleada se trata en realidad de un entorno dentro de un software de modelado y diseño, no tratándose de un programa especializado para simulaciones por ordenador. Esto deriva en que se tenían funcionalidades muy básicas, pudiendo obtener por tanto unos resultados muy elementales.

En caso de usar un programa especializado en análisis de elementos finitos (FEA) se podrían haber llevado a cabo otros tipos de simulaciones (no lineales, pandeo, vibratorios, etc.) lo que habría supuesto obtener unos valores aún más reducidos.

Con todo ello, para el trabajo propuesto, el análisis numérico no lineal-estático expuesto resulta suficiente.

En conclusión, el coeficiente de seguridad global de la pluma será de:

$$CS \approx 1.56$$

Es un valor mayor a la unidad, por lo que teóricamente la pluma sería estructuralmente válida.

El espesor se dejó en 30 milímetros puesto que, según lo visto en la web del fabricante del acero empleado, ese es el grosor máximo con el cuál se producen las planchas del material.

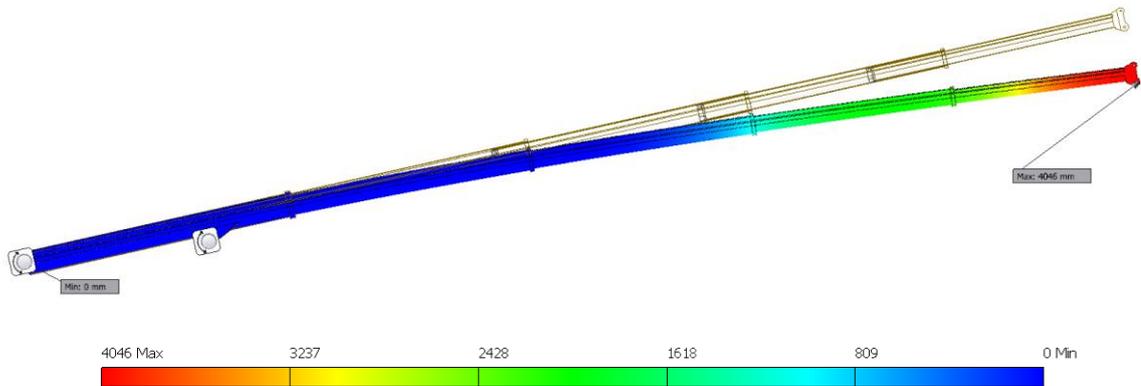
Se podría aumentar la seguridad de otras formas, como por ejemplo:

- Aumentando el tamaño (secciones) de los tramos de la pluma.
- Reforzando específicamente las zonas más críticas. Esto implicaría un refinado y/o rediseño de la pluma, pudiéndose apoyar para ello en programas más avanzados.
- Disminuyendo las cargas máximas admisibles por la pluma. Esto se necesitaría hacer únicamente en las posiciones más desfavorables, aplicando algún coeficiente reductor en los datos (tablas y gráficas) de cargas máximas de la grúa. Se trata de una solución muy útil, empleada realmente por los fabricantes en la realidad.

En cualquier caso, por lo general en pocas ocasiones se alcanzan las capacidades límite de la grúa, operando ésta cotidianamente en rangos de trabajo que presentan márgenes de seguridad muy elevados.

9.5 Deflexión máxima de la pluma

Para finalizar con la simulación, ésta también arroja resultados —además de las tensiones y los coeficientes— de los **desplazamientos** provocados en los elementos que conforman la pluma.



Se tiene una **deflexión** en el extremo de la pluma (término conocido como *boom deflection*) del:

$$\text{Deflexión} = \frac{\text{Descenso}}{L_{\text{Total}}} = \frac{4046 \text{ mm}}{63110 \text{ mm}} \cdot 100 = 6,4\%$$

Considerando el hecho de que se está trabajando en la posición más desfavorable, el valor obtenido se podría dar como válido. Las plumas telescópicas son propensas a deformarse de esta forma debido al método de construcción interno (en secciones) y funcionamiento, siendo este fenómeno algo relativamente habitual en las grúas de este tipo. En las imágenes se observa el deformado de la pluma en la vida real. Es un factor muy importante a tener en cuenta durante las operaciones, puesto que afecta a los radios de trabajo.



Figura 9.5 Plumitas telescópicas deformadas

10 FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA TELEMATIK

En este punto se explicará cómo el mecanismo interno de la pluma es capaz de mover y fijar los tramos.



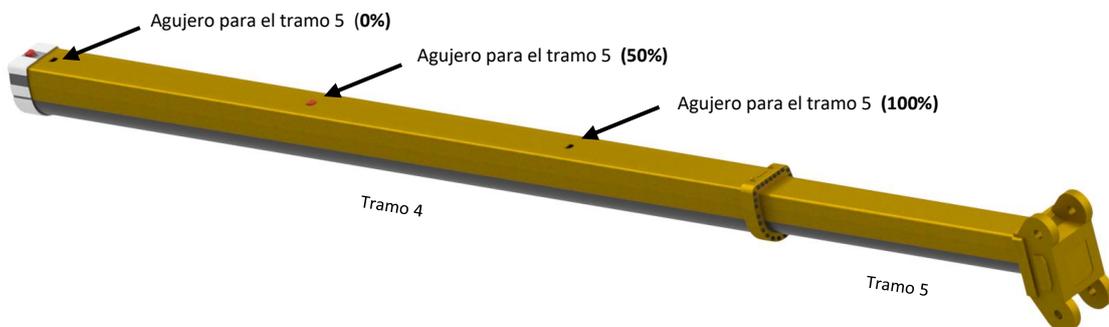
Figura 10.1 Sistema de telescopado Telematik modelado

En primer lugar, es importante recordar —como se explicó en el apartado 4.2.2.1— que no era posible desplegar un tramo cualquier distancia (en %), sino que se tenían unas posiciones específicas, determinadas por las posiciones de los agujeros de anclaje tallados en los propios tramos, donde se fijaban los pines de enclavamiento. En las plumas reales de Liebherr, los agujeros se encontraban a un 0, 46, 92 y 100% de las longitudes de cada tramo, por lo que en la práctica se únicamente se puede trabajar con estas posiciones.

En la pluma modelada para este proyecto —para simplificar— se tiene sólo una posición intermedia: 50%. Esto significa que en la pluma diseñada cada tramo puede estar:

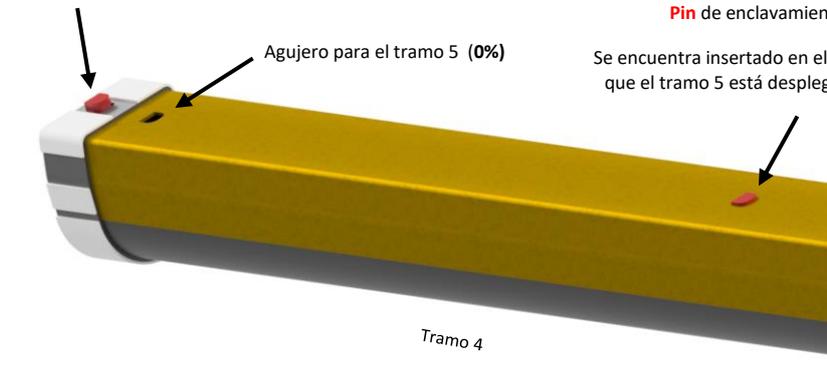
- Totalmente retraído (0%).
- Posición intermedia (50%). El tramo se ha desplegado la mitad de su valor máximo.
- Totalmente desplegado (100%). El tramo se ha desplegado a su distancia máxima.

El modo de enclavamiento de los tramos entre sí se puede observar en la siguiente imagen, donde se han aislado los tramos 4 y 5:



Pin de enclavamiento del tramo 4.

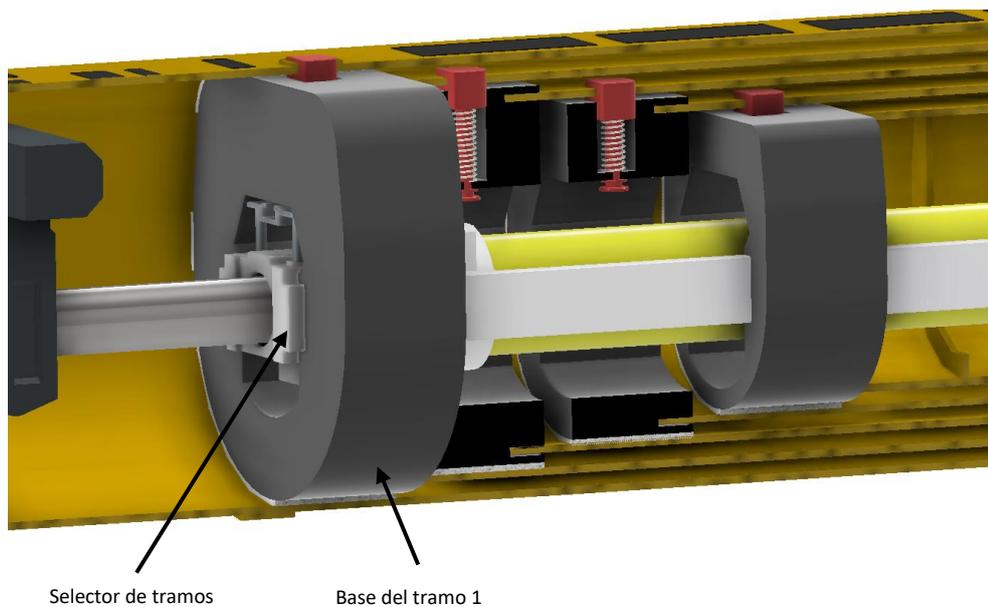
Este se fijaría en los agujeros del tramo anterior (más externo), el 3.

**Pin** de enclavamiento del tramo 5

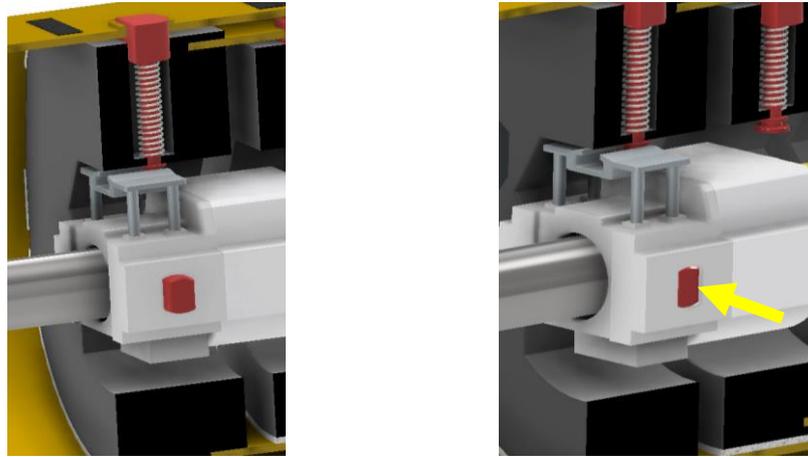
Se encuentra insertado en el agujero del 50%, por lo que el tramo 5 está desplegado la mitad del total.

Como se tiene en el diagrama anterior, los pines de anclaje de cada tramo —ubicados en las bases de los tramos— se fijan en los agujeros del tramo anterior —que estaría por encima, al ser más grande— pudiendo entonces fijarse en la longitud deseada (0, 50 o 100%).

Una vez sabido cómo se fijan los tramos, se explicará cómo el cilindro interior es capaz de moverlos. Partiendo de la pluma en reposo y totalmente retraída, si se desea desplegar el último tramo (el quinto), el procedimiento paso a paso será:

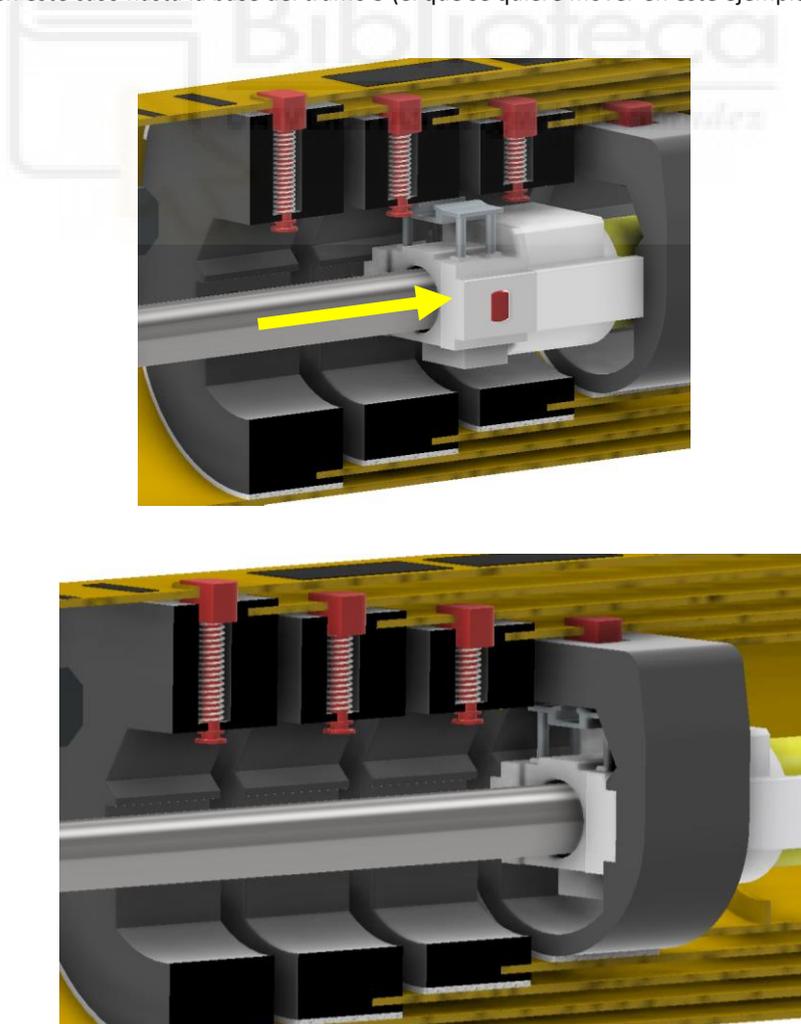


Lo primero es retraer los pines laterales, de forma que el selector de tramos quede libre de la base del tramo al que está acoplado (en este caso el primero):

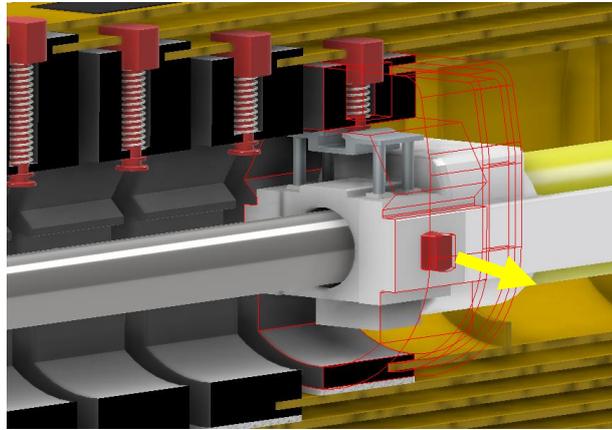


Ahora, el selector de tramos puede desplazarse horizontalmente dentro de la pluma, gracias al movimiento de la camisa del cilindro. El circuito hidráulico se activa, enviando fluido —a través del interior del vástago— hacia la camisa, llenándola e impulsándola hasta la posición deseada.

Como el selector de tramos se encuentra siempre unido a la camisa del cilindro, estos se mueven de forma solidaria, en este caso hasta la base del tramo 5 (el que se quiere mover en este ejemplo):



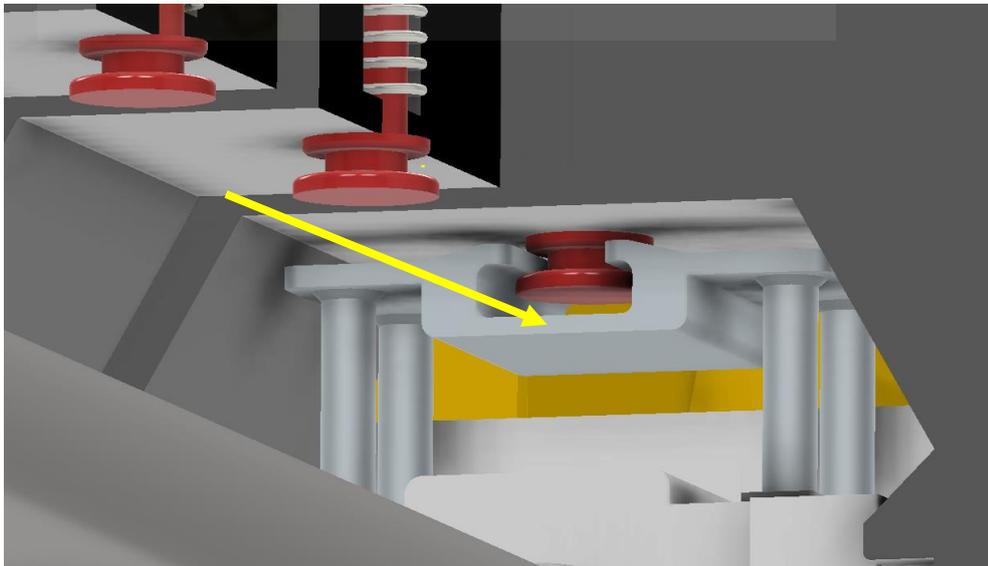
Una vez en esta posición, se vuelven a desplegar los pines laterales, de forma que queden insertados en la base del tramo 5, uniendo dicha pieza —y por tanto el tramo— al selector y la camisa del cilindro.



Llegados a este punto, la fuerza generada por la camisa del cilindro podría mover el tramo 5, al estar unidos entre sí mediante los pines laterales.

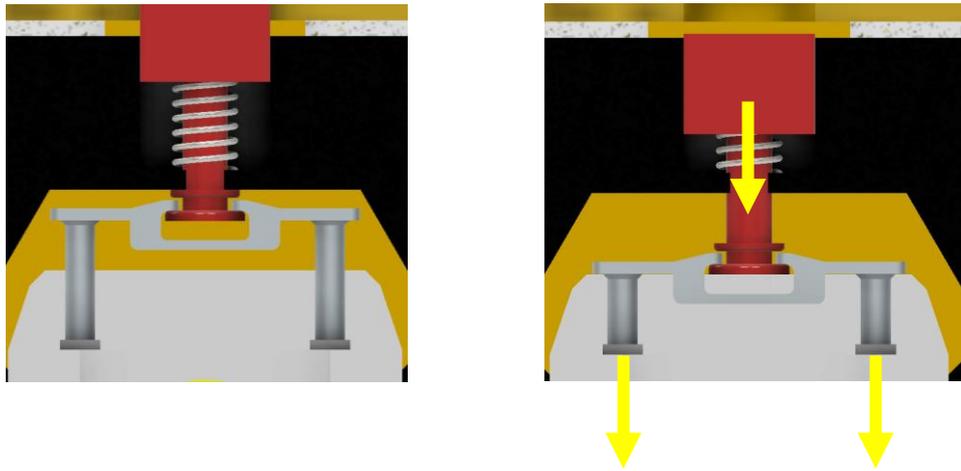
Sin embargo, el tramo 5 se encuentra anclado al anterior (el 4) por lo que hay que liberarlo antes para poder desplazarlo libremente.

Esto se consigue mediante la pinza de anclaje superior, que, al desplazarse horizontalmente junto con el selector de tramos, discurre por debajo de los pines de anclaje superiores, ubicándose bajo ellos.

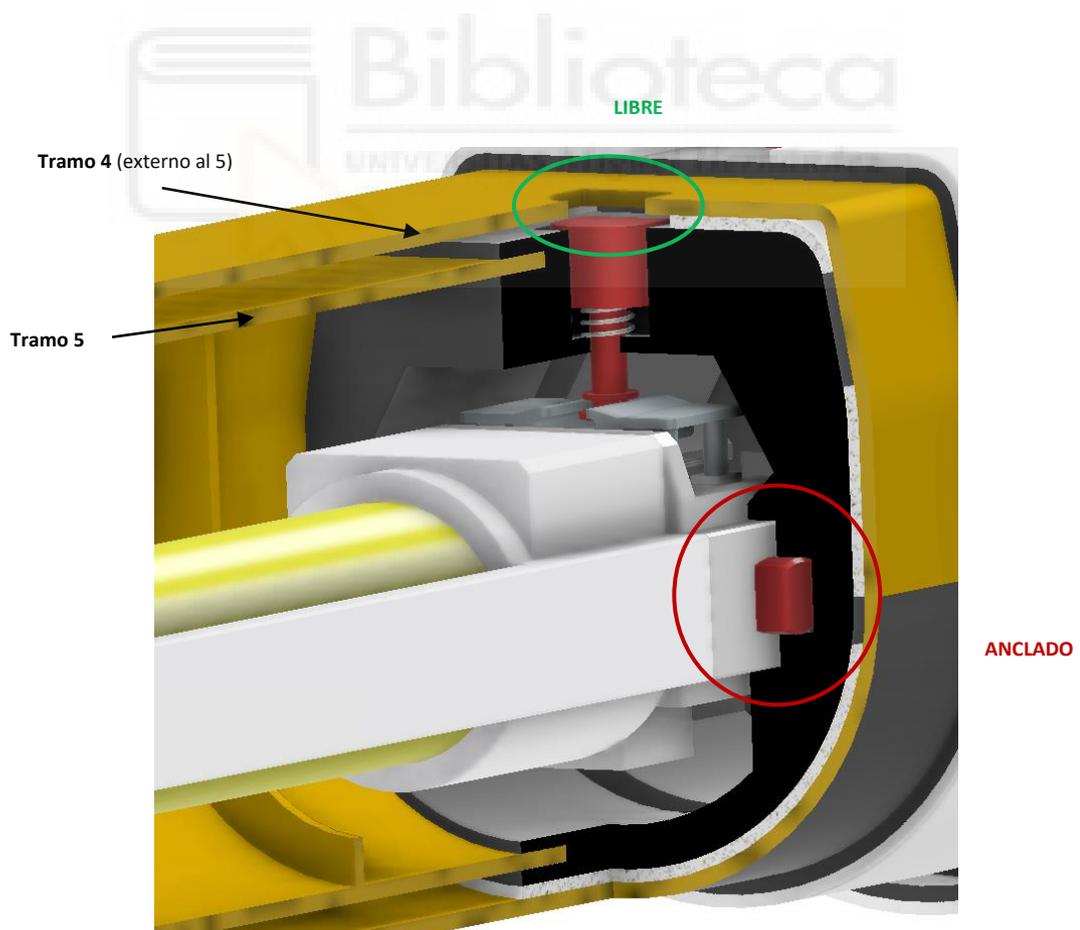


Al posicionarse la pinza debajo, la forma del extremo inferior del pin permite que la pinza lo atrape, quedando entonces conectados entre sí.

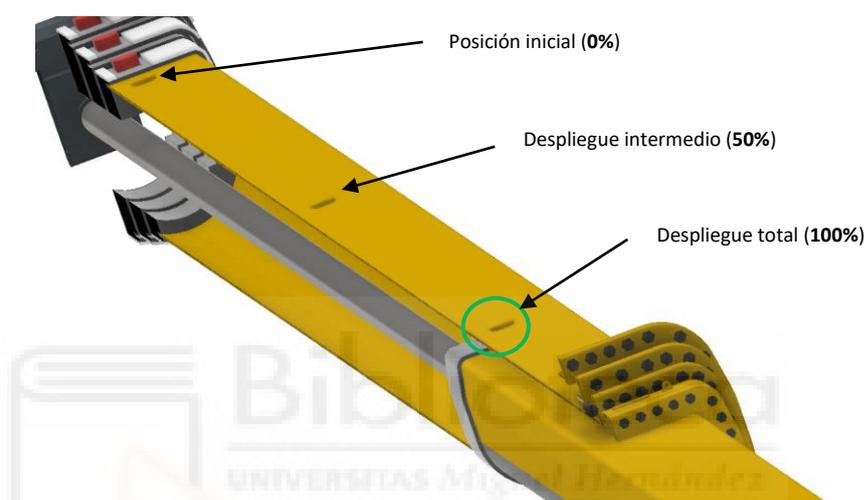
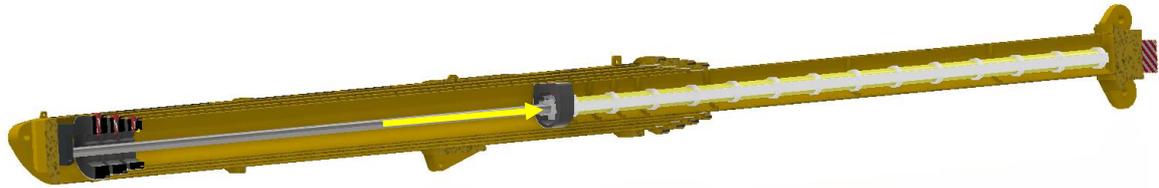
Ahora, si se desciende la pinza, se desciende también el pin, liberando el tramo 5 al desconectarlo del 4:



Se llega a la siguiente situación, donde se tiene el tramo 5 libre (desanclado del 4, el exterior) mientras que está fijo al selector y la camisa del cilindro (mediante los pines laterales).

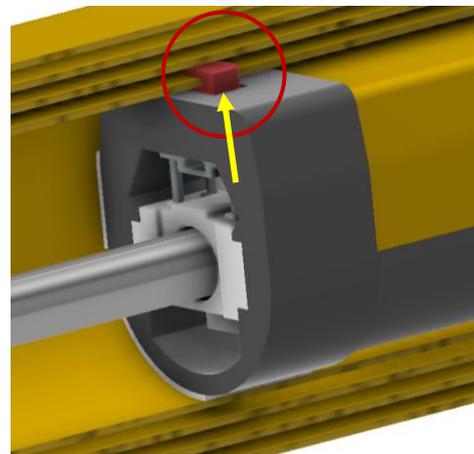
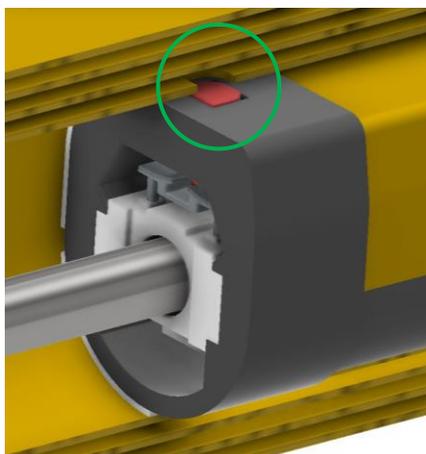


Introduciendo fluido hidráulico en la camisa del cilindro, se puede mover el selector de tramos y por tanto el tramo 5. Éste puede desplazarse hasta la posición indicada, ya sea hasta el 50% o el 100% del recorrido posible. En esta ocasión se despliega totalmente, moviéndolo hasta el orificio correspondiente al despliegado del tramo 5 al 100%.

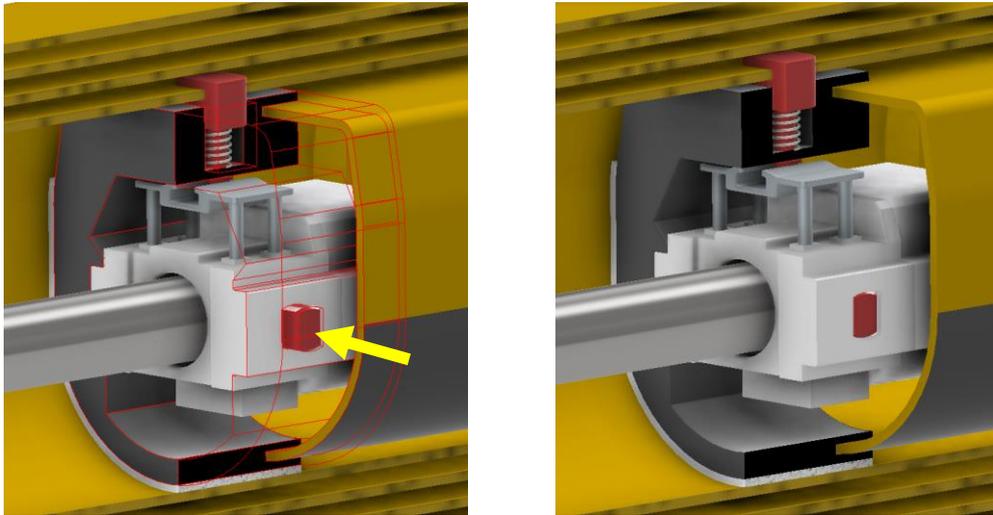


Una vez se ha desplegado el tramo, hay que realizar el proceso inverso, fijándolo de nuevo para asegurar su anclaje y devolver el cilindro hacia su posición inicial, con el fin de repetir el proceso con otro tramo, en caso de ser necesario.

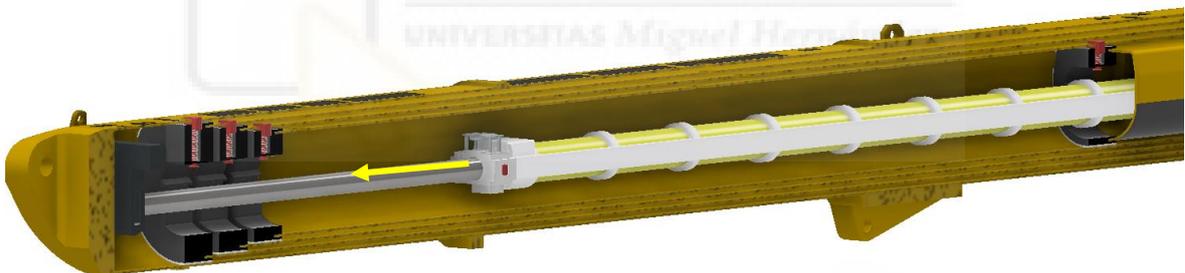
Se comienza anclando el tramo 5 en el orificio del tramo 4 correspondiente a dicha posición. Para ello se cesa la presión hidráulica en los pequeños pistones que controlan la pinza, eliminando la fuerza descendente que generaban y provocando que el muelle de compresión devuelva el pin a su posición de reposo, uniendo y asegurando ambos tramos.



A su vez, se retraen de nuevo los pines laterales del selector de tramos:



Se libera así la camisa del cilindro. Al activar de nuevo el sistema hidráulico, se extrae el fluido de la camisa —a través del vástago— para retraer horizontalmente el selector de tramos, hasta la posición deseada.



Finalmente, se puede empezar el proceso de nuevo, por ejemplo, desplegando el tramo 4 (lo que desplegará también el 5, puesto que ambos se encontraban ya anclados entre sí).

Se recuerda que hay que seguir los criterios y secuencias desarrolladas en el apartado 4.2.2.1.

La sucesión de los pasos mostrados puede continuar de forma cíclica. En teoría, este sistema podría trabajar con un número infinito de tramos, aunque por razones obvias —materiales, esfuerzos inducidos, etc.— esto sería imposible en la práctica, estando limitado a los actuales 8 tramos en las plumas telescópicas más grandes de la marca.

Con el ensamblaje modelado se ha realizado una animación del funcionamiento de la pluma mediante el módulo de renderizado de Inventor Studio. Posteriormente, se ha exportado al software de edición de video Blender®.



11 SISTEMA VARIABLE DE PLUMAS

En ciertas situaciones puede ocurrir que la longitud máxima o la propia forma de la pluma no posibiliten algunos trabajos de elevación, donde por ejemplo se necesite alcanzar alturas mayores o —el caso más habitual— sortear grandes obstáculos entre la grúa y la carga, como puede ser edificios y otros elementos de grandes dimensiones.

La empresa Liebherr ofrece una amplia gama de accesorios como solución a estos problemas: su sistema variable de plumas. Este se encuentra conformado por accesorios y tramos de distinto tamaño, dando lugar a lo que ellos denominan *configuraciones de servicio*, generando un gran abanico de combinaciones posibles.

A modo de información básica, se verán algunos de los principales elementos auxiliares para la pluma que Liebherr posee en su catálogo.

Plumín lateral mecánicamente ajustable (K)

Conocido como *folding jib* o pluma replegable se trata de uno de los elementos más empleados, especialmente en el caso de grúas de tamaño pequeño-medio. Consiste en una extensión de la pluma, basada en una estructura de celosía, que aumenta la longitud máxima posible alcanzada por la grúa.

La ventaja concreta de este elemento es que, debido a su ligereza y reducido tamaño, se puede transportar de forma conjunta al lado de la pluma, por lo que no es necesario transporte independiente. El plumín se ancla en un lateral, pudiéndose abatir cuando sea necesario.



Figura 11.1 Plumín lateral doble abatible de una LTM 1050

Se observa cómo se transporta junto a la pluma. El modelo mostrado es doble puesto que está formado por dos secciones que se pliegan entre sí, añadiendo en total 14 metros extra a la pluma. Al ser estructuras ligeras, se pueden girar y montar manualmente, anclándose y asegurándolas posteriormente con pernos.

Liebherr designa a esta configuración de servicio como **TK**, donde la letra *T* hace referencia a la pluma telescópica y la *K* a esta pluma replegable.

En este caso (*mecánicamente ajustable*) la parte superior se puede inclinar de forma manual a 0° —la celosía seguiría el mismo eje longitudinal que la pluma—, 20° y 40° , en función de las necesidades.

Plumín de montaje integrado ajustable hidráulicamente

Conocido como *erection jib*, se conecta al último tramo telescópico de la pluma mientras que el extremo libre sirve como punto de unión de varios elementos extra, como los que se verán a continuación. También se puede emplear de forma aislada (como se observa en la imagen), permitiendo ganar unos metros de altura máxima o de radio de trabajo.

El cilindro hidráulico permite la inclinación del sistema instalado en la parte superior, ajustando el ángulo entre un mínimo de 0° (plumín recto con respecto a la pluma) y un máximo de 40° .

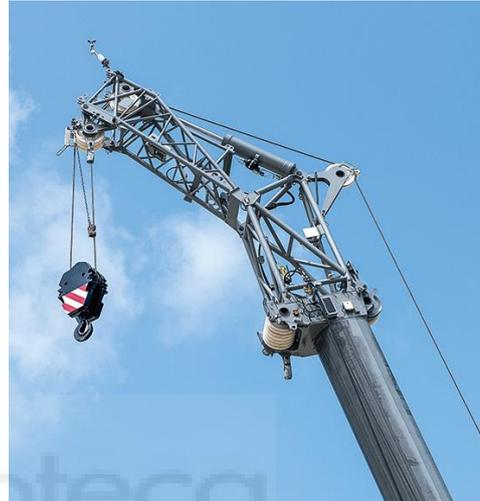


Figura 11.2 Plumín de montaje ajustable

Plumín lateral hidráulico ajustable (NZK)

Se podría considerar como una combinación de los dos anteriores, siendo la principal diferencia con el primero la capacidad de inclinar libremente entre los 0° y 40° gracias a la acción del cilindro hidráulico.

Liebherr designa a esta configuración de servicio como **TNZK**.



Figura 11.3 Plumín abatible doble con ajuste hidráulico

Plumín fijo (F)

En inglés *fixed lattice jib* o *fixed fly jib*, se trata de un tramo de celosía de longitud configurable media-alta que se añade a la pluma telescópica. Simplemente, aumenta en gran medida la altura de trabajo. Al ser de grandes dimensiones se trata de un elemento externo a la grúa, necesitando transportes especiales para el mismo. El plumín fijo es regulable, pudiéndose anclar en distintos ángulos de trabajo fijos.

La ventaja con respecto a los plumines abatibles vistos anteriormente es la capacidad de carga, puesto que estos son capaces de soportar mayores esfuerzos al ser celosías fijas especiales de mayor tamaño.

Liebherr designa a esta configuración de servicio como **TF**.

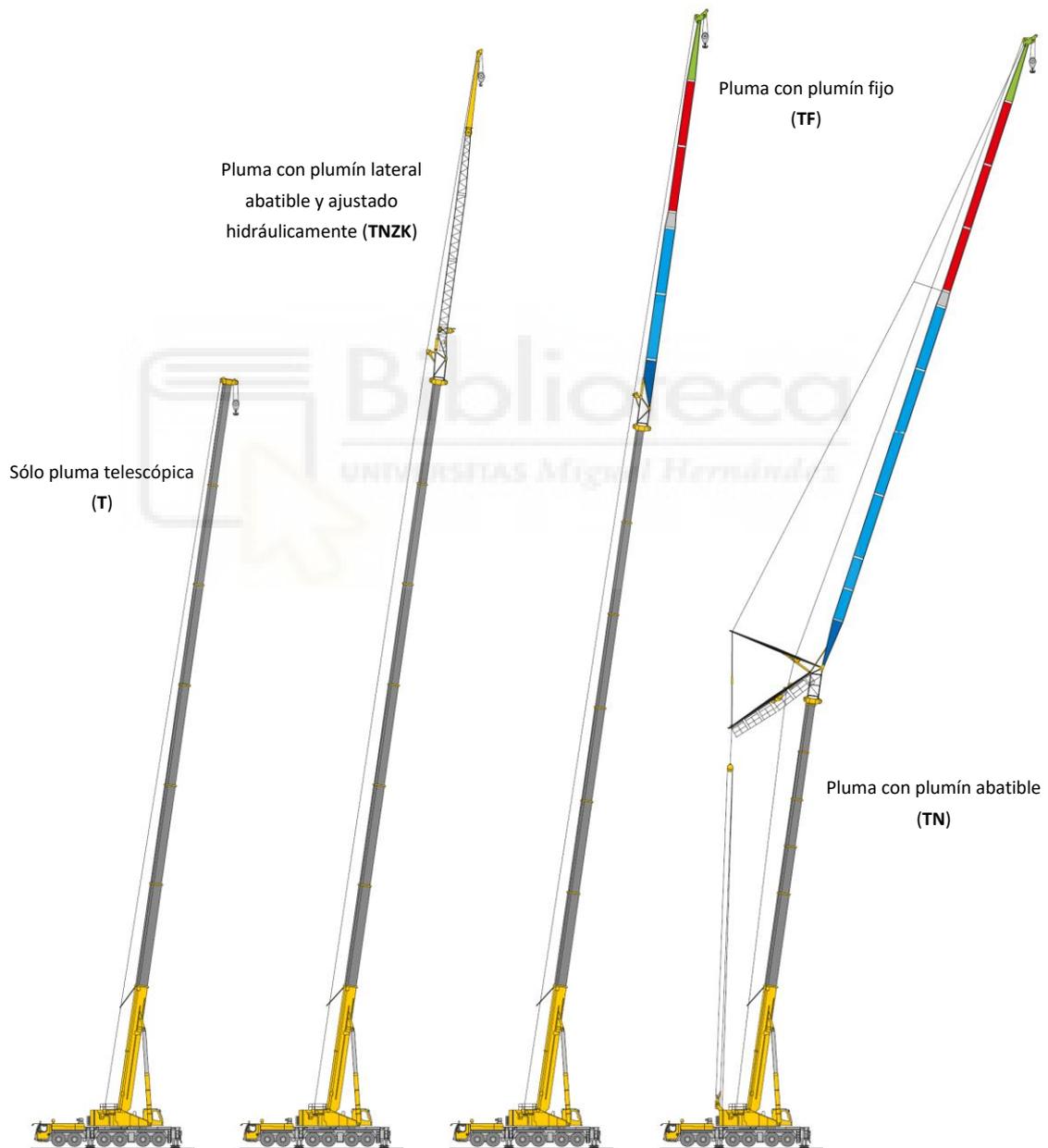


Figura 11.4 Esquemas de las principales configuraciones de servicio de la LTM 1300-6.1

Plumín abatible (N)

Conocido como *luffing fly jib* o *luffing jib* se trata de uno de los principales accesorios de plumas. Se emplea en casos en los que es necesario salvar grandes distancias —trabajando entonces con grandes radios de trabajo— o para evitar interferencias con edificios y demás construcciones. A su vez permite alcanzar las mayores alturas, a la vez que aumenta la capacidad de carga en ciertas situaciones. Se puede observar su esquematización en la imagen de la página anterior (TN).

Todo el elemento —incluida la elevación de la carga y la capacidad de basculación— se controla mediante un intrincado sistema de cableado, basado en varios cabrestantes que gobiernan los movimientos de la celosía de manera independiente.

Se trata de un componente complejo de gran tamaño y compuesto por numerosas secciones de celosía y mecanismos, necesitando de un extenso convoy de transporte especial para mover todas las piezas hasta el lugar de trabajo. Gran parte del plumín abatible, así como los cabrestantes adicionales que se instalan en la superestructura de la grúa y elementos auxiliares, se transportan preensamblados, realizándose el montaje final insitu. Todo lo anterior justifica el hecho de que el empleo de este plumín tenga unos costes operativos elevados, disparando además los tiempos de ejecución de los trabajos.

El operador de la grúa puede controlar todo el mecanismo (la pluma y el plumín) mediante un mando externo, mejorando la productividad y la seguridad de los trabajos.

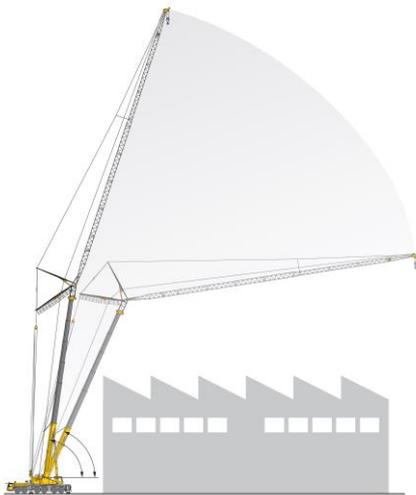


Figura 11.6 Zonas de operación de un plumín abatible



Figura 11.5 Trabajos de elevación pesados de una LTM 11200 con un plumín abatible

Sistema de arriostamiento en Y



El sistema de tensión en Y —conocido como *tirante* o en inglés *Y-suspensión*— mejora en gran medida la estabilidad lateral de la pluma en trabajos de gran altura, logrando incrementar las capacidades de carga máxima en dichas situaciones.

Se basa en la tensión generada (mediante cilindros tensores) en unos cables que discurren desde el extremo superior del último tramo de la pluma hasta la superestructura giratoria inferior, apoyándose además durante el recorrido en unos brazos que se instalan al final del tramo fijo de la pluma telescópica (tal y como se observa en la Figura 11.5 y en la de la izquierda). Esto permite mantener la pluma erguida y recta, posición óptima desde el punto de vista estructural.

Se trata de un añadido que de forma frecuente se combina con el plumín abatible visto en la página anterior, aunque también se emplea de forma aislada con la pluma telescópica (sin ningún otro plumín conectado).

Se encuentra disponible como accesorio en grúas de más de 350 toneladas de capacidad.

Figura 11.7 Sistema de arriostamiento en Y en una grúa LTM



Figura 11.8 Instalación del sistema Y en una grúa genérica LTM

Una ventaja es la facilidad de montaje y traslado, pudiéndose acoplar directamente en la pluma, transportándose ya montado junto a la propia grúa.

La mayoría de los elementos vistos en este apartado se encuentran disponibles para una gran parte de los modelos de grúas LTM ofertados por Liebherr, adaptándolas a las necesidades de cada operación.

En los manuales y página web de la compañía se incluyen las tablas y diagramas de carga para todas las combinaciones posibles de plumines y accesorios, en función de los tramos y elementos instalados.

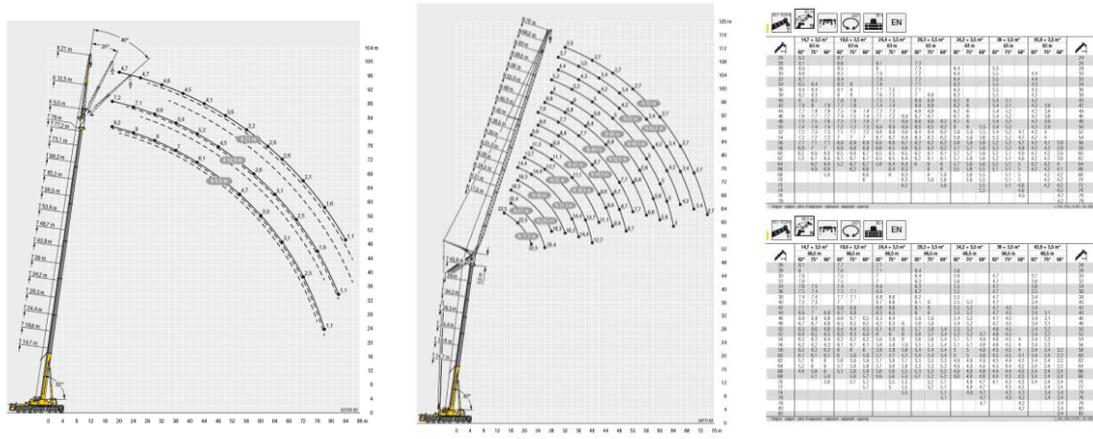
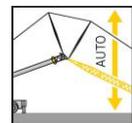


Figura 11.9 Ejemplos de diagramas de carga y alturas para distintos plumines y celosías

No obstante, y con el fin de facilitar las operaciones a los responsables de la grúa, dicha información se encuentra integrada en los ordenadores de a bordo y el sistema LICCON, que comprueban en tiempo real todos los procedimientos con el fin de garantizar la seguridad durante las labores de elevación.

A su vez, el manejo de los complejos plumines es muy sencillo para los operadores, ya que es el sistema LICCON quien gobierna de manera autónoma cada uno de los cabrestantes, calculando y ajustando los desplazamientos de los cables y las poleas, logrando desplazar la carga de forma totalmente estable y segura.



Por último, cabe señalar que todos los elementos vistos se conciben, además de las capacidades y funcionalidades, con el transporte como uno de los puntos principales. Las celosías se diseñan teniendo en cuenta las dimensiones máximas para circular por carretera (ancho de 3 metros) así como la posibilidad de apilamiento y plegado, facilitando la logística y reduciendo sus costes asociados.

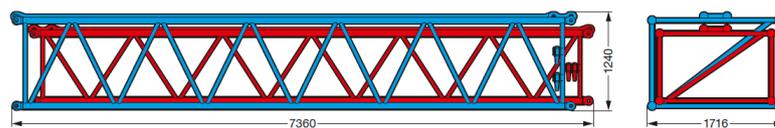


Figura 11.10 Apilamiento de tramos de un plumín fijo (F)



Bloque III

SISTEMA HIDRÁULICO



12 APLICACIÓN DE LA HIDRÁULICA EN GRÚAS

Retornando el comienzo del presente proyecto, ya se mencionó que las tecnologías hidráulicas se empezaron a introducir en las grúas a mediados del siglo XX. A grandes rasgos, las mejoras implementadas por el uso de estos sistemas fueron la capacidad de carga, la precisión y flexibilidad de uso.

La primera grúa de este tipo se creó en el 1946, apareciendo en los años 80 las grúas hidráulicas tal y como las conocemos ahora.

Además, los avances en los componentes eléctricos y tecnologías electrónicas desarrolladas en las últimas décadas se han ido aplicando a las grúas móviles, derivando en las avanzadas máquinas de la actualidad.

12.1 Introducción a la oleohidráulica

La **hidráulica** es la rama de la física —en concreto, de la mecánica de fluidos— que estudia el comportamiento de los líquidos en sistemas para realizar trabajo y transmitir energía. Por su parte, la **oleohidráulica** es una rama específica de la hidráulica que se centra en los fluidos derivados del petróleo, como son los aceites minerales.

La oleohidráulica es uno de los principales campos de estudio de la ingeniería mecánica, puesto que se trata de la base de funcionamiento de numerosas máquinas y sistemas en diversos ámbitos.

Los sistemas oleohidráulicos tienen como objetivo principal la **transmisión de potencia**. En comparación con los sistemas mecánicos, se tiene como principal ventaja la facilidad de transferencia de energía mecánica (en forma de presión) a ciertas distancias, a través de tuberías y conducciones. Esto resulta muy útil en caso de maquinaria con partes móviles o necesidad de libertad de movimiento, donde una transmisión mecánica tradicional añadiría excesiva complejidad.

El funcionamiento básico es equiparable al de la **neumática** —que emplea aire comprimido en lugar de fluidos— siendo esta última una tecnología mucho más económica y sencilla de implementar.

No obstante, en el campo de la industria, maquinaria y equipos pesados los circuitos oleohidráulicos son ampliamente superiores con respecto a los neumáticos, principalmente por las siguientes dos razones:

- Presiones de trabajo máximas muy superiores —del orden de hasta 30/40 veces mayor— lo que deriva en la posibilidad de aplicar **fuerzas** mucho más elevadas.
- **Precisión** en los movimientos. El hecho de trabajar con fluidos (casi) incompresibles provoca que los cambios de volumen dentro de la máquina no presenten fluctuaciones, derivando en desplazamientos suaves y exactos. Esto permite un **control** preciso, así como **estabilidad** al mantener posiciones fijas.

Todo ello justifica su empleo en mecanismos donde se trabaja con grandes cargas y esfuerzos, como es en el caso de las grúas móviles. Algunas desventajas de los sistemas oleohidráulicos son el alto coste de implementación y el mantenimiento específico requerido.



12.2 Circuito y componentes básicos

Como introducción, se incluye una descripción general de un circuito oleohidráulico básico, donde se muestran los principales componentes:

- **Bomba hidráulica.** Se trata del elemento que suministra energía mecánica al fluido de trabajo. Existen una gran variedad de tipos y modelos (de engranajes, paletas, pistones, etc.) eligiendo cada una en función de las necesidades y requerimientos del circuito. Las más complejas y potentes son las de pistones, siendo las de paletas o engranajes más económicas y simples.



- **Tuberías y conductos.** Distribuyen el fluido —presurizado o no— por todo el circuito, conectando los elementos entre sí.

- **Válvulas.** Controlan el fluido a través de las conducciones, abriendo y cortando el paso de este, regulando su circulación. Existen numerosos tipos de válvulas, que pueden desarrollar infinidad de funciones específicas (dirección, flujo, presión, lógicas, etc.)



- **Actuadores.** Son los elementos que reciben el fluido presurizado, transformando dicha energía hidráulica en trabajo mecánico. Se tienen los conocidos **cilindros** (realizan un movimiento lineal de avance y retroceso) o los **motores** hidráulicos (producen un movimiento giratorio), siendo estos en esencia una bomba trabajando en sentido inverso.

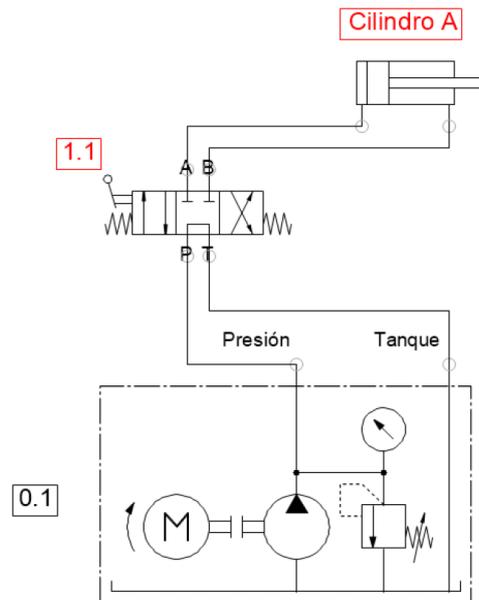


- **Depósito.** Contiene el fluido necesario en el circuito. Engloba otros componentes como filtros, válvulas, etc.
- **Elementos auxiliares.** Como acumuladores, amortiguadores o intercambiadores, entre otros.

Lo más común a la hora de proyectar y diseñar un circuito oleohidráulico es representarlo gráficamente mediante el conocido **diagrama esquemático**, donde se plasman todos los elementos del sistema y la organización e interconexiones entre ellos. Estos se emplean para entender el funcionamiento del circuito diseñado, centrándose en la circulación y flujo del fluido dentro del mismo.

Los símbolos de cada componente, así como las reglas de representación, se encuentran regulados mediante normativa, de forma similar a los planos de dibujo técnico. Un ejemplo de ellas es la Norma ISO 1219 o la DIN 24300. La unificación de la representación de estos circuitos facilita la interpretación global por parte de los profesionales y técnicos de todo el mundo.

Así, el diagrama esquemático de un circuito oleohidráulico básico, donde se controla un cilindro de doble efecto mediante una válvula manual de 3 posiciones, quedaría:



Identificación	Descripción
Cilindro A	Cilindro de simple efecto
1.1	Válvula 4/3 accionada mediante palanca manual, reposición por muelle
0.1	Grupo motriz

Figura 12.1 Diagrama de un circuito oleohidráulico básico

Este se ha realizado mediante el software FluidSIM® 5, uno de los más conocidos y utilizados a nivel mundial en este ámbito. El circuito hidráulico de nuestra pluma telescópica se representará también mediante un diagrama del mismo tipo.

12.3 Sistemas hidráulicos en grúas móviles

Las grúas se apoyan en sistemas hidráulicos para el movimiento de sus elementos. Como ya se mencionó, éstos permiten transmitir altas potencias de forma precisa, a la vez que poseen una gran resistencia y durabilidad en condiciones adversas, sufriendo menos desgaste en comparación con otros sistemas mecánicos.

12.3.1 Cilindros

Permiten la generación de un movimiento lineal, mediante la extensión y replegado del vástago interior. Dicho movimiento lineal se puede emplear para mover y elevar componentes en la grúa. El principal sería el cilindro de elevación de la pluma, que controla la inclinación de esta, siendo por lo general el cilindro de mayor tamaño y potencia instalado en el vehículo.



Figura 12.2 Configuración de cilindro doble y único en una grúa móvil

También se tiene, en las plumas con telescopado basado en cilindro interior (como es el caso estudiado) un cilindro dentro de la pluma, encargado de mover los tramos.

Este cilindro, que se usa para desplegar la pluma, se desarrolló en el apartado 7.



Figura 12.3 Cilindro interno de telescopado

Estos serían los dos cilindros principales de la pluma, y los que se diseñarán en este proyecto.

No obstante, en la práctica se pueden encontrar un gran número de cilindros auxiliares, que se emplean para controlar otros sistemas y elementos extra. Se mostrarán ejemplos de varios de ellos.

Un conjunto de ellos serían los que permiten el despliegue del sistema de arriostamiento en Y (**Figura 11.7** Sistema de arriostamiento en Y en una grúa LTM **Figura 11.7**), encargados de levantarlo y mantenerlo en su posición. En la página siguiente se incluyen dos imágenes de éstos:



Figura 12.4 Cilindros auxiliares para accesorios de la pluma

A su vez, las plumas de mayor tamaño —instaladas en las grúas más grandes— que pueden separarse y montarse de forma independiente en el vehículo grúa (ver apartado 4.2.2.2) incluyen unos cilindros que actúan como patas. Esto permite apoyar la pluma directamente en el suelo, dejando suficiente hueco para que el vehículo-chasis de la grúa se coloque debajo de ella para el acoplamiento.



Figura 12.5 Cilindros soporte para una pluma pesada

Las plumas telescópicas de la grúa móvil LTM 11200 puede llegar a tener una masa por sí sola de casi 100 toneladas, justificando así la necesidad de ser transportadas por separado y ser montadas in situ. Las patas facilitan este proceso.

Otros cilindros destacables se ubican en los estabilizadores laterales de la grúa, tanto en las operaciones de despliegado de los mismos (extensión) como en la nivelación-elevación (bajada de las patas) de la grúa.



Figura 12.6 Cilindros en los estabilizadores laterales de una grúa móvil (horizontales y verticales).

También se pueden incluir cilindros hidráulicos para el movimiento de la cabina del gruista, en el caso de que ésta sea móvil. Esto sólo se incluye en modelos específicos de grúas de un gran tamaño. Una cabina móvil permite una mejor visibilidad de los trabajos por parte del operador, mejorando la seguridad y agilidad de las actividades.

La cabina, que se encuentra unida a la superestructura giratoria de la grúa mediante un brazo articulado, se transporta —cuando no se lleva la pluma— como se observa en la siguiente imagen. Una vez que toda la grúa está montada, el brazo puede mover la cabina, ya sea llevándola hasta el suelo —para que acceda el operario— o elevándola unos metros en el aire.

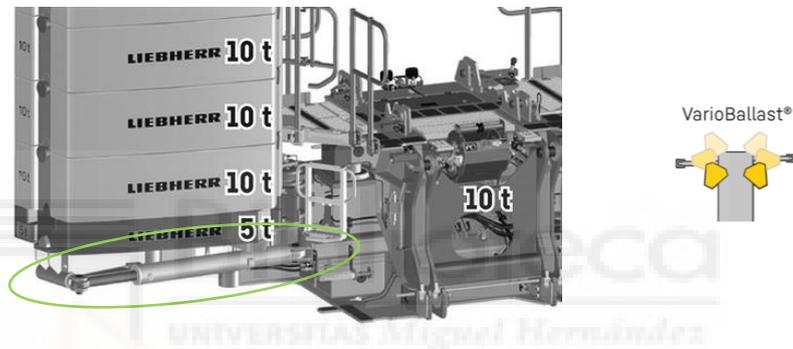
El brazo se compone de varias secciones controladas por los cilindros hidráulicos.



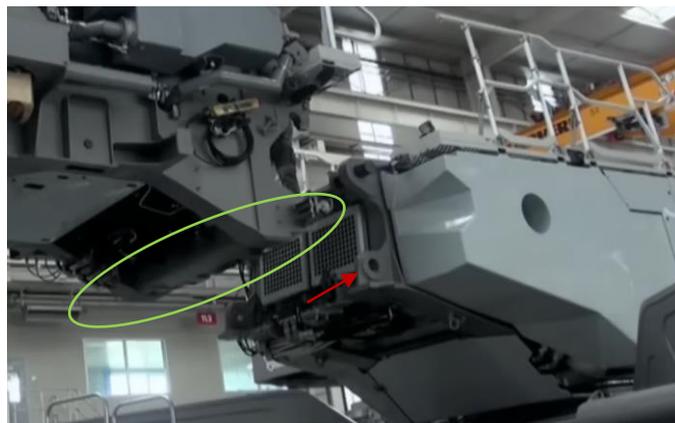
Figura 12.7 Cilindros en el brazo de la cabina móvil

Finalmente, otros puntos donde se destinan cilindros para generar algún movimiento lineal son:

- Para cargar y elevar los contrapesos de manera automática, así como para moverlos lateralmente:



- En diversos puntos de la grúa donde se tengan partes desmontables. Se emplean normalmente pequeños cilindros hidráulicos para anclar y fijar elementos entre sí, donde el vástago de éstos actúa a modo de pasador.



- En el chasis inferior del vehículo, en el sistema de dirección independiente para cada eje (pág. 30).

12.3.2 Motores hidráulicos

Los otros actuadores que transforman la energía de presión del fluido en circulación son los **motores hidráulicos**, generando en este caso un par y movimiento de rotación sobre un eje. Principalmente se tienen dos funciones principales:

- Encargados del **giro** de la **superestructura**. Se engranan directamente con la corona de giro o tornamesa, controlando así la rotación/orientación de la pluma. Por lo general suelen ser de cilindrada fija, conectándose en un circuito cerrado con una bomba de desplazamiento variable. Según el tamaño de la grúa se pueden tener varias unidades de estos motores.

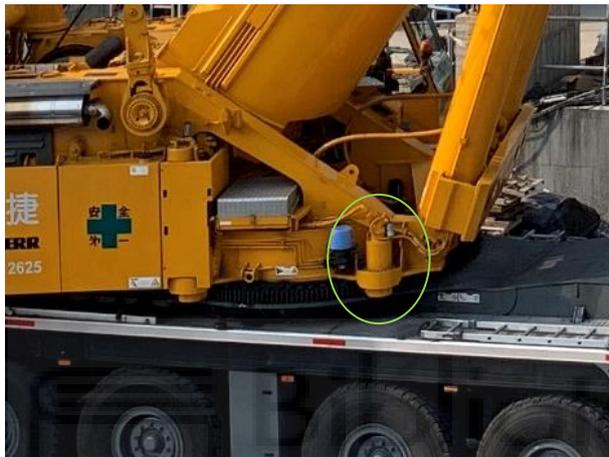


Figura 12.8 Motor hidráulico para la rotación de la superestructura de la grúa

- Encargados del giro del **tambor** del **cabestrante**: mediante el giro del eje del motor se enrollan y desenrollan los cables metálicos que izan la carga. Pueden alcanzar potencias de hasta 300 kW. Con un desplazamiento fijo o variable, se instalan en un circuito cerrado.



Figura 12.9 Motores hidráulicos para el tambor del cabestrante

Se pueden observar las conexiones hidráulicas. En grúas de menor tamaño se pueden emplear motores eléctricos con cajas reductoras, más sencillos.

12.3.3 Bombas oleohidráulicas

Las bombas que se emplean para presurizar el fluido en este tipo de maquinaria suelen ser principalmente de dos tipos:

- **Pistones axiales de cilindrada variable.** La principal ventaja es la alta presión máxima de trabajo posible (de hasta 600 bar) además de su robustez y resistencia.

Otra ventaja sería la posibilidad de ajustar el caudal presurizado, adaptando el sistema fácilmente a las condiciones de trabajo en cada momento. Esto, además de una mayor eficiencia, deriva en un control más preciso del flujo circulante, algo muy útil en el caso de trabajar con cilindros y motores hidráulicos, llegando a necesitar cierta precisión en los movimientos.

- De **engranajes.** Para funciones donde se tengan requerimientos de presión y control del flujo en menor grado, con la ventaja principal de ser elementos sencillos en coste y mantenimiento. Se pueden acoplar varias de ellas para formar bombas multietapa. Son de desplazamiento fijo, por lo que su caudal no se puede ajustar directamente.



Figura 12.10 Bombas reales de engranajes y de pistones axiales empleadas en grúas móviles

Las grúas móviles suelen incluir una única bomba de pistones axiales variable para las funciones principales (cilindro de elevación y giro de la superestructura) y un par de bombas de engranajes: una para funciones auxiliares (como los estabilizadores) y otra exclusiva para el sistema de dirección.

Por el contrario, las grúas más grandes pueden incluir varias bombas —hasta 6-8 unidades— de distintos tipos, repartiéndose entre ellas las labores y funcionalidades de la máquina.

En lo referente al accionamiento de las bombas, éstas son impulsadas, como es lógico, por el motor de combustión de la grúa.

En el punto 1.4.1 del proyecto se habló de las motorizaciones de estos vehículos, y de cómo la configuración habitual es la de dos motores térmicos: uno ubicado en el chasis, para la propulsión, y otro en la superestructura, para accionar el sistema hidráulico (elevación y giro de la pluma, cableado de la carga, etc.).

Se explicó que en las grúas actuales más modernas de Liebherr se emplea la configuración SingleEngine®, donde se tiene un único motor de combustión más potente para realizar las funciones tanto de propulsión como de energización de las bombas hidráulicas (ver Figura 1.25).

Del mismo modo, se considerará que las bombas hidráulicas del circuito hidráulico proyectado de la pluma recibirán la energía directamente por parte del motor de combustión de la grúa.

12.3.4 Circuito general

Como es de esperar, el circuito oleohidráulico de una grúa moderna es extremadamente complejo, debido a la gran cantidad de elementos que lo componen. Como se ha comentado anteriormente, se pueden tener varias unidades de cilindros y motores hidráulicos, alimentados por varias bombas, todo ello en distintos puntos de la grúa. A esto hay que añadirle el entramado de conducciones y el gran número de válvulas y otros componentes.

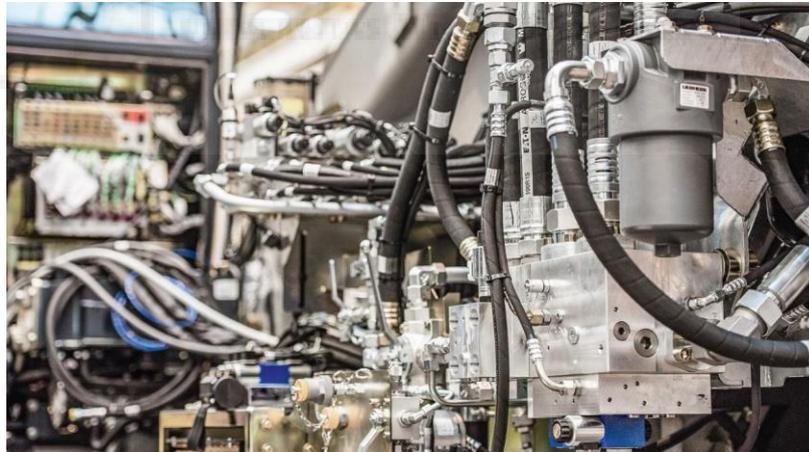


Figura 12.11 Instalación de componentes hidráulicos en la cadena de producción de una grúa móvil.

Centrándonos en la pluma, lo general es tener el circuito hidráulico asociado a esta en la propia superestructura giratoria de la grúa. Así, las bombas necesarias, el bloque de válvulas, depósito de fluido y demás componentes se instalan en esta parte de la grúa.

Se incluyen un par de imágenes del armazón principal de la superestructura de una grúa móvil Liebherr de tamaño mediano, donde en sus laterales se monta parte del sistema oleohidráulico:

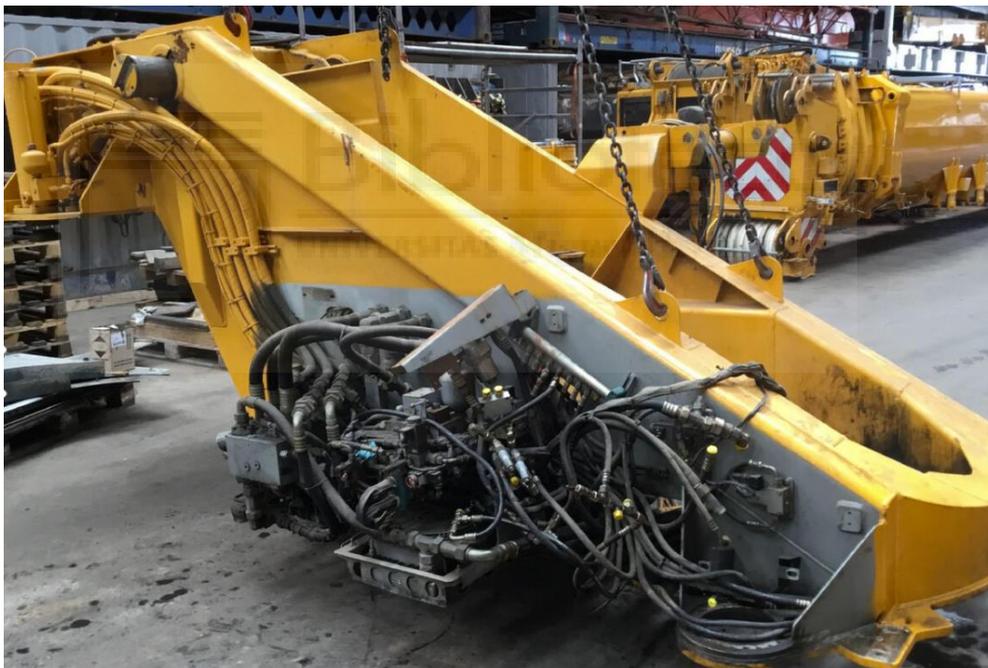


Figura 12.12 Circuitos hidráulicos de la superestructura de la grúa

En el caso de los componentes reguladores del flujo (las válvulas) se emplean los denominados **bloques de válvulas**. Este es un elemento hidráulico —por lo general diseñado y fabricado a medida— donde se integran todas las válvulas, resultando en un módulo compacto, pudiendo controlar el circuito desde un único punto.



Figura 12.13 Bloques de válvulas empleadas en maquinaria móvil

Estos bloques, al centralizar todas las conexiones en un solo lugar, otorgan las siguientes ventajas:

- Permiten optimizar el espacio ocupado.
- Reducen la complejidad del sistema.
- Menor mantenimiento.
- Reducen elementos de conducción (cableado y conexiones) necesarios.
- Mejoran el rendimiento (se reducen las pérdidas al tener menos conducciones).
- Mayor fiabilidad general.

Su principal inconveniente es el coste, puesto que se trata de un elemento específico de cada vehículo. No obstante, las ventajas que aporta hacen que en la gran mayoría de maquinaria móvil se utilicen. Si se instalasen válvulas comerciales o genéricas, se crearían sistemas hidráulicos muy complejos, voluminosos y pesados, algo que en vehículos se quiere evitar a toda costa.

Finalmente, en cuanto a las **conducciones**, el circuito usa tanto tuberías rígidas (acero) como líneas flexibles (polímeros reforzados con acero), según sea necesario. El resto de elementos asociados más simples, como los racores, suelen ser normalizados para ahorrar costes, aunque también pueden fabricarse a medida para ajustarse a los requerimientos de cada sistema.

12.3.5 Componentes oleohidráulicos de Liebherr

La gran mayoría de los elementos que monta la maquinaria de Liebherr, entre lo que se incluyen: cilindros, motores, bombas, amortiguadores y acumuladores hidráulicos, así como válvulas y bloques de válvulas, son diseñados y producidos por la propia Liebherr. Para otros elementos más generales —como conducciones, racores, etc.— se pueden aprovechar piezas normalizadas ya existentes en el mercado.

La compañía es de hecho uno de los mayores y más importantes fabricantes de elementos oleohidráulicos del mundo, teniendo dos fábricas especializadas en la manufactura de estos componentes: una en Kirchdorf (Alemania) donde produce cilindros, amortiguadores y demás elementos; y otra en Bulle (Suiza) de donde salen sus motores y transmisiones hidráulicas. Estos componentes nutren tanto a su propio catálogo de maquinaria (grúas, minería, movimiento de tierras, etc.) como a clientes externos, en diversos ámbitos y sectores.

13 CILINDRO DE INCLINACIÓN DE LA PLUMA

En este punto se realizará el diseño del cilindro encargado de la inclinación de la pluma. El dimensionamiento vendrá determinado por los esfuerzos que actúan sobre este, de forma que se cumplan los requerimientos de resistencia y funcionalidad.

En el cilindro de inclinación se tienen dos modos de funcionamiento:

- El primero, donde se realiza el **movimiento** del vástago para **levantar** la pluma. Esta es inclinada hasta la posición de trabajo deseada, **sin carga**, proceso durante el cual el cilindro aplica una fuerza para vencer únicamente el peso de la pluma. La bomba hidráulica proporciona energía —en forma de presión— para realizar trabajo sobre el vástago.
- El segundo, donde el cilindro se bloquea en la posición final deseada alcanzada en el punto anterior. Una vez se inician los trabajos de izado de la carga, una válvula cierra la cámara interna, por lo que el vástago del cilindro permanece **inmóvil** —sin movimiento de la pluma— soportando esta vez el peso de la **carga** y de la propia pluma. Aquí no se realiza trabajo, pero se alcanzan presiones y esfuerzos muy altos, provocados por la carga.

Se analizarán ambas situaciones, determinando las tensiones máximas alcanzadas en el cilindro en cada una de ellas.

13.1 Esfuerzos aplicados

Para hallar los esfuerzos que actúan sobre este se retornará al punto 5 del presente proyecto, donde se calcularon las reacciones externas y esfuerzos internos en la pluma. En concreto, en 5.3.1 se partía de del siguiente diagrama que representaba el esquema básico de la pluma:

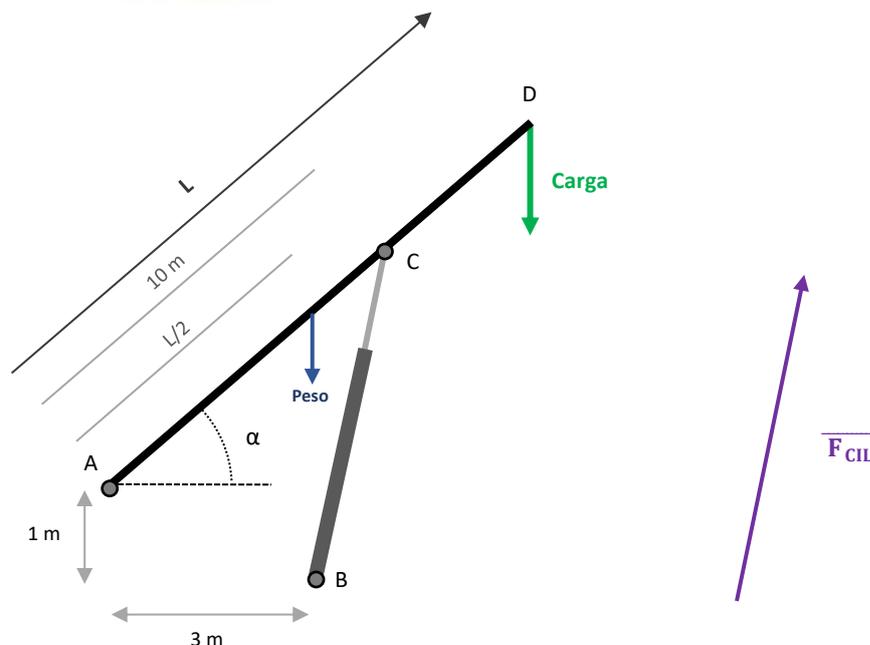


Figura 13.1 Esquema de partida de la pluma y el cilindro

Si se considera la fuerza producida por el cilindro —sería una fuerza externa aplicada a la pluma— como un vector BC, su expresión F_{CIL} en función de las variables del sistema ya se determinó en el apartado mencionado (página 77), llegando finalmente a:

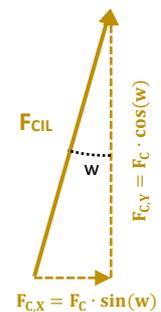
$$\vec{F}_{CIL} = \frac{P \cdot \left[\frac{L}{2} \cdot \cos(\alpha) \right] + C \cdot [L \cdot \cos(\alpha)]}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]} \quad (12.1)$$

Se recuerda que el ángulo denotado como w era el que formaba el cilindro con la vertical, habiéndose hallado también su expresión mediante trigonometría, siendo su relación directa con el ángulo de inclinación de la pluma (α):

$$w = 90 - \alpha - \sin^{-1} \left(\sqrt{\frac{\sin(\alpha + 18,435)}{11 - 6,3244 \cdot \cos(\alpha + 18,435)}} \right)$$

Observando (12.1) se tiene que, como era de esperar, la fuerza ejercida por el cilindro depende de la posición de la pluma (inclinación α y desplegado L), así como del peso de la misma (P) y la carga (C) con la que se esté trabajando en un momento determinado.

Algo a destacar es que, en esta ocasión, a diferencia de lo que se hizo anteriormente, no se descompondrá la fuerza del cilindro en sus componentes vertical y horizontal con respecto al sistema referencia global. En realidad, interesa usar directamente la expresión dada, puesto que está devuelve el módulo de la fuerza en la propia línea de acción del cilindro, que es lo que se quiere calcular para el dimensionado del mismo.



Si volvemos a la expresión para analizar la contribución de cada parámetro:

$$F_{CIL} = \frac{P \cdot \left[\frac{L}{2} \cdot \cos(\alpha) \right] + C \cdot [L \cdot \cos(\alpha)]}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]}$$

$$F_{CIL} = \frac{\frac{1}{2} \cdot P \cdot [L \cdot \cos(\alpha)] + C \cdot [L \cdot \cos(\alpha)]}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]}$$

Donde la fuerza del cilindro depende de la inclinación, despliegue y peso de la pluma, así como de la carga aplicada (el ángulo w era función directa de α):

$$F_{CIL} = \frac{\left(\frac{P}{2} + C \right) \cdot (L \cdot \cos(\alpha))}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]}$$

13.1.1 Esfuerzo al levantar la pluma

Como se explicó, en esta situación la bomba introduce presión hidráulica en el cilindro para producir un movimiento del vástago, de forma que se realiza un trabajo en el cilindro al mover la pluma. Lo importante aquí es que el cilindro únicamente tiene que lidiar con el peso (P) de la pluma, ya que la carga no entra en juego hasta que la pluma está fijada en su posición final, tal y como se explicó. Se trata de un esfuerzo dinámico, que va cambiando durante el movimiento conforme varía la posición de la pluma.

El rango de movimiento de la pluma en este caso es entre los 0° , que corresponde con la posición de reposo y/o transporte de la grúa, y 80° , la inclinación máxima posible.

Además, puesto que no se despliegan los tramos hasta que la pluma se encuentra inclinada en la posición deseada, el proceso de elevación de la pluma se realizará con ésta totalmente **retraída**, con la longitud ($L=16,7$ metros).

Pasando al cálculo, si se sustituyen los términos supuestos en la expresión general ($C=0$ y $L=15$ m):

$$F_{CIL} = \frac{\left(\frac{P}{2} + G\right) \cdot (15 \cdot \cos(\alpha))}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]}$$

El término P se trata en realidad de una constante, puesto que hace referencia al peso de la pluma, siendo la masa de los elementos que conforman la pluma un valor independiente de la posición de esta.

Si se tiene en cuenta el ensamblaje real creado en el apartado 7, el programa de diseño nos devolvía el siguiente valor de masa:

$$P = 49.582 \text{ kg} = 486,4 \text{ kN}$$

Que sustituyendo este valor en la expresión:

$$F_{CIL}(\alpha) = \frac{3648 \cdot \cos(\alpha)}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]} \quad (\text{kN})$$

Donde la fuerza del cilindro (expresada en kN) depende ahora únicamente de la inclinación (el ángulo w era a su vez función de α).

Se realizará la representación de F_{CIL} en función de α , comprobando donde se producen los máximos y mínimos. Para agilizar los cálculos se introducirán las fórmulas en una hoja Excel, tal y como se hizo en el cálculo de los esfuerzos.

L (retraída)	16,71	w
Angulo alpha (pluma)	35	37,6230

Reacciones	
Ax	-680,4393
Ay	-396,4359
Fc	1114,6 kN

Peso (kN)	486,4
p	29,108
Carga (kN)	NO APLICA

Sustituyendo los valores de inclinación y de longitud se obtiene la fuerza a producir por el cilindro durante el movimiento de elevación, necesaria para contrarrestar el peso de la pluma. Se llega a la siguiente tabla:

Esfuerzo en el cilindro para pluma replegada (L=16,7 metros)													
0°	5°	10°	15°	20°	25°	35°	45°	55°	60°	65°	70°	75°	80°
2874	2321	1960	1704	1510	1356	1115	918	737	647	554	457	355	246

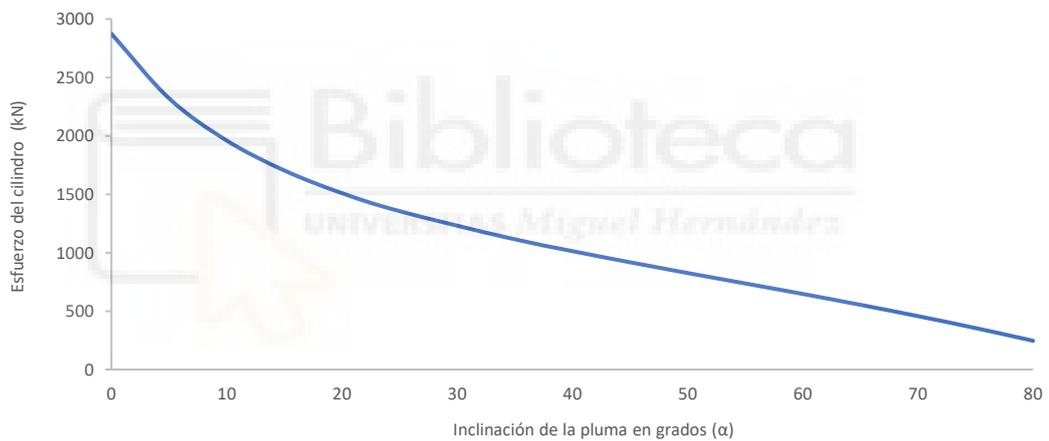


Figura 13.2 Representación del esfuerzo en el cilindro (kN) durante la elevación de la pluma

Al observar tanto la tabla como la gráfica se determina que el máximo esfuerzo del cilindro se produce en la posición de mínima inclinación (0°): esta corresponde con la posición inicial, justo en el momento en que el cilindro comienza a mover la pluma.

Esto resultaba esperable, puesto que esa posición concreta es la más desfavorable —mecánicamente hablando— para el cilindro. En ella se tiene el mayor momento con respecto al punto de apoyo de la pluma, por lo que el cilindro necesita aplicar la mayor fuerza. El brazo mecánico va disminuyendo conforme se levanta la pluma, reduciendo la fuerza necesaria para continuar el movimiento. En dicha posición inicial se requiere la mayor fuerza para mover la pluma, dándose el máximo de 2.874 kN, fuerza que debe ser vencida por el vástago del cilindro.

$F_{\text{elevación}} = 2874 \text{ kN}$
--

13.1.2 Esfuerzo al sostener la pluma

En esta situación la pluma se encuentra totalmente desplegada y anclada en su posición final de trabajo. Para ello, una válvula antirretorno pilotada cierra el circuito del cilindro, bloqueando la salida del fluido de su cámara, evitando así el desplazamiento del vástago y de la pluma

En esta situación se está trabajando con la **carga**, soportada desde las poleas ubicadas en el extremo libre de la pluma telescópica. Los esfuerzos generados por el peso de ésta se transmiten a través de la estructura hasta llegar al cilindro y el apoyo del otro extremo.

Se trata de un estado estático, puesto que el esfuerzo en el cilindro tiene un valor fijo, determinado por la carga aplicada y la posición de trabajo de la pluma. El vástago no presenta movimiento.

En lo referente a las variables:

- El rango de movimiento de la pluma en este caso es entre los **15°**, que correspondía con la posición de inclinación de trabajo mínima, y **80°**, la inclinación máxima posible.
- Extensión de la pluma: se puede trabajar con la extensión deseada, por lo que en este caso hay que analizar todo el rango posible: de los 16,7 metros mínimos a los 63,1 metros máximos.

Volviendo a la expresión general hallada en el punto 5:

$$F_{\text{CIL}} = \frac{\left(\frac{P}{2} + C\right) \cdot (L \cdot \cos(\alpha))}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]}$$

Se recuerda la expresión de la variable C (carga)⁹ en función de la posición de trabajo de la pluma (L y α):

$$C(\alpha, L) = \frac{600}{L \cdot \cos(\alpha) - 1,5}$$

Esa expresión devuelve la carga máxima admisible en cada posición en toneladas, por lo que para pasarla a kilonewtons (kN, unidad más útil y la empleada) se aplica el factor de conversión correspondiente:

$$1 \text{ tonelada} \approx 9.810 \text{ N} = 9,81 \text{ kN}$$

$$C(\alpha, L) = \frac{600}{L \cdot \cos(\alpha) - 1,5} \cdot 9,81$$

$$C(\alpha, L) = \frac{5886}{L \cdot \cos(\alpha) - 1,5} \text{ (kN)}$$

⁹ Se recuerda que este valor no puede superar las 200 toneladas (condición de diseño).

Si se incluye ésta en la expresión general de la fuerza del cilindro se llega a:

$$F_{\text{CIL}} = \frac{\left(\frac{P}{2} + \frac{5886}{L \cdot \cos(\alpha) - 1,5}\right) \cdot (L \cdot \cos(\alpha))}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]}$$

El valor de P ya fue determinado en el punto anterior (es el mismo). Sustituyéndolo:

$$F_{\text{CIL}}(\alpha, L) = \frac{\left(243.2 + \frac{5886}{L \cdot \cos(\alpha) - 1,5}\right) \cdot (L \cdot \cos(\alpha))}{\cos(w) \cdot [10 \cdot \cos(\alpha)] - \sin(w) \cdot [10 \cdot \sin(\alpha)]} \quad (\text{kN})$$

En la expresión la fuerza del cilindro (expresada en kN) depende únicamente de la inclinación y despliegue de la pluma, puesto que el ángulo w era dependiente de α .

Se realizará la representación de F_{CIL} en función de α , para varios casos de extensiones (L) distintas, comprobando donde se producen los máximos y mínimos. De la misma forma que el caso anterior, se utilizará la hoja Excel del proyecto para agilizar los cálculos y obtener los gráficos de forma sencilla.

Esfuerzo en el cilindro (kN)					
α	16,7 m	25 m	35 m	45 m	63,1 m
15°	4521	5274	6244	7236	8954
20°	4084	4747	5603	6482	8003
25°	3761	4349	5115	5902	7266
35°	3327	3794	4414	5056	6173
45°	3073	3430	3926	4448	5361
55°	2945	3183	3557	3963	4685
60°	2931	3098	3405	3751	4374
65°	2966	3043	3275	3555	4074
70°	3085	3034	3173	3379	3785
75°	3221	3121	3128	3240	3515
76°	3029	3161	3132	3221	3465
77°	2834	3214	3143	3206	3418
78°	2637	3284	3163	3197	3375
79°	2436	3379	3195	3197	3335
80°	2233	3342	3245	3207	3303

Tabla 38 Resultados del esfuerzo en el cilindro (kN) en función de la posición de la pluma

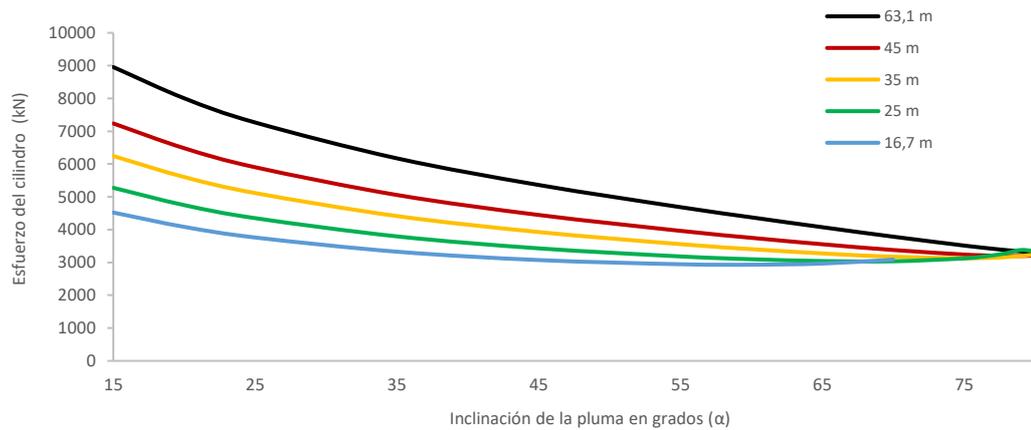


Figura 13.3 Representación del esfuerzo aplicado (kN) al cilindro en función de la posición de la pluma

Se obtiene así la fuerza a producir por el cilindro necesaria para contrarrestar los esfuerzos provocados por la carga.

Se puede afirmar que los mayores esfuerzos, al mantener la pluma en su posición, se dan cuando la pluma se encuentra totalmente desplegada (**63,1 m**) con mínima inclinación (**15°**).

En dicha posición, que resulta ser la más desfavorable, se requiere una fuerza aplicada en el vástago de 8.954 kN, que será aplicada por la presión interna del fluido contenido en la cámara del cilindro.

$$F_{\text{Sustento}} = 8954 \text{ kN}$$

13.1.3 Peso del vástago

Al trabajar con cilindro hidráulicos de gran tamaño —como el estudiado— resulta necesario comprobar la contribución del propio peso del vástago a los esfuerzos inducidos en el cilindro.

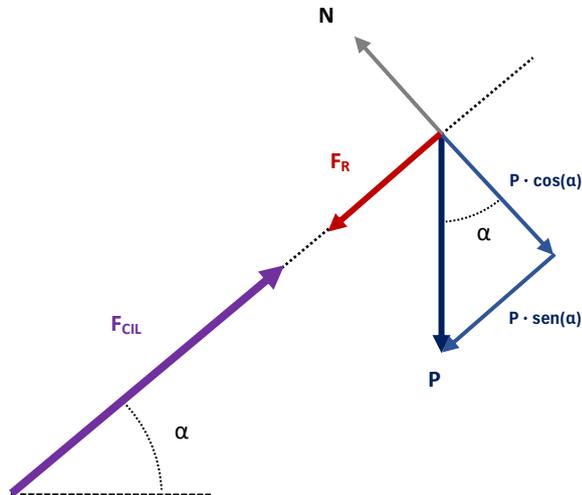
Si se realiza un predimensionamiento o se toman como ejemplo cilindros reales similares, las masas de estos vástagos —de decenas de centímetros de grosor y varios metros de longitud— pueden superar fácilmente las 2 o 3 toneladas de peso. El hecho de presentar estos valores tan altos hace que se tenga que verificar los esfuerzos provocados por éste.

Para el vástago de este cilindro se supondrá una masa (inicial) de 3.000 kg, comprobando posteriormente en el diseño final la masa real.

$$\text{Peso vástago} = 3000 \cdot 9,81 = 29.430 \text{ N} = \mathbf{29,43 \text{ kN}}$$

Esta masa se manifestará en forma de dos esfuerzos: el **peso** fruto de la gravedad, y el **rozamiento**, derivado de la fricción entre el vástago y la camisa del cilindro.

El cilindro de telescopado puede trabajar en distintas inclinaciones de la pluma, variando la contribución del peso y el rozamiento según el ángulo de trabajo. Realizando un simple diagrama de esfuerzos se pueden descomponer las expresiones de ambos esfuerzos en función de la inclinación:



Las dos fuerzas que actúan en la línea de acción del cilindro son F_R y la componente del seno del peso.

La **fuerza de rozamiento** (considerando la estática, que es mayor que la dinámica) viene dada al multiplicar el coeficiente de rozamiento estático por la fuerza normal (N), que es perpendicular a la superficie de contacto. La fuerza de rozamiento se tiene en la misma dirección que el movimiento, aunque en sentido contrario, al oponerse a este.

La fuerza normal (N) en el diagrama superior es igual en módulo a la componente del coseno del peso, por lo que se tiene:

$$F_{R,estática} = F_R = \mu_{estático} \cdot N = \mu_{estático} \cdot P \cdot \cos(\alpha)$$

En el contacto entre acero-acero pulidos con acabados especiales (ya sean basados en cromo, níquel o cerámicos), además de altamente lubricados con fluido hidráulico, se tienen unos valores del coeficiente de rozamiento estático ($\mu_{estático}$) extremadamente reducidos, en el rango del 0,5% al 3%. Para el cilindro considerado, que presenta una muy alta calidad de fabricación, se considerará un coeficiente del 1%.

$$\mu_{estático} \approx 1\%$$

Respecto al peso, ya se ha indicado que la componente que actúa sobre la línea de acción del cilindro es la que involucra al seno:

$$P_{CIL} = P \cdot \sen(\alpha)$$

Por tanto, la resistencia del movimiento del propio vástago se cuantifica como la suma de ambas fuerzas:

$$F_{CIL} = F_R + P_{CIL}$$

$$F_{CIL} = \mu_{estático} \cdot P \cdot \cos(\alpha) + P \cdot \text{sen}(\alpha)$$

$$F_{CIL} = P \cdot [\mu_{estático} \cdot \cos(\alpha) + \text{sen}(\alpha)]$$

Al sustituir valores:

$$F_{CIL}(\alpha) = 29,43 \cdot [0,01 \cdot \cos(\alpha) + \text{sen}(\alpha)]$$

Donde se tiene la fuerza total derivada del peso y el rozamiento del vástago (kN) en función de la inclinación de la pluma. Al trabajar con pequeñas inclinaciones el rozamiento es mayor, mientras que la componente del peso es más pequeña. Esto se invierte al tener mayores inclinaciones, donde el peso comienza a ser mucho más predominante que el rozamiento.

Al representar la función en el rango de inclinaciones de trabajo (de 0° a 80°):

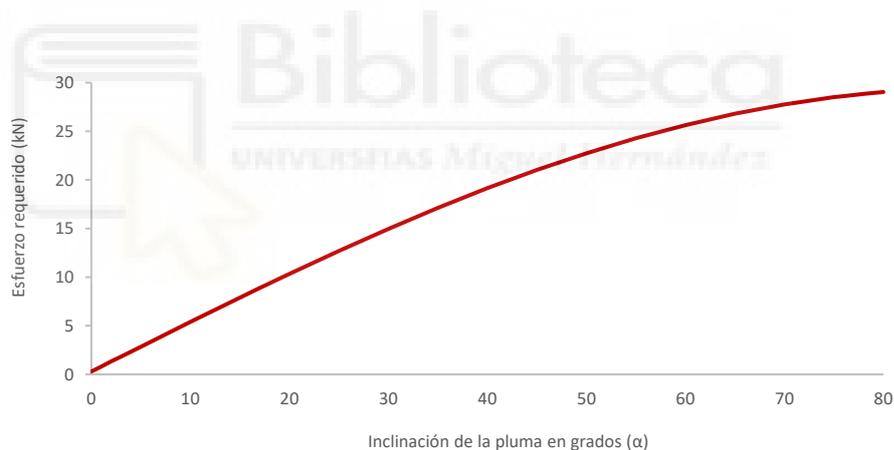


Figura 13.4 Representación del esfuerzo aplicado (kN) al cilindro en función de la posición de la pluma

Se tienen 0,3 kN para mínima inclinación y un máximo de 29,03 kN para $\alpha=80^\circ$, pasando por un valor de 7,9 kN para $\alpha=15^\circ$.

De antemano se observa que los valores de estos esfuerzos son muy pequeños con respecto a los generados por el peso de la pluma y la carga —2874 kN y 8954 kN— obtenidos en los dos apartados anteriores, representando apenas un 0,01% de estos.

Por consiguiente, la contribución del propio peso del vástago al esfuerzo necesario a realizar por el cilindro será mínima y despreciable, aunque no obstante se tendrá en cuenta para el dimensionamiento del mismo.

13.1.4 Esfuerzos finales en el cilindro

Si se suman los esfuerzos obtenidos en cada caso, el cilindro tendrá que ser capaz de de fuerza, en función de cada situación analizada:

- **Al levantar la pluma:** se tenía un máximo de 2874 kN provenientes de la masa la pluma, correspondiente a la posición de 0°, que era la más desfavorable en esta circunstancia. Habría que sumar el rozamiento entre el vástago y la camisa, que en la posición de 0° suponen un valor de 0,3 kN.

$$F_{\text{Elevación}} = 2874,3 \text{ kN}$$

A partir de este esfuerzo dinámico se determinarán la superficie del vástago —el diámetro interno del cilindro— y la presión de trabajo de la bomba, puesto que será esta la encargada de producir el trabajo necesario para moverlo.

- **Al mantener la pluma con carga:** se tenía un máximo de 8954 kN, que se daban cuando la pluma estaba totalmente desplegada y con mínima inclinación de trabajo (15°). Aquí hay que tener en cuenta también la masa del vástago, que en esta posición suponen una fuerza extra —sobre la línea de acción del cilindro— de:

$$P \cdot \text{sen}(\alpha) = 7,6 \text{ kN}$$

Aquí no se contabiliza el rozamiento, puesto que se trata de una situación estática (de hecho, el rozamiento ayudaría a mantener el vástago en su posición, al oponerse al movimiento). Sumándolos:

$$F_{\text{Sustento}} = 8961,6 \text{ kN}$$

Con este valor de fuerza estática se podrá hallar el espesor de la camisa del cilindro —el diámetro externo— de forma que se asegure la integridad estructural del mismo.

Como se explicó en la página anterior, la diferencia entre las fuerzas obtenidas al tener en cuenta el peso del vástago es muy pequeña, pudiéndose haber despreciado para los cálculos.

Con estos valores finales, se procederá con el dimensionado del cilindro de elevación.

13.2 Dimensionamiento

En este apartado se determinarán parámetros y geometría del cilindro de elevación, a partir de los esfuerzos y demás datos conocidos.

El cilindro de elevación como el que se va a diseñar se trata de uno de **simple efecto**, puesto que durante el bajado de la pluma —retracción del vástago— será la propia gravedad la encargada del proceso. Esto reduce la complejidad del cilindro, así como la del del circuito hidráulico asociado a él. También se aumenta la robustez, puesto que al no necesitar cámara anular se puede emplear todo ese volumen para el vástago. No se tiene un pistón como tal, puesto que todo vástago hace su función.



Figura 13.5 Cilindro hidráulico de una grúa LTM como el proyectado

A pesar de existir en el mercado cilindros normalizados, lo habitual en este tipo de maquinaria es producir totalmente a medida estos elementos, es especial los de mayor tamaño. Esto no se hace sólo por la capacidad y potencia, sino también por la integración de estos elementos con el resto de la grúa. El necesario para nuestra pluma se diseñará desde cero.

Para el cilindro se completará la siguiente tabla, que definirá sus características principales:

Presión máxima de trabajo (P)	bar
Diámetro interno (D_i)	mm
Diámetro externo (D_e)	mm
Espesor pared (e)	mm
Carrera del vástago	mm
Volumen de trabajo (V)	cm ³
Presión máxima ($P_{m\acute{a}x}$)	bar
Tipo de montaje	-

Tabla 39 Datos característicos a determinar del cilindro de elevación

13.2.1 Presión de partida

Lo primero será especificar la **presión** a la que trabaja el circuito hidráulico, a partir de la cual se dimensionarán sus componentes. Por norma general, este tipo de maquinaria especializada —como son las grúas móviles autopropulsadas— trabajan con sistemas oleohidráulicos de gran capacidad y rendimiento, que alcanzan presiones muy elevadas.

Como ejemplo, Liebherr diseña y fabrica cilindros para aplicaciones móviles (maquinaria) con una presión de trabajo máxima de hasta 630 bar, siendo este un valor bastante elevado en comparación con circuitos más sencillas y cotidianos, que suelen estar en el rango de 70 a 250 bar.

La presión de trabajo inicial que se utilizará en este caso se ha fijado en aproximadamente 450 bar, valor común y empleado en circuitos hidráulicos para estas aplicaciones.

$$P = 450 \text{ bar}$$

Dicho valor de presión se toma como referencia para el dimensionado del cilindro, variando en el diseño final al redondear y aproximar los diámetros obtenidos.

13.2.2 Diámetro interno y presión de trabajo

Una vez conocida la presión inicial, se puede proceder con el cálculo geométrico del cilindro. Esto es posible gracias a la propia definición de presión, que relaciona el área requerida para aplicar una determinada fuerza:

$$\text{Presión} = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Área}}$$

Lo primero será calcular el diámetro del **vástago**, o diámetro interior del cilindro (D_i). Este determinará el área de contacto que tiene el fluido a presión para producir el movimiento. A partir de la expresión superior se puede encontrar el área necesaria para proporcionar una fuerza concreta con una cierta presión:

$$\text{Área} = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Presión}}$$

La fuerza (dinámica) a desarrollar es 2874,3 kN, que deberá ser proporcionada por el fluido presurizado en la bomba, al trabajar esta durante el proceso de elevación. La presión de trabajo se estimó en ≈ 450 bar:

$$A = \frac{F}{P} = \frac{2.874.300 \text{ N}}{450 \text{ bar}} \cdot \frac{1 \text{ bar}}{100.000 \text{ Pa}} \cdot \frac{1 \text{ Pa} \cdot \text{m}^2}{\text{N}} = 0,063873 \text{ m}^2$$

El área necesaria para proporcionar esa fuerza con dicha presión es de 63.873 mm².

No obstante, habría que tener en cuenta el **rendimiento** global (η) del cilindro, puesto que estos no son capaces de transferir al vástago la totalidad de la energía hidráulica proporcionada por el circuito, perdiendo por tanto trabajo útil realizado. Este es fruto de las pérdidas volumétricas, mecánicas e hidráulicas dentro de éste. Esto se aplica a todas las máquinas hidráulicas, siendo el cilindro una de ellas.

Lo habitual es perder entre un 5% y un 15% de la energía que le llegue al cilindro. En este caso se estimará un rendimiento global del 95%, debido a la gran calidad de los elementos y piezas que lo conforman:

$$\eta \approx 95\%$$

Esta pérdida de energía se puede cuantificar de varias maneras, siendo una de ellas en forma de un aumento del área real necesaria, con respecto a la teórica, para producir una misma fuerza:

$$\eta = \frac{A_{\text{Teórica}}}{A_{\text{Real}}}$$

$$A_{\text{Real}} = \frac{A_{\text{Teórica}}}{\eta}$$

$$A = \frac{63873 \text{ mm}^2}{0.95} = 67.235 \text{ mm}^2$$

Ese ligero aumento del área compensará las pérdidas mencionadas.

Finalmente, el área obtenida equivale a un círculo —forma del vástago— con un diámetro de 292,6 mm. Se aproxima y redondea a 300 mm.

$$D_i = 300 \text{ mm}$$

Presión de trabajo real

Con ese diámetro del vástago se obtiene una presión de trabajo máxima real de:

$$P_{\text{Trabajo}} = \frac{F}{A} = \frac{F}{\eta \cdot \pi \left(\frac{D_i}{2}\right)^2} = \frac{2.874.300}{0,95 \cdot \pi \left(\frac{0,3}{2}\right)^2} = 42.803.186 \text{ Pa}$$

Que expresada en bar quedaría:

$$P_{\text{Trabajo}} = 428 \text{ bar}$$

13.2.3 Diámetro externo y espesor

Los últimos datos numéricos por determinar son el **diámetro exterior** (D_e) y el **espesor** de la pared de la camisa del cilindro (e), siendo relación directa el uno del otro al conocer ya el diámetro interior.

El cálculo del espesor de la camisa del cilindro se basará en la resistencia de la pared de este, donde se analizarán los esfuerzos y tensiones inducidas por la presión del fluido hidráulico. Al compararse dichos valores con la resistencia del acero empleado, se comprobará la validez del diseño (dimensiones) aplicado.

En este caso se tendrá en cuenta el esfuerzo estático que se producía al mantener en cilindro en su posición, mientras se realizaban los trabajos de izado de la carga, habiéndose obtenido un máximo —en la posición más desfavorable— de 8.961,6 kN.

En el apartado 13.2.2 se obtuvo un diámetro interno del vástago de 300 mm, por lo que hay que tener en cuenta este valor.

Como ya se explicó, durante el izado de la carga el cilindro permanece fijado en su posición, bloqueando el fluido previamente insertado en su cámara interior mediante una válvula. El hecho de tener el mismo diámetro —esos 300 mm— y aumentar la fuerza de trabajo —8961,6 kN contra los 2874,3 kN anteriores— se traducirá directamente en un aumento de la presión del fluido contenido en la cámara del cilindro, alcanzando una presión mayor (P'). Por tanto, se calculará el espesor de la pared necesario para soportar de forma segura ese nuevo valor de presión.

El espesor de la pared del cilindro (e) debe proporcionar la resistencia necesaria para vencer las nuevas tensiones que se generan, satisfaciendo así:

$$\sigma_{\text{Adm. Pared}} \geq \sigma$$

Siendo la tensión admisible considerada en este caso el límite elástico del material, aplicándole un cierto coeficiente de seguridad:

$$\sigma_{\text{Admisible}} = \frac{R_E}{CS}$$

El acero empleado para la pared del cilindro en estos casos suele ser alguno de los habituales para elementos de maquinaria pesada: de alta resistencia y bajo aleado (HSLA). Dos ejemplos de ellos son el S700MC o el S690QL, presentando ambos una gran resistencia a la corrosión, ductilidad y soldabilidad. El límite elástico (R_E) se sitúa en torno a los 700 MPa.

Por su parte, los coeficientes (CS) habituales en este tipo de elementos hidráulicos de maquinaria pesada suelen estar comprendidos entre 1.5 y 4, de forma que se garantice la seguridad operativa y la integridad estructural de la grúa. Se tomará un **factor 2**, lo que otorga un cierto margen de seguridad.

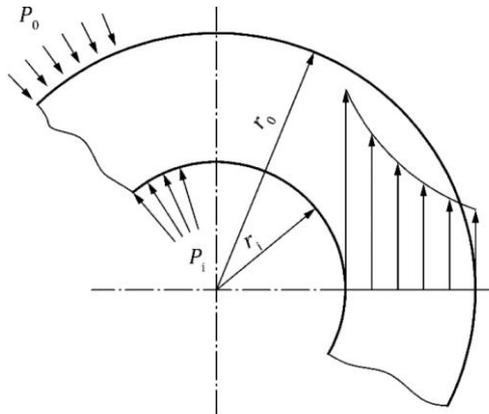
$$CS = 2$$

Por tanto, la tensión admisible del acero a tener en cuenta será la mitad de su límite elástico:

$$\sigma_{\text{Admisible}} = \frac{700}{2} = 350 \text{ MPa}$$

Ahora se procederá a calcular las tensiones generadas en el cilindro. Las fuerzas dependen de la presión interna del fluido hidráulico, mientras que las tensiones inducidas (σ) en la pared varían con la geometría (espesor) de la misma.

Se volverá a utilizar el ya visto **Criterio de Von Mises**, particularizado en este apartado para el caso de un cilindro de **pared gruesa**:



$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_r^2 + \sigma_a^2 - \sigma_t \cdot \sigma_r - \sigma_t \cdot \sigma_a - \sigma_r \cdot \sigma_a}$$

Teniendo que cumplirse, como ya se indicó:

$$\sigma_{Admisible} \geq \sigma_{VM}$$

Y siendo las componentes de la tensión de Von Mises:

- Tensión **tangencial** (σ_t). Es la más relevante en un cilindro sometido a presión, puesto que es la que mayor magnitud presenta, actuando en la dirección de la circunferencia. Esta tensión varía a través del espesor de la pared del cilindro, por lo que su valor depende de la posición (radio, r) estudiado.

$$\sigma_t(r) = p_i \cdot \frac{\left(\frac{r_o}{r}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_o}{r_i}\right)^2 - 1} + p_o \cdot \frac{\left(\frac{r_i}{r}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_i}{r_o}\right)^2 - 1}$$

En este caso la presión atmosférica externa (p_o) es nula, ya que en hidráulica se suele trabajar con presiones relativas.

Se tiene una distribución de tensiones tangenciales como la mostrada en el diagrama de la página anterior, de forma que su máximo corresponda con la pared interior ($r=r_i$), disminuyendo conforme se acerca al radio externo.

Por tanto, la expresión final de la tensión tangencial quedaría:

$$\sigma_t(r_i) = p_i \cdot \frac{\left(\frac{r_0}{r_i}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{r_i}\right)^2 - 1}$$

- Tensión **radial** (σ_r). Se aplica de forma radial, tal y como actúan las presiones dentro del cilindro. Su magnitud variará entre la presión interna (máximo) y la exterior, considerada nula.

$$\sigma_r(r) = -p_i \cdot \left(\frac{r_i}{r}\right)^2$$

Si se estudia la posición la posición correspondiente al radio interno (r_i), justo en la cara interna de la pared, se tendrá ese valor máximo, que es igual a la propia presión que actúa.

$$\sigma_r(r_i) = -p_i \cdot \left(\frac{r_i}{r_i}\right)^2 = -p_i$$

- Tensión **axial** (σ_a). Actúa a lo largo del eje longitudinal del cilindro, y lo más habitual es que su valor será el más bajo de las tres. En caso de no tener ningún momento flector aplicado sobre el cilindro —como es el caso estudiado— el valor de la tensión axial se puede considerar constante a través de la pared de éste (no varía con r), tomando un valor fijo de:

$$\sigma_a = p_i \cdot \frac{r_i^2}{r_0^2 - r_i^2}$$

Las expresiones de las tensiones mostradas se derivan de la aplicación de las Ecuaciones de Lamé a un cilindro hueco de pared gruesa. Estas se basan en la Mecánica de Sólidos en combinación con la Teoría de la Elasticidad, consiguiendo así la distribución de tensiones a lo largo de la pared de un cilindro.

En este caso se estudia directamente su aplicación práctica a la camisa del cilindro hidráulico estudiado.

El problema se enfocará como un cilindro de pared gruesa, donde se cumplirá que el espesor de la pared es mayor a una décima parte del radio.

$$e \geq \frac{r_i}{10}$$

En caso de no cumplirse se puede simplificar el análisis, considerando entonces un cilindro de pared **delgada**. Se emplearían entonces expresiones mucho más sencillas que las indicadas, reduciendo la complejidad del problema.

En realidad, un cilindro de pared delgada es una particularización concreta del de pared gruesa, por lo que, si se estudia un cilindro de pared delgada como gruesa, sus hipótesis y resultados serán totalmente válidos (y de hecho más exactos). Sin embargo, como resulta lógico, no sería correcto analizar un cilindro de pared gruesa como delgada, debido a las simplificaciones adoptadas. Al finalizar el cálculo se comprobará que el caso estudiado se trata efectivamente de un problema de pared gruesa.

Comenzando el cálculo del espesor, como paso previo se requiere hallar el nuevo valor de presión, denotado como **P'**. Este aumento de presión se justificó con el hecho de que se aumenta la fuerza aplicada en el vástago manteniendo el mismo diámetro.

Según el Principio de Pascal, esta presión —al actuar en un recinto cerrado como un cilindro— se transmitirá uniformemente en todas direcciones a través del fluido. Por tanto, resulta necesario comprobar la resistencia estructural de la pared lateral (camisa) del cilindro.

Por ello, se tiene entonces más fuerza para una misma superficie, lo que inherentemente se traduce de forma física en una presión mayor:

$$P' = \frac{F'}{A} = \frac{F'}{\pi \left(\frac{D_i}{2}\right)^2} = \frac{8.961.600 \text{ N}}{\pi \left(\frac{0,3 \text{ m}}{2}\right)^2} = 126.780.705 \text{ Pa}$$

Nótese que aquí no se aplica el rendimiento del cilindro (η) puesto que éste no se mueve, no realizándose ningún trabajo y considerándose un problema estático.

La nueva presión alcanzada al mantener la pluma en la posición más desfavorable llega a:

$$P' = 1266,8 \text{ bar}$$

Se trata de una presión considerable, si bien sería posible lidiar con ella añadiendo una pared lo suficientemente gruesa en la camisa del cilindro.

Algo que se podría hacer para reducir su valor es aumentar el diámetro del vástago con el que se trabaja; en las páginas anteriores se tomó un diámetro interno de 300 mm, aunque si se selecciona un diámetro de —por ejemplo— 350 mm:

$$P' = \frac{F'}{A} = \frac{F'}{\pi \left(\frac{D_i}{2}\right)^2} = \frac{8.961.600 \text{ N}}{\pi \left(\frac{0,35 \text{ m}}{2}\right)^2} = 93.145.008 \text{ Pa}$$

$$P' = 931,4 \text{ bar}$$

Se ha conseguido reducir la presión máxima dentro de la cámara una cuarta parte (-26,5%), lo que atenuará en gran medida las tensiones inducidas en la pared del cilindro. Se usará por tanto ese diámetro interno en lugar del seleccionado previamente.

$$D_i = 350 \text{ mm}$$

Además, el hecho de aumentar este diámetro también modifica la presión máxima necesaria a proporcionar por la bomba para elevar la pluma, siendo el número valor:

$$P_{\text{Trabajo}} = \frac{F}{A} = \frac{F}{\eta \cdot \pi \left(\frac{D_i}{2}\right)^2} = \frac{2.874.300}{0,95 \cdot \pi \left(\frac{0,35}{2}\right)^2} = 31.447.239 \text{ Pa} \approx 315 \text{ bar}$$

$$P_{\text{Trabajo}} = 315 \text{ bar}$$

Por consiguiente, las componentes de la tensión de Von Mises quedan, dejando el término r_0 (diámetro externo) como variable a determinar:

$$\sigma_t = p_i \cdot \frac{\left(\frac{r_0}{r_i}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{r_i}\right)^2 - 1} = p_i \left(\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right) \cdot \frac{\left(\frac{r_0}{0,175 \text{ m}}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{0,175 \text{ m}}\right)^2 - 1}$$

$$\sigma_r = -p_i$$

$$\sigma_a = p_i \cdot \frac{r_1^2}{r_0^2 - r_1^2} = p_i \cdot \frac{0,175^2}{r_0^2 - 0,175^2}$$

Con p_i igual a 93.145.008 N/m (Pa).

Sustituyendo los tres términos en la expresión de Von Mises:

$$\sigma_{\text{VM}} = \sqrt{\left[p_i \cdot \frac{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 - 1} \right]^2 + p_i^2 + \left[p_i \cdot \frac{0,175^2}{r_0^2 - 0,175^2} \right]^2 - \left[p_i \cdot \frac{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 - 1} \right] \cdot (-p_i) - \left[p_i \cdot \frac{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 - 1} \right] \cdot \left[p_i \cdot \frac{0,175^2}{r_0^2 - 0,175^2} \right] - (-p_i) \cdot \left[p_i \cdot \frac{0,175^2}{r_0^2 - 0,175^2} \right]}$$

$$\sigma_{\text{VM}} = \sqrt{p_i^2 \left[\frac{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 - 1} \right]^2 + p_i^2 + \left[p_i \cdot \frac{0,175^2}{r_0^2 - 0,175^2} \right]^2 + p_i^2 \left[\frac{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 - 1} \right] - p_i^2 \left[\frac{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 - 1} \right] \cdot \frac{0,175^2}{r_0^2 - 0,175^2} + p_i^2 \cdot \frac{0,175^2}{r_0^2 - 0,175^2}}$$

$$\sigma_{VM} = p_i \cdot \sqrt{\left(\frac{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 - 1}\right)^2 + 1 + \left(\frac{0,175^2}{r_0^2 - 0,175^2}\right)^2 + \left(\frac{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 - 1}\right) - \left(\frac{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 - 1} \cdot \frac{0,175^2}{r_0^2 - 0,175^2}\right) + \frac{0,175^2}{r_0^2 - 0,175^2}}$$

Que teniendo que cumplir la condición de resistencia:

$$\sigma_{Admisible} \geq \sigma_{VM}$$

$$350 \cdot 10^6 \text{ (N/m)} \geq \sigma_{VM}$$

$$350 \cdot 10^6 \geq p_i \cdot \sqrt{\left(\frac{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 - 1}\right)^2 + 1 + \left(\frac{0,175^2}{r_0^2 - 0,175^2}\right)^2 + \left(\frac{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 - 1}\right) - \left(\frac{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{0,175}\right)^2 - 1} \cdot \frac{0,175^2}{r_0^2 - 0,175^2}\right) + \frac{0,175^2}{r_0^2 - 0,175^2}}$$

La expresión se puede resolver mediante algún programa de cálculo o, como es el caso, mediante el propio Excel. Despejando el término r_0 se obtiene un valor mínimo del radio externo del cilindro de:

$$r_0 \geq 0,23836 \text{ m}$$

Que se traduce en un espesor mínimo de:

$$e = r_0 - r_i = 0,23836 - 0,175 = 0,06336 \text{ m} = 63,36 \text{ mm}$$

Se necesita un espesor de la pared a partir de 63,36 mm. Se tomará un valor redondeado de:

$$e = 64 \text{ mm}$$

Quedando finalmente el diámetro externo del cilindro:

$$D_e = 478 \text{ mm}$$

Con ese grosor de la camisa del cilindro hidráulico se garantiza un CS de 2, cumpliendo por tanto las exigencias de seguridad del elemento.

13.2.4 Montaje del cilindro

Por último, en lo referente al anclaje, el cilindro será del tipo **pivotante** en ambos extremos. Esto permitirá un giro y basculación del cilindro con respecto a su posición de reposo mientras se extiende o se retrae el vástago, con el fin de que el cilindro se autoalinee (dentro de un plano) con la dirección de la carga en todo momento, minimizando y eliminando la transmisión de fuerzas laterales y momentos flectores.

En los dos extremos, denominados también cabezales del cilindro y del vástago, se tendrán cojinetes de deslizamiento, insertados en la superficie interna, facilitando el movimiento de giro entre ésta y el pasador/buje externo.



En la Figura 13.5 se pueden observar los cabezales a los que se hace referencia.

Por tanto, el cilindro de elevación tendrá libertad rotacional en ambos extremos.

13.2.5 Requerimientos del cilindro de elevación

Finalmente, la tabla con los datos determinados para este cilindro a diseñar resulta:

Presión máxima de trabajo	314 bar
Diámetro interno	350 mm
Diámetro externo	478 mm
Espesor pared	64 mm
Presión máxima (estática)	931 bar
Tipo de montaje	Doble pivotante

Tabla 40 Datos de partida del cilindro de elevación

Las características del cilindro proyectado se adecuan a un cilindro real de similares prestaciones a los empleados en grúas. Éstas se usarán para el diseño en el siguiente apartado.

Otros datos importantes a determinar son la carrera de trabajo y el volumen de fluido necesario, que se podrán obtener fácilmente una vez se modele el cilindro y se integre en el ensamblaje de la pluma.

13.3 Comprobación de la estabilidad elástica

Debido al tamaño y longitud del cilindro, resulta necesario realizar la comprobación de la estabilidad lateral —también llamada **pandeo**— de éste. El pandeo analizado en este caso será el producido por la deformación lateral causada exclusivamente por fuerzas y tensiones de compresión.

Para este procedimiento se empleará la norma UNE 13001-3.1 del 2022, donde se especifican algunos cálculos y comprobaciones aplicadas para cilindros hidráulicos en grúas, por lo que se utilizará la terminología y expresiones incluidas en dicha norma.

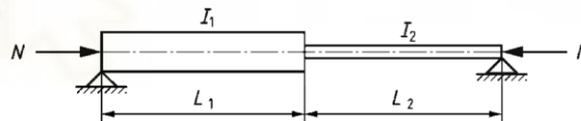
De forma general, se producirá pandeo en una estructura (pieza, mecanismo, etc.) si la fuerza externa de compresión es superior a la fuerza de compresión de cálculo límite, por lo que se tiene que comprobar que:

$$F_C \leq N_{R,C}$$

El valor de F_C a considerar sería la mayor fuerza posible que se tuviera en el todo el cilindro, habiéndose ya determinado un máximo de 8961,6 kN (compresión) para la posición más desfavorable.

$$F_C = 8961,6 \text{ kN}$$

La fuerza de cálculo de compresión límite se calculará de manera independiente para cada parte del cilindro (camisa y vástago), puesto que cada una de ellas tienen secciones y longitudes distintas. Esto se indica en la propia norma:



$$N_{R,C, \text{Cam}} = \frac{\kappa_{\text{Cam}} \cdot f_{y k, \text{Cam}} \cdot A_{\text{Cam}}}{\gamma_m} \quad (13.1)$$

$$N_{R,C, \text{Vas}} = \frac{\kappa_{\text{Vas}} \cdot f_{y k, \text{Vas}} \cdot A_{\text{Vas}}}{\gamma_m} \quad (13.2)$$

Donde:

- El término κ es un coeficiente de reducción para la contribución de cada parte del cilindro.
- El término $f_{y k}$ es el límite elástico característico del material de la pieza evaluada.
- El término A es la superficie de la sección transversal.
- El término γ_m es un factor de resistencia general, tomándose $\gamma_m = 1,1$ para comprobaciones de estabilidad elástica.

La resistencia final a pandeo del cilindro ($N_{R,C}$) se tomará como el mínimo de las resistencias de cada una de las partes evaluadas (camisa y vástago):

$$N_{R,C} = \min(N_{RC_{Cam}}, N_{RC_{Vas}})$$

Se comenzará estudiando la **camisa** del cilindro ($N_{RC_{Cam}}$).

El límite elástico f_{yk} del acero empleado en la camisa del cilindro tiene un valor de 700 MPa, que fue el que se consideró para el dimensionamiento del cilindro.

$$f_{yk} = 700.000.000 \text{ N/m}^2$$

El área de la sección transversal de la camisa se puede calcular fácilmente, al conocer los radios y el espesor:

$$\begin{aligned} A &= \pi \cdot (R^2 - r^2) \\ A &= \pi \cdot (0,239^2 - 0,175^2) \\ A &= 0,08324 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

El coeficiente de reducción para la camisa κ_{Cam} viene dado por:

$$\kappa_{Cam} = \frac{1}{\xi_{Cam} + \sqrt{\xi_{Cam}^2 - \lambda_{Cam}^2}} \quad (13.3)$$

Siendo:

$$\xi_{Cam} = 0,5 \cdot (0,96 + 0,2 \cdot \lambda_{Cam} + \lambda_{Cam}^2) \quad (13.4)$$

Y el término λ_{Cam} la esbeltez de la camisa del cilindro:

$$\lambda_{Cam} = \sqrt{\frac{f_y \cdot A}{N_k}} \quad (13.5)$$

Donde el área de la sección transversal de la camisa (A) ya se conoce. Por su parte, el límite elástico del material f_y (que no el característico) se puede calcular aplicando:

$$f_y = \frac{f_{yk}}{\gamma_m}$$

Siendo γ_m un coeficiente parcial de seguridad empleado para minorar la resistencia del material. Se empleará el valor de 1.1 dado por la propia norma UNE, utilizado también en las expresiones (13.1) y (13.2).

El límite elástico minorado (a nivel de cálculo) para la esbeltez será, por tanto:

$$f_y = \frac{f_{yk}}{\gamma} = \frac{700}{1.1} = 636,36 \text{ MPa}$$

$$f_y = 636.363.600 \text{ N/m}^2$$

Por su parte, la carga de pandeo crítica (N_k) depende de la forma en que se encuentra anclado el cilindro, incluyéndose las expresiones para distintas situaciones en la propia norma UNE.

Según la norma el cilindro estudiado se engloba en el siguiente tipo, donde se considera los dos extremos de ambas partes se encuentran articulados y por tanto con libertad de giro, tal y como se muestra en el siguiente esquema:



Para ese caso la carga crítica viene dada por:

$$N_k = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2} \quad (13.6)$$

El módulo de elasticidad (E) del material empleado se puede tomar en torno a 210.000 MPa, valor muy común y habitual para casi todos los aceros:

$$E = 210.000.000.000 \text{ N/m}^2$$

Para usar valores reales, la longitud del elemento estudiado (la camisa) se puede obtener una vez modelado el cilindro final. Adelantándonos al siguiente apartado —donde se muestra el cilindro diseñado— y a los planos (ver el número 5.1) se tiene una longitud aproximada de la camisa de:

$$L_{CAM} = 6.400 \text{ mm} = 6,4 \text{ m}$$

El momento de inercia I de la sección de la camisa (segundo momento de área), con respecto a su eje más débil (en este caso al ser una corona circular simétrica es indiferente) es:

$$I = \frac{\pi \cdot (R^4 - r^4)}{4}$$

$$I = \frac{\pi \cdot (0,239^4 - 0,175^4)}{4}$$

$$I = 0,001826 \text{ m}^4$$

Con todos estos datos se puede calcular la carga crítica de pandeo (N_k) según la expresión (13.6):

$$N_k = \frac{\pi^2 \cdot 210.000.000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 0,001826 \text{ m}^4}{7,0^2 \text{ m}^2}$$

$$N_k = 92.397.424 \text{ N} = 92.397 \text{ kN}$$

Ahora se obtiene la esbeltez de la camisa con (13.5):

$$\lambda_{\text{Cam}} = \sqrt{\frac{636.363.600 \text{ N/m}^2 \cdot 0,08324 \text{ m}^2}{92.397.424 \text{ N}}} = 0,7571$$

Y los términos ξ_{Cam} y κ_{Cam} (13.3 y 13.4):

$$\xi_{\text{Cam}} = 0,5 \cdot (0,96 + 0,2 \cdot 0,8364 + 0,8364^2) = 0,8423$$

$$\kappa_{\text{Cam}} = \frac{1}{0,91345 + \sqrt{0,91345^2 - 0,8364^2}} = 0,8234$$

Finalmente, se puede obtener (13.1):

$$N_{\text{RC,Cam}} = \frac{0,8234 \cdot 700.000.000 \text{ N/m}^2 \cdot 0,08324 \text{ m}^2}{1,1}$$

La fuerza de cálculo de compresión límite para la camisa resulta:

$$N_{\text{RC,Camisa}} = 43.622.460 \text{ N} = 43.622 \text{ kN}$$

Ahora se procederá a la obtención de la fuerza de cálculo de compresión límite para el **vástago** ($N_{RC,Vastago}$). El proceso será análogo al realizado para la camisa.

Comenzando directamente con la carga crítica de pandeo del vástago, que según la norma tendrá la misma expresión:

$$N_k = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}$$

La longitud del vástago considerada (sería la distancia entre la camisa y el final del cilindro) se podría asimilar a la carrera de trabajo. Su valor final real se obtiene en el posterior apartado 13.4.1:

$$L_{VAS} = 4.596 \text{ mm} = 4,6 \text{ m}$$

Por su parte, el segundo momento de área, considerando un cilindro macizo de 350 mm de diámetro (que es la sección del vástago):

$$I = \frac{\pi \cdot 0,175^4}{2} = 0,0014732 \text{ m}^4$$

En el vástago se emplea un acero distinto al de la camisa, puesto que los requerimientos de resistencia eran menores, al tener una mayor área y sección más favorable que en la camisa. Como ejemplo, se selecciona un acero genérico con un límite elástico (característico) de 400 MPa y un módulo de Young igualmente de 210.000 MPa.

Quedando:

$$N_k = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210.000.000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 0,0014732 \text{ m}^4}{3,85^2 \text{ m}^2}$$

$$N_k = 144.299.586 \text{ N}$$

$$A = \pi \cdot (0,175^2)$$

$$A = 0,09621 \text{ m}^2$$

Y la esbeltez del vástago (con 13.5):

$$\lambda_{Vas} = \sqrt{\frac{\frac{400.000.000}{1,1} \text{ N/m}^2 \cdot 0,09621 \text{ m}^2}{205.996.239 \text{ N}}} = 0,4924$$

Y los términos ξ_{Vas} y κ_{Vas} (13.3 y 13.4):

$$\xi_{Vas} = 0,5 \cdot (0,96 + 0,2 \cdot 0,4924 + 0,4924^2) = 0,6505$$

$$\kappa_{Vas} = \frac{1}{0,6505 + \sqrt{0,6505^2 - 0,4924^2}} = 0,9297$$

Finalmente, se puede obtener (13.2):

$$N_{RC,Vas} = \frac{0,9518 \cdot 400.000.000 \text{ N/m}^2 \cdot 0,09621 \text{ m}^2}{1,1}$$

La fuerza de cálculo de compresión límite para el vástago resulta:

$$N_{RC,Vastago} = 32.528.287 \text{ N} = 32.428 \text{ kN}$$

Una vez obtenidos los valores de resistencia para la camisa y el vástago:

$$F_C \leq N_{R,C}$$

$$N_{R,C} = \min(N_{RC, Cam}, N_{RC, Vas})$$

$$N_{R,C} = \min(43.622 \text{ kN}, 32.428 \text{ kN})$$

El vástago es el elemento limitante, siendo el más probable donde aparezca pandeo. Se emplea por tanto su valor de resistencia de cara a la comprobación final.

$$8961,6 \text{ kN} \leq 32.428 \text{ kN}$$



Finalmente, se comprueba que la fuerza de compresión de cálculo límite soportada por el cilindro es mayor a la fuerza externa máxima aplicada, por lo que no se produciría ningún fenómeno de pandeo.

La seguridad analítica con respecto a flexiones laterales en el cilindro de elevación queda:

$$CS_{Pandeo} = \frac{N_{R,C}}{F_C} = \frac{32.428 \text{ kN}}{8961,6 \text{ kN}} \approx 3.62$$

13.4 Diseño del cilindro de elevación

Una vez determinadas las características principales del cilindro, se procederá al modelado y ensamblaje de éste mediante el software Autodesk Inventor, de la misma forma que en el apartado 7.

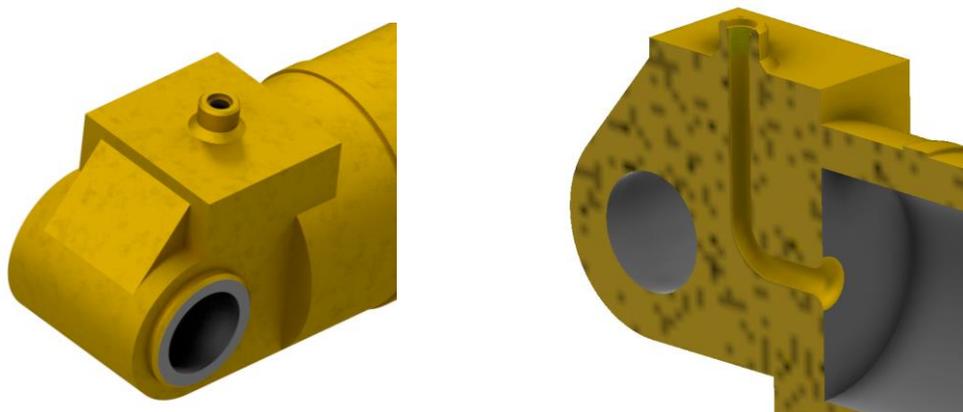


Figura 13.6 Camisa del cilindro de elevación

En lo referente a sus dimensiones, se tiene una longitud total de 6,8 metros, un diámetro externo de 47,8 centímetros y un espesor de pared de 64 mm.

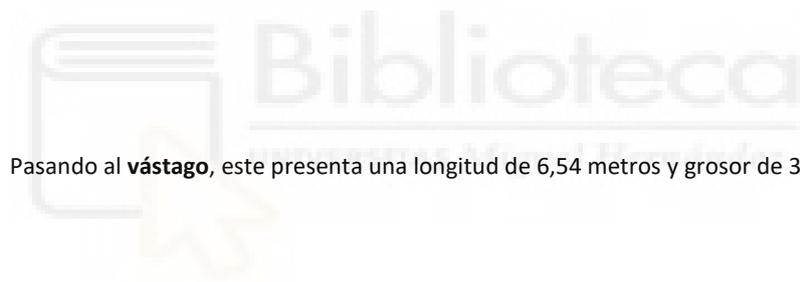


Se destaca la conexión con la línea hidráulica para introducir y extraer el fluido del cilindro, así como el conducto interno que discurre desde esta hasta la cámara interna.



Del mismo modo, no hay que pasar por alto los elementos de sellado, siendo éstos necesarios al mantener el fluido hidráulico dentro de la cámara y la presión de funcionamiento del sistema, así como los contaminantes fuera del cilindro.

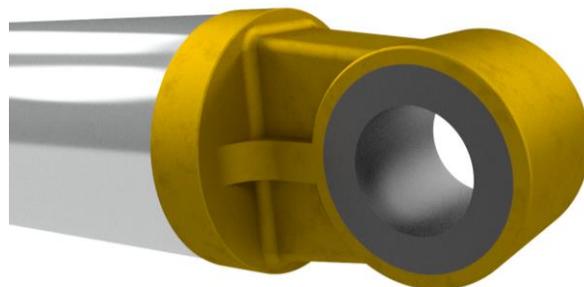
Se tienen ranuras talladas en la superficie interna de la cámara, donde se insertarán las juntas tóricas y anillos de respaldo correspondientes, asegurando así el sellado y la estanqueidad del sistema.



Pasando al **vástago**, este presenta una longitud de 6,54 metros y grosor de 35 centímetros.



Figura 13.7 Vástago del cilindro de elevación



Se distinguen, del mismo modo que con la camisa, las ranuras en su extremo final para alojar los elementos de sellado.



Tanto el vástago como la camisa se fabrican totalmente a medida, puesto que son cilindros diseñados a partir de características específicas, no tratándose de elementos normalizados.

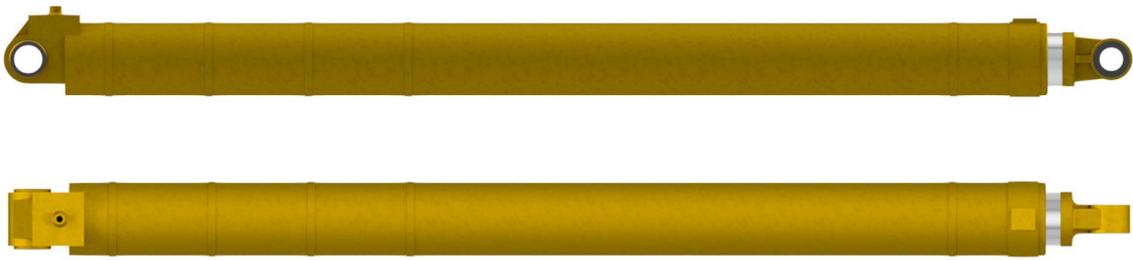
Como es de esperar, ambos se fabrican en aceros de alta calidad, con un límite elástico —establecido en los cálculos— de 700 MPa para la camisa y de 400 MPa para el vástago. Como ejemplo, se podrían emplear los aceros S690QL y el C45 (F1140 o AISI 1045) para cada uno, respectivamente. Como añadido, existe la posibilidad de tratar térmicamente estos aceros para optimizar sus propiedades mecánicas.

Habría que prestar especial importancia al superacabado final de las superficies en contacto —externa del vástago y la cara interna de la camisa— con la finalidad de mejorar la resistencia al desgaste y facilitar el movimiento (disminuir el rozamiento entre los materiales). Además, se deberá controlar estrictamente las tolerancias dimensionales y geométricas, asegurando así la correcta estanqueidad y funcionamiento del cilindro.

Al unir los componentes se llega al ensamblaje del cilindro de elevación:



Figura 13.8 Cilindro de elevación



Con el cilindro totalmente extendido:



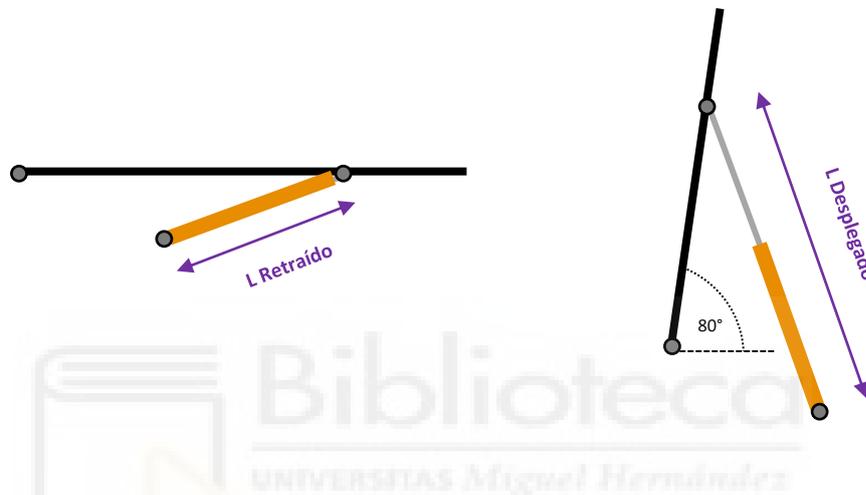
Los planos de despiece y ensamblaje del cilindro de elevación se incluyen al final del documento. En la siguiente imagen es posible apreciar el gran tamaño que pueden tener estos cilindros en la práctica:



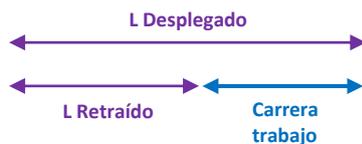
13.4.1 Datos finales del cilindro de elevación

Una vez diseñado el cilindro se pueden obtener los datos que faltaban en la Tabla 40: la carrera y el volumen máximos de trabajo.

La denominada **carrera de trabajo** se trata de la distancia máxima posible que recorrerá el vástago durante el movimiento. Viene determinada por las posiciones extremas que el vástago puede adoptar. Según el esquema básico de funcionamiento de la pluma proyectada:



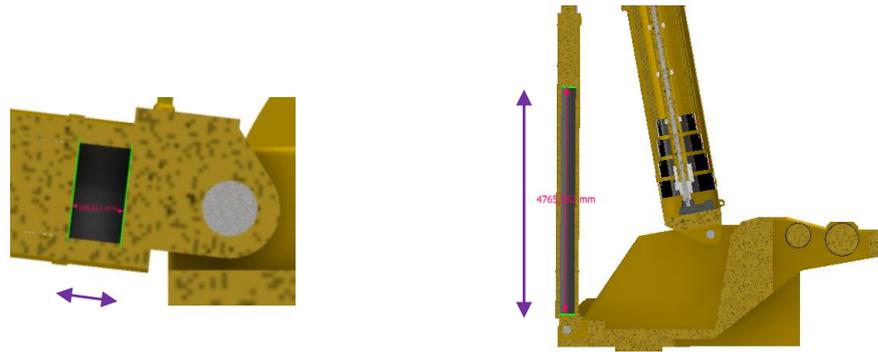
La carrera de trabajo será la diferencia entre ambas longitudes:



$$C_{\text{Trabajo}} = L_{\text{Desplegado}} - L_{\text{Retraído}}$$

Todas estas distancias se pueden medir directamente en el ensamblaje completo final que se mostrará en el posterior apartado 18 (Figura 18.1) donde se tiene la pluma totalmente montada en la superestructura de la grúa, así como el cilindro de elevación instalado.

Adelantándolos a ese punto, a partir de dicho ensamblaje final se pueden obtener fácilmente las siguientes distancias:



Teniendo:

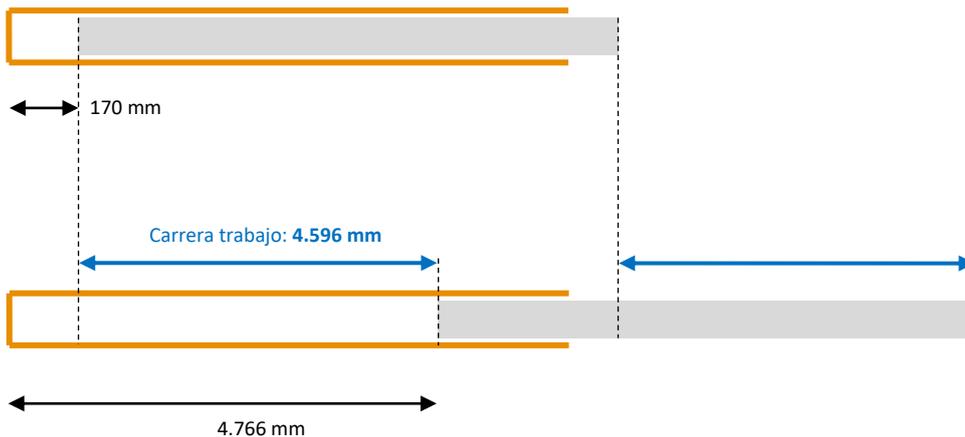
- Para inclinación 0° (pluma en reposo) la distancia entre las caras indicadas es de aproximadamente 170 milímetros.
- En la inclinación 80° (pluma totalmente desplegada) la distancia llega a los 4.766 milímetros.

Lo que resultaría en:

$$C_{\text{Trabajo}} = L_{\text{Desplegado}} - L_{\text{Retraído}}$$

$$C_{\text{Trabajo}} = 4.766 - 170 = 4.596 \text{ mm}$$

Por tanto, el vástago de cilindro tendrá un recorrido posible máximo —en el caso de llevar la pluma desde la inclinación 0° hasta 80°— de unos 4,6 metros. Los resultados se muestran en el siguiente diagrama:



$$C_{\text{Cilindro}} = 4.596 \text{ mm}$$

¿Volumen de trabajo?

Una vez conocido el recorrido real del cilindro, y conociendo también el diámetro interno, se puede calcular el **volumen** del fluido empleado para llenar la totalidad de la cámara interna de la camisa, desplazando así el vástago a su posición más extrema. Este volumen servirá para calcular el caudal necesario, así como para dimensionar la bomba y el circuito hidráulico.

El volumen de fluido desplazado para el movimiento será un cilindro formado por el diámetro interior del vástago (350 mm) y la longitud de la carrera anterior:

$$V = D_1 \cdot C = 96.211 \text{ mm}^2 \cdot 4.605 \text{ mm} = 443.052.291 \text{ mm}^3$$

Que en una unidad más habitual de medida en sistemas hidráulicos (centímetros cúbicos) queda:

$$V = 443.053 \text{ cm}^3$$

O lo que es lo mismo $\approx 0.44 \text{ m}^3$



Finalmente, se puede completar la tabla con los datos de diseño finales del cilindro de elevación:

Presión máxima de trabajo	314 bar
Diámetro interno	350 mm
Diámetro externo	478 mm
Espesor pared	64 mm
Carrera del vástago máx.	4.596 mm
Volumen de trabajo máx.	443.053 cm ³
Presión máxima (estática)	931 bar
Tipo de montaje	Doble pivotante

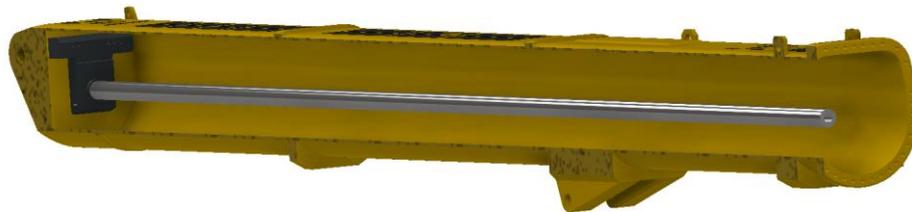
Tabla 41 Datos característicos del cilindro de elevación

14 CILINDRO INTERNO DE TELESCOPADO

En este punto se realizará el diseño del cilindro encargado de desplegar los tramos.

Éste será de menor diámetro y potencia que el anterior, ya que las cargas con las que trabajará son más reducidas. El hecho de encontrarse en el interior de la pluma y sus particularidades de diseño lo convierten en un cilindro más particular y complejo que el anterior.

En este cilindro, la parte móvil que presenta el desplazamiento es la camisa, puesto que el vástago está anclado en la pared interna del primer tramo, tal y como se muestra en la siguiente sección (donde se han eliminado el resto de los componentes móviles):



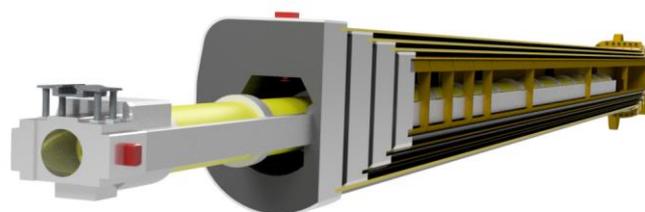
Asimismo, el vástago es hueco en su interior, presentando un conducto por el que discurre el fluido hidráulico para llenar la cámara de la camisa.

El procedimiento será el mismo que el seguido en el cilindro de inclinación, donde primero se calcularán los esfuerzos máximos posibles aplicados, viniendo el dimensionamiento determinado por éste.

14.1 Esfuerzos aplicados

Es preciso recordar el funcionamiento del proceso de desplegado de los tramos: se realizaba sin ninguna carga suspendida, y una vez se tenía la pluma en la inclinación de trabajo deseada. Por tanto, el cilindro tendrá que superar únicamente la **masa** de los tramos y elementos que desplaza.

En el movimiento más desfavorable, que sería el despliegue del segundo tramo (donde todos los demás son arrastrados con él, ver 4.2.2.1), los componentes a mover involucrados son: los tramos del 2 al 5 (los cuatro móviles) y el propio sistema de telescopado, formado por la camisa del cilindro —que es lo que se mueve de éste—, su soporte y el selector de tramos, entre otros elementos auxiliares.

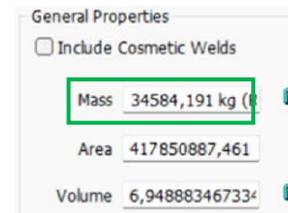


En definitiva, el cilindro interno tiene que ser capaz de mover toda la pluma a excepción del primer tramo, el vástago y el soporte de este último, al ser componentes fijos y estáticos de la pluma.

No siempre será necesario mover todos los tramos al mismo tiempo —esto dependerá del despliegue de la pluma que se quiera alcanzar— pero hay que considerar la situación más desfavorable.

La masa máxima de todos los elementos móviles combinados, según el programa de diseño, es de:

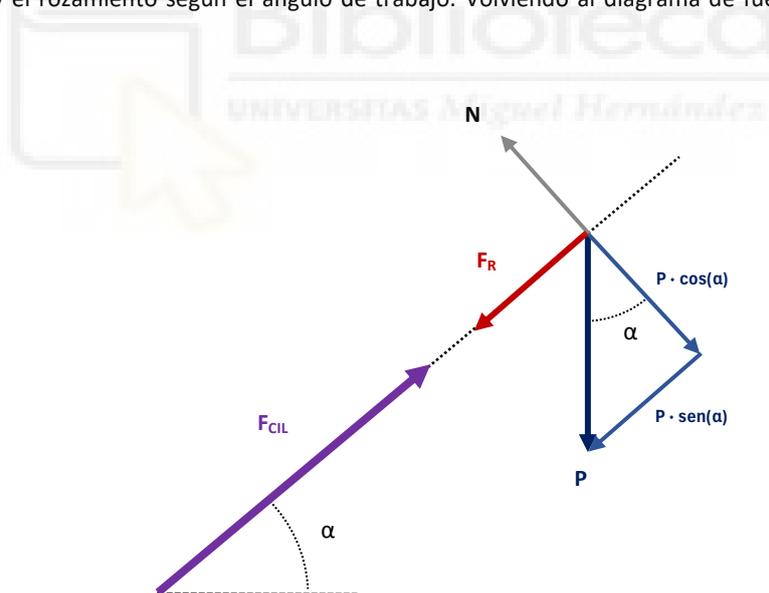
$$P = 34.584 \text{ kg} = 339,2 \text{ kN}$$



Esa será la carga máxima posible a tener en cuenta.

De forma similar que con el cilindro estudiado en el punto anterior, esta masa se manifestará en forma de dos esfuerzos: el **peso** fruto de la gravedad, y el **rozamiento**, derivado de la fricción entre el vástago y la camisa del cilindro.

El cilindro de telescopado puede trabajar en distintas inclinaciones de la pluma, variando la contribución del peso y el rozamiento según el ángulo de trabajo. Volviendo al diagrama de fuerzas ya mostrado, se tienen:



Las dos fuerzas que actúan en la línea de acción del cilindro son F_R y la componente del seno del peso.

$$F_R = \mu_{\text{estático}} \cdot P \cdot \cos(\alpha)$$

$$P_{\text{CIL}} = P \cdot \sin(\alpha)$$

Sumando ambas fuerzas:

$$F_{\text{CIL}} = F_R + P_{\text{CIL}}$$

$$F_{\text{CIL}} = P \cdot [\mu_{\text{estático}} \cdot \cos(\alpha) + \text{sen}(\alpha)]$$

Considerando un coeficiente de rozamiento estático del 1%:

$$F_{\text{CIL}} = 339,2 \cdot [0,01 \cdot \cos(\alpha) + \text{sen}(\alpha)]$$

La expresión devuelve la fuerza total máxima posible a desarrollar por el cilindro en función de la inclinación de la pluma (α). Si se hace la representación en el rango de trabajo de este cilindro¹⁰:



Figura 14.1 Representación del esfuerzo necesario (kN) cilindro en función de la inclinación

El mayor esfuerzo a realizar por el cilindro de telescopado se da en la posición $\alpha=80^\circ$, con un valor de 334,7 kN. Esto resulta lógico puesto que al aumentar la inclinación aumenta la componente del peso sobre la línea de acción del cilindro, incrementando en gran medida el esfuerzo sobre éste.

$$F = 334,7 \text{ kN}$$

Con este valor se procederá con el dimensionado del cilindro de telescopado.

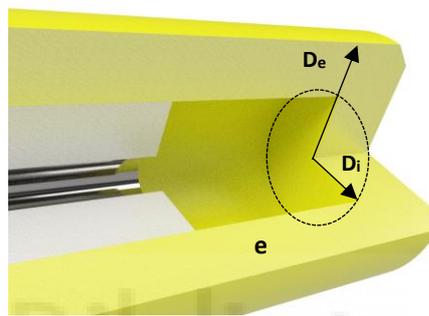
¹⁰ Se recuerda que el proceso de desplegando de los tramos, que involucra al cilindro de telescopado, se daba cuando la pluma se encontraba ya inclinada (entre los 15° y los 80°), zona de trabajo para el izado de cargas.

14.2 Dimensionado

Como ya se ha explicado, este cilindro funciona de manera inversa al anterior: de forma general, en un cilindro hidráulico la camisa es el componente fijo, mientras que el vástago presenta el movimiento. Por tanto, el área que realiza trabajo es la del vástago, que aporta la superficie útil para que actúe la presión interna.

En el cilindro de telescopado estudiado ahora, la camisa (elemento en amarillo) es el componente que presenta el movimiento, arrastrando los tramos y demás elementos anclados a él.

Por tanto, el área que interesa en este caso, y por tanto la que permite la aplicación de la presión interna al elemento móvil —para producir una fuerza— es la pared interna de la camisa del cilindro.



Los diámetros y espesor calculados harán referencia a los indicados en la imagen.

14.2.1 Presión de partida

Los esfuerzos a realizar son mucho menores que en el cilindro anterior, por lo que a priori se tendrá uno de menor tamaño y que trabaje con una presión más reducida.

La presión de trabajo inicial que se utilizará en este caso se ha fijado en aproximadamente 150 bar, valor menor que los 314 bar finales del cilindro anterior:

$$P = 150 \text{ bar}$$

Dicho valor de presión se toma como referencia para el dimensionado del cilindro, variando en el diseño final al redondear y aproximar los diámetros obtenidos.

14.2.2 Diámetro interno y presión de trabajo

El diámetro interno de la **camisa** (D_i) venía determinado por la presión a la que se trabaja (≈ 150 bar) y la fuerza a aplicar, que en este caso es el máximo posible de 334,7 kN:

$$A = \frac{F}{P} = \frac{334.700 \text{ N}}{150 \text{ bar}} \cdot \frac{1 \text{ bar}}{100.000 \text{ Pa}} \cdot \frac{1 \text{ Pa} \cdot \text{m}^2}{\text{N}} = 0,02231 \text{ m}^2$$

El área necesaria para proporcionar esa fuerza con dicha presión es de 22.313 mm².

Si se tiene en cuenta el rendimiento (η) del cilindro —ya explicado en el apartado anterior— se requiere un área real de:

$$A_{\text{Real}} = \frac{A_{\text{Teórica}}}{\eta}$$

$$A = \frac{22.313 \text{ mm}^2}{0,95} = 23.488 \text{ mm}^2$$

El área obtenida equivale a un círculo —forma del vástago— con un diámetro mínimo de 173 mm.

Se puede emplear cualquier valor superior a ese. En este caso se aumenta a 180 mm, que es el diámetro que se utilizó en el apartado 7 durante el modelado de la pluma (aunque se podría haber elegido otro):

$$D_i = 180 \text{ mm}$$

Se fija un diámetro interno del vástago (el hueco para la conducción de fluido hidráulico) de 90 mm.

Presión de trabajo real

Con el área asociada a ese diámetro se obtiene una presión de trabajo real de:

$$P_{\text{Trabajo}} = \frac{F}{A} = \frac{F}{\eta \cdot \pi \left(\frac{D_i}{2}\right)^2} = \frac{334.700 \text{ N}}{0,95 \cdot \pi \left(\frac{0,180}{2}\right)^2} = 13.845.135 \text{ Pa}$$

Que expresada en bar quedaría:

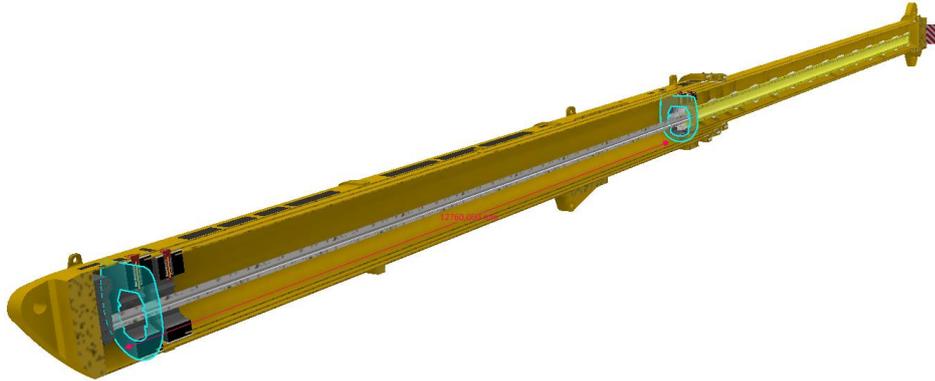
$$P_{\text{Trabajo}} = 139 \text{ bar}$$

Ha disminuido con respecto al supuesto (150 bar) al emplear un diámetro mayor al mínimo requerido.

14.2.3 Carrera de trabajo

La carrera de trabajo se trata de la distancia máxima posible que se desplaza el cilindro —en esta ocasión la camisa— durante el movimiento. Se obtiene como la diferencia entre las posiciones extremas que se puede adoptar el cilindro.

Al tener el cilindro ya diseñado, se tomarán mediciones directamente sobre el ensamblaje realizado en Inventor. Estas distancias vienen determinadas por el diseño geométrico de las piezas modeladas.

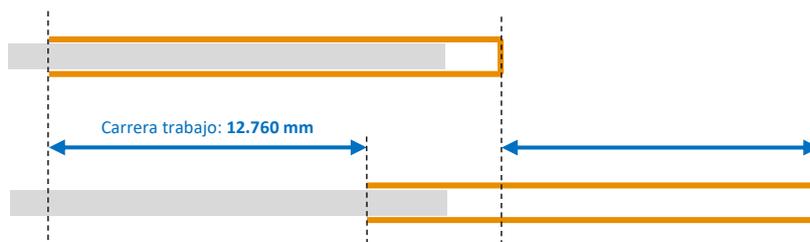


Se obtienen los siguientes valores al desplazar cada uno de los tramos móviles:

Tramo 2	Tramo 3	Tramo 4	Tramo 5
12.700 mm	12.330 mm	12.760 mm	11.190 mm

El máximo desplazamiento se produce al mover el cuarto tramo. Por tanto, el cilindro deberá tener la posibilidad de moverse un mínimo de 12,76 metros para posibilitar el despliegado de ese tramo.

$$C_{\text{Camisa}} = 12.760 \text{ mm}$$



14.2.4 Volumen de trabajo

Se puede calcular el volumen del fluido hidráulico necesario para mover la camisa a su posición extrema máxima (en este caso al desplegar el cuarto tramo).

Para ello, la cámara interna del cilindro deberá tener un volumen mínimo formado por el diámetro interior de la camisa (180 mm) y la longitud de la carrera del apartado anterior:

$$V = D_i \cdot C = 25447 \text{ mm}^2 \cdot 12760 \text{ mm} = 324.702.450 \text{ mm}^3$$

$V = 324.702 \text{ cm}^3$

14.2.5 Diámetro externo y espesor

Los últimos datos numéricos por determinar son el diámetro exterior (D_e) y el espesor (e) de la pared de la camisa del cilindro, siendo dependientes el uno del otro.

Se seguirá el mismo procedimiento que en el cilindro anterior, calculando el espesor de la camisa del cilindro mínimo necesario para cumplir los requerimientos de resistencia.

El acero empleado en este cilindro será uno más simple y genérico que en el anterior, puesto que la carga y resistencia necesarias serán mucho menores. Se utilizará un acero con un límite elástico de 400 MPa, aunque el coeficiente de seguridad sí será el mismo que en caso del cilindro de inclinación:

$$\sigma_{\text{Admisible}} \geq \sigma$$

$$\sigma_{\text{Admisible}} = \frac{400}{2} = 200 \text{ MPa}$$

$$200 \text{ MPa} \geq \sigma$$

Para la tensión inducida en la pared del cilindro se volverá a utilizar el **Criterio de Von Mises**, para el caso de un cilindro de pared gruesa:

$$\sigma_{\text{VM}} = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_r^2 + \sigma_a^2 - \sigma_t \cdot \sigma_r - \sigma_t \cdot \sigma_a - \sigma_r \cdot \sigma_a}$$

Teniendo que cumplirse de nuevo:

$$200 \text{ MPa} \geq \sigma_{\text{VM}}$$

La expresión y cada una de las componentes se explicaron y desarrollaron en el apartado anterior (13.2.3).

Pasando directamente a:

$$\sigma_{Adm} = p_i \cdot \sqrt{\left(\frac{\left(\frac{r_0}{0,09}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{0,09}\right)^2 - 1}\right)^2 + 1 + \left(\frac{0,09^2}{r_0^2 - 0,09^2}\right)^2 + \left(\frac{\left(\frac{r_0}{0,09}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{0,09}\right)^2 - 1}\right) - \left(\frac{\left(\frac{r_0}{0,09}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_0}{0,09}\right)^2 - 1}\right) \cdot \frac{0,09^2}{r_0^2 - 0,09^2}} + \frac{0,09^2}{r_0^2 - 0,09^2}$$

Se tiene la tensión de Von Mises en función de la variable r_0 (diámetro externo). El término p_i es la presión del fluido hidráulico dentro del cilindro, que se calculó en 139 bar.

$$p_i = 13.900.000 \text{ Pa}$$

La tensión σ_{Adm} es la establecida de 200 MPa.

$$\sigma_{Adm} = 200.000.000 \text{ Pa}$$

Si se resuelve la expresión, se obtiene un valor mínimo del radio externo de la camisa de:

$$r_0 \geq 0,095961 \text{ m}$$

Que se traduce en un espesor mínimo de:

$$e = r_0 - r_i = 0,095961 - 0,09 = 0,005961 \text{ m} = 5,96 \text{ mm}$$

Apenas se necesita un espesor de la pared de 5,96 mm, puesto que se trabaja con presiones y esfuerzos muy reducidos en comparación con el cilindro anteriormente estudiado.

No obstante, se tomará directamente el valor ya utilizado en el modelado del cilindro (apartado 7 del proyecto), donde se diseñó la camisa con un espesor funcional de 5 centímetros:

$$e = 50 \text{ mm}$$

Quedando finalmente el diámetro externo del cilindro (camisa):

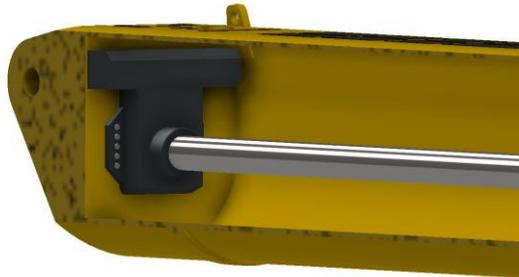
$$D_e = 280 \text{ mm}$$

Comprobado que trabajando con estas presiones se requieren paredes muy delgadas (mínimo de ≈ 6 mm), se puede asegurar que la pared del vástago (huevo) considerada en 14.2.2 de 90 mm será totalmente válida.

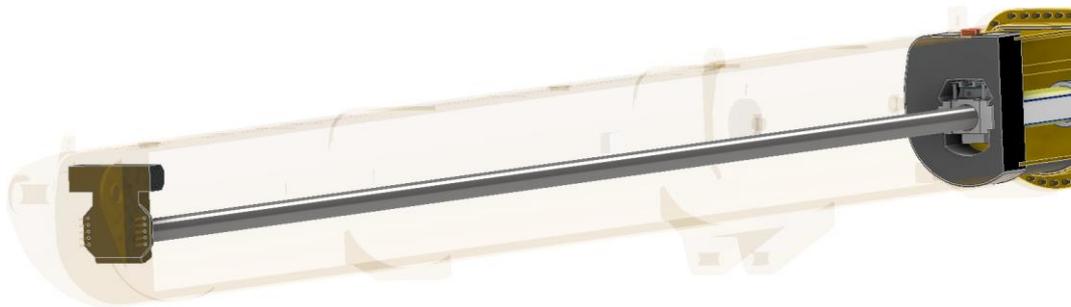
14.2.6 Montaje del cilindro

Como ya se explicó, uno de los extremos del vástago se une a la pieza denominada soporte del vástago (Figura 7.8) que a su vez se encuentra anclada mediante pernos en la pared interna del primer tramo. Ésta hace de unión entre la pluma y el sistema de telescopado, introduciendo y extrayendo además el fluido hidráulico en él (ver apartado 14.4).

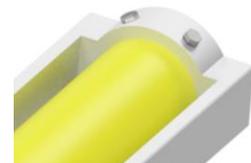
Esta unión se puede solucionar mediante un roscado, por ejemplo, de métrica trapezoidal, que ofrece un buen sellado contra las fugas de fluido a presión en comparación con la métrica. Se tiene una rosca tallada tanto en el extremo exterior del vástago como en la cara cilíndrica interna de la unión con el soporte.



Por su parte la camisa, que era el elemento móvil del cilindro (presenta libertad de desplazamiento longitudinal) se une a su soporte, que se desplazaba de forma guiada a través de las ranuras laterales de las piezas internas de la pluma (ver página 157). Todo ello resulta en la fijación de los dos extremos del cilindro (biempotramiento):



La camisa se fija a su soporte (elemento gris) mediante unos pernos que se introducen en la parte final de ambos elementos, de forma que se aseguran totalmente entre ellos.



14.2.7 Datos finales del cilindro de telescopado

Finalmente, la tabla con los datos determinados para este cilindro resulta:

Presión máxima de trabajo	139 bar
Diámetro interno	180 mm
Diámetro externo	280 mm
Espesor pared	50 mm
Carrera del vástago máx.	12.760 mm
Volumen de trabajo máx.	324.702 cm ³
Tipo de montaje	Biempotrado

Tabla 42 Datos característicos del cilindro de telescopado



14.3 Comprobación de la estabilidad elástica

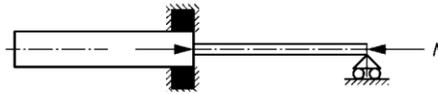
Aunque los esfuerzos a los que se somete el cilindro no sean excesivamente grandes, la longitud del vástago —de casi 13 metros— justifica la comprobación de posibles efectos de pandeo en el cilindro. De nuevo, únicamente se estudiarán las deformaciones laterales causada por fuerzas de compresión.

Se utilizarán las expresiones y procedimientos —vistos en 13.3— de la norma UNE 13001-3.1 del 2022, sobre cálculos y comprobaciones aplicadas para cilindros hidráulicos en grúas.

Como ya se explicó, se requiere que la fuerza de compresión de cálculo límite ($N_{R,C}$) sea superior a la fuerza máxima externa aplicada, que adoptaba un valor de 334,7 kN en su posición más desfavorable:

$$334,7 \text{ kN} \leq N_{R,C}$$

Lo primero sería establecer el modo de sujeción del cilindro (en lo referente a los anclajes en los extremos) asimilándolo a uno de los ejemplos incluidos en la norma UNE. Esto determinará el comportamiento del mismo, en especial con respecto a los posibles fenómenos de pandeo que puedan aparecer. El caso estudiado en concreto (vástago biempotrado) es específico y no se encuentra mencionado en la normativa, aunque sí se incluye el siguiente, que es similar:



En este caso, y según la propia norma, el único elemento que se tendrá en cuenta para el pandeo es el vástago. La camisa podrá deformarse, pero no se producirán estrictamente fenómenos de pandeo al tener uno de sus extremos libre. Por tanto, asimilándolo al caso estudiado, sólo será necesario comprobar la resistencia a pandeo del vástago.

$$N_{RC,Vas} = \frac{K_{Vas} \cdot f_{yk,Vas} \cdot A_{Vas}}{\gamma_m} \quad (14.1)$$

El coeficiente para la carga crítica de pandeo (N_k) a utilizar para una barra biempotrada —como es el elemento estudiado— adoptará un valor de:

$$N_k = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}$$

En este cilindro se empleó un acero con un límite elástico (característico) de 400 MPa, puesto que no se tenían grandes requerimientos de resistencia.

$$f_{yk} = 400.000.000 \text{ N/m}^2$$

$$f_y = 363.636.300 \text{ N/m}^2$$

El área del vástago corresponde también a una corona circular, puesto que se recuerda que éste era hueco por dentro, presentando una conducción para introducir y extraer el fluido hidráulico de la camisa. Se tenía un diámetro del vástago (igual al diámetro interno de la camisa) de 180 mm. El hueco interior se fijó en 90 mm, por lo que el área queda:

$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

$$A = \pi \cdot (0,09^2 - 0,045^2)$$

$$A = 0,019085 \text{ m}^2$$

El momento de inercia I (segundo momento de área) de la sección del vástago con respecto a cualquiera de sus ejes débiles (corona circular):

$$I = \frac{\pi \cdot (R^4 - r^4)}{4}$$

$$I = \frac{\pi \cdot (0,09^4 - 0,045^4)}{4}$$

$$I = 0,00004831 \text{ m}^4$$

En lo referente a la longitud del vástago, como resulta lógico se considerará la mayor posible (más desfavorable). Según lo visto en el apartado 14.2.3, se alcanzaba una carrera máxima del cilindro interno de 12.760 mm, cuando se movía el cuarto tramo. Para la comprobación a pandeo se utilizará esta longitud:

$$L_{\text{VAS}} = 12.760 \text{ mm} = 12,76 \text{ m}$$

Con todos estos datos se puede calcular la carga crítica de pandeo (N_k) del vástago:

$$N_k = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 210.000.000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 0,00004831 \text{ m}^4}{12,76^2 \text{ m}^2}$$

$$N_k = 2.475.379 \text{ N} = 2.475 \text{ kN}$$

Con la carga crítica se puede obtener la esbeltez:

$$\lambda_{\text{Cam}} = \sqrt{\frac{\frac{400.000.000}{1,1} \text{ N/m}^2 \cdot 0,019085 \text{ m}^2}{2.475.379 \text{ N}}} = 1,674$$

Y los términos ξ y κ :

$$\xi = 0,5 \cdot (0,96 + 0,2 \cdot 1,674 + 1,674^2) = 2,048$$

$$\kappa_{\text{Cam}} = \frac{1}{2,048 + \sqrt{2,048^2 - 1,674^2}} = 0,3097$$

Finalmente, se puede obtener (14.1):

$$N_{RC,Vastago} = \frac{\kappa \cdot f_{yk} \cdot A}{\gamma_m}$$

$$N_{RC,Vastago} = \frac{0,3097 \cdot 400.000.000 \text{ N/m}^2 \cdot 0,019085 \text{ m}^2}{1,1}$$

La fuerza de cálculo de compresión límite para el vástago resulta:

$$N_{R,Vas} = 2.149.063 \text{ N} = 2.149 \text{ kN}$$

Una vez obtenido el valor de resistencia del cilindro:

$$F_C \leq N_{R,C}$$

$$334,7 \text{ kN} \leq 2.149 \text{ kN} \quad \checkmark$$

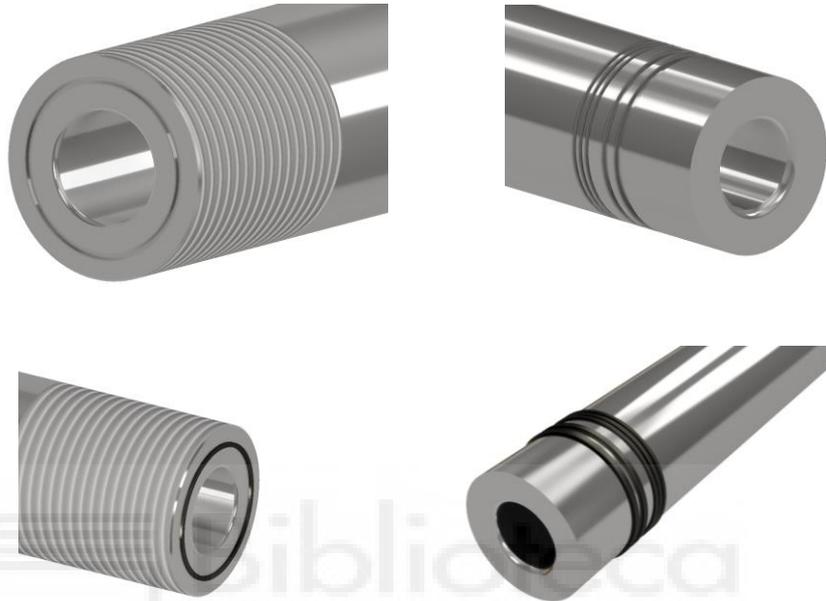
La fuerza de compresión de cálculo límite soportada por el cilindro —en este caso el vástago— es mayor a la fuerza externa aplicada máxima, por lo que no se produciría ningún fenómeno de pandeo (flexión lateral).

La seguridad analítica con respecto a flexiones laterales en el cilindro de telescopado quedaría:

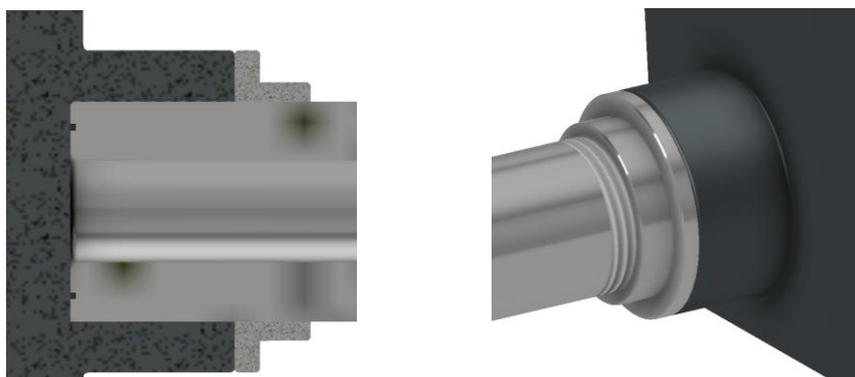
$$CS_{\text{pandeo}} = \frac{N_{R,C}}{F_C} = \frac{2.149 \text{ kN}}{334,7 \text{ kN}} = 6.4$$

14.4 Diseño del cilindro de telescopado

Aunque ya se realizó un prediseño en el apartado 7.1 mediante el software Autodesk Inventor, es necesario añadir algunas modificaciones, de las cuales hay que destacar la rosca trapezoidal (para la unión con su soporte) y los elementos de sellado de ambos extremos, con el fin de minimizar las posibles fugas de fluido y mantener la presión hidráulica.



El sellado en el lado de la unión con el soporte —donde se tiene el roscado— queda de la siguiente forma, donde se ha añadido una contrarosca para asegurar la fijación de ambos elementos:



El vástago tiene una longitud total de 13.730 mm, un diámetro externo de 180 mm y uno interno de 90 mm, lo que resulta en un espesor de pared de 45 mm.

Por su parte, la camisa del cilindro alcanza los 13.350 mm, posee un diámetro externo de 280 mm y uno interno de 180 mm, presentando un espesor de pared de 5 centímetros.



En su extremo final se tienen cuatro agujeros roscados, que se servirán para unir mediante pernos la camisa a su soporte, fijándolo en la estructura de la pluma. En el interior del otro extremo se han tallado igualmente las ranuras correspondientes para alojar los sellos y juntas de estanqueidad necesarias.



Del mismo modo que en el cilindro de elevación, tanto el vástago como la camisa se fabrican a medida en un acero de alta calidad, con un límite elástico establecido en este caso en 400 MPa. Como ejemplo, se podría usar el acero C45 (F1140 o AISI 1045), el mismo que para el vástago del cilindro de elevación.

De nuevo, resulta fundamental prestar especial importancia al superacabado final de las superficies en contacto (externa del vástago e interna de la camisa), así como controlar las tolerancias —tanto dimensionales como geométricas— asegurando así el correcto funcionamiento del cilindro.



Figura 14.2 Cilindro interno de telescopado

Los planos de despiece y ensamblaje del cilindro de telescopado se incluyen al final del documento.

15 MOTOR HIDRÁULICO DE GIRO

Con el fin de seleccionar un motor hidráulico apropiado para el giro de la superestructura, se realizará un dimensionado básico de los mismos.

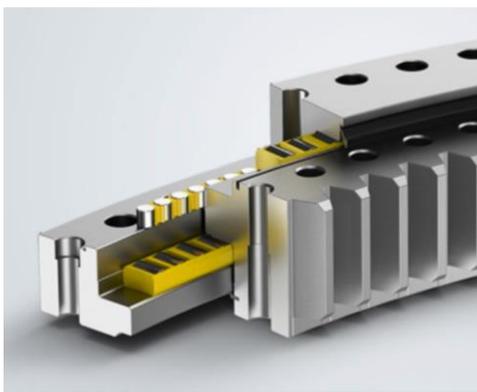
Los esfuerzos a superar en este caso serán los inducidos sobre la **corona de giro**¹¹, que es el elemento que estos motores se encargarán de mover (ver Figura 12.8). Se trata de uno de los componentes más importantes y delicados en este tipo de maquinarias basadas en grandes mecanismos de rotación.



Figura 15.1 Corona de giro modelada

La sección externa se fija al chasis inferior, mientras que la sección interna de la corona va unida a la superestructura superior. Los motores hidráulicos (montados en la superestructura) producen un movimiento de giro con respecto al dentado externo de la corona, provocando la rotación de todos los elementos del anillo interno.

La empresa Liebherr es uno de los mayores fabricantes de coronas giratorias del mundo. Diseña y fabrica a medida estos componentes mecánicos, aunque también tiene en catálogo tamaños estándar y genéricos, basados en distintos tipos de rodamientos, montajes y secciones. El mayor componente de este tipo fabricado por la marca medía más de 10 metros de diámetro y pesaba 50 toneladas.



En las grúas móviles LTM de Liebherr se emplean coronas con una estructura interna como la de la imagen, aunque con el dentado en la sección externa. Estas se basan en rodamientos de rodillos repartidos en tres hileras.

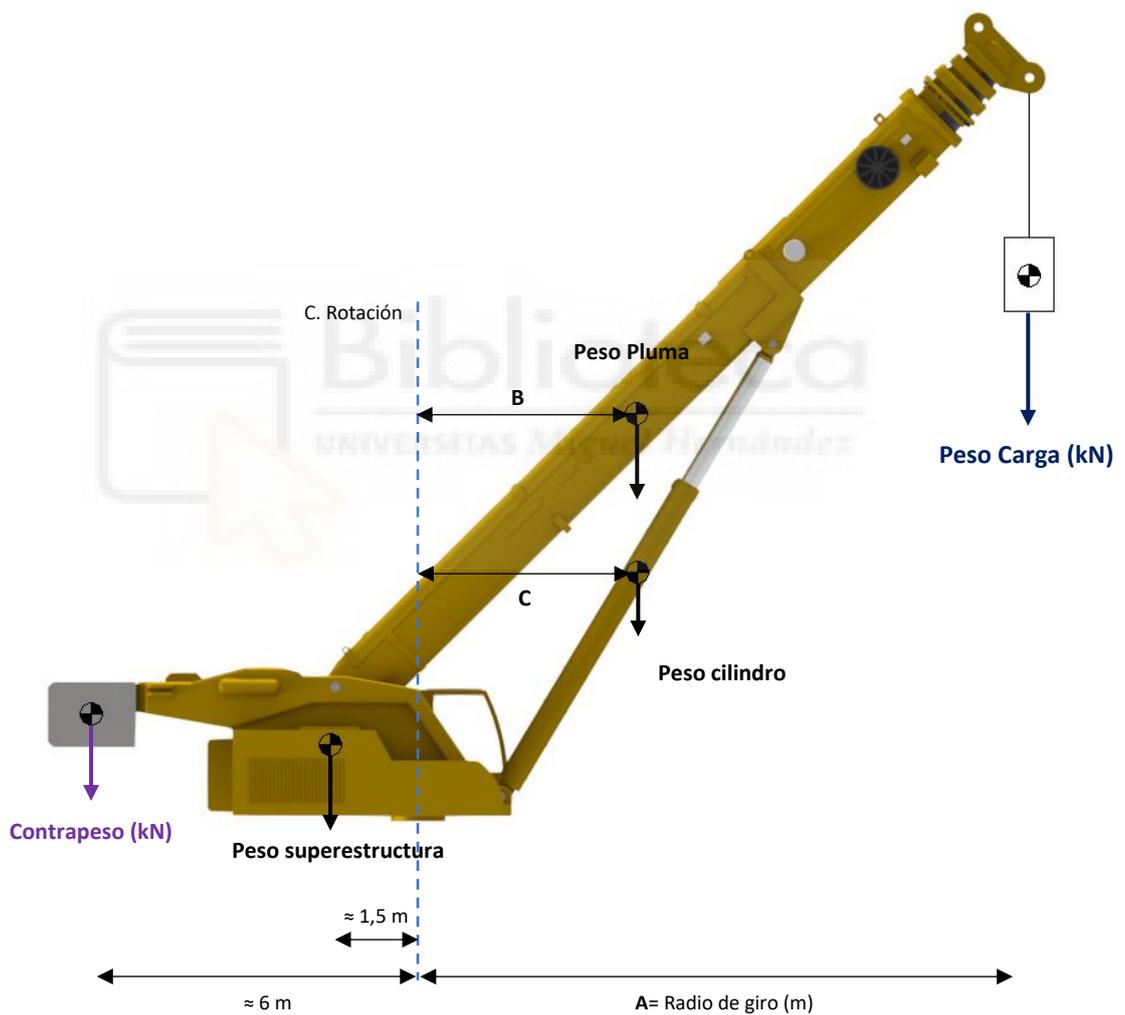
¹¹ En español el término corona de giro o corona de orientación suele hacer referencia a todo el elemento completo, formado por las secciones circulares —entre las cuales se insertan los rodamientos— y la propia corona (dentado) tallado en el interior o exterior de una de las secciones, donde se engranará el piñón de accionamiento para girar todo el elemento. En inglés se conoce como *slewing bearing* a este conjunto.

Los esfuerzos sobre el componente estudiado son provocados principalmente por el enorme peso de la carga, la pluma, contrapesos y la propia superestructura de la grúa, así como la distribución de las masas de estos. Todo ello producirá un axil (F_a) y un par de vuelco (M_k) combinados sobre la corona.

Dichos esfuerzos se traducirán en última instancia en una **resistencia** a la rotación de esta, provocada por la fricción del sistema. Una vez estimado su valor, se obtendrá el par necesario para el movimiento, que se transmitirá —a través del piñón y la reductora— hasta los motores hidráulicos.

15.1 Esfuerzos que actúan en la corona

Lo primero a determinar serían las cargas totales que se tendrían en el componente. Se tiene el siguiente diagrama (simplificado) del sistema:



Se indican las distancias (fijas) del contrapeso y el c.d.g. de la superestructura. Por su parte, las distancias A, B y C depende de la inclinación extensión de la pluma. Las masas de la pluma, el cilindro y la superestructura se conocen —son constantes—, mientras que la **carga máxima** aplicada y el **contrapeso** instalado depende de cada situación. Se tienen:

Masas (kN)		Distancias (m)	
Carga	-	A	-
Contrapeso instalado	-	B	-
Pluma	486,4 kN	C	-
Cilindro	54,8 kN		
Superestructura	≈200 kN		

Tabla 43 Datos de distancias y masas del diagrama

Los datos no indicados dependen de la inclinación y extensión puntual de la pluma. Las distancias se obtendrán directamente mediante Inventor. El contrapeso instalado en cada caso será un valor estimado.

Las expresiones del esfuerzo axil total y el momento resultante con respecto al centro de rotación quedan:

$$F_a = \sum P = P_{\text{Contrapeso}} + P_{\text{Carga}} + P_{\text{Pluma}} + P_{\text{Cilindro}} + P_{\text{Superestructura}} \quad (15.1)$$

$$M_k = \sum_{C.R} d \cdot P = [5] \cdot P_{\text{Contrapeso}} + [1,5] \cdot P_{\text{Superestructura}} - [A] \cdot P_{\text{Carga}} - [B] \cdot P_{\text{Pluma}} - [C] \cdot P_{\text{Cilindro}}$$

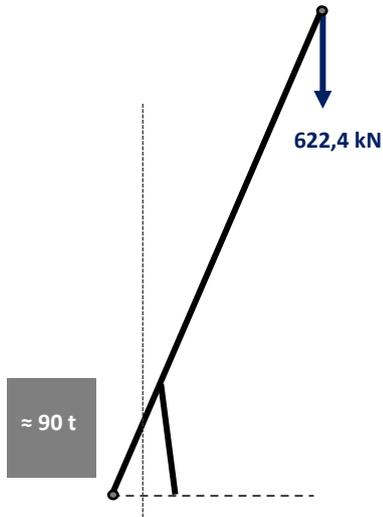
Para las variables (masas y distancias) a emplear, habría que elegir la posición más desfavorable, donde se maximicen el axil y el momento obtenidos:

- El axil (F_a) varía únicamente con el valor de la carga total aplicada, así como de los contrapesos que se utilicen.
- El momento (M_k) también depende de las distancias del centro de gravedad de cada elemento con respecto al centro de rotación de la corona, por lo que su valor aumentará conforme se despliegue o incline la pluma (variando a su vez la carga máxima y contrapesos, y por tanto el axil).

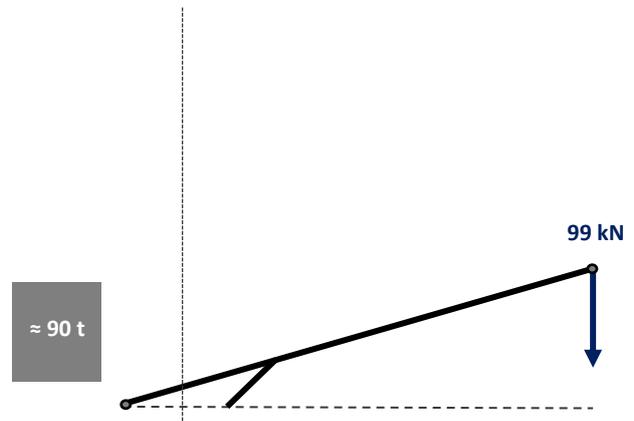
Se analizarán las cuatro posiciones extremas posibles de la pluma, combinando entre ellas los valores mínimos y máximos de extensión e inclinación, para determinar en cuál de ellas se producirían los mayores esfuerzos buscados. Las cuatro configuraciones límite de la estructura serían:

- Máxima longitud (63,1 m) y máxima inclinación (80°) de la pluma. **(Caso 1)**
- Máxima longitud (63,1 m) y mínima inclinación (15°) de la pluma. **(Caso 2)**
- Mínima longitud (16,7 m) y máxima inclinación (80°) de la pluma. **(Caso 3)**
- Mínima longitud (16,7 m) y mínima inclinación (15°) de la pluma. **(Caso 4)**

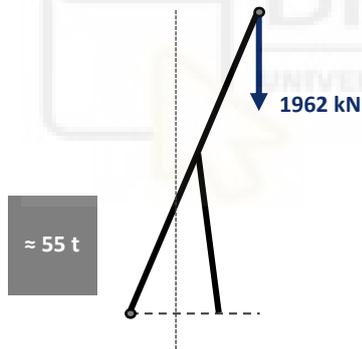
Se incluye la representación esquemática de cada uno de ellos, con los datos de cargas máximas y los contrapesos utilizados:



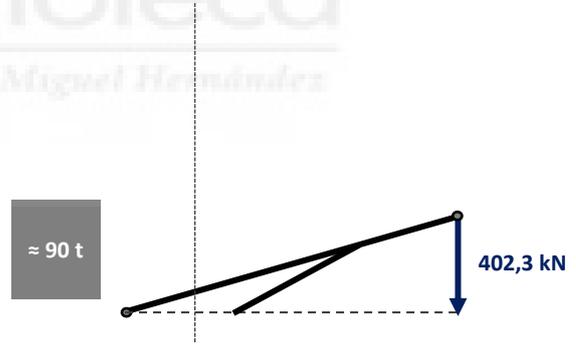
Caso 1 Máxima extensión e inclinación



Caso 2 Máxima extensión y mínima inclinación



Caso 3 Mínima extensión y máxima inclinación



Caso 4 Mínima extensión e inclinación

Extendida e inclinada	L= 63,1 m	$\alpha=80^\circ$
Extendida y mín. inclinada	L= 63,1 m	$\alpha=15^\circ$
Retraída y e inclinada	L= 16,7 m	$\alpha=80^\circ$
Retraída y mín. inclinada	L= 16,7 m	$\alpha=15^\circ$

Carga máxima	Contrapesos instalados	Distancia A	Distancia B	Distancia C
622,4 kN	90 t \approx 883 kN	9,46 m	3,98 m	0,87 m
99 kN	90 t	59,45 m	27,98 m	4,83 m
1962 kN	55 t \approx 540 kN	1,40 m	-0,05 m	0,87 m
402,3 kN	90 t	14,63 m	6,56 m	4,83 m

Tabla 44 Masas y distancias según la posición de la pluma obtenidas

Las distancias se miden directamente en un boceto en el software Inventor y las cargas máximas se inclúan la Tabla 33. Por su parte, los contrapesos utilizados son estimativos, valores que servirían para compensar el momento generado por la carga.

En las situaciones donde se trabaje a la máxima capacidad de la grúa lo habitual es emplear el mayor número de contrapesos (de ahí las 90 toneladas, un valor común para grúas de este tamaño). En la situación de 55 toneladas (Caso 3) no sería necesario el máximo contrapeso puesto que, aunque se trabaje con cargas muy grandes, los radios de giro son muy pequeños, reduciendo el par de vuelco y por tanto eliminando la necesidad de grandes contrapesos.

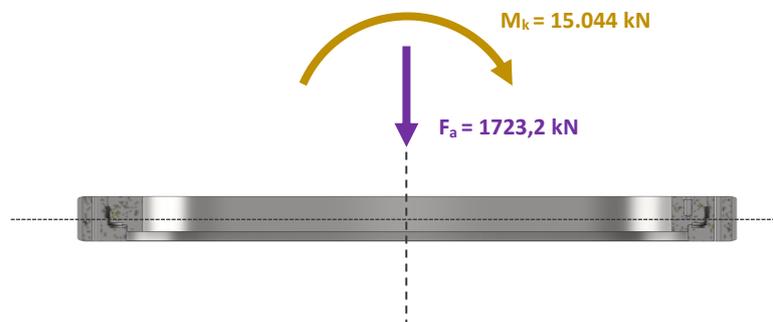
Si se sustituye cada grupo de valores de la tabla anterior en (15.1) se llega a los siguientes resultados:

		Axil F_a	Momento de vuelco M_k
Extendida e inclinada	L= 63,1 m $\alpha=80^\circ$	2246,6 kN	-3156,4 kNm
Extendida y mín. inclinada	L= 63,1 m $\alpha=15^\circ$	1723,2 kN	-15.044,7 kNm
Retraída y e inclinada	L= 16,7 m $\alpha=80^\circ$	3243,2 kN	229,8 kNm
Retraída y mín. inclinada	L= 16,7 m $\alpha=15^\circ$	2026,5 kN	-4626,1 kNm

Tabla 45 Esfuerzos finales sobre la corona de giro para cada posición límite

Observando los resultados se podría deducir que el caso más desfavorable corresponde al segundo, donde se tendrá un enorme momento de vuelco aplicado sobre la corona, variando el axil en menor medida respecto a las otras posiciones. No obstante, se comprobarán todas ellas.

La distribución final de los esfuerzos sobre la corona de giro (tomando como referencia el caso 3) quedaría reflejada en el siguiente diagrama:



15.2 Par de fricción en la corona

Una vez determinados el conjunto de esfuerzos que actúan, a partir de estos se busca obtener la **resistencia** a la rotación sobre la corona: dicha resistencia se traducirá en un **momento** o par de **fricción** sobre los componentes móviles de ésta (secciones y rodamientos). Las tensiones inducidas provocan presiones y rozamientos entre ellos, que deben ser superados para posibilitar el movimiento.

Como resulta lógico, de manera intuitiva se intuye que, cuanto mayores sean las cargas —ya sean en forma de axil, cortantes o momentos—, mayor será el rozamiento interno en la corona, por lo que se tendrá más resistencia al giro de la misma. Se debe hallar la relación entre los esfuerzos hallados en la página anterior y el par de fricción buscado.

Por desgracia, no existe una formulación directa que permita relacionar ambas variables, puesto que se trata de cálculos relativamente complejos. No obstante, se pueden encontrar algunos métodos y procedimientos para cálculos similares —aunque más simples— en libros y en internet.

El par de fricción en una corona se ve influido por los coeficientes de rozamientos a la rodadura entre los elementos en contacto, los cuerpos de rodadura, los separadores y juntas; así como por la distribución de dichos elementos y la propia carga. Además, otros factores que influyen en gran medida son la lubricación, las tolerancias y el desgaste, complicando aún más el procedimiento.

Por suerte, en la página web de los principales fabricantes de coronas de giro y rodamientos (como Liebherr, ThyssenKrupp® o SKF®) se pueden encontrar apartados de información técnica, donde en algunos de ellos se incluyen procedimientos de cálculos basados en los conocimientos y experiencia de cada marca, para la estimación del rozamientos y momentos de fricción en estos elementos.

Por ejemplo, para este caso se utilizará el método propuesto por el fabricante ThyssenKrupp®, que indica la siguiente expresión para la obtención del par de fricción a partir de los esfuerzos aplicados y las características del rodamiento en la corona:

$$M_r = \frac{\mu}{2} [\kappa \cdot M_k + F_a \cdot D_L + \zeta \cdot F_r \cdot D_L] \quad (15.2)$$

Donde:

- Los términos κ y ζ dependen del tipo de rodamiento empleado en la corona. Al usar una corona con tres hileras de rodamientos de rodillos, el primero adquiere un valor —según el fabricante— de $\kappa=4,1$. El segundo ($\zeta =2,05$) no es relevante puesto que no se ha considerar ningún esfuerzo radial ($F_r=0$).
- El término μ es el coeficiente de rozamiento para el tipo de rodamiento empleado. Varía entre 0,008 y 0,003. En este caso se usa un valor aproximado de $\mu=0,004$.
- D_L es el diámetro del círculo central de rodadura de la corona (en metros). El valor para este caso es de 1.900 milímetros (ver plano 7.1 o 7.2)

El fabricante especifica que el valor devuelto por la fórmula puede presentar un cierto margen de fluctuación que puede suponer hasta un $\pm 25\%$, por lo que hay que tener en cuenta este hecho.

La expresión quedará, por tanto:

$$M_r = 0,002 \cdot [4,1 \cdot M_k + 1,9 \cdot F_a]$$

Dicho par de fricción M_f hace referencia al momento de **arranque** necesario para comenzar el giro. Esto resulta útil, puesto que por lo general es justo al iniciar cualquier movimiento cuando se requiere el mayor aporte energético (fuerza o par). Esto se debe principalmente a que se deben vencer las inercias de los cuerpos a mover, además del rozamiento estático, que es mayor que el dinámico (el que aparece durante el movimiento). Una vez arrancado el sistema, se reducen los requerimientos de energía y potencia.

Estrictamente habría que añadir otros momentos que se oponen al giro, como el debido a la inercia rotacional de los elementos de la superestructura, aunque por las velocidades y aceleraciones angulares tan lentas a las que se trabaja —además de por simplicidad— se obviarán, puesto que en caso de considerarlas se complicarían en gran medida los cálculos, y se está buscando un dimensionado básico.

Al sustituir las variables de la expresión anterior con los datos de la Tabla 45 se llega a:

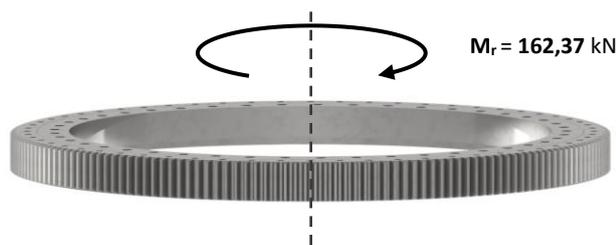
			Par de arranque M_R
Extendida e inclinada	L= 63,1 m	$\alpha=80^\circ$	34,42 kNm
Extendida y mín. inclinada	L= 63,1 m	$\alpha=15^\circ$	129,9 kNm
Retraída y e inclinada	L= 16,7 m	$\alpha=80^\circ$	14,21 kNm
Retraída y mín. inclinada	L= 16,7 m	$\alpha=15^\circ$	45,63 kNm

Tabla 46 Momentos resistentes de arranque para cada posición límite de la pluma

El mayor de ellos es el que se da al girar la superestructura cuando la pluma se encuentra totalmente desplegada y con inclinación mínima, además de trabajar con la carga y contrapesos máximos. Todo ello derivaría en un par de arranque necesario sobre la corona de 129,9 kNm.

Por último, se añade un factor +25% como recomendaban los autores de la formulación empleada:

$$M_r = 129,9 \cdot 1,25 = 162,37 \text{ kNm}$$



Como resulta lógico, hay que destacar que este valor de par de arranque obtenido se trata de una estimación inicial, que permitirá un predimensionado del sistema de giro (hidromotor) a instalar. Se han realizado numerosas simplificaciones, además de haberse considerado únicamente como esfuerzos los pesos de los componentes y la carga, dejando de lado otras sollicitaciones debidas —por ejemplo— a la acción del viento, las propias inercias de los elementos, etc.

En un diseño real y en profundidad de este mecanismo se podrían emplear simulaciones numéricas por ordenador para comprobar y optimizar el comportamiento de estos elementos, tal y como explican los fabricantes en su página web.

15.3 Transmisión del par hacia el motor hidráulico

El par hallado en el punto anterior tiene que ser superado gracias a la acción del motor hidráulico; sin embargo, ese no será el par directo que proporcionará, puesto que se tienen elementos mecánicos intermedios que modifican los parámetros (par y velocidad) desde el motor hasta la corona.

La potencia mecánica generada pasará en primer lugar a través de una reductora epicicloidial —basada en engranajes planetarios con un eje coaxial con respecto al del motor— que aumentan el par y disminuyen la velocidad de giro, hasta el piñón de ataque engranado a los dientes externos de la corona de giro. El propio engranaje formado por el piñón y la corona suponen otro sistema de reducción, donde se aumenta aún más el par que se aplica finalmente a la corona.

Se realizará el camino inverso —desde la corona hasta el motor hidráulico— para determinar las condiciones de operación necesarias en el motor, a partir de las de la corona de giro.

Engranaje Corona–Piñón

El piñón deberá proporcionar un torque —en el centro de rotación de la corona— con un valor mínimo de 162,37 kNm para iniciar el movimiento. Mediante un sencillo cálculo se puede estimar el par necesario en la rueda motriz (piñón) para accionar la corona. Los datos de cada elemento se pueden extraer de sus planos de despiece (planos 7.1 y 7.3).

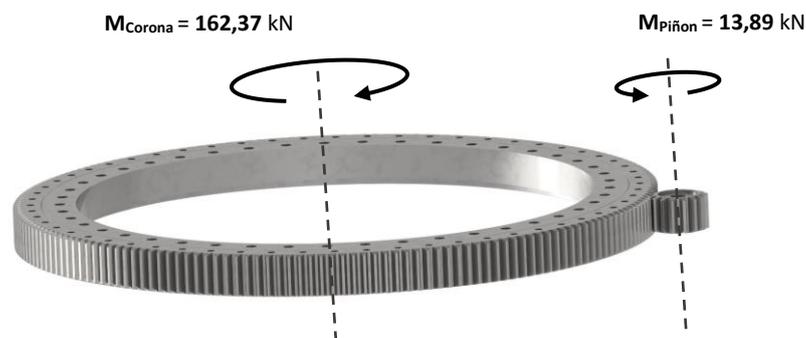
Número de dientes (Z)	
Corona	187
Piñón de ataque	16

La relación de transmisión será:

$$\frac{Z_{\text{Corona}}}{Z_{\text{Piñón}}} = \frac{M_{r,\text{Corona}}}{M_{\text{Piñón}}} \rightarrow \frac{187}{16} = \frac{162,37}{M_{\text{Piñón}}}$$

$$M_{\text{Piñón}} = 13,89 \text{ kNm}$$

Al eje del piñón deberán llegarle (desde la reductora) un par de con valor obtenido.



Al encontrarse una reductora entre el piñón y el motor hidráulico, hay que considerar también la relación de transmisión que ésta aporta al sistema. Del mismo modo que un engranaje común, la reductora disminuye la velocidad angular del eje de salida, a la vez que multiplica el par.

Esto implica que el motor hidráulico trabajará con una —relativamente— alta velocidad de giro y poco par, que es lo habitual en este tipo de actuadores.

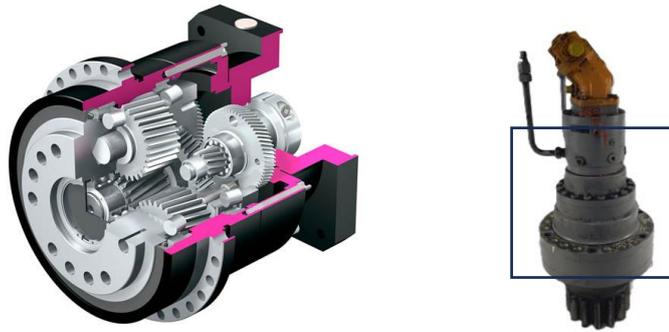


Figura 15.2 Sección interno de un reductor epicicloidal y su ubicación en el motor empleado

Los reductores planetarios integrados permiten ratios de conversión muy elevados. Para este caso se considerará uno de 50 a 1. Esto significará que la velocidad de salida del motor se reducirá 50 veces, multiplicándose el par de accionamiento por la misma cantidad. Como resultado, el par proporcionado por el motor hidráulico (en su eje de salida o entrada a la reductora) será una cincuentava parte (2%) del de la salida de la reductora (el que le llega al piñón):

$$M_{\text{Motor}} = \frac{M_{\text{Piñon}}}{50} = \frac{13.890 \text{ Nm}}{50} = 277,85 \text{ Nm}$$

Ese es el par mínimo que se requiere en el eje del motor hidráulico para accionar todo el mecanismo.

Para contabilizar los **rendimientos**, se tendrán en cuenta el del engranaje corona-piñón ($\approx 95\%$), el de la reductora ($\approx 95\%$) y el del propio motor ($\approx 90\%$). Estas pérdidas se pueden contabilizar como un aumento del par real necesario con respecto al calculado (puesto que de este modo se requiere más potencia para suplir dichas pérdidas):

$$M_{\text{Motor}} = 277,85 \cdot \frac{1}{0,95} \cdot \frac{1}{0,95} \cdot \frac{1}{0,90} = 342,1 \text{ Nm}$$

El torque final a generar en el eje del motor hidráulico es de 342,1 Nm.

15.4 Selección del motor

Como ejemplo se elige la gama de motores hidráulicos de pistones axiales y cilindrada fija de la serie A2FM de Bosch Rexroth AG, que son modelos habituales empleados en grúas móviles de Liebherr. En su catálogo podemos encontrar numerosos tamaños con distintas prestaciones.



Observando el catálogo de la marca, y centrándose en el par, el fabricante indica el torque máximo que proporciona cada modelo concreto, para una diferencia de presión referencia de $\Delta 350$ bar. Se recuerda que el torque producido por un motor o una bomba dependerá de la presión/carga conectada a éstos.

Tamaño nominal	TN	5	10	12	16	23	28	32	45	56	63	80	
Torque ⁴⁾													
para V_g y $\Delta p = 350$ bar	T	Nm	24.7 ⁵⁾	57	67	89	128	157	178	254	313	351	448

Si se escoge una presión de trabajo inicial estimada de 250 bar, y considerando una presión residual en la línea de retorno hacia la bomba —después de pasar por el motor— de 10 bar (algo habitual en circuitos cerrados) la diferencia de presiones entre la entrada y la salida del motor será de 240 bar.

$$\Delta = 240 \text{ bar}$$

Como los valores de torque de la tabla se encuentran referenciados al valor de $\Delta 350$ bar, tomando como simplificación una relación lineal entre el torque proporcionado y la diferencia de presión, se podría obtener un aproximado de los valores del catálogo con respecto con esa nueva presión de trabajo:

$$T_{(n)} = T_{(ref)} \cdot \frac{P}{P_{Ref}} \quad \rightarrow \quad T_{(240 \text{ bar})} = T_{(350 \text{ bar})} \cdot \frac{240}{350}$$

Multiplicando los valores de torque del catálogo por ese factor se referencian a $\Delta = 240$ bar.

Para un torque requerido calculado de 342,1 Nm, el motor de tamaño nominal TN-90 servirá, puesto que proporciona a esa presión un par máximo de **343,7** Nm (resultado de la relación lineal, $0.686 \cdot 501$), aunque en la práctica podría ir escogerse alguno de tamaño superior.

$$T_{(TN-90, 240 \text{ bar})} = T_{(TN-90, 350 \text{ bar})} \cdot \frac{240}{350} = 501 \cdot 0,686 = 343,7 \text{ Nm} > 342,1 \text{ Nm}$$

Otro parámetro importante del motor sería la velocidad de funcionamiento. Por diseño, el motor hidráulico seleccionado puede trabajar a 5.000 de revoluciones por minuto, aunque en la práctica, en el caso de altas presiones y cargas pesadas, se limitan a menos de 1000 rpm (aproximadamente en el rango de 200 a 800). La velocidad de giro del motor viene condicionada por la velocidad de giro deseada de la superestructura, al estar ambos conectados directamente.

Se indicó en el apartado 3.4.5 un tiempo de rotación completa de la superestructura era de un minuto:

$$n_{\text{Corona}} = 1 \frac{\text{rev}}{\text{min}} = 1 \text{ rpm}$$

Si se tienen en cuenta las mismas relaciones de transmisión que las empleadas para el par (engranaje y reductora), la velocidad de giro del eje del motor se multiplica:

$$n_{\text{Motor}} = 1 \text{ rpm} \cdot \frac{Z_{\text{Corona}}}{Z_{\text{Piñon}}} \cdot i_{\text{Reductora}} = 1 \cdot \frac{187}{16} \cdot 50 = 584,4 \text{ rpm}$$

Por tanto, la velocidad de accionamiento media para el motor será de unas 584 revoluciones por minuto, algo estándar para este tipo de aplicaciones algo pesadas.

$$n = 584 \text{ rpm}$$

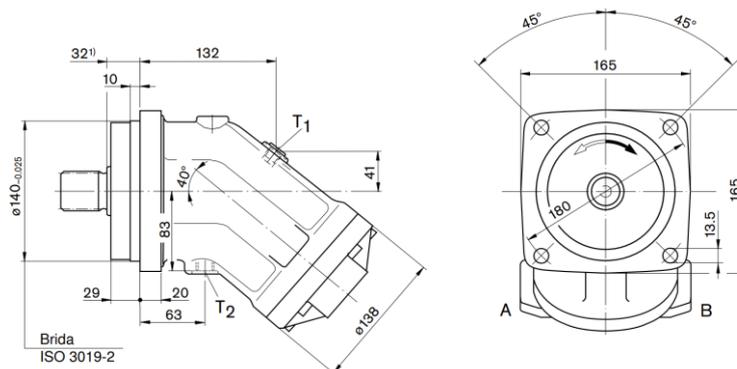
El motor A2FM-90 posee una cilindrada fija por revolución de 90 cm^3 . Conociendo la velocidad de accionamiento, se puede calcular el caudal medio de fluido hidráulico que se consumirá:

$$q = V_g \cdot n = 90 \frac{\text{cm}^3}{\text{rev}} \cdot 584,4 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 876,6 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 0,877 \text{ l/s}$$

Los requerimientos de caudal no son muy elevados, siendo de sólo **52,6** litros por minuto. Una bomba de tamaño pequeño será suficiente para el accionamiento de este motor.

Caudal	52.6 l/min
Velocidad de giro	590 rpm
Presión	≈ 250 bar
Torque	342 Nm
Potencia	30 CV

Tabla 47 Parámetros de operación máximos del motor hidráulico de giro



16 MOTOR HIDRÁULICO DEL CABESTRANTE

El sistema del cableado para el izado de carga de una grúa móvil es complejo. Está formado por principalmente por los cabestrantes (motor y tambor), además de diversos conjuntos de poleas tanto en la pluma como en los ganchos.

En el presente proyecto no se ha contemplado el diseño de estos elementos, al quedar fuera del objeto de estudio; no obstante, como complemento se realizará un dimensionado básico del motor hidráulico de los cabestrantes.

En el análisis de este sistema se tienen numerosas variables: la carga, la velocidad de elevación deseada, el número de poleas instaladas y reenvíos de cable establecidos para cada trabajo, las dimensiones del tambor y los cables, etc. Todo ello influirá en los parámetros de operación del motor, de modo que éste se apoya en elementos de control (sensores) que regulan el caudal, par y velocidad de giro de la bomba hidráulica del circuito en todo momento.

El término **reenvíos de cable** (*reeving* en inglés) hace referencia al sistema de cableado formado por un polipasto de poleas fijas (en el extremo del último tramo de la pluma) y móviles (ubicadas en el gancho de la carga). De este modo se consigue multiplicar enormemente la fuerza (tensión) que llega desde un único cable del tambor de cada cabestrante.

En una misma grúa, y en función de la carga de trabajo, los operarios instalarán las poleas y configurarán in-situ el número de reenvíos a emplear. En las siguientes imágenes se puede observar el esquema de un reenvío de cables basado en 11-9 poleas, que consigue las mayores capacidades de carga de la grúa.

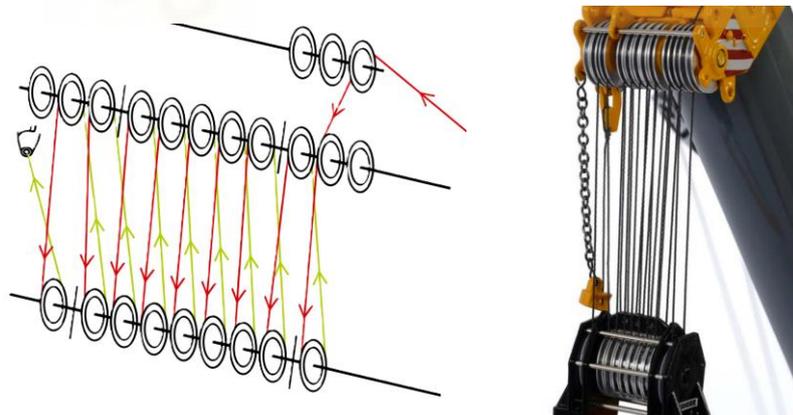


Figura 16.1 Reenvíos de cables en la pluma de una grúa

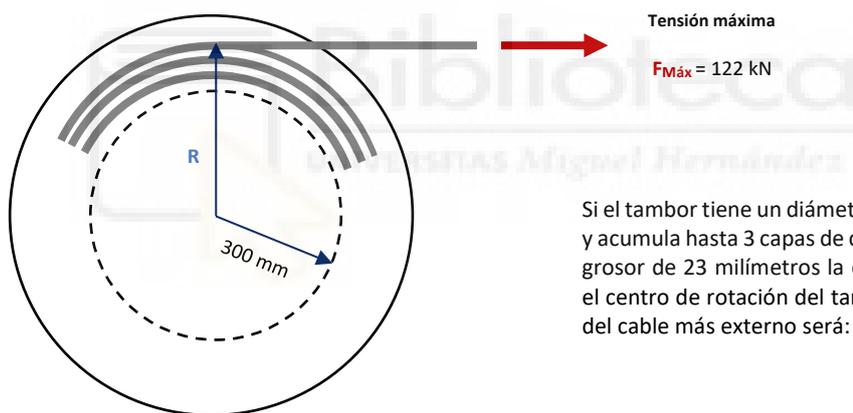
Si se consultan como ejemplo los manuales de datos técnicos de grúas móviles LTM de Liebherr, se incluyen algunos datos interesantes con respecto al cabestrante y cables empleados, entre los que se tienen el diámetro y longitud del cable, la velocidad del mismo y la tensión máxima aplicable:

Antriebe · Drive Mécanismes · Meccanismi Accionamiento · Приводы	stufenlos · infinitely variable en continu · continuo regulable sin escalonamiento · бесступенчато	Seil ø / Seillänge · Rope diameter / length Diamètre / longueur du câble · Diametro / lunghezza fune Диаметр / longitud cable · Диаметр / длина	Max. Seilzug · Max. single line pull Effort au brin max. · Mass. tiro diretto fune Tiro máx. en cable · Макс. тяговое усилие
	m/min für einfachen Strang · single line 0 – 138 m/min au brin simple · per tiro diretto · a tiro directo м/мин при однократной запасовке	23 mm / 350 m	<u>122 kN</u>

La tensión máxima aplicada en el cable será de **122 kN**, estando este límite limitado por la resistencia mecánica de éste. Por su parte, la velocidad lineal máxima es de 138 metros por minuto, lo que suponen **2,3 m/s**.

Como se tienen infinidad de situaciones distintas para analizar —y dejando de lado las poleas y reenvíos— se supondrá directamente la más desfavorable para el tambor, en la que se requerirá desplazar la tensión máxima (122 kN) a la velocidad máxima (2,3 m/s) indicada. Lo habitual es que en la práctica estos dos valores no se combinen, puesto que, como es lógico, al trabajar con cargas muy pesadas se limita la velocidad de operación de la grúa. Sin embargo, como hipótesis simplificadora de diseño servirá para un predimensionado simple del motor.

Otros datos necesarios serán la geometría del tambor. Como medidas habituales para grúas de este tamaño se podrían considerar (basadas en cabestrantes reales):



Si el tambor tiene un diámetro de 60 centímetros y acumula hasta 3 capas de cable, suponiendo un grosor de 23 milímetros la distancia total desde el centro de rotación del tambor hasta el centro del cable más externo será:

$$R = 300 + 23 * (2.5) = 357,5 \text{ mm} \approx 360 \text{ mm}$$

Se considerará un radio de aplicación de la fuerza de 0,36 metros. A partir de esa longitud y la tensión en el cable se puede calcular el momento aplicado sobre el eje del tambor:

$$M_{\text{Tambor}} = 0,38 \text{ m} \times 122.000 \text{ N} = 43.920 \text{ Nm}$$

Ese sería el par máximo que necesitaría aplicar el tambor para tirar y recoger el cable en un momento puntual dado. Como ya se ha indicado, el par requerido variaría según se vaya enrollando o desplegando el tambor (cambiando la distancia de aplicación del momento), además de depender de otros factores como el grosor del cable, el número de capas apilables en el tambor, la propia tensión, etc.

Ese valor de par tan alto no se proporciona directamente por el motor hidráulico, puesto que se tiene una reductora —similar a la del motor de giro ya estudiado— integrada en el interior del propio tambor. Al trabajar con torques tan elevados el reductor es muy robusto, trabajando con unas relaciones de transmisión no muy elevadas.



Figura 16.2 Sección interna de un tambor y el reductor integrado

En este caso se considera una relación de transmisión de 1:30, por lo que el par calculado se reduce en un factor 30. Además, se contabilizan un 95% de rendimiento para la reductora y el propio motor):

$$M_{\text{Motor}} = M_{\text{Tambor}} \cdot i_{\text{Reductora}} \cdot \frac{1}{95\%} \cdot \frac{1}{95\%} = 43.920 \text{ Nm} \cdot \frac{1}{30} \cdot \frac{1}{0,95^2} = 1598 \text{ Nm}$$

Ese es el torque máximo —según las hipótesis tomadas en cuenta— que deberá entregar el motor hidráulico, contando con las posibles pérdidas mecánicas producidas en ambos componentes.

Del mismo modo que en el apartado anterior, se puede seleccionar uno del catálogo de la serie A2FM de Bosch Rexroth AG:

Tamaño nominal	TN	90	107	125	160	180	200	250	355	500	710	1000
Torque ⁴⁾												
para V_g y $\Delta p = 350 \text{ bar}$	T Nm	501	594	696	893	1003	1114	1393	1978	2785	3955	5570

Si el circuito opera a una presión de aproximadamente **300 bar**, y teniendo en cuenta la presión residual en la línea de retorno a la bomba de 10 bar, el motor trabajaría con una diferencia de presión de $\Delta=290 \text{ bar}$. En ese caso, y observando los datos de la tabla, el motor TN-355 sería capaz de proporcionar dicho par:

$$T_{(TN-355, 290 \text{ bar})} = T_{(TN-355, 350 \text{ bar})} \cdot \frac{290}{350} = 1978 \cdot 0,829 = 1639 > 1598 \text{ Nm}$$

Otro parámetro importante sería la velocidad de giro del motor. Según el catálogo su velocidad operacional máxima es de 2.240 rpm, aunque en la práctica no se alcanzaría ese límite. A partir de la velocidad del cable lineal (2m/s) y el radio evaluado (380 mm):

$$v = \omega \cdot r \rightarrow \omega = \frac{v}{r} = \frac{2 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{0,38 \text{ m}} = 5,26 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow 5,26 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{rev}}{2\pi \text{ rad}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{\text{min}} = 50,26 \text{ rpm}$$

Si el tambor gira a 50,26 rpm se tendría una velocidad lineal del cable de 2 metros por segundo. Al tener en cuenta la reductora instalada, la velocidad de giro en la entrada de ésta (motor hidráulico) sería de 30 veces mayor, lo contrario que ocurría con el torque:

$$n_{\text{Motor}} = \frac{n_{\text{Tambor}}}{i_{\text{Reductora}}} = \frac{50,26 \text{ rpm}}{1/30} \approx 1508 \text{ rpm}$$

La velocidad de giro del motor para la situación estudiada será de 1508 revoluciones por minuto. Al igual que con el torque, éste sería un valor máximo —para la hipótesis más desfavorable— por lo que se esperaría que en la práctica el motor trabajase a velocidades más bajas.

El motor A2FM-355 posee una cilindrada fija por revolución de 355 cm³. Conociendo la velocidad de accionamiento, se puede calcular el caudal medio de fluido hidráulico que se consumirá:

$$q = V_g \cdot n = 355 \frac{\text{cm}^3}{\text{rev}} \cdot 1508 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 8922 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 8,92 \text{ l/s}$$

Los requerimientos de caudal máximos serán de **535,3** litros por minuto. El motor instalado se trata de uno de gran potencia, teniendo una masa de 110 kilogramos. Finalmente, los resultados quedan:

Caudal	535,3 l/min
Velocidad de giro	1508 rpm
Presión	≈ 300 bar
Torque	1554 Nm
Potencia	330 CV

Tabla 48 Parámetros de operación máximos del motor hidráulico del cabestrante

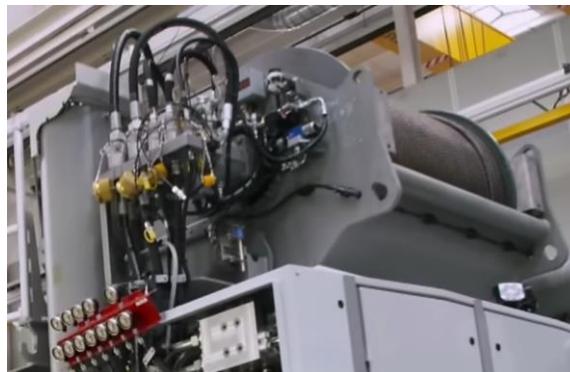


Figura 16.3 Cabestrante de una grúa móvil pesada

17 CIRCUITO HIDRÁULICO DE LA PLUMA

En este punto se desarrollará el circuito hidráulico que controla las funcionalidades principales de la pluma, entre las que se incluyen la inclinación y telescopado de la pluma, a lo que habrá que sumar el giro de la superestructura y del cabestrante.

Se explicará el funcionamiento del circuito, además de representar gráficamente su diagrama esquemático. Para esto último se empleará el ya mencionado software FluidSIM® 5 de la compañía Festo. Todo ello permitirá comprender el funcionamiento del circuito, presentando todos los componentes del sistema, así como la organización e interconexiones entre ellos



A modo de resumen, se tiene que controlar de manera independiente:

- El cilindro de **inclinación** de la pluma.
- El cilindro de **telescopado**, para mover los tramos.
- El **selector** de tramos para el funcionamiento del sistema de telescopaje.
- El motor hidráulico que controla el **giro** de superestructura
- Como añadido, el motor hidráulico del **cabestrante**.

El sistema hidráulico global de la pluma se puede dividir a su vez en varios subcircuitos, cada uno encargado de controlar una parte del mismo. Por tanto, primero se analizarán los siguientes circuitos hidráulicos de manera separada, teniendo:

- Circuito hidráulico de los **cilindros** para el **basculamiento y telescopado**.

También se integrará el control del mecanismo del selector de tramos. Se trata de un circuito abierto, por lo que se tendrá recirculación por el depósito del fluido. Para suministrar la presión hidráulica se empleará una bomba de pistones axiales doble de desplazamiento variable con servomando y controlada electrónicamente.

- Circuito hidráulico del **motor de giro** de la **superestructura**.

Se tiene una bomba de pistones axiales de desplazamiento variable con servomando y control electrónico, aunque esta vez en un circuito cerrado (ciclo continuo entre la bomba y el actuador). El motor hidráulico instalado (ver apartado 15) es de desplazamiento fijo, ajustando su funcionamiento mediante la variación de los parámetros de la bomba.

- Circuito hidráulico del **motor de giro** de los **cabestrantes**.

Análogo al anterior, donde se tiene igualmente un ciclo cerrado bomba-motor.

17.1 Circuito de basculamiento y telescopado

Mediante el ya mencionado software FluidSIM se ha llegado al siguiente circuito:

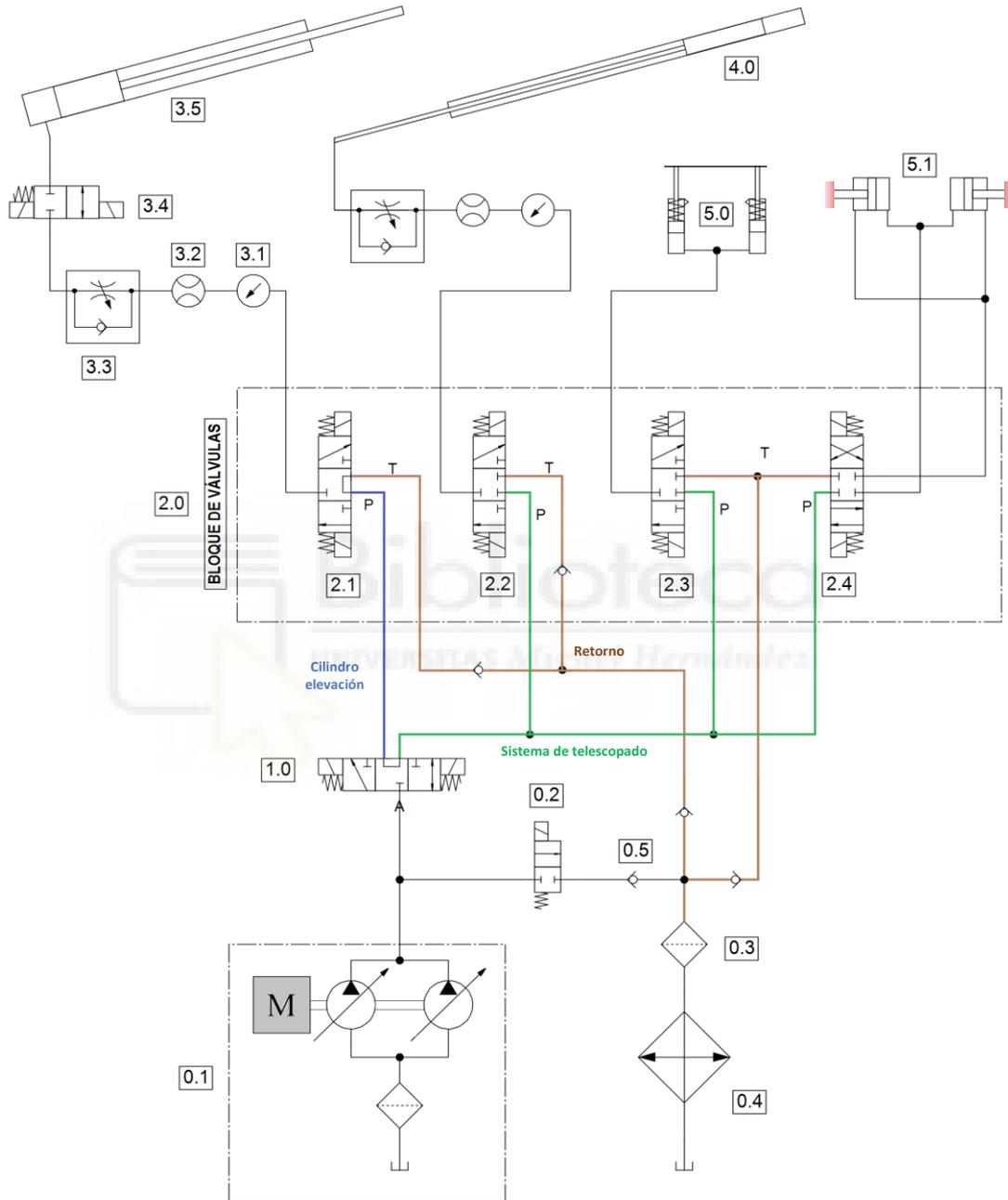


Figura 17.1 Diagrama del circuito hidráulico de los cilindros

Mediante éste se controlan ambos cilindros, así como los anclajes del selector de tramos.

La tabla de componentes queda:

Identificación	Unidades	Descripción
0.1	1	Grupo motriz: Bomba doble DPVD 165-165 de Liebherr, regulable electrónicamente.
0.2	1	Válvula de seguridad (alivio) pilotada eléctricamente
0.3	1	Filtro de aceite
0.4	1	Intercambiador de calor (enfriador)
0.5	5	Válvula antirretorno
1.0	1	Válvula selectora 3/3 pilotada eléctricamente.
2.0	1	Bloque de válvulas
2.1	1	Válvula 3/3 pilotada eléctricamente. Cilindro de elevación.
2.2	1	Válvula 3/3 pilotada eléctricamente. Cilindro de telescopado.
2.3	1	Válvula 3/3 pilotada eléctricamente. Pin de anclaje superior.
2.4	1	Válvula 4/3 pilotada eléctricamente. Pines de anclaje lateral.
3.1	2	Medidor de presión
3.2	2	Medidor de flujo
3.4	2	Regulador de caudal (salida cilindro).
3.5	1	Cilindro de elevación. Simple efecto.
4.0	1	Cilindro de telescopado. Simple efecto.
5.0	1	Mecanismo pin anclaje superior.
5.1	1	Mecanismo pin lateral de anclaje.

Tabla 49 Componentes del circuito de los cilindros

El funcionamiento del circuito es el siguiente:

La **bomba** (0.1) —dimensionada en el punto siguiente— proporciona la presión hidráulica a todo el sistema a través de la válvula selectora (1.0).

La válvula de **seguridad** (0.2) se emplea como alivio del sistema, liberando de manera controlada los picos presión hacia el tanque (*venting*). Es uno de los elementos más importantes en cualquier sistema hidráulico, puesto que dichas acumulaciones de presión indeseadas pueden dañar los componentes, reduciendo su vida útil y disminuyendo la seguridad general del circuito.

Al sobrepasar un cierto valor (tarado en la propia válvula o controlado electrónicamente, ya que la válvula tiene pilotaje eléctrico) ésta se abre, derivando el fluido a alta presión hacia el tanque, a través de (0.5), (0.3) y (0.4).

Esta válvula se puede activar eléctricamente, por ejemplo, al cerrar la circulación de la válvula (1.0) mientras la bomba se encuentra trabajando, donde momentáneamente se produciría un aumento súbito de la presión. Algo similar ocurriría al cerrar las válvulas (2.1), (2.2) o (3.4) con la bomba en pleno funcionamiento.

Antes de la entrada o retorno al tanque se tiene un filtro (0.3) y un intercambiador de calor (0.4), que refrigera el fluido hidráulico.

La válvula (1.0) actúa como **selector** de la **rama** del circuito a energizar con presión, en función de los elementos que se quieran controlar:

- Rama del cilindro de elevación (en azul) para elevar la pluma.
- Rama del sistema de telescopado (en verde), para controlar el cilindro interno y los pines de anclaje.

Ambas ramas no trabajarán simultáneamente: ya se indicó que primero se coloca la pluma en la inclinación deseada (cilindro de elevación) para luego accionar el sistema de telescopado interno.

Se han creado ramas separadas debido a la diferencia de presiones máximas a la que trabajan (314 contra 139 bar). Se podría haber obviado la válvula selectora (1.0) y unido la salida de la bomba con todas las válvulas del bloque. No obstante, eso derivaría en que, al actuar con muy alta presión sobre el cilindro (3.5) a través de (2.1), el resto de las válvulas (2.2), (2.3) y (2.4) —en especial sus juntas y sellos— tendrían igualmente que soportar dicha presión, lo que implicaría la necesidad de que éstas sean más robustas.

Por el contrario, al independizar y aislar ambas ramas —a través de (1.0)— se consigue reducir la presión máxima a soportar por las válvulas del sistema de telescopado.

También se han destacado las líneas de **retorno** desde cada válvula del bloque (2.0), hacia (0.3) y (0.4). Varias válvulas antirretorno (0.5) evitan la derivación entre ellas, asegurando que el fluido llegue al tanque en todo momento.

En el caso de que la válvula (1.0), mediante el pilotaje eléctrico, envíe la presión hacia la rama del cilindro de elevación (azul), se llega a la válvula (2.1). Si ésta última permanece en la posición central, la presión se derivará al tanque, pudiendo actuar momentáneamente la válvula de alivio (0.2) ya vista.

Si (2.1) envía la presión al cilindro (3.5), en el camino se tienen un medidor de presión (3.1) y del flujo (3.2), que proporcionarán lecturas para el control electrónico del sistema.

Por su parte, la válvula de **bloqueo** (3.4) permite —como su nombre indica— bloquear el fluido dentro del cilindro, una vez llenado con el volumen deseado, fijando la posición de trabajo del cilindro. Se trata de una válvula muy robusta que cierra la salida de éste, conteniendo una gran presión (de 931 bar según se calculó).

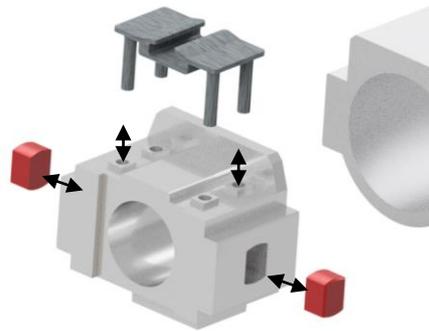
Cuando se quiera reducir la inclinación de la pluma esta válvula se abrirá, vaciando la cámara del cilindro. El fluido discurrirá de vuelta por la misma línea que en el llenado, pasando esta vez por una válvula reguladora de caudal (3.3) que reduce y controla la velocidad de retracción del vástago del fluido. El fluido circulará a través de la válvula (2.1) hacia la línea de retorno a tanque.

Si el selector (1.0) envía la presión al otro ramal del circuito (verde), ésta llegará a las válvulas del bloque (2.2), (2.3) y (2.4) para controlar el sistema de telescopado. Como ya se ha mencionado, ésta rama trabajará con una presión menor que la anterior.

- La válvula (2.2) controla el cilindro interno (4.0) del mismo modo que la válvula (2.1) lo hacía con el cilindro (3.5). La única diferencia es que aquí no se tiene una válvula de bloqueo, puesto que no se requerirá mantener el cilindro en una posición fija durante un largo periodo de tiempo, ni tampoco se trabaja con una presión muy elevada.

- La válvula (2.3) controla el mecanismo de ascenso y descenso (5.0) de la pinza de anclaje superior, que permitirá mover el pin correspondiente para liberar y fijar el tramo a mover.
- Por otro lado, la (2.4) se encarga del sistema de control de los los pines laterales (5.1), que se empleaban para seleccionar el tramo deseado.

Tanto (5.0) como (5.1) se han simplificado y obviado su diseño, tratándose en la realidad de mecanismos complejos integrados dentro del selector de tramos. Además, trabajan con muy poca presión —residual en comparación con los cilindros y los motores— debido al pequeño tamaño y a los muy bajos esfuerzos a superar.



La utilización de los tres actuadores de esta rama —el cilindro (3.5) y los dos mecanismos (5.0) y (5.1)— se realizará de forma alternada y cíclica, durante el proceso de telescopado de la pluma para alcanzar el despliegue de tramos deseado (ver apartado 10), por lo que esta rama del circuito será la activa la mayor parte del tiempo durante las operaciones.

17.1.1 Dimensionado de la bomba

El punto de partida del circuito es la **bomba de pistones axiales doble** de desplazamiento **variable**. Ésta se encuentra controlada por el sistema LICCON de la grúa, que de manera automática regula su funcionamiento, ajustando el caudal y la potencia según las necesidades de cada momento.

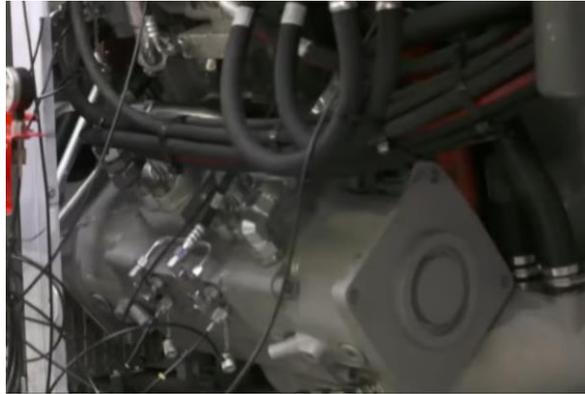


Figura 17.2 Bomba de pistones dúplex principal instalada en la superestructura

El accionamiento se produce mediante un motor de combustión. En el caso de tener un único motor térmico en la grúa, como es el caso de las grúas más modernas de Liebherr, la potencia es transferida desde el chasis inferior de la grúa —donde se tiene el motor— a través de una transmisión especial (Ver Figura 1.25, configuración *SingleEngine* de Liebherr). En grúas más simples se tiene un motor de combustión específico para el sistema hidráulico.

La gama de bombas empleadas para este cometido podría ser las de la serie DPVD de Liebherr, similar a las de la foto superior:



Figura 17.3 Bomba variable de pistones axiales doble de la gama DPVD de Liebherr

Para el dimensionado de la bomba hay que conocer el caudal máximo requerido. En este caso se tendrá en cuenta el **cilindro de elevación** —actuador más demandante— donde se calculó que su cámara interna desplazaba un volumen de 443.053 cm³ desde su posición inicial (de reposo, 0°) hasta la máxima (80°).

Según se indicó en el apartado 3.4.5, el movimiento de elevación completo (de los 0° a los 80°) se tenía que realizar en unos 60 segundos, por lo que el caudal necesario será:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{443.053 \text{ cm}^3}{60 \text{ s}} = 7.384 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 7,38 \text{ litros/s}$$

La bomba necesitará ser capaz de proporcionar un caudal máximo de **7,4** litros por segundo.

Según el catálogo únicamente se ofertan dos modelos de esta serie de bombas de pistones dobles: la DPVD 108-108 y la DPVD 165-165. Ambas están formadas por la unión de dos bombas de la gama DPVO (individuales) de tamaños 108 y 165, en un mismo cuerpo.

Si se selecciona el modelo DPVD 165-165, esta tiene un desplazamiento por revolución máximo (cilindrada):

$$V_{g,m\acute{a}x} = 2 \times 167,8 = 335,6 \frac{\text{cm}^3}{\text{rev}}$$

≈165

Si se considera que se mantiene un régimen de giro habitual y estable en la bomba —mediante el motor diésel de la grúa y una caja reductora fija— de por ejemplo 1.400 rpm, se tendría un caudal máximo posible de:

$$q = V_{g,m\acute{a}x} \cdot n = 335,6 \frac{\text{cm}^3}{\text{rev}} \cdot 1400 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 7.830 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

Se asume que el rendimiento global (η) de la bomba se encuentra ya reflejado en los datos incluidos en el catálogo y sus datos técnicos, por lo que no se minoran estos resultados.

Por tanto, la bomba suministrará **7,8** litros por segundo en condiciones de operación estándar (1400 rpm), por lo que cumpliría con los requerimientos de caudal del sistema para la elevación de la pluma.

Además, según el catálogo en realidad se tendría un caudal total máximo posible —al trabajar con la mayor velocidad de giro admisible por la bomba, 2100 rpm— de aproximadamente 11.7 litros por segundo, por lo que existe un margen en caso de necesitarlo.

La presión nominal de trabajo de la bomba es de hasta **400** bar, mientras que la máxima alcanza los 450. La presión de trabajo máxima calculada de la bomba resultó ser de 314 bar.

Otros datos interesantes de la bomba DPVD 165-165 son la potencia teórica máxima (casi 600 CV), el peso (190 kilogramos) y las dimensiones generales, de 29×29×66 centímetros.

A modo de comprobación se calculará también el caudal necesario para el movimiento de los tramos de la pluma (telescopado). En el apartado 3.4.5 se indicó que el desplegado completo de la pluma se realizaba en un máximo de 10 minutos. Para ello se recuerda la secuencia —ya vista— necesaria para ello. En 14.2.3 se tiene una tabla con las carreras de trabajo del cilindro para alcanzar cada tramo:

- Se despliega el tramo más externo: el quinto (11,19 metros de carrera), se fija en su posición y el cilindro se retrae (gracias a la gravedad, puesto que el cilindro no es de doble efecto) hasta recolocarse junto al tramo siguiente (el cuarto). Se puede suponer que la velocidad de retroceso es la misma al añadir una válvula reguladora de caudal a la salida del cilindro. Por ello, como simplificación para el recorrido total durante estos dos movimientos del tramo, se considerará el doble de la distancia inicial: 22,38 metros.
- Para los tres siguientes tramos móviles (4, 3 y 2) el procedimiento será el mismo, por lo que directamente se considera el doble de sus distancias de desplegado, para cada uno de ellos.

La distancia total recorrida por el cilindro de telescopado durante esta operación será de:

$$L_T = 2 \cdot 11,91 + 2 \cdot 12,76 + 2 \cdot 12,33 + 2 \cdot 12,7 = 97,96 \text{ m}$$

Conociendo el diámetro de su cámara interna (180 mm), el volumen de trabajo desplazado total será:

$$V = A \cdot L_T = 0,025447 \text{ m}^2 \cdot 97,96 \text{ m} = 2,49 \text{ m}^3$$

Durante el proceso de telescopado de todos los tramos se desplazan 2.490 litros de fluido hidráulico —hacia y desde el cilindro— que tienen que ser movidos en los 10 minutos estipulados, lo que deriva en un caudal medio de:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{2400 \text{ l}}{600 \text{ s}} = 4,15 \text{ litros/s}$$

El caudal con el que se trabajará será de 4,15 litros por segundo. Cabe aclarar que todo ese volumen de fluido (y por tanto de caudal) no tendrá que ser suministrado por la bomba durante todo el tiempo, puesto que los movimientos de retroceso del cilindro —la mitad del tiempo— se apoyan en la fuerza gravitatoria. No obstante, ese sería el caudal medio que debería proporcionar la bomba durante los movimientos de avance del cilindro.

Queda por tanto demostrado que la bomba seleccionada serviría igualmente para el accionamiento del cilindro interno de telescopado, puesto que se requerirá un caudal máximo menor con respecto al cilindro de elevación de la pluma (7.4 litros por segundo), que era el más demandante en este aspecto.

Del mismo modo, esta bomba se empleará para el accionamiento hidráulico del selector de tramos (ver apartado 10). Durante el movimiento tanto de los pines laterales como de la pinza de anclaje se trabajarán con presiones y caudales muy bajos —casi residuales— en comparación con los dos cilindros estudiados ahora. La bomba se adaptará de forma automática a estas nuevas condiciones.

Control electrónico de la bomba

En la siguiente imagen se tiene la vista lateral de una superestructura con sus elementos internos expuestos. En la parte izquierda se puede observar el rack de conexiones del sistema eléctrico, donde se conectan todos los sensores, líneas y elementos necesarios para el control electrónico de los actuadores y generadores hidráulicos (cilindros y bombas):

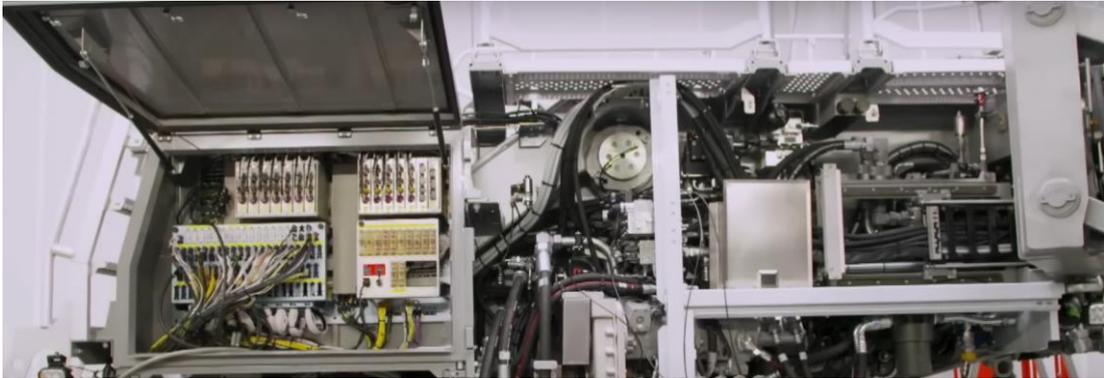


Figura 17.4 Armazón expuesto de la superestructura de una grúa móvil

Todo ello se apoya en el ya mencionado sistema LICCON, que se trataba del *ordenador central* de la grúa que gobernaba todas y cada unas de las funcionalidades de la máquina.

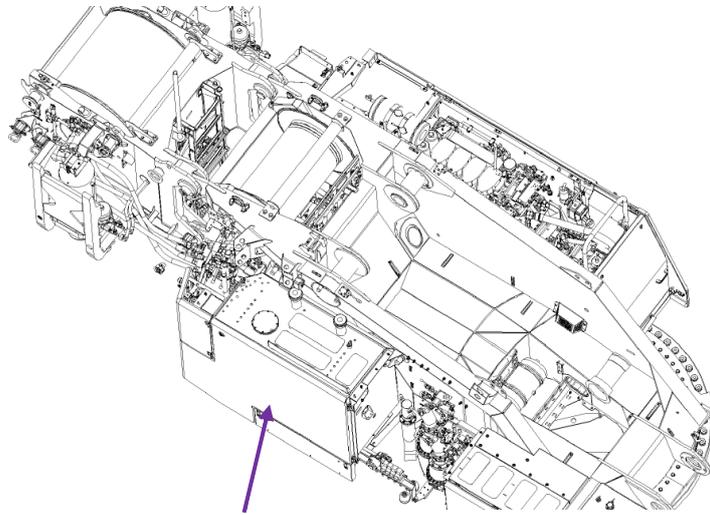
17.1.2 Otros elementos

El **depósito de fluido** para el sistema hidráulico de una grúa móvil puede encontrarse dividido en varios compartimentos independientes, según el volumen requerido.

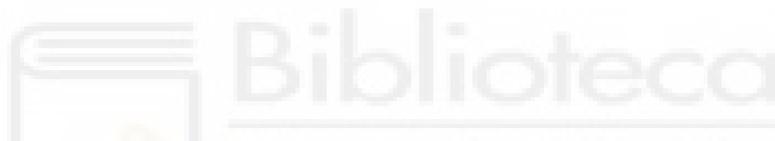


Figura 17.5 Depósitos de fluido hidráulico en una grúa móvil

En grúas de tamaño similar a las que se hace referencia (medio-grande) se pueden alcanzar los 1.200 litros de capacidad. Es necesario tener presente el gran tamaño del circuito, así como de los actuadores.



La ubicación de estos habitualmente se encuentra en los laterales de la superestructura de la grúa.



En lo referente a las **conducciones** hidráulicas, se emplean tanto líneas rígidas de acero como flexibles, formadas por capas de material polimérico (teflón, nitrilo) reforzado con mallas de acero trenzado. En la Figura 12.12 se puede observar ambos tipos de líneas.

Algo interesante resulta ser el sistema de acople rápido para algunas líneas hidráulicas. Esto es muy útil en el caso de la unión de dos elementos que se transportan por separado y se montan en el lugar de trabajo de la grúa, como es el caso de cabestrantes, la pluma o componentes auxiliares.



Figura 17.6 Acople rápido de líneas hidráulicas

En las siguientes imágenes se tienen algunos ejemplos de cómo se producen las conexiones entre la pluma y la superestructura de la grúa, con el fin de proporcionar presión hidráulica tanto al cilindro de telescopado interno como al sistema del selector de tramos, además de a otros elementos auxiliares.

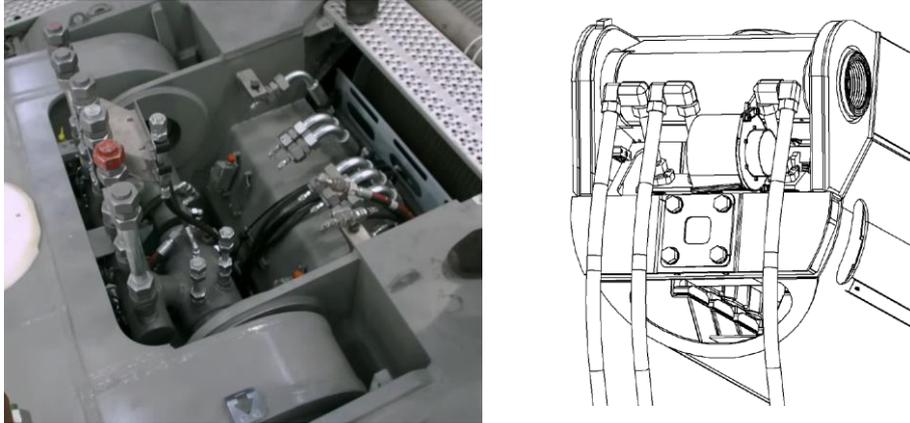


Figura 17.7 Conexiones hidráulicas de la pluma telescópica

En lo referente a las **válvulas** y **bloques de válvulas** empleados en este circuito hidráulico, estas se tienen repartidas por toda la grúa. En el caso de los bloques de válvulas —ya desarrollados en 12.3.4— se pueden tener varios de ellos, cada uno de ellos encargado de controlar una parte de la grúa o un conjunto de actuadores relacionados entre sí.

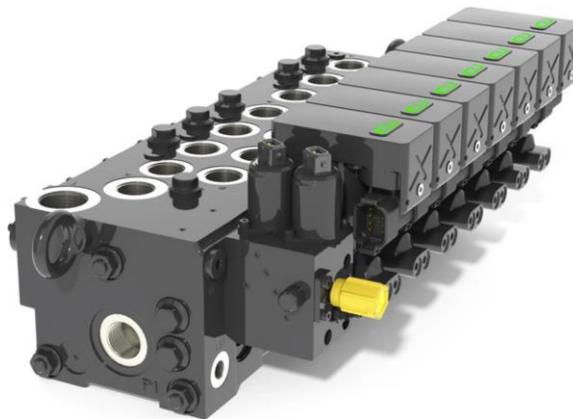


Figura 17.8 Bloque de válvulas actual utilizado en maquinaria móvil

En los bloques más modernos el control de cada línea se realiza mediante un motor eléctrico que, mediante un mecanismo de piñón-cremallera, abre y cierra cada válvula de manera precisa y segura. Se aprecian las conexiones que controlan cada uno de estos pilotajes eléctricos.

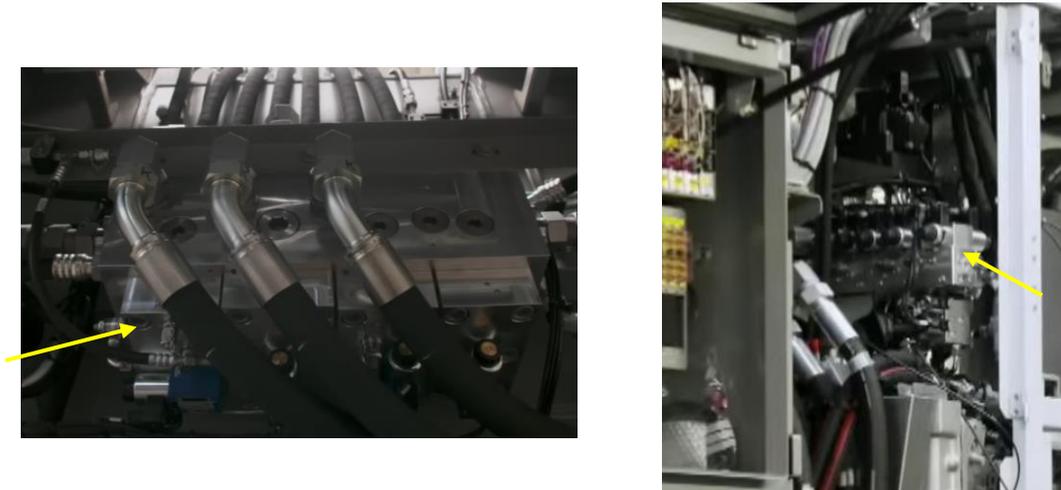


Figura 17.9 Ejemplos de bloques de válvulas instalados en una grúa Liebherr LTM

Como ya se indicó, son componentes complejos diseñados y fabricados a medida para cada gama de grúas.



En el caso de válvulas individuales (como la de la imagen) también se instalan válvulas específicas diseñadas según los requerimientos del sistema.

No obstante, por regla general se suelen reutilizar modelos ya existentes para reducir costes, por lo que una misma válvula se puede emplear en grúas, excavadoras y demás maquina pesada.

Por último, otro elemento importante incluido en el circuito es el **intercambiador** para refrigerar el aceite hidráulico.

En grúas más antiguas o de menor tamaño se tiene un simple radiador —como los encontrados en los coches— mientras que en las actuales se instalan modernos intercambiadores de gran tamaño.

Estos, además del aceite del circuito hidráulico se encargan, —en un mismo elemento— del líquido refrigerante, del aire de sobrealimentación del motor y del aire acondicionado de las cabinas, entre otros.



17.2 Circuito de rotación de la pluma

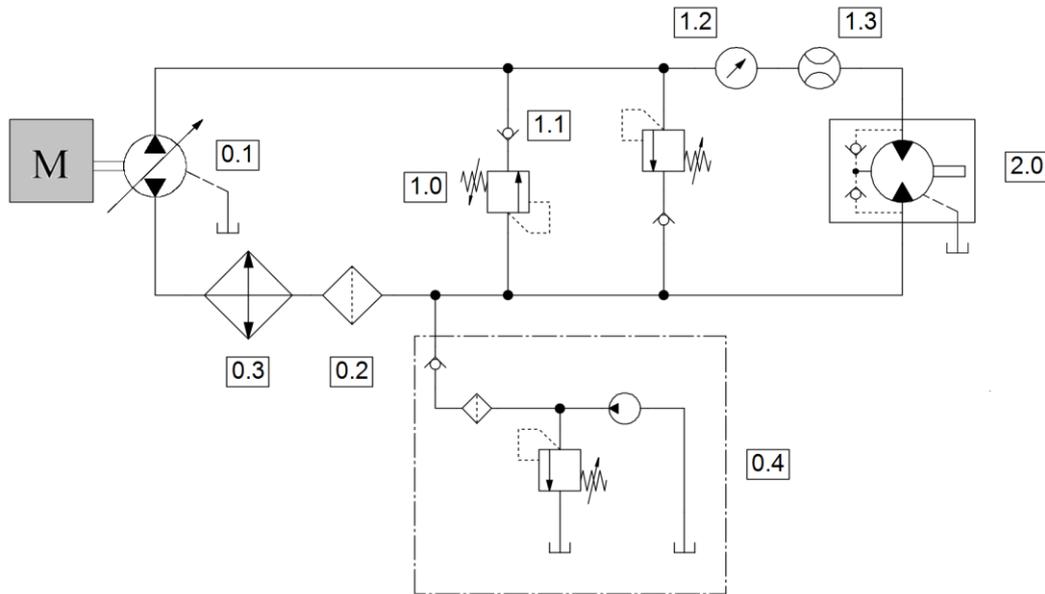


Figura 17.10 Diagrama del circuito hidráulico del giro de la superestructura

Identificación	Unidades	Descripción
0.1	1	Bomba reversible DPVG-85 de Liebherr. Regulable electrónicamente.
0.2	1	Filtro de aceite
0.3	1	Intercambiador de calor (enfriador)
0.4	1	Grupo externo de prerelleno del circuito cerrado.
1.0	2	Válvula de seguridad (alivio) para un sentido del circuito.
1.1	2	Válvula antirretorno para un sentido del circuito.
1.2	1	Medidor de presión
1.3	1	Medidor de flujo
2.0	1	Motor hidráulico A2FM-90 de Bosch Rexroth AG.

Tabla 50 Componentes del circuito de giro

Se trata de un circuito cerrado, donde el fluido a presión circula de manera cíclica y directa entre la bomba y el motor, sin retornar a un depósito.

Por tanto, la **bomba** (0.1) —dimensionada en el punto siguiente— proporciona la presión hidráulica al circuito, que le llega de manera directa al **motor hidráulico** (2.0).

Aunque el eje de entrada de la bomba gire siempre en un sentido (debido a la acción del motor de combustión conectado) ésta puede variar el sentido de la salida del fluido a presión mediante la inclinación de su plato oscilante (bomba reversible), por lo que se puede enviar la presión hidráulica tanto por la línea superior como la inferior (siendo la otra la de retorno, en cada caso).

Además, la bomba será el elemento con cilindrada variable, permitiendo así la regulación total del sistema (caudal/velocidad de giro y sentido del motor). Esto es útil ya que el motor tiene geometría fija, dependiendo por tanto de la bomba para la variación de los parámetros de funcionamiento.

En el circuito se tienen:

- Un filtro de aceite (0.2) para la limpieza del fluido.
- Un intercambiador de calor (0.3) para la refrigeración del mismo.
- Un medidor de flujo (1.3) y de presión (1.2) para la toma de información.
- Un sistema auxiliar (con su bomba, válvulas, etc.) para rellenar y recargar el circuito.

Además, las válvulas de seguridad (1.0) instaladas —una en cada sentido— permiten el alivio del sistema, protegiendo el motor de los posibles picos de presión generados. Realizan la misma función que la válvula (0.2) del circuito anterior, aunque en este caso aplicada a un circuito cerrado.

Las válvulas antirretorno (1.1) garantizan que el fluido circule únicamente en el sentido indicado para que sea regulado de forma correcta por las válvulas de presión, ya que estas sólo trabajan en un único sentido.



17.2.1 Dimensionado de la bomba

Se utilizará una **bomba** de **pistones axiales** de desplazamiento **variable**. Ésta se encuentra controlada por los ordenadores de la grúa, regulando de manera automática su funcionamiento, ajustando el caudal y la potencia según las necesidades de cada momento. Al igual que la bomba anterior, el accionamiento de esta se produce mediante el motor de combustión del vehículo.

La gama de bombas empleada en este caso podría ser las de la serie DPVG de Liebherr, especialmente diseñadas para circuitos cerrados, siendo bombas reversibles al enviar caudal en ambos sentidos.



Figura 17.11 Bomba variable de pistones axiales para circuitos cerrados de la gama DPVG

Según el dimensionado del motor hidráulico (Tabla 47) éste requería de un caudal máximo de **0.877 l/s**, por lo que la bomba debería suministrar como mínimo ese valor.

En el catálogo de la gama se ofertan varios modelos de esta gama de bombas: del tamaño 85 al 280. Si se selecciona el modelo DPVG 85 —el más pequeño— ésta tiene un desplazamiento por revolución máximo (cilindrada):

$$V_{g,m\acute{a}x} = 88,4 \frac{\text{cm}^3}{\text{rev}}$$

Si se considera que se mantiene un régimen de giro habitual y estable en la bomba —mediante el motor diésel de la grúa y una caja reductora fija— de 1.000 rpm, se tendría un caudal máximo posible de:

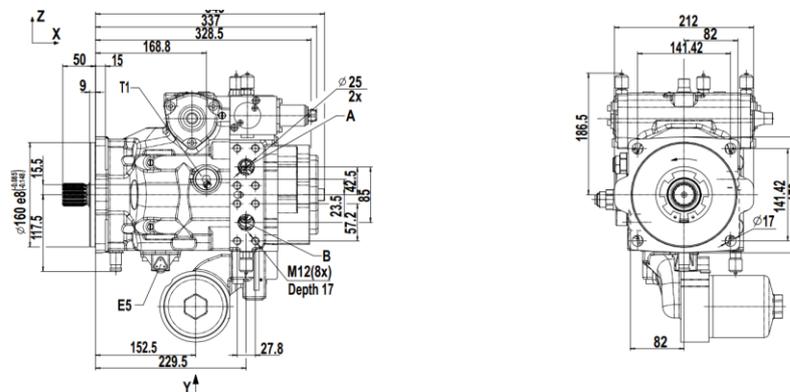
$$q = V_{g,m\acute{a}x} \cdot n = 88,4 \frac{\text{cm}^3}{\text{rev}} \cdot 1000 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 1.47 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

La bomba suministrará un máximo de **1.47** litros por segundo en las condiciones de operación descritas (1000 rpm), por lo que cumpliría con los requerimientos de caudal del sistema para el giro de la superestructura. El caudal se puede controlar principalmente variando la cilindrada (inclinando el plato basculante de la bomba), además de con las revoluciones del motor de combustión.

La **presión nominal** de trabajo de la bomba es de hasta **450 bar**, mientras que la máxima alcanza los 500. La presión de trabajo máxima calculada en el motor hidráulico resultó ser de unos 250 bar.

Ya se indicó que se los requerimientos de caudal y presión de este circuito no eran muy elevados, por lo que la bomba más pequeña de la gama es más que suficiente. Asimismo, se podría haber planteado utilizar una bomba de engranajes o similar —mucho más simples y económicas— aunque la ajustabilidad y capacidad de regulación, así como la robustez y durabilidad de las bombas de pistones, justifican su elección.

El resto de datos de la bomba DPVG-85 se pueden encontrar en el catálogo y manuales técnicos.



17.3 Circuito del cabestrante

El circuito que controla el cabestrante es equivalente al del giro de la superestructura —ya visto en el punto anterior— por lo que el diagrama será el mismo, variando únicamente los modelos de bombas y motores empleados.

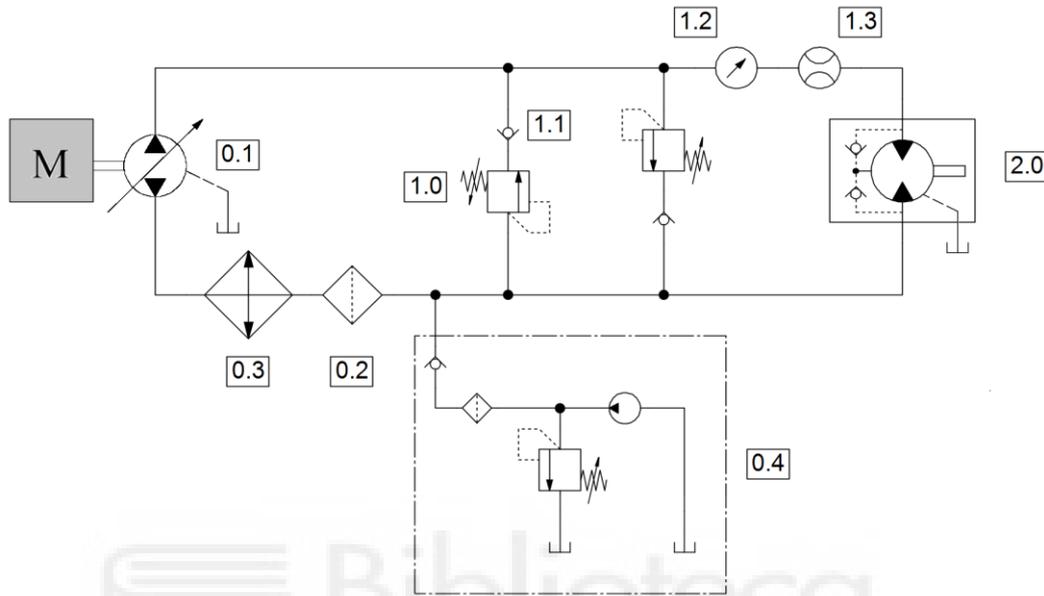


Figura 17.12 Diagrama del circuito hidráulico del cabestrante

Identificación	Unidades	Descripción
0.1	1	Bomba reversible DPVG-280 de Liebherr. Regulable electrónicamente.
0.2	1	Filtro de aceite
0.3	1	Intercambiador de calor (enfriador)
0.4	1	Grupo externo de prerrelleno del circuito cerrado.
1.0	2	Válvula de seguridad (alivio) para un sentido del circuito.
1.1	2	Válvula antirretorno para un sentido del circuito.
1.2	1	Medidor de presión
1.3	1	Medidor de flujo
2.0	1	Motor hidráulico A2FM-355 de Bosch Rexroth AG.

Tabla 51 Componentes del circuito del cabestrante

Del mismo modo, el funcionamiento general es totalmente análogo al descrito en el caso del circuito de giro de la superestructura, ya desarrollado en el punto anterior. La bomba y el motor instalados son más potentes al trabajar con unos caudales y presiones máximas mayores que en el circuito anterior.

17.3.1 Dimensionado de la bomba

Por utilidad y simplicidad se utilizará una bomba del mismo tipo (DPVG de Liebherr, Figura 17.11) que la del circuito hidráulico de giro de la superestructura, aunque en un tamaño más grande debido a los grandes requerimientos de caudal y potencia para el accionamiento del motor hidráulico del cabestrante.

Según el dimensionado del motor hidráulico (Tabla 48) éste demandaba un caudal máximo de **8.92** litros por segundo, por lo que la bomba debería suministrar como mínimo dicho valor. Según el catálogo de la gama, el único modelo capaz de suplir esta demanda es el **DPVG 280**. Este tiene un desplazamiento por revolución máximo (cilindrada):

$$V_{g,m\acute{a}x} = 283,4 \frac{\text{cm}^3}{\text{rev}}$$

Con un régimen de giro de 1.950 rpm, mediante el motor diésel de la grúa y una caja reductora integrada en el eje de la bomba, se tendría un caudal máximo posible de:

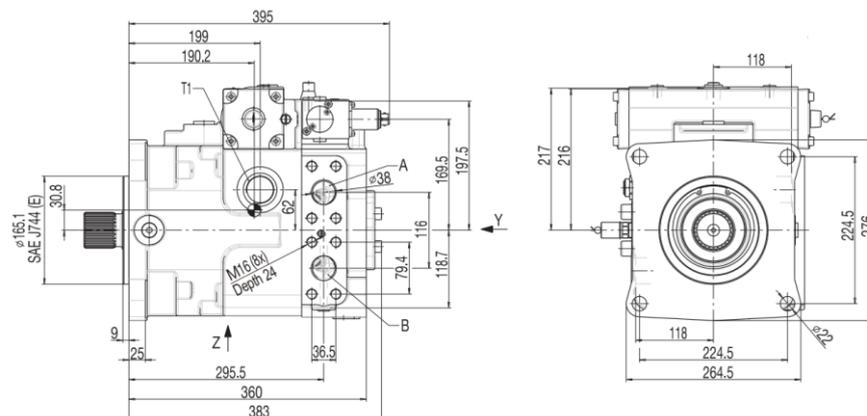
$$q = V_{g,m\acute{a}x} \cdot n = 283,4 \frac{\text{cm}^3}{\text{rev}} \cdot 1950 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 9,21 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

La bomba suministrará un máximo de **9,21** litros por segundo en las condiciones de operación descritas (1950 rpm), por lo que cumpliría de con los requerimientos de caudal del sistema para el accionamiento del cabestrante.

Por diseño, la bomba tiene una velocidad máxima de giro de 2500 rpm, lo que ofrecería un caudal máximo (con $V_{g,m\acute{a}x}$) de 11,81 litros por segundo. Al igual que con las bombas anteriores, el caudal y potencia se pueden regular inclinando el plato basculante o mediante las revoluciones del motor de combustión, todo ello de manera electrónica controlada por los ordenadores integrados en la grúa.

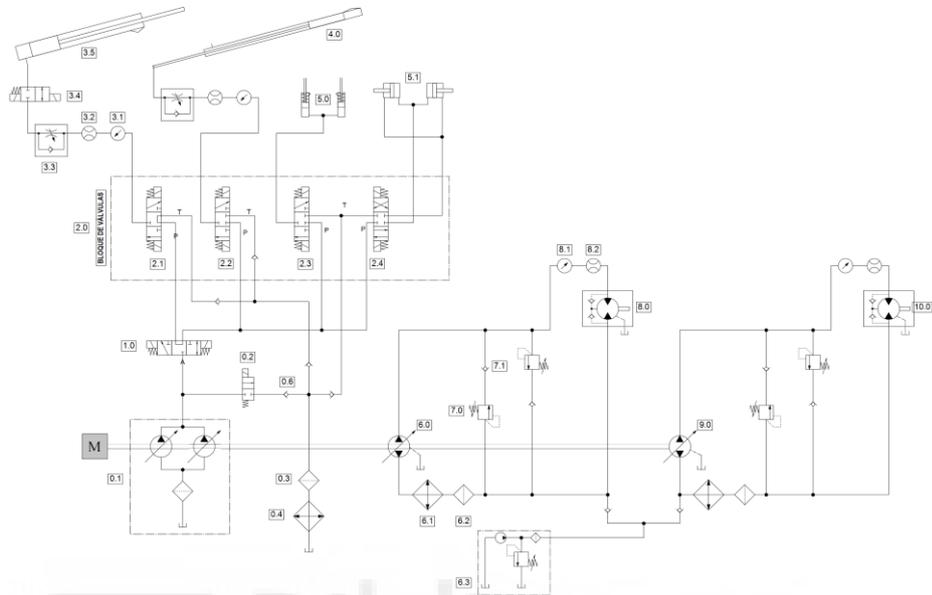
La presión nominal de trabajo de la bomba es de hasta **450 bar**, mientras que la máxima alcanza los 500.

El resto de datos de la bomba DPGV-280 se pueden encontrar en el catálogo y manuales técnicos.



17.4 Circuito general

Finalmente, se combinan los tres circuitos independientes vistos para generar el diagrama completo:



Identificación	Unidades	Descripción
0.1	1	Grupo motoriz: Bomba doble DPVD 165-165 de Liebherr, regulable electrónicamente.
0.2	1	Válvula de seguridad (alivio) pilotada eléctricamente
0.3	1	Filtro de aceite
0.4	1	Intercambiador de calor (enfriador)
0.5	5	Válvula antirretorno
1.0	1	Válvula selectora 3/3 pilotada eléctricamente.
2.0	1	Bloque de válvulas
2.1	1	Válvula 3/3 pilotada eléctricamente. Cilindro de elevación.
2.2	1	Válvula 3/3 pilotada eléctricamente. Cilindro de telescopado.
2.3	1	Válvula 3/3 pilotada eléctricamente. Pin de anclaje superior.
2.4	1	Válvula 4/3 pilotada eléctricamente. Pines de anclaje lateral.
3.1	2	Medidor de presión
3.2	2	Medidor de flujo
3.4	2	Regulador de caudal (salida cilindro).
3.5	1	Cilindro de elevación. Simple efecto.
4.0	1	Cilindro de telescopado. Simple efecto.
5.0	1	Mecanismo pin anclaje superior.
5.1	1	Mecanismo pin lateral de anclaje.
6.0	1	Bomba reversible DPVG-85 de Liebherr, regulable electrónicamente.
6.1	2	Intercambiador de calor (enfriador) para circuito cerrado.
6.2	2	Filtro de aceite para circuito cerrado.
6.3	1	Grupo externo de prerrelleno de los circuito cerrados.
7.0	4	Válvula de seguridad (alivio) para un sentido del circuito cerrado.
7.1	4	Válvula antirretorno para un sentido del circuito cerrado.
8.0	1	Motor hidráulico de giro del cabestrante A2FM-90 de Bosch Rexroth AG.
8.1	2	Medidor de presión
8.2	2	Medidor de flujo
9.0	1	Bomba reversible DPVG-280 de Liebherr, regulable electrónicamente.
10.0	1	Motor hidráulico de giro del cabestrante A2FM-355 de Bosch Rexroth AG.

Figura 17.13 Circuito hidráulico completo de la pluma

En el último apartado del proyecto se incluye el plano del circuito, junto con la lista de componentes.



Bloque IV

DISEÑO FINAL Y PLANOS

18 PLUMA TELESCÓPICA DISEÑADA

Llegado a este bloque final del proyecto, se tienen todos los diseños de los distintos elementos que se han creado. Aunque no forman parte del diseño ni del análisis, se han modelado de manera básica la superestructura y parte del chasis portante o bastidor de la grúa

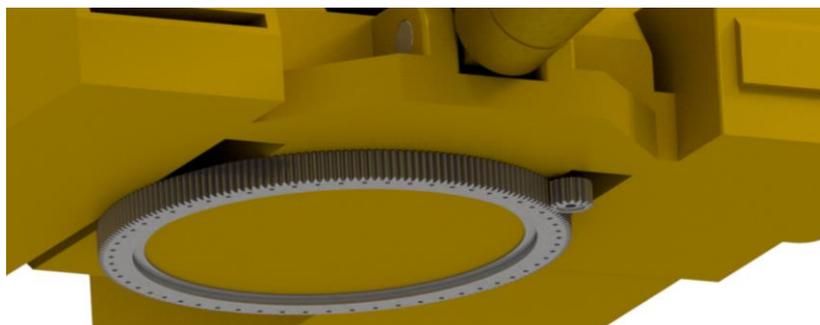
La pluma telescópica completa diseñada finalizada queda:

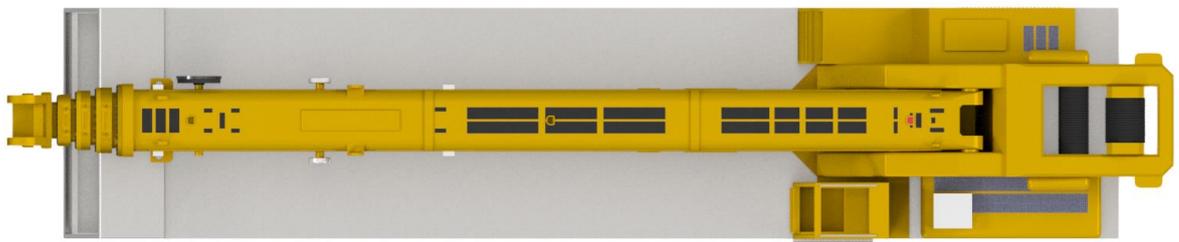


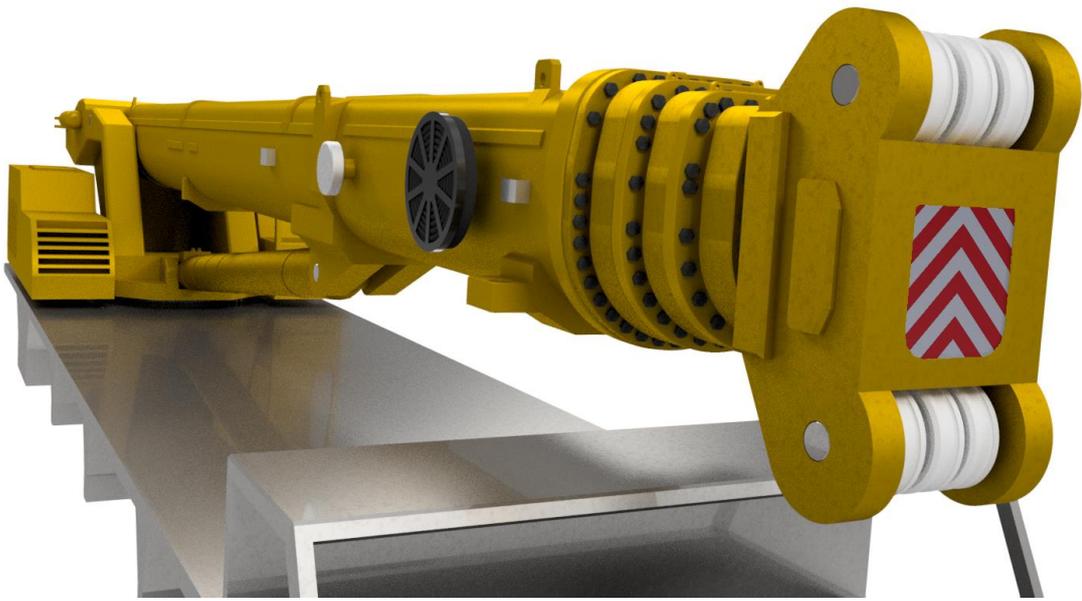
Figura 18.1 Pluma telescópica modelada final

Se incluyen imágenes donde se muestran los componentes y distintos ángulos de la pluma diseñada.

Superestructura superior











19 PLANOS DE LA PLUMA

Por último, se incluyen los planos, tanto de las piezas individuales como de los ensamblajes (conjuntos), realizados mediante el software Autodesk Inventor.

Se han realizado los siguientes:

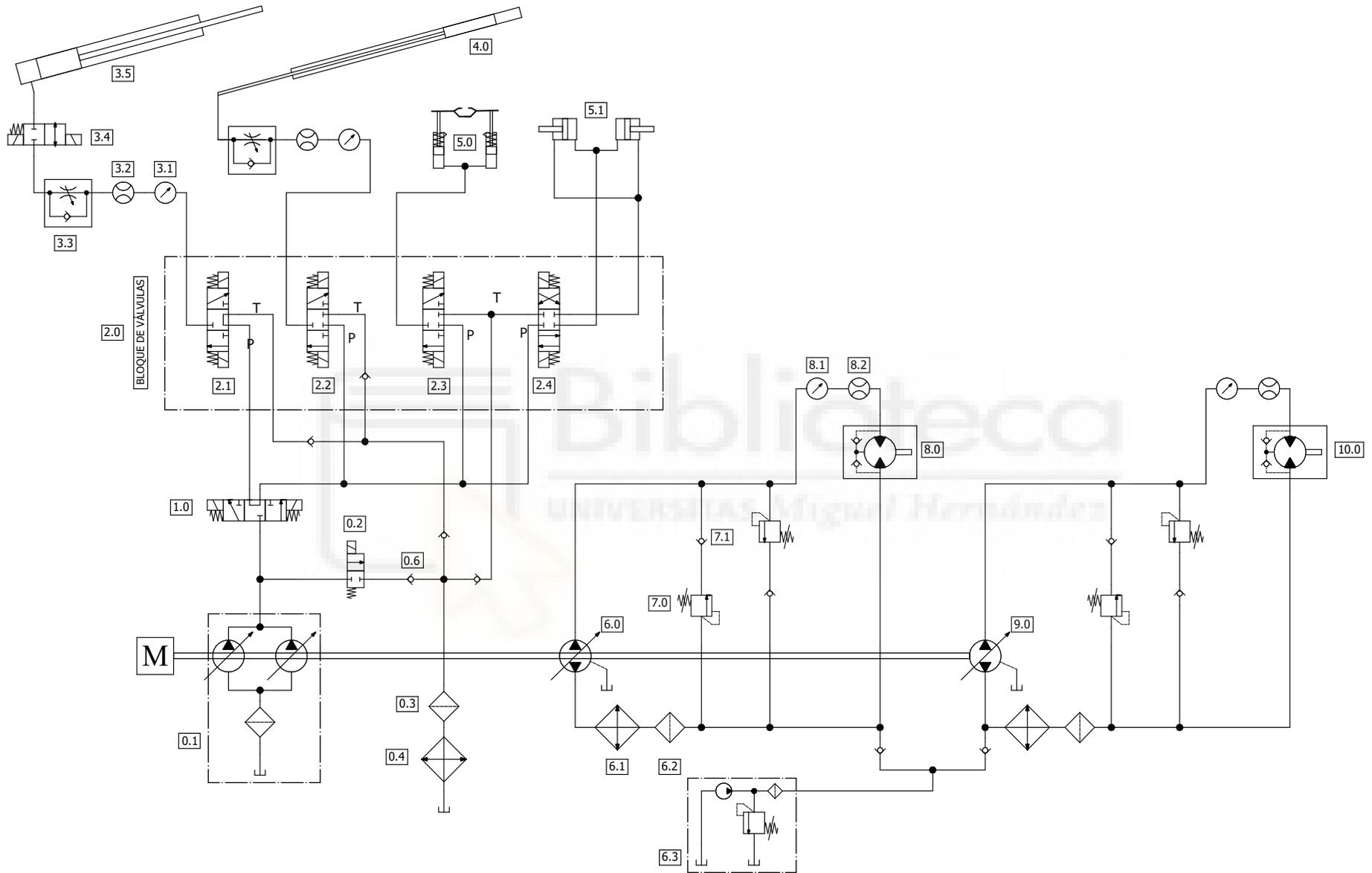
- Plano diagrama circuito hidráulico (realizado en FluidSIM y exportado a Inventor).

PLANOS DE DESPIECE

- | | |
|--|--|
| ▪ Plano 1.1 Primer tramo. | ▪ Plano 4.2 Vástago cilindro telescopado. |
| ▪ Plano 1.2 Segundo tramo. | ▪ Plano 4.3 Soporte vástago telescopado. |
| ▪ Plano 1.3 Tercer tramo. | ▪ Plano 4.4 Soporte camisa telescopado. |
| ▪ Plano 1.4 Cuarto tramo. | ▪ Plano 4.5 Contratuerca vástago. |
| ▪ Plano 1.5 Quinto tramo. | ▪ Plano 4.6 Selector de tramos. |
| ▪ Plano 1.6 Tapa primer tramo. | ▪ Plano 4.7 Pinza anclaje superior. |
| ▪ Plano 1.7 Tapa segundo tramo. | ▪ Plano 5.1 Camisa cilindro elevación. |
| ▪ Plano 1.8 Tapa tercer tramo. | ▪ Plano 5.2 Vástago cilindro elevación. |
| ▪ Plano 1.9 Tapa cuarto tramo. | ▪ Plano 6.1 Pin anclaje superior tramo 2. |
| ▪ Plano 2.1 Base segundo tramo. | ▪ Plano 6.2 Pin anclaje superior tramo 3. |
| ▪ Plano 2.2 Base tercer tramo. | ▪ Plano 6.3 Pin anclaje superior tramo 4. |
| ▪ Plano 2.3 Base cuarto tramo. | ▪ Plano 6.4 Pin anclaje superior tramo 5. |
| ▪ Plano 2.4 Base quinto tramo. | ▪ Plano 6.5 Pin anclaje lateral. |
| ▪ Plano 3.1 Pastillas tapa tramo 1. | ▪ Plano 6.6 Muelle anclaje superior tramo 2. |
| ▪ Plano 3.2 Pastillas tapa tramo 2. | ▪ Plano 6.7 Muelle anclaje superior tramo 3. |
| ▪ Plano 3.3 Pastillas tapa tramo 3. | ▪ Plano 6.8 Muelle anclaje superior tramo 4. |
| ▪ Plano 3.4 Pastillas tapa tramo 4. | ▪ Plano 6.9 Muelle anclaje superior tramo 5. |
| ▪ Plano 3.5 Pastillas base tramo 2. | ▪ Plano 7.1 Anillo externo corona. |
| ▪ Plano 3.6 Pastillas base tramo 3. | ▪ Plano 7.2 Anillo interno corona. |
| ▪ Plano 3.7 Pastillas base tramo 4. | ▪ Plano 7.3 Piñón corona. |
| ▪ Plano 3.8 Pastillas base tramo 5. | ▪ Plano 7.4 Bastidor superestructura. |
| ▪ Plano 4.1 Camisa cilindro telescopado. | ▪ Plano 8.0 Polea. |

- Plano de conjunto 9.0 Ensamblaje de la pluma.



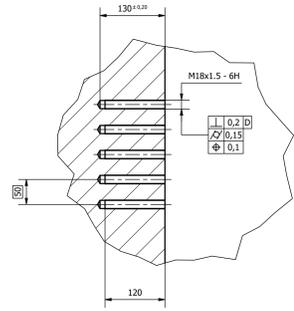


 <p>EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA</p> <p>DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA</p>	Diagrama Circuito Hidráulico FluidSIM	A4
	<small>Autor</small> ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	<small>HOJA</small> 1 / 2

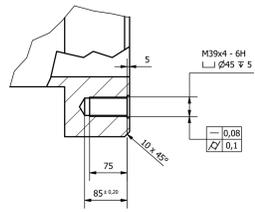
Elementos Circuito Hidráulico Pluma		
Identificación	Unidades	Descripción
0.1	1	Grupo motriz: Bomba doble DPVD 165-165 de Liebherr, regulable electrónicamente.
0.2	1	Válvula de seguridad (alivio) pilotada eléctricamente
0.3	1	Filtro de aceite
0.4	1	Intercambiador de calor (enfriador)
0.5	5	Válvula antirretorno
1.0	1	Válvula selectora 3/3 pilotada eléctricamente.
2.0	1	Bloque de válvulas
2.1	1	Válvula 3/3 pilotada eléctricamente. Cilindro de elevación.
2.2	1	Válvula 3/3 pilotada eléctricamente. Cilindro de telescopado.
2.3	1	Válvula 3/3 pilotada eléctricamente. Pin de anclaje superior.
2.4	1	Válvula 4/3 pilotada eléctricamente. Pines de anclaje lateral.
3.1	2	Medidor de presión cilindros
3.2	2	Medidor de flujo cilindros
3.4	2	Regulador de caudal (salida cilindro).
3.5	1	Cilindro de elevación. Simple efecto.
4.0	1	Cilindro de telescopado. Simple efecto.
5.0	1	Mecanismo pin anclaje superior.
5.1	1	Mecanismo pin lateral de anclaje.
6.0	1	Bomba reversible DPVG-85 de Liebherr, regulable electrónicamente.
6.1	2	Intercambiador de calor (enfriador) para circuito cerrado.
6.2	2	Filtro de aceite para circuito cerrado.
6.3	1	Grupo externo de prerelleno de los circuito cerrados.
7.0	4	Válvula de seguridad (alivo) para un sentido del circuito cerrado.
7.1	4	Válvula antirretorno para un sentido del circuito cerrado.
8.0	1	Motor hidráulico de giro del cabestrante A2FM-90 de Bosch Rexroth AG.
8.1	2	Medidor de presión motor
8.2	2	Medidor de flujo motor
9.0	1	Bomba reversible DPVG-280 de Liebherr, regulable electrónicamente.
10.0	1	Motor hidráulico de giro del cabestrante A2FM-355 de Bosch Rexroth AG.



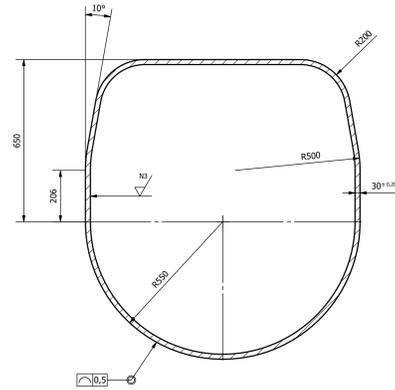
Detalle R (1/5)
Anclaje soporte vástago interno



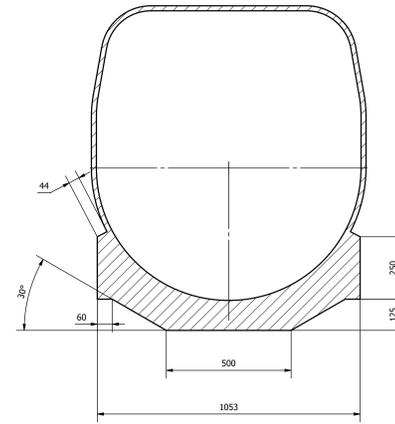
Detalle S (1/5)
Agujeros pernos tapa



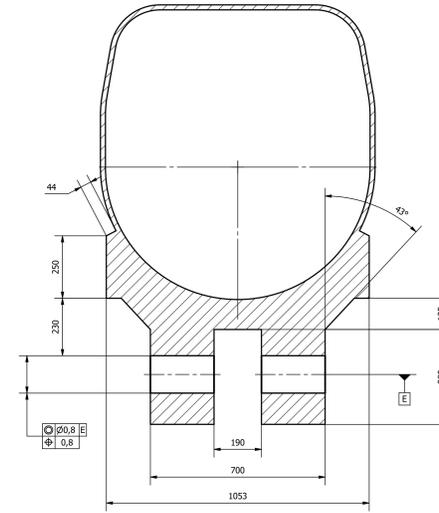
Sección A-A



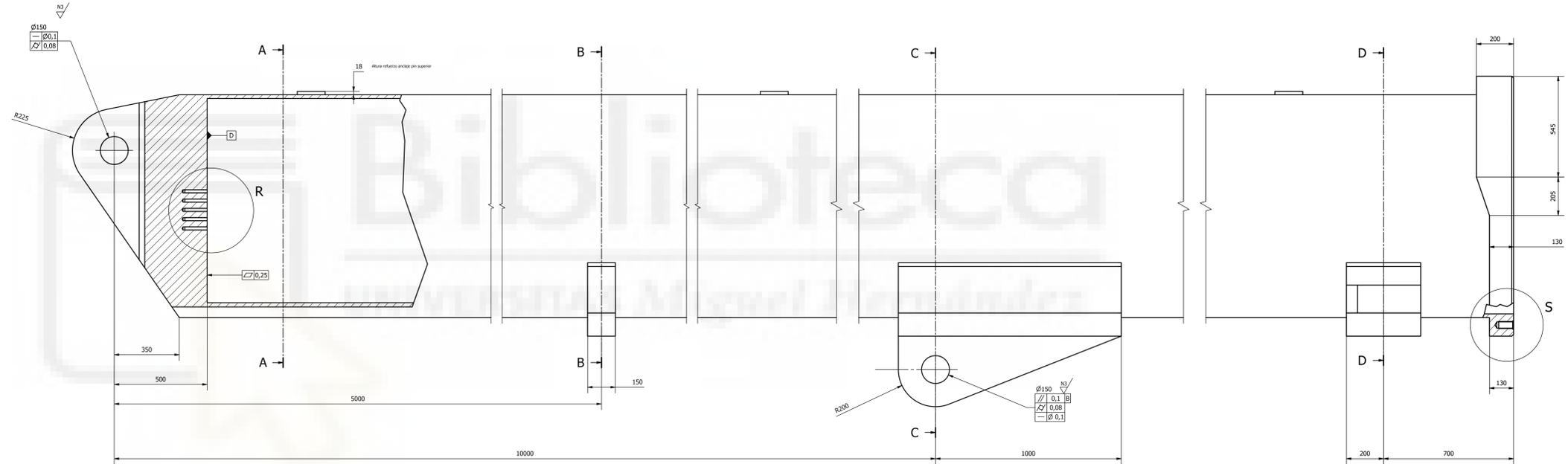
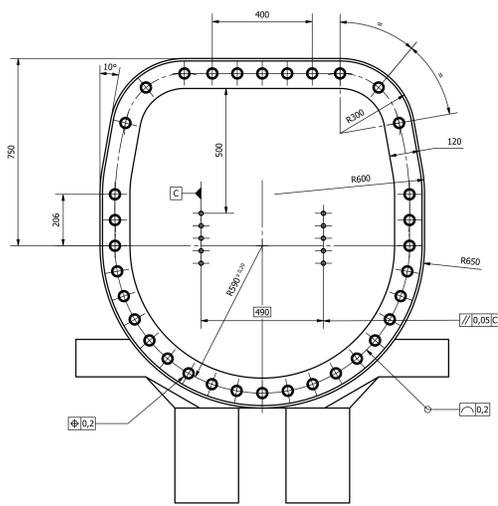
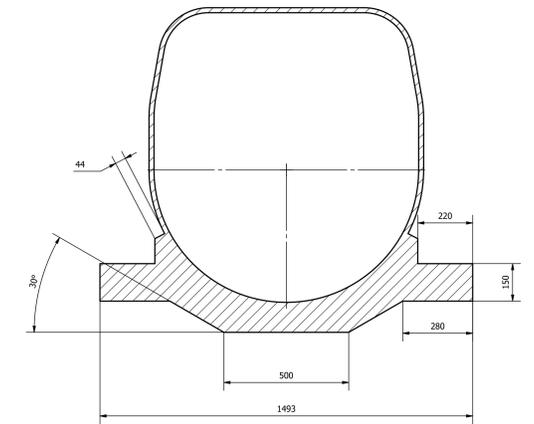
Sección B-B



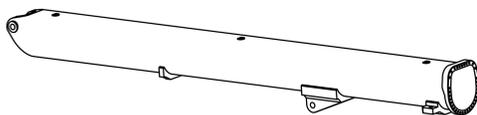
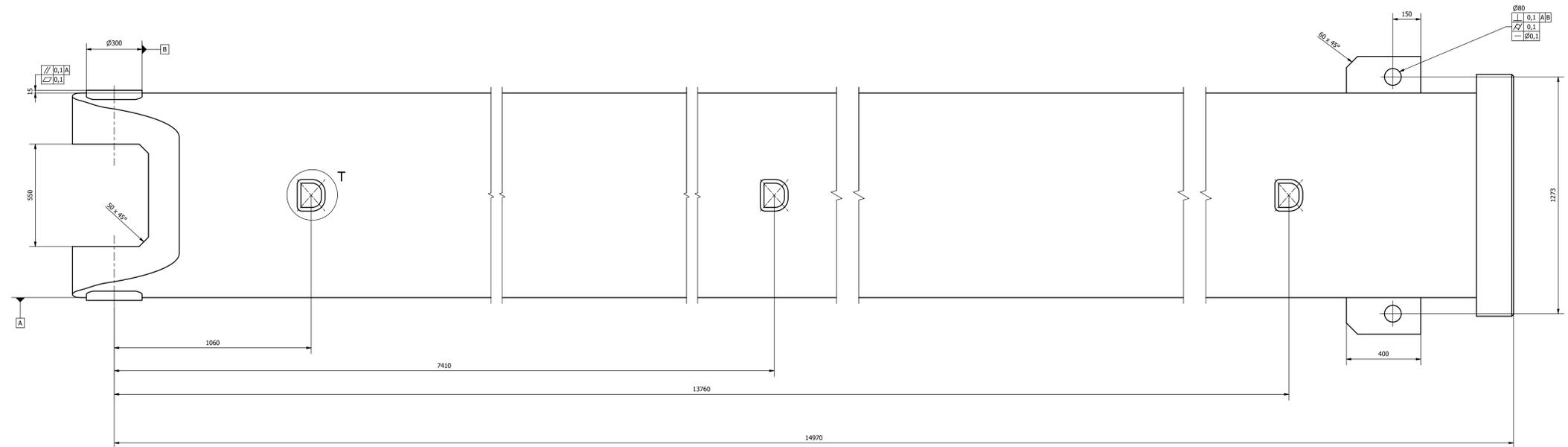
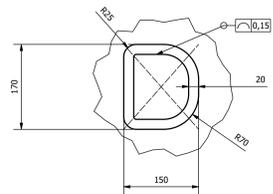
Sección C-C

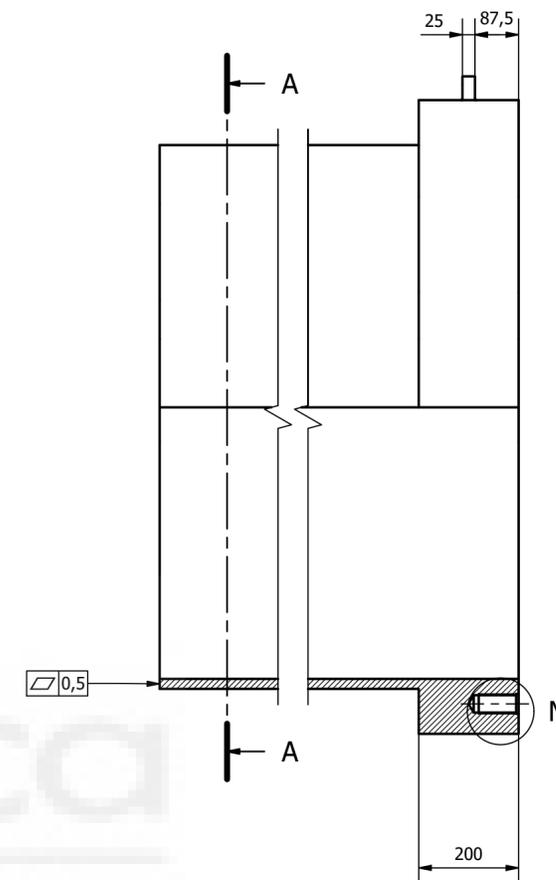
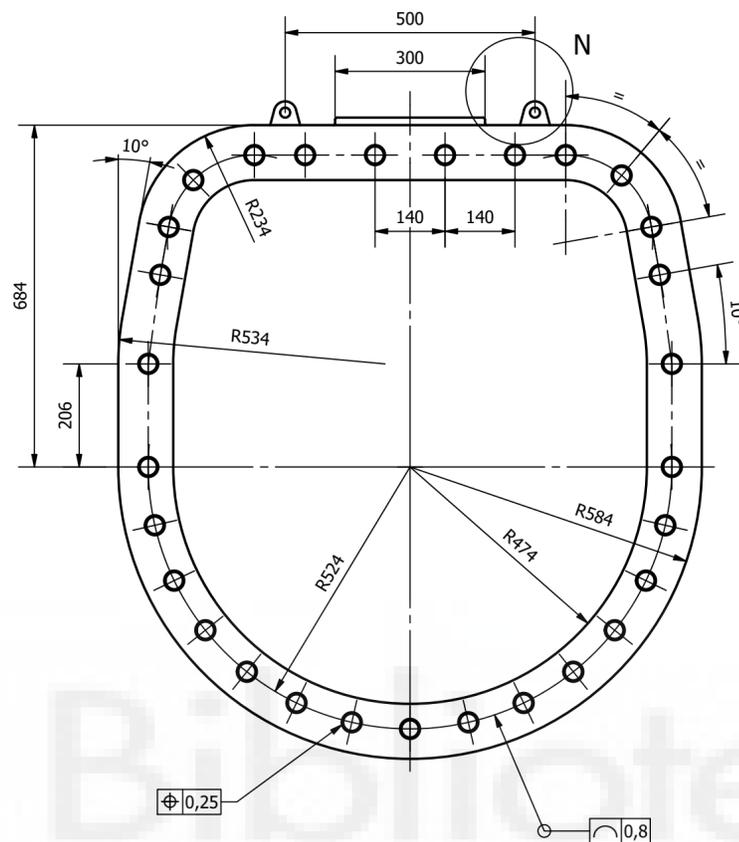
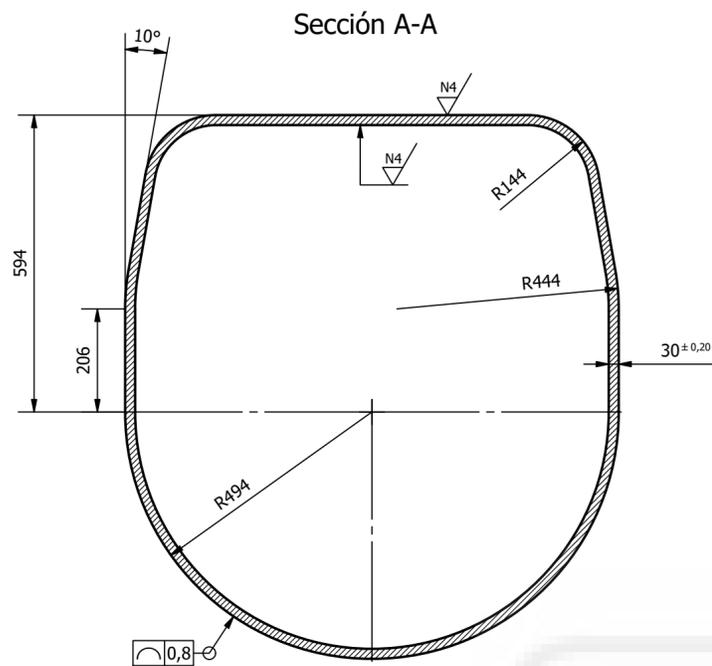


Sección D-D

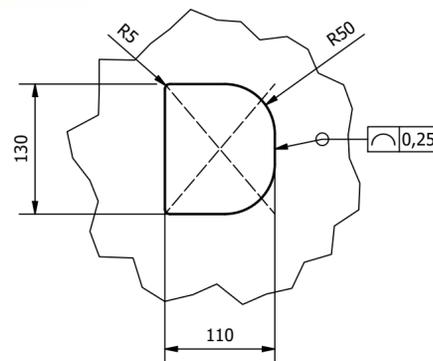
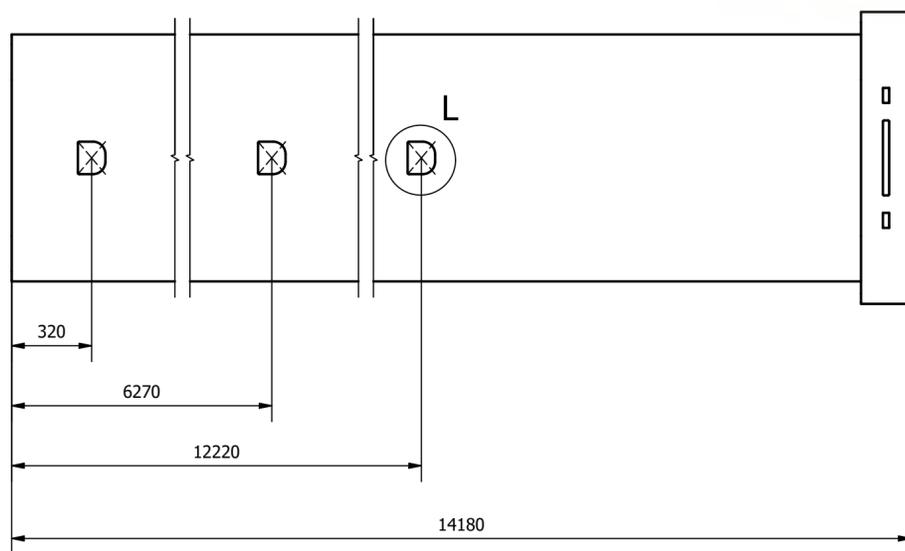


Detalle T (1/5)
Refuerzo zona anclaje pin superior

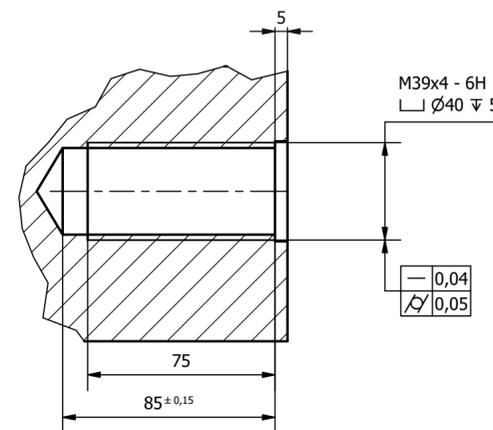




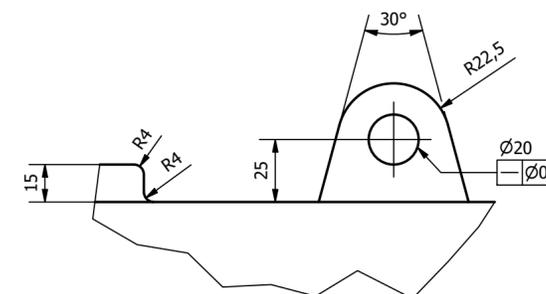
Vista superior (1/20)
Ubicación de los agujeros para el enclavamiento de los pines



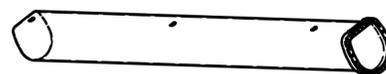
Detalle L (1/5)



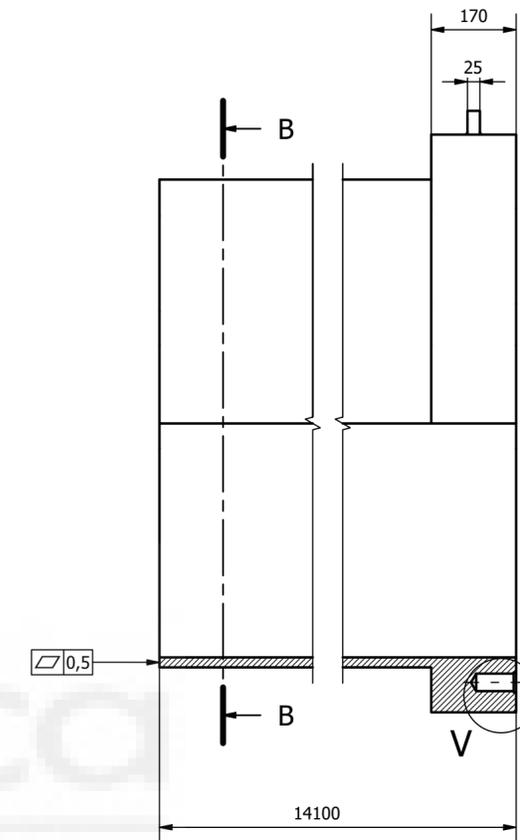
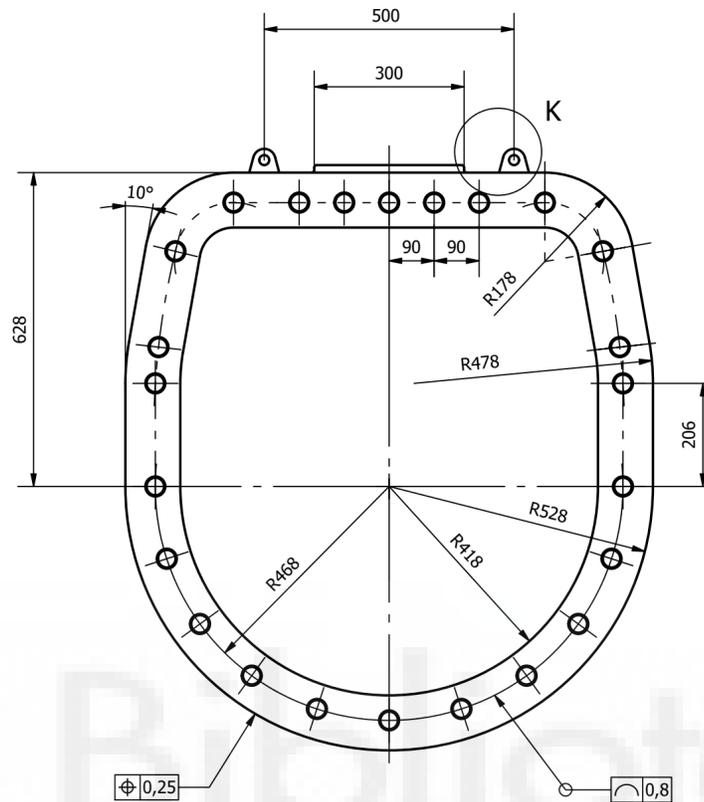
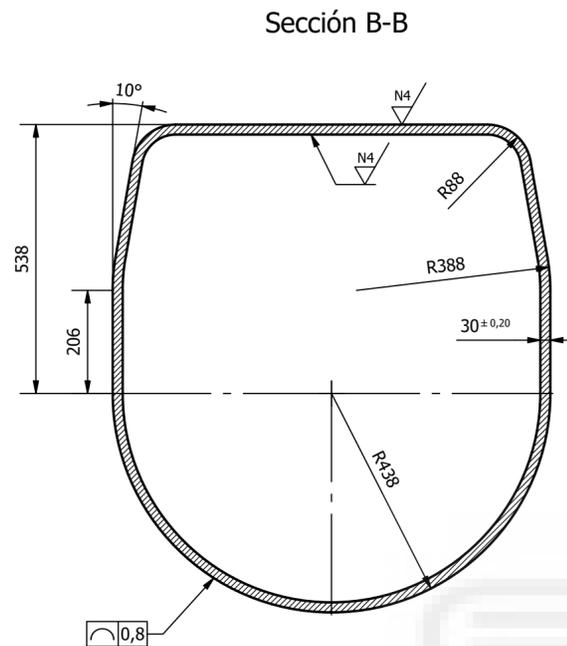
Detalle M (1/2)



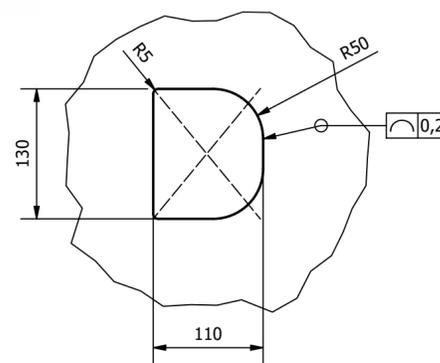
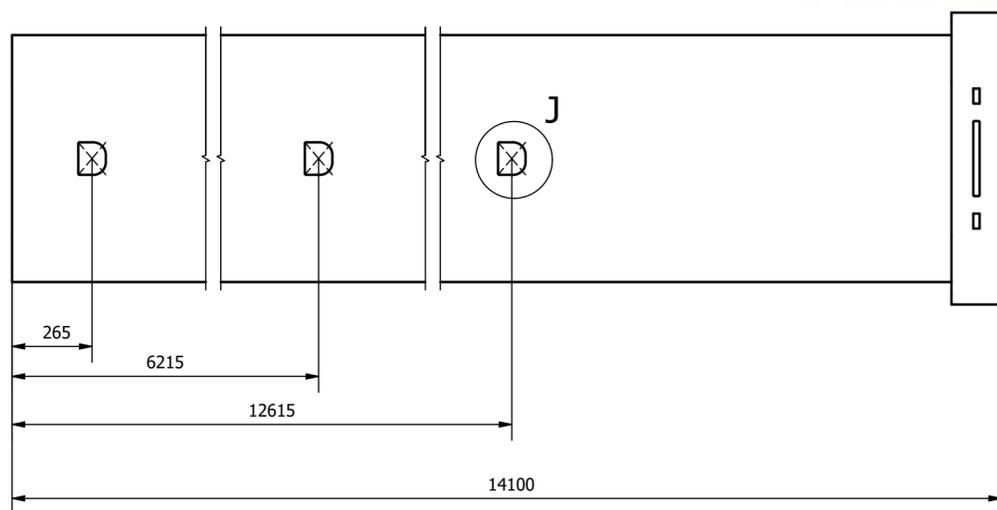
Detalle N (1/2)



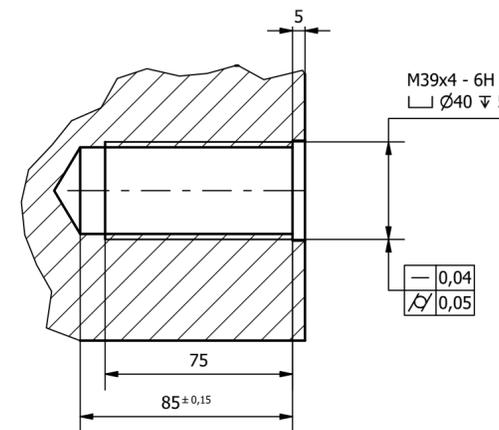
Autor	ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha	01/01/2024	Plano de Despiece	A2	ESCALA	1 : 10
EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA		Tramo 2		Material Acero S1100Q		HOJA 1.2 1 / 1	
		Unidades		mm			



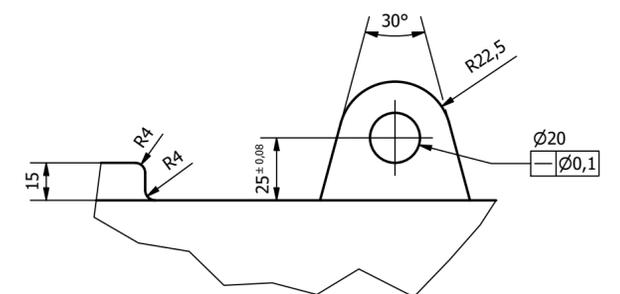
Vista superior (1/20)
Ubicación de los agujeros para el enclavamiento de los pines



Detalle J (1/5)



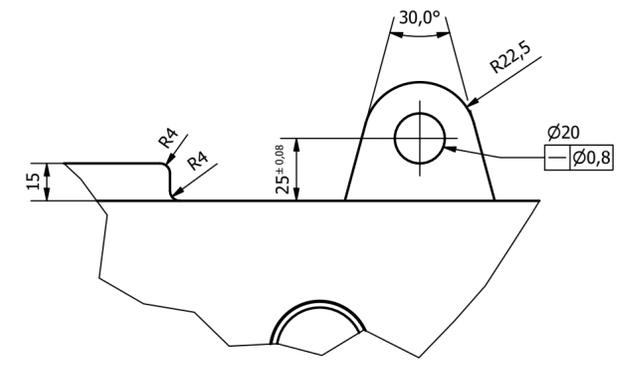
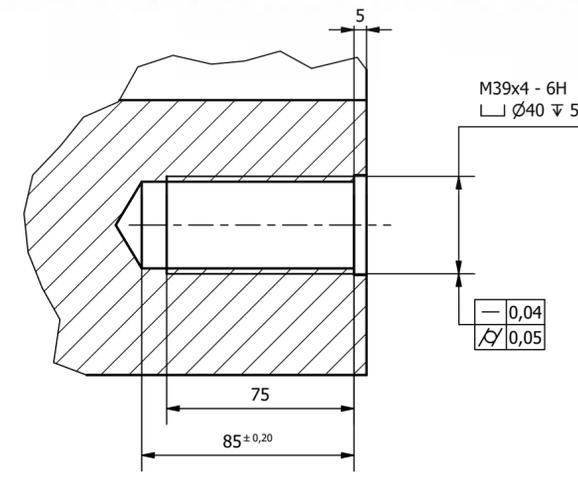
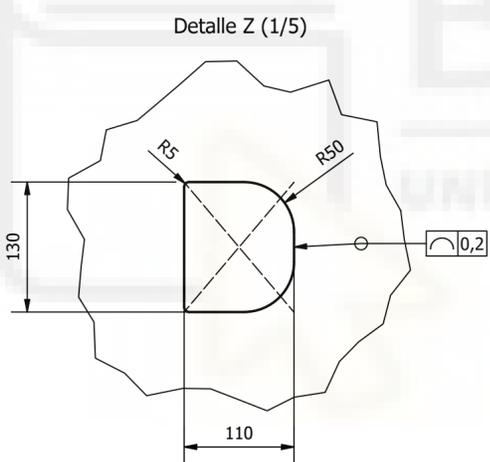
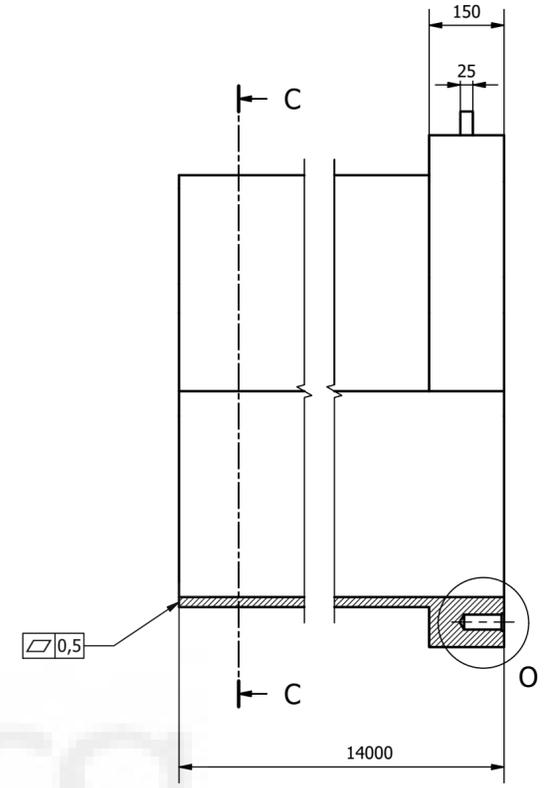
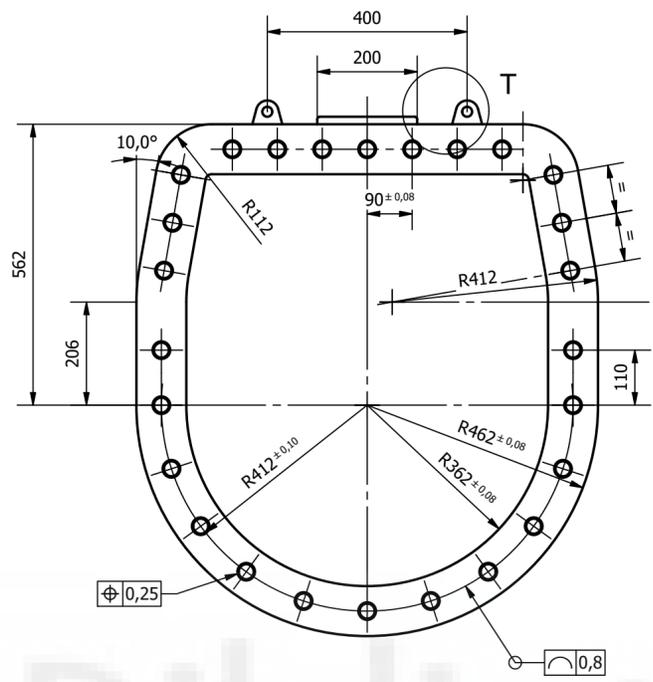
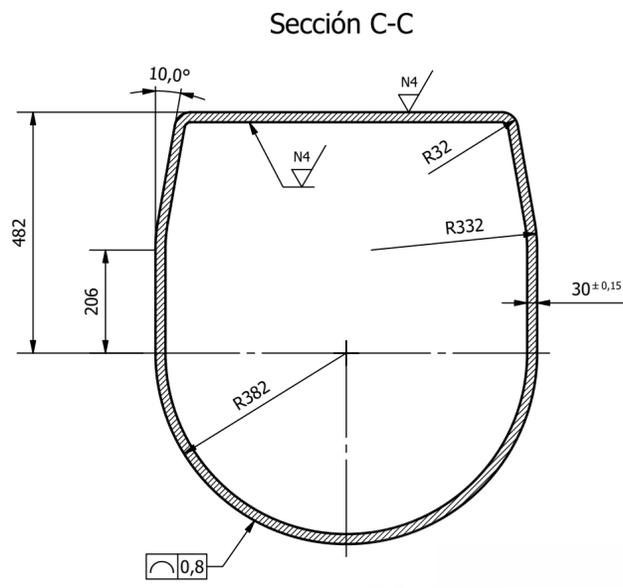
Detalle V (1/2)



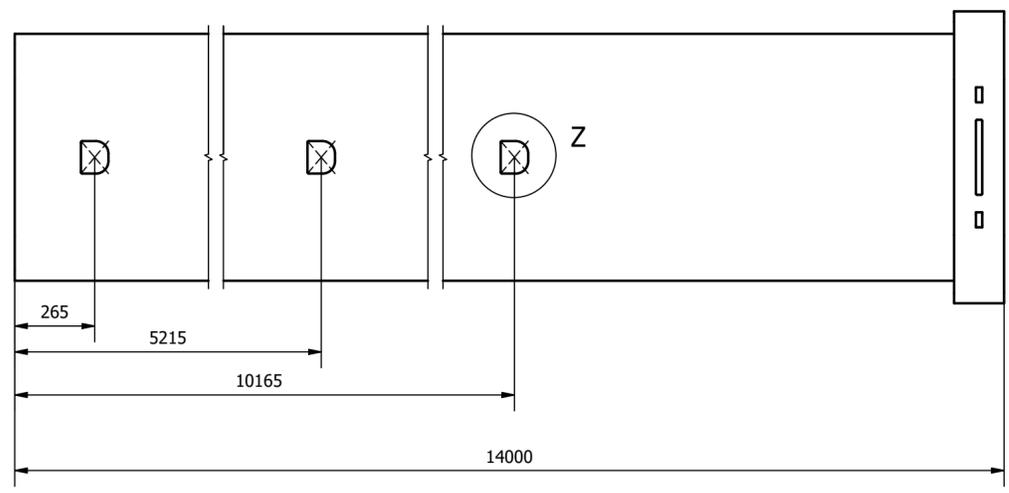
Detalle K (1/2)

Autor	ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha	01/01/2024	Plano de Despiece	A2	ESCALA	1 : 10
EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA		Tramo 3					
				Material	Acero S1100Q	1.3	HOJA
Unidades	mm						

N6 / (N4)



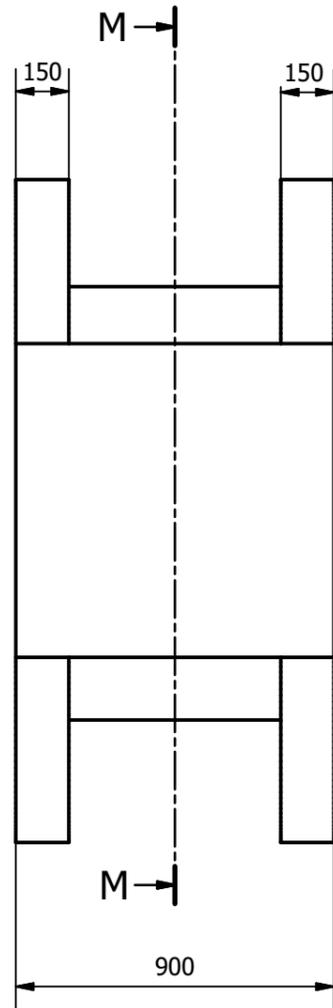
Vista superior (1/20)
Ubicación de los agujeros para el enclavamiento de los pines



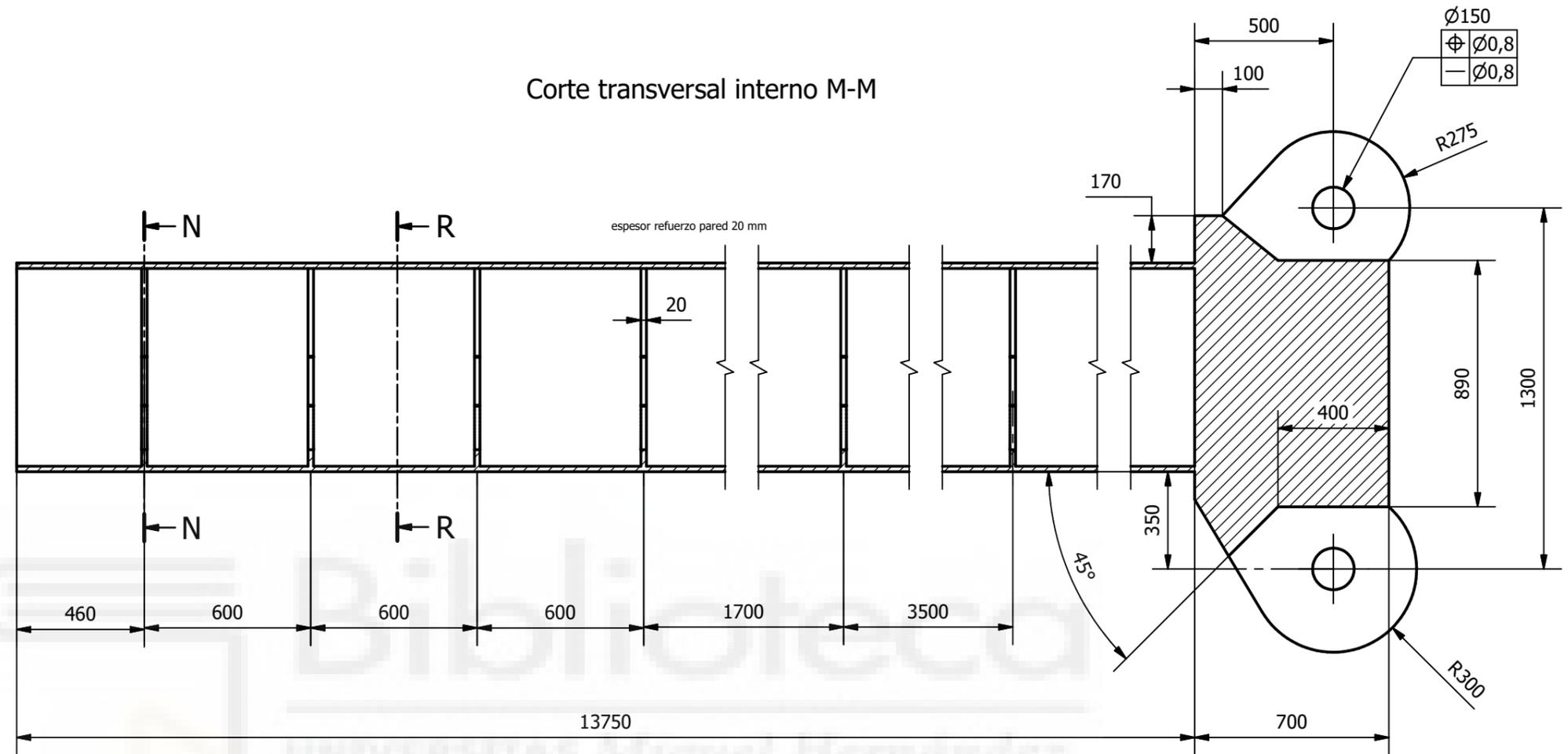
N6 / (N4)

Autor	ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha	01/01/2024	Plano de Despiece	A2	ESCALA	1 : 10
EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA		Tramo 4		Material Acero S1100Q		HOJA 1 / 1	
		Unidades		mm		1.4	

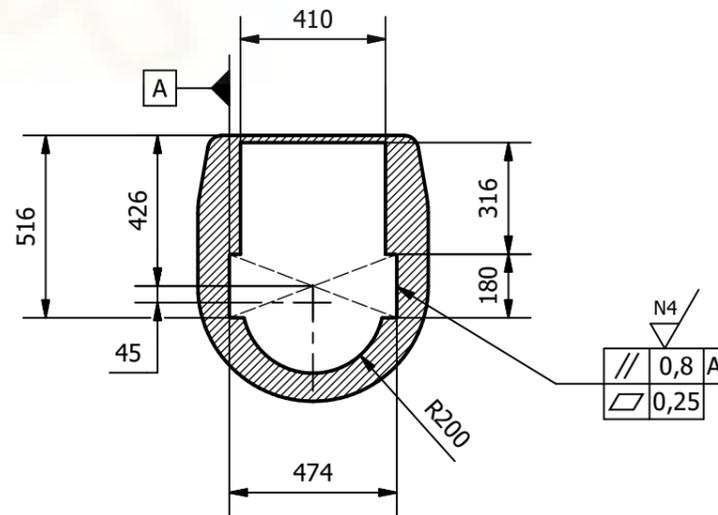
N6 / (N4)



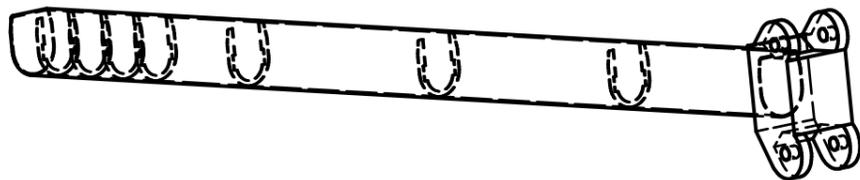
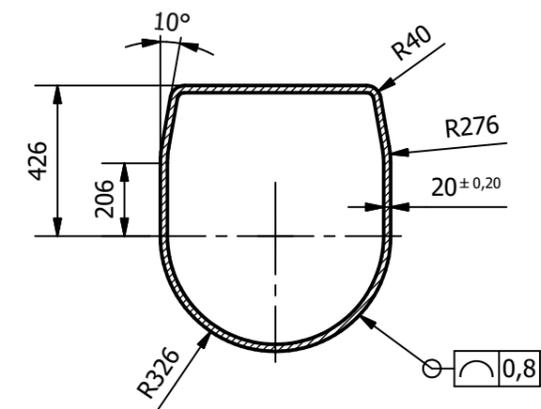
Corte transversal interno M-M

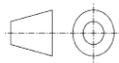


Sección refuerzo interno N-N

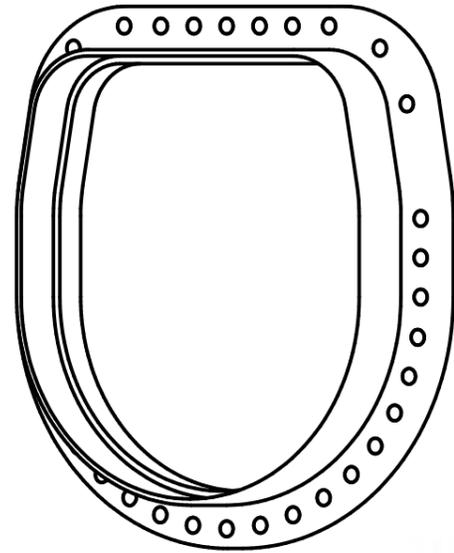


Sección general tramo 5 R-R

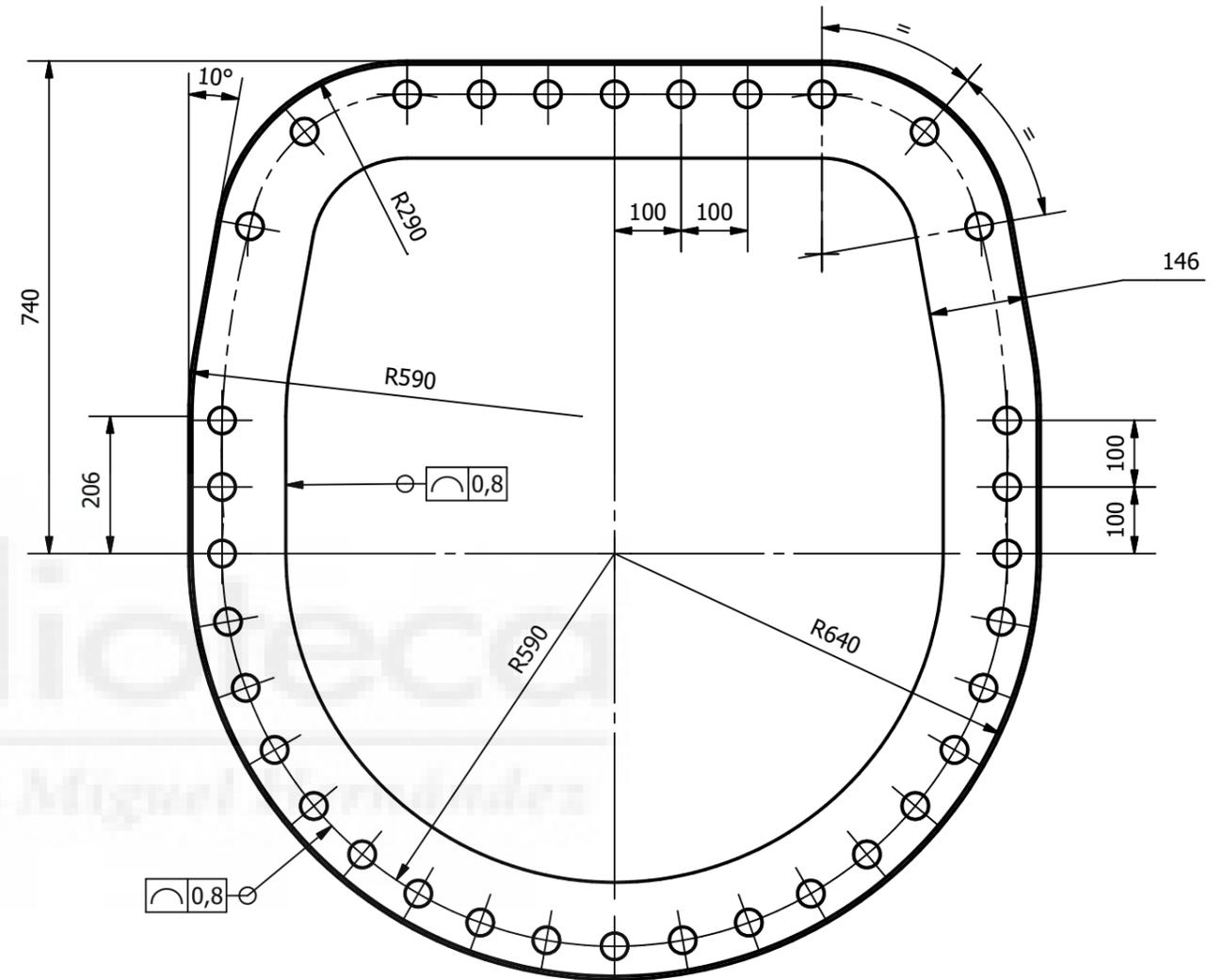
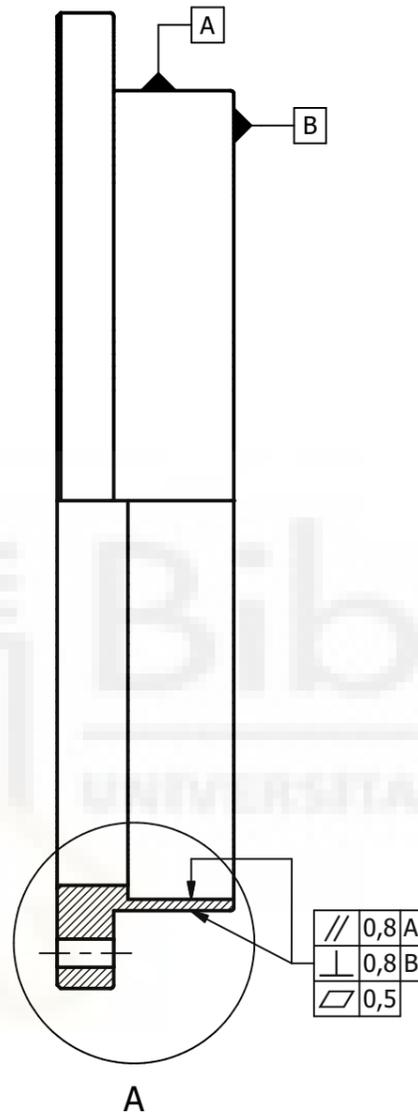
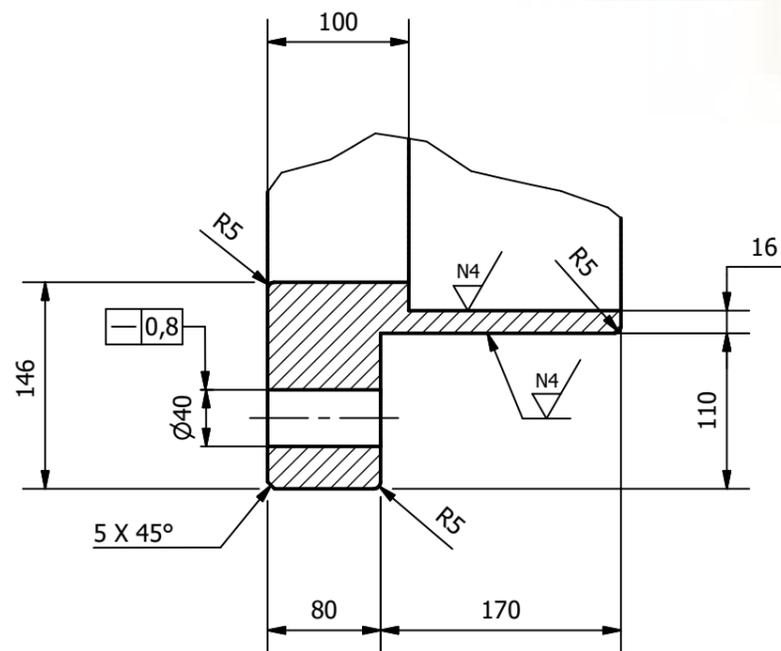


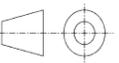
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES		Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece A3	ESCALA 1 : 20
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA		Tramo 5		 HOJA 1 / 1
		Material Acero S1100Q	1.5	

N6 / (N4)



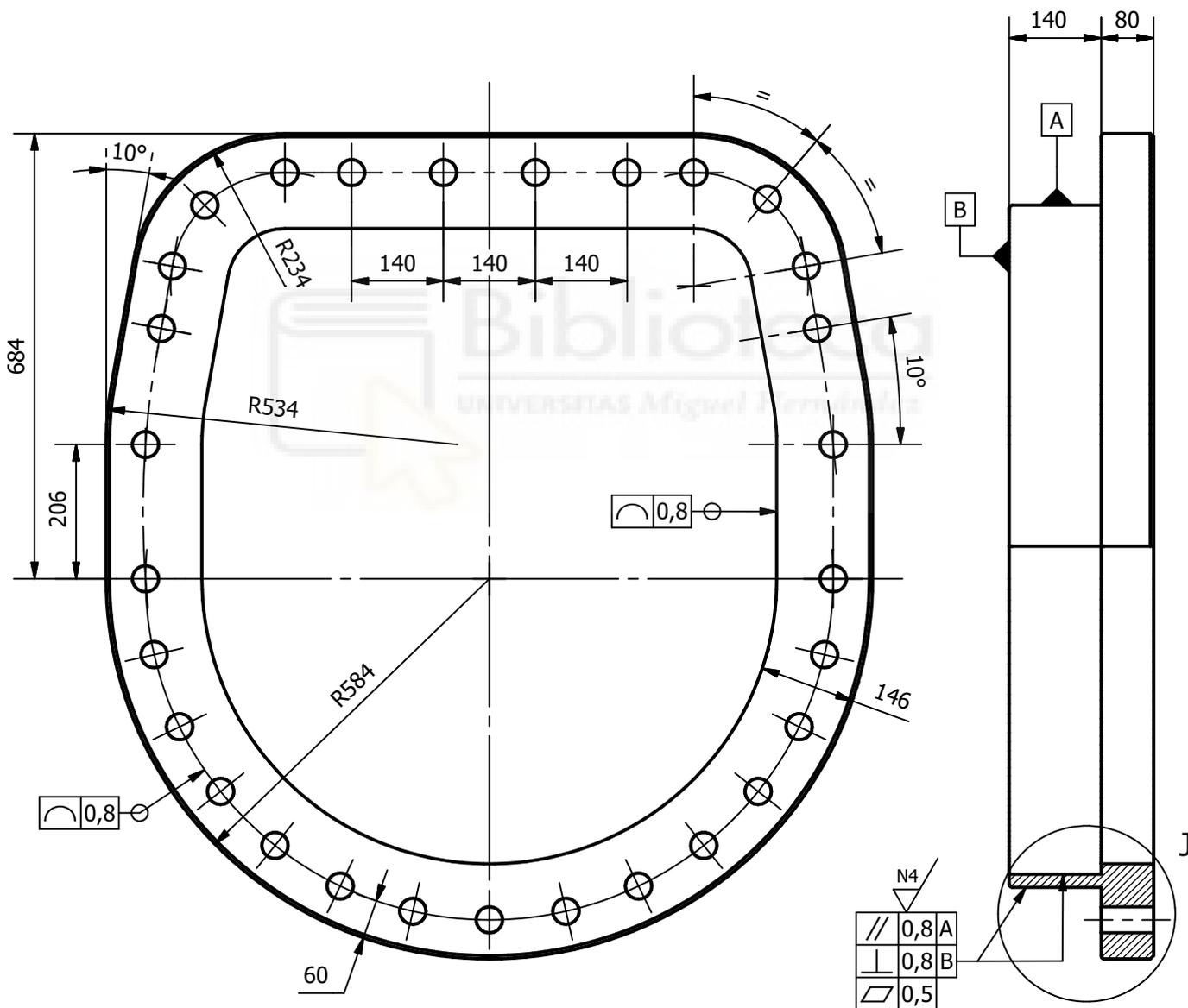
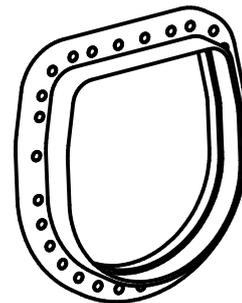
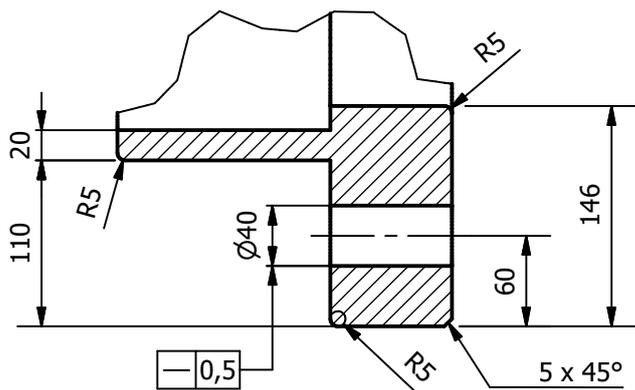
Detalle A (1/5)



Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES		Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece A3	ESCALA 1 : 10
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Tapa tramo 1		 HOJA 1 / 1	
	Material Acero C45 400	1.6		Unidades mm

N6 / (N4)

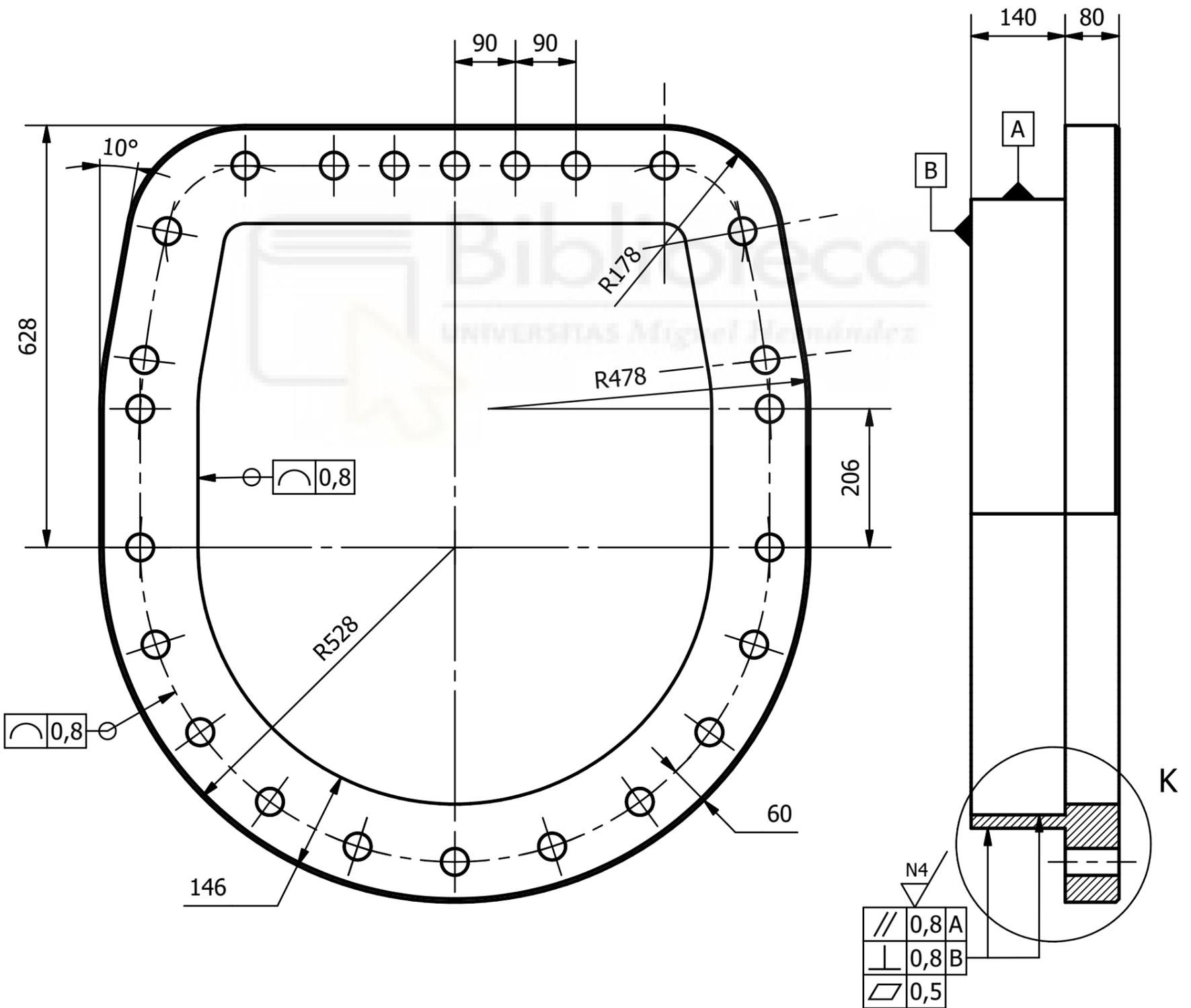
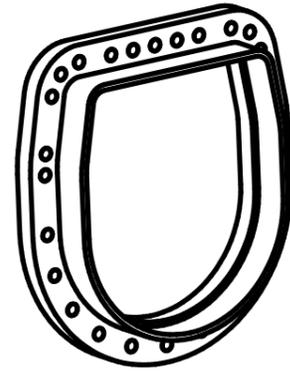
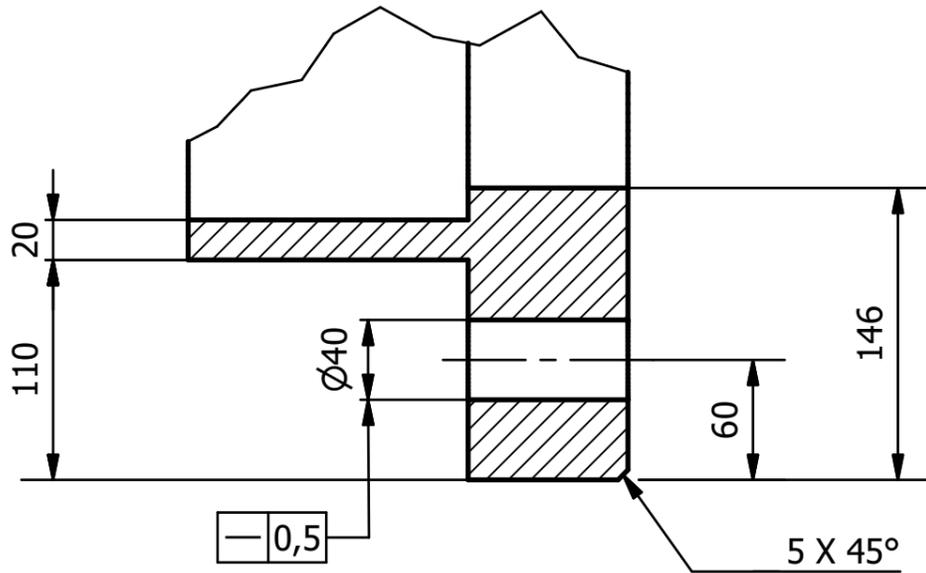
Detalle J (1/5)



Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece A4	ESCALA 1 : 10
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Tapa tramo 2		
	Material Unidades	Acero C45 400 mm	1.7

N6 / (N4)

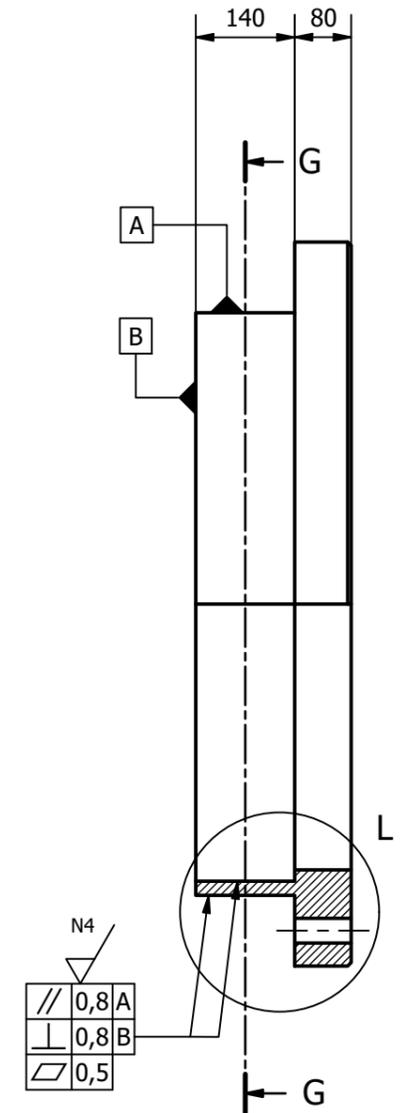
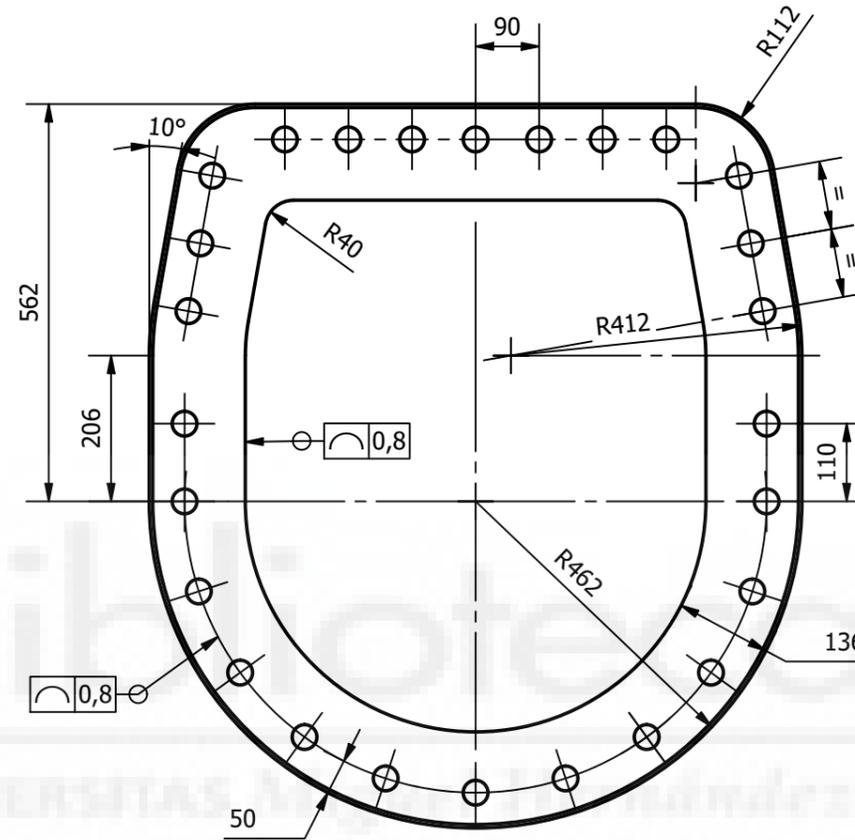
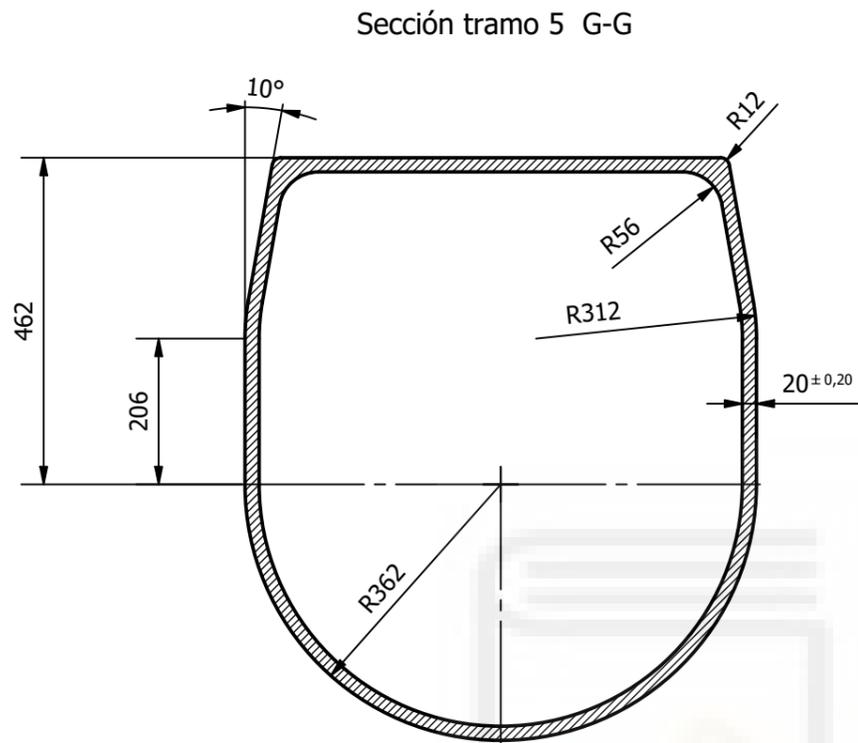
Detalle K (1/5)



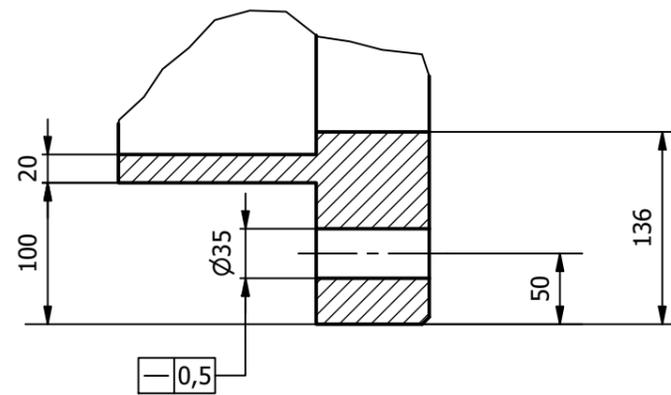
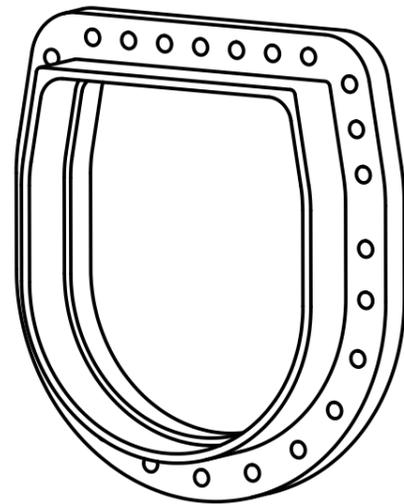
N4	
//	0,8 A
⊥	0,8 B
▤	0,5

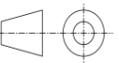
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES		Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece A4	ESCALA 1 : 10
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Tapa tramo 3		 HOJA 1 / 1	
	Material	Acero C45 400		1.8
	Unidades	mm		

N6 / (N4)



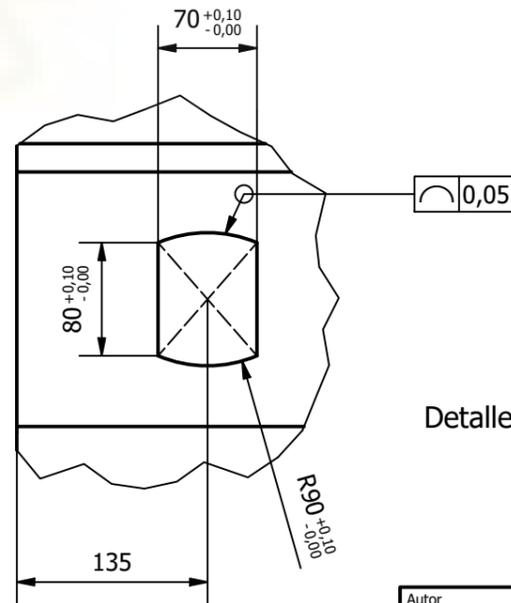
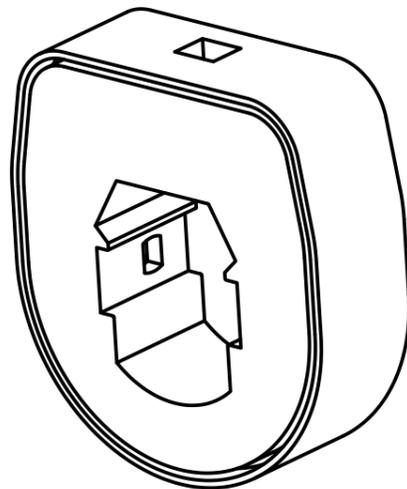
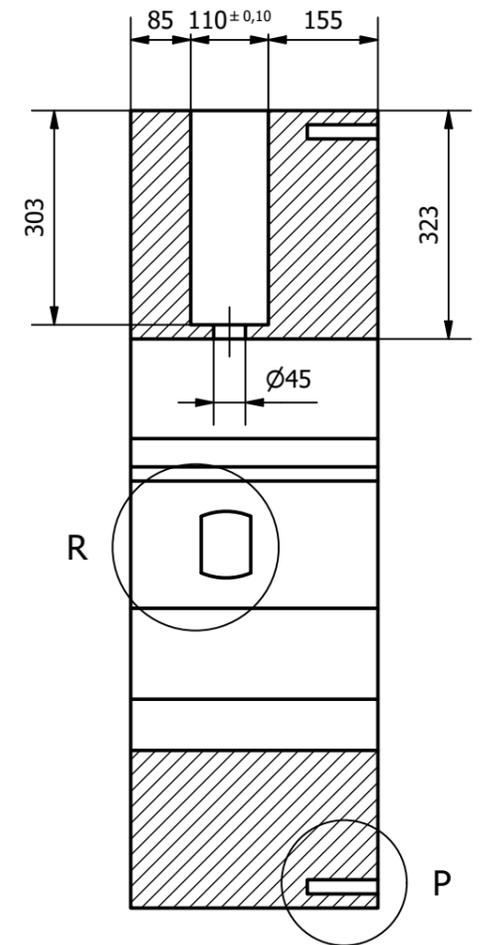
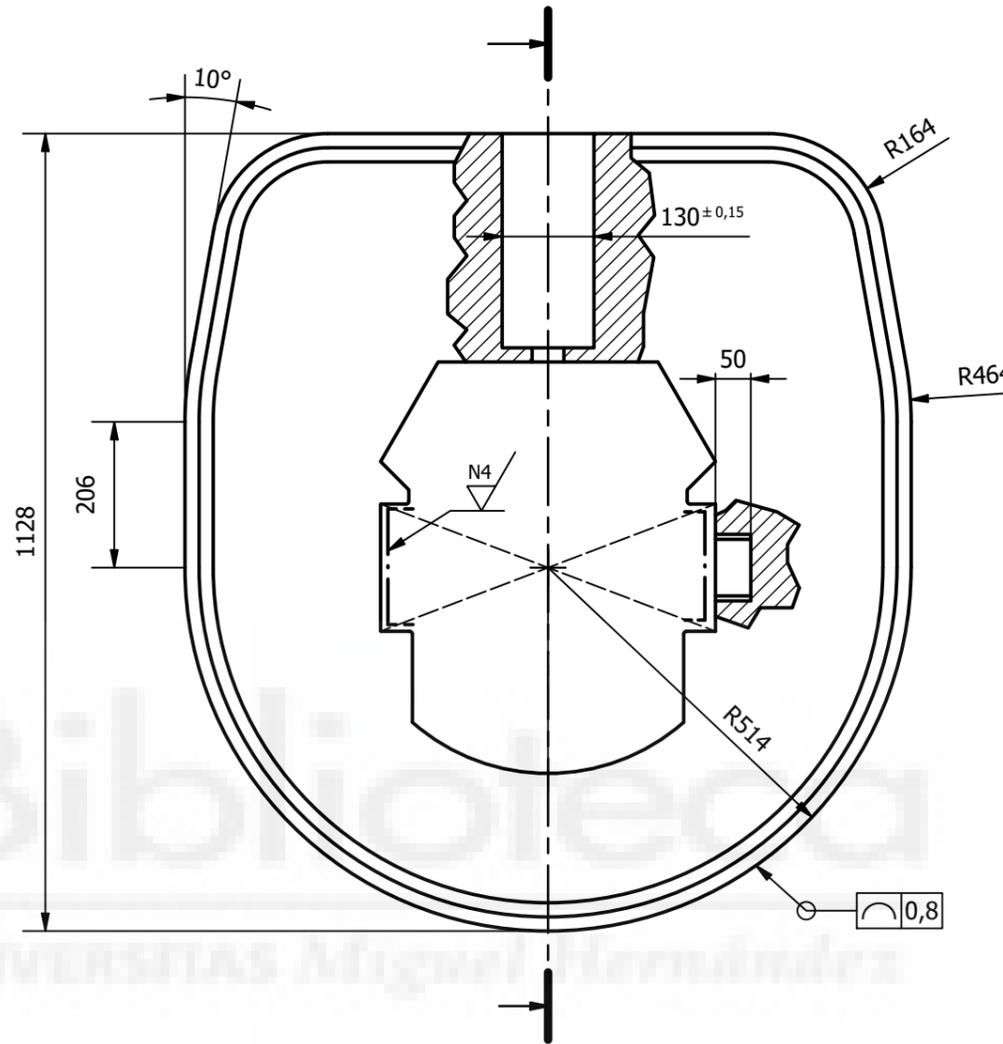
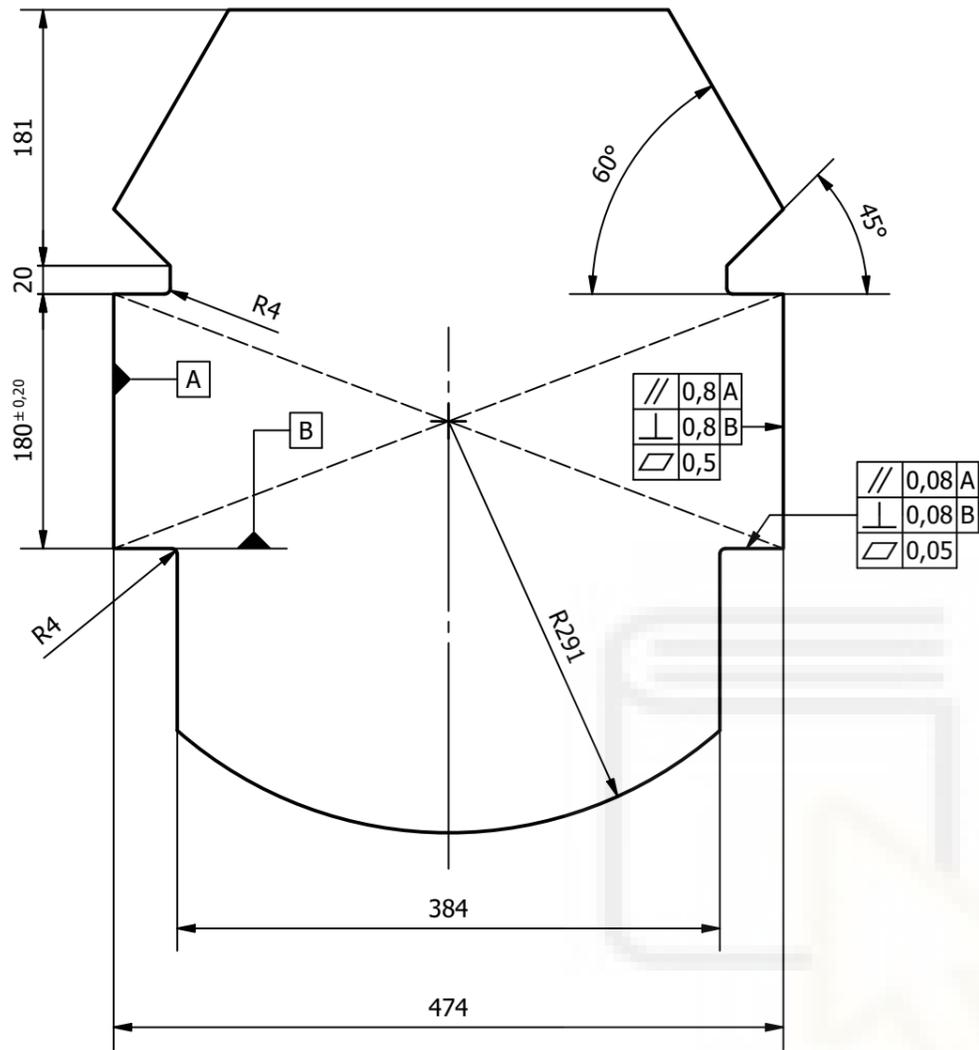
Detalle L (1/5)



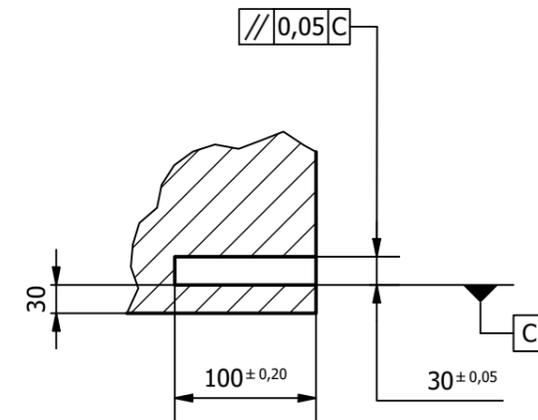
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES		Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece A3	ESCALA 1 : 10
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA		Tapa tramo 4		 HOJA 1 / 1
		Material Acero C45 400	1.9	

N6 / (N4)

Hueco interno (1/5)



Detalle R (1/5)

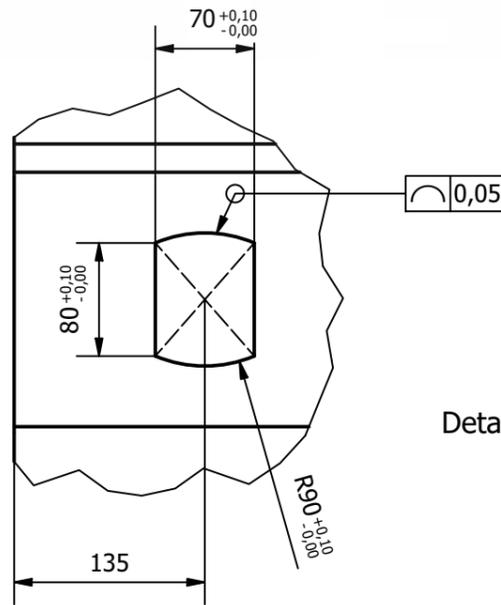
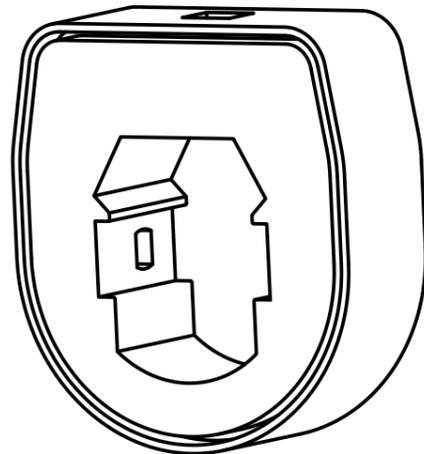
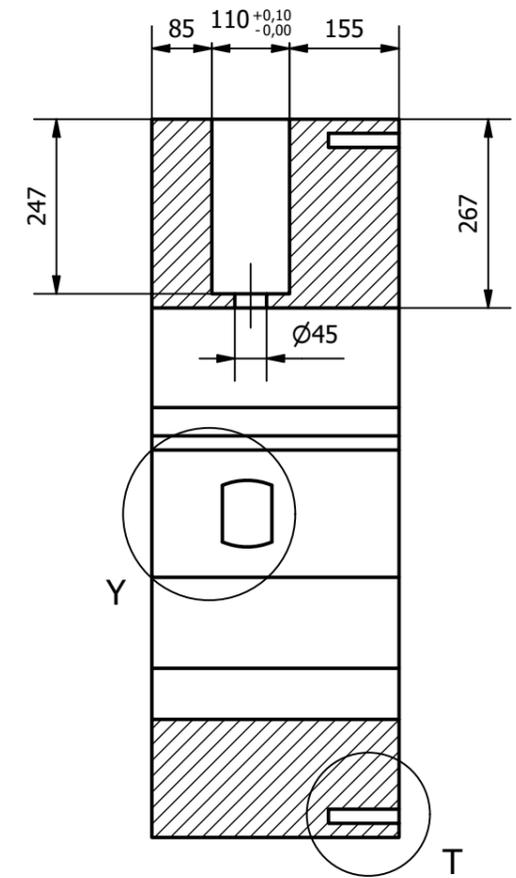
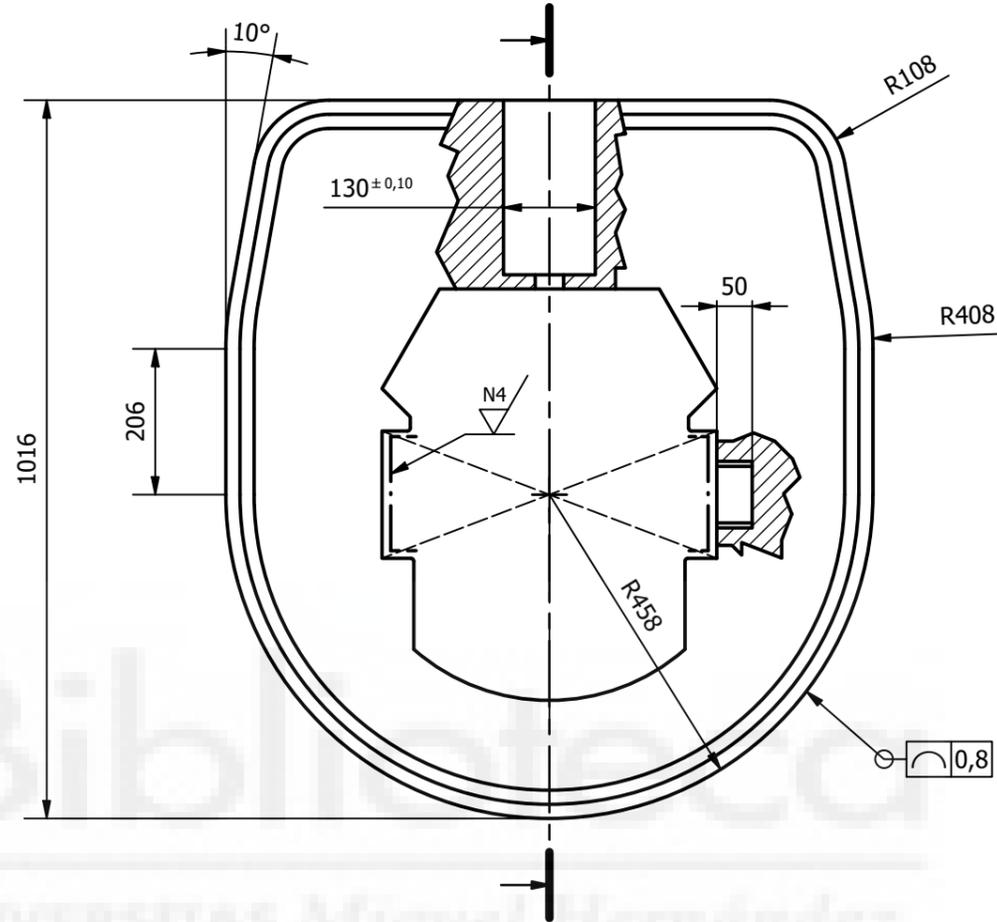
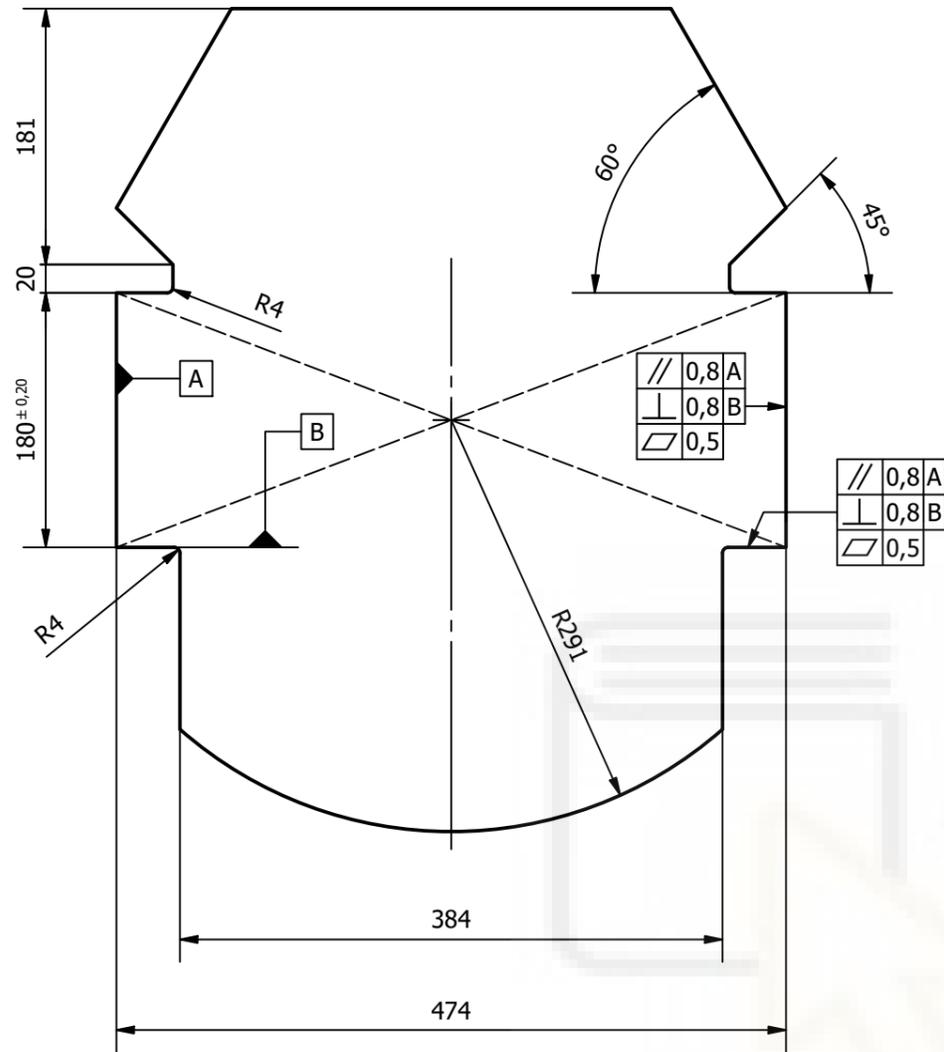


Detalle P (1/5)

Autor		ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha	01/01/2024	Plano de Despiece	A3	ESCALA	1 : 10
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA		Base tramo 2					HOJA 1 / 1	
		Material	Acero C45					
Unidades	mm							

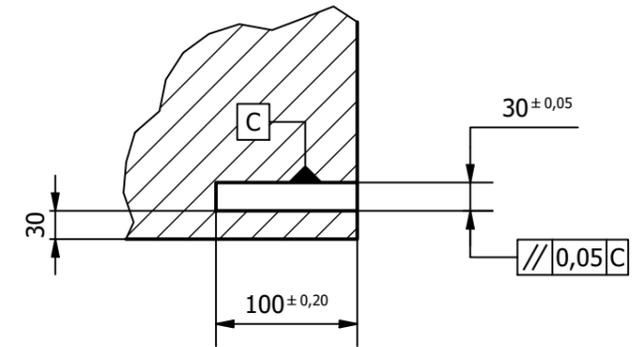
N6 / (N4)

Hueco interno (1/5)



Detalle Y (1/5)

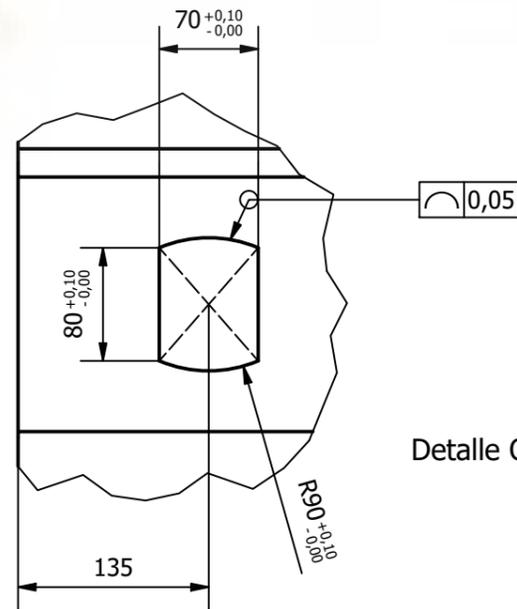
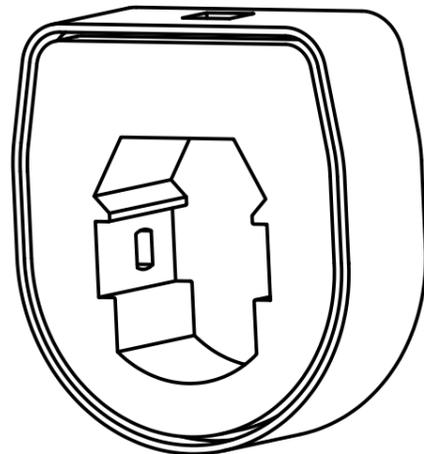
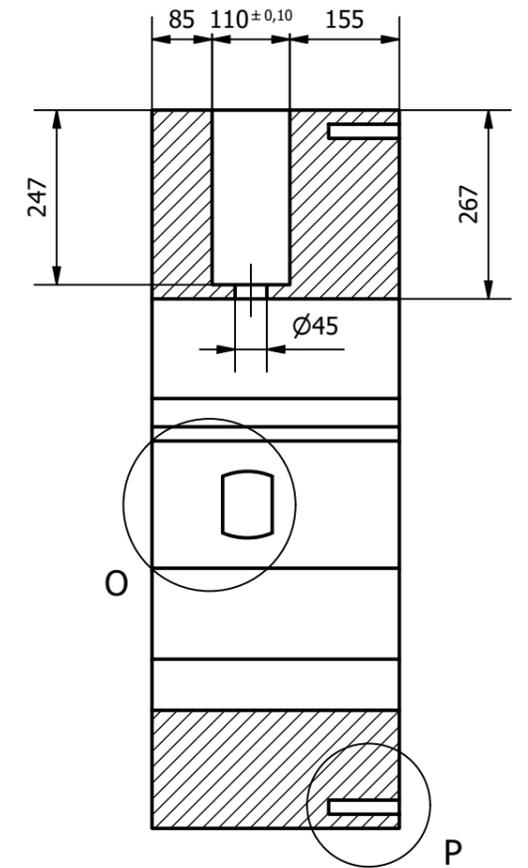
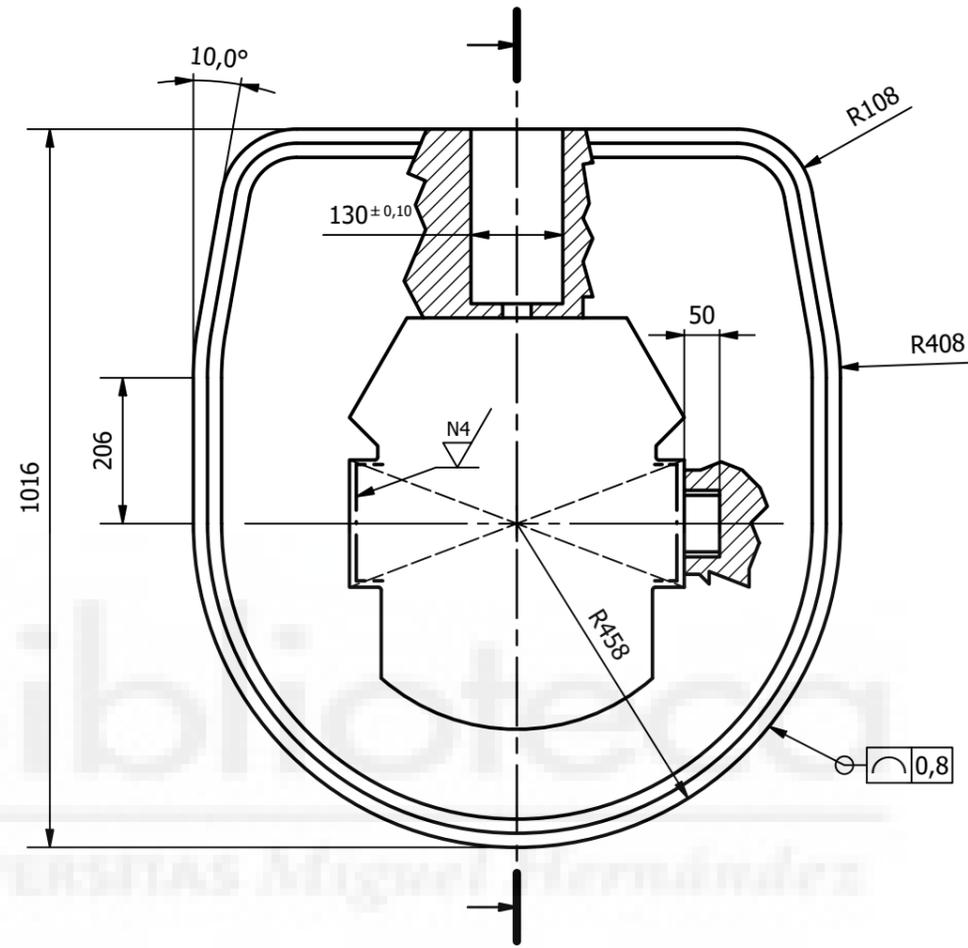
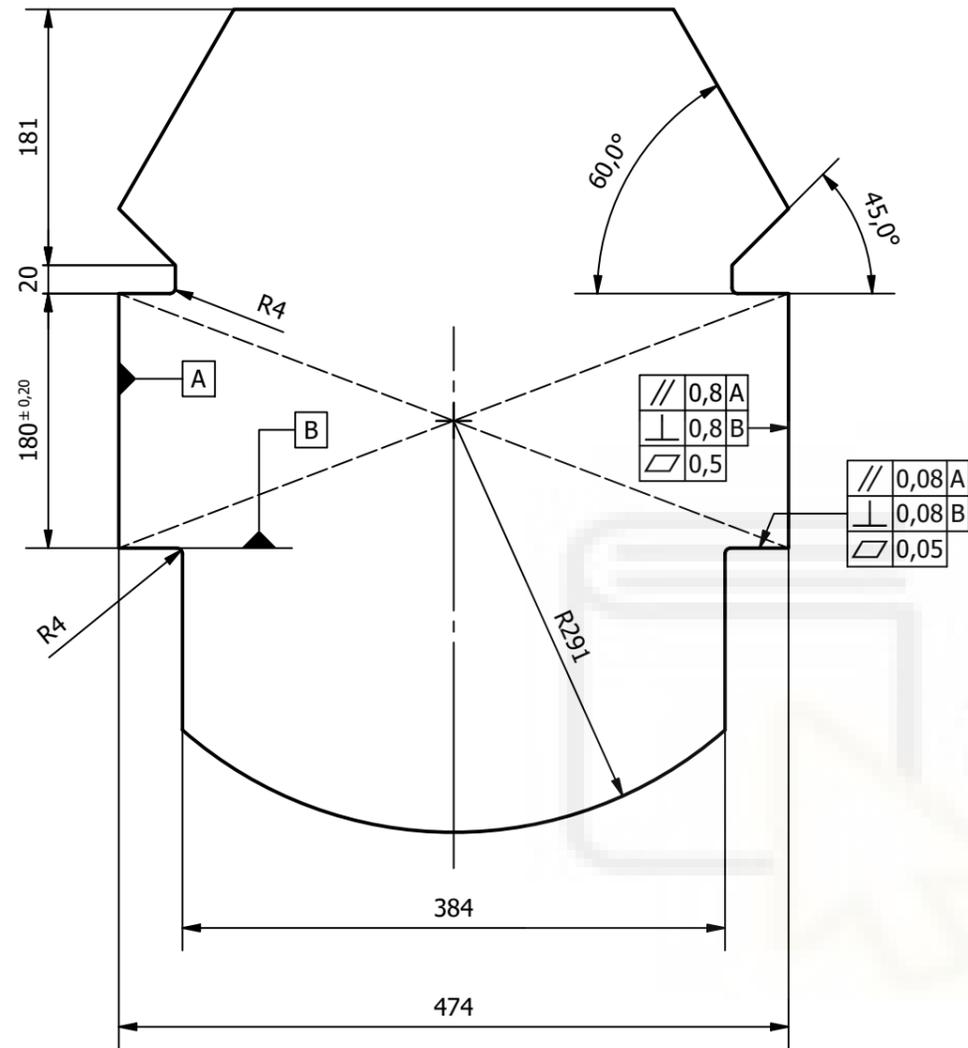
Detalle T (1/5)



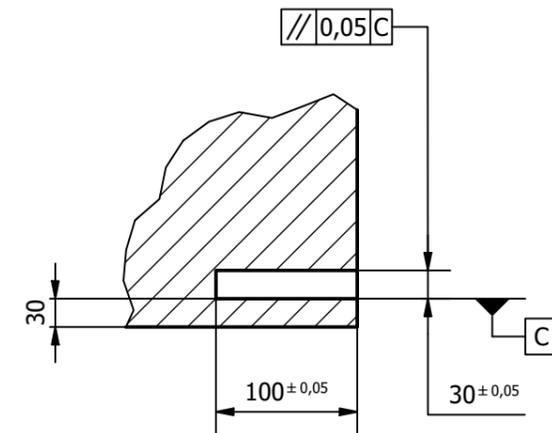
Autor		ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha	01/01/2024	Plano de Despiece	A3	ESCALA	1 : 10	
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA		Base tramo 3			Material Acero C45 Unidades mm		2.2	HOJA	1 / 1

N6 / (N4)

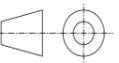
Huevo interno (1/5)



Detalle O (1/5)

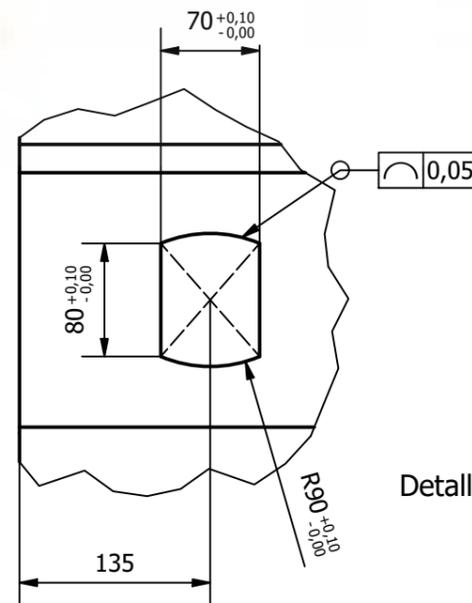
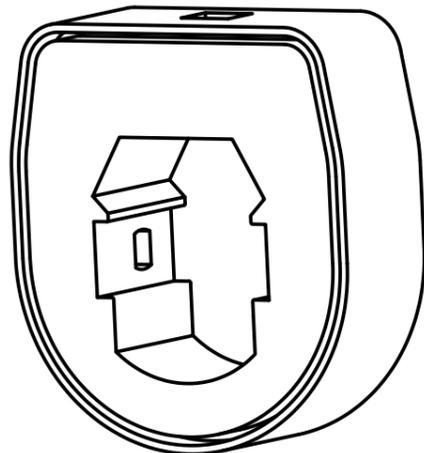
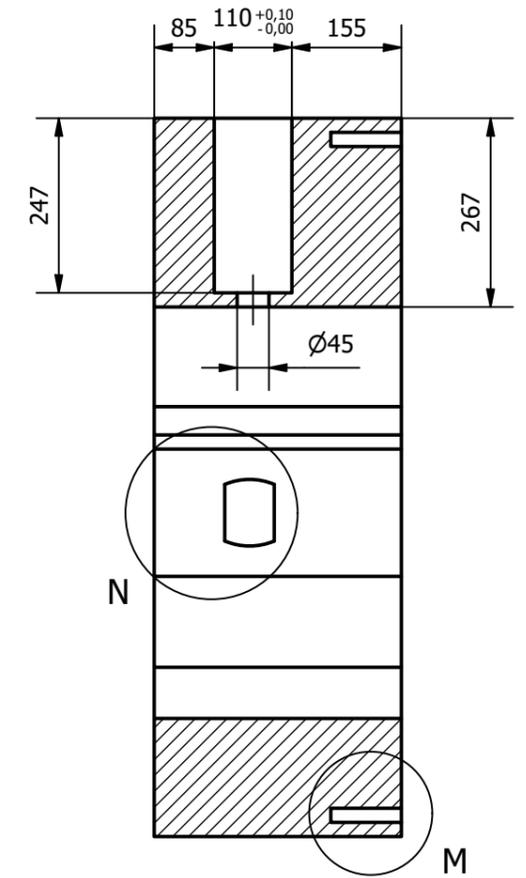
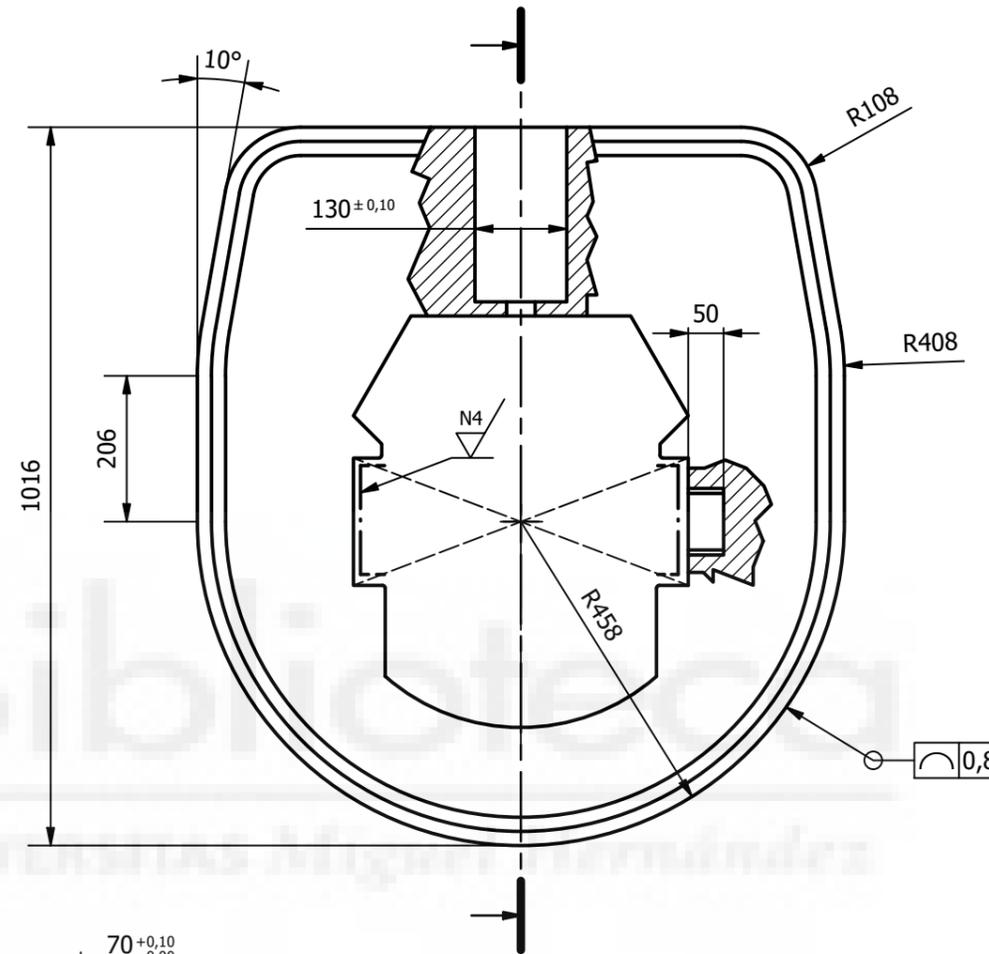
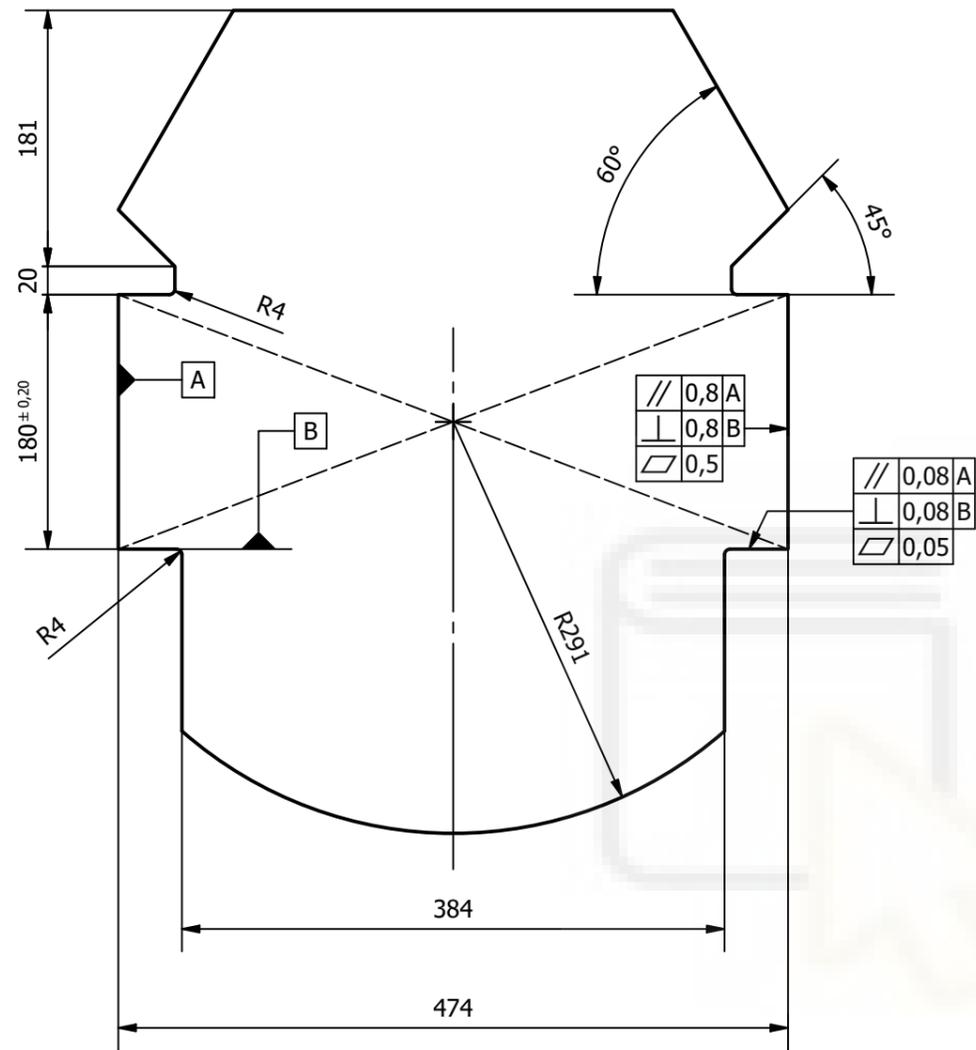


Detalle P (1/5)

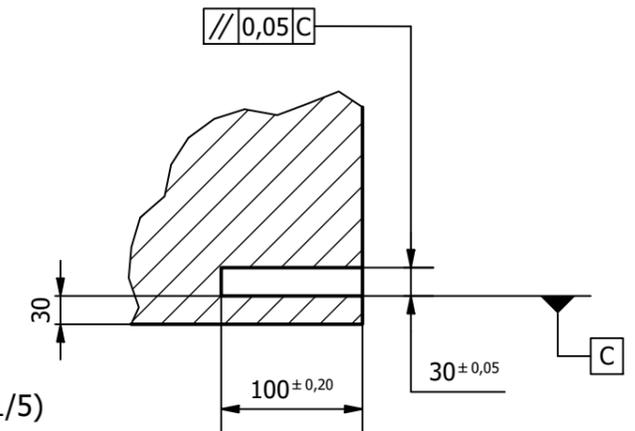
Autor	ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha	01/01/2024	Plano de Despiece	A3	ESCALA	1 : 10
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Base tramo 4			Material		Acero C45	HOJA 1 / 1
	Unidades			mm	2.3		

N6 / (N4)

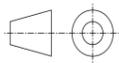
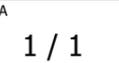
Hueco interno (1/5)



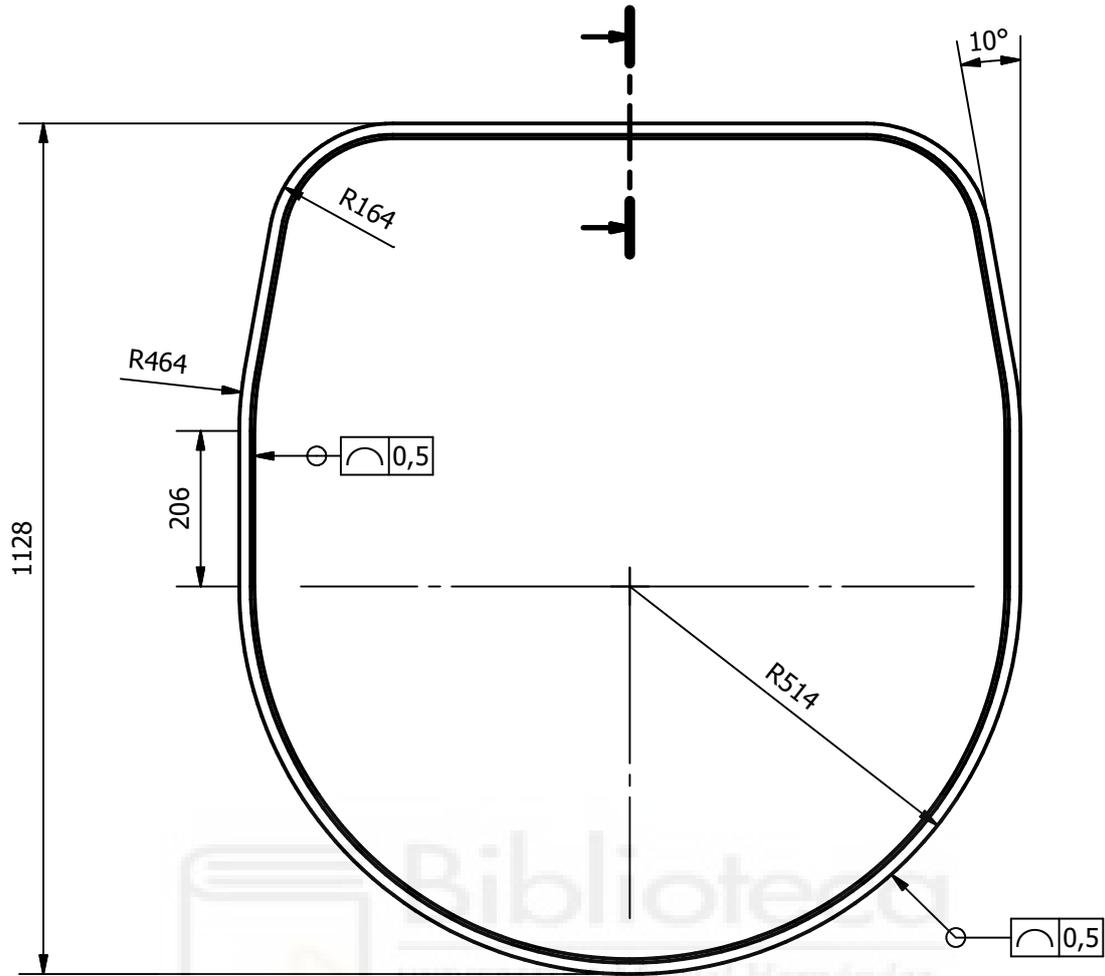
Detalle N (1/5)



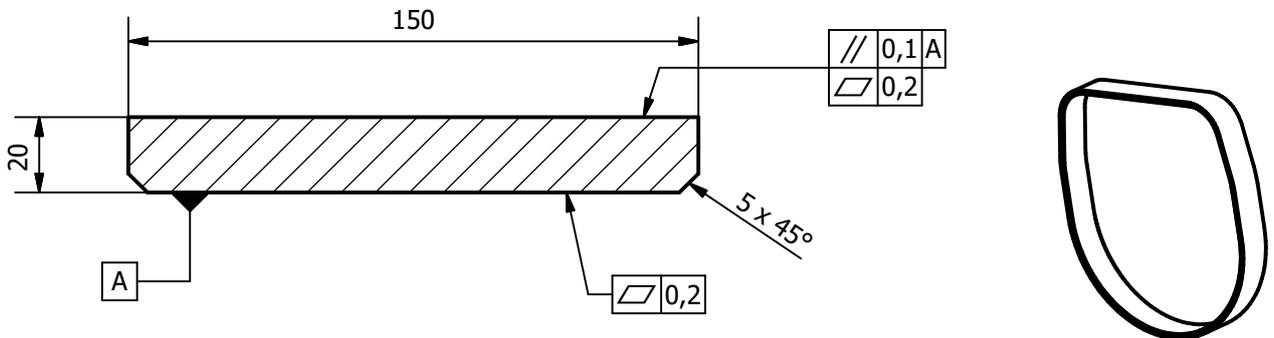
Detalle M (1/5)

Autor	ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha	01/01/2024	Plano de Despiece	A3	ESCALA	1 : 10
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Base tramo 5						
	Material	Acero C45					Unidades

N5

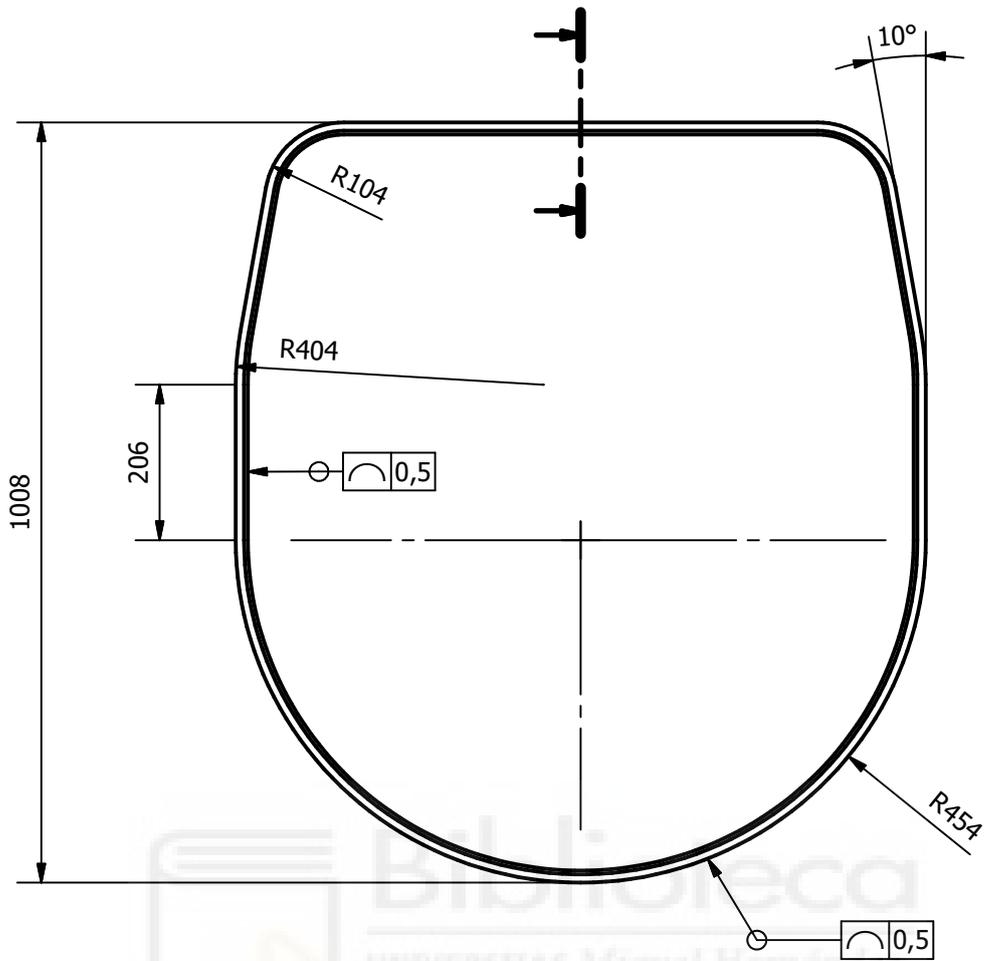


Sección (1/2)

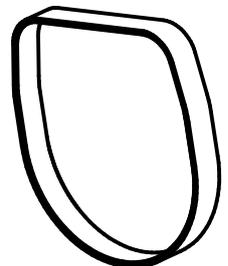
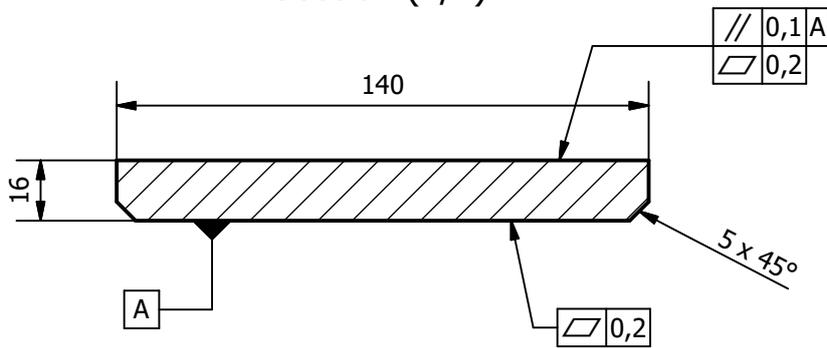


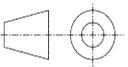
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece A4	ESCALA 1/10
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Pastillas tapa tramo 1		
	Material Unidades	Nylatron® 703 XL mm	3.1

N5

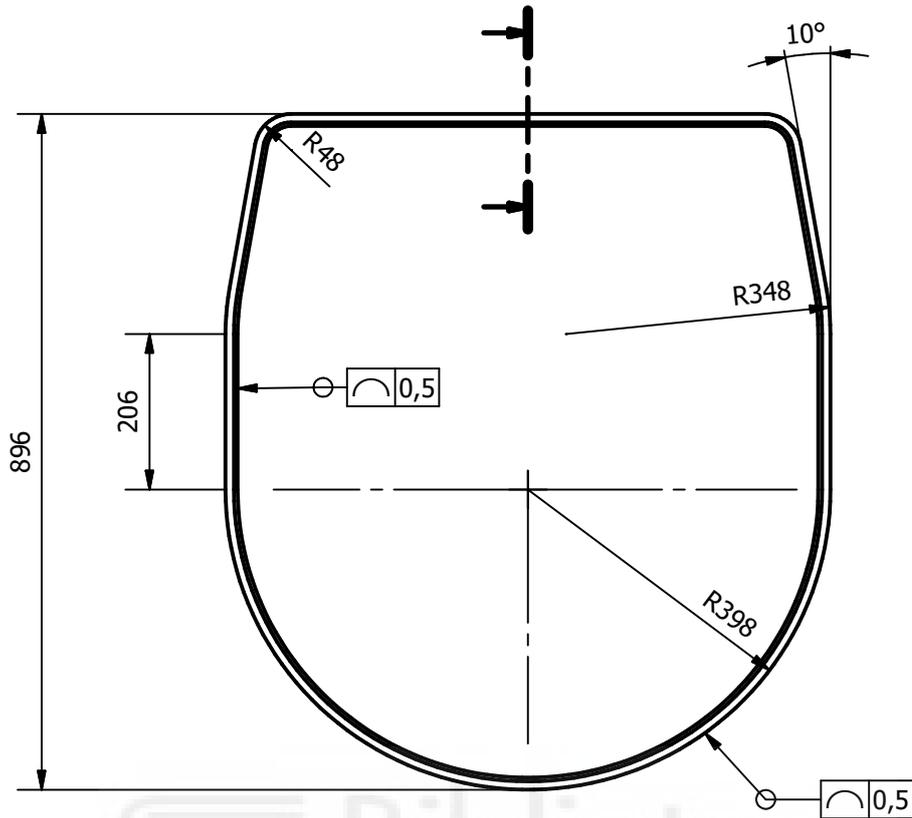


Sección (1/2)

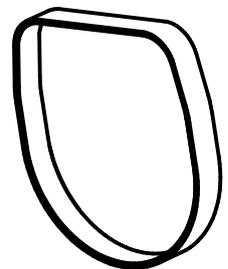
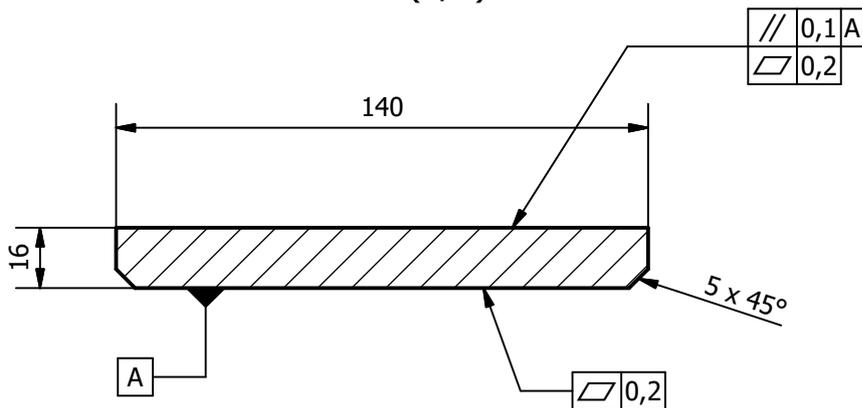


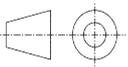
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1/10
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Pastillas tapa tramo 2			
	Material Unidades	Nylatron® 703 XL mm	3.2	HOJA 1 / 1

N5

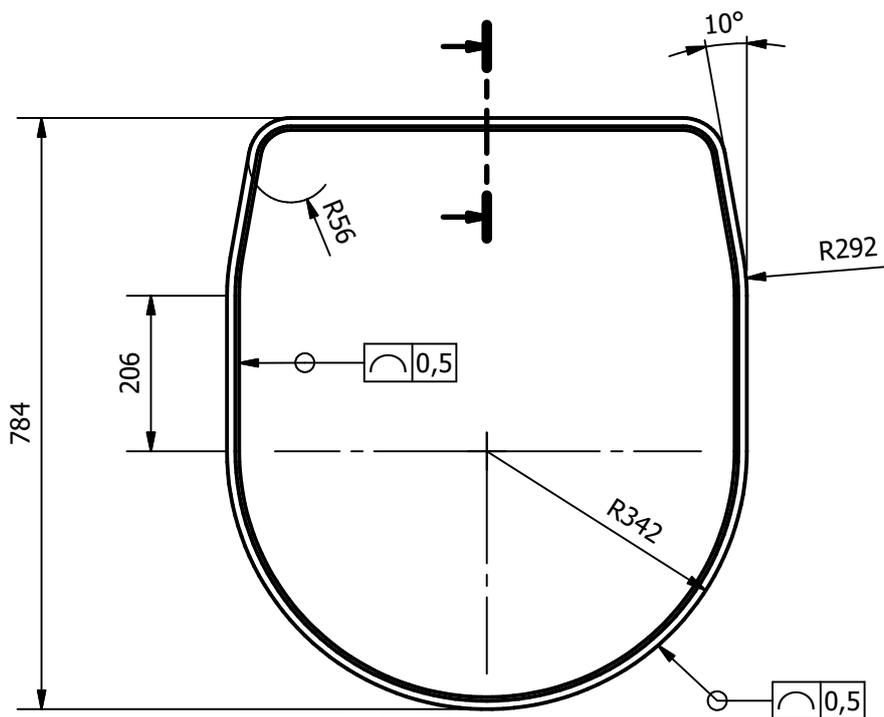


Sección (1/2)

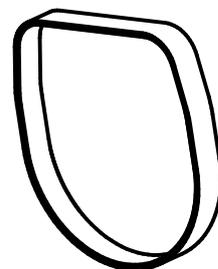
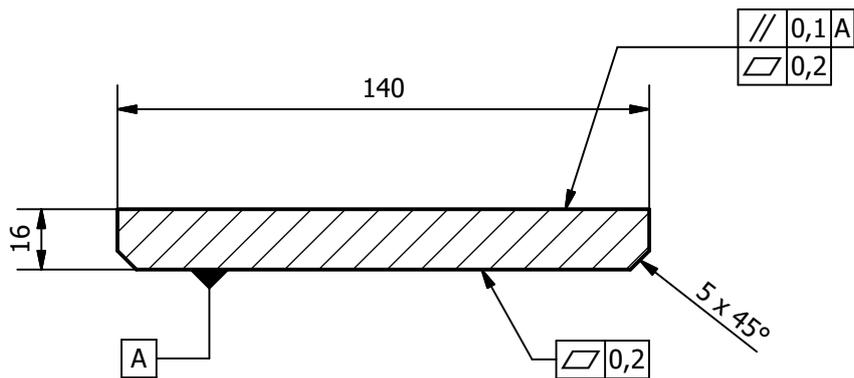


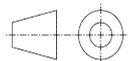
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece A4	ESCALA 1/10
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Pastillas tapa tramo 3		
	Material Unidades	Nylatron® 703 XL mm	3.3

N5

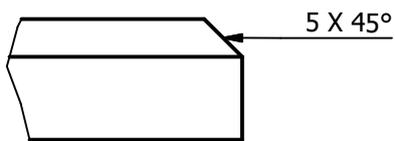
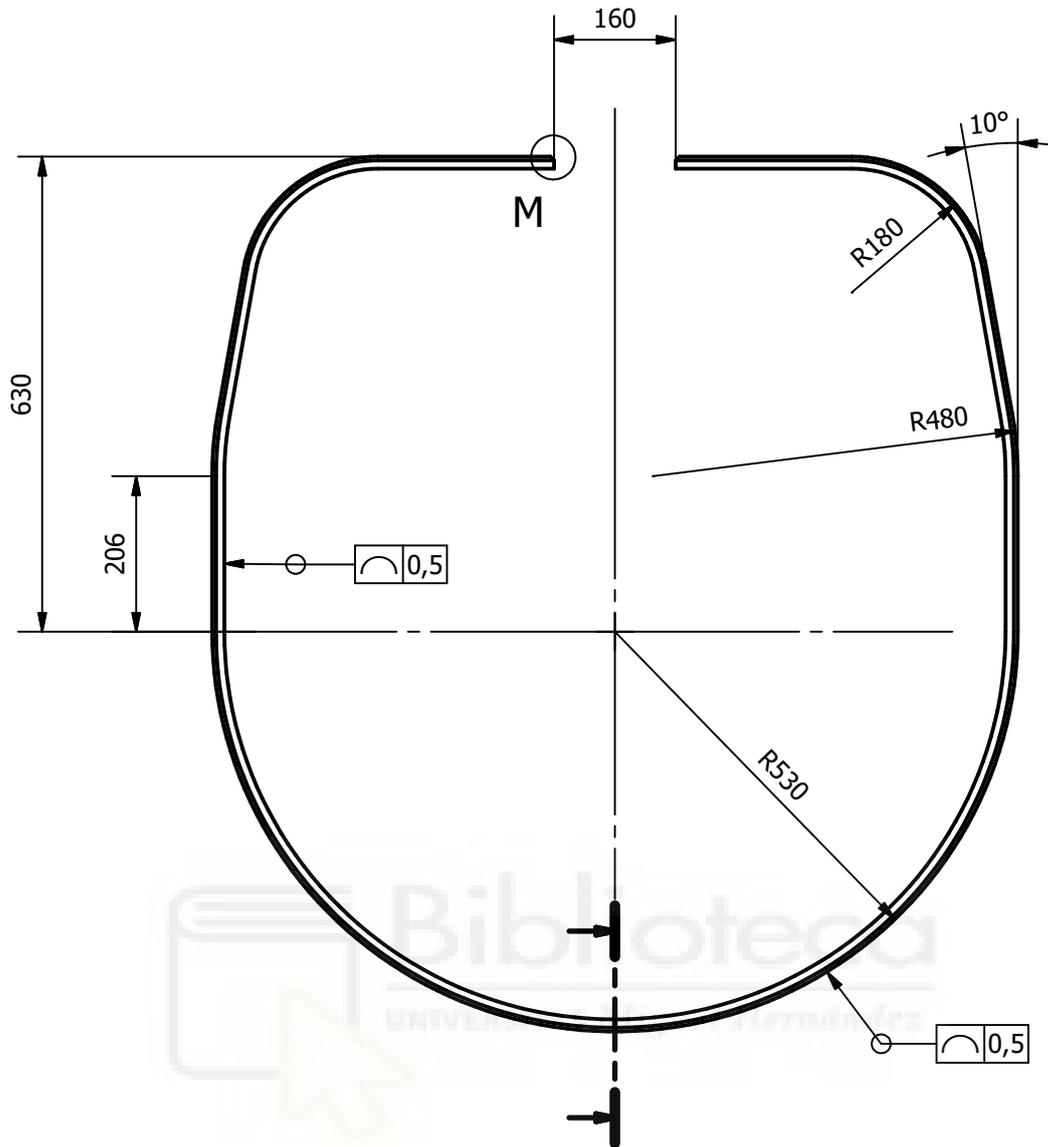


Sección (1/2)



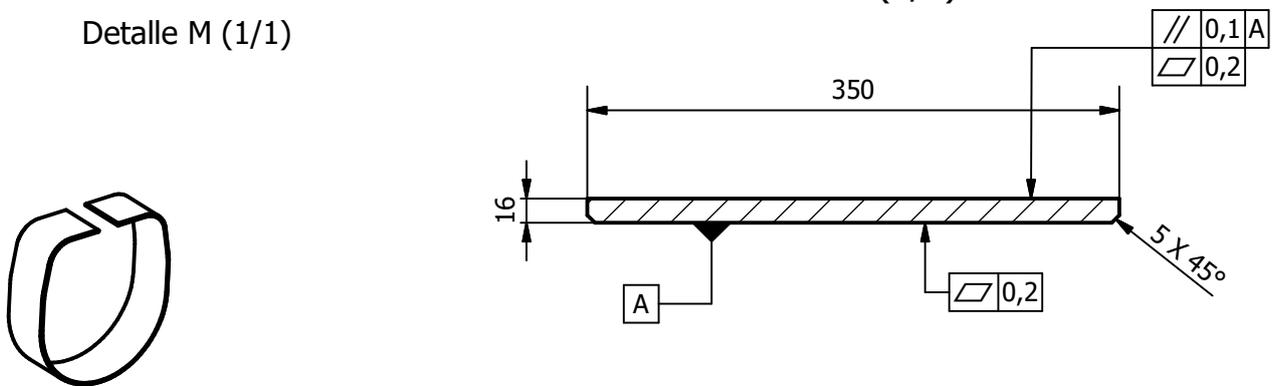
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1/10
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Pastillas tapa tramo 4			
	Material	Nylatron® 703 XL	3.4	HOJA 1 / 1
	Unidades	mm		

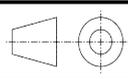
N5



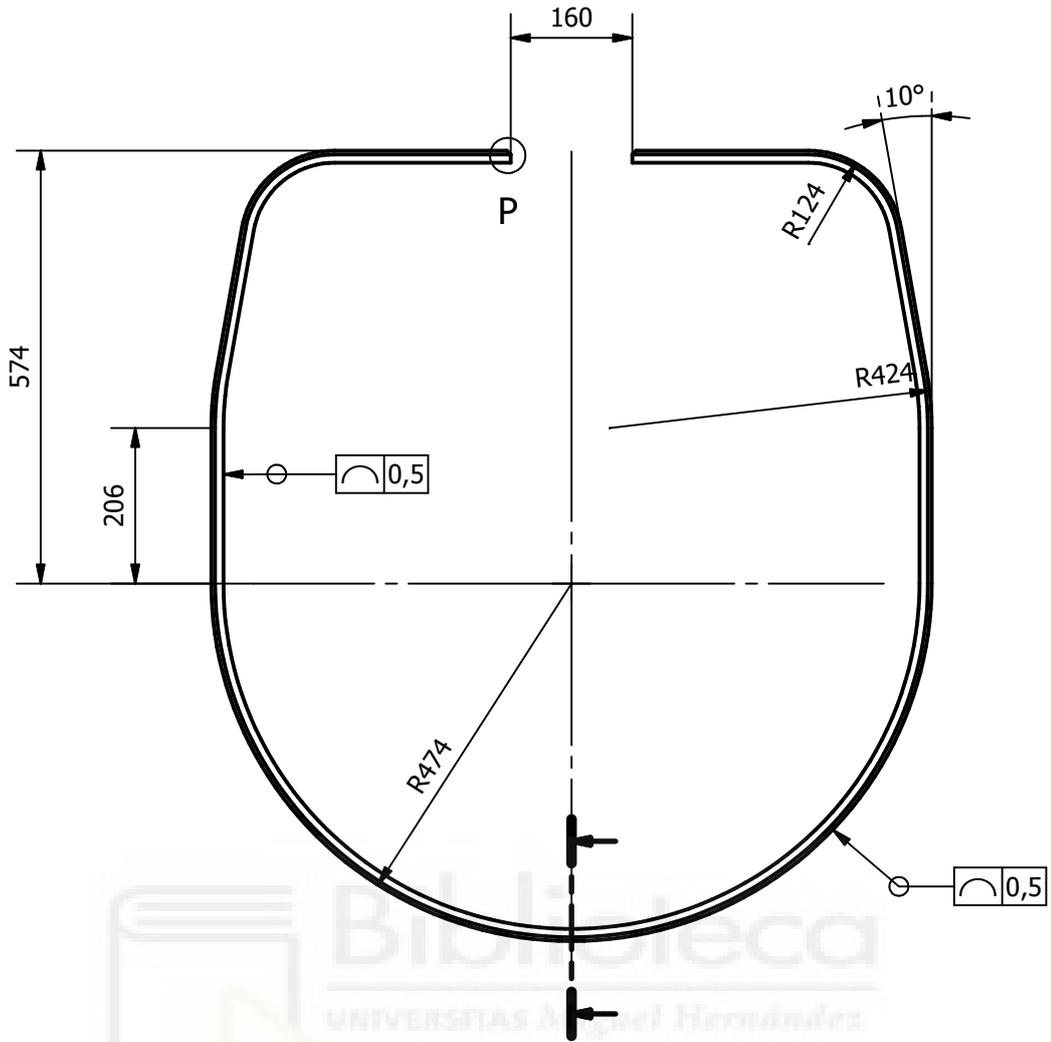
Detalle M (1/1)

Sección (1/5)

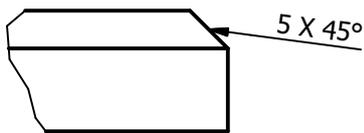


Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1/10
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Pastillas base tramo 2			
	Material	Nylatron® 703 XL	3.5	HOJA 1 / 1
	Unidades	mm		

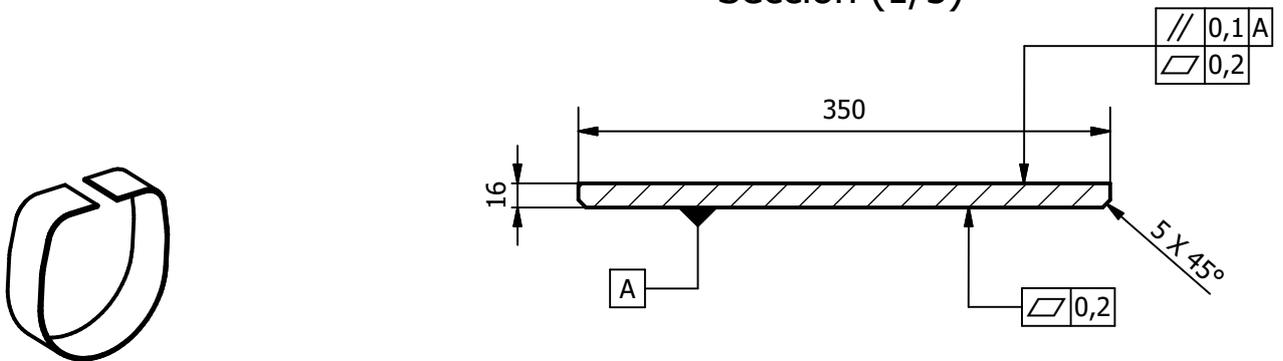
N5

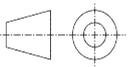


Detalle P (1/1)

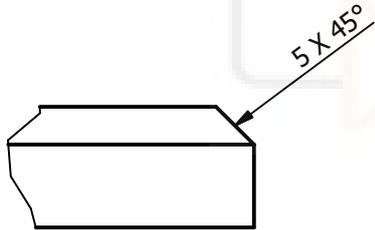
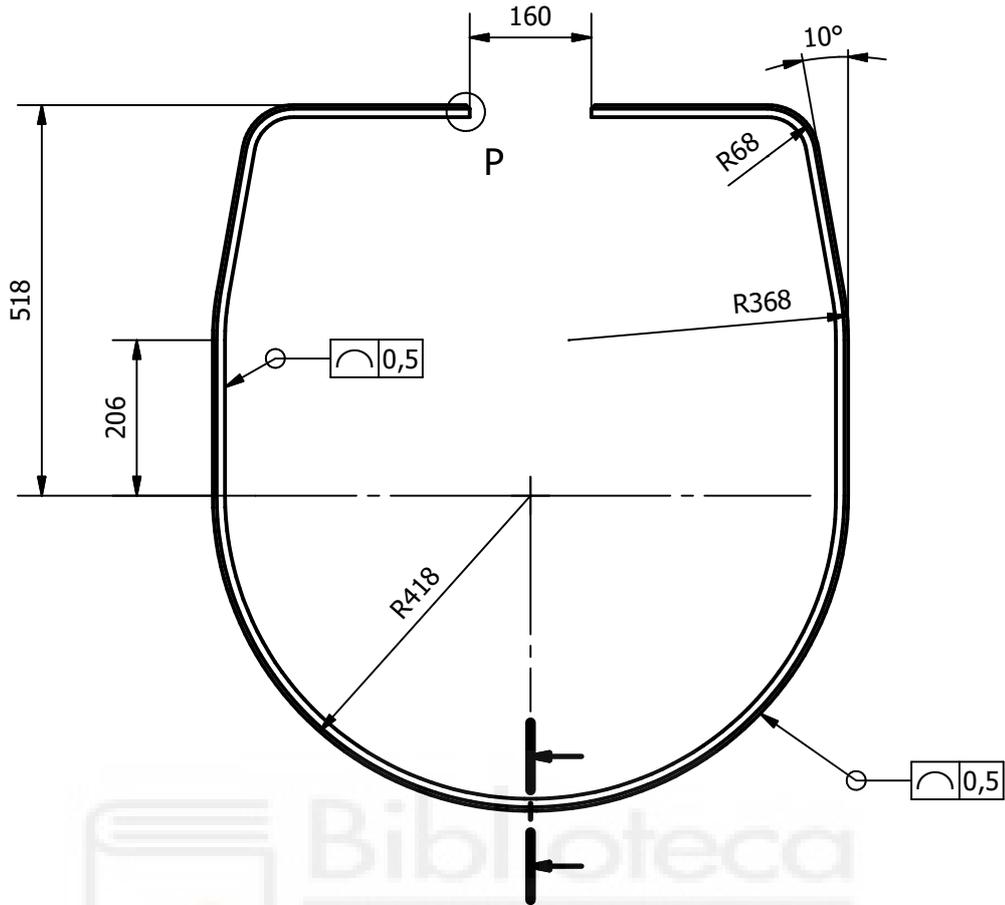


Sección (1/5)



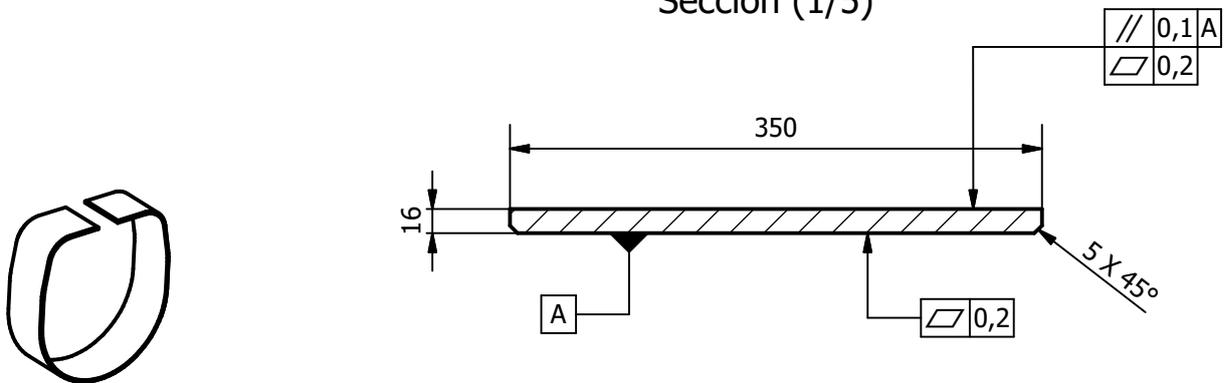
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece A4	ESCALA 1/10
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Pastillas base tramo 3 Material Nylatron® 703 XL Unidades mm		 HOJA 1 / 1
		3.6	

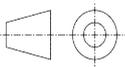
N5



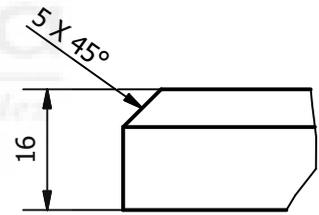
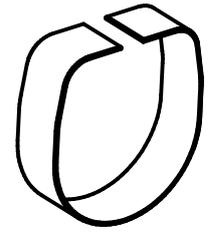
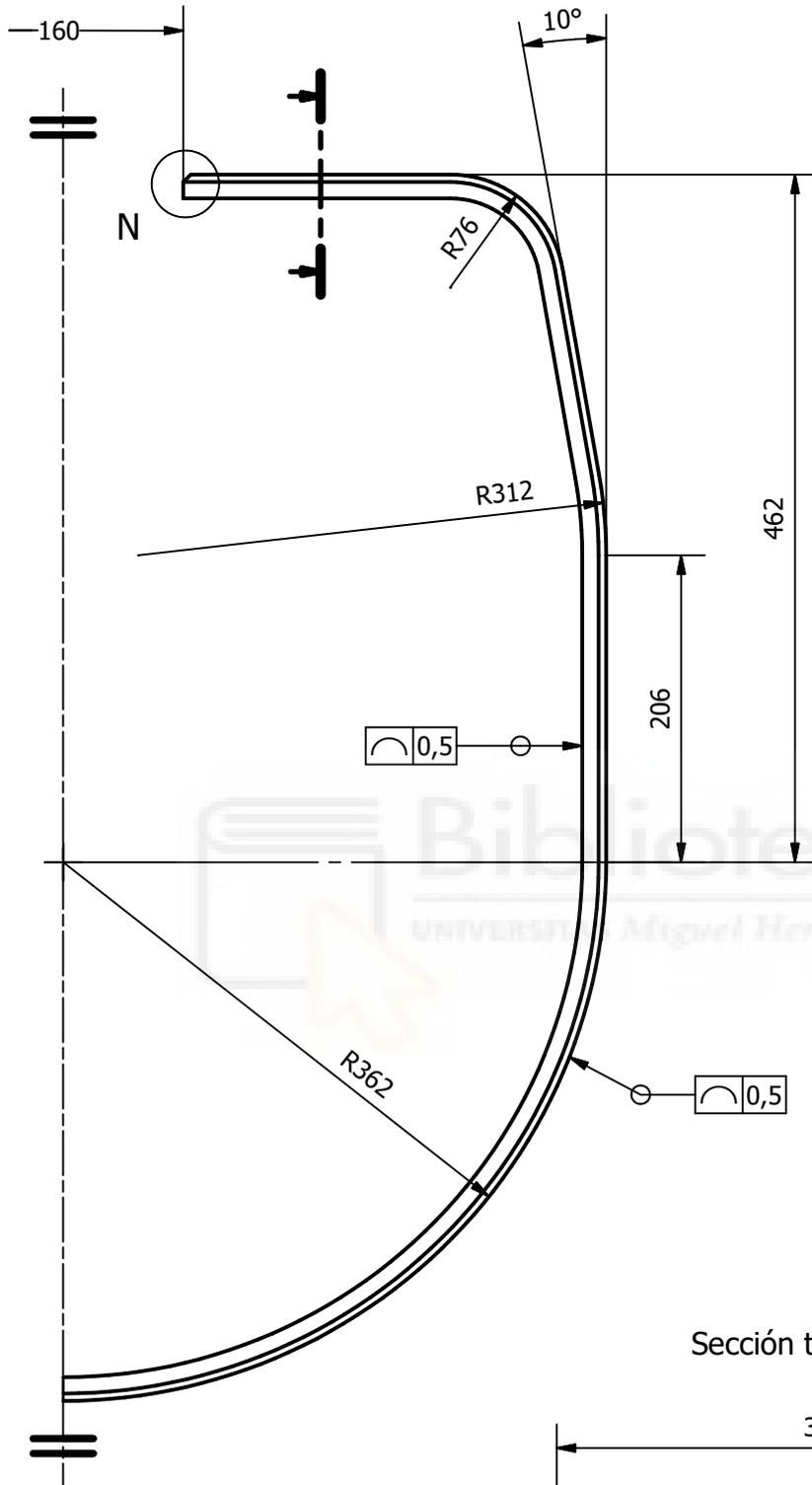
Detalle P (1/1)

Sección (1/5)



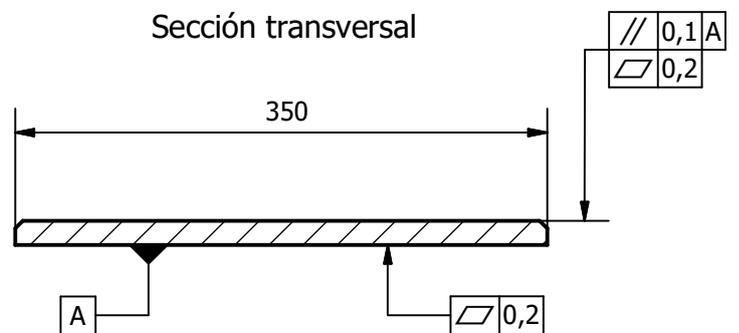
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1/10
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Pastillas base tramo 4			
	Material	Nylatron® 703 XL	3.7	HOJA 1 / 1
	Unidades	mm		

N5



Detalle N (1/1)

Sección transversal



Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1/5
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Pastillas base tramo 5			 HOJA 1 / 1
Material Unidades	Nylatron® 703 XL mm	3.8		

N6 / (N3)

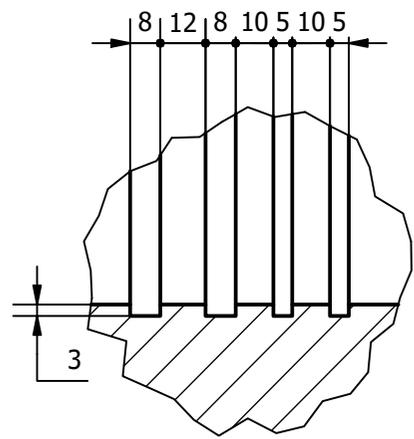
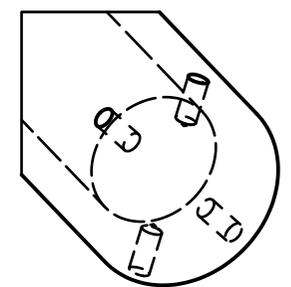
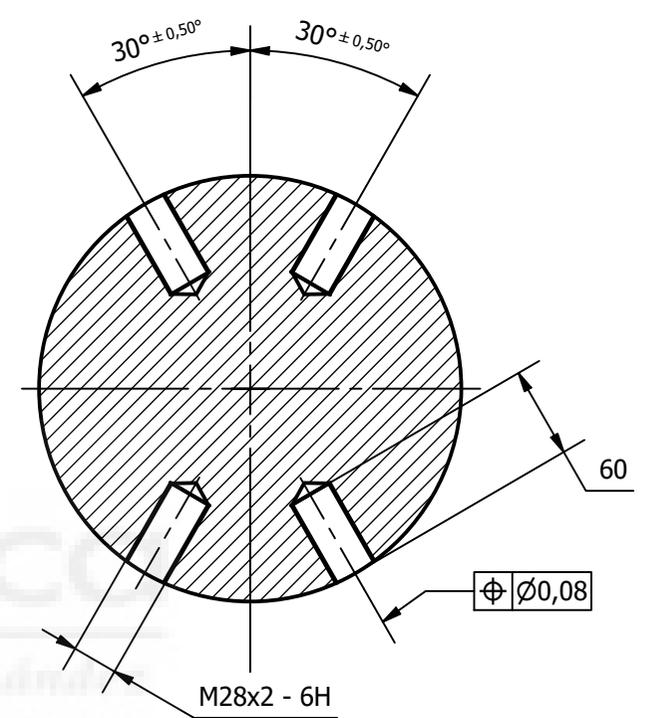
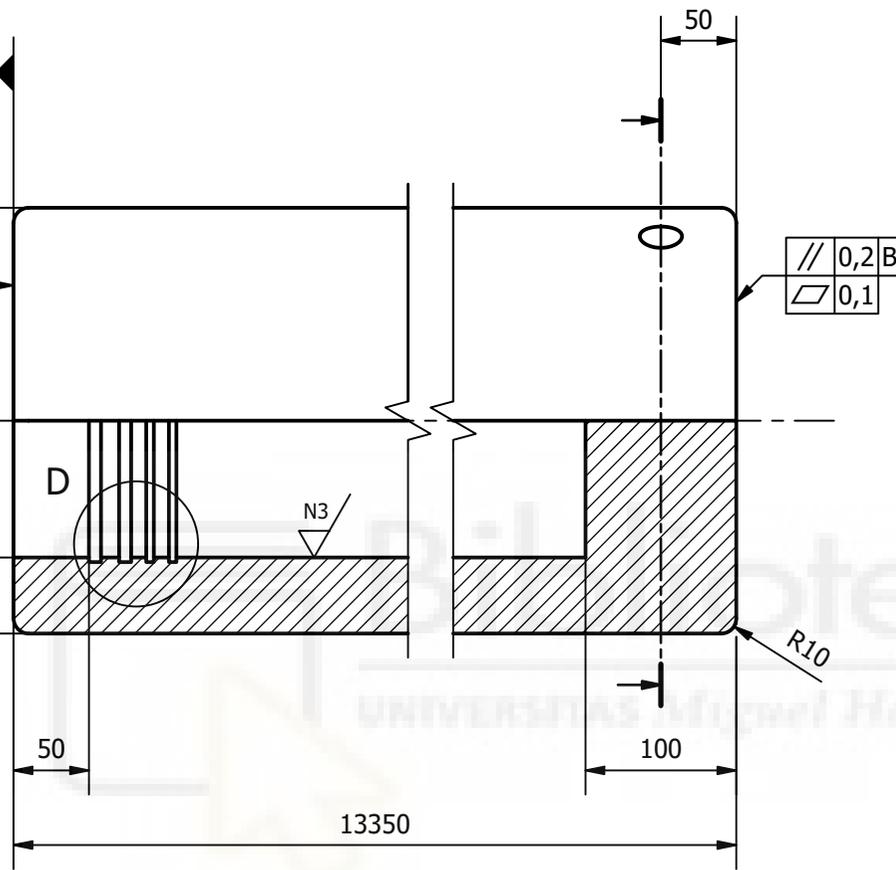
⊙ $\varnothing 0,5 A$
 ∇ 0,5

\square 0,08

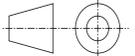
// 0,2 B
 \square 0,1

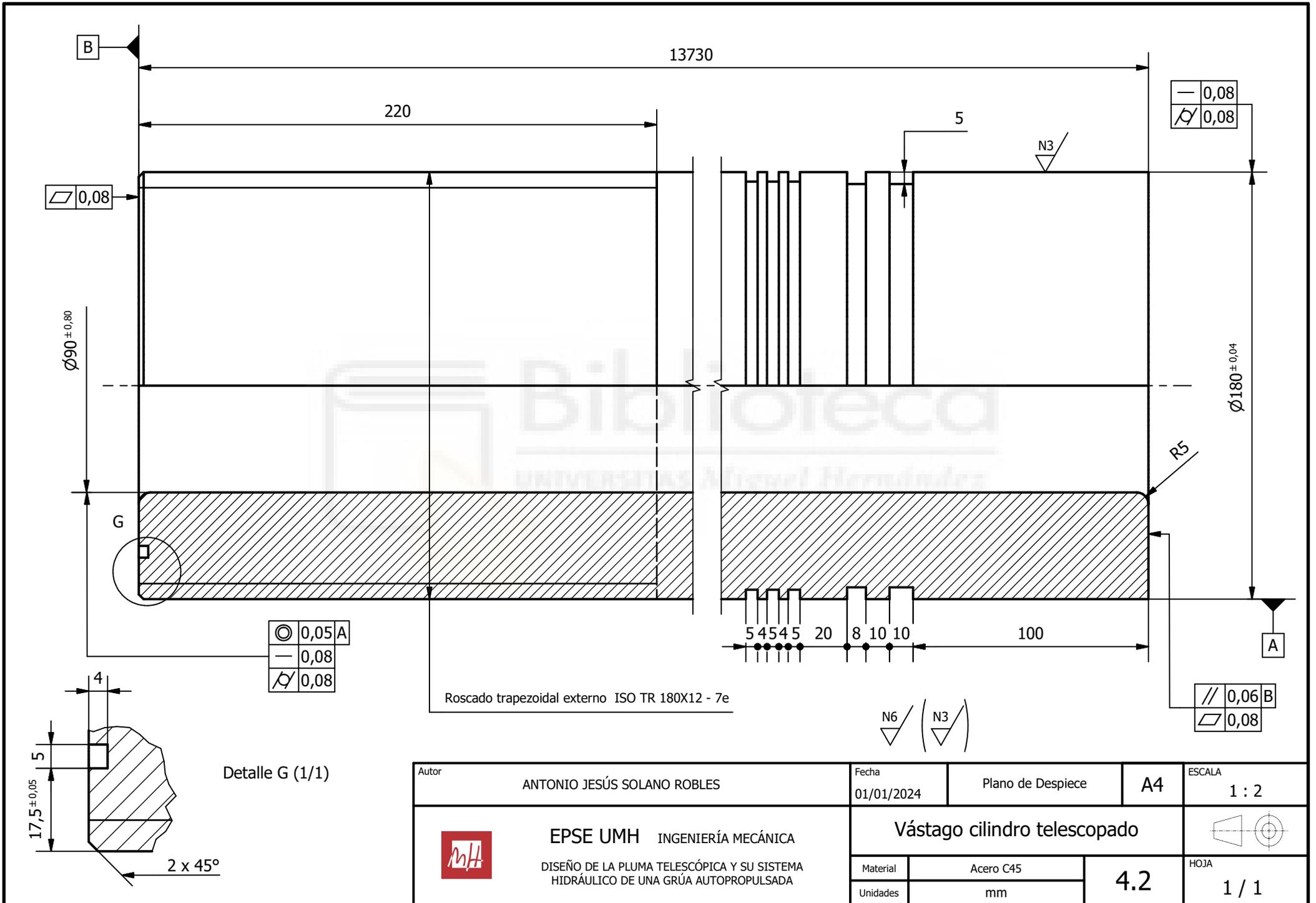
$\varnothing 280$
 $\varnothing 180^{+0,04}_{-0,00}$

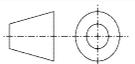
∇ 0,4
 - 0,2

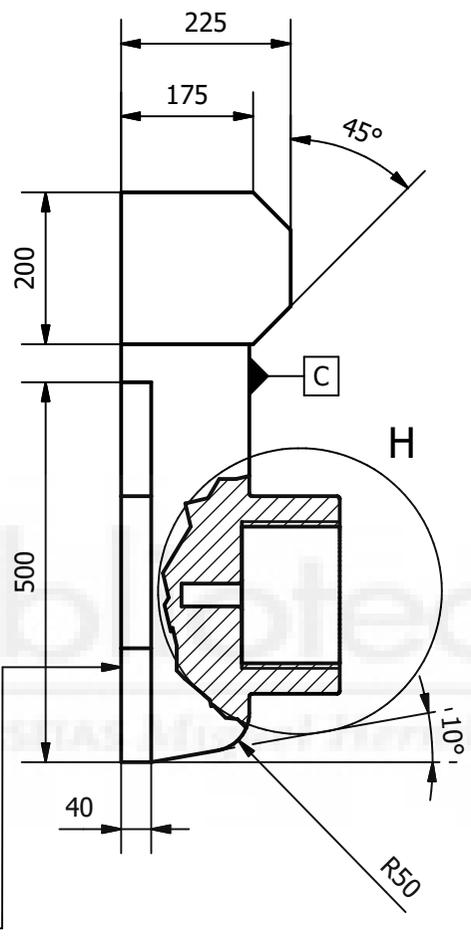
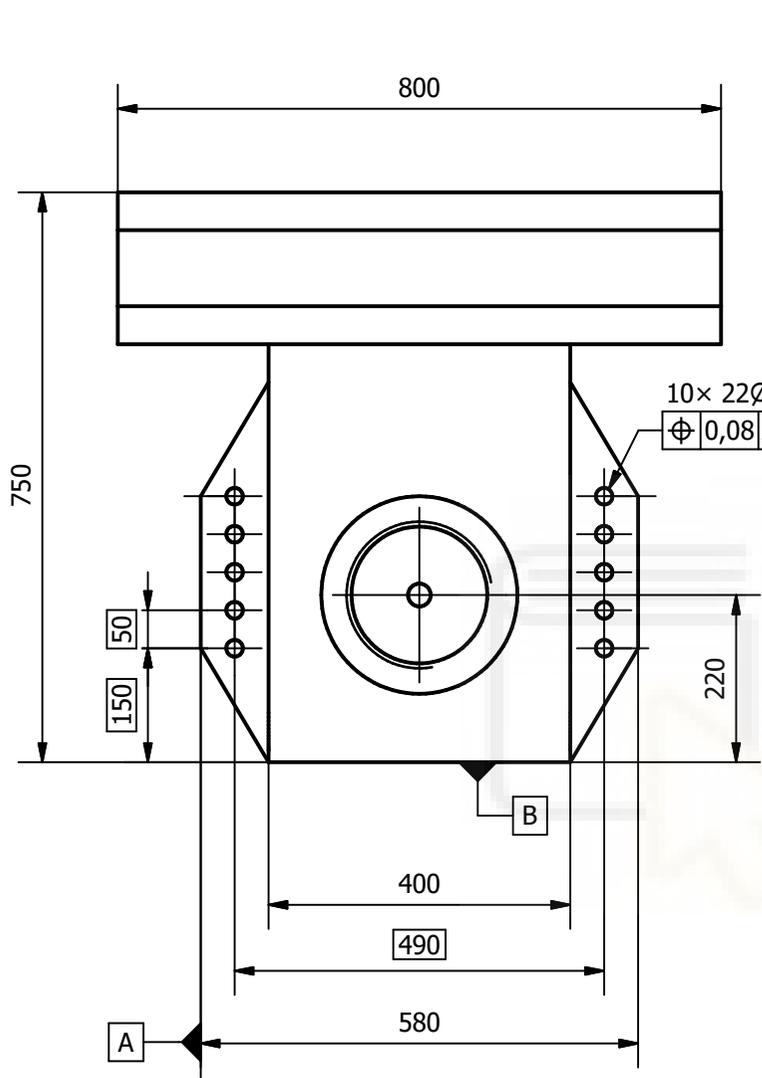


Detalle D (1/2)

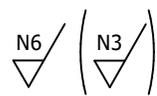
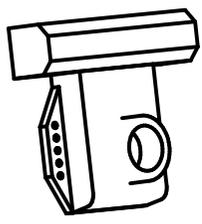
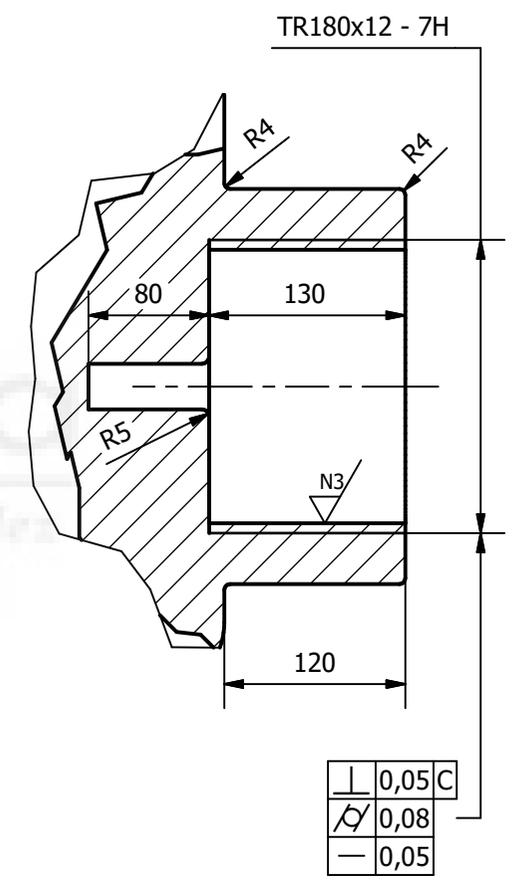
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES		Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece A4	ESCALA 1 : 5
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Camisa cilindro telescopado		 HOJA 1 / 1	
	Material Acero C45	4.1		
Unidades mm				

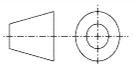


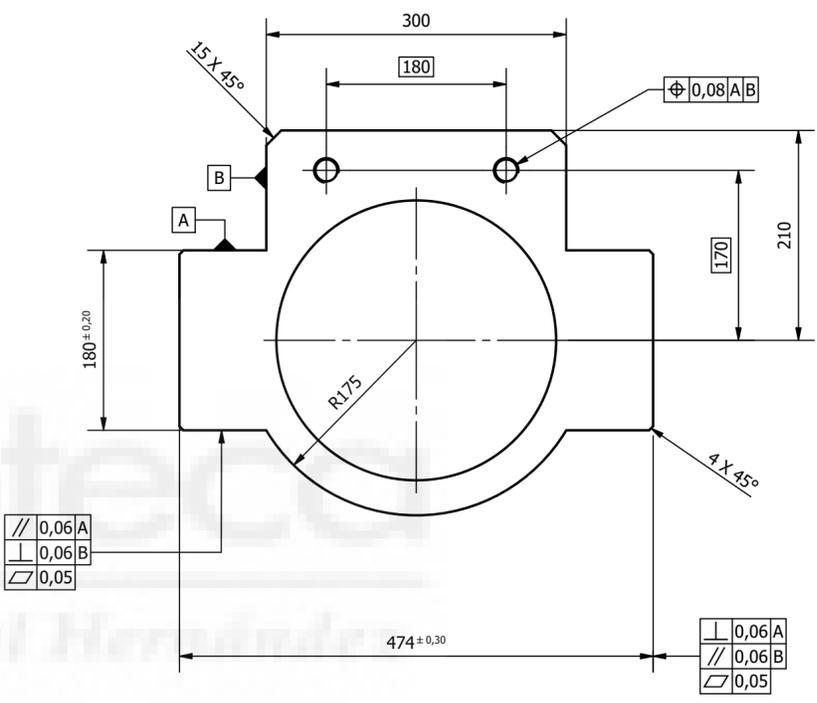
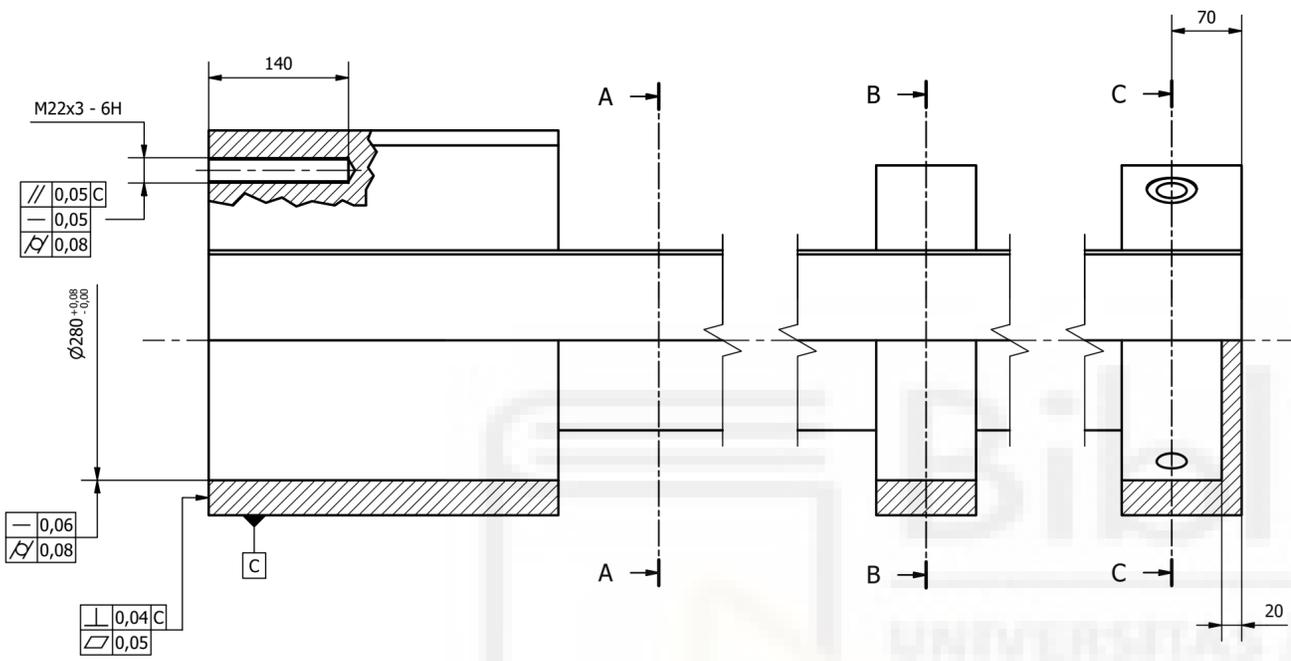
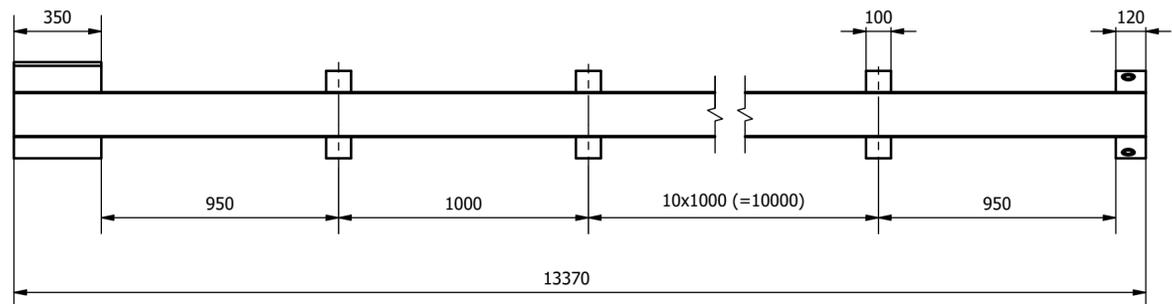
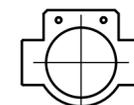
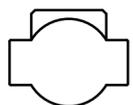
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES		Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece A4	ESCALA 1 : 2
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Vástago cilindro telescopado			
	Material Acero C45	Unidades mm	4.2	HOJA 1 / 1



Detalle H (1/5)



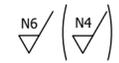
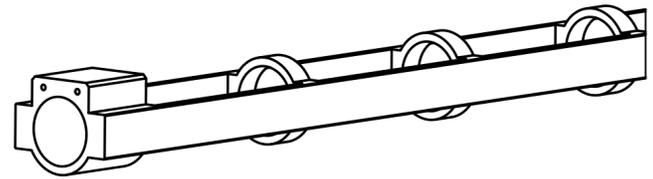
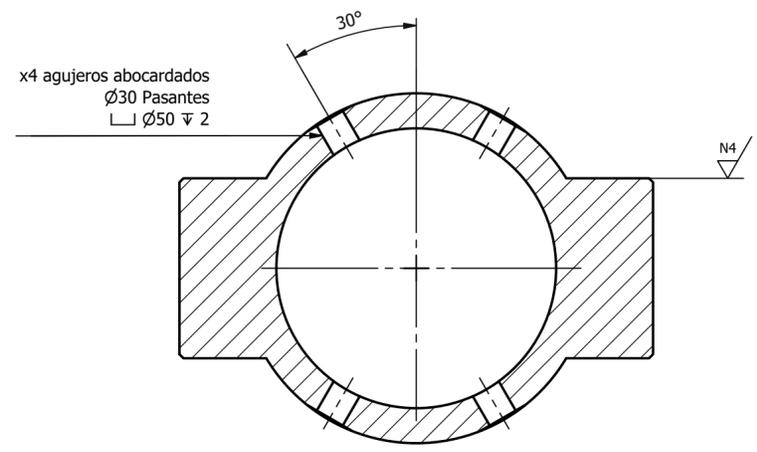
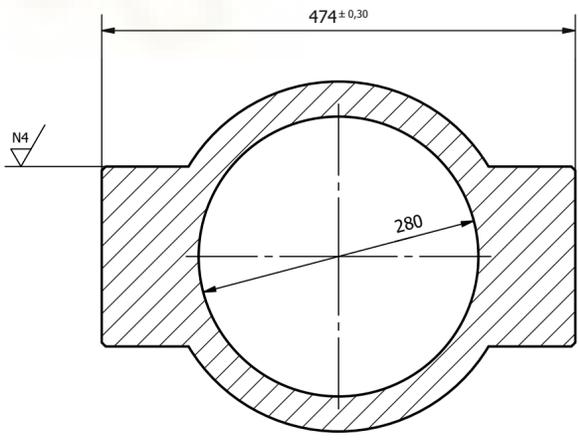
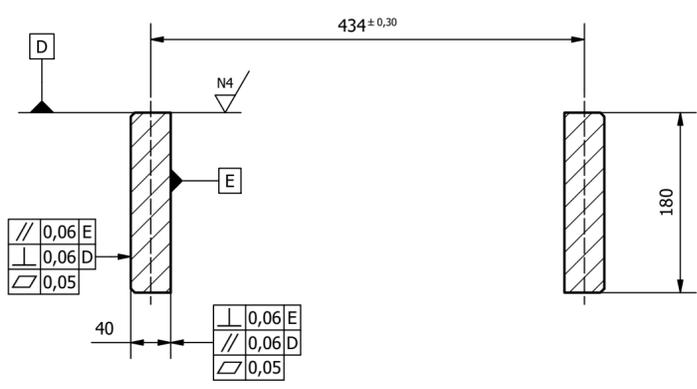
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES		Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1 : 10
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Soporte vástago telescopado			 HOJA 1 / 1	
	Material Acero C45	4.3			
Unidades mm					



Sección transversal A-A

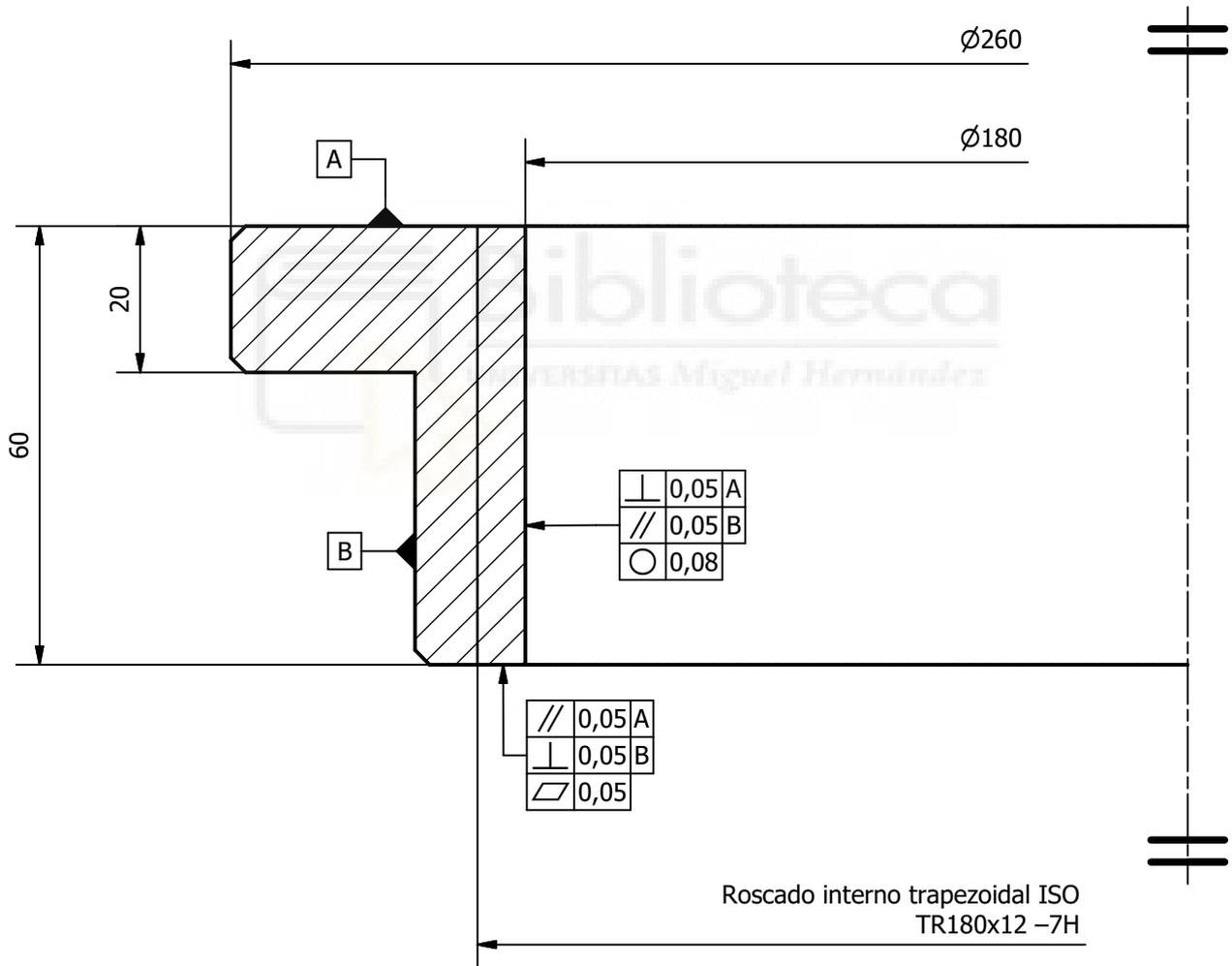
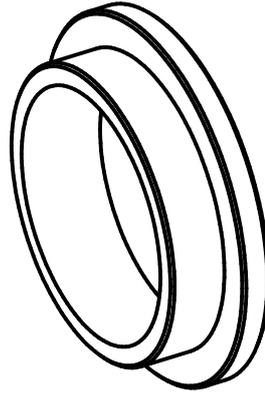
Sección transversal B-B

Sección transversal C-C



Autor	ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha	01/01/2024	Plano de Despiece	A2	ESCALA	1 : 5
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA		Soporte cilindro telescopado		Material	Acero C45	4.4	HOJA 1 / 1
		Unidades	mm				

N5

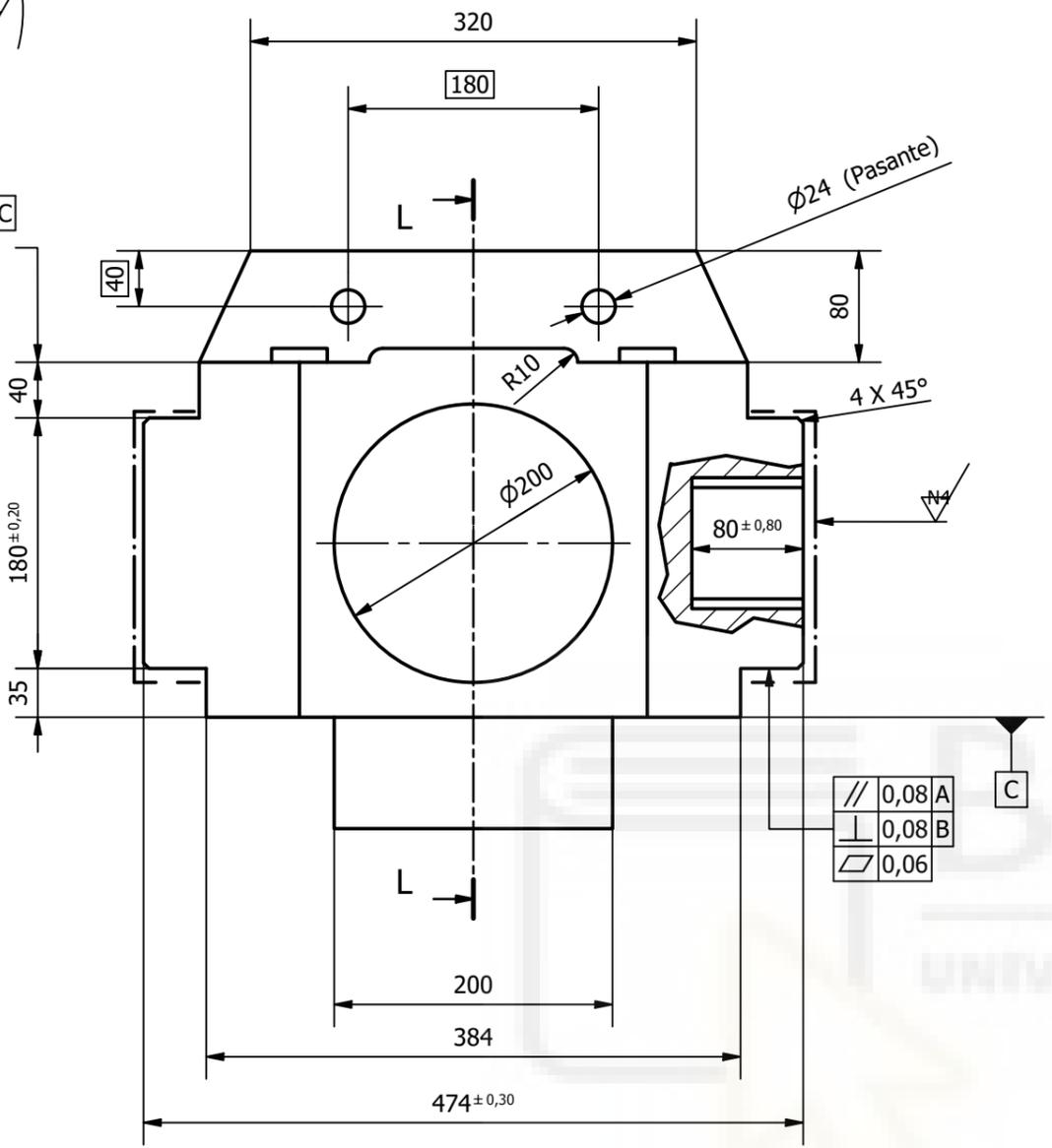


(x3) Chaflanes 2 x 45°

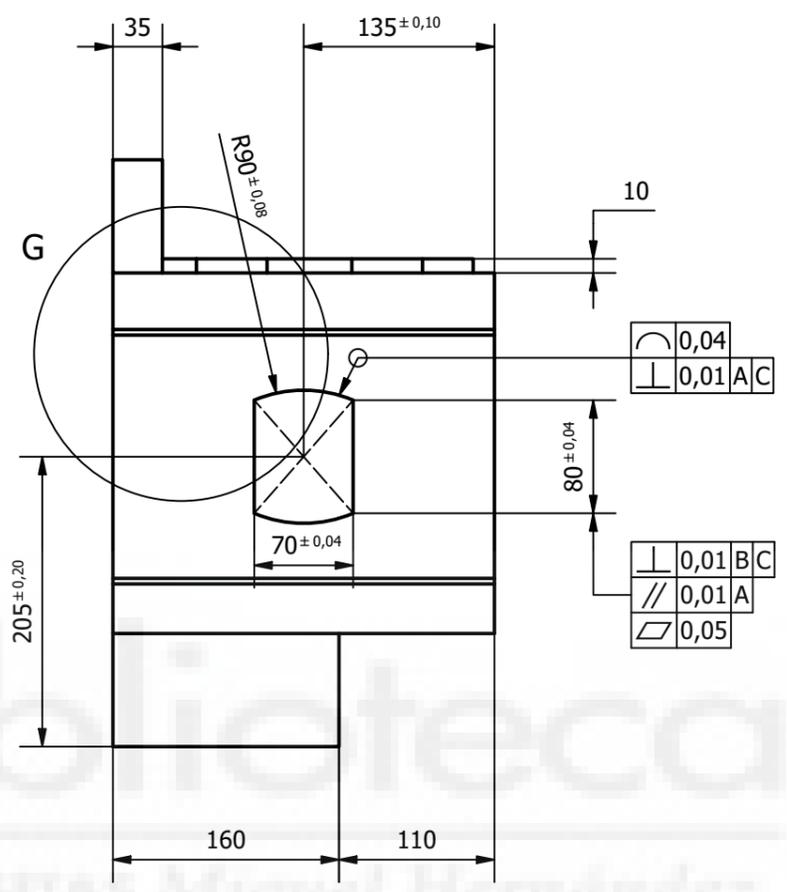
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1 : 1
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Contratuerca vástago			
	Material Unidades	Acero C45 mm	4.5	HOJA 1 / 1

N6 / (N4 / N3)

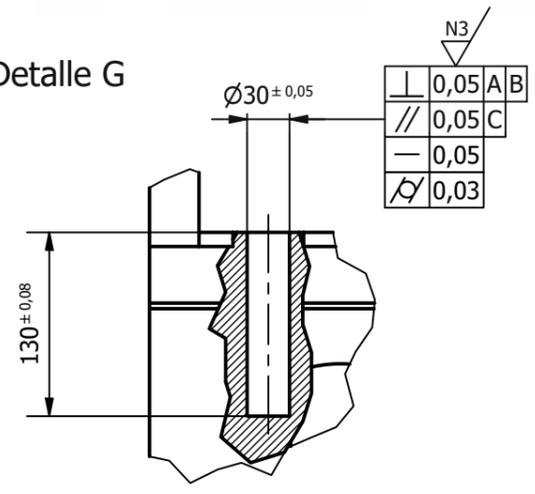
⊥	0,08	A C
//	0,08	
▱	0,06	



//	0,08	A
⊥	0,08	B
▱	0,06	

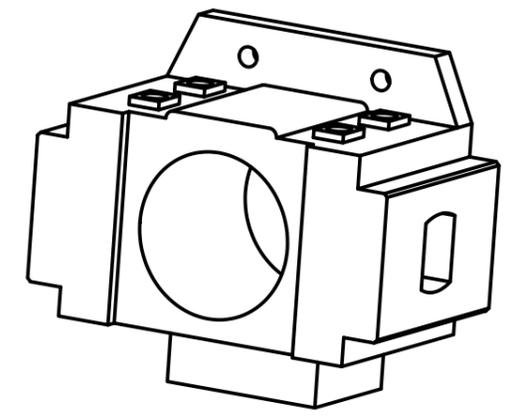
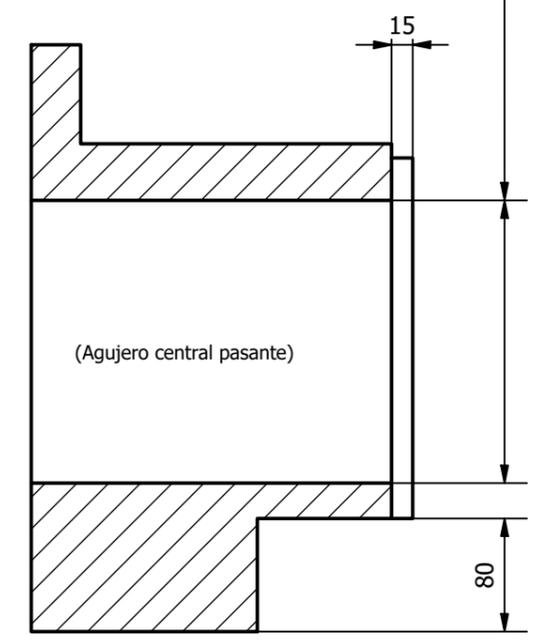


Detalle G

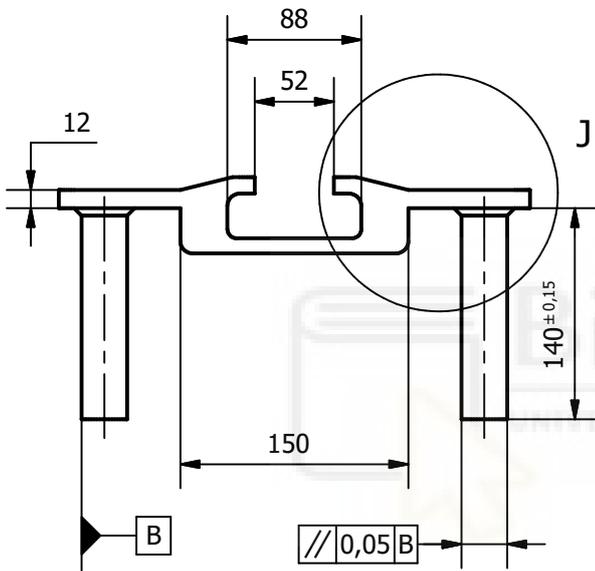
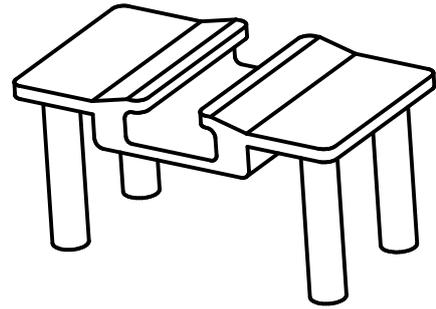
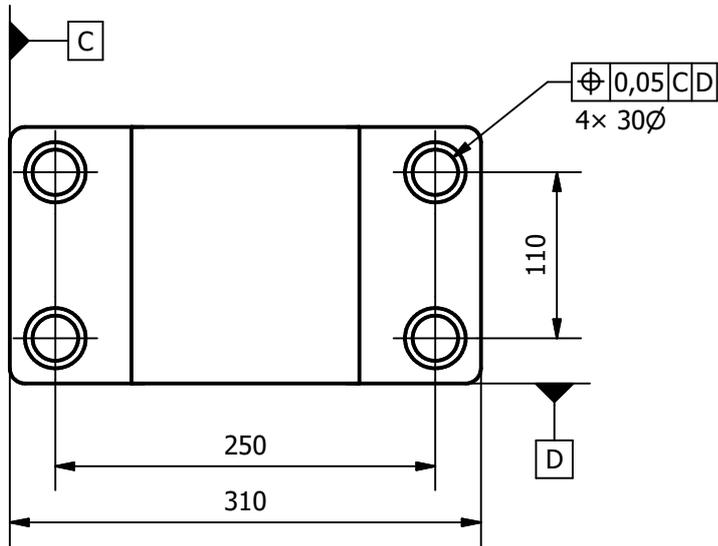


-	0,2
R	0,2
//	0,1 B

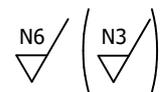
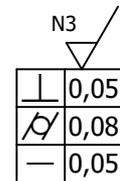
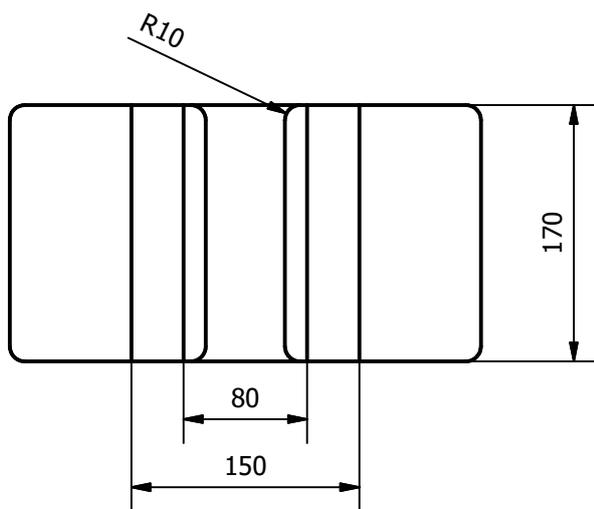
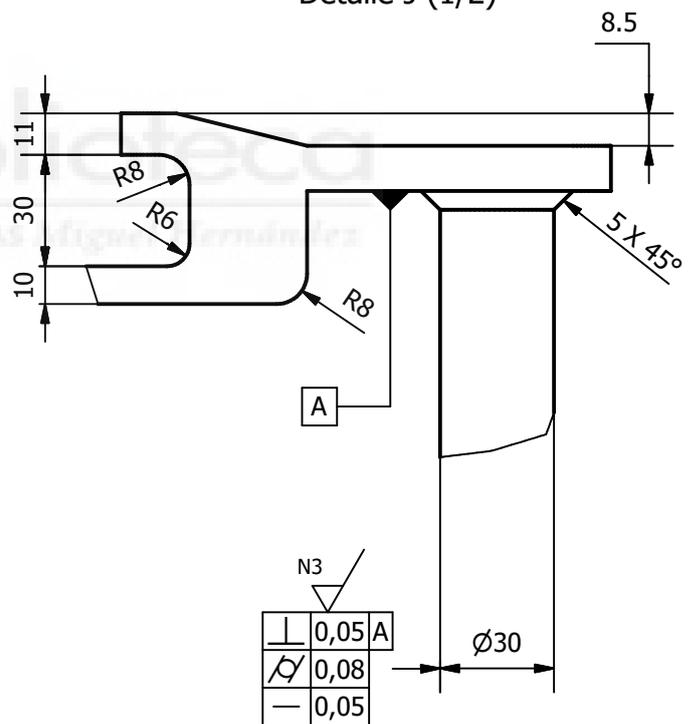
Sección L-L



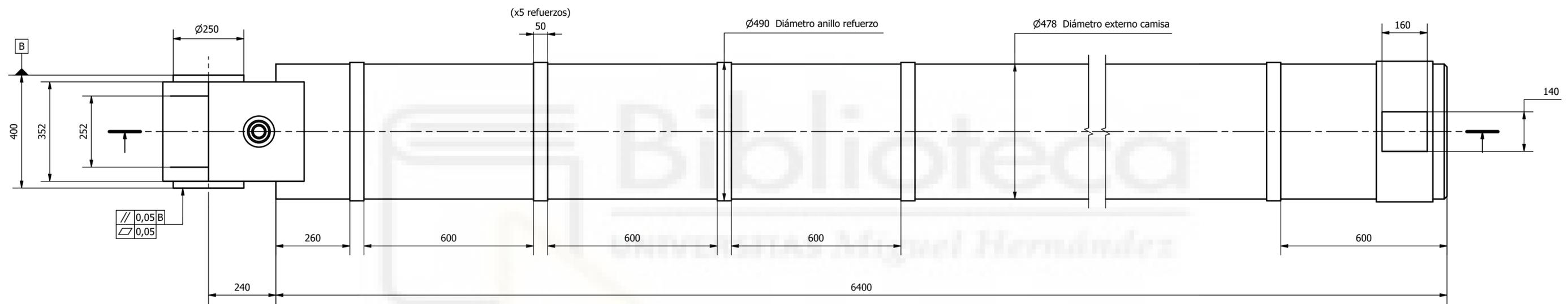
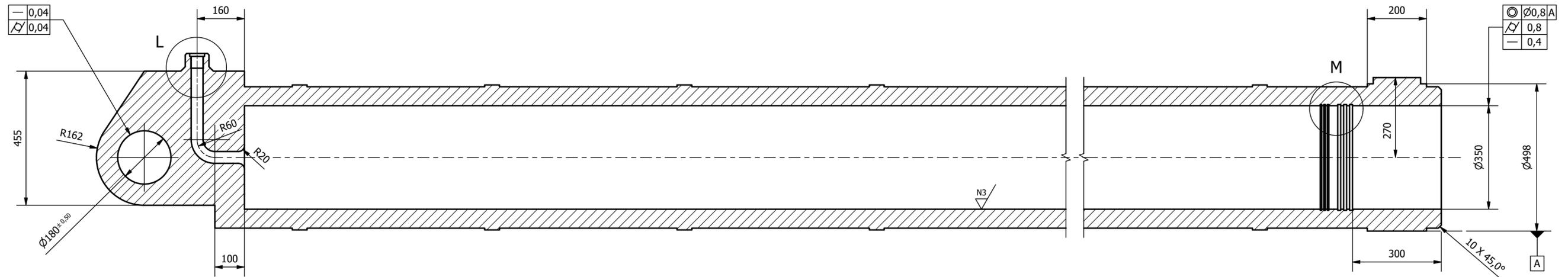
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES		Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A3	ESCALA 1 : 5
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Selector de tramos			 HOJA 1 / 1	
	Material Acero	4.6			
Unidades mm					



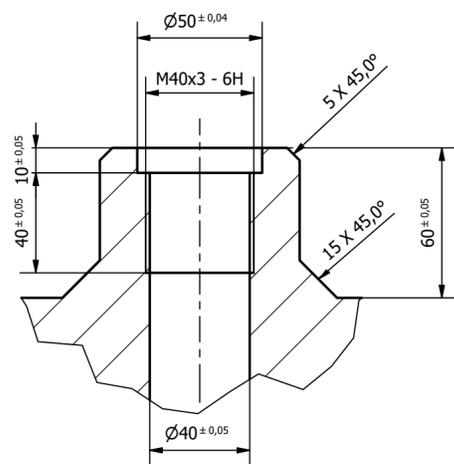
Detalle J (1/2)



Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1 : 5
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Pinza anclaje superior			
	Material Unidades	Acero mm	4.7	HOJA 1 / 1

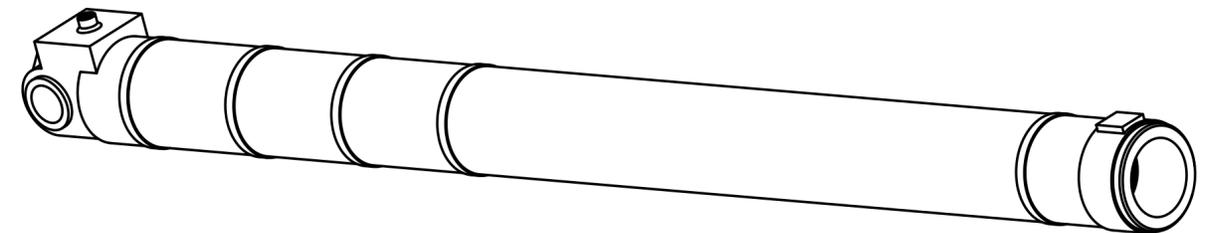
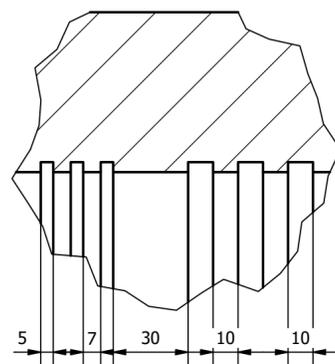


Detalle L (1/2)
Unión línea hidráulica



Diámetro conducto interno

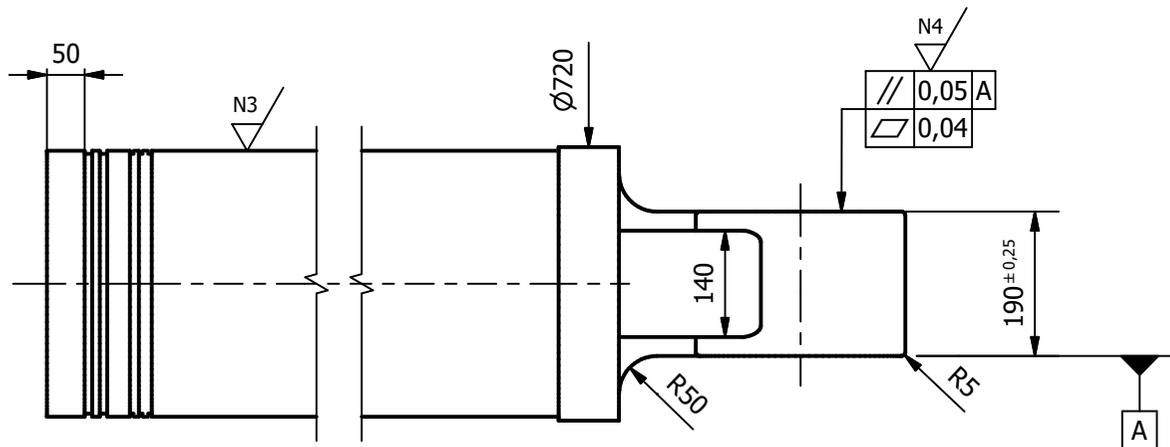
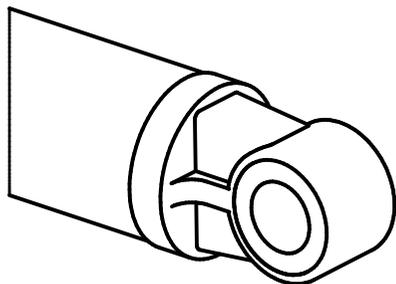
Detalle M (1/2)
Ranurado estanqueidad



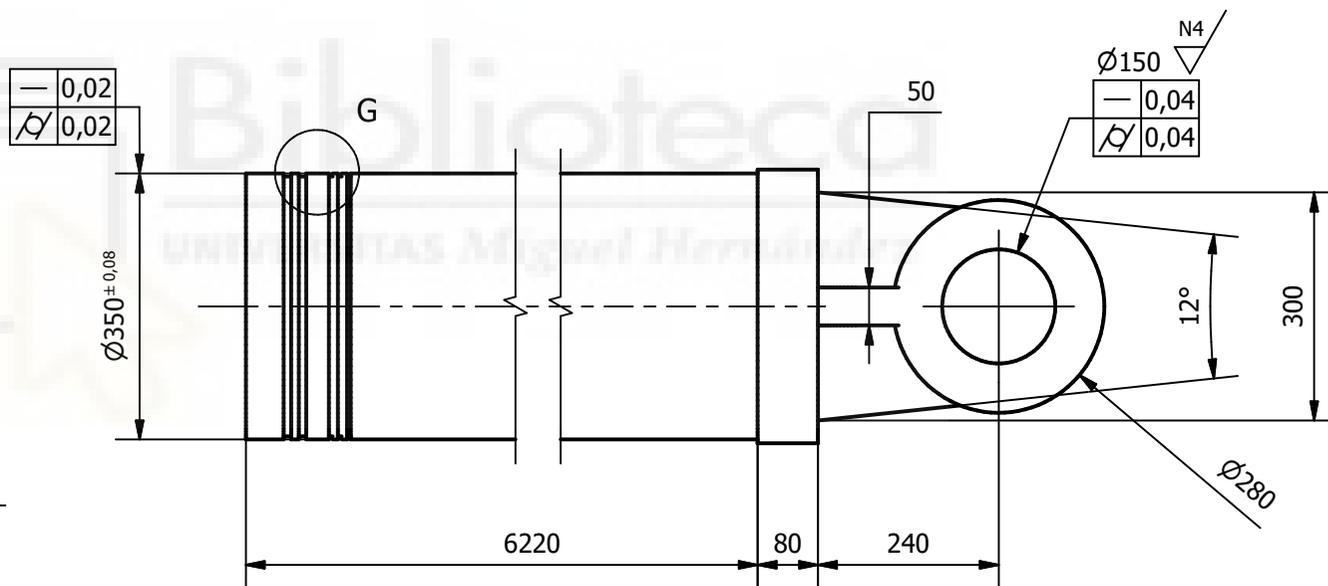
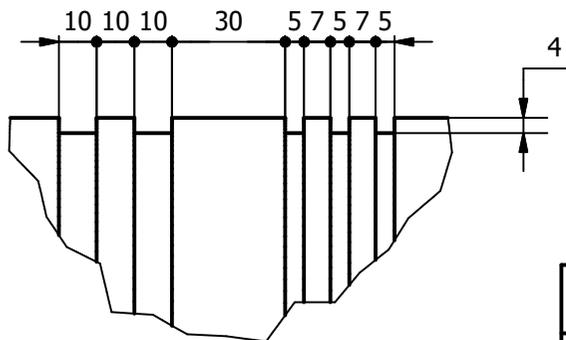
$\sqrt{0,04}$ / $\sqrt{0,8}$

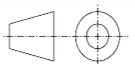
Autor	ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha	01/01/2024	Plano de Despiece	A2	ESCALA	1 : 20
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA		Camisa cilindro elevación		Material	Acero S690QL	HOJA	1 / 1
		Unidades	mm	5.1			

N6 / (N4 / N3)

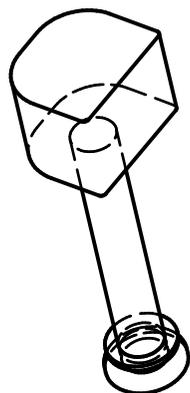
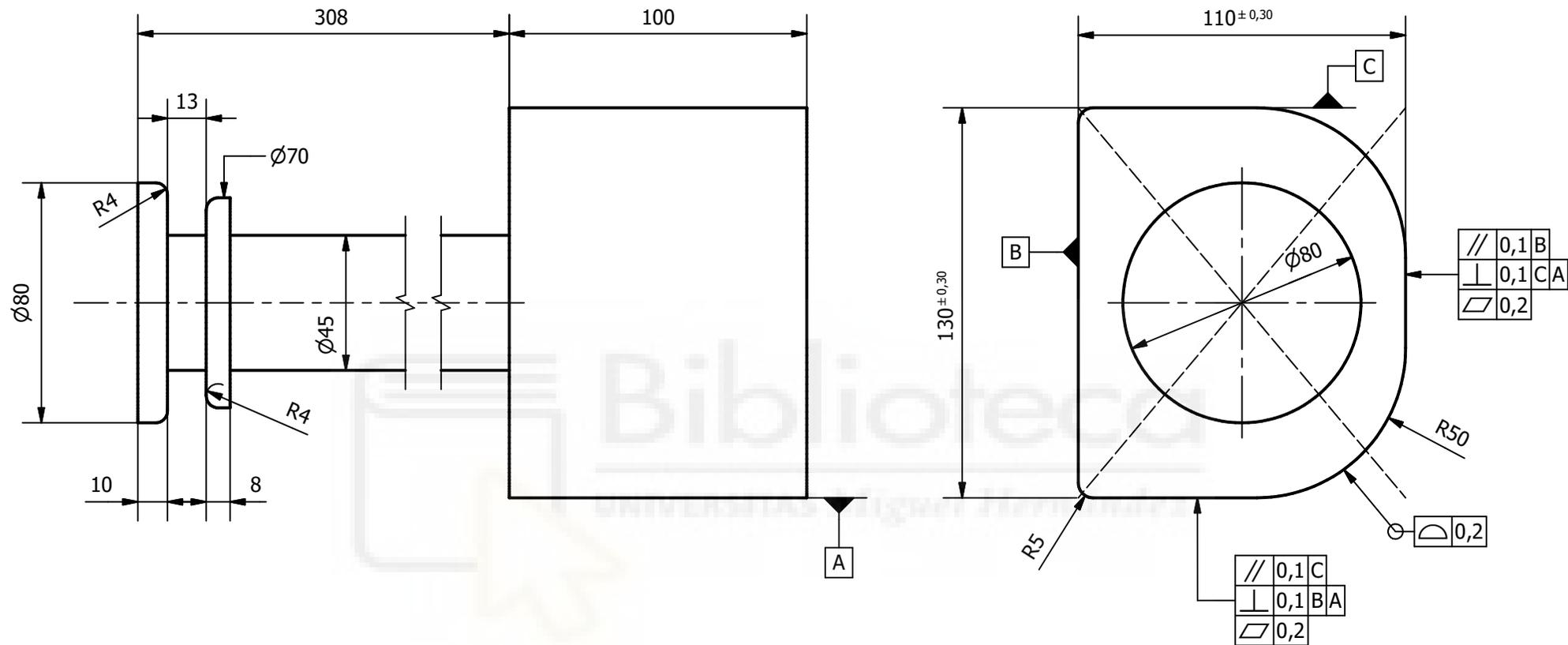


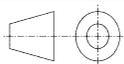
Detalle G (1/2)
Ranuras estanqueidad



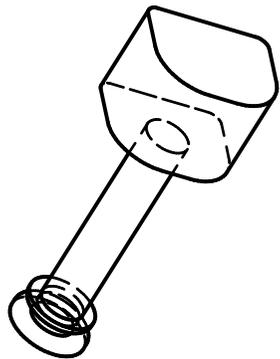
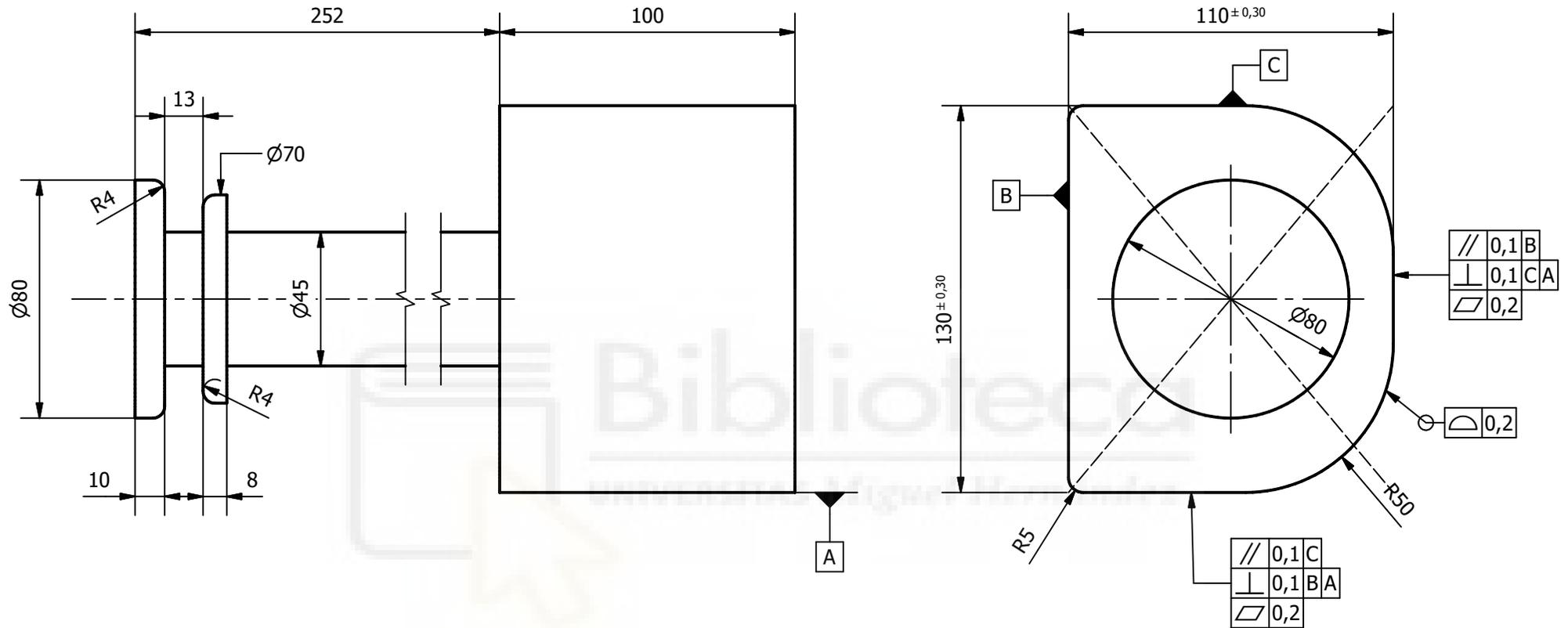
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES		Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece A4	ESCALA 1 : 10
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Vástago cilindro elevación			
	Material Acero C45 400	Unidades mm	5.2	HOJA 1 / 1

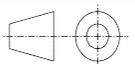
N6



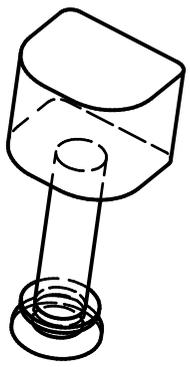
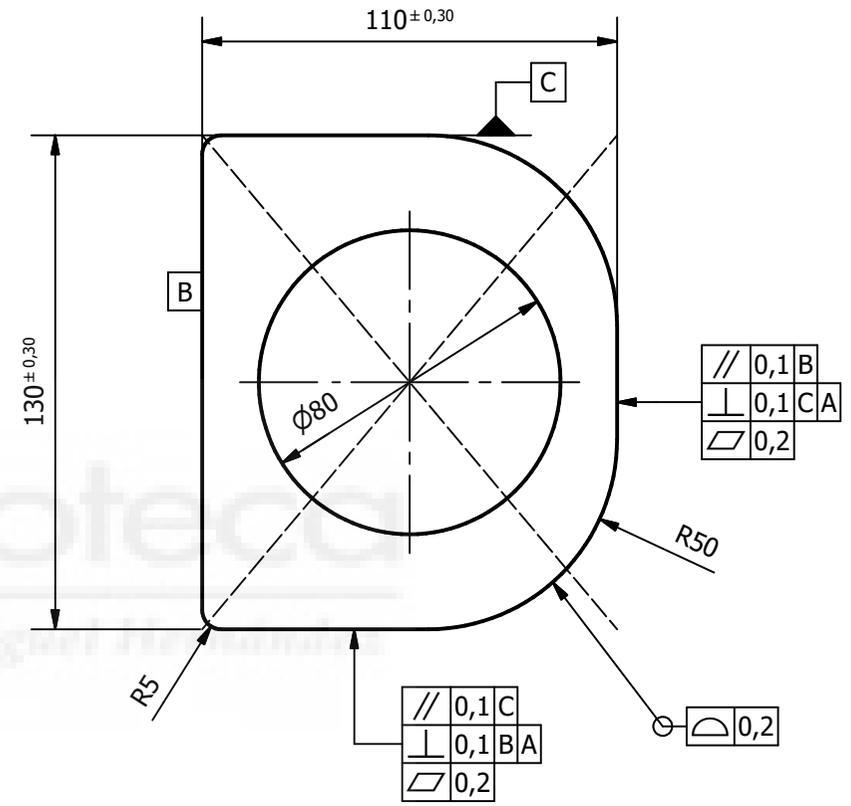
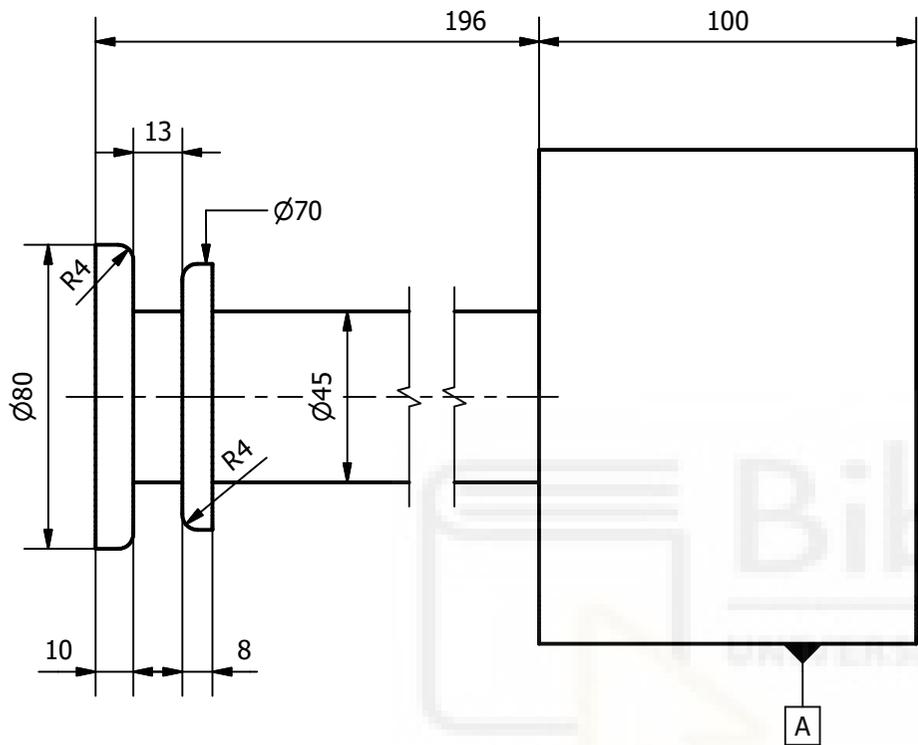
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1 : 2
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Pin anclaje superior T2			
	Material	Acero C45 700	6.1	HOJA 1 / 1
Unidades	mm			

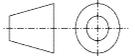
N6



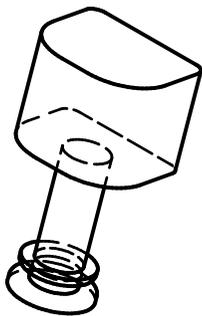
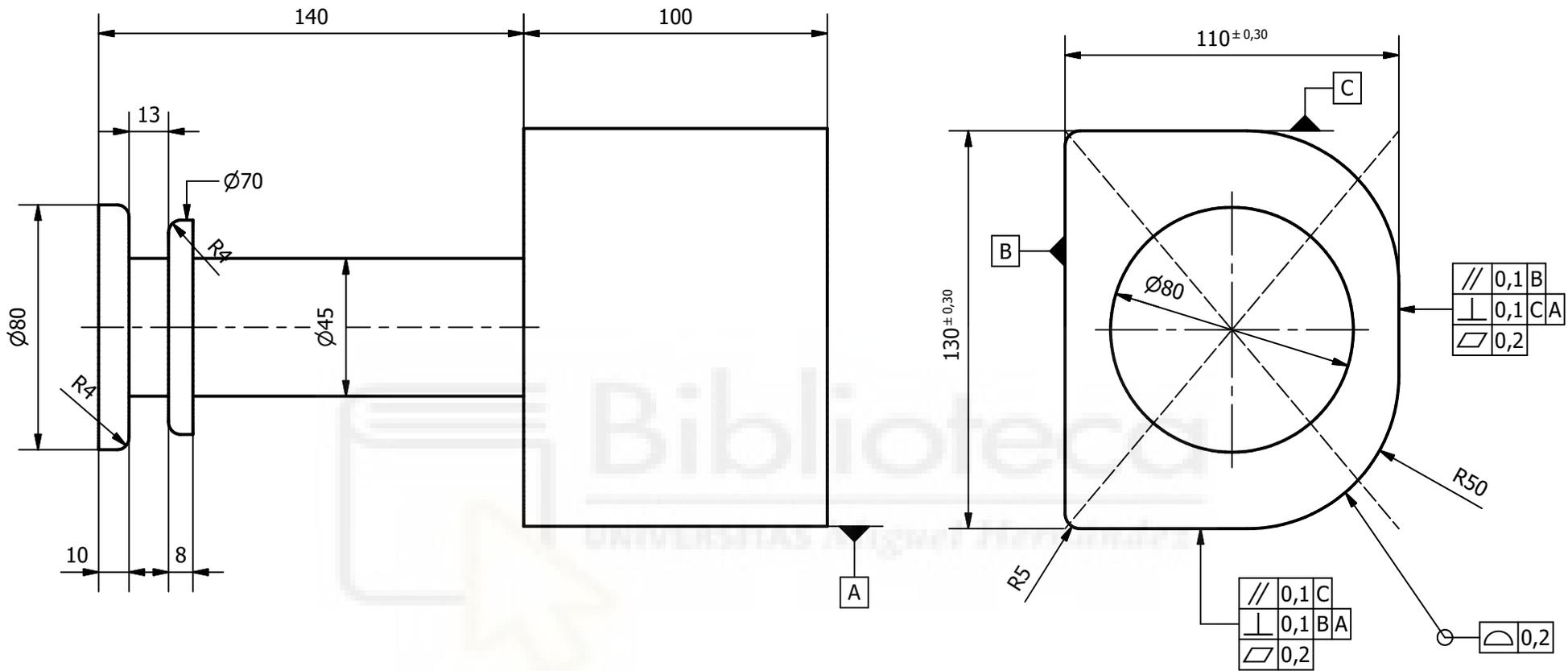
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES		Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1 : 2
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Pin anclaje superior T3				HOJA 1 / 1
	Material Acero C45 700	Unidades mm			

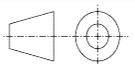
N6



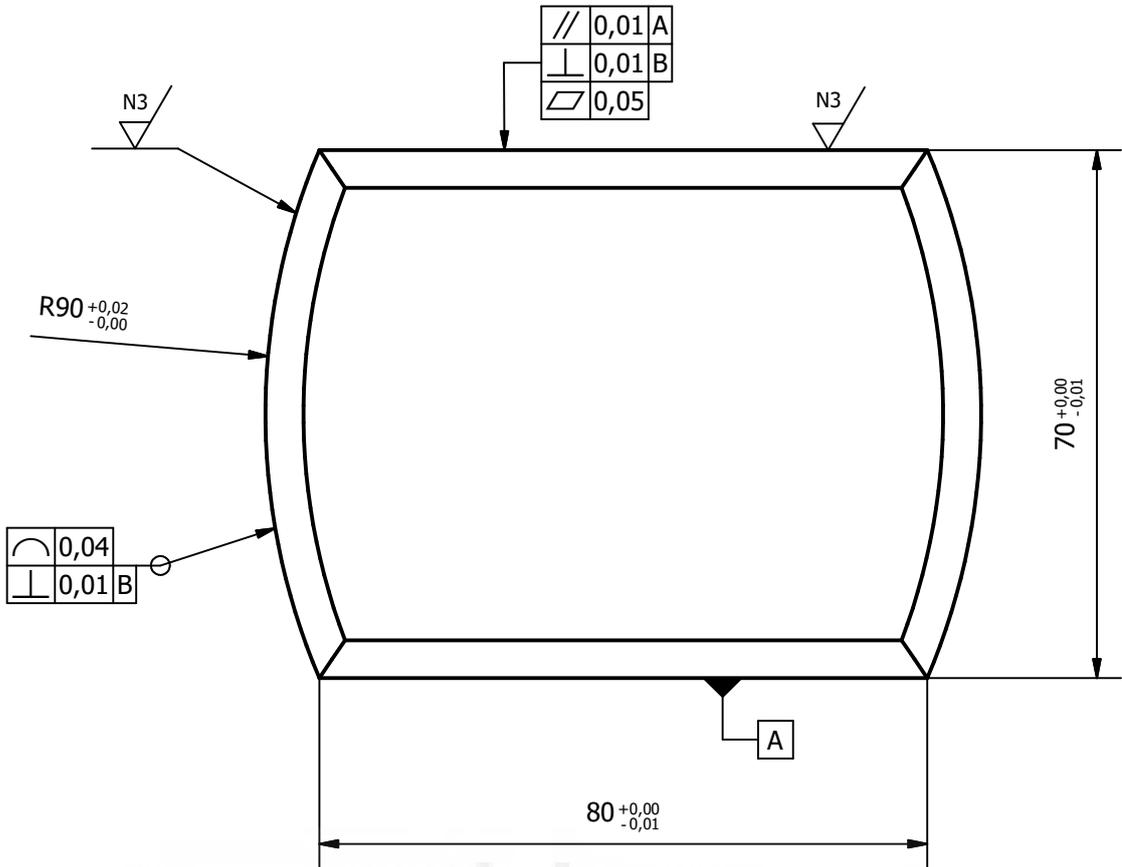
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1 : 2
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Pin anclaje superior T4			
	Material Unidades	Acero C45 700 mm	6.3	HOJA 1 / 1

N6

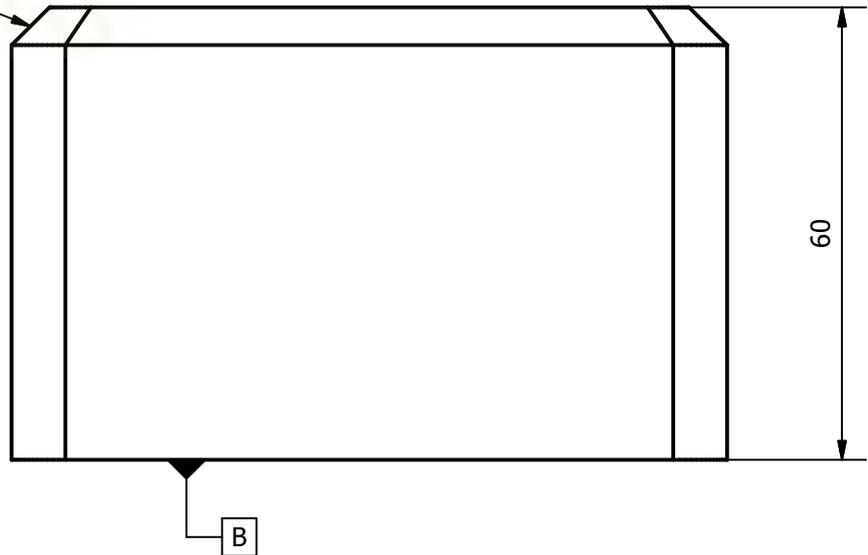
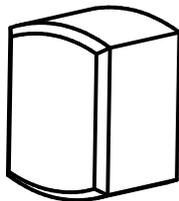


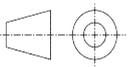
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES		Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1 : 2
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Pin anclaje superior T5				HOJA 1 / 1
	Material Acero C45 700	Unidades mm			

N6 / (N3)

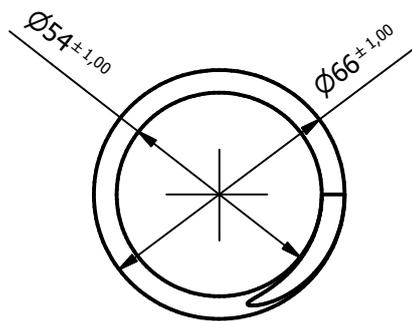
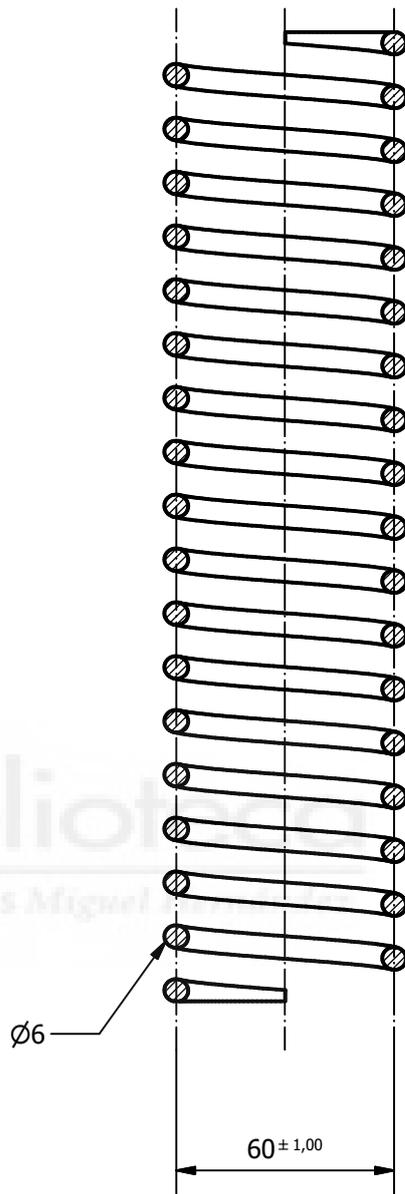
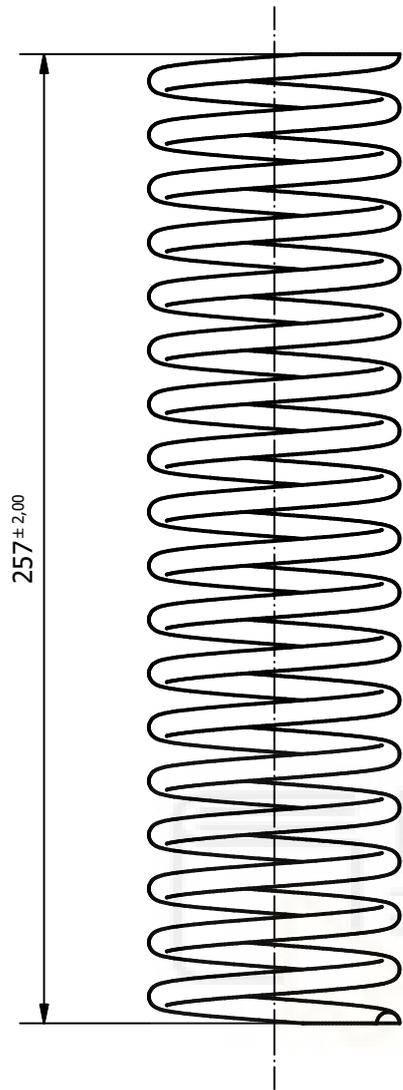


5 X 45,0°



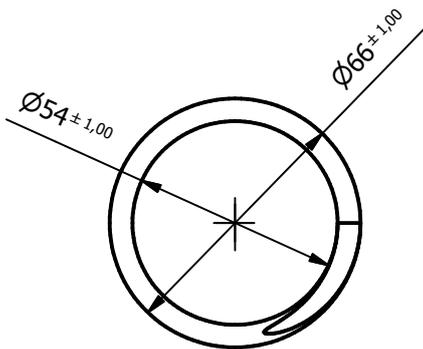
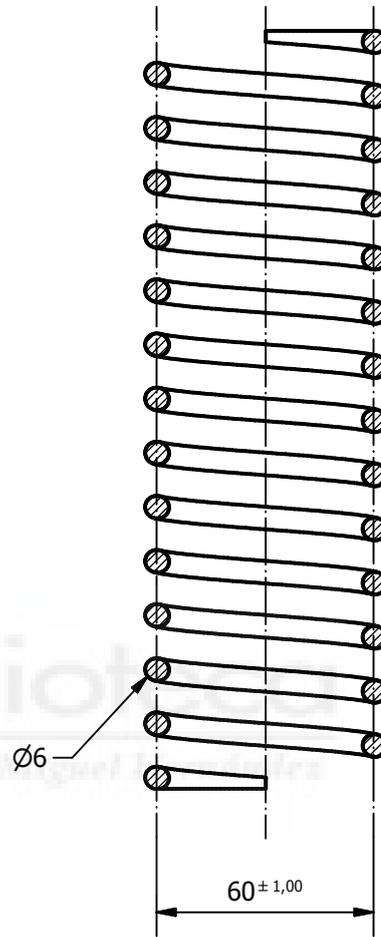
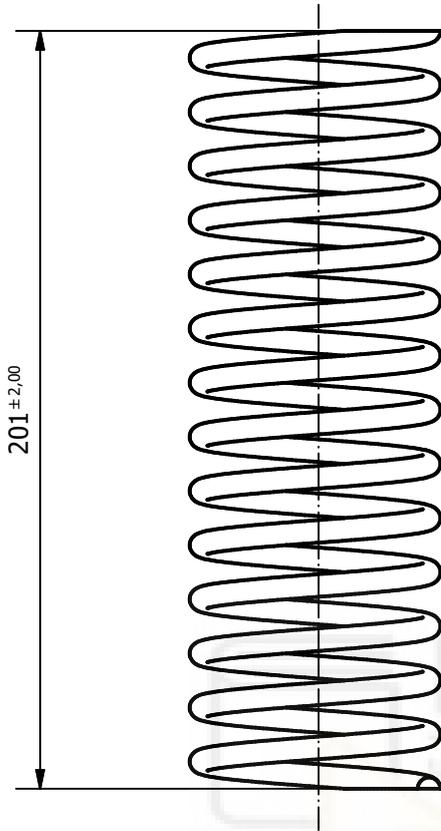
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 20/8/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1/1
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Pin anclaje lateral			
	Material Unidades	Acero C45 mm	6.5	HOJA 1 / 1

N7

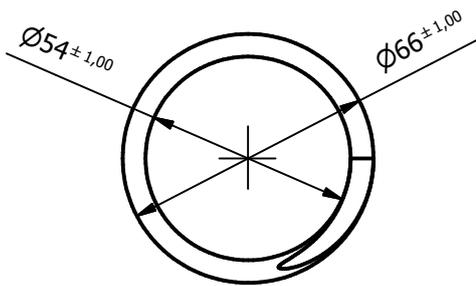
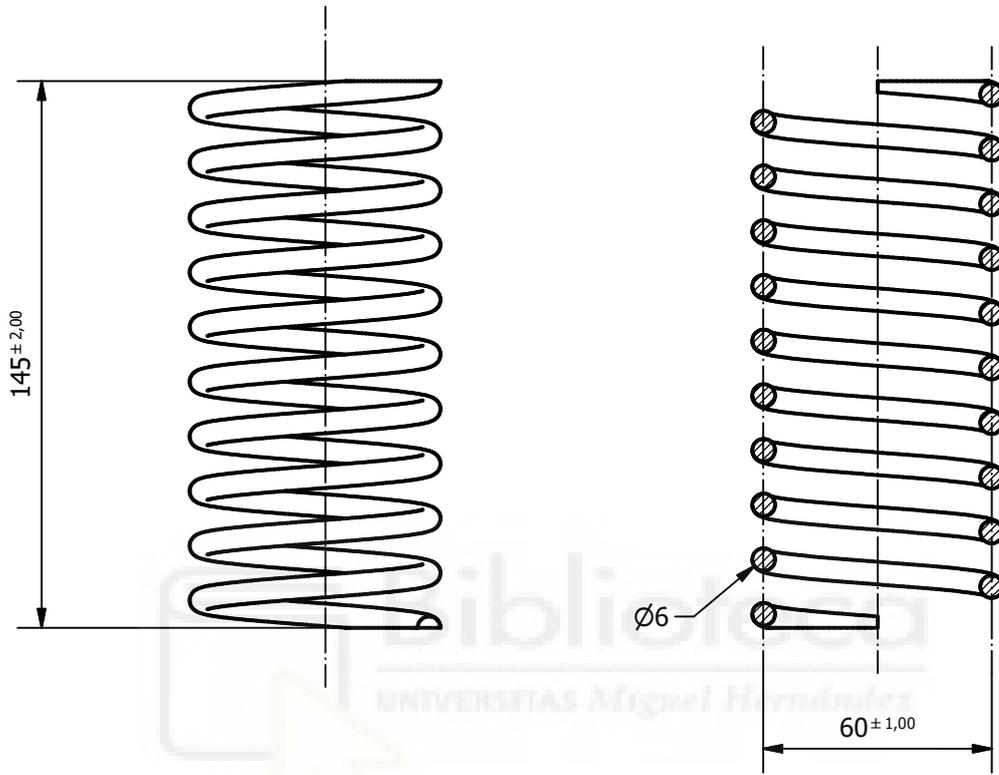


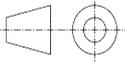
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1 : 2
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Muelle anclaje superior T2			
	Material Unidades	Acero mm	6.6	HOJA 1 / 1

N7

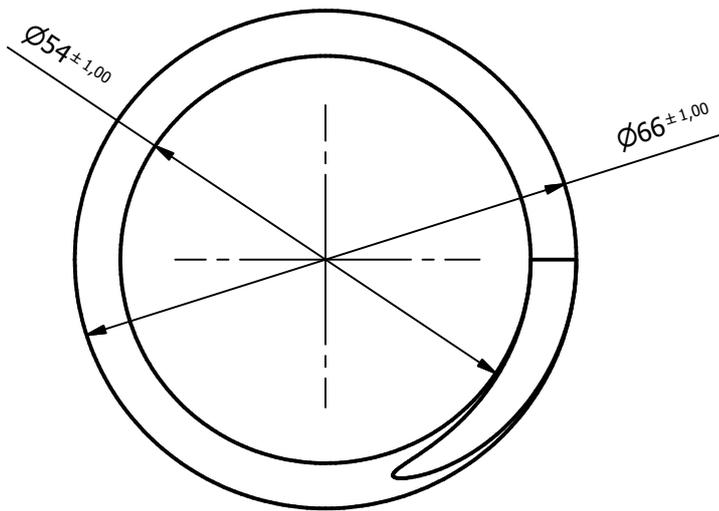
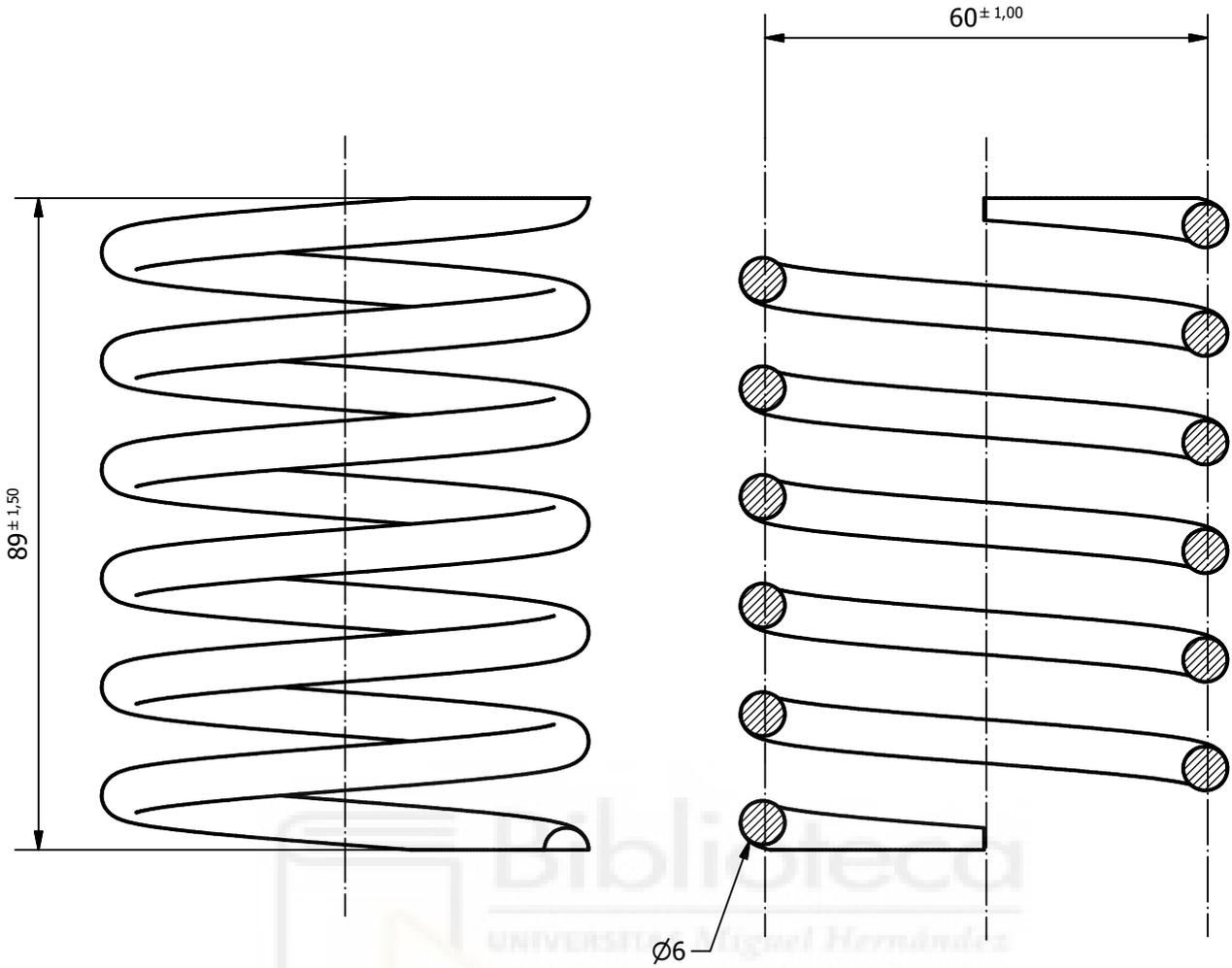


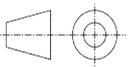
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1 : 2
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Muelle anclaje superior T3			
	Material Unidades	Acero mm	6.7	HOJA 1 / 1

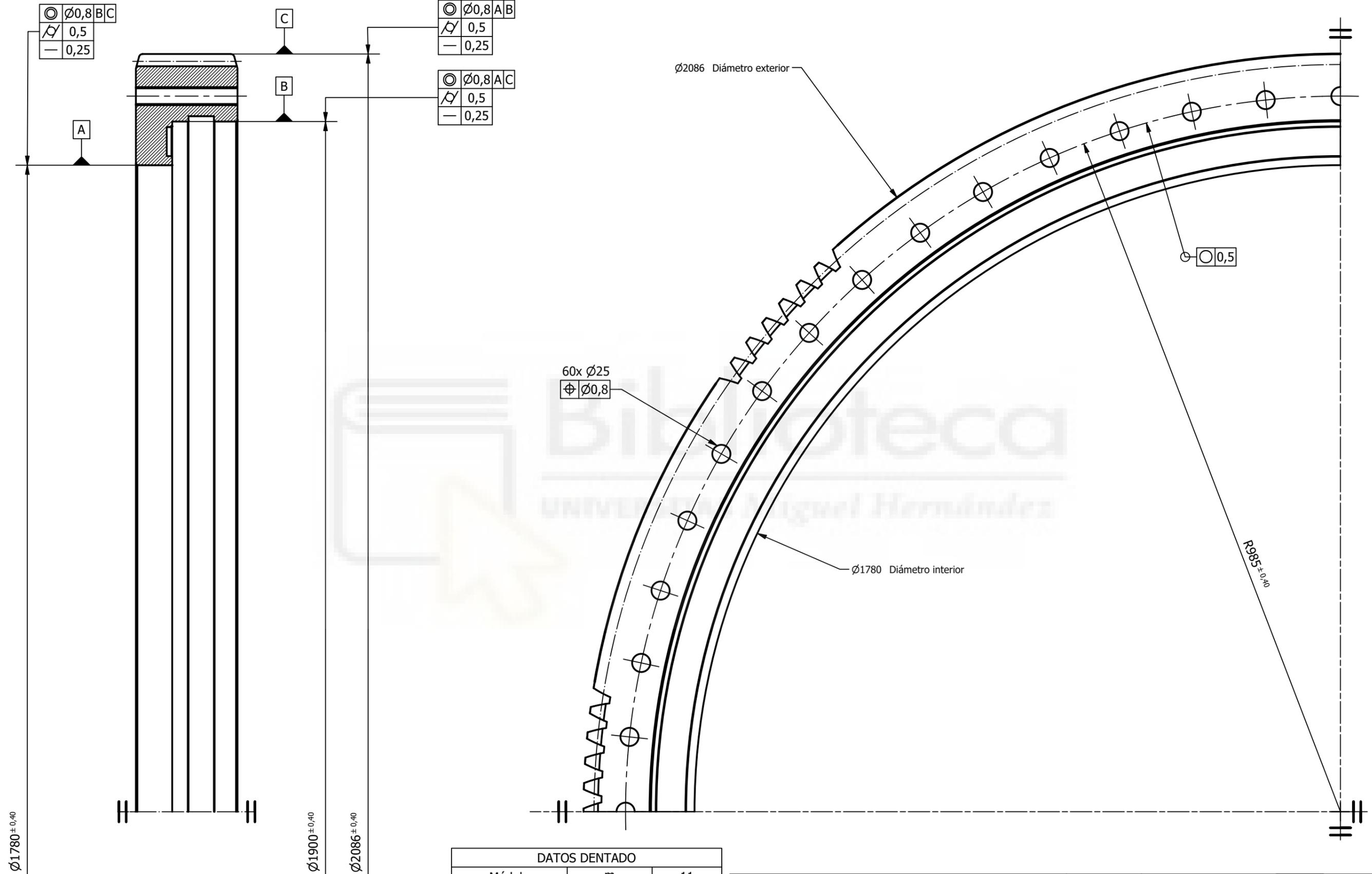


Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1 : 2
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Muelle anclaje superior T4			
	Material Unidades	Acero mm	6.8	HOJA 1 / 1

N7



Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A4	ESCALA 1 : 1
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Muelle anclaje superior T5			
	Material Unidades	Acero mm	6.9	HOJA 1 / 1



⊙	Ø0,8	BC
∠	0,5	
—	0,25	

⊙	Ø0,8	AB
∠	0,5	
—	0,25	

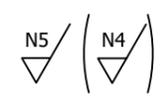
⊙	Ø0,8	AC
∠	0,5	
—	0,25	

60x	Ø25
⊕	Ø0,8

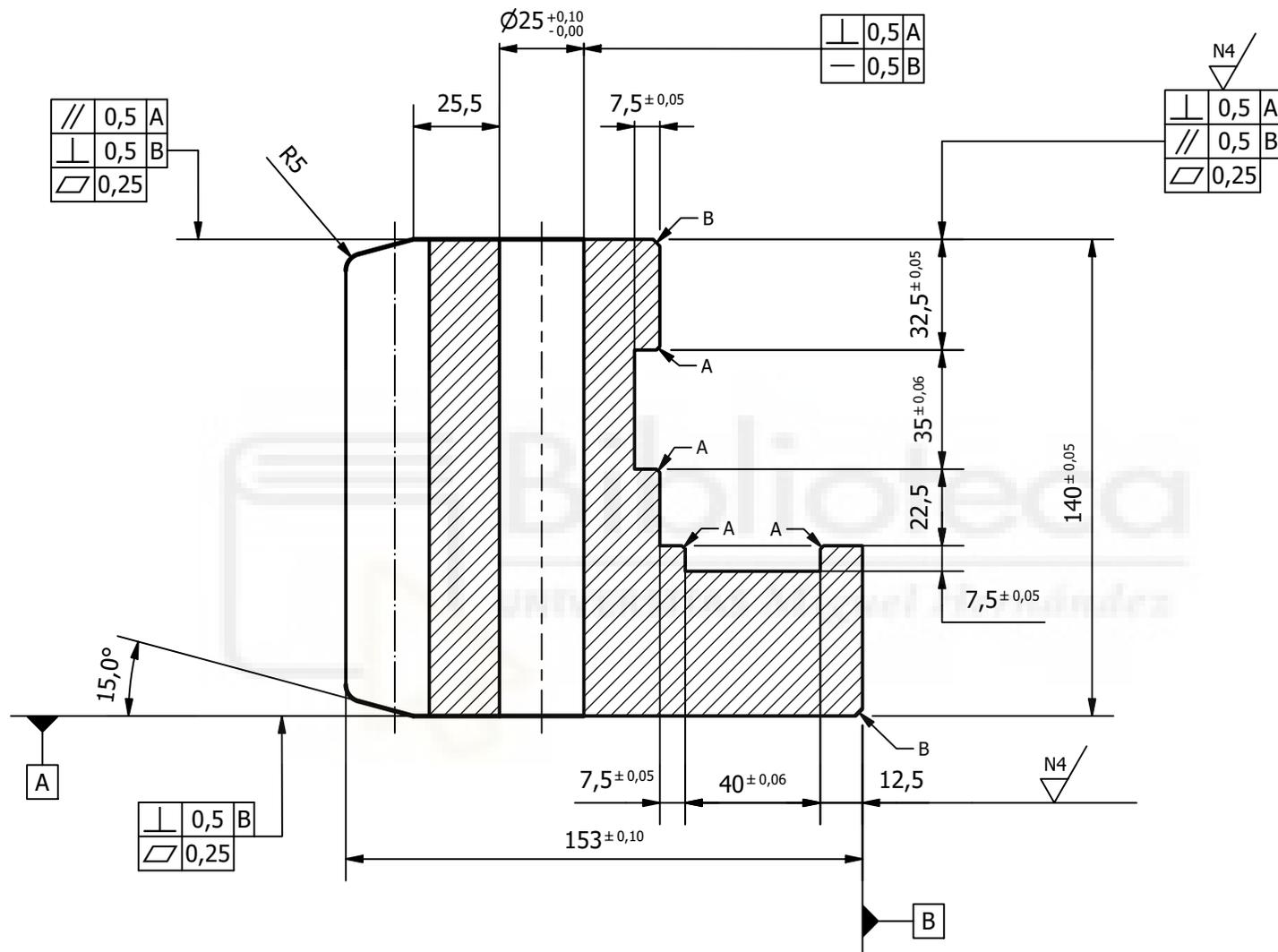
⊙	0,5
---	-----

DATOS DENTADO		
Módulo	m	11
Nº de dientes	Z	187
Diámetro primitivo	dp (mm)	2057
Distancia entre ejes	C (mm)	2233
Piñón conjugado	Nº de dientes	16
	Plano nº	7.3

Autor		ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha	01/01/2024	Plano de Despiece	A3	ESCALA	1 : 5
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA		Anillo externo corona		Material: Acero C45 Unidades: mm		7.1	HOJA 1 / 2	

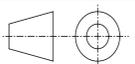


N5 / (N4)

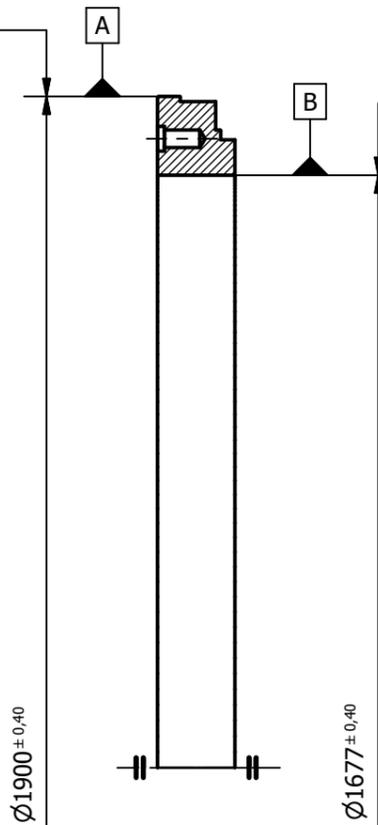


A: Chaflán 1x45°

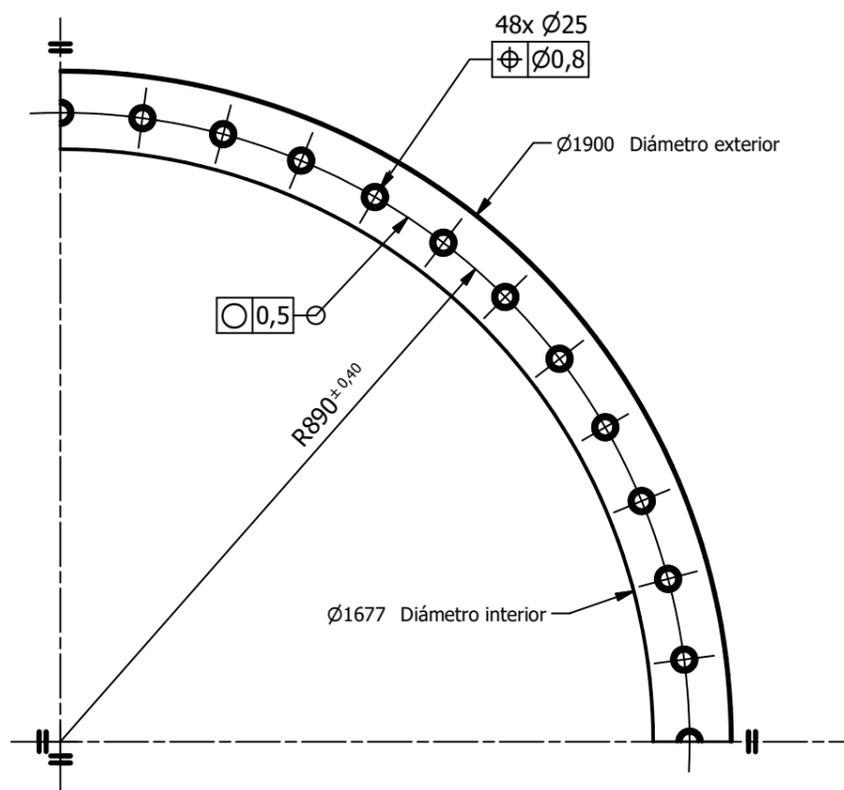
B: Chaflán 2x45°

Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES		Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece A4	ESCALA 1 : 2
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Anillo externo corona		 HOJA 7.1 2 / 2	
	Material Acero C45	Unidades mm		

⊙	∅0,8	B
∠	0,5	
—	0,25	



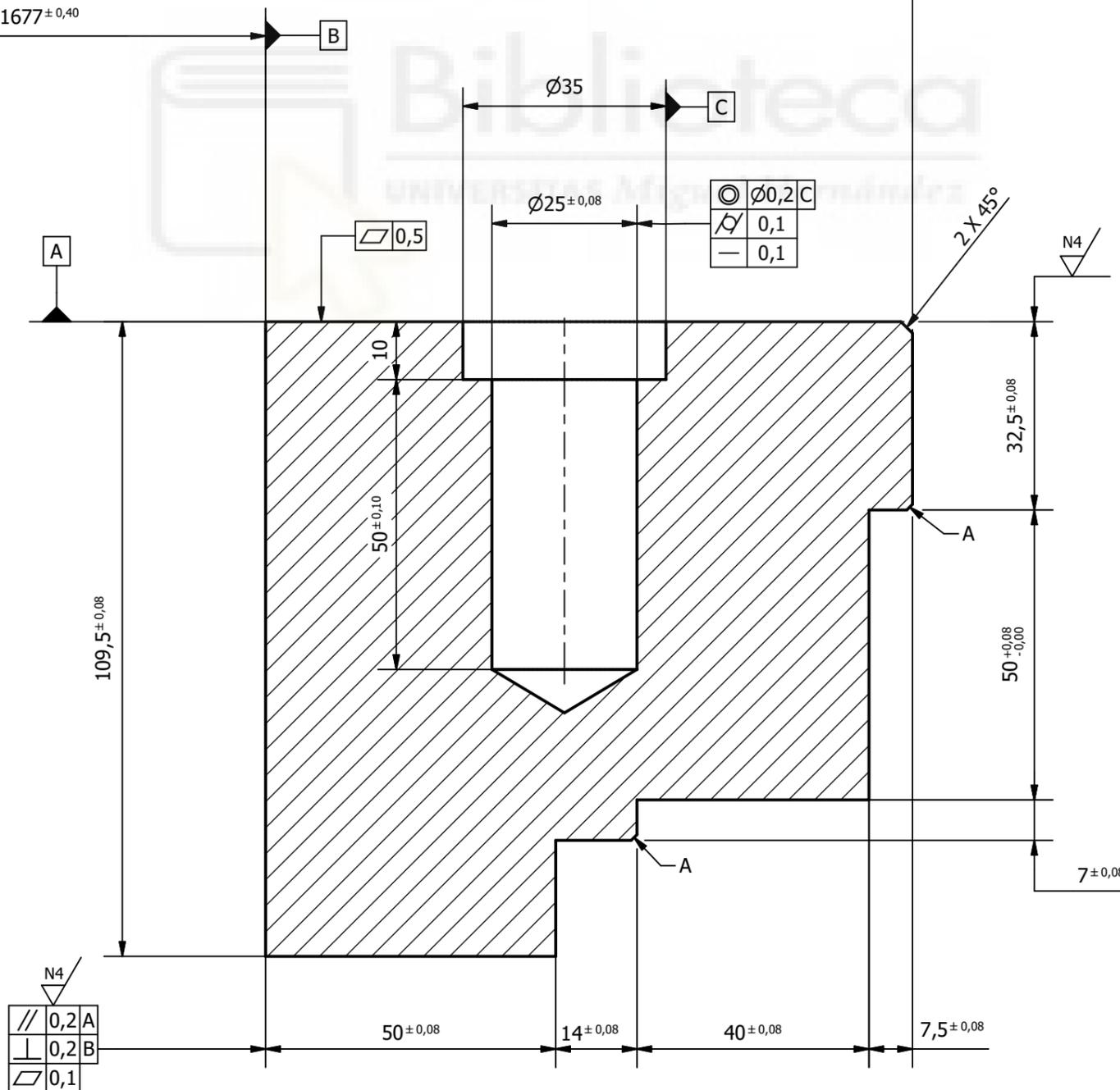
⊙	∅0,8	A
∠	0,5	
—	0,25	



Sección del anillo interno (1/2)

∅1900±0,40

∅1677±0,40



A: Chaflán 1x45°

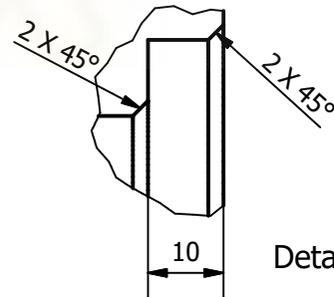
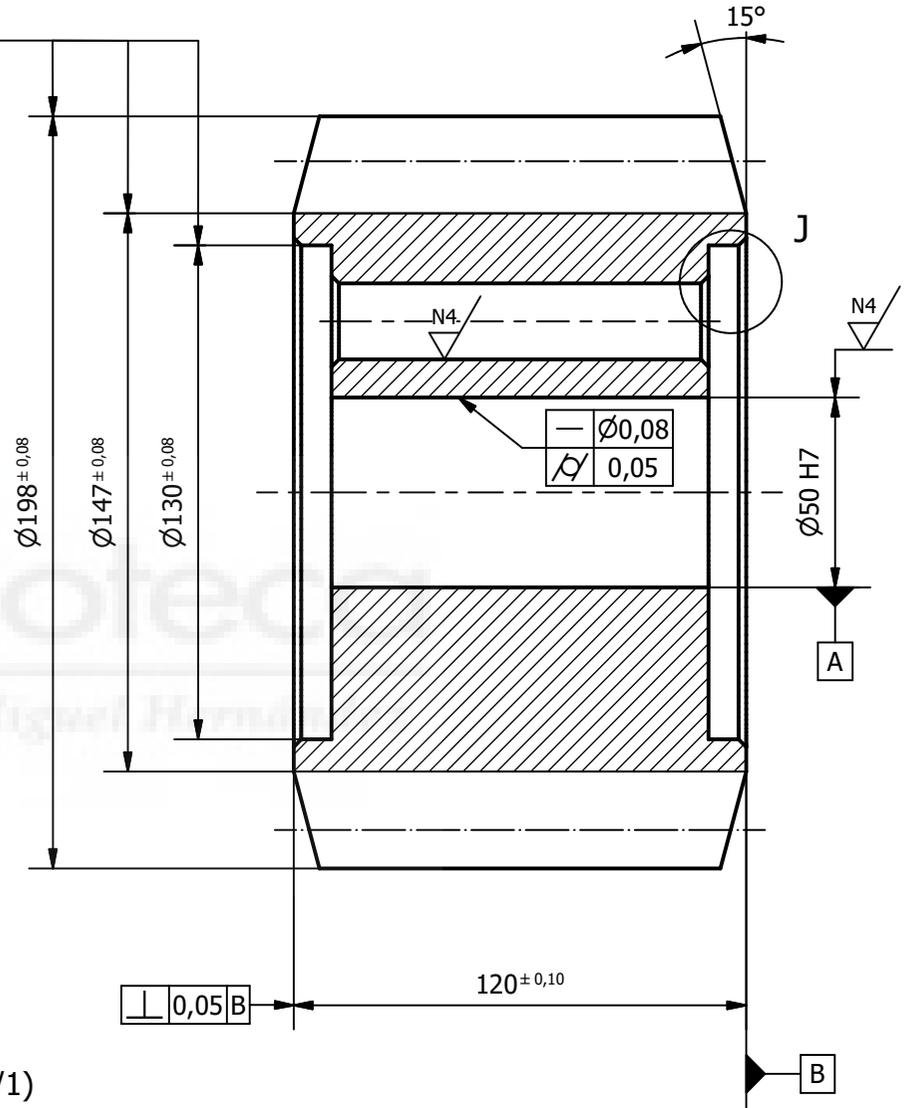
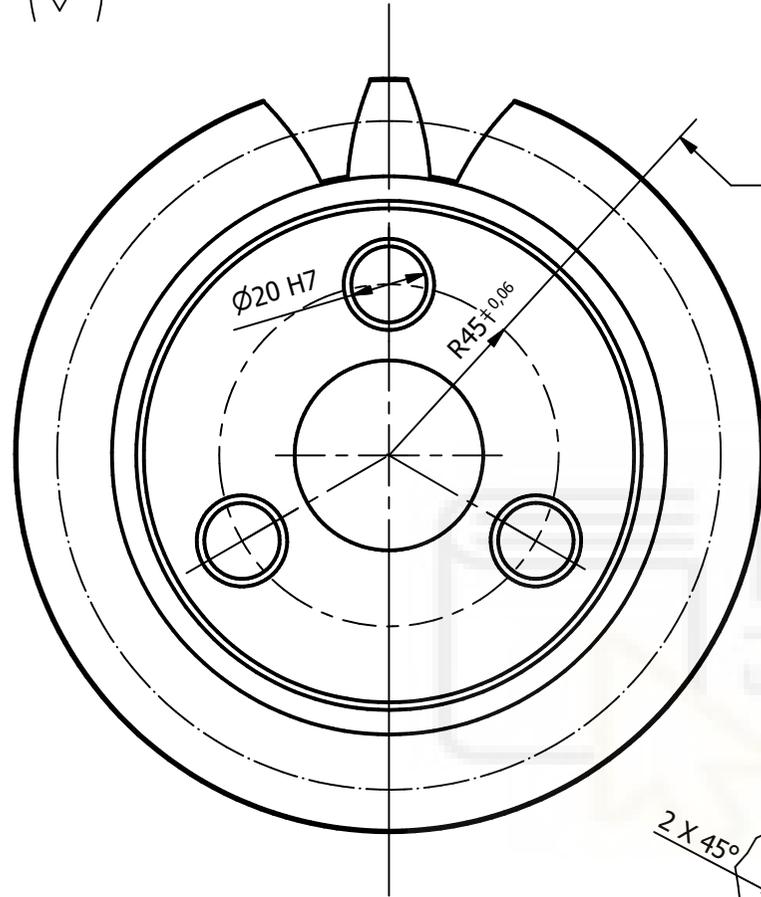


Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES		Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece A3	ESCALA 1 : 10
EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA		Anillo interno corona		
		Unidades mm		

N5 / (N4)

⊙	∅0,05 A
∠	0,04
—	0,04

⊙	∅0,05 A
∠	0,04

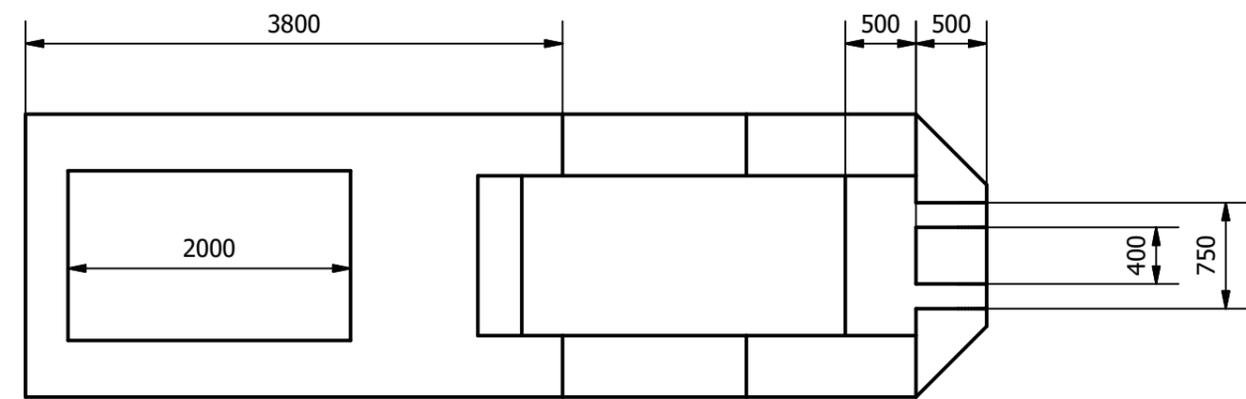
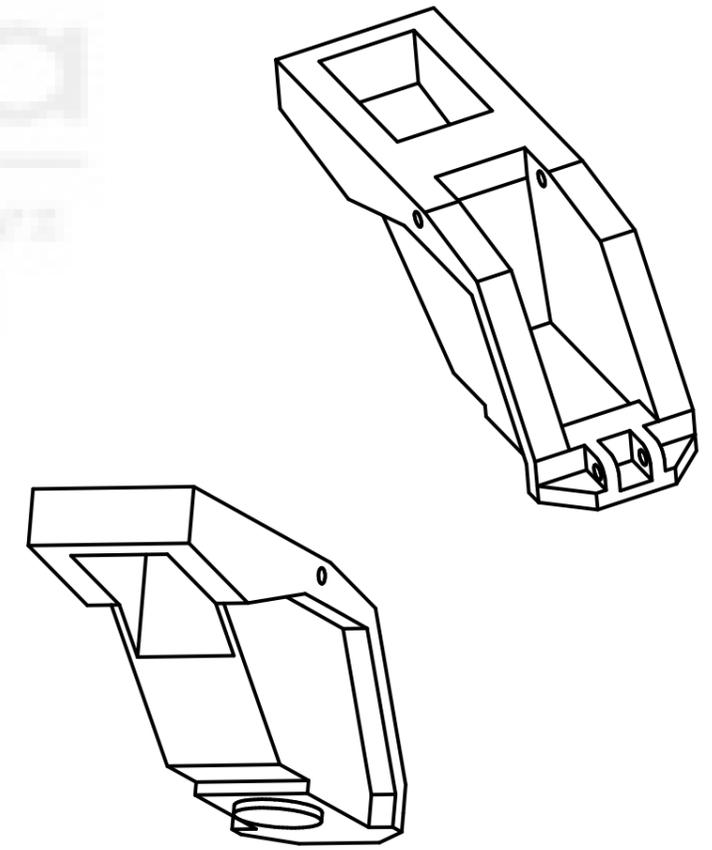
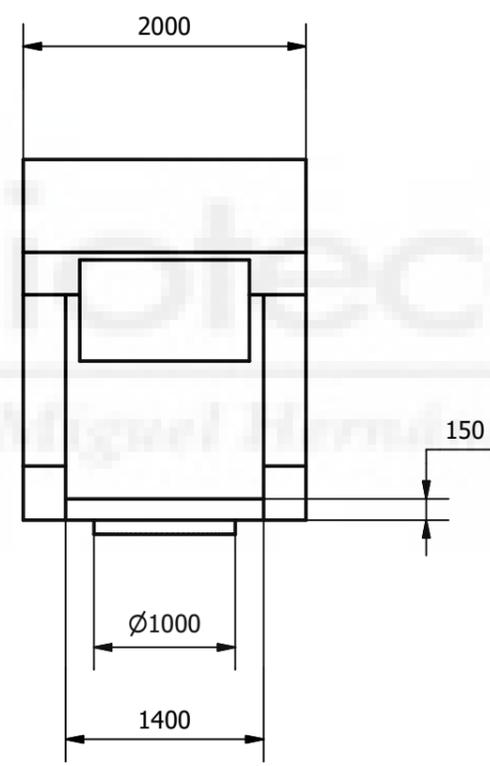
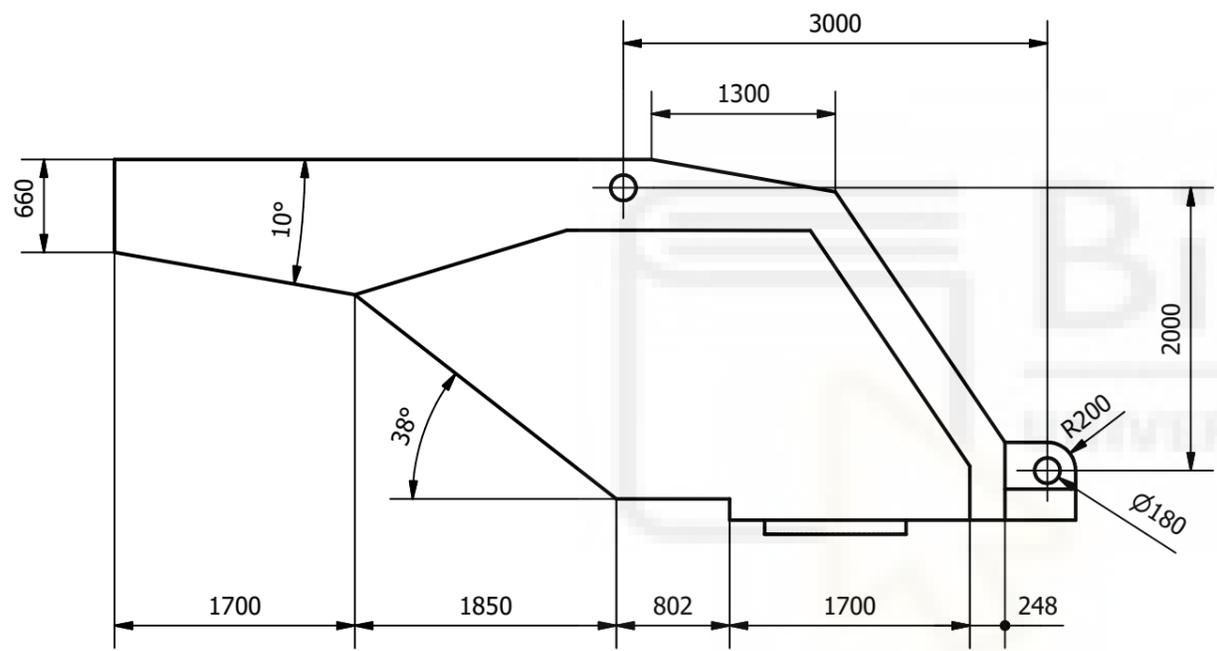
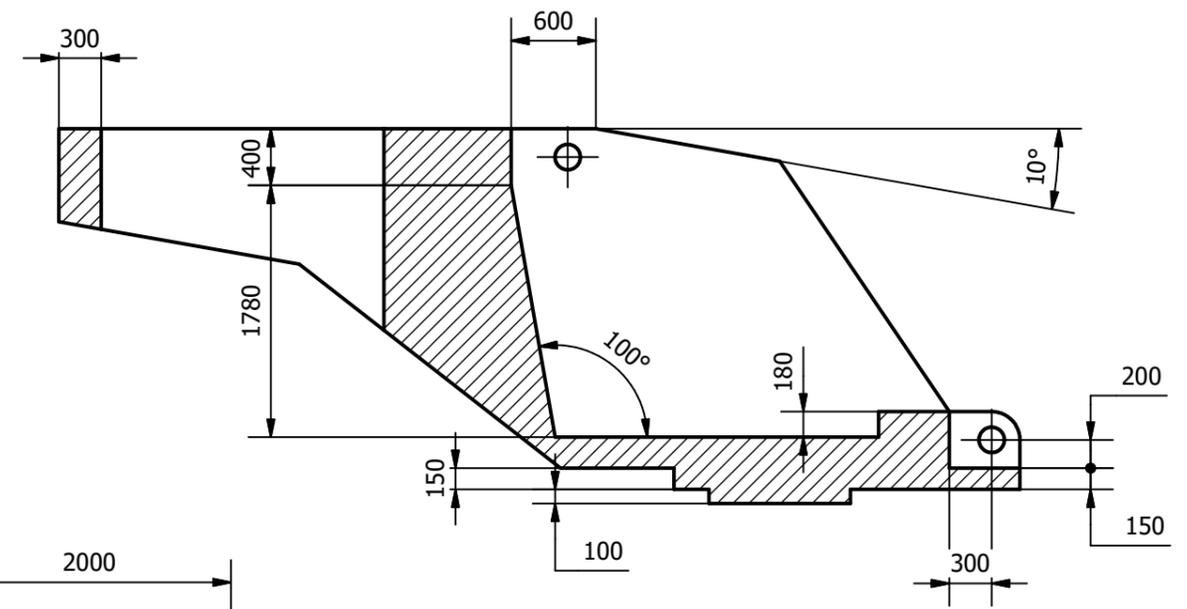
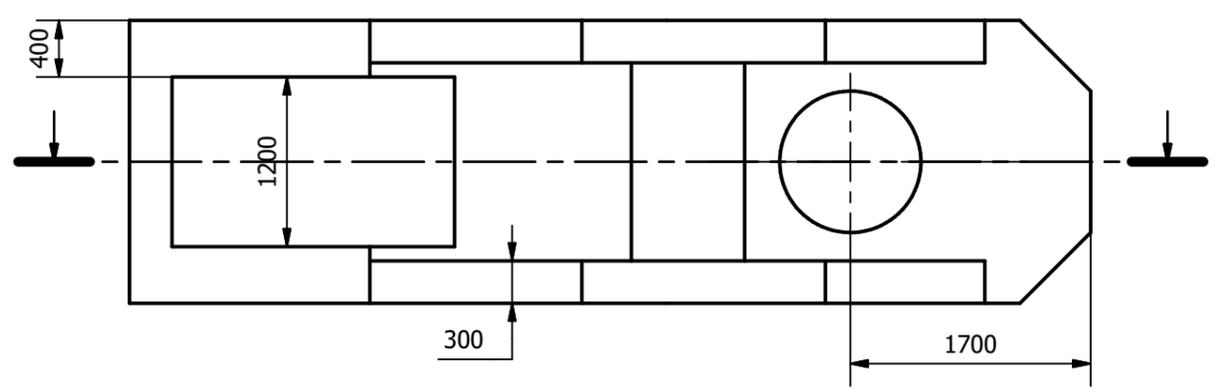


Detalle J (1/1)

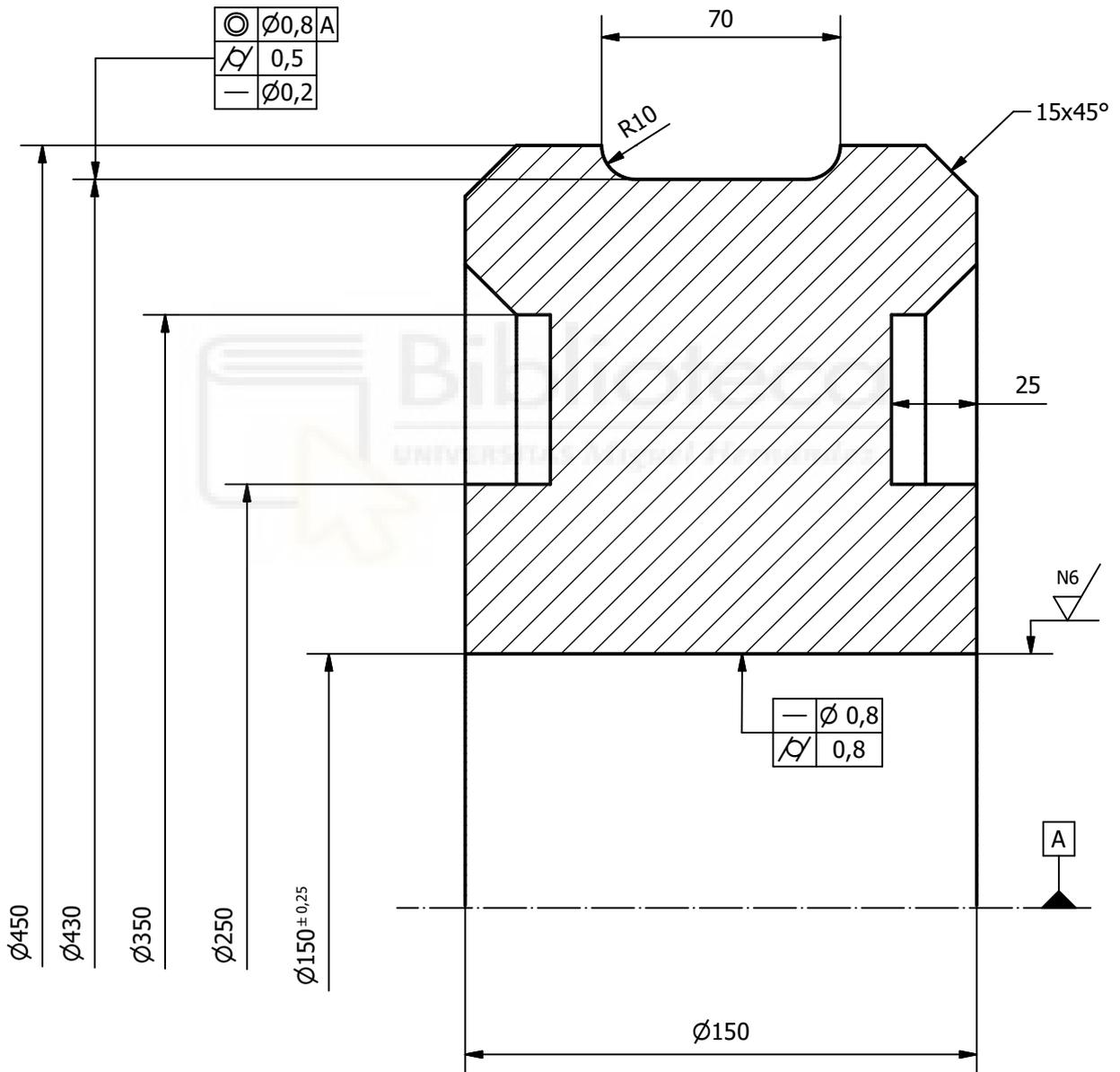
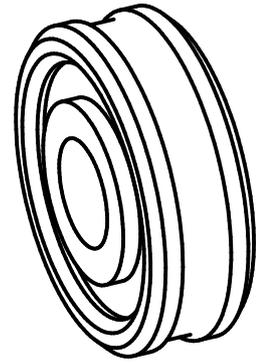
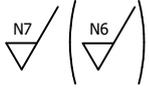
DATOS DENTADO		
Módulo	m	11
Nº de dientes	Z	16
Diámetro primitivo	dp (mm)	176
Distancia entre ejes	C (mm)	2233
Datos corona	Nº de dientes	187
	Plano nº	7.1

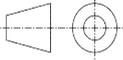
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES		Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece A4	ESCALA 1 : 2
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Piñón corona		 HOJA 1 / 1	
	Material Acero C45	7.3		
Unidades mm				

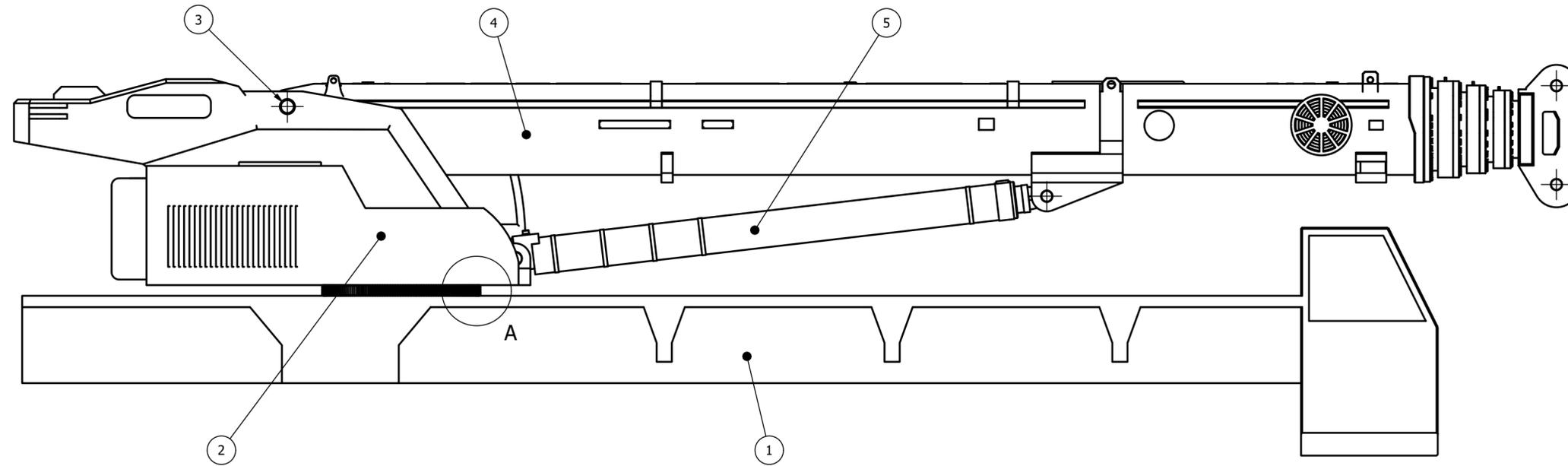
N8



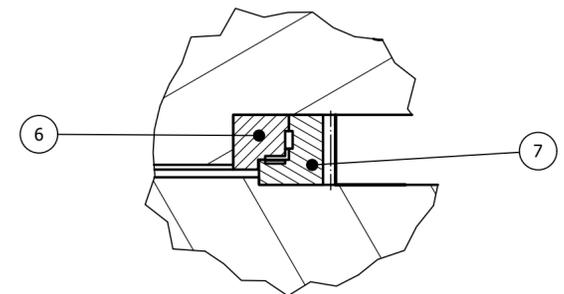
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES		Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece	A3	ESCALA 1 : 50
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Bastidor principal superestructura			 HOJA 1 / 1	
	Material Unidades	Acero mm	7.4		



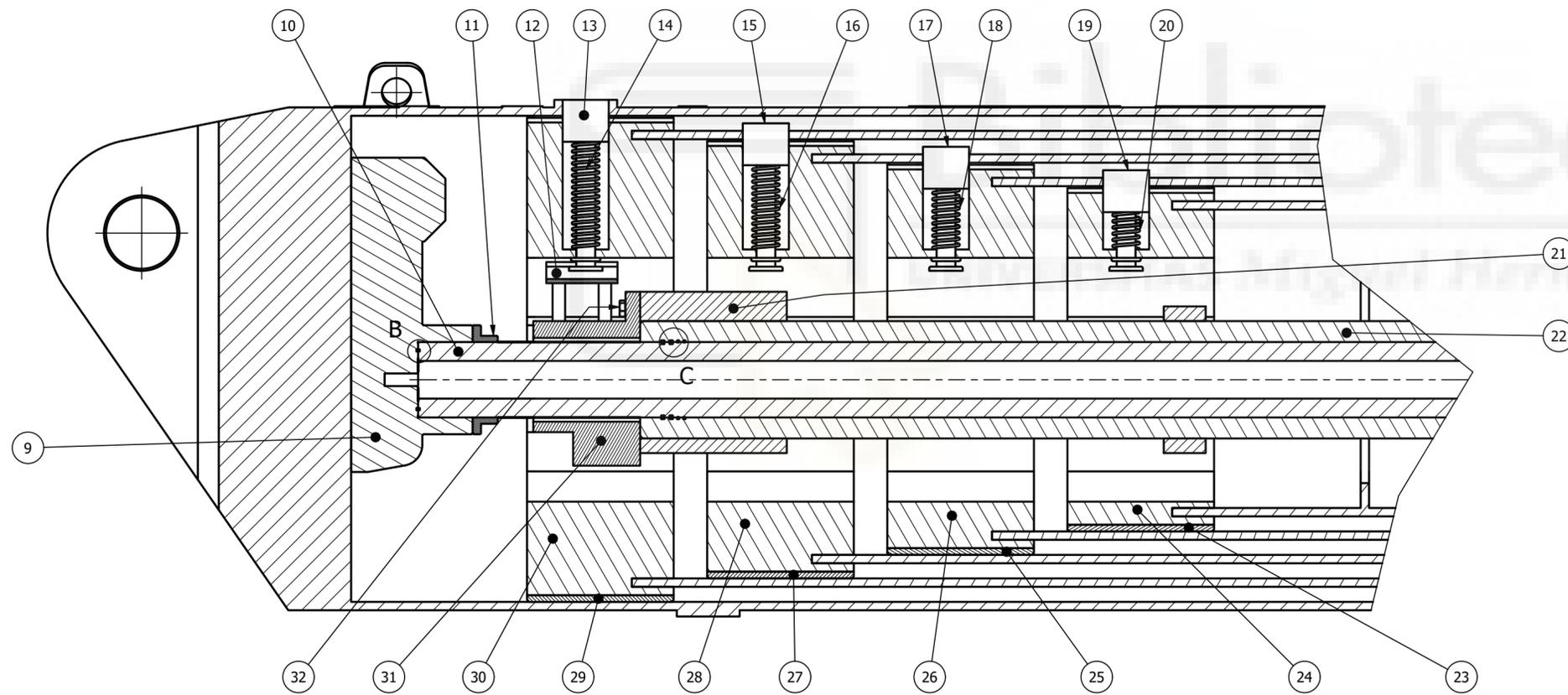
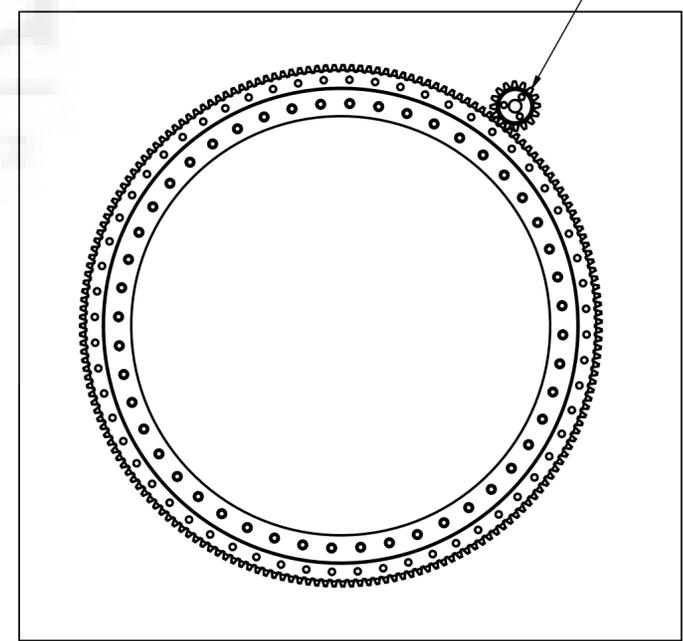
Autor ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha 01/01/2024	Plano de Despiece A4	ESCALA 1 : 2
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA	Polea Material: Nylon reforzado Unidades: mm		 HOJA 1 / 1
8.0			



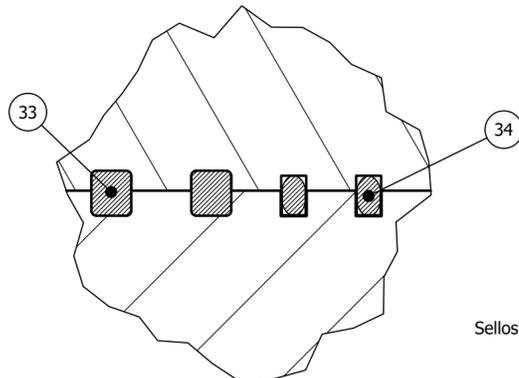
Detalle A (1/10)
Sección corona de giro



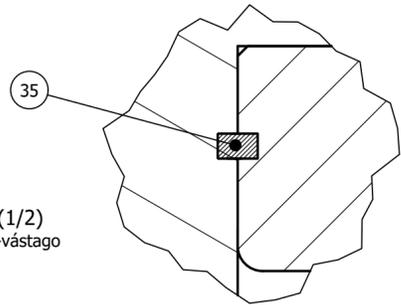
Vista superior corona (1/50)



Sección interna pluma (1/10)

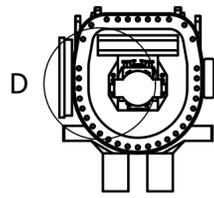


Detalle C (1/2)
Sellos estanqueidad camisa cilindro telescopado

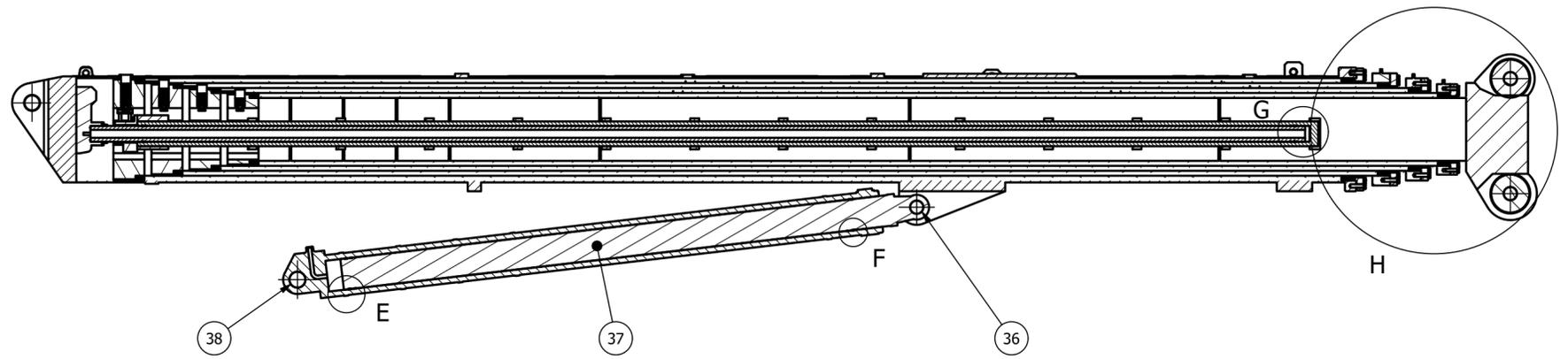


Detalle B (1/2)
Junta soporte-vástago

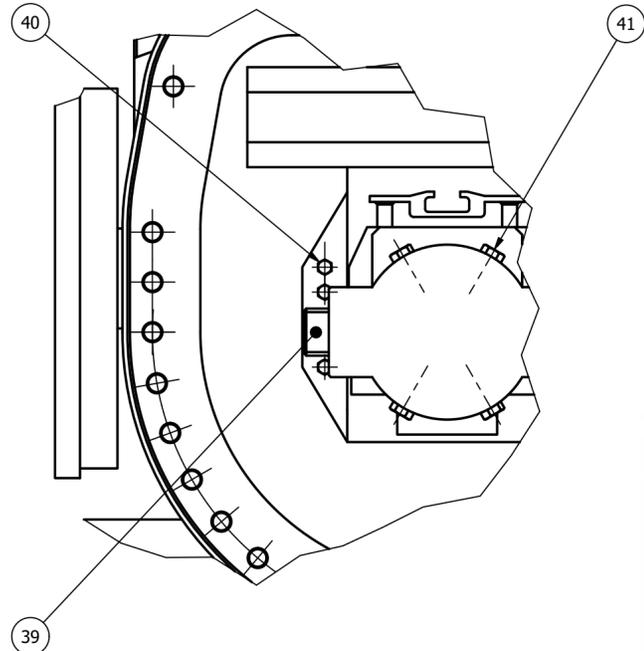
Autor	ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha	01/01/2024	Plano de Conjunto	A2	ESCALA	1 : 50
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA		Ensamblaje Pluma Completa 9.0		 HOJA 1 / 3			



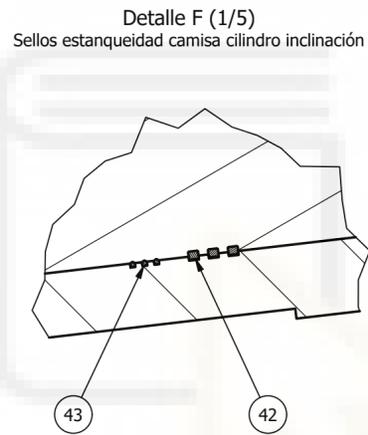
D (1/10)
Detalle sistema interno telescopado



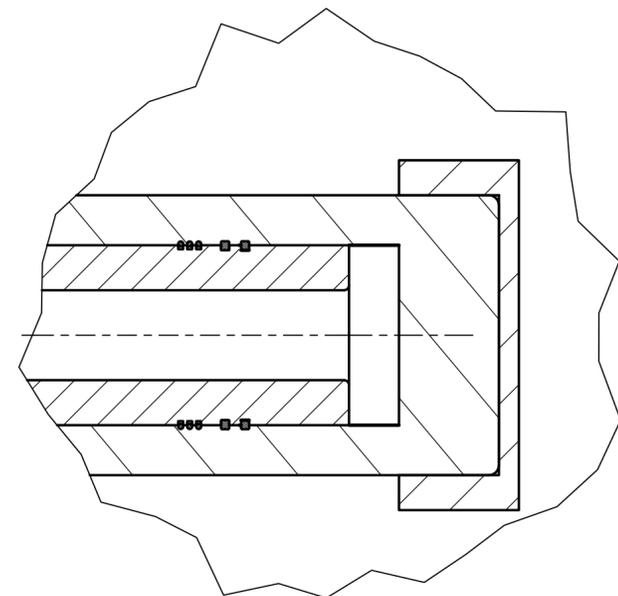
H (1/10)
Sección interna extremo pluma



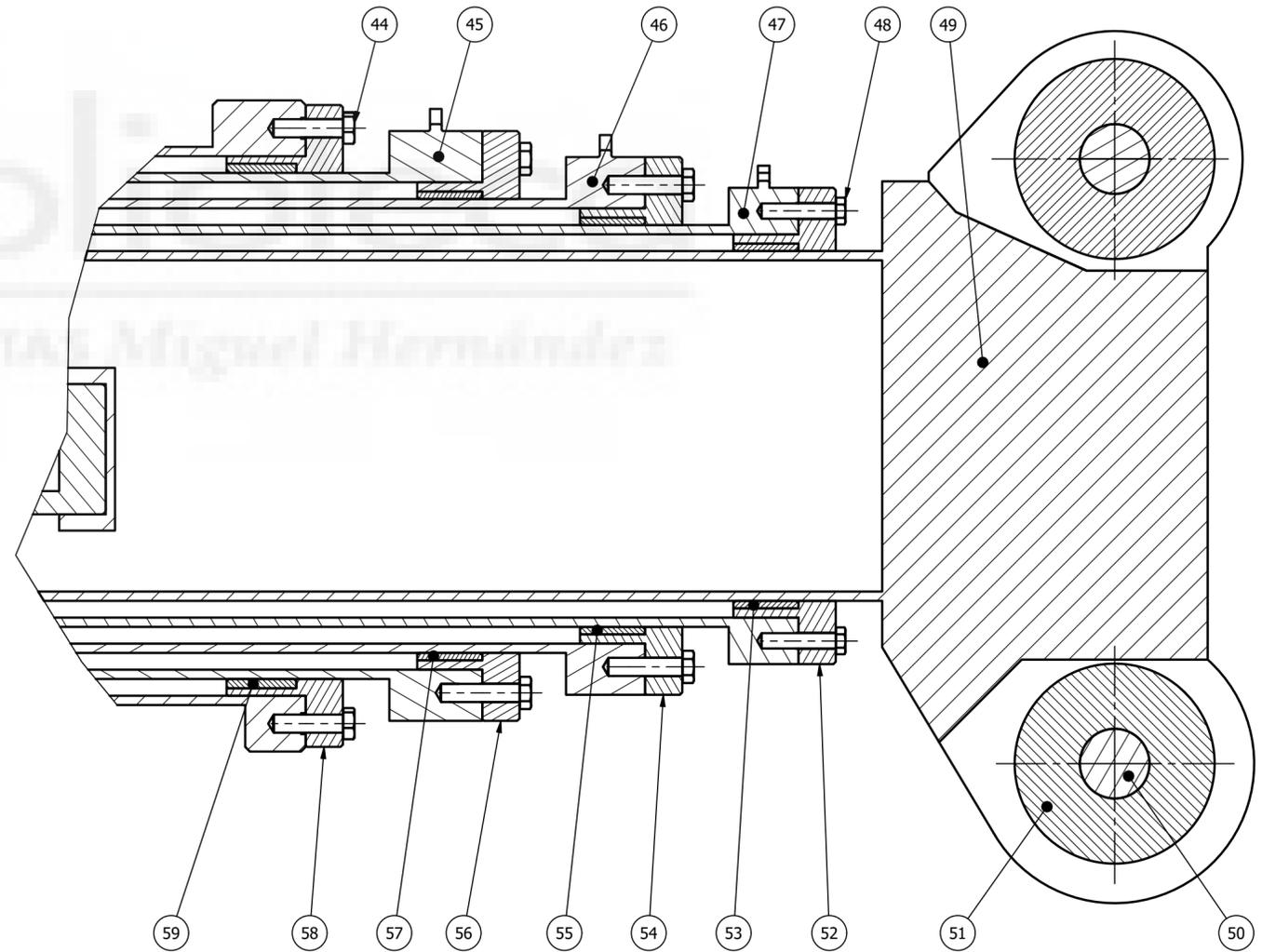
Detalle G (1/5)
Sellos estanqueidad vástago cilindro inclinación



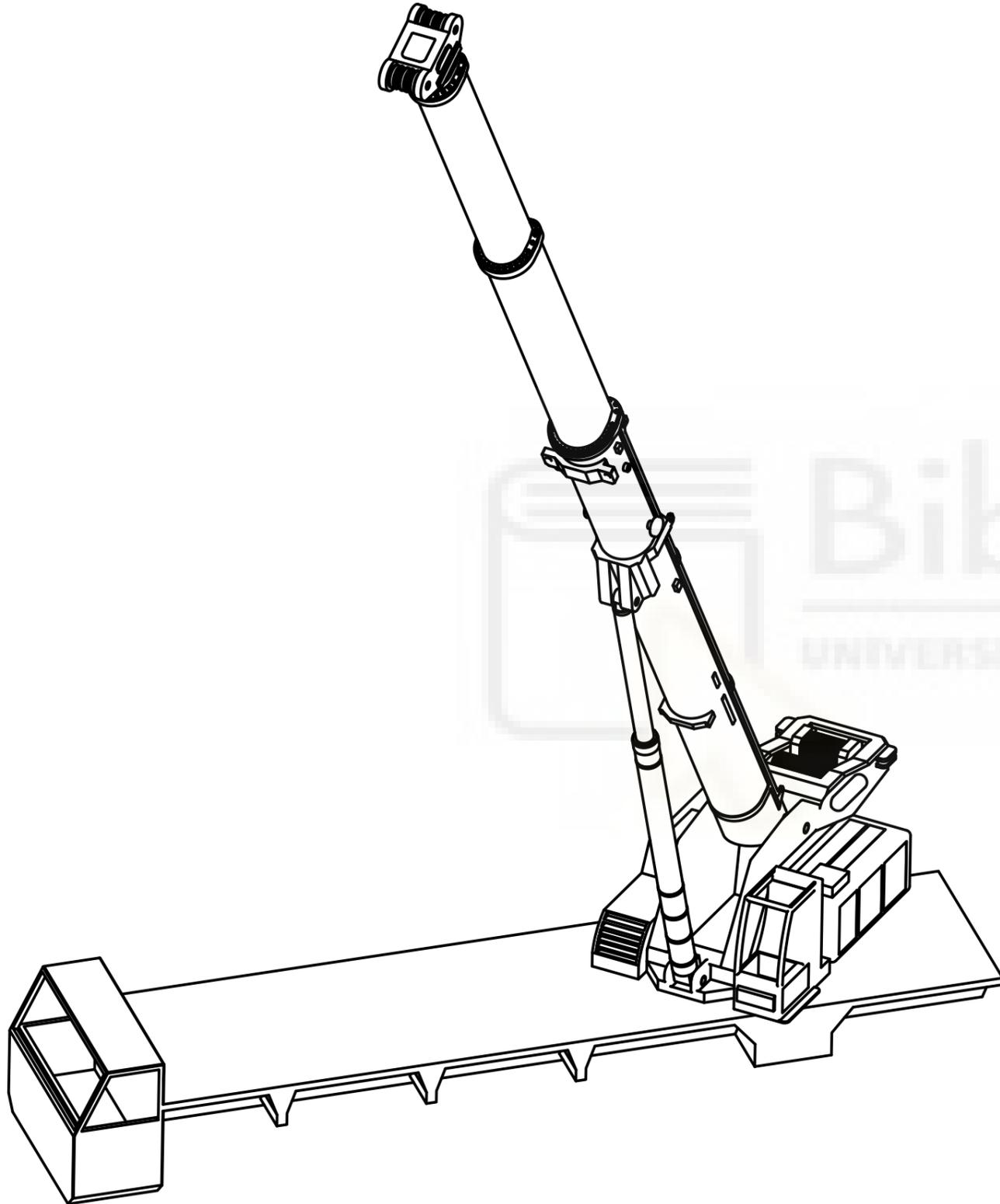
Detalle F (1/5)
Sellos estanqueidad camisa cilindro inclinación



Detalle E (1/5)
Sellos estanqueidad vástago cilindro telescopado



Autor	ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha	01/01/2024	Plano de Conjunto	A2	ESCALA	1 : 50
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA		Ensamblaje Pluma Completa				HOJA 9.0 2 / 3	



59	1	Pastillas deslizamiento tapa primer tramo	3.1	Nylatron 703 XL
58	1	Tapa primer tramo	1.6	Acero S1100Q
57	1	Pastillas deslizamiento tapa segundo tramo	3.2	Nylatron 703 XL
56	1	Tapa segundo tramo	1.7	Acero S1100Q
55	1	Pastillas deslizamiento tapa tercer tramo	3.3	Nylatron 703 XL
54	1	Tapa tercer tramo	1.8	Acero S1100Q
53	1	Pastillas deslizamiento tapa cuarto tramo	3.4	Nylatron 703 XL
52	1	Tapa cuarto tramo	1.9	Acero S1100Q
51	6	Poleas cabestrante	8.0	Nylon reforzado
50	2	Bulón poleas		Acero
49	1	Quinto tramo	1.5	Acero S1100Q
48	26	Pernos fijación tapa quinto tramo	ISO 8676 - M33 x 2 x 130	Acero
47	1	Cuarto tramo	1.4	Acero S1100Q
46	1	Tercer tramo	1.3	Acero S1100Q
45	1	Segundo tramo	1.2	Acero S1100Q
44	89	Pernos fijación tapas (1 a 4)	ISO 8676 - M39 x 3 x 150	Acero
43	6	Anillo estanqueidad cilindro interno (2)		Goma
42	5	Anillo estanqueidad cilindro interno (1)		Goma
41	4	Pernos fijación soporte camisa-camisa	ISO 8676 - M27 x 2 x 80	Acero
40	10	Pernos fijación soporte vástago	ISO 8676 - M18 x 1.5 x 150	Acero
39	2	Pin anclaje lateral	6.5	Acero
38	1	Bulón cilindro inferior		Acero
37	1	Vástago cilindro elevación	5.2	Acero C 45 400
36	1	Bulón cilindro superior		Acero
35	1	Junta estanqueidad soporte-vástago		Goma
34	5	Anillo estanqueidad cilindro interno (2)		Goma
33	4	Anillo estanqueidad cilindro interno (1)		Goma
32	2	Pernos fijación selector-soporte camisa	ISO 8676 - M22 x 1.5 x 160	Acero
31	1	Selector de tramos	4.6	Acero
30	1	Base segundo tramo	2.1	Acero C45
29	1	Pastillas deslizamiento base tramo 2	3.5	Nylatron 703 XL
28	1	Base tercer tramo	2.2	Acero C45
27	1	Pastillas deslizamiento base tramo 3	3.6	Nylatron 703 XL
26	1	Base cuarto tramo	2.3	Acero C45
25	1	Pastillas deslizamiento base tramo 4	3.7	Nylatron 703 XL
24	1	Base quinto tramo	2.4	Acero C45
23	1	Pastillas deslizamiento base tramo 5	3.8	Nylatron 703 XL
22	1	Camisa cilindro interno	4.1	Acero C45 400
21	1	Soporte camisa cilindro interno	4.4	Acero
20	1	Muelle anclaje tramo 5	6.9	Acero
19	1	Pin anclaje superior tramo 5	6.4	Acero
18	1	Muelle anclaje tramo 4	6.8	Acero
17	1	Pin anclaje superior tramo 4	6.3	Acero
16	1	Muelle anclaje tramo 3	6.7	Acero
15	1	Pin anclaje superior tramo 3	6.2	Acero
14	1	Muelle anclaje tramo 2	6.6	Acero
13	1	Pin anclaje superior tramo 2	6.1	Acero
12	1	Pinza anclaje superior	4.7	Acero
11	1	Contratuercas fijación vástago	4.5	Acero
10	1	Vástago cilindro interno	4.2	Acero C45 400
9	1	Soporte vástago interno telescopado	4.3	Acero
8	1	Piñón corona	7.3	Acero C 45 400
7	1	Anillo externo corona	7.1	Acero C 45 400
6	1	Anillo interno corona	7.2	Acero C 45 400
5	1	Camisa cilindro elevación	5.1	Acero S690QL
4	1	Primer tramo	1.1	Acero S1100Q
3	1	Bulón pluma		Acero
2	1	Bastidor/superestructura superior	7.4	Acero
1	1	Chasis inferior		Acero
Elemento	Cantidad	DESCRIPCIÓN	Nº Plano/Norma	Material

Autor	ANTONIO JESÚS SOLANO ROBLES	Fecha	01/01/2024	Plano de Conjunto	A3	ESCALA	1 : 100
 EPSE UMH INGENIERÍA MECÁNICA DISEÑO DE LA PLUMA TELESCÓPICA Y SU SISTEMA HIDRÁULICO DE UNA GRÚA AUTOPROPULSADA		Ensamblaje Pluma Completa		9.0		HOJA 3 / 3	

Bibliografía

<https://www.liebherr.com>

<https://www.wikipedia.org>

<https://www.une.org>

<https://www.liebherr.com/en-int/mobile-and-crawler-cranes/mobile-cranes/ltm-mobile-cranes>

<https://www.liebherr.com/en-int/components/solutions/hydraulic-pumps-and-motors-5373881>

<https://help.autodesk.com/view/NINCAD/2025/ENU>

<https://www.art-systems.de/www/site/en/fluidsim>

Diapositivas teoría [PDF]. Resistencia de Materiales, UMH.

Análisis esfuerzos internos [PDF]. Resistencia de Materiales, UMH.

Tensiones [PDF]. Resistencia de Materiales, UMH.

Teoría ETE [PDF]. Elasticidad y Teoría de Estructuras, UMH.

4. Esfuerzos y deformación. [PDF]. Diseño de Máquinas, UMH.

5. Fallo estático. [PDF]. Diseño de Máquinas, UMH.

Teoría [PDF]. Diseño de Máquinas, UMH.

Temas Oleohidráulica [PDF]. Tecnología Neumática y Oleohidráulica, UMH.

Problemas propuestos [PDF]. Tecnología Neumática y Oleohidráulica, UMH.

Guion de prácticas [PDF]. (2021). Tecnología Neumática y Oleohidráulica, UMH.

12. Procesos de recubrimiento [PDF]. Tecnología Mecánica, UMH.

Planos: Vistas [PDF]. Dibujo Técnico, UMH.

Planos: Acotación [PDF]. Dibujo Técnico, UMH.

Planos de conjunto [PDF]. Dibujo Técnico, UMH.

Tolerancias dimensionales [PDF]. Ingeniería Gráfica, UMH.

Tolerancias geométricas [PDF]. Ingeniería Gráfica, UMH.

Acabados superficiales [PDF]. Ingeniería Gráfica, UMH.

Roscados y planos [PDF]. Ingeniería Gráfica, UMH.

Planos de conjunto [PDF]. Ingeniería Gráfica, UMH.

Guiones de prácticas Inventor [PDF]. Ingeniería Gráfica, UMH.

Así se construyen grúas: la tecnología de las grúas móviles [PDF]. (2020). *Liebherr-Werk Ehingen GmbH*.

La base de apoyo variable de Liebherr [PDF]. *Liebherr-Werk Ehingen GmbH*.

LTM 1250-5.1 [PDF]. *Liebherr-Werk Ehingen GmbH*.

LTM 1400-NX Manual [PDF]. *Liebherr-Werk Ehingen GmbH*.

FluidSim 5 manual [PDF]. *Art Systems Software GmbH*.