

UNIVERSIDAD MIGUEL HERNÁNDEZ DE ELCHE

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE ELCHE

GRADO EN INGENIERÍA DE TECNOLOGÍAS DE
TELECOMUNICACIÓN



DISEÑO Y DESARROLLO DE
UN DETECTOR DE FRAGMENTOS
METÁLICOS PARA UNA PLANTA DE
RECICLAJE DE NEUMÁTICOS

TRABAJO FIN DE GRADO

Septiembre
2024

AUTOR: Roberto Jerez Martínez

DIRECTOR: Enrique Bronchalo Bronchalo



Resumen

Este trabajo de fin de grado se centra en el diseño y desarrollo de un dispositivo detector de piezas metálicas, abordando un problema práctico en el proceso de reciclaje de neumáticos. En la actualidad, la implementación de tecnología moderna en algunas etapas del reciclaje de neumáticos es muy limitada. Este estudio se enfoca en una de las primeras fases del proceso: la cinta transportadora que mueve trozos de neumático de dimensiones del orden de 10 cm. En esta etapa, un operario realiza inspecciones visuales para garantizar que no se transporten objetos metálicos no deseados como tornillos, remaches o pequeños fragmentos de hierro hacia la siguiente fase, la máquina granuladora. Esta máquina, equipada con unas cuchillas giratorias de acero, puede requerir elevados gastos de mantenimiento o sustitución cuando procesa accidentalmente estos materiales metálicos indeseados.

La solución propuesta en esta memoria utiliza una combinación de espiras inductoras y detectoras balanceadas para identificar la presencia de metales no deseados en la cinta mediante la alteración del campo magnético generada por los elementos metálicos. Siendo más precisos, el sistema se compone de una espira inductora primaria y dos bobinas laterales detectoras, que operan según la ley de inducción electromagnética de Faraday. El campo magnético de la espira primaria genera corrientes de Foucault en los objetos metálicos, las cuales generan a su vez campos magnéticos que alteran el flujo detectado por las espiras secundarias. En relación con la estructura de nuestro sistema, cuenta con bobinas rectangulares, diseñadas específicamente para ajustarse a las limitaciones físicas de la disposición de la cinta transportadora.

Durante el desarrollo del sistema, se realizaron diversas pruebas y análisis con el objetivo de optimizar el detector de la manera más eficiente, además de tener en cuenta que se ajustara adecuadamente a las necesidades operativas reales de la planta de reciclaje.

Finalmente, los resultados obtenidos alcanzaron los objetivos planteados, por lo que sería posible lograr una reducción significativa en el error humano, un aumento en la seguridad operacional y una reducción en los gastos de mantenimiento y de personal en las plantas de reciclaje de neumáticos. Los trabajos futuros se centrarán en perfeccionar los algoritmos de detección y en extender su uso a otras aplicaciones en las que existan riesgos similares.



Abstract

This final degree project focuses on the design and development of a metal piece detector device, addressing a practical problem in the tire recycling process. Currently, the implementation of modern technology in some stages of tire recycling is very limited. This study focuses on one of the first phases of the process: the conveyor belt that moves tire pieces of dimensions in the order of 10 cm. At this stage, an operator performs visual inspections to ensure that unwanted metal objects, such as screws, rivets, or small iron fragments, are not transported to the next stage, the granulator machine. This machine, equipped with rotating steel blades, can require high maintenance or replacement costs when it accidentally processes these unwanted metallic materials.

The solution proposed in this report uses a combination of balanced inductive and detector coils to identify the presence of unwanted metals on the conveyor by detecting the magnetic field alteration caused by metallic elements. More specifically, the system consists of a primary inductive coil and two side detector coils, which operate according to Faraday's law of electromagnetic induction. The magnetic field from the primary coil generates eddy currents in metallic objects, which in turn generate magnetic fields that alter the flux detected by the secondary coils. Regarding the structure of our system, it features rectangular coils, specifically designed to fit the physical limitations of the conveyor belt setup.

During the development of the system, various tests and analyses were conducted with the aim of optimizing the detector in the most efficient way, while also ensuring that it appropriately meets the real operational needs of the recycling plant.

Finally, the results obtained met the stated objectives, making it possible to significantly reduce human error, increase operational safety, and reduce maintenance and personnel costs at tire recycling plants. Future work will focus on refining the detection algorithms and extending their use to other applications where similar risks exist.



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Ejemplo de una planta de reciclaje de neumáticos [2]	1
Figura 2. Máquina trituradora siendo alimentada [3]	2
Figura 3. Neumático siendo triturado [3].....	2
Figura 4. Fragmentos de neumático triturado de 10 cm [3].....	2
Figura 5. Zoom de fragmentos de goma neumática.....	2
Figura 6. Máquina granuladora [4]	3
Figura 7. Neumático granulado entre 2 – 4 cm [5]	3
Figura 8. Tornillos, remaches y fragmentos férricos variados.....	3
Figura 9. Zoom y comparativa del tamaño de los objetos metálicos causantes de posibles averías	3
Figura 10. Diagrama del dispositivo del aro de hierro de Faraday [8]	6
Figura 11. Experimento que estableció la ley de Faraday [9].....	7
Figura 12. Frascos de Leyden [11]	7
Figura 13. Aparato inalámbrico de Hughes, compuesto por un transmisor de chispa accionado por un reloj y una batería (izquierda) y una versión modificada de su micrófono de bloque de carbón (derecha) que utilizó en sus experimentos de 1879 [16]	9
Figura 14. [17] Prototipo original de la "Balanza de Inducción" de Hughes	9
Figura 15. Balanza de inducción de dos bobinas de Graham Bell [19].....	10
Figura 16. Bobinas en forma de doble D parcialmente superpuestas	10
Figura 17. Detector de metales de 1919, utilizado para encontrar bombas sin estallar en Francia tras la Primera Guerra Mundial (1914-1918) [10].....	11
Figura 18. Gerhard Fisher junto con su detector de metales [20].....	12
Figura 19. Patente del detector de metales de Shirl Herr [21]	12
Figura 20. Detector de minas polaco desarrollado por Józef Stanisław Kosacki [22]	13
Figura 21. Publicidad del "Metallscope" de Fisher Research Laboratory [25].....	14
Figura 22. Propaganda de los detectores metálicos de Garrett Metal Detectors [28].....	15
Figura 23. AT Max Detector de metales 2024 producido por la compañía "Garrett" [29]	16
Figura 24. Experimento que realizó Faraday para demostrar las corrientes inducidas y de esta forma la "Inducción electromagnética" [30]	19
Figura 25. Demostración de la ley de Lenz [31].....	20
Figura 26. Corrientes de Foucault [22]	21

Figura 27. Esquema típico de detección de objetos metálicos basado en bobinas balanceadas	23
Figura 28. Boceto de la primera estructura del detector	28
Figura 29. Ángulos para las esquinas	29
Figura 30. Barras de canaleta de PVC	29
Figura 31. Unión espiras secundarias ("detectoras") con la espira central ("excitadora") .	30
Figura 32. Unión colocada en espira central.....	31
Figura 33. Esquema con las medidas de la estructura rectangular del detector de metales	31
Figura 34. Cable eléctrico utilizado para el bobinado de las espiras	32
Figura 35. Ejemplo de una espira bobinada.....	36
Figura 36. Diagrama del circuito empleado para estimar la impedancia de la bobina	36
Figura 37. Diagrama primer circuito empleado para estimar la impedancia de la bobina .	36
Figura 38. Datos para estimación lineal de L y RB	39
Figura 39. Gráfico resultado del procedimiento 1	40
Figura 40. Diagrama del segundo circuito empleado para estimar la impedancia de la bobina.....	42
Figura 41. Gráfico resultado del procedimiento 2	44
Figura 42. Diagrama del circuito empleado para el estudio de la variación del voltaje inducido.....	45
Figura 43. Imagen aclaratoria para la variable de la separación entre espiras.....	46
Figura 44. Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para separación de 12.5 cm.....	49
Figura 45. Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para separación de 18 cm.....	49
Figura 46. Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para separación de 22 cm.....	50
Figura 47. Variación de V_3 con la frecuencia para diferentes separaciones.....	50
Figura 48. Variación de I con la frecuencia para diferentes separaciones.....	51
Figura 49. Estudio de la variación de la inductancia mutua entre la bobina primaria y la secundaria $M_{12}=M_{21}$	55
Figura 50. Barras de canaleta de PVC	56
Figura 51. Varillas transversales de plástico utilizadas en la segunda estructura.....	57
Figura 52. Ángulos guía de la segunda estructura	57
Figura 53. Bobina del cable eléctrico empleado en el bobinado de la segunda estructura.	58
Figura 54. Vista frontal/lateral de la segunda estructura del detector.....	59
Figura 55. Vista desde arriba de la segunda estructura del detector.....	59
Figura 56. Analog Discovery 2, fabricado por DIGILENT	60

Figura 57. Esquema del módulo de conexiones o pines de entrada y salidas del Analog Discovery 2	61
Figura 58. Estimación lineal para cálculo de L y R_b	64
Figura 59. Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 10 cm. .68	
Figura 60. Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 15 cm .68	
Figura 61. Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 20 cm .69	
Figura 62. Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 25 cm .69	
Figura 63. Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 30 cm .69	
Figura 64. Variación de V_3 con la frecuencia para diferentes separaciones	70
Figura 65. Variación de I con la frecuencia para diferentes separaciones	70
Figura 66. Estudio de la variación de la inductancia mutua entre la bobina primaria y la secundaria $M_{12}=M_{21}$	72
Figura 67. Objeto de bronce con sus dimensiones y junto con un soporte de poliespán....	74
Figura 68. Variación temporal entre ondas, mediante software 'Waveforms'	77
Figura 69. Ondas para 4 cm	78
Figura 70. Ondas para 4.5 cm	78
Figura 71. Ondas para 5 cm	79
Figura 72. Ondas para 5.5 cm	79
Figura 73. Ondas para 6 cm	79
Figura 74. Ondas para 6.5 cm	79
Figura 75. Ondas para 6.5 cm (segunda medida).....	79
Figura 76. Ondas para 8 cm	79
Figura 77. Ondas para 10 cm	80
Figura 78. Ondas para 12 cm	80
Figura 79. Ondas para 15 cm	80
Figura 80. Relación entre el Voltaje inducido en una espira lateral y la separación	82
Figura 81. Relación entre las amplitudes de las ondas en los cuatro estados y la separación entre espiras	85
Figura 82. Correlación esperada entre la señal de referencia y la señal diferencia en función de la posición de un objeto metálico.....	87
Figura 83. Ondas voltaje resultante en los diferentes estados y posiciones del objeto metálico.....	88
Figura 84. Esquema aproximado de los resultados de las correlaciones esperados	89
Figura 85. Objetos utilizados junto con sus dimensiones	89

Figura 86. Posiciones donde han sido colocados los objetos.....	90
Figura 87. Ondas obtenidas para el objeto 1	91
Figura 88. Correlaciones obtenidas para el objeto 1	91
Figura 89. Ondas obtenidas para el objeto 2.....	92
Figura 90. Correlaciones obtenidas para el objeto 2.....	92
Figura 91. Ondas obtenidas para el objeto 3.....	93
Figura 92. Correlaciones obtenidas para el objeto 3.....	93
Figura 93. Ondas obtenidas para el objeto 4.....	93
Figura 94. Correlaciones obtenidas para el objeto 4.....	93
Figura 95. Vista parte inferior del carro móvil	94
Figura 96. Vista superior del carro móvil con sus dimensiones	94
Figura 97. Captura de la función de 'Wavegen 1' en 'Waveforms'	95
Figura 98. Esquema de las conexiones o pines de las 16 entradas y salidas del Analog Discovery 2	96
Figura 99. Breve descripción de algunos canales de tipo 'Math'	96
Figura 100. Voltajes inducidos en las espiras secundarias 1 y 2	97
Figura 101. Zoom de los voltajes inducidos en ambas espiras secundarias 1 y 2	97
Figura 102. Señal 'Math1', resultado de sumar las señales de entrada C1 y C2	98
Figura 103. Señal 'Math 1' resultado de la suma y señal filtrada 'Math 2'	99
Figura 104. FFT de las señales utilizadas en nuestro sistema.....	100
Figura 105. Señal 'Math 3' resultado de aplicarle el valor absoluto a la señal 'Math 2'...	101
Figura 106. Valor máximo alcanzado por 'Math 3' y condición definida para 'Math 4'...	101
Figura 107. Señal 'Math 4' activa.....	102
Figura 108. Función de 'Audio' de 'Waveforms'.....	102
Figura 109, Prototipo del primer circuito empleado.....	104
Figura 110. Amplificador diferencial AD620A.....	105
Figura 111. Diagrama correspondiente al amplificador diferencial AD620A.....	107
Figura 112. Simulación de los voltajes inducidos y señal resultante (suma de estos).....	107
Figura 113. Voltajes inducidos medidos sobre la salida de ambas espiras secundarias ...	108
Figura 114. Comparativa entre la señal de entrada al sistema con la resultante de la suma de los voltajes inducidos	108
Figura 115. Esquema del circuito utilizado para la etapa de amplificación.	109
Figura 116. Simulación correspondiente a la etapa de amplificación	110
Figura 117. Medidas directas tras el primer amplificador	111

Figura 118. Medidas directas tras el segundo amplificador	111
Figura 119. Esquema correspondiente al rectificador de media onda	112
Figura 120. Resultados de la simulación para la onda rectificada	113
Figura 121. Mediciones directas de la señal amplificada y posteriormente rectificada ...	114
Figura 122. Simulación de la conversión de señal alterna a continua	115
Figura 123. Medidas directas de la señal rectificada y posteriormente convertida a un valor de continua.	115
Figura 124. Etapa final de comparación	116
Figura 125. Zoom correspondiente a la última etapa de comparación	116
Figura 126 Vista del esquemático del circuito completo.....	118
Figura 127. Vista de las conexiones del circuito dispuesto ya en formato PCB	118
Figura 128. Vista en 3D del circuito completo diseñado.....	119
Figura 129. Vista real del circuito final montado	119
Figura 130. Colocación de los montones en el carro para su posterior análisis	120
Figura 131. Colocación de más montones en el carro para su posterior análisis.....	121
Figura 132. Resultados obtenidos para 1 montón.....	121
Figura 133. Resultados para 2 montones	121
Figura 134. Resultados para 3 montones	122
Figura 135. Resultados para 4 montones	122
Figura 136. Resultados para 5 montones	122
Figura 137. Resultados para 6 montones	123
Figura 138. Resultados para 8 montones	123
Figura 139. Resultados para 10 montones	123
Figura 140. Carro con trozos de goma neumática disperso	125
Figura 141. Ondas de voltaje resultante para las distintas posiciones con el carro lleno de material disperso	126
Figura 142. Correlaciones obtenidas para carro lleno de material disperso	126
Figura 143. Ondas de voltaje resultante para las distintas posiciones con el carro lleno de material disperso más objeto de bronce	127
Figura 144. Correlaciones obtenidas para carro lleno de material disperso más objeto de bronce.....	128



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Resultados estimación lineal para el procedimiento 1	40
Tabla 2. Datos para la estimación lineal del procedimiento 2	44
Tabla 3. Resultados estimación lineal para el procedimiento 2	44
Tabla 4. Resultados para una separación entre espiras de 12.5 cm	47
Tabla 5. Resultados para una separación entre espiras de 18 cm	47
Tabla 6. Resultados para una separación entre espiras de 22 cm	47
Tabla 7. Datos para la estimación lineal de L y R_b	64
Tabla 8. Datos para la estimación lineal de los valores de L y R_B	65
Tabla 9. Resultados obtenidos de L y R_b para la segunda estructura	65
Tabla 10. Resultados para una separación entre espiras de 10 cm	66
Tabla 11. Resultados para una separación entre espiras de 15 cm	67
Tabla 12. Resultados para una separación entre espiras de 20 cm	67
Tabla 13. Resultados para una separación entre espiras de 25 cm	67
Tabla 14. Resultados para una separación entre espiras de 30 cm	67
Tabla 15. Resultado de las inductancias mutuas para cada separación	73
Tabla 16. Datos de las diferentes Amplitudes de las ondas de voltaje, según separación entre espiras	82
Tabla 17. Datos de las diferencias de voltaje respecto al sistema en reposo	83
Tabla 18. Diferencia de voltaje promedio para cada separación	84
Tabla 19. Valor máximo de amplitud detectada con respecto a la cantidad de montones presentes en el carro	124
Tabla 20. Valor de máx. amplitud para las distintas posiciones con el carro lleno de material disperso y el objeto de bronce	128



ÍNDICE DE CONTENIDO

Resumen.....	II
Abstract.....	IV
ÍNDICE DE FIGURAS.....	VI
ÍNDICE DE TABLAS.....	XII
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	XIV
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Problema práctico a resolver.....	2
1.2. Situación actual.....	4
1.3. Propuesta alternativa: Detección automática.....	4
1.4. Objetivos.....	5
2. CONTEXTO HISTÓRICO Y EVOLUCIÓN	6
2.1. Orígenes y primeros desarrollos (Siglo XIX).....	6
2.1.1. Principios de la inducción electromagnética.....	6
2.1.2. Desarrollo de la inducción diferencial.....	7
2.1.3. Primeros prototipos de detectores de metales.....	8
2.1.4. Innovaciones de Alexander Graham Bell.....	10
2.1.5. Primeros detectores para uso militar.....	11
2.2. Desarrollos durante el Siglo XX.....	11
2.2.1. Primeros detectores electrónicos.....	11
2.2.2. Evolución y uso militar.....	13
2.2.3. Comercialización y uso civil.....	14
2.2.4. Mejoras tecnológicas.....	15
2.2.5. Avances modernos y aplicaciones actuales.....	16
3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	17
3.1. Fundamentos de la inducción electromagnética.....	17
3.1.1. Ley de Faraday.....	18
3.1.2. Ley de Lenz.....	20
3.2. Corrientes de Foucault.....	20
3.2.1. Historia y descripción de este fenómeno.....	21
3.3. Principio de detección, bobinas balanceadas.....	22
3.3.1. Análisis matemático del sistema de bobinas balanceadas.....	25

4. MATERIAL Y METODOLOGÍA	28
4.1. Estructura de partida del detector	28
4.1.1. Material, cuerpo, forma y dimensiones.....	28
4.1.2. Cable eléctrico empleado en el bobinado	32
4.2. Caracterización de los parámetros de la bobina excitadora	35
4.2.1. Material necesario	35
4.2.2. Procedimiento 1: Cálculo de L y RB mediante solución de ZB	36
4.2.3. Procedimiento 2: Cálculo de L y RB mediante un divisor de tensión	41
4.3. Estudio de la variación del voltaje inducido en las bobinas laterales	45
4.3.1. Resultados obtenidos	46
4.3.2. Análisis de los resultados.....	48
4.4. Estimación de la inductancia mutua a partir del voltaje inducido y de la corriente	52
4.4.1. Definición matemática y explicación física de la inductancia mutua.....	52
4.5. Cambio de estructura y de cable	56
4.5.1. Cable eléctrico empleado en el segundo bobinado	57
4.5.2. Número de vueltas (bobinado) para la segunda estructura	58
4.5.3. Longitud total de cable empleado en cada espira en la segunda estructura.	58
4.6. Imágenes reales de la segunda estructura	58
4.6.1. Recubrimiento del cable de salida de las espiras	59
4.7. Sustitución del generador de señales y del osciloscopio de laboratorio por el	
Analog Discovery 2.	60
4.7.1. Especificaciones más relevantes para nuestro estudio.....	61
4.7.2. Consideración sobre la capacidad de corriente capaz de proporcionar el	
AD2 (Analog Discovery 2).....	62
4.8. Análisis y cálculos de las características de la nueva bobina excitadora.....	63
4.8.1. Caracterización de los parámetros de la nueva bobina excitadora	63
4.9. Estudio de la variación del voltaje inducido en las bobinas laterales	66
4.9.1. Análisis de los resultados obtenidos	67
4.10. Estimación de la inductancia mutua a partir del voltaje inducido y de la	
corriente	71

4.10.1.	Gráfico resultado del estudio de la variación de la inductancia mutua para la segunda estructura.....	72
4.11.	Búsqueda de la separación óptima para nuestro sistema	74
4.11.1.	Desarrollo del método seguido	74
4.11.2.	Gráficos obtenidos en MATLAB para todas las separaciones estudiadas...	78
4.11.3.	Método seguido para la obtención de la separación óptima entre las espiras 81	
4.12.	Estudio de las correlaciones	86
4.12.1.	Fundamentos teóricos de la correlación.....	86
4.12.2.	Aplicación práctica y expectativas.....	87
4.12.3.	Análisis y predicciones del comportamiento de las correlaciones.....	88
4.12.4.	Diferentes objetos estudiados	89
4.12.5.	Resultados obtenidos de las correlaciones para diferentes objetos.....	90
4.13.	Fabricación de carro móvil que simula una cinta transportadora	94
5.	SISTEMAS DE DETECCIÓN.....	95
5.1.	Descripción del sistema de detección implementado mediante ‘Waveforms’	95
5.2.	Descripción del sistema de detección implementado mediante un circuito electrónico analógico	103
6.	PRUEBAS EXPERIMENTALES	120
6.1.	Carro con trozos de goma neumática dispersa.....	125
6.2.	Carro con trozos de goma dispersa más objeto de bronce	127
7.	CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN	129
7.1.	Conclusión	129
7.2.	Futuras líneas de investigación	129
7.2.1.	Reflexión final	130
	BIBLIOGRAFÍA.....	131
	ANEXOS.....	135



1. INTRODUCCIÓN

El reciclaje de neumáticos aporta grandes beneficios a la sostenibilidad ambiental, ya que la renovación de las gomas neumáticas proporciona una solución ecológica, económica y segura a un problema actual. La reutilización de estos neumáticos permite un gran ahorro de energía y una gran reducción de la contaminación, tanto en el proceso de fabricación de nuevos neumáticos como para evitar la necesidad de almacenaje en grandes extensiones de terreno. Esto es especialmente importante porque, en muchas ocasiones, los neumáticos desechados terminan en lugares inapropiados como playas, montes u otras áreas protegidas, afectando negativamente al ecosistema de la zona. Además, algo muy a tener en cuenta es que evita la quema de neumáticos, una práctica que todavía se utiliza y que libera grandes cantidades de humos y gases nocivos.

Por otro lado, cuando los neumáticos no son aptos para ser renovados, directamente se trituran y se convierten en gránulos de goma. Estos gránulos se utilizan en la fabricación de pavimentos para parques infantiles, pistas deportivas, relleno de césped artificial, y muchos otros usos [1]. Este enfoque no solo maximiza el aprovechamiento de los materiales, sino que también contribuye significativamente a la reducción de residuos.

A continuación, se puede observar en la Figura 1 un ejemplo de una planta de reciclaje donde se aprecia la maquinaria empleada, las gomas neumáticas desgastadas y también las ya trituradas en piezas más pequeñas.



Figura 1. Ejemplo de una planta de reciclaje de neumáticos [2]

1.1. Problema práctico a resolver

En el proceso de reciclaje de neumáticos, uno de los primeros pasos es la trituración de los neumáticos desgastados mediante una máquina trituradora que, sin ninguna dificultad, desmenuza los neumáticos en pequeños trozos de aproximadamente 10 cm.



Figura 2. Máquina trituradora siendo alimentada [3]



Figura 3. Neumático siendo triturado [3]



Figura 4. Fragmentos de neumático triturado de 10 cm [3]



Figura 5. Zoom de fragmentos de goma neumática

Sin embargo, la etapa crítica llega con la granulación de estos fragmentos intermedios mediante una máquina granuladora que está equipada con unas cuchillas de acero giratorias, las cuales son delicadas y costosas de reparar. Luego, a diferencia de la trituradora inicial, la granuladora es bastante sensible a la presencia de objetos metálicos no deseados, como tornillos, remaches o fragmentos férricos, que puedan caer a la cinta transportadora y ser arrastrados junto con el caucho entremallado.



Figura 6. Máquina granuladora [4]



Figura 7. Neumático granulado entre 2 – 4 cm [5]

A continuación, en las Figuras 8 y 9, se muestran ejemplos de los fragmentos metálicos extraídos de la cinta transportadora que alimenta la granuladora de una planta de reciclaje. Estos elementos presentan un gran riesgo para las cuchillas de la máquina, ya que pueden causar daños importantes, lo que provoca un aumento de los costos de mantenimiento o directamente la sustitución de la maquinaria si no se detectan a tiempo. Además, pueden generar tiempos de inactividad importantes para la planta, afectando su eficiencia operativa.



Figura 8. Tornillos, remaches y fragmentos férricos variados



Figura 9. Zoom y comparativa del tamaño de los objetos metálicos causantes de posibles averías

1.2. Situación actual

Actualmente, la detección de estos objetos metálicos en la planta se realiza de forma manual por un operario, quien inspecciona visualmente la cinta transportadora y detiene el proceso si detecta algún metal no deseado. Esta forma de realizar la inspección presenta varias desventajas:

- **Alta probabilidad de errores humanos:**

La inspección visual es altamente susceptible a errores, especialmente cuando es provocada por la monotonía y cansancio que experimentan los operarios durante sus largos turnos de trabajo. La capacidad humana para estar detectando constantemente pequeños objetos en movimiento se ve comprometida por la falta de atención y concentración a medida que avanza el tiempo, luego, esto aumenta notablemente la probabilidad de que se pasen por alto fragmentos metálicos.

- **Tarea física y mentalmente exigente:**

El trabajo de inspeccionar continuamente la cinta transportadora es tanto física como mentalmente demandante, ya que los operarios deben mantenerse concentrados durante largos períodos de tiempo, lo que puede llevar al agotamiento.

- **Coste adicional de mano de obra:**

Depender de la supervisión humana requiere de mano de obra para encargarse de esta tarea, lo que genera costes laborales para la planta de reciclaje que podrían ser reducidos con la implementación de tecnología.

1.3. Propuesta alternativa: Detección automática

La solución propuesta en este trabajo para mejorar el proceso de reciclaje de neumáticos y así mitigar los problemas actuales es la implementación de un sistema de detección automática de objetos metálicos, el cual se ha diseñado para identificar cualquier fragmento metálico antes de que pueda alcanzar la máquina granuladora, eliminando así el riesgo de daños a las cuchillas de la máquina.

El sistema de detección automática emplea tecnología conocida como "Bobinas Balanceadas". En nuestro estudio, este sistema utiliza un total de tres espiras o bobinas, funcionando una como inductora y dos como detectoras, las cuales se encuentran balanceadas. Este término de "balanceo" indica que las dos espiras detectoras están colocadas de manera equidistante de la bobina inductora, de forma que los voltajes inducidos en ambas espiras detectoras sean iguales, logrando así un estado de equilibrio.

Idealmente, la suma o resta de estos voltajes (en función de si las bobinas detectoras se conectan igual o de forma opuesta) debería de ser cero. Si los voltajes inducidos están en fase, se restan para cancelar sus efectos; mientras que, si las fases se encuentran desplazadas 180° , la operación matemática a aplicar será la suma. De este modo, cualquier objeto metálico que pase por el sistema alterará este equilibrio, permitiéndonos que pueda ser detectado. Sin embargo, veremos durante el estudio que llegar a este estado totalmente plano de equilibrio no ha sido posible.

1.4. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar e implementar un sistema de detección automática de objetos metálicos con el propósito de optimizar el proceso de reciclaje de neumáticos. Para alcanzar este objetivo, es necesario cumplir con una serie de objetivos esenciales que comprenden la construcción del sistema, lo que implica:

- Construir una estructura física que soporte y albergue el sistema.
- Diseñar un algoritmo de detección eficaz, ya sea mediante componentes electrónicos o a través de un software especializado.

Mediante este diseño se busca cumplir con los siguientes objetivos específicos:

- **Mejora en la precisión y automatización del proceso:** Mediante la implementación de un sistema automatizado que elimine la necesidad de la intervención manual se logrará un aumento de la eficiencia durante la fase de detección de fragmentos metálicos.
- **Reducción de la probabilidad de errores:** Disminución de los errores asociados con la detección manual de metales, garantizando una operación más confiable y precisa.
- **Reducción de riesgos laborales:** Al reducir la intervención humana en esa fase, se disminuyen los riesgos para los operarios, mejorando la seguridad laboral en la planta.
- **Disminución de costos operativos:** Reducción de los costos de mantenimiento de las máquinas y de la necesidad de supervisión manual, optimizando el uso de los recursos humanos y financieros en la planta.

2. CONTEXTO HISTÓRICO Y EVOLUCIÓN

El inicio de la detección de metales se remonta a mediados del siglo XIX, cuando los primeros experimentos con electromagnetismo comenzaron a demostrar la posibilidad de identificar objetos metálicos ocultos. Desde sus inicios, esta tecnología ha experimentado continuas innovaciones, lo que ha permitido su evolución para satisfacer diversas necesidades en campos tan variados como la minería, la seguridad, la arqueología, la medicina, la industria farmacéutica, la alimentaria y muchos más. A continuación, se presenta un resumen de los hitos históricos más relevantes en la evolución de la detección metálica:

2.1. Orígenes y primeros desarrollos (Siglo XIX)

2.1.1. Principios de la inducción electromagnética

Alrededor de 1831, Michael Faraday, uno de los científicos más influyentes de la historia del electromagnetismo, realizó una serie de experimentos que lo llevarían a descubrir la inducción electromagnética. El gran descubrimiento de Faraday surgió cuando enrolló dos solenoides de alambre alrededor de un aro de hierro y observó que cuando pasaba corriente por un solenoide, se inducía temporalmente una corriente en el otro solenoide. Este fenómeno es conocido como inducción mutua. [7]

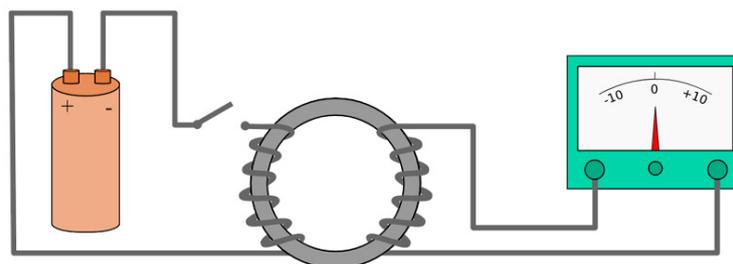


Figura 10. Diagrama del dispositivo del aro de hierro de Faraday [8]

En experimentos posteriores, Faraday demostró que si hacía pasar un imán por el interior de una espira de alambre conductor se generaba una corriente eléctrica en el alambre. Este descubrimiento fue crucial, ya que estableció que un campo magnético variable podía generar un campo eléctrico. Esta relación fue posteriormente modelada matemáticamente por James Clerk Maxwell como la ley de Faraday, una de las cuatro ecuaciones de Maxwell.

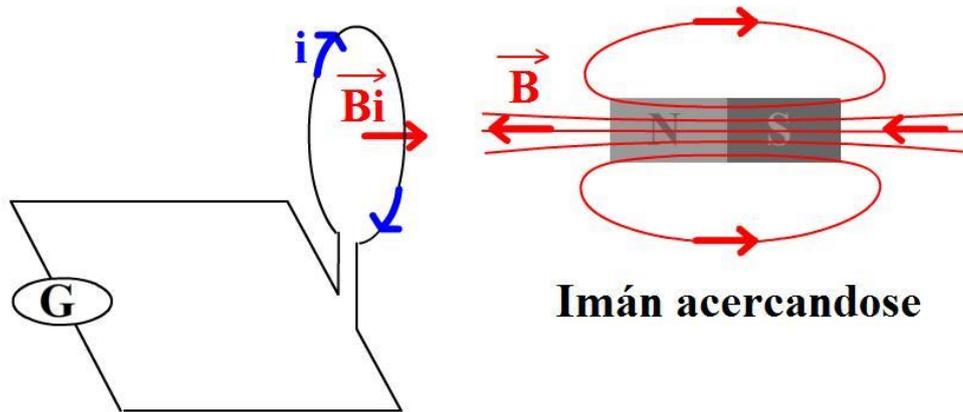


Figura 11. Experimento que estableció la ley de Faraday [9]

Estas contribuciones de Faraday sentaron las bases para el desarrollo de tecnologías que dependieran de la interacción entre campos eléctricos y magnéticos, como es nuestro caso, los detectores de metales.

2.1.2. Desarrollo de la inducción diferencial

En 1841, el profesor Heinrich Wilhelm Dove, un destacado físico alemán, publicó un invento al que llamó el "inductor diferencial". Este dispositivo fue uno de los primeros en utilizar el principio de la inducción magnética desarrollado por Faraday, pero ahora ya enfocado para la detección de metales. El diseño de Dove consistía en una balanza de inducción de cuatro bobinas, con dos tubos de vidrio, cada uno con dos solenoides de alambre de cobre bien aislados enrollados alrededor. Estos solenoides estaban conectados a "frascos de Leyden", que hacían la función de capacitores de alto voltaje en esa época.



Figura 12. Frascos de Leyden [11]

Estos frascos de Leyden, como el que se muestra en la Figura 12, eran cargados y descargados a través de las dos bobinas primarias, generando una corriente que inducía un voltaje en las bobinas secundarias. Dove también demostró que cuando las bobinas secundarias estaban conectadas en oposición, los voltajes inducidos se cancelaban entre sí. La forma en que Dove demostró esta cancelación fue sosteniendo los extremos de las bobinas secundarias, confirmando así que no había corriente residual.

Por otro lado, cuando un objeto metálico se colocaba dentro de uno de los tubos de vidrio, alteraba el equilibrio del campo magnético y generaba una corriente en las bobinas secundarias. Este fenómeno se manifestaba como una descarga eléctrica que Dove experimentó al tocar los extremos de las bobinas. De esta forma, esta descarga indicaba la presencia de un metal y representaba el primer intento exitoso de detección de metales por medio de la inducción magnética.

Este dispositivo puede considerarse también como el primer detector de metales de inducción de pulsos, ya que el campo magnético se generaba en pulsos cuando los frascos de Leyden se descargaban, creando una respuesta de detección cuando el metal estaba presente. [10]

2.1.3. Primeros prototipos de detectores de metales

En 1862, el general italiano Giuseppe Garibaldi fue herido en el pie. Con la tecnología que se disponía en este año era difícil distinguir entre bala, hueso y cartílago, por lo que el profesor Favre de Marsella construyó rápidamente una sonda simple que se insertaba en el agujero del trayecto de la bala. Esta sonda tenía dos puntas afiladas conectadas a una batería y una campana, de tal forma que cuando se producía contacto con el metal completaba el circuito y hacía sonar la campana. [12] [10]

En 1867, Sylvan de Wilde desarrolló un detector similar al del profesor Favre, que contaba con un extractor también conectado a una campana. Ahora bien, este dispositivo mejoraba la capacidad de extracción de objetos metálicos pequeños, en comparación con su predecesor de 1862. [13] [10]

En 1870, el ingeniero eléctrico francés Gustave Trouvé creó un dispositivo similar, aunque su zumbador producía un sonido diferente para el plomo y el hierro, lo que permitía una diferenciación más precisa entre estos metales. Los localizadores eléctricos de balas, como

los desarrollados por Favre, de Wilde y Trouvé, se utilizaron hasta la llegada de los rayos X, proporcionando una herramienta crucial para la medicina de la época al permitir la detección de balas y otros objetos metálicos en el cuerpo humano. [14] [10]

En 1879, el profesor de música David Edward Hughes publicó sus experimentos con una balanza de inducción de cuatro bobinas. [15] Para este estudio, utilizó su reciente invención del micrófono, un reloj de tictac para generar pulsos regulares y un receptor telefónico como detector.

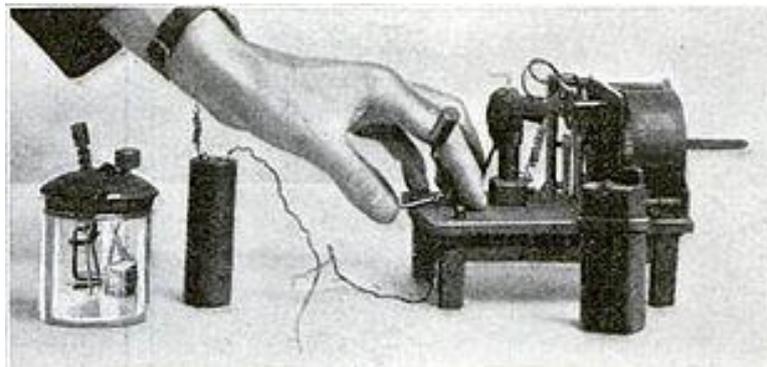


Figura 13. Aparato inalámbrico de Hughes, compuesto por un transmisor de chispa accionado por un reloj y una batería (izquierda) y una versión modificada de su micrófono de bloque de carbón (derecha) que utilizó en sus experimentos de 1879 [16]

Posteriormente, para medir la intensidad de las señales, inventó una balanza de inducción coaxial de tres bobinas, a la que llamó “sonómetro eléctrico”. Hughes hizo mucho por popularizar la balanza de inducción, lo que llevó rápidamente a dispositivos prácticos que podían identificar monedas falsificadas, también se utilizó en la detección de metales, sentando las bases para futuros avances en la detección metálica. [18] [10]

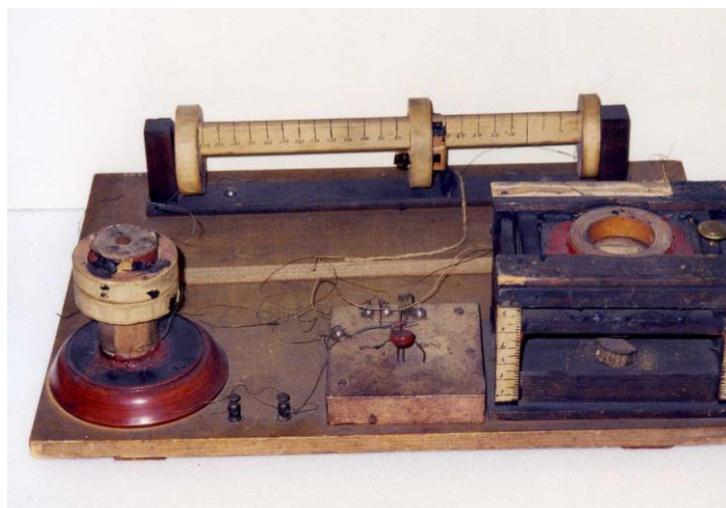


Figura 14. [17] Prototipo original de la "Balanza de Inducción" de Hughes

2.1.4. Innovaciones de Alexander Graham Bell

En julio de 1881, Alexander Graham Bell utilizó una balanza de inducción de cuatro bobinas para intentar localizar una bala alojada en el pecho del presidente estadounidense James Garfield. La distancia de detección que logró con estas cuatro bobinas fue de dos pulgadas (5,08 cm). Dado el poco rango que estas cuatro bobinas le permitieron, utilizó su propio descubrimiento, la balanza de inducción de dos bobinas parcialmente superpuestas, logrando con este aumentar el rango hasta 5 pulgadas (12,7 cm). [10]



Figura 15. Balanza de inducción de dos bobinas de Graham Bell [19]

A pesar de esta mejora, el objetivo de salvar la vida al presidente Garfield no fue conseguido, ya que los muelles de su cama confundían al detector. [10]

Aunque este intento no tuvo éxito, mostró las aplicaciones prácticas de los principios de Faraday en la detección de metales. De este modo, la balanza de dos bobinas de Bell evolucionaría hasta convertirse en la actual bobina doble en forma de D. [10]



Figura 16. Bobinas en forma de doble D parcialmente superpuestas

2.1.5. Primeros detectores para uso militar

En 1892, George M. Hopkins describió una balanza de inducción de dos bobinas ortogonales para la detección de metales. Este diseño mejoró la capacidad de detección y supuso un paso importante en el desarrollo de los detectores de metales.

En 1915, el profesor Camille Gutton desarrolló una balanza de inducción de cuatro bobinas para detectar proyectiles sin explotar en antiguos campos de batalla en Francia. La Figura 17 muestra una fotografía de 1919, donde se puede ver una versión posterior del detector de Gutton, demostrando su eficacia para la detección de municiones no explotadas. [10]



Figura 17. Detector de metales de 1919, utilizado para encontrar bombas sin estallar en Francia tras la Primera Guerra Mundial (1914-1918) [10]

2.2. Desarrollos durante el Siglo XX

2.2.1. Primeros detectores electrónicos

El desarrollo moderno del detector de metales comenzó en la década de 1920 por Gerhard Fischer, quien desarrolló un sistema de radiogoniometría, que es una técnica utilizada para la navegación mediante la detección y medición de la dirección de señales de radio. Este sistema está diseñado para ayudar a los aviones a navegar de manera precisa mediante la localización de señales de radio.

Fischer notó que el sistema funcionaba correctamente, pero observó que en áreas donde el terreno contenía minerales metálicos había anomalías en las señales de radio. Esto lo llevó a deducir que los metales del suelo estaban distorsionando las señales de radio. A partir de esta observación, Fischer desarrolló una máquina que pudiera detectar metales usando una bobina de búsqueda que resonara a una frecuencia de radio. [10]



Figura 18. Gerhard Fisher junto con su detector de metales [20]

Aunque Gerhard Fischer fue la primera persona en obtener una patente para un detector de metales electrónico, el primero en solicitarla fue Shirl Herr, un empresario norteamericano. Su solicitud para un detector de metales portátil se presentó en febrero de 1924, pero no se patentó hasta julio de 1928.

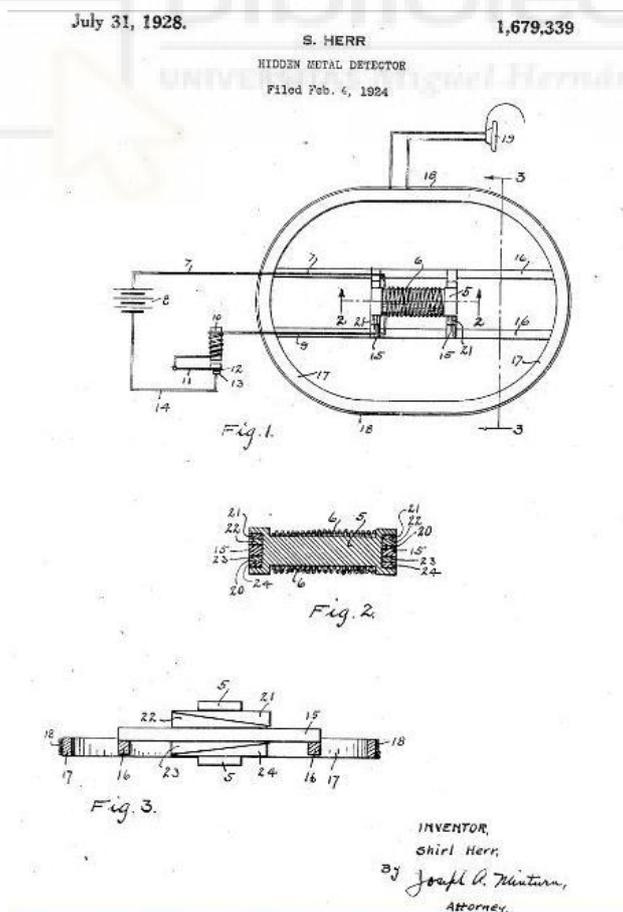


Figura 19. Patente del detector de metales de Shirl Herr [21]

La invención de Shirl Herr fue utilizada por el líder italiano Benito Mussolini en la recuperación de artículos de las galerías del emperador Calígula en el fondo del Lago Nemi, Italia, en agosto de 1929. Además, se utilizó en la Segunda Expedición Antártica del Almirante Richard Byrd en 1933, donde se usó para localizar objetos dejados por exploradores anteriores. Fue efectivo hasta una profundidad de ocho pies (243,84 cm). [10]

2.2.2. Evolución y uso militar

Durante la Segunda Guerra Mundial, la tecnología de detección de metales experimentó avances significativos debido a la necesidad de localizar minas terrestres de manera efectiva. Uno de los desarrollos más importantes fue realizado por el teniente Józef Stanisław Kosacki, un oficial polaco adjunto a una unidad estacionada en Escocia, en los primeros años de la guerra. [10]



Figura 20. Detector de minas polaco desarrollado por Józef Stanisław Kosacki [22]

Kosacki refinó el diseño de los detectores de metales, creando el primer detector de minas práctico, que se puede apreciar en la Figura 20. Estos dispositivos, aunque eran efectivos, seguían siendo bastante pesados, ya que funcionaban con tubos de vacío y requerían paquetes de baterías separados. A pesar de estas limitaciones, el diseño de Kosacki fue un avance crucial en la tecnología de detección de minas. [13][10]

El detector de minas de Kosacki fue utilizado ampliamente durante la Segunda Batalla de El Alamein. En esa campaña, se emplearon para despejar los campos de minas dejados por los

alemanes después de su retirada. Estos detectores también se usaron durante las invasiones aliadas de Sicilia, Italia y Normandía. [24][10]

2.2.3. Comercialización y uso civil

Durante las décadas de 1930 a 1950, la tecnología de detección de metales comenzó a extenderse al ámbito civil. Uno de los primeros en llevar detectores de metales al mercado civil fue Gerhard Fischer, quien fundó Fisher Research Laboratory en la década de 1930. Fischer desarrolló y comercializó el primer detector de metales portátil para uso comercial, conocido como el “Metallascope”.

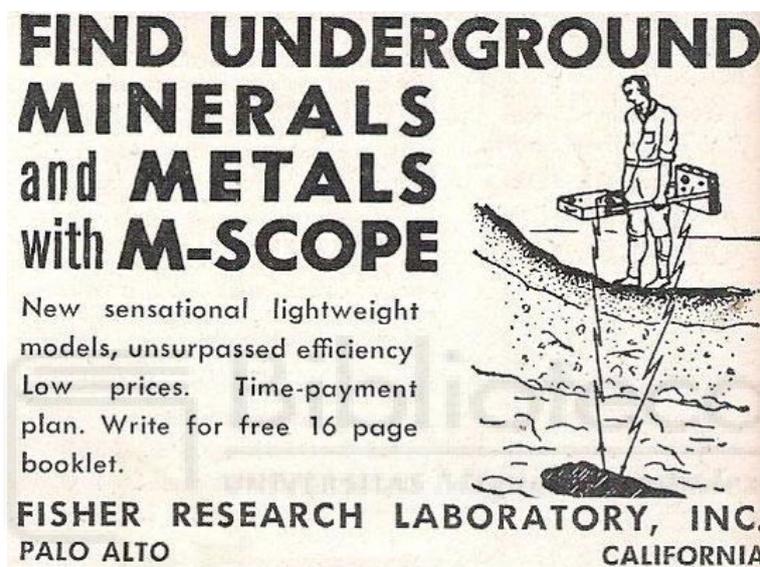


Figura 21. Publicidad del "Metallascope" de Fisher Research Laboratory [25]

Este dispositivo, aunque voluminoso y limitado en comparación con los detectores modernos, permitió a los usuarios civiles detectar objetos metálicos enterrados, convirtiéndose de esta forma en un gran éxito comercial, utilizado para la prospección de minerales, la localización de tuberías subterráneas y cables, así como para la búsqueda de tesoros.

A medida que avanzaba la tecnología, los detectores de metales comenzaron a encontrar nuevas aplicaciones en otros sectores. En 1947, Bruce Kerr y David Hiscock fundaron la empresa “Goring Kerr”, donde desarrollaron detectores específicamente diseñados para la industria alimentaria. Este desarrollo marcó un giro importante hacia aplicaciones comerciales más especializadas, demostrando la versatilidad y el potencial de los detectores de metales en diversas industrias. [10]

2.2.4. Mejoras tecnológicas

Durante las décadas de 1960 a 1980, los detectores de metales experimentaron mejoras significativas gracias a avances tecnológicos clave, particularmente con la introducción del transistor. Este componente electrónico permitió la creación de dispositivos más pequeños, ligeros y eficientes, en contraste con los primeros detectores que eran voluminosos y dependían de tubos de vacío.

Charles Garrett, ingeniero eléctrico de profesión, comenzó a interesarse por la detección de metales como pasatiempo a principios de la década de 1960. Después de probar varias máquinas disponibles en el mercado y no encontrar ninguna que cumpliera con sus expectativas, decidió innovar en los diseños de las bobinas, introduciendo configuraciones que mejoraron la estabilidad de la frecuencia y, con ello, la sensibilidad de los dispositivos. Estas mejoras lo llevaron a fundar “Garrett Metal Detectors”, una empresa que se convirtió líder de la industria. [10]



Figura 22. Propaganda de los detectores metálicos de Garrett Metal Detectors [28]

Las innovaciones de Garrett permitieron que los detectores de metales fueran más precisos en la identificación de diferentes tipos de metales y en la discriminación entre ellos, una característica vital tanto para usos recreativos como profesionales. Entre estas innovaciones destacan el uso de la tecnología basada en el “Balance de Inducción”, la incorporación del oscilador “BFO” (Beat Frequency Oscillator) y el trabajo en la banda de frecuencias “VLF” (Very Low Frequency).

Un dato interesante de estos años fue la incorporación del “reposabrazos” en los detectores de metales. Este accesorio, que aporta una gran comodidad, no se introdujo hasta finales de los años ochenta, y hoy en día es un componente estándar en todos los detectores para aficionados de este sector. [10]

2.2.5. Avances modernos y aplicaciones actuales

Los detectores de metales modernos están completamente computarizados, lo que permite al usuario ajustar una gran variedad de parámetros, como la sensibilidad, la discriminación y la frecuencia de operación, para adaptarse a diferentes condiciones de búsqueda. Además, muchos dispositivos actuales incluyen pantallas LCD que proporcionan información detallada en tiempo real, como la profundidad estimada y el tipo de metal detectado. [10]



Figura 23. AT Max Detector de metales 2024 producido por la compañía "Garrett" [29]

La conectividad también ha jugado un papel clave en la modernización de los detectores de metales. Los modelos más avanzados ahora incorporan tecnologías Bluetooth y Wi-Fi, lo que permite la conexión con aplicaciones de teléfonos inteligentes y otros dispositivos digitales. Esto no solo facilita la personalización de los ajustes del detector, sino que también permite a los usuarios registrar y compartir sus hallazgos, así como acceder a mapas y otros recursos digitales mientras están en el campo. [10]

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Este capítulo tiene como objetivo describir de manera general y detallada los principios físicos fundamentales que sustentan la tecnología de detección empleada en este estudio, principios que son esenciales para comprender como se implementa la tecnología estudiada y así poder evaluar su efectividad.

Entre los conceptos más relevantes se encuentran la inducción de corrientes y las corrientes de Foucault (o Eddy currents), las cuales juegan un papel clave en la identificación de los objetos metálicos, ya que gracias a ellas se altera el equilibrio del flujo magnético que atraviesa las bobinas. Entrando más en detalle, las corrientes de Foucault son corrientes eléctricas cerradas inducidas por un campo magnético variable en un material conductor, si su geometría y dimensiones son compatibles con los bucles de corriente. A su vez, las corrientes de Foucault generan un campo magnético opuesto al primario, proporcionando así una forma efectiva de detección de los cuerpos metálicos en los que se generan.

Finalmente, se abordará la tecnología básica de este trabajo: la tecnología de bobinas balanceadas, una técnica que, a pesar de su aparente simplicidad, ofrece muy buenos resultados. A grandes rasgos, este método requiere de un sistema compuesto por una espira inductora y dos espiras detectoras dispuestas y configuradas de tal manera que permitan detectar las variaciones del campo magnético causadas por los objetos metálicos.

3.1. Fundamentos de la inducción electromagnética

Como se mencionó en el capítulo “2. Contexto histórico”, la detección de metales mediante campos electromagnéticos se inicia con la ley de Faraday de la inducción electromagnética. En el contexto del presente trabajo, podemos decir que la inducción electromagnética es el proceso mediante el cual se genera una corriente eléctrica en un circuito debido a un cambio en el flujo magnético que lo atraviesa. Este fenómeno fue descubierto por Michael Faraday en 1831 y se formalizó en lo que conocemos como ley de inducción electromagnética de Faraday (o simplemente ley de Faraday).

3.1.1. Ley de Faraday

De forma general, la inducción magnética es el proceso mediante el cual los campos magnéticos variables en el tiempo generan campos eléctricos. Si estos campos eléctricos inducidos afectan a un material conductor, los portadores de carga se verán sometidos a una fuerza, lo que inducirá una corriente eléctrica en el conductor, que a su vez generará campos magnéticos. Es importante destacar que el sentido de los campos magnéticos inducidos es tal que se opone a la variación del campo magnético primario, confirmando de esta forma la estabilidad de los sistemas electromagnéticos.

Por otro lado, también cabe destacar la relatividad del movimiento entre un conductor y un campo magnético. De modo que, un campo magnético estático puede ser visto como dinámico por un conductor si éste se mueve respecto al campo magnético. Por tanto, a efectos prácticos, la inducción de corrientes en el conductor puede deberse a un campo magnético que cambia con el tiempo o al movimiento del conductor respecto al campo. Esto significa que la Ley de Faraday no solo se aplica a campos variables en el tiempo, sino también a situaciones donde hay movimiento relativo entre un campo magnético y un conductor.



3.1.1.1. Fuerza electromotriz

Cualquier dispositivo (batería, pila...) que mantiene una diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito se llama fuente de alimentación. La fuerza electromotriz o voltaje inducido (abreviada como “*fem*” y denotada como “ ε ” o “ \mathcal{V} ”) es una diferencia de potencial eléctrico producida por una fuente no eléctrica. Diferentes dispositivos, como, por ejemplo, las baterías proporcionan una “*fem*” mediante la conversión de energía química en energía eléctrica. Esta conversión de energía se consigue mediante fuerzas físicas aplicando trabajo físico sobre cargas eléctricas, por lo que las unidades de la fuerza electromotriz son los Voltios. Básicamente la “*fem*” es la diferencia de potencial que provoca el movimiento de los electrones en un circuito, generando así corriente eléctrica.

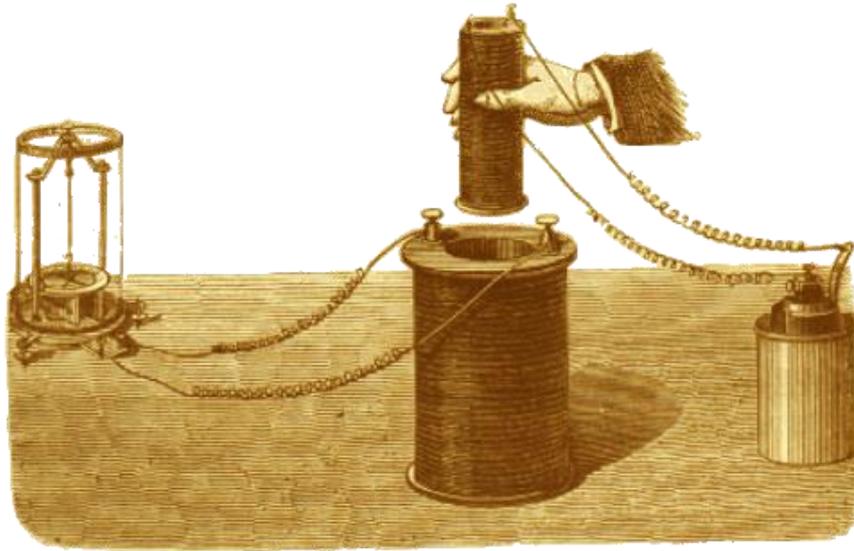


Figura 24. Experimento que realizó Faraday para demostrar las corrientes inducidas y de esta forma la “Inducción electromagnética” [30]

Este hecho fue observado por primera vez por Faraday en 1831, donde demostró que acercando o alejando un imán a un conductor que no está conectado a ninguna fuente de fuerza electromotriz, se detecta con un galvanómetro (o un amperímetro en términos generales) que aparece una corriente eléctrica en el conductor. Cabe destacar que la corriente desaparece si el imán se mantiene en la misma posición (campo magnético estático), por lo que se llega a la conclusión de que sólo una variación del flujo del campo magnético con respecto al tiempo genera una corriente eléctrica.

Luego, la ley de Faraday establece que la magnitud de la fuerza electromotriz (“fem”) inducida en un circuito es directamente proporcional a la rapidez con la que cambia el flujo magnético a través de ese circuito.

Definición previa del flujo magnético (Φ_B), que es una medida de la cantidad total de campo magnético que atraviesa una superficie dada y se expresa como:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S} \tag{3.1.1}$$

Formato vectorial

Flujo magnético

$$\Phi_B = |\vec{B}| |\vec{S}| \cos(\vartheta) \tag{3.1.2}$$

(Φ_B)

Formato escalar

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \tag{3.1.3}$$

Formato integral

Matemáticamente la ley de Faraday para la fuerza electromotriz inducida (“*fem*”) se expresa como:

Ley de Faraday (\mathcal{E})

$$fem = v_{\mathcal{E}} = \mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (3.1.4)$$

donde \vec{B} , es el vector inducción magnética y el signo negativo de la ecuación proviene de la ley de Lenz, que refleja la oposición de la corriente inducida al cambio en el flujo magnético.

3.1.2. Ley de Lenz

Heinrich Lenz formuló en 1834 la ley que lleva su nombre, y que complementa la ley de Faraday, indicando que la corriente inducida en un circuito debido a un cambio en el flujo magnético genera un campo magnético que se opone al cambio que la produjo. Este principio se basa en la conservación de la energía y se representa con el signo negativo en la ecuación de Faraday.

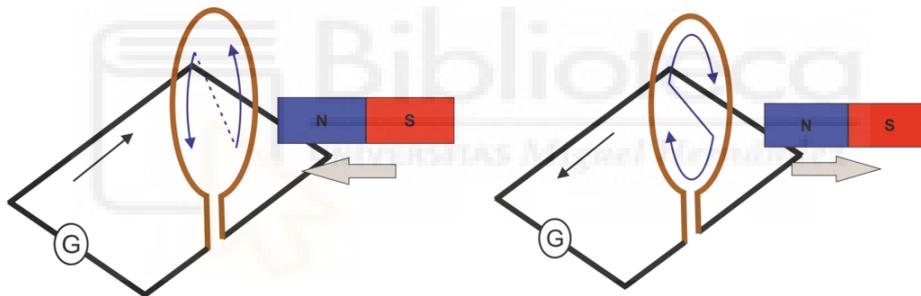


Figura 25. Demostración de la ley de Lenz [31]

Esta definición de Lenz significa que la corriente inducida en un circuito tendrá un sentido tal que el campo magnético generado por dicha corriente se opone a la variación del flujo que la ha causado.

3.2. Corrientes de Foucault

Hasta ahora, hemos visto como la inducción electromagnética es fundamental en la detección de metales, analizando la ley de Faraday, la fuerza electromotriz y la ley de Lenz, que explican como los campos magnéticos variables en el tiempo pueden inducir corrientes eléctricas en conductores metálicos externos. Estas corrientes inducidas reciben el nombre de corrientes de Foucault y son esenciales para que los detectores de metales modernos hagan su función, ya que estas circulan por el material metálico generando campos magnéticos secundarios, permitiendo así que estos metales puedan ser detectados.

3.2.1. Historia y descripción de este fenómeno

Las corrientes de Foucault son corrientes eléctricas cerradas que se inducen en un material conductor cuando éste es sometido a un campo magnético variable en el tiempo.

Este fenómeno fue descrito por primera vez por el físico francés Léon Foucault en 1855 y es una manifestación directa de la ley de Faraday, la cual establece que un cambio en el flujo magnético que atraviesa un conductor induce una fuerza electromotriz (“*fem*”) en dicho conductor y que, a su vez, esta “*fem*” genera corrientes eléctricas dentro del material conductor.

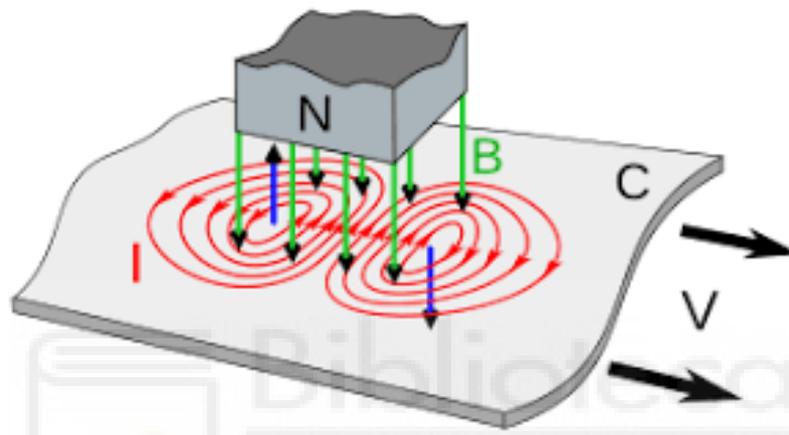


Figura 26. Corrientes de Foucault [22]

Para entender mejor este fenómeno, consideremos la Figura 26, que ilustra las corrientes de Foucault (representadas por "I" en rojo). Ahora, imaginemos un material conductor, como una moneda ("C"), que se desplaza hacia la derecha bajo un imán ("N"). El campo magnético generado por este imán ("B", representado por flechas verdes) está dirigido hacia abajo a través de la moneda. En el borde delantero del imán, a medida que la moneda se acerca, el campo magnético a través de la moneda aumenta, lo que induce una corriente en sentido antihorario (a la izquierda). Según la ley de Lenz, esta corriente genera un campo magnético secundario (flecha azul a la izquierda) dirigido hacia arriba, que se opone al campo magnético del imán. De manera similar, en el borde trasero del imán, donde el campo magnético disminuye a medida que la moneda se aleja, se genera una corriente en sentido horario (a la derecha) y un campo magnético hacia abajo (flecha azul a la derecha), lo que también produce una fuerza de retardo sobre la moneda.

Otra forma de entender la generación de estas corrientes es considerar la fuerza de Lorentz. Y de nuevo considerando la Figura 26, suponiendo que los portadores de carga libres

(electrones) en la moneda se están moviendo hacia la derecha, el campo magnético ejerce una fuerza lateral sobre ellos debido a la fuerza de Lorentz, que se describe como:

$$\text{Fuerza de Lorentz} \quad \vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (3.2.1.1)$$

donde \vec{v} es la velocidad de las cargas hacia la derecha, \vec{B} es el campo magnético dirigido hacia abajo y q es la carga de la partícula.

Según la regla de la mano derecha, la fuerza sobre las cargas positivas se dirige hacia la parte trasera. Esto provoca una corriente “I” hacia la parte trasera bajo el imán, que circula alrededor de la moneda en sentido horario hacia la derecha y en sentido antihorario hacia la izquierda, en la parte delantera del imán. Dado que los electrones tienen una carga negativa, su movimiento es opuesto en dirección a la corriente convencional mostrada. Y de nuevo, cada una de estas corrientes circulares genera un campo magnético contrario (flechas azules), que, según la ley de Lenz, se opone al cambio en el campo magnético que lo causó.

En el contexto de los detectores de metales, podemos sustituir el campo magnético generado por el imán por el campo magnético generado por la bobina primaria del detector. Siguiendo la misma teoría, si un material conductor, como una moneda, se desplaza dentro del campo magnético generado por la bobina del detector de metales, este cambio en el flujo magnético causado por la moneda induce una “fem” en el material, la cual provoca que los electrones dentro del conductor se muevan en trayectorias circulares, formando así las corrientes de Foucault.

Finalmente, estas corrientes serán proporcionales a la intensidad del campo magnético, el área del lazo dentro del conductor y la tasa de cambio del flujo magnético a través del conductor.

3.3. Principio de detección, bobinas balanceadas

En los sistemas de detección de metales, un método generalmente utilizado se basa en el uso de las bobinas balanceadas. Este método aprovecha la inducción de corrientes sobre objetos metálicos, generando de esta forma campos magnéticos secundarios que interactúan con un campo primario.

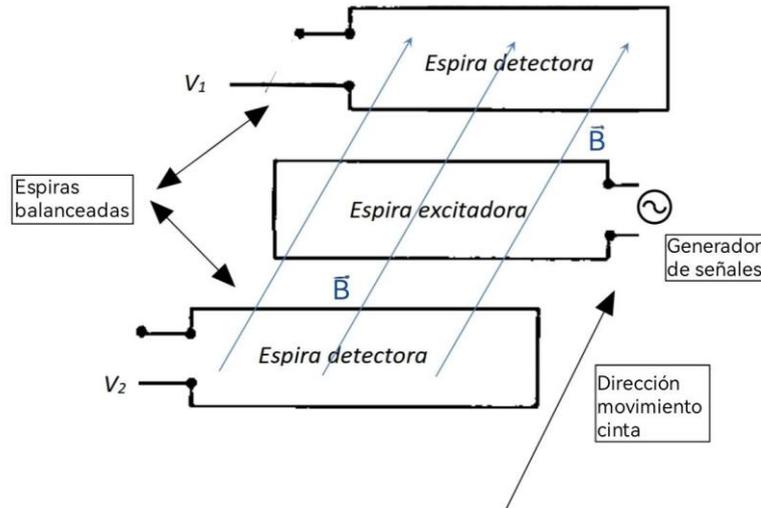


Figura 27. Esquema típico de detección de objetos metálicos basado en bobinas balanceadas

El esquema típico de detección de objetos metálicos basado en bobinas balanceadas se ilustra en la Figura 27. En este sistema, los objetos avanzan hacia delante, en la dirección del campo magnético generado por la espira excitadora o primaria, que está conectada a un generador de señales. Por otro lado, el resto de este sistema se compone de dos espiras detectoras o secundarias, equidistantes de la espira primaria y alineadas con ella, que se encargan de detectar las variaciones en el campo magnético debido tanto al campo primario como al campo secundario generado por las corrientes inducidas en el objeto conductor.

En la práctica, la frecuencia de operación de este sistema es normalmente de decenas o centenas de kHz. A estas frecuencias, la longitud de onda del campo magnético es mucho mayor que las dimensiones del sistema, lo que permite tratar el sistema en un régimen cuasi estático. Un régimen cuasi estático es aquel en el que las variaciones de los campos eléctricos o magnéticos son tan lentas o pequeñas que los efectos de la propagación de las ondas electromagnéticas pueden ignorarse. En este régimen, los campos pueden considerarse "locales", es decir, que se comportan como si fueran estáticos o casi estáticos en la zona donde operan, aunque realmente están cambiando con el tiempo.

Respecto a la longitud de onda de los campos electromagnéticos, suponiendo que trabajamos sobre el medio material 'aire', con un índice de refracción $n = 1$.

Y suponiendo una frecuencia de 250 kHz, resulta una longitud de onda de los campos electromagnéticos de:

$$\lambda = \frac{250 \times 10^3 \text{ Hz}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = \frac{2.5 \times 10^5}{3 \times 10^8} = 1200 \text{ m}$$

Esta λ es mucho mayor que las dimensiones físicas del sistema detector de metales, lo que permite operar en un régimen cuasi estático, donde los efectos de propagación de la onda electromagnética pueden ignorarse, y el análisis se simplifica al considerar los campos magnéticos como locales.

En este contexto, la corriente de desplazamiento que aparece en la cuarta ecuación de las leyes de Maxwell (Ley de Ampère-Maxwell) junto a la corriente de conducción, es despreciable:

Ley de
Ampère-
Maxwell

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \approx \vec{J}_c [T/m] \quad (3.3.1)$$

Esto significa que los campos magnéticos presentes se deben principalmente a las corrientes que circulan por las espiras o por los objetos metálicos que atraviesan el sistema.

Teniendo en cuenta de nuevo la Figura 27, debido a la simetría del sistema, los flujos magnéticos que atraviesan las dos espiras secundarias debidos al campo de la espira primaria son iguales, y como resultado, los voltajes inducidos en los bornes de estas espiras son también iguales, logrando así un sistema balanceado.

Estos voltajes pueden compararse mediante un amplificador diferencial (forma analógica) o mediante operaciones simples de señales a través de software (forma digital), lo que da una salida nula (“idealmente”) si el único campo presente es el primario. Sin embargo, cuando un objeto metálico atraviesa el sistema, las corrientes de Foucault generadas en el objeto inducen un campo magnético secundario, lo que altera el balance entre los voltajes inducidos en las espiras, generando así una señal no nula a la salida del comparador.

Finalmente, debemos tener en cuenta que cualquier campo magnético externo que atraviese las espiras (como los campos generados por circuitos cercanos o por ondas electromagnéticas) podría alterar el balance de voltajes. Sin embargo, dado que el sistema opera a una frecuencia fija, es sencillo filtrar estos ruidos espurios, lo que minimiza el impacto de interferencias externas, garantizándose así que los campos magnéticos ajenos al sistema no causen problemas reales en la detección.

3.3.1. Análisis matemático del sistema de bobinas balanceadas

Partiendo de la ley de Faraday para la inducción electromagnética, que establece que el voltaje inducido en una espira debido a un campo magnético es:

$$v_{\varepsilon} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \text{ [v]}$$

Dado que tenemos dos espiras detectoras, los voltajes inducidos en cada una de estas espiras debido al campo magnético primario ($\vec{B}_{\text{primario}}$) son:

$$V_1 = -\frac{d}{dt} \int_{S_1} \vec{B}_{\text{primario}} \cdot d\vec{S}$$

$$V_2 = -\frac{d}{dt} \int_{S_2} \vec{B}_{\text{primario}} \cdot d\vec{S}$$

En una situación ideal, sin la presencia de un objeto metálico, los campos magnéticos primarios en ambas espiras son iguales debido a la simetría del sistema, lo que significa que los voltajes inducidos en ambas espiras también son iguales, y, por tanto, el voltaje diferencial entre las dos espiras es cero:

$$V_1 = V_2 \rightarrow V_1 - V_2 = 0$$

Sin embargo, cuando un objeto metálico se introduce en el sistema, el campo magnético se altera debido a las corrientes de Foucault inducidas en el objeto, estas generan un campo magnético secundario, que denotaremos como \vec{B}_{metal} , el cual puede reforzar o contrarrestar el campo magnético primario, según la posición del objeto, como vimos debido a la ley de Lenz.

Esto significa que, dependiendo de la posición del objeto metálico y la dirección del cambio del campo magnético, en una de las espiras el campo inducido por el objeto metálico (\vec{B}_{metal}) puede estar en dirección opuesta al campo primario ($\vec{B}_{\text{primario}}$), mientras que, en la otra espira, el campo inducido por el metal puede estar en la misma dirección que el campo primario. Por lo tanto:

- En una espira, el campo magnético inducido por el metal (\vec{B}_{metal}) puede sumarse al campo primario, lo que refuerza el voltaje.
- En la otra espira, el campo magnético inducido (\vec{B}_{metal}) puede oponerse al campo primario, lo que reduce el voltaje.

Este desbalance en los voltajes inducidos genera una señal no nula, que el sistema utiliza para identificar la presencia del objeto metálico.

Bajo esta nueva condición, los voltajes inducidos en las espiras se pueden expresar como:

$$V_1 = -\frac{d}{dt} \int_{S_1} (\vec{B}_{\text{primario}} + \vec{B}_{\text{metal1}}) \cdot d\vec{S}$$

$$V_2 = -\frac{d}{dt} \int_{S_2} (\vec{B}_{\text{primario}} + \vec{B}_{\text{metal2}}) \cdot d\vec{S}$$

En este caso, consideramos que los campos magnéticos secundarios debidos al objeto metálico van en la misma dirección que el campo magnético primario en ambas espiras. También recalcamos que el campo magnético primario en ambas espiras es el mismo, por lo que la diferencia de voltaje inducido estará dominada por la contribución de los campos secundarios debidos al objeto metálico.

Ahora, la diferencia de los voltajes inducidos en las dos espiras, $V_1 - V_2$, será:

$$V_1 - V_2 = -\frac{d}{dt} \left[\int_{S_1} \vec{B}_{\text{metal1}} \cdot d\vec{S} - \int_{S_2} \vec{B}_{\text{metal2}} \cdot d\vec{S} \right]$$

Este voltaje diferencial no nulo es lo que el detector de metales utiliza para identificar la presencia de un objeto metálico, ya que, como vemos, la diferencia en los campos magnéticos secundarios \vec{B}_{metal1} y \vec{B}_{metal2} genera una señal no nula que puede procesarse para determinar la presencia del objeto metálico.

Alternativamente, sin entrar en la integral de flujo, los voltajes inducidos se pueden simplificar considerando el flujo magnético Φ_B y el flujo adicional debido al metal Φ_{metal} .

Bajo esta formulación, los voltajes inducidos se pueden expresar como:

$$V_1 = -\frac{d}{dt} (\Phi_B - \Phi_{\text{metal1}})$$

$$V_2 = -\frac{d}{dt} (\Phi_B + \Phi_{\text{metal2}})$$

Del mismo modo, la diferencia de voltaje entre las dos espiras es entonces:

$$V_1 - V_2 = -\frac{d}{dt} (-\Phi_{\text{metal1}} - \Phi_{\text{metal2}})$$

Como podemos observar, aunque en una de las espiras (espira detectora 1 \rightarrow V_1) el flujo magnético secundario debido al objeto metálico se opone al campo primario, el resultado final es una diferencia de voltaje no nula, luego, esto es lo que permite al detector identificar la presencia del objeto metálico, ya que este desbalance de voltajes es la señal clave que indica la alteración en el campo magnético.



4. MATERIAL Y METODOLOGÍA

En este capítulo se describe el proceso de diseño, fabricación y configuración del detector de metales para su integración en una cinta transportadora dentro de una planta de reciclaje de neumáticos. Asimismo, a lo largo de este apartado también se detallan los aspectos clave relacionados con la implementación del sistema, su calibración y las pruebas preliminares necesarias para garantizar su correcto funcionamiento.

4.1. Estructura de partida del detector

4.1.1. Material, cuerpo, forma y dimensiones

Dado que el detector de metales está diseñado para operar en una cinta transportadora industrial, su estructura debe adaptarse a la geometría de esta. Por lo que, se ha optado por una configuración de geometría rectangular que permite acoplarse adecuadamente al sistema de transporte.

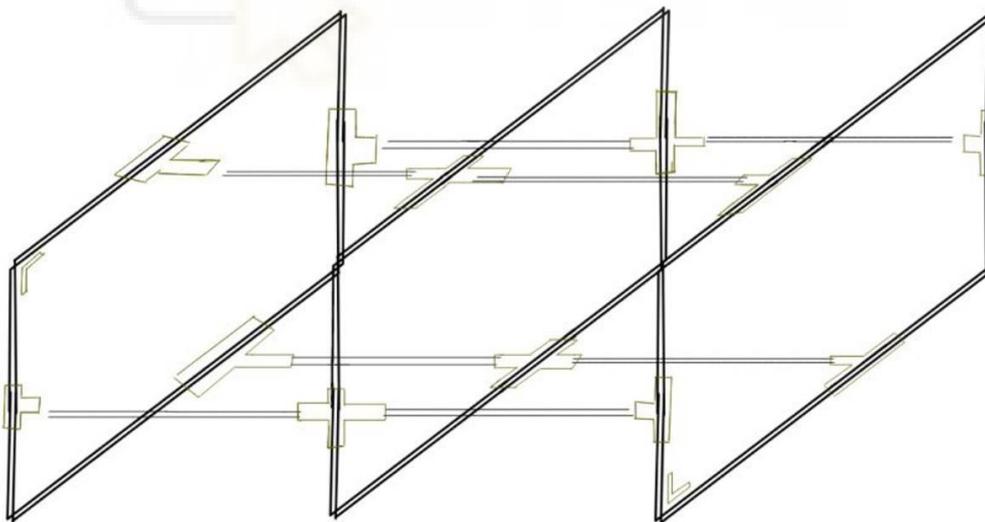


Figura 28. Boceto de la primera estructura del detector

En la Figura 28 se presenta un boceto de la estructura básica del detector, donde las pequeñas piezas corresponden a las uniones entre los elementos estructurales, las cuales han sido fabricadas mediante una impresora 3D en PLA (ácido poliláctico), un tipo de termoplástico que se caracteriza por su alta dureza y una baja flexibilidad.

A continuación, se muestran imágenes detalladas de las pequeñas piezas que anteriormente sobre la Figura 28 hemos denotado como “uniones”. Gracias a las cuales, se ha conseguido aportar la rigidez y soporte necesarios para la correcta formación de la estructura rectangular del detector.

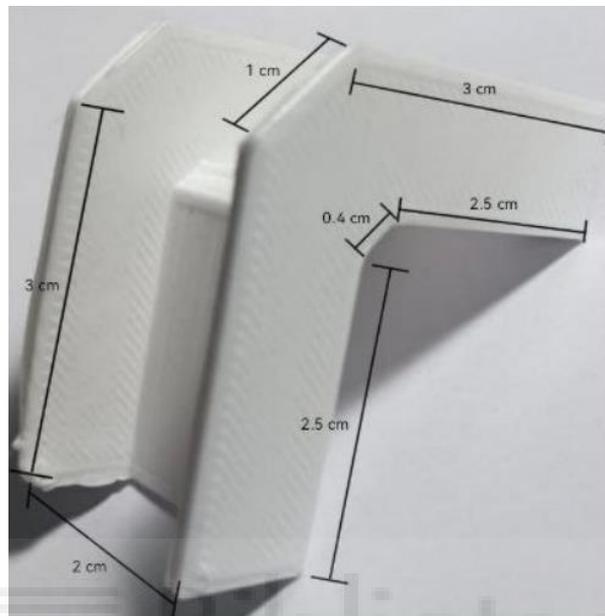


Figura 29. Ángulos para las esquinas

En la Figura 29 se pueden observar los ángulos de 90° (impresos en 3D) colocados en las esquinas de la estructura rectangular. Estas piezas han sido utilizadas para unir las barras de canaleta que conforman el rectángulo, proporcionando así mayor rigidez y refuerzo a la estructura.

La estructura rectangular completa se forma mediante los ángulos de la Figura 29 y barras de canaleta de PVC convencional, que generalmente se emplean como conductos para cables eléctricos. Este diseño rectangular servirá como soporte mecánico de las espiras/bobinas necesarias para la operación del detector.



Figura 30. Barras de canaleta de PVC

Para las uniones entre las distintas piezas, se ha optado por el uso de cinta adhesiva de doble cara, como se puede apreciar en la Figura 30. Pensamos que esta solución es suficiente para garantizar la estabilidad de las conexiones sin agregar peso o complicaciones innecesarias al sistema. Además, en las uniones entre los ángulos de 90° y las barras de canaleta, también se empleó adhesivo epoxi de dos componentes para proporcionar una fijación aún más sólida. Por otro lado, es importante destacar que la elección de todos estos materiales tiene su sentido, ya que todos los elementos utilizados en la estructura están fabricados en materiales plásticos para evitar que el detector se vea afectado por interferencias metálicas, ya que, si hubiéramos empleado fijaciones metálicas, como tornillos o una estructura más robusta de metal, habría alterado el funcionamiento del detector, generando errores en la detección.

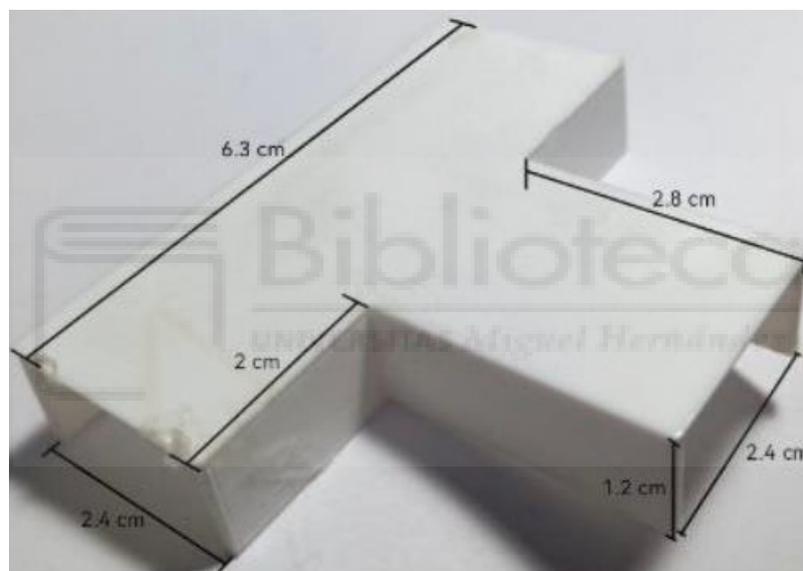


Figura 31. Unión espiras secundarias ("detectoras") con la espira central ("excitadora")

Continuando con el resto de las piezas, la pieza que se observa en la Figura 31 (impresa en 3D) se ha utilizado en ambas espiras laterales para que pudieran ser unidas con la espira central.

Finalmente, para la espira central se han empleado uniones adicionales como la que se muestra en la Figura 32, que se diferencia únicamente de las uniones de la Figura 31, en que éstas tienen forma de cruz, añadiendo una conexión más, a diferencia de las uniones en "T" de la Figura 31, que cuentan con tres puntos de unión. Las uniones en forma de cruz disponen de cuatro puntos de unión y se han utilizado para acoplar ambas espiras laterales a la espira central.

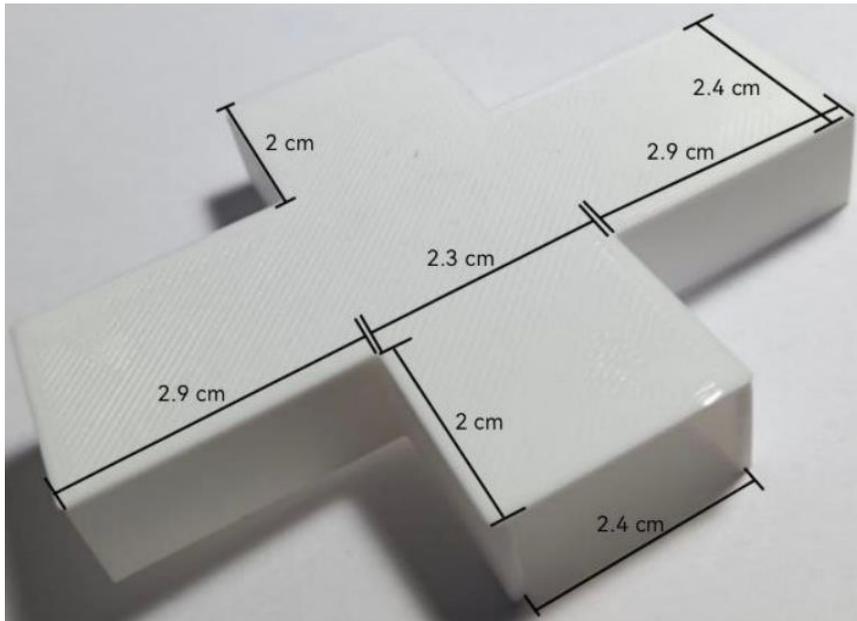


Figura 32. Unión colocada en espira central

De esta forma, el resultado es una estructura rectangular de 41 cm de largo por 18.5 cm de alto, con una separación entre espiras de 12.5 cm. Estas medidas pueden apreciarse de manera más clara en la Figura 33:

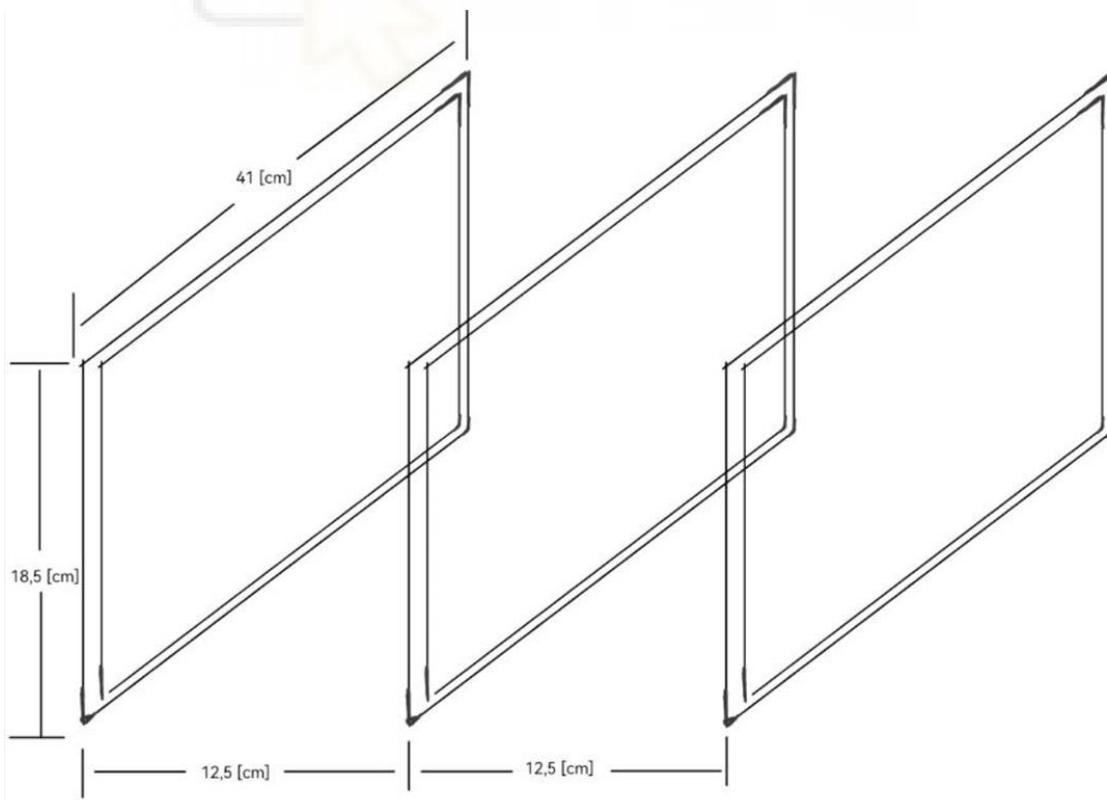


Figura 33. Esquema con las medidas de la estructura rectangular del detector de metales

4.1.2. Cable eléctrico empleado en el bobinado

Las tres espiras que conforman el detector han sido bobinadas utilizando cable eléctrico de cobre con un fino revestimiento de PVC. El hilo de cobre tiene un diámetro de 0.6 mm, lo cual es adecuado para su función como bobina, permitiendo la generación de los campos magnéticos necesarios para la detección de metales.

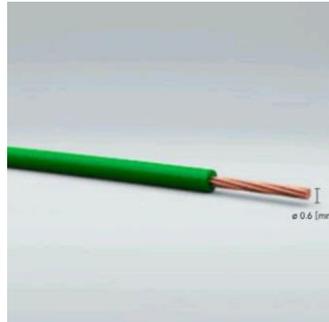


Figura 34. Cable eléctrico utilizado para el bobinado de las espiras

4.1.2.1. Número de vueltas (bobinado)

El detector consta de tres espiras; dos espiras laterales (denominadas “detectoras”) y una espira central (denominada “excitadora”), las cuales han sido configuradas con un número específico de vueltas de cable con el objetivo de maximizar la sensibilidad del detector. Cabe mencionar que existe una relación directa entre el número de vueltas (N) en una espira y el flujo magnético (Φ_B) generado por esta, aunque en este trabajo no hemos dedicado tiempo a optimizar exhaustivamente el número de vueltas, este parámetro juega un papel importante en el rendimiento del detector.

Sin embargo, debemos de tratar brevemente desde un punto de vista teórico como el número de vueltas (N) afecta significativamente tanto al flujo magnético total (Φ_B) como al valor de intensidad de inducción magnética (B).

- **Relación entre el número de vueltas y el flujo magnético**

Como se describió en el Capítulo 3, el flujo magnético en términos escalares y de forma general se expresa como:

$$\text{Flujo magnético } (\Phi_B) \qquad \Phi_B = |\vec{B}| |\vec{S}| \cos(\vartheta)$$

En concreto, si consideramos que el flujo magnético atraviesa perpendicularmente una espira, con un cierto número de vueltas, la expresión anterior puede reajustarse de la siguiente forma:

$$\Phi_B = N \cdot B \cdot A$$

donde N es el número de vueltas de la bobina y A es el área de la sección transversal de la bobina. Este resultado demuestra que el flujo magnético generado por la espira excitadora aumenta al incrementar el número de vueltas o el área de la sección transversal.

Como consecuencia del párrafo anterior, un mayor flujo magnético generado por la espira excitadora induce un voltaje más alto en las espiras secundarias (detectoras), “mejorando” así la eficiencia del sistema de detección. Este principio se explicó en el Capítulo 3, donde, a través de la ley de Faraday se demostró que el voltaje inducido en las espiras secundarias es proporcional a la tasa de variación del flujo magnético (“primario”) que atraviesa dichas espiras. Es importante aclarar que el flujo magnético “primario” hace referencia específicamente al flujo magnético generado por la espira central o excitadora, que es el responsable de inducir voltajes en las espiras secundarias.

Ley de Faraday (\mathcal{E})

$$fem = v_\varepsilon = \mathcal{E} = -\frac{d\Phi_{B_{\text{primario}}}}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B}_{\text{primario}} \cdot d\vec{S}$$

Finalmente, terminando con este recordatorio teórico, no podemos olvidarnos de que el número de vueltas también influye directamente al valor del campo inducción magnética B . De forma que, haciendo uso de la Ley de Biot-Savart podemos aproximar esta magnitud de la siguiente forma:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{2R}$$

Cabe destacar, que esta fórmula es válida para bobinas de sección circular, donde μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [H/m]), I es la corriente que fluye a través de la bobina y R es el radio de la espira. En esta fórmula asumimos que estamos midiendo la densidad de flujo magnético en el centro de la bobina y que la bobina es lo suficientemente larga (o tiene muchas vueltas) como para que los efectos de los bordes sean despreciables.

Respecto a nuestro caso, que implica bobinas de sección rectangular, la fórmula exacta para obtener el valor del campo inducción magnética generado es mucho más compleja, ya que no hay una distribución simétrica del campo magnético como en la bobina circular. Sin embargo, podemos aproximar este valor del campo inducción magnética en el centro de una bobina rectangular mediante una fórmula similar a las bobinas de sección circular.

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{L}$$

donde L es la longitud total del contorno de la sección rectangular, luego su perímetro es $L = 2 \times (\text{largo} + \text{alto})$. Aunque, se debe tener en cuenta que esta aproximación es válida para situaciones donde la bobina rectangular tiene varias vueltas y donde el punto de interés (el centro de la bobina) está lo suficientemente lejos de los bordes de la bobina.

Habiendo comentado esto, para obtener una mayor precisión en los cálculos de Φ_B y de B , una de las mejores opciones habría sido realizar simulaciones electromagnéticas mediante algún tipo de software especializado. pero tomándolo como una idea general, nos sirven estas aproximaciones y conceptos.

Cerrando este apartado, nos damos cuenta de que cuando analizamos el flujo magnético total a través de la bobina primaria, el número de vueltas N aparece dos veces en las ecuaciones, una vez en el cálculo del valor del campo inducción magnética y otra en la fórmula para el flujo magnético Φ_B . Esto sugiere que el número de vueltas tiene una influencia cuadrática (N^2) sobre el flujo magnético total del primario, es decir, duplicar el número de vueltas resultaría en un cuadruplicamiento del flujo magnético.

De forma similar, al considerar las espiras secundarias, el flujo magnético que induce un voltaje en ellas depende del campo magnético generado por la bobina primaria, pero en este caso, el número de vueltas $N_{\text{secundaria}}$ de la bobina secundaria aparecerá una sola vez en la fórmula del flujo que la atraviesa ($\Phi_{\text{secundaria}} = N_{\text{secundaria}} \cdot B_{\text{primaria}} \cdot A_{\text{secundaria}}$), donde B_{primaria} sigue siendo el campo creado por la bobina primaria.

Por todo ello, el número de vueltas es un parámetro clave en el diseño de la bobina. De esta forma, en nuestro sistema partimos, en un primer diseño, del siguiente número de vueltas:

- **11** vueltas para las espiras **laterales**.
- **13** vueltas para la espira **central**.

Es crucial que las espiras laterales mantengan la mayor simetría posible, por lo que el número de vueltas debe ser idéntico en ambas, garantizando así un equilibrio en el sistema y minimizando la probabilidad de errores en la detección.

▪ **Longitud total de cable empleado en cada espira**

Conociendo las dimensiones de la estructura y el número de vueltas de cada espira, es posible calcular la longitud total de cable utilizado en cada una de ellas. Este cálculo sencillo es importante no solo para el diseño, sino también para garantizar que el sistema esté simétrico y de esta forma balanceado.

Dado que las espiras tienen una sección rectangular y las tres comparten las mismas dimensiones, utilizando la fórmula del perímetro de un rectángulo y luego multiplicando por el número total de vueltas en cada espira, nos quedan las siguientes longitudes totales de cable utilizado en cada espira:

- Espiras laterales => Longitud total = 119 [cm] x 11 vueltas = 1309 [cm]
- Espira central => Longitud total = 119 [cm] x 13 vueltas = 1547 [cm]

4.2. Caracterización de los parámetros de la bobina excitadora

Continuando con nuestro estudio, el siguiente paso consistió en determinar el valor de la impedancia de la bobina central, la cual hemos denominado anteriormente como la bobina “excitadora”.

4.2.1. Material necesario

Para realizar esta caracterización, decidimos estimar la impedancia de la bobina mediante el método de la estimación lineal, método para el cual fue necesario emplear un osciloscopio digital de laboratorio, que nos permitió capturar con precisión los datos necesarios para su posterior análisis.

Además del osciloscopio, también fue necesario el uso de un generador de señales, con el que posteriormente generaríamos una señal sinusoidal para introducirla a través de la bobina.

La bobina excitadora, que corresponde a una espira rectangular previamente bobinada, es el objeto de este apartado, cuya impedancia será determinada en este punto. En la Figura 35 se muestra la espira completamente bobinada, lista para ser caracterizada.



Figura 35. Ejemplo de una espira bobinada

Es importante recordar que la impedancia de una bobina está dada por la siguiente fórmula:

$$Z_B = j\omega L + R_B [\Omega]$$

donde ω es la frecuencia angular y cuyo valor se obtiene a partir de $\omega = 2\pi f$, donde f es la frecuencia de trabajo. Por otro lado, tenemos el valor de L que se corresponde con el valor de la inductancia de la bobina y finalmente R_B que es la resistencia interna de la propia bobina.

Para facilitar los cálculos, se tuvo en cuenta el siguiente esquema circuital sencillo que incluye una pequeña resistencia de $10\ \Omega$ en serie con la bobina, que nos permitió calcular de manera más cómoda la corriente que circulaba por la malla.

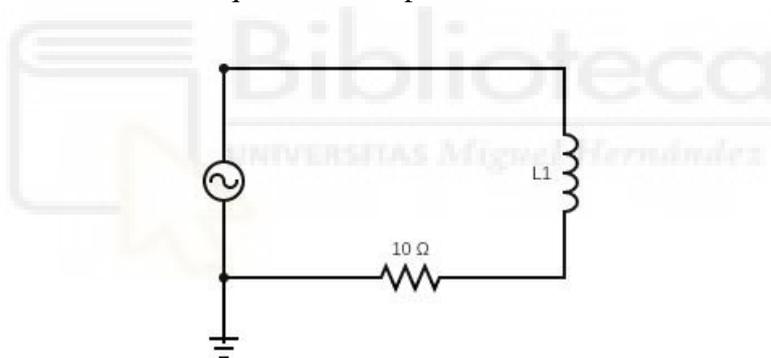


Figura 36. Diagrama del circuito empleado para estimar la impedancia de la bobina

4.2.2. Procedimiento 1: Cálculo de L y R_B mediante solución de Z_B

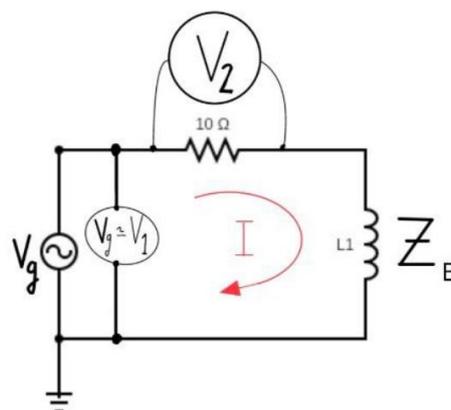


Figura 37. Diagrama del primer circuito empleado para estimar la impedancia de la bobina

El cálculo de la impedancia de la bobina Z_B , utilizando el diagrama presentado en la Figura 37, aplicando las Leyes de Kirchoff y el análisis de mallas, se puede obtener mediante los siguientes cálculos:

- Ecuaciones básicas por análisis de la malla:
 - La tensión total proporcionada por el generador V_g o V_1 es igual a la suma de las caídas de tensión en la resistencia y en la bobina, es decir:

$$V_1 = (Z_B + R) \cdot I$$

donde Z_B es la impedancia de la bobina, R es la resistencia en serie de 10Ω e I es la corriente que atraviesa la malla.

- Una segunda ecuación de apoyo es la caída de tensión en la resistencia, que hemos denominado V_2 :

$$V_2 = I \cdot R$$

A partir de estas dos ecuaciones básicas, llegamos a:

$$V_1 - V_2 = Z_B \cdot \frac{V_2}{R}$$

Despejando Z_B :

$$Z_B = \frac{V_1 - V_2}{V_2} \cdot R$$

Finalmente, simplificando aún más la última ecuación, llegamos a obtener el valor de la impedancia de la bobina que estábamos buscando:

$$Z_B = \left(\frac{V_1}{V_2} - 1 \right) \cdot R$$

Una vez llegados a esta expresión, únicamente nos queda realizar la medición directa de los voltajes V_1 (medido directamente en los bornes del generador) y V_2 (la caída de tensión en la resistencia conocida de un valor de 10Ω), luego es una manera bastante sencilla y efectiva de obtener el valor de la impedancia de la bobina.

Es importante mencionar que, debido a que el valor medido del generador no siempre corresponde al voltaje que se estaba introduciendo manualmente en el generador de señales,

se decidió de medir V_1 directamente en los bornes del generador para asegurar que el valor sea preciso, de esta forma se evita cualquier error que pudiera surgir debido a la impedancia interna del generador o por otro tipo de pérdidas.

4.2.2.1. Aplicación del método de la estimación lineal

Partiendo de la fórmula general para la impedancia de una bobina (compleja) que incluye tanto su parte inductiva como resistiva, como hemos visto en el apartado anterior:

$$Z_B = j\omega L + R_B$$

Si trabajamos con los módulos, es decir, con la magnitud de la impedancia, obtenemos la siguiente relación:

$$|Z_B| = \sqrt{R_B^2 + (\omega L)^2}$$

Para simplificar el análisis y aplicar el método de mínimos cuadrados o estimación lineal, elevamos al cuadrado ambos lados de la ecuación, eliminando así la raíz cuadrada y obteniendo una relación cuadrática directa:

$$|Z_B|^2 = R_B^2 + (\omega L)^2$$

Ahora, comparando la expresión anterior, observamos que esta ecuación es similar a la expresión general de la ecuación de una recta, donde podemos identificar claramente un paralelismo con la ecuación de esta:

$$Y = aX + b$$

Comparando ambas ecuaciones, se pueden ver las siguientes analogías; Y se corresponde con el cuadrado del módulo de la impedancia, $|Z_B|^2$, mientras que X es el cuadrado de la frecuencia angular, $\omega^2 = (2\pi f)^2$, la ordenada en el origen de la recta, b , se identifica con R_B^2 , el valor resistivo de la bobina elevado al cuadrado y, por último, la pendiente de la recta, a corresponde a L^2 , es decir, el cuadrado de la inductancia de la bobina.

Esta aproximación es clave, ya que permite que la ecuación cuadrática se interprete como un problema lineal, facilitando su resolución mediante técnicas de ajuste lineal, como es el método de mínimos cuadrados. Del mismo modo, los valores de ω se obtienen directamente de las frecuencias de trabajo de la bobina, mientras que las magnitudes de Z_B se obtienen a

partir de las mediciones de los voltajes en el circuito experimental, utilizando el osciloscopio, como hemos comentado anteriormente.

A partir de aquí, únicamente nos queda generar una tabla de datos experimentales junto con los valores de ω^2 y $|Z_B|^2$, con los que será suficiente para representar gráficamente la relación aproximada. En esta gráfica, el eje X corresponderá a ω^2 y el eje Y a $|Z_B|^2$. Finalmente, la pendiente de la recta obtenida a partir del ajuste lineal proporcionará una estimación del cuadrado de la inductancia L^2 y la intersección con el eje Y (ordenada en el origen) permitirá determinar R_B^2 , el cuadrado de la resistencia interna de la bobina.

Por tanto, esta metodología, nos ha permitido caracterizar de forma aproximada los parámetros de la bobina excitadora, específicamente su inductancia L y su resistencia interna R_B .

A continuación, en la siguiente Figura 38 se presentan los datos experimentales obtenidos, los cuales reflejan las distintas frecuencias de trabajo utilizadas y las correspondientes amplitudes de las señales sinusoidales aplicadas, junto con los valores de V_1 y de V_2 que eran obtenidos directamente mediante la sonda del osciloscopio.

f1 = 100 kHz				f2 = 125 kHz				f3 = 150 kHz			
Vg	Vg REAL = V1	V2	Zb	Vg	Vg REAL = V1	V2	Zb	Vg	Vg REAL = V1	V2	Zb
1	0.85	0.110	66.600	1	0.92	0.097	83.997	1	0.95	0.085	100.747
2	1.62	0.189	74.957	2	1.72	0.172	89.100	2	1.80	0.153	106.571
4	3.28	0.388	73.791	4	3.64	0.352	92.475	4	3.72	0.312	108.138
6	4.96	0.576	75.350	6	5.20	0.500	93.060	6	5.44	0.440	112.500
f4 = 175 kHz				f5 = 200 kHz							
Vg	Vg REAL = V1	V2	Zb	Vg	Vg REAL = V1	V2	Zb				
1	0.94	0.077	110.957	1	0.96	0.071	123.959				
2	1.82	0.134	124.563	2	1.85	0.13	130.985				
4	3.8	0.268	130.473	4	3.96	0.24	153.450				
6	5.52	0.384	132.413	6	5.56	0.35	147.369				

Figura 38. Datos para estimación lineal de L y R_B

▪ Gráfico resultado de la estimación lineal para el procedimiento 1

En el gráfico que se muestra a continuación sobre la Figura 39, se presenta el resultado gráfico de la estimación lineal para el procedimiento 1, donde se pueden identificar los parámetros clave de la bobina excitadora. Observando el extremo superior derecho del gráfico, aparece en el recuadro la ecuación de la recta obtenida, siendo la ordenada en el

origen, el valor estimado de R_B^2 y la pendiente de esta correspondiéndose con la estimación de la inductancia al cuadrado L^2 .

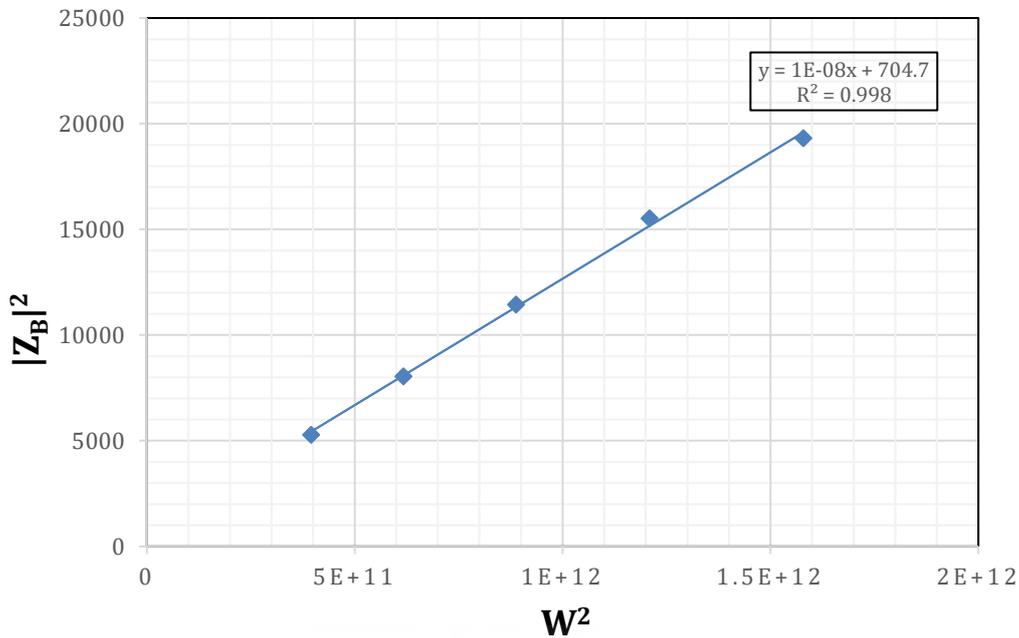


Figura 39. Gráfico resultado del procedimiento 1

Tras la obtención de los valores de L^2 y R_B^2 a partir de la gráfica de la estimación lineal, procedemos a calcular sus raíces cuadradas para determinar finalmente los valores de la inductancia y la resistencia interna de la bobina excitadora que estamos buscando. Siendo los resultados de estos dos parámetros, los que se muestran en la siguiente Tabla:

Estimación lineal Procedimiento 1		L [H]	R_B [Ω]
L^2	R_B^2	1.094E-04	26.546
1.196E-08	704.703		

Tabla 1. Resultados estimación lineal para el procedimiento 1

4.2.2.2. Descarte del procedimiento 1

Este primer procedimiento fue descartado debido a que no se consideró adecuadamente el desfase existente entre las señales de voltaje (V_1 y V_2), ya que durante la primera experimentación se observó que al colocar la resistencia antes de la bobina, las señales V_1 y V_2 no presentaban un desfase visible en el osciloscopio. Este comportamiento pudo deberse al siguiente motivo:

Cuando se midió V_2 directamente en los bornes de la bobina en la primera configuración, el voltaje V_2 estaba dado por la expresión analítica:

$$V_2 = V_g \cdot \left(\frac{j\omega L}{R + j\omega L} \right)$$

Luego, es posible que no se apreciara el desfase entre estas dos, debido a que la resistencia de 10Ω fuese mucho más pequeña en comparación con la reactancia inductiva de la bobina ($j\omega L$), lo que hace que el paréntesis se comporte como un número real, reduciéndose o llegando a ser anulado el desfase observable entre V_1 y V_2 en el osciloscopio.

Sin embargo, en el procedimiento posterior, al reconfigurar el circuito colocando la resistencia después de la bobina, se observó un desfase claro entre V_1 y V_2 , lo cual es coherente con la teoría de circuitos R-L, donde la bobina introduce un desfase de 90° entre el voltaje que cae en la resistencia y el voltaje que cae en la bobina. De igual forma, que, en la configuración anterior, de forma analítica, tenemos que:

$$V_2 = V_g \cdot \left(\frac{R}{R + j\omega L} \right)$$

En este segundo caso, se apreciaba un desfase claro entre V_1 y V_2 , ya que la bobina introduce una reactancia inductiva que causa un desplazamiento de fase de 90° , como hemos comentado en el párrafo de arriba.

Finalmente, otro factor importante por el que se descartó este primer procedimiento se debió a que en los cálculos iniciales tampoco se tuvo en cuenta la resistencia de 10Ω , luego, a la hora de obtener los parámetros de L y R_B no se estaban determinando de forma correcta.

4.2.3. Procedimiento 2: Cálculo de L y R_B mediante un divisor de tensión

Como se ha comentado en el apartado anterior, en este segundo procedimiento, se reconfiguró el circuito colocando la resistencia de 10Ω después de la bobina excitadora.

A diferencia del primer procedimiento, donde el análisis se centró en la resolución de la malla para obtener la relación de Z_B , en este segundo caso se optó por utilizar la fórmula del divisor de tensión como base para el análisis. Esta estrategia consistió en aplicar el divisor de tensión entre la resistencia R y la bobina Z_B para obtener una expresión que luego se pudiera ajustar a la forma de una recta en una gráfica, de manera similar a como se procedió en el método anterior.

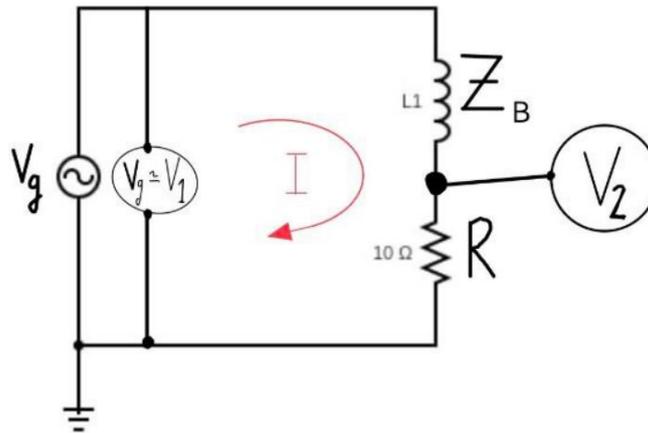


Figura 40. Diagrama del segundo circuito empleado para estimar la impedancia de la bobina

De esta forma, el divisor de tensión en este circuito se establece entre el voltaje total V_g aplicado y las dos caídas de tensión en la bobina y en la resistencia. Luego, la relación entre los voltajes V_1 y V_g según el divisor de tensión viene dado por la siguiente expresión:

$$V_2 = V_g \cdot \left(\frac{R}{R + Z_b} \right)$$

4.2.3.1. Aplicación del método de la estimación lineal

Para aplicar el método de la estimación lineal en este segundo procedimiento, partimos de la relación obtenida a partir del divisor de tensión:

$$V_2 = V_g \cdot \left(\frac{R}{R + Z_b} \right)$$

donde Z_b , es la impedancia compleja de la bobina, y se expresa como:

$$Z_b = j\omega L + R_b$$

Sustituyendo esta expresión en la fórmula del divisor de tensión, obtenemos:

$$V_2 = V_g \cdot \left(\frac{R}{R + j\omega L + R_b} \right)$$

Y ahora, trabajando únicamente con los módulos para simplificar el análisis (al eliminar los términos complejos asociados al desfase), la expresión queda de la siguiente manera:

$$|V_2|^2 = |V_g|^2 \cdot \left(\frac{R^2}{(R + R_b)^2 + (\omega L)^2} \right)$$

Reordenando la ecuación para obtener una forma más útil para la estimación lineal, se llega a la siguiente relación:

$$(R + R_b)^2 + (\omega L_b)^2 = R^2 \cdot \frac{|V_g|^2}{|V_2|^2}$$

Esta ecuación se asemeja a la ecuación general de una recta:

$$b + aX = Y$$

Comparando ambas ecuaciones, se pueden ver las siguientes analogías; Y se corresponde con el cociente entre voltajes multiplicado por la resistencia de 10Ω , todos ellos elevados al cuadrado, es decir, $\left(R^2 \cdot \frac{|V_g|^2}{|V_2|^2}\right)$, termino al cual llamaremos “factor Q ”, mientras que X es el cuadrado de la frecuencia angular, $\omega^2 = (2\pi f)^2$, la ordenada en el origen de la recta, b , se identifica con $(R + R_b)^2$, que representa el valor resistivo total (resistencia de la bobina más la resistencia externa de 10Ω) elevado al cuadrado y, por último, la pendiente de la recta, a corresponde a L_b^2 , es decir, el cuadrado de la inductancia de la bobina.

Así, de manera similar al procedimiento anterior, utilizando los datos experimentales ya registrados (como se mostraban en la Figura 38), es posible realizar el ajuste lineal y obtener finalmente los valores deseados de L y R_B .

▪ **Gráfico resultado de la estimación lineal para el procedimiento 2**

En la Figura 41, se presenta el gráfico resultante del ajuste lineal correspondiente al segundo procedimiento, donde se pueden identificar los parámetros clave de la bobina excitadora.

Observando el extremo superior derecho del gráfico, aparece en el recuadro la ecuación de la recta obtenida, siendo la ordenada en el origen, el valor estimado de $(R + R_b)^2$ y la pendiente correspondiéndose con la estimación de la inductancia al cuadrado L_b^2 . Como era de esperar, los resultados obtenidos son distintos a los obtenidos mediante el procedimiento 1.

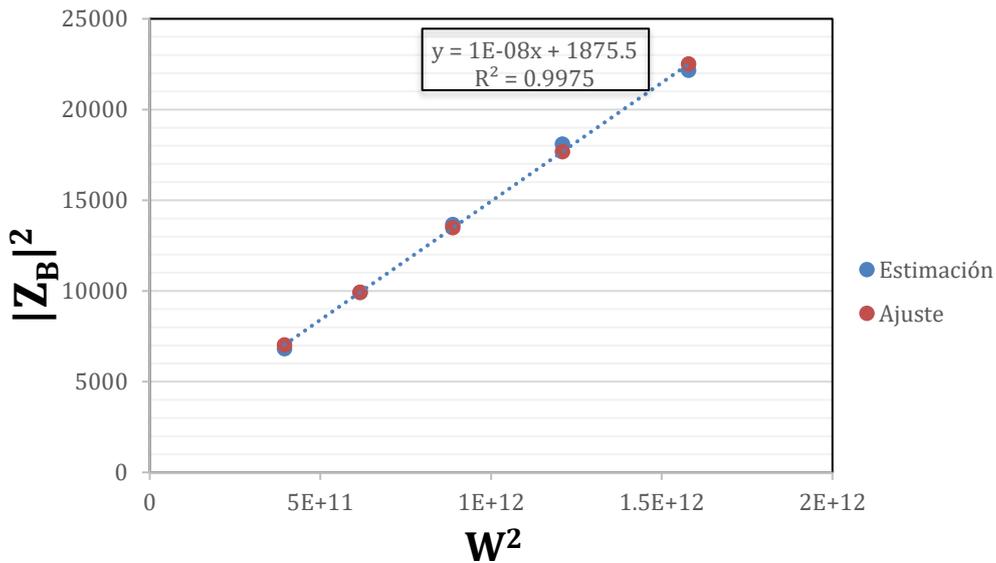


Figura 41. Gráfico resultado del procedimiento 2

En este gráfico se ha añadido también una línea de tendencia que muestra el ajuste de la recta y que, aunque no ha sido empleado directamente para calcular los valores de L y R_b , proporciona una referencia visual útil sobre el ajuste de los datos experimentales. Los datos necesarios para la obtención del gráfico se muestran en la siguiente tabla:

w^2	$ Z_b ^2$	Q^2	Ajuste
3.948E+11	5281.578	6818.542	7034.228
6.169E+11	8038.553	9911.791	9936.022
8.883E+11	11446.652	13663.045	13482.66
1.209E+12	15525.501	18090.617	17674.14
1.579E+12	19304.486	22153.520	22510.46

Tabla 2. Datos para la estimación lineal del procedimiento 2

Tras la obtención de los valores de L^2 y $(R + R_b)^2$ a partir de la gráfica de la estimación lineal, procedemos a calcular sus raíces cuadradas para determinar finalmente los valores de la inductancia y la resistencia interna de la bobina excitadora. Además, en este caso, para la obtención de R_b ha sido necesario restar los 10 $[\Omega]$ de la resistencia externa empleada en el circuito. Los resultados obtenidos, se muestran en la siguiente tabla:

Estimación lineal Procedimiento 2		L [H]	R_b $[\Omega]$
L^2	$(R + R_b)^2$	1.143E-04	33.41
1.307E-08	1875.482		

Tabla 3. Resultados estimación lineal para el procedimiento 2

Finalmente, con este apartado cerramos el análisis del procedimiento 2 y de esta forma, la caracterización de los parámetros de la bobina excitadora o central, con los siguientes resultados:

- Inductancia (L): Se obtuvo un valor inductivo de 114.3 [μH].
- Resistencia interna bobina (R_b): Después de restar la resistencia externa de 10 Ω del valor total estimado, se determinó un valor de 33.41 Ω .

Estos valores son razonables y considerablemente buenos considerando las características físicas de la bobina, que consta de 13 vueltas con una sección rectangular.

4.3. Estudio de la variación del voltaje inducido en las bobinas laterales

El objetivo de este apartado es analizar cómo varía el voltaje inducido en las bobinas detectoras no excitadas (bobinas laterales) y observar las fluctuaciones correspondientes en la corriente que circula por la malla principal (circuito primario). Para ello, se aplicará una señal de entrada con una amplitud constante de 5 V (es decir, 10 V_{pico-pico}) y se variará la frecuencia de la señal para observar sus efectos sobre el sistema.

Por otro lado, además de la variación de la frecuencia, este análisis se llevará a cabo para tres diferentes distancias de separación (en cm) entre la espira de la bobina excitadora y las bobinas laterales detectoras: 12.5, 18 y 22. Luego, otro de nuestros objetivos es investigar como la separación entre las espiras también influye tanto en el voltaje inducido en estas espiras laterales como en la corriente que circula por el circuito primario.

Para proceder con este apartado, tendremos en cuenta el siguiente esquemático circuital:

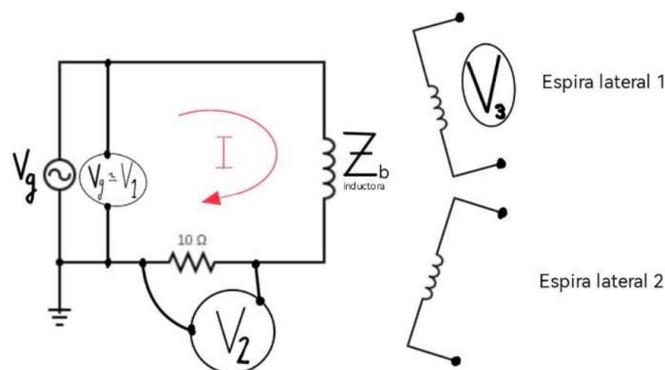


Figura 42. Diagrama del circuito empleado para el estudio de la variación del voltaje inducido

Con respecto al diagrama, cabe destacar que, dado que las bobinas laterales están en circuito abierto, se asume que por ellas no circula corriente (además de la propia impedancia del

osciloscopio ($1\text{ M}\Omega$), lo que hace que la corriente no pase por este camino), concentrando toda la atención en el comportamiento del voltaje inducido en dichas espiras laterales, denotado como V_3 , así como en la corriente que circula en el circuito primario. Asimismo, el cálculo del voltaje inducido V_3 ha sido estudiado exclusivamente sobre una de las espiras laterales, dado que ambas espiras laterales son idénticas, luego consideramos que es suficiente hacer el cálculo sobre una de estas dos, asumiendo que no habrá diferencias significativas entre ellas.

En resumen, este apartado busca comprender cómo dos variables clave afectan el comportamiento electromagnético del sistema:

1. Frecuencia de la señal de entrada: Veremos como diferentes frecuencias afectan tanto al voltaje inducido en las bobinas laterales como a la corriente en el primario.
2. Separación entre las espiras: Del mismo modo, veremos cómo es la relación entre la separación física entre las bobinas y su influencia en el voltaje inducido, así como en la corriente que circula por la bobina excitadora (circuito primario).

Con esta breve introducción teórica, procedemos a presentar los resultados obtenidos para posteriormente ser interpretados.

4.3.1. Resultados obtenidos

Antes de proceder con la exposición de los resultados obtenidos, se adjunta en la siguiente Figura 43 la representación de la distancia entre espiras, la cual es la variable que será modificada a lo largo de este apartado. Esta imagen es importante para garantizar la claridad en la interpretación de los datos que se mostrarán a continuación y evitar cualquier ambigüedad respecto con la configuración experimental.

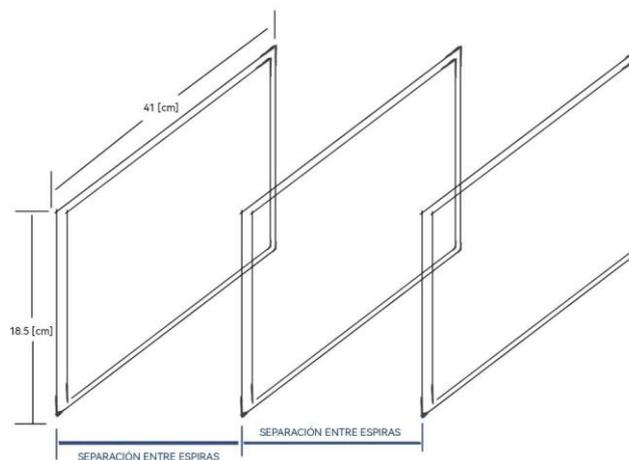


Figura 43. Imagen aclaratoria para la variable de la separación entre espiras

▪ **Resultados obtenidos para una separación entre espiras de 12.5 cm**

En la tabla que se presenta a continuación, se muestran los resultados obtenidos para una separación entre espiras de 12.5 [cm], donde se ha ido variando la frecuencia de la señal de entrada, manteniendo una amplitud constante para todas estas frecuencias, consiguiendo obtener el voltaje inducido V_3 y la corriente que circula por el circuito primario, I .

Para obtener la corriente nos hemos apoyado en la caída de tensión V_2 medida en la resistencia externa de 10 [Ω], aplicando la siguiente sencilla relación, $I = \frac{V_2}{R}$.

Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

f [kHz]	Vg	Vg real \approx V1 [V]	V2 [V]	V3 [V]	I [A]
100	5	4.2	0.464	0.428	0.047
125	5	4.44	0.408	0.444	0.041
150	5	4.48	0.356	0.46	0.036
175	5	4.68	0.324	0.468	0.033
200	5	4.8	0.296	0.48	0.030

Tabla 4. Resultados para una separación entre espiras de 12.5 cm

▪ **Resultados obtenidos para una separación entre espiras de 18 cm**

f [kHz]	Vg	Vg real \approx V1 [V]	V2 [V]	V3 [V]	I [A]
100	5	4.16	0.476	0.252	0.048
125	5	4.4	0.404	0.26	0.041
150	5	4.52	0.356	0.264	0.036
175	5	4.64	0.312	0.272	0.032
200	5	4.72	0.284	0.276	0.029

Tabla 5. Resultados para una separación entre espiras de 18 cm

▪ **Resultados obtenidos para una separación entre espiras de 22 cm**

f [kHz]	Vg	Vg real \approx V1 [V]	V2 [V]	V3 [V]	I [A]
100	5	4.24	0.468	0.174	0.047
125	5	4.4	0.408	0.178	0.041
150	5	4.48	0.352	0.186	0.036
175	5	4.52	0.312	0.194	0.032
200	5	4.68	0.284	0.192	0.029

Tabla 6. Resultados para una separación entre espiras de 22 cm

4.3.2. Análisis de los resultados

Los resultados obtenidos en las Tablas 4, 5 y 6 muestran cómo la variación de la frecuencia de la señal de entrada y la separación entre las espiras influye tanto en el voltaje inducido V_3 en las bobinas laterales como en la corriente I que circula por el circuito primario.

Observamos que, en general, el voltaje inducido V_3 disminuye conforme aumenta la separación entre las espiras, esto es coherente con la expectativa teórica, ya que una mayor separación reduce la interacción electromagnética entre las bobinas excitadora y detectoras. Luego, cuanto más alejadas estén las espiras, menor es el acoplamiento magnético, lo que se traduce en una reducción en el voltaje inducido.

Por otro lado, también se observa que al aumentar la frecuencia de la señal de entrada, el voltaje inducido V_3 aumenta, lo que podría explicarse por el aumento de la reactancia inductiva X_L , en el sistema, que aumenta proporcionalmente con la frecuencia, tal como se describe en la siguiente expresión:

$$X_L = \omega L = 2\pi fL$$

Este aumento en la reactancia inductiva genera un incremento en la tasa de cambio del flujo magnético, lo que induce un mayor voltaje en las bobinas laterales.

En cuanto a la corriente en el circuito primario, I , observamos una ligera disminución a medida que aumenta la frecuencia. Este comportamiento puede analizarse de forma más detallada a partir de las ecuaciones del circuito.

Si partimos de la expresión general para el circuito (utilizada ya en apartados anteriores):

$$(R + R_b)^2 + (\omega L_b)^2 = R^2 \cdot \frac{|V_g|^2}{|V_2|^2}$$

Sustituyendo $V_2 = I \cdot R$ en esta expresión, obtenemos:

$$(R + R_b)^2 + (\omega L_b)^2 = R^2 \cdot \frac{|V_g|^2}{I^2 \cdot R^2}$$

Y finalmente despejando el valor de la corriente I , llegamos a:

$$I = \frac{V_1}{\sqrt{(R + R_b)^2 + (\omega L_b)^2}}$$

Luego, de esta expresión podemos ver que, a medida que aumenta la frecuencia f , el término ωL_b aumenta, lo que provoca una disminución en la corriente I . De esta forma, esto concuerda con el comportamiento esperado en un circuito inductivo, donde la reactancia inductiva X_L restringe el flujo de corriente a frecuencias más altas.

4.3.2.1. Análisis de los resultados mediante gráficos obtenidos en MATLAB

Como apoyo para la interpretación de los resultados presentados en las Tablas 4, 5 y 6, se han generado los siguientes gráficos en el software MATLAB, gráficos que nos ofrecen una representación más visual de los datos obtenidos, facilitando la comprensión de las tendencias observadas en el comportamiento del voltaje inducido en las bobinas laterales y la corriente que circula por el circuito primario, bajo las diferentes condiciones de frecuencia y las tres separaciones analizadas entre espiras.

- Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 12.5 cm

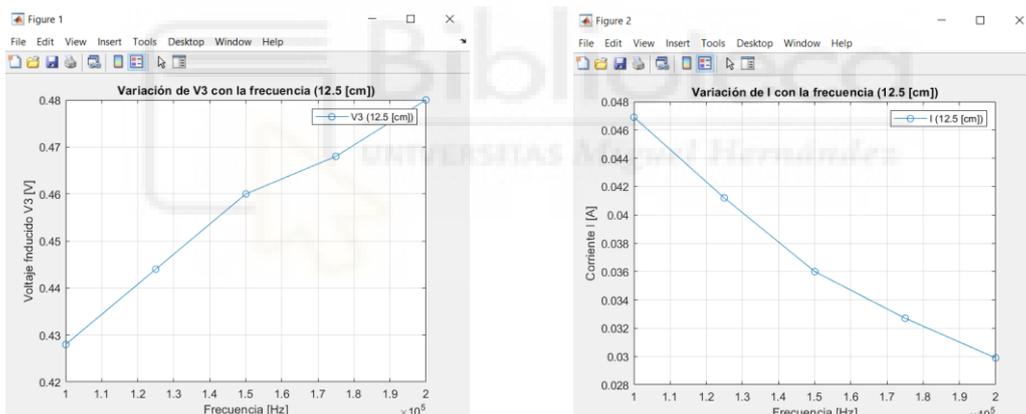


Figura 44. Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 12.5 cm

- Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 18 cm

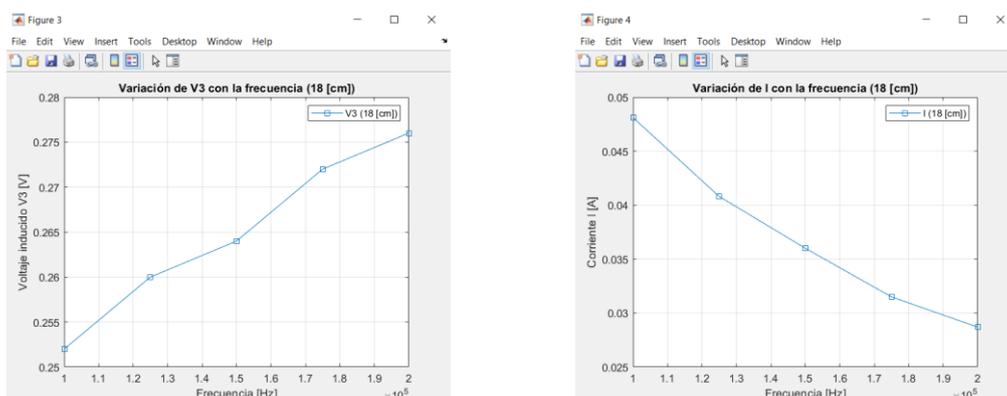


Figura 45. Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 18 cm

Podemos ver en estas dos separaciones ya mostradas, y la siguiente que vamos a mostrar a continuación que:

- A mayor frecuencia, mayor voltaje inducido y menor corriente en el circuito primario.

■ **Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 22 cm**

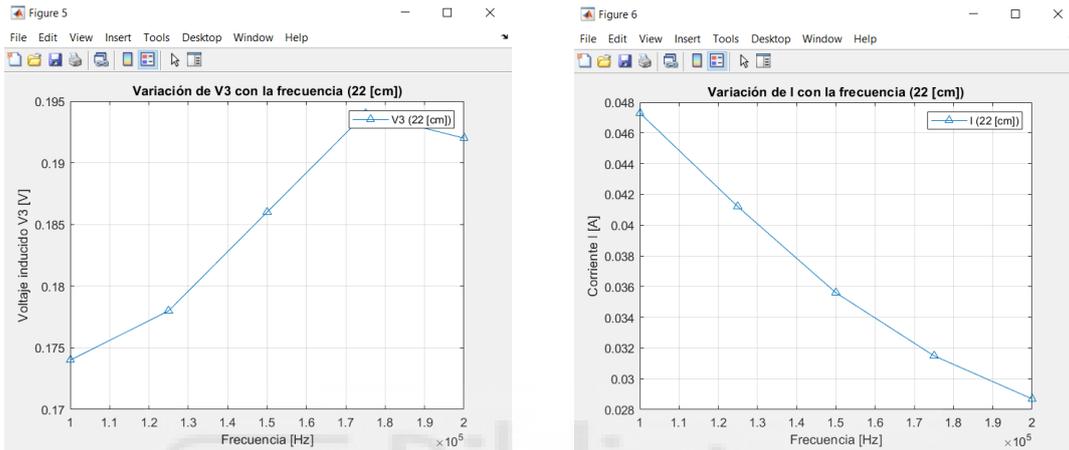


Figura 46. Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 22 cm

■ **Comparativa de V_3 e I en un mismo gráfico para las tres separaciones estudiadas**

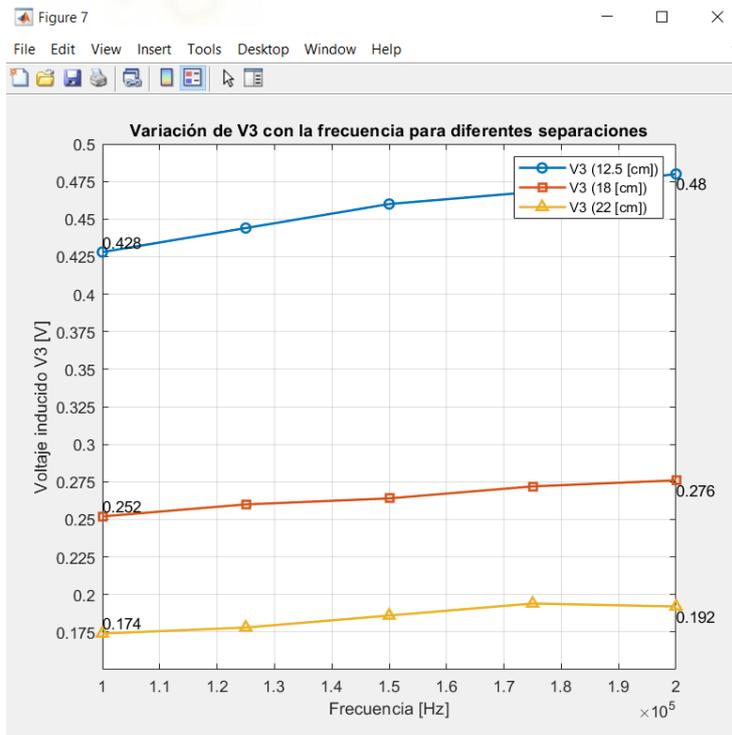


Figura 47. Variación de V_3 con la frecuencia para diferentes separaciones

Observando la Figura 47, podemos deducir que el mayor voltaje inducido se produce cuando la separación entre las espiras es menor. Además, en las tres separaciones estudiadas, se observa que al aumentar la frecuencia también aumenta el voltaje inducido en las bobinas laterales, confirmando de esta forma la teoría.

Por otro lado, en la Figura 48 se aprecia que la variación de la corriente en el circuito primario es mínima con respecto a la separación entre las espiras. Sin embargo, se confirma que la corriente disminuye conforme aumenta la frecuencia, lo que coincide con lo que se espera en un circuito con inductancia ya que la reactancia inductiva aumenta con la frecuencia como hemos visto, luego, limita el flujo de corriente a través de la bobina excitadora.

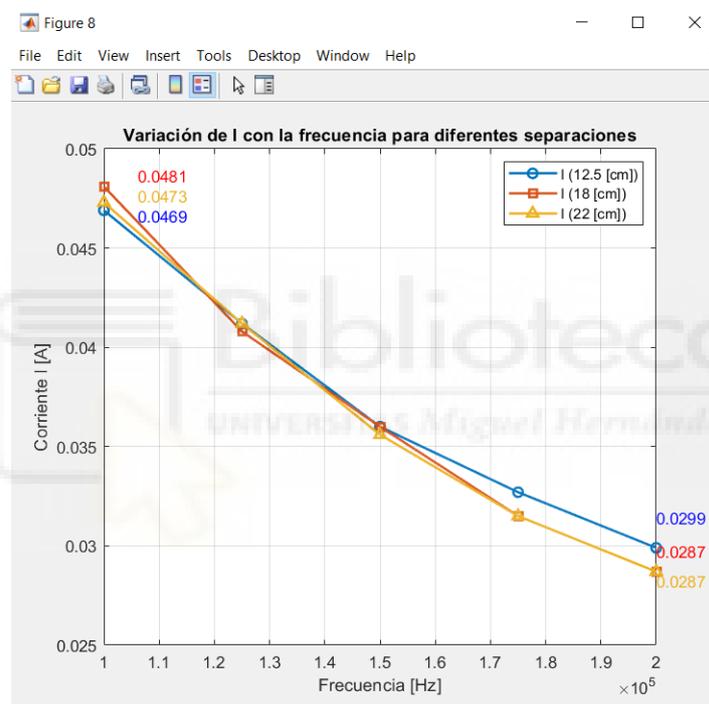


Figura 48. Variación de I con la frecuencia para diferentes separaciones

Como conclusiones para cerrar este apartado, podemos decir que existen las siguientes relaciones entre los voltajes inducidos:

- Voltaje inducido y frecuencia: Al aumentar la frecuencia de la señal de entrada, se incrementa la tasa de cambio del flujo magnético, lo que a su vez aumenta el voltaje inducido en las bobinas laterales.
- Voltaje inducido y separación entre espiras: Notamos que el voltaje inducido disminuye al aumentar la separación entre las espiras. Esto se debe a que una mayor separación reduce la inductancia mutua entre las bobinas, debilitando la capacidad de acoplamiento magnético entre ellas.

Y, en cuanto a las corrientes en el circuito primario, las conclusiones son las siguientes:

- Corriente en la malla y frecuencia: Observamos que la corriente disminuye con la frecuencia. Esto se debe a la reactancia inductiva, que, por matizar, es la resistencia que una bobina presenta a la corriente alterna. Luego, al aumentar la reactancia inductiva con la frecuencia, la corriente disminuye.
- Corriente en la malla y separación entre espiras: No se observa apenas variación en la corriente con respecto a la separación entre las espiras.

4.4. Estimación de la inductancia mutua a partir del voltaje inducido y de la corriente

En este siguiente apartado, partiendo de la misma configuración circuital que se utilizó en el apartado anterior (ver Figura 42), vamos a analizar como el voltaje inducido en las espiras laterales, la frecuencia y la corriente que circula por el circuito primario afectan al valor de la inductancia mutua, denotada como M_{12} o M_{21} .

Para poder abordar este estudio, hemos de recordar algunos conceptos teóricos fundamentales.

Primero de todo, debemos de entender el concepto de la inductancia mutua mediante la siguiente definición, la inductancia mutua describe el fenómeno por el cual una variación del flujo magnético a través de un circuito genera una fuerza electromotriz (“fem”) inducida en un circuito cercano, debido a las corrientes variables que circulan por el circuito primario. Fenómeno que recibe este nombre de inductancia mutua, M_{ij} , porque depende de la interacción entre dos circuitos, a diferencia de la autoinducción, L , que es la propiedad inductiva propia de una sola bobina.

4.4.1. Definición matemática y explicación física de la inductancia mutua

La inductancia mutua se define matemáticamente como:

$$M_{12} = \frac{N_2 \cdot \Phi_{12}}{I_1}$$

donde N_2 es el número de vueltas de la bobina secundaria, Φ_{12} es el flujo magnético causado por la corriente en la bobina excitadora que atraviesa una de las dos bobinas secundarias y, por último, I_1 es la corriente que fluye a través de la bobina excitadora (circuito primario).

Como se ha descrito en apartados anteriores, cuando dos bobinas están próximas entre sí, la corriente I_1 que circula por la bobina excitadora (bobina 1) genera un campo magnético $\vec{B}_{primario}$, provocando este campo, a su vez que se induzca un flujo magnético Φ_{12} que atraviesa la bobina lateral secundaria (bobina 2).

Si la corriente I_1 en la bobina excitadora “primaria” varía con el tiempo, el flujo magnético a través de la bobina secundaria también se altera, luego, de acuerdo con la ley de Faraday de la inducción electromagnética, esta variación del flujo magnético induce un voltaje V_2 en la bobina lateral secundaria.

Matemáticamente, la ‘fem’ inducida por la bobina uno (excitadora) en la bobina dos (detectora) se expresa como:

$$fem = V_2 = -N_2 \cdot \frac{d\Phi_{12}}{dt} = -N_2 \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{M_{12} \cdot I_1}{N_2} \right)$$

Luego, simplificando nos queda la siguiente expresión para el voltaje inducido en una de las espiras laterales detectoras:

$$V_2 = -M_{12} \cdot \frac{dI_1}{dt}$$

donde $\left(\frac{dI_1}{dt}\right)$ es la tasa de variación de la corriente en la bobina excitadora/primaria.

Continuando con este desarrollo, si consideramos que la corriente que circula por la bobina excitadora es una corriente alterna sinusoidal, cuya expresión viene dada por la siguiente relación:

$$I_1 = I_{max} \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

Ahora, al derivar esta corriente con respecto al tiempo, obtenemos la tasa de variación de la corriente, que nos queda de la siguiente forma:

$$\frac{dI_1}{dt} = -I_{max} \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación del voltaje inducido, obtenemos que:

$$V_2 = M_{12} \cdot I_{max} \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

Para simplificar el análisis, trabajamos con los módulos de esta expresión, eliminando la dependencia temporal del $\sin(\omega t + \phi)$, llegando a la siguiente relación entre los módulos del voltaje inducido, la corriente máxima y la frecuencia angular:

$$\frac{|V_2|}{|I_{\max}|} = |M_{12} \cdot \omega|$$

De esta forma, observamos que el módulo del voltaje inducido en la bobina secundaria entre la amplitud de la corriente máxima en el circuito primario es proporcional al producto de la inductancia mutua M_{12} y la frecuencia angular ω . Así que, de esta forma, esta relación nos permite estimar el valor de la inductancia mutua M_{12} a partir de las mediciones del voltaje inducido V_2 , la corriente I_{\max} y la frecuencia angular ω .

4.4.1.1. Aplicación del método de la estimación lineal

Finalmente, al igual que en apartados anteriores, estimaremos el valor de la inductancia mutua utilizando el método de la estimación lineal o método de los mínimos cuadrados.

Partiendo de la última relación obtenida:

$$\frac{|V_2|}{|I_{\max}|} = |M_{12} \cdot \omega|$$

Podemos aproximar esta ecuación a la forma de una recta estándar:

$$Y = mX + b$$

donde Y representa el cociente entre el voltaje inducido y la corriente máxima $\left(\frac{|V_2|}{|I_{\max}|}\right)$, X es la frecuencia angular ω , y m , la pendiente de la recta, correspondiéndose a la inductancia mutua M_{12} .

Por último, es importante destacar que la estimación de la inductancia mutua se ha realizado para las tres distancias diferentes entre las espiras: 12.5 cm, 18 cm y 22 cm, lo que nos ha permitido también, analizar cómo varía este valor en función de la separación física entre las bobinas.

4.4.1.2. Gráfico resultado del estudio de la variación de la inductancia mutua

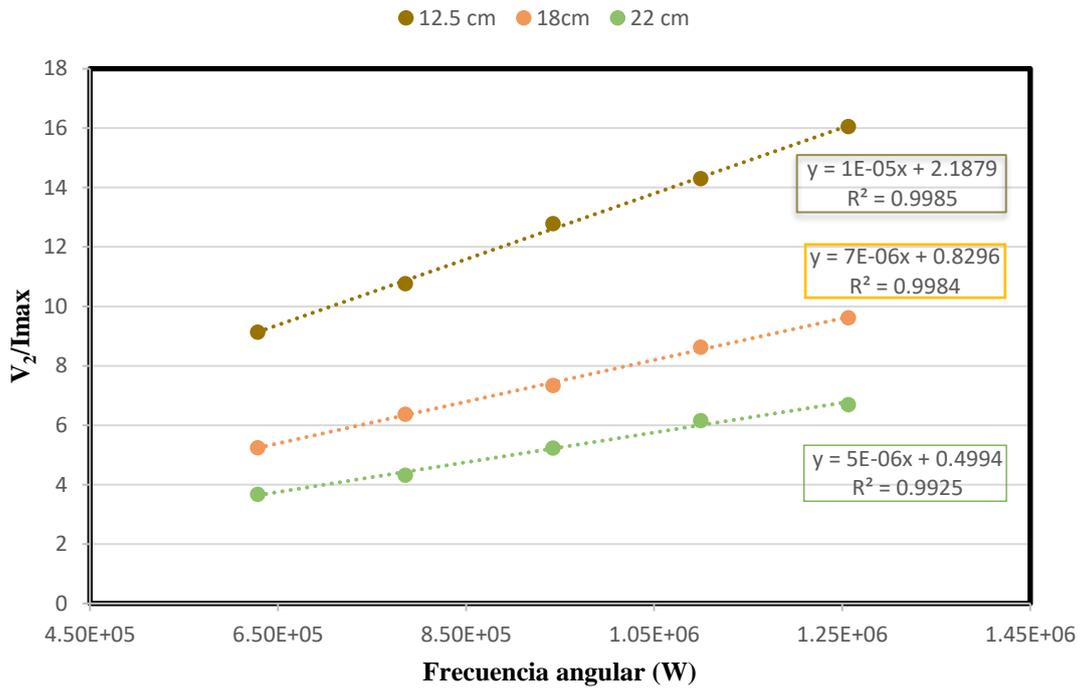


Figura 49. Estudio de la variación de la inductancia mutua entre la bobina primaria y la secundaria $M_{12}=M_{21}$

Finalmente, concluyendo con este apartado, el estudio realizado confirma que la inductancia mutua está directamente relacionada tanto con la separación física entre las bobinas como con la frecuencia de la señal de entrada.

Asimismo, podemos observar claramente en la Figura 49, como a medida que la frecuencia aumenta, también lo hace la inductancia mutua, pero esta variación es mucho más pronunciada conforme las bobinas están más cercanas entre sí, como demuestra el valor de la pendiente correspondiente a cada una de las separaciones:

- Pendiente $\approx M_{12}$ (12.5 cm de separación) = $1.10586E-05$ [H]
- Pendiente $\approx M_{12}$ (18 cm de separación) = $7.01516E-06$ [H]
- Pendiente $\approx M_{12}$ (22 cm de separación) = $5.00449E-06$ [H]

Es notable cómo la inductancia mutua es mayor cuando la separación entre las bobinas es menor, confirmando que:

$$M_{12} (12.5 \text{ cm}) > M_{12} (18 \text{ cm}) > M_{12} (22 \text{ cm})$$

$$1.10586E-05 \text{ [H]} > 7.01516E-06 \text{ [H]} > 5.00449E-06 \text{ [H]}$$

En resumen:

- A menor distancia entre las espiras, mayor será el voltaje inducido y, por lo tanto, mayor será la inductancia mutua.
- A mayor frecuencia, también se incrementa el voltaje inducido, lo que también se refleja en un aumento de la inductancia mutua.

4.5. Cambio de estructura y de cable

En esta nueva configuración estructural, se ha realizado una sustitución de las barras de canaleta de PVC, que en la estructura anterior actuaban como uniones transversales de fijación entre las tres espiras. Uno de los motivos de esta sustitución ha sido porque estas barras limitaban la posibilidad de ajustar la separación entre las espiras, ya que la distancia estaba condicionada por la longitud fija de dichas piezas. Como forma de recordatorio, en la siguiente Figura 50 se presenta una imagen de las barras de canaleta de PVC utilizadas en la estructura anterior.



Figura 50. Barras de canaleta de PVC

Adicionalmente, se han eliminado las piezas de unión que previamente conectaban las tres espiras entre sí, piezas mostradas en las Figuras 31 y 32. La razón de esta modificación se debe de nuevo a la necesidad de buscar una mayor flexibilidad para ajustar la separación entre las espiras.

La sustitución de estos elementos se ha llevado a cabo mediante la incorporación de unas varillas transversales de material plástico rígido, gracias a las cuales hemos sido capaces de poder modificar la separación entre las espiras de manera mucho más precisa y eficiente en comparación con la estructura anterior, aumentando además el número de posibles distancias entre las espiras.



Figura 51. Varillas transversales de plástico utilizadas en la segunda estructura

Para la incorporación de estas varillas ha sido necesario diseñar e imprimir en 3D unas nuevas piezas que actúan como pasadores y guías para las varillas. Estas piezas han sido fabricadas en PLA (ácido poliláctico) y además cuentan con un tornillo de fijación, igualmente impreso en 3D, que permite fijar la varilla en la posición deseada.



Figura 52. Ángulos guía de la segunda estructura

En cuanto a las dimensiones de las espiras rectangulares, estas no han sufrido modificaciones y se han mantenido conservando las mismas proporciones que tenían para la primera estructura, 41 cm de largo y 18.5 cm de alto.

Por otro lado, se reemplazó el cable eléctrico utilizado para el bobinado de las tres espiras. Este nuevo cable, que cuenta con un recubrimiento esmaltado muy fino en lugar de una cubierta plástica, permitió introducir un mayor número de vueltas en las canaletas de PVC. Esta modificación resultó en cambios significativos y positivos en los voltajes inducidos. De esta forma, los efectos de esta mejora serán analizados en detalle en el estudio de caracterización de los parámetros de esta nueva bobina en los próximos apartados, siguiendo el mismo enfoque utilizado con la estructura anterior.

4.5.1. Cable eléctrico empleado en el segundo bobinado

En esta nueva configuración, se ha decidido utilizar un cable eléctrico de cobre con un fino recubrimiento de esmalte en lugar del revestimiento de PVC empleado en la estructura

anterior. Sin embargo, a pesar del cambio en el tipo de revestimiento, el diámetro del hilo de cobre permanece igual, con un valor de 0.6 mm.



Figura 53. Bobina del cable eléctrico empleado en el bobinado de la segunda estructura

4.5.2. Número de vueltas (bobinado) para la segunda estructura

En esta segunda configuración estructural, se ha incrementado el número total de vueltas para el bobinado de las espiras en comparación con la primera estructura, presentando ahora esta nueva estructura el siguiente número de vueltas:

- **19 vueltas** para las espiras **laterales**.
- **25 vueltas** para la espira **central**.

4.5.3. Longitud total de cable empleado en cada espira en la segunda estructura

Dado que las dimensiones físicas de las tres espiras no han sido modificadas con respecto a la primera estructura, luego, las dimensiones son las mismas que antes. Y únicamente hemos aumentado el número de vueltas, tenemos que:

Las longitudes totales de cable utilizado en cada espira ahora son:

- Espiras laterales => Longitud total = 119 [cm] x 19 vueltas = 2261 [cm]
- Espira central => Longitud total = 119 [cm] x 25 vueltas = 2975 [cm]

4.6. Imágenes reales de la segunda estructura

Una vez completado el nuevo bobinado en las tres espiras que componen nuestro sistema, y tras la implementación de las modificaciones estructurales previamente mencionadas, el detector de metales presenta la configuración final mostrada en las Figuras 54 y 55.



Figura 54. Vista frontal/lateral de la segunda estructura del detector



Figura 55. Vista desde arriba de la segunda estructura del detector

4.6.1. Recubrimiento del cable de salida de las espiras

En esta segunda estructura se ha añadido en los finales de cable de salida del bobinado de las tres espiras, una cubierta compuesta por un material plástico blando y que en su interior cuenta con una fina malla metálica. Uno de los motivos por los que se ha añadido esta nueva modificación ha sido reducir al máximo la posibilidad de captación de ruidos ambientales,

con la idea de actuar como una jaula de Faraday para intentar minimizar al máximo las interferencias externas.

Finalmente, en los extremos de estos cables, se han soldado unos pines de tipo macho para facilitar las conexiones eléctricas y así poder trabajar cómodamente.

4.7. Sustitución del generador de señales y del osciloscopio de laboratorio por el Analog Discovery 2.

En este apartado, se introduce el uso del Analog Discovery 2 como una herramienta mucho más avanzada y compacta en comparación con los equipos tradicionales de laboratorio que hemos empleado en los apartados anteriores, como son el generador de señales y el osciloscopio. [33]



Figura 56. Analog Discovery 2, fabricado por DIGILENT

El Analog Discovery 2 es un dispositivo multifuncional portátil que funciona casi como un pequeño laboratorio de electrónica en un solo y compacto equipo, integrando herramientas como osciloscopio, generador de funciones, voltímetro y analizador lógico, entre otros. Este dispositivo ha sido alimentado por USB a través de un ordenador portátil y es compatible con el software 'Waveforms', el cual es una solución ideal para realizar las mediciones y análisis necesarios en nuestro estudio y del que hablaremos más adelante.

En la siguiente Figura 58 se muestra el esquema del módulo de conexiones del Analog Discovery 2, proporcionado por el fabricante DIGILENT. Entre las conexiones destacamos el uso de los dos canales de osciloscopio para recoger los voltajes inducidos en las espiras laterales y la salida de uno de los pines del generador de señales para alimentar la espira excitadora.

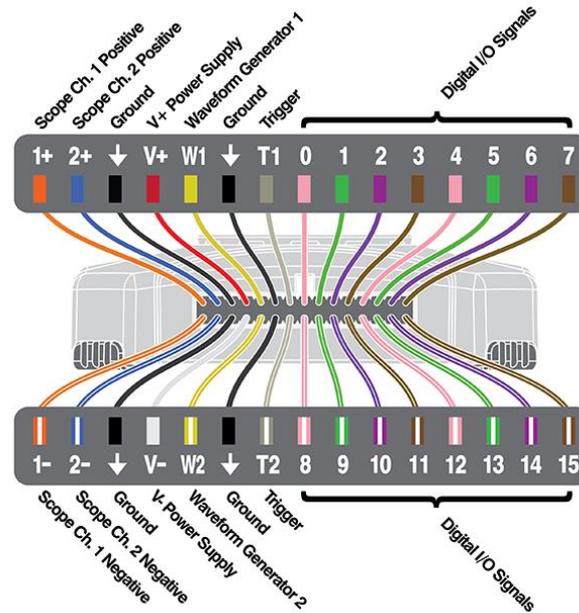


Figura 57. Esquema del módulo de conexiones o pines de entrada y salidas del Analog Discovery 2

Como hemos comentado en el párrafo anterior, en nuestro estudio únicamente hemos empleado los pines de entrada ‘1+ y ‘1-’ naranjas que se corresponden con el canal 1 del osciloscopio, los pines de entrada ‘2+ y ‘2-’ azules que se corresponden con el canal 2 del osciloscopio y finalmente los pines de entrada (pero que actúan como salida) ‘W1’ y ‘W2’ amarillos que se corresponden con uno de los dos generadores de funciones de los que dispone el dispositivo

4.7.1. Especificaciones más relevantes para nuestro estudio

Entre las especificaciones de este dispositivo más relevantes para nuestro estudio, donde únicamente analizamos las señales inducidas en las espiras laterales y controlamos la señal de excitación de la espira central, encontramos las siguientes:

- Generador de funciones (‘Arbitrary Waveform Generator’)
 - Canales: 2
 - Resolución: 14 bits, lo que asegura una buena precisión en la generación de la señal.
 - Frecuencia de muestreo: 100 MS/s (100 millones de muestras/s)
 - Amplitud máxima: ± 5 V (señal de corriente alterna), que es suficiente para alimentar la espira excitadora con la señal necesaria, ya que, como en el anterior generador de señales del laboratorio, estábamos introduciendo una señal de amplitud “pico-pico” de $10 V_{\text{pico-pico}}$.

- Formas de onda estándar: incluye senoidal, triangular, diente de sierra, entre otras, aunque en nuestro caso utilizaremos únicamente la senoidal.
- Osciloscopio
 - Canales: 2, ideal para medir simultáneamente los voltajes inducidos en ambas espiras laterales
 - Resolución: 14 bits
 - Ancho de banda (con cables incluidos): hasta 9 MHz, suficiente para trabajar con las frecuencias que manejamos en este estudio.
 - Impedancia de entrada: 1 [MΩ]
 - Rango de Voltaje: ±25V
- Fuentes de alimentación ('Power Supplies')
 - Rango de voltaje: 0.5 V a 5 V y -0.5 V a -5 V
 - Potencia máxima (alimentación por USB): 500 mW total
 - Potencia máxima (alimentación por AUX): 2.1 W por cada suministro
 - Corriente máxima (alimentación por AUX): 700 mA por cada suministro

El resto de las especificaciones técnicas, guías de uso y demás documentación relacionada con este dispositivo se encuentra alojada en su página web oficial, que se puede consultar en la siguiente dirección: <https://digilent.com/reference/test-and-measurement/analog-discovery-2/start>

4.7.2. Consideración sobre la capacidad de corriente capaz de proporcionar el AD2 (Analog Discovery 2)

Respecto a las especificaciones, hemos de asegurarnos de que el Analog Discovery 2 pueda proporcionar la corriente necesaria para nuestro circuito (aproximadamente 50 mA, tras comprobar datos de la corriente en apartados anteriores). Para ello, debemos de fijarnos en las especificaciones de fuentes de alimentación del dispositivo:

- Rango de voltaje: 0.5 V a 5 V y -0.5 V a -5 V
- Potencia máxima (alimentación por USB): 500 mW total

De forma que, considerando que vamos a generar una señal de entrada de 5 V de amplitud, con un valor pico a pico (Vpp) de 10V y la corriente esperada es aproximadamente de 50 mA, la potencia estimada requerida en el circuito será de:

$$P = V \times I = 5 \text{ [V]} \times 0.05 \text{ [A]} = 0.25 \text{ [W]} \text{ o } (250 \text{ mW})$$

Luego, dado que el Analog Discovery 2 se encuentra alimentado por USB, puede proporcionarnos una potencia máxima de 500 mW para todo el sistema, potencia suficiente para alimentar nuestro circuito, ya que hemos calculado una potencia de 250 mW, que se encuentra por debajo del límite.

4.8. Análisis y cálculos de las características de la nueva bobina excitadora

Dado que el número de vueltas en la bobina excitadora ha sido aumentado y se ha incorporado el Analog Discovery 2, es necesario recalculer los parámetros clave de esta nueva configuración. Además, se llevará a cabo un estudio del comportamiento general del sistema, tal y como se realizó en la primera estructura.

Para este análisis, se mantendrán los mismos procedimientos de cálculo que se aplicaron en la primera estructura, que incluyen la determinación de la impedancia de la bobina, los voltajes inducidos y la inductancia mutua., cálculos que serán realizados nuevamente para reflejar las diferencias provocadas por el mayor número de vueltas en la espira excitadora.

Aunque en este apartado no se presentará un apoyo teórico detallado (puesto que es el mismo que en la primera estructura), se comentarán las observaciones más destacadas que se vayan obteniendo durante el análisis, resaltando cualquier cambio significativo en el comportamiento del sistema debido al aumento de las vueltas en las bobinas.

4.8.1. Caracterización de los parámetros de la nueva bobina excitadora

Recordamos que la nueva bobina excitadora, cuenta ahora con:

- 25 vueltas

4.8.1.1. Cálculo de L y R_b mediante un divisor de tensión y posterior aplicación de la estimación lineal

Recordatorio de la fórmula aplicada para la estimación lineal:

$$(R + R_b)^2 + (\omega L_b)^2 = R^2 \cdot \frac{|V_g|^2}{|V_2|^2}$$

▪ **Gráfico estimación lineal obtenido para esta segunda estructura**

En la Figura 59 se presenta el gráfico resultante del ajuste lineal correspondiente para la segunda estructura, donde se pueden identificar los parámetros clave de la bobina excitadora. Observando el extremo superior derecho del gráfico, aparece en el recuadro la ecuación de la recta obtenida, siendo la ordenada en el origen, el valor estimado de $(R + R_b)^2$ y la pendiente correspondiéndose con la estimación de la inductancia al cuadrado L_b^2 .

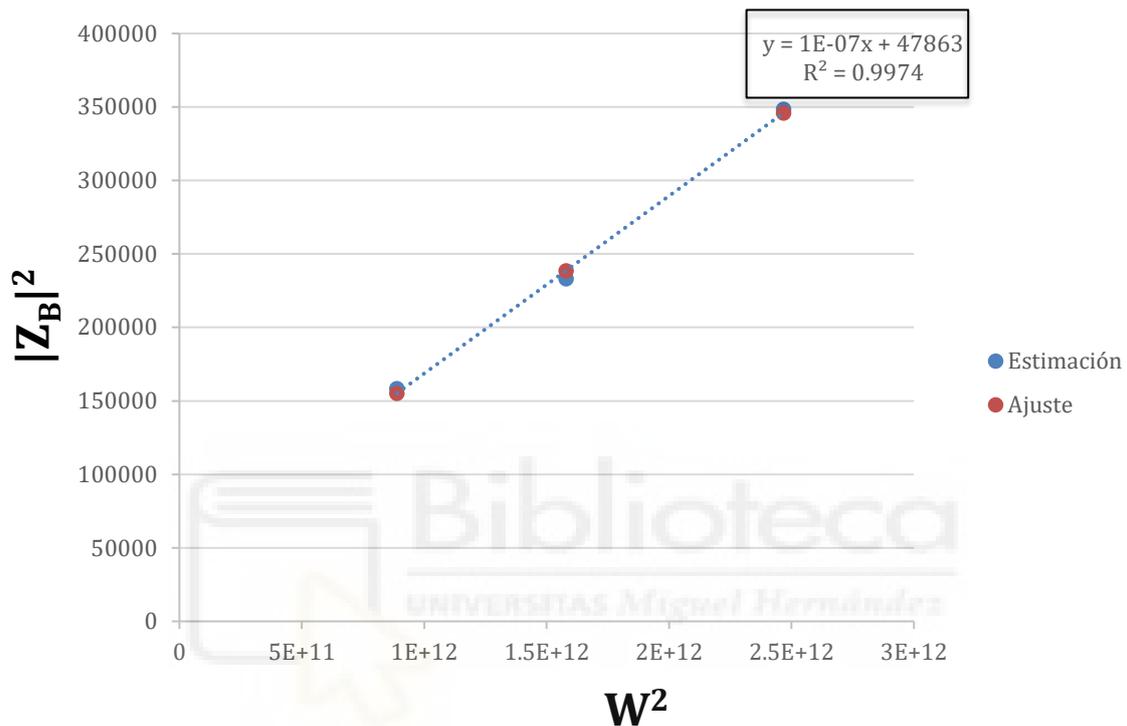


Figura 58. Estimación lineal para cálculo de L y R_b

Los datos necesarios para la obtención del gráfico se muestran en las siguientes Tablas 7 y 8 respectivamente:

f1 = 150 kHz					f2 = 200 kHz					f3 = 250 kHz				
Vg	V1	V2	Zb	RV1/V2	Vg	V1	V2	Zb	RV1/V2	Vg	V1	V2	Zb	RV1/V2
4	4	0.104	371.199	381.099	4	4	0.085	455.058	464.958	4	4	0.072	543.621	553.521
6	6	0.143	405.252	415.152	6	6	0.119	488.255	498.155	6	6	0.096	606.206	616.106
8	8	0.203	380.171	390.071	8	8	0.167	464.550	474.450	8	8	0.137	568.413	578.313
10	10	0.244	395.389	405.289	10	10	0.201	483.472	493.372	10	10	0.161	603.179	613.079
Zb				RV1/V2	Zb				RV1/V2	Zb				RV1/V2
388.003				397.903	472.834				482.734	580.355				590.255

Tabla 7. Datos para la estimación lineal de L y R_b

w^2	$ Z_b ^2$	Q_n^2	Ajuste Q_n^2
8.883E+11	150546.239	158326.706	1.552E+05
1.579E+12	223571.786	233031.905	2.386E+05
2.467E+12	336811.682	348400.717	3.459E+05

Tabla 8. Datos para la estimación lineal de los valores de L y R_b

4.8.1.2. Resultados obtenidos de L y R_b para la segunda estructura

Los resultados de la caracterización de los parámetros de la bobina excitadora tras la reconfiguración se muestran en la siguiente Tabla:

Estimación lineal para la segunda estructura		L [H]	R_b [Ω]
L^2	$(R + R_b)^2$	3.476E-04	208.88
1.201E-07	47862.787		

Tabla 9. Resultados obtenidos de L y R_b para la segunda estructura

4.8.1.3. Comparativa resultados entre primera y segunda estructura

Resultados obtenidos para la primera estructura:

- Inductancia (L): Se obtuvo un valor inductivo de 114.3 [μ H].
- Resistencia interna bobina (R_b): Después de restar la resistencia externa de 10 Ω del valor total estimado, se determinó un valor de 33.41 Ω .

Resultados obtenidos en la segunda estructura:

- Inductancia (L): Se ha obtenido un valor inductivo de 347.6 [μ H].
- Resistencia interna bobina (R_b): Tras restar la resistencia externa de 10 Ω del valor total estimado, se ha determinado un valor de 208.88 Ω .

Al comparar los resultados de los parámetros de la bobina excitadora entre la primera estructura (13 vueltas) y la segunda estructura (25 vueltas), se pueden destacar las siguientes observaciones clave:

1. Incremento significativo en la inductancia: Al aumentar el número de vueltas, también se incrementa la inductancia, lo que significa que el campo magnético asociado a la bobina ahora será más fuerte.

2. Aumento en la resistencia interna de la bobina: Un mayor número de vueltas significa también una mayor longitud de cable, lo que incrementa la resistencia debido a la naturaleza resistiva del material del cable (cobre).

En resumen, el rediseño de la espira excitadora ha logrado un aumento significativo en la inductancia, lo que debería mejorar la capacidad del sistema para detectar los objetos metálicos.

4.9. Estudio de la variación del voltaje inducido en las bobinas laterales

Con la reconfiguración de la estructura y la inclusión de las varillas transversales ajustables, una de las principales mejoras que presenta esta nueva versión es la posibilidad de variar de manera mucho más precisa y cómoda la separación entre las tres espiras (dos laterales y una central). A diferencia de la primera estructura, en la que únicamente se estudiaron tres separaciones específicas, en esta segunda estructura hemos logrado ampliar el rango de distancias entre espiras, contando ahora, con cinco diferentes separaciones para analizar: 10, 15, 20, 25 y 30 cm.

Este ajuste nos permitirá observar de forma más detallada la relación existente entre la separación física de las espiras y el voltaje inducido en las bobinas laterales. Tal como hemos mencionado en otros apartados, sabemos que la inducción de voltaje en las espiras laterales depende tanto de la distancia entre ellas como de la frecuencia de la señal de entrada aplicada en la bobina excitadora. Luego, este análisis ampliado nos permitirá determinar cómo afecta esta separación en mayor detalle y comprobar si se sigue cumpliendo la tendencia observada en la primera estructura o no.

En los siguientes apartados se presentarán los resultados obtenidos y su análisis para cada una de las nuevas separaciones estudiadas, observando cómo varían tanto el voltaje inducido como la corriente que circula por el circuito primario en función de las diferentes distancias y frecuencias.

- **Resultados obtenidos para una separación entre espiras de 10 cm**

f [kHz]	Vg	Vg real \approx V1 [V _{pico-pico}]	V2 [V]	V3 [V]	I [A]
150	10	10	0.241	0.953	0.024
200	10	10	0.195	0.964	0.020
250	10	10	0.157	0.975	0.016

Tabla 10. Resultados para una separación entre espiras de 10 cm

▪ **Resultados obtenidos para una separación entre espiras de 15 cm**

f [kHz]	Vg	Vg real \approx V1 [V _{pico-pico}]	V2 [V]	V3 [V]	I [A]
150	10	10	0.241	0.561	0.024
200	10	10	0.194	0.568	0.020
250	10	10	0.158	0.574	0.016

Tabla 11. Resultados para una separación entre espiras de 15 cm

▪ **Resultados obtenidos para una separación entre espiras de 20 cm**

f [kHz]	Vg	Vg real \approx V1 [V _{pico-pico}]	V2 [V]	V3 [V]	I [A]
150	10	10	0.243	0.384	0.025
200	10	10	0.195	0.389	0.020
250	10	10	0.160	0.385	0.016

Tabla 12. Resultados para una separación entre espiras de 20 cm

▪ **Resultados obtenidos para una separación entre espiras de 25 cm**

f [kHz]	Vg	Vg real \approx V1 [V _{pico-pico}]	V2 [V]	V3 [V]	I [A]
150	10	10	0.243	0.348	0.025
200	10	10	0.197	0.347	0.020
250	10	10	0.161	0.346	0.016

Tabla 13. Resultados para una separación entre espiras de 25 cm

▪ **Resultados obtenidos para una separación entre espiras de 30 cm**

f [kHz]	Vg	Vg real \approx V1 [V _{pico-pico}]	V2 [V]	V3 [V]	I [A]
150	10	10	0.243	0.190	0.025
200	10	10	0.196	0.192	0.020
250	10	10	0.160	0.194	0.016

Tabla 14. Resultados para una separación entre espiras de 30 cm

4.9.1. Análisis de los resultados obtenidos

Los resultados obtenidos en las Tablas 10, 11, 12, 13 y 14 muestran cómo la variación de la frecuencia de la señal de entrada y la separación entre las espiras influye tanto en el voltaje inducido V_3 en las bobinas laterales como en la corriente I que circula por el circuito primario, aunque en el caso de la corriente la variación es mínima entre separaciones, aunque sí apreciable con respecto a la frecuencia.

En relación con las Tablas, podemos ver como el voltaje inducido V_3 disminuye conforme aumenta la separación entre las espiras, por otro lado, también vemos respecto al voltaje inducido que este aumenta mínimamente al aumentar la frecuencia.

Y, en cuanto a la corriente en el circuito primario, I , observamos una ligera disminución a medida que aumenta la frecuencia, sin embargo, con respecto a las separaciones apenas se aprecia diferencia entre estas.

Como apoyo para la interpretación de los resultados presentados en las Tablas 10, 11, 12, 13 y 14 se han generado los siguientes gráficos en MATLAB, gráficos que nos ofrecen una representación más visual de los datos obtenidos

■ **Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 10 cm**

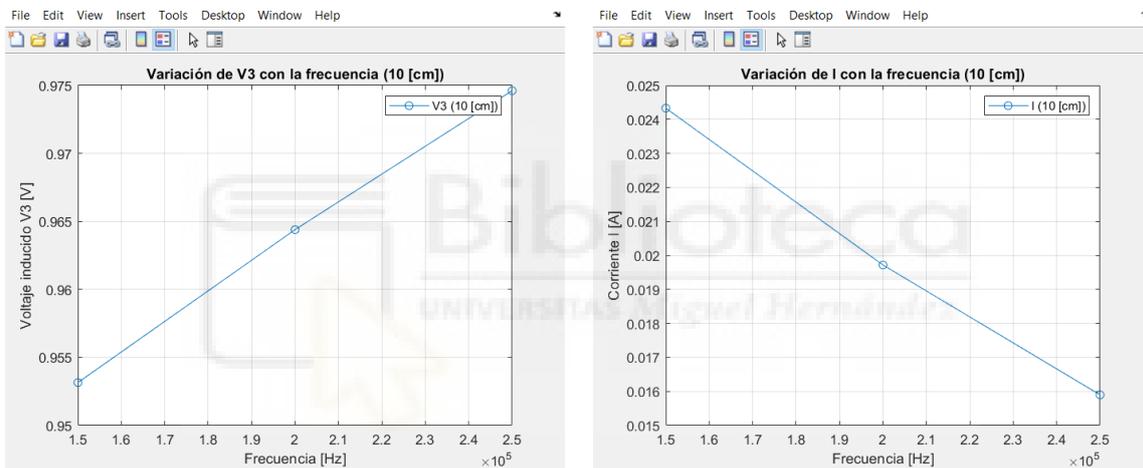


Figura 59. Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 10 cm

■ **Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 15 cm**

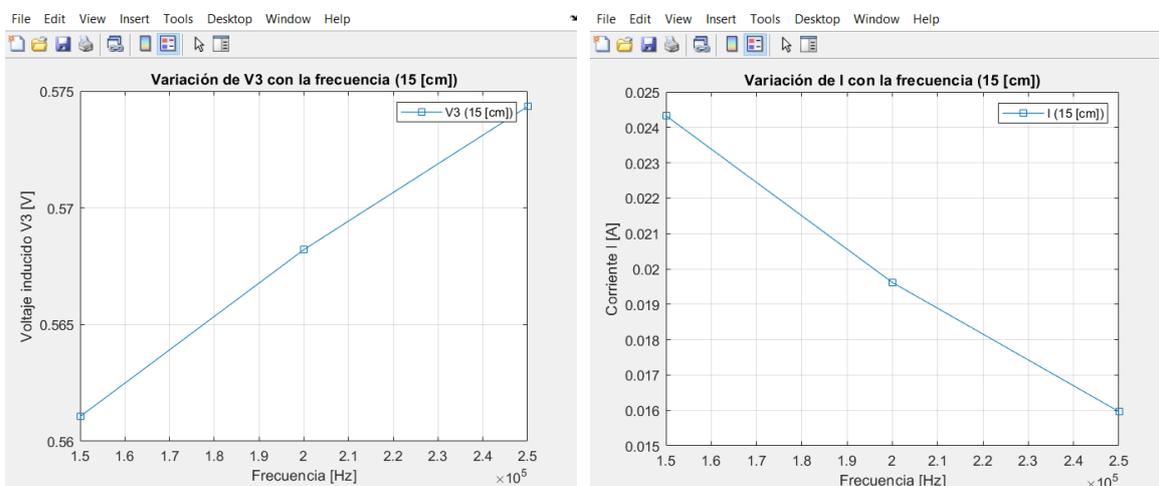


Figura 60. Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 15 cm

■ Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 20 cm

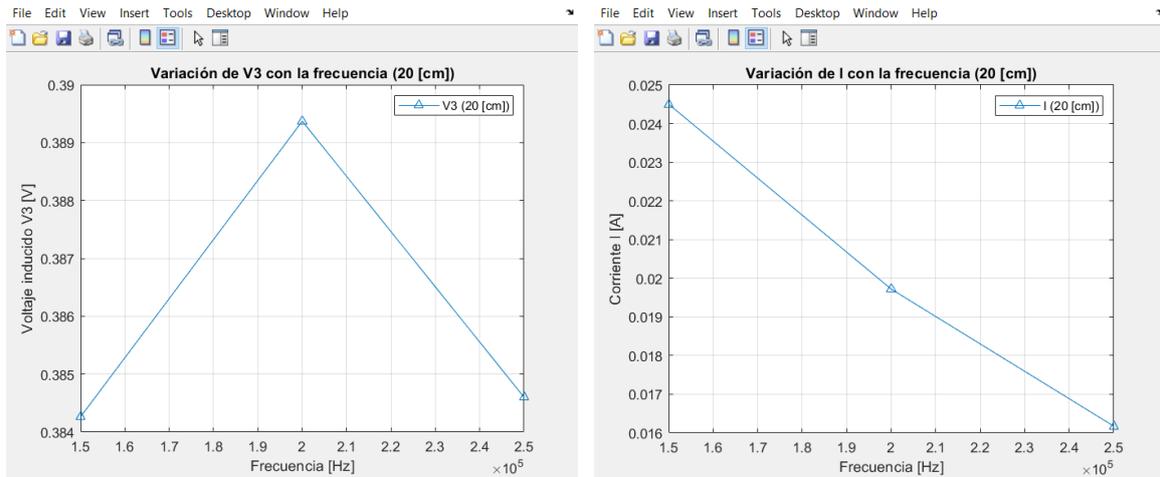


Figura 61. Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 20 cm

■ Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 25 cm

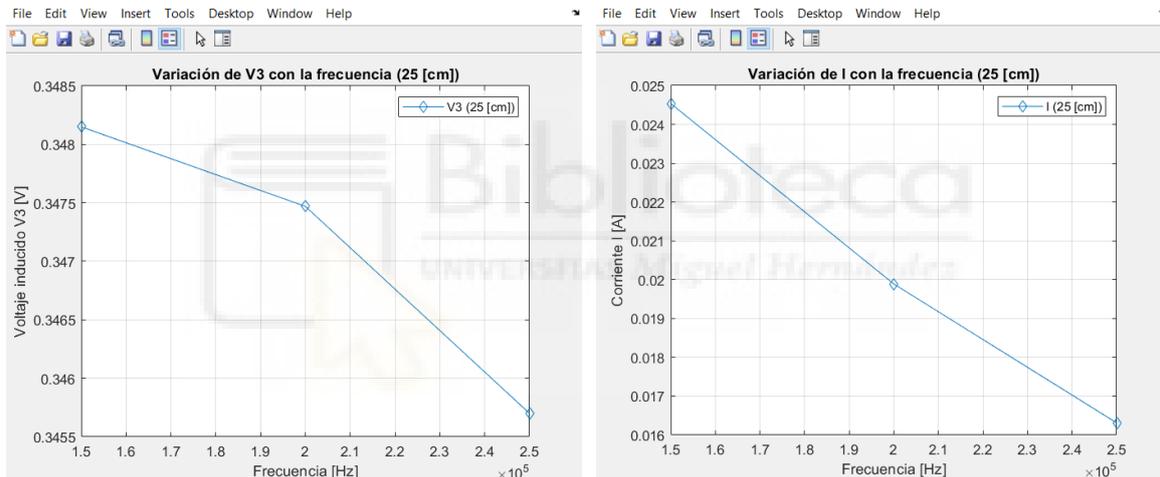


Figura 62. Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 25 cm

■ Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 30 cm

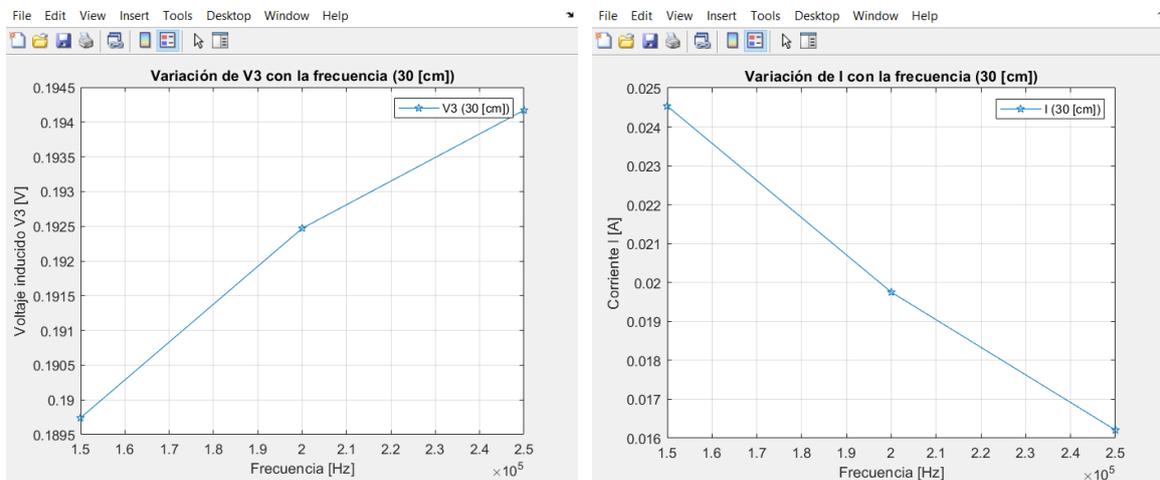


Figura 63. Gráficos de V_3 e I en función de la frecuencia para una separación de 30 cm

A partir de los gráficos para las distintas separaciones (10, 15, 20, 25 y 30 cm), podemos concluir con la idea de que a mayor frecuencia:

- Mayor voltaje inducido.
- Y menor corriente en el circuito primario.

4.9.1.1. Comparativa de V_3 e I en un mismo gráfico para las cinco separaciones estudiadas

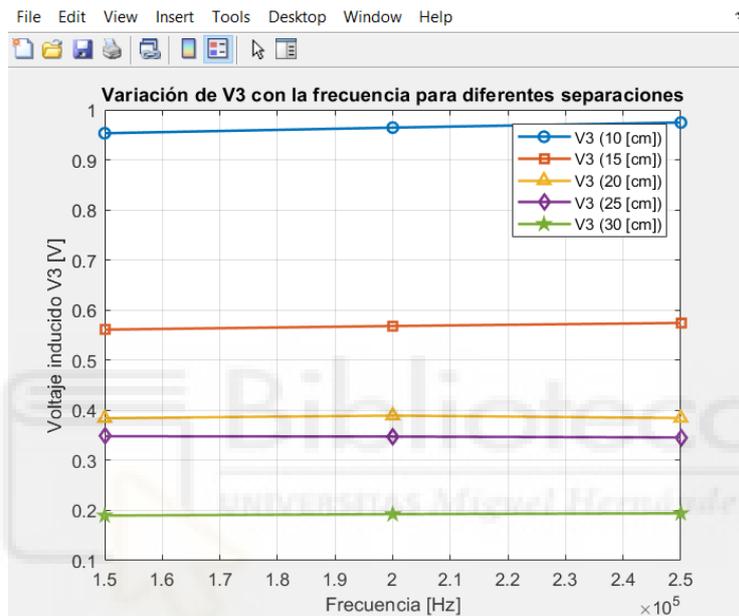


Figura 64. Variación de V_3 con la frecuencia para diferentes separaciones

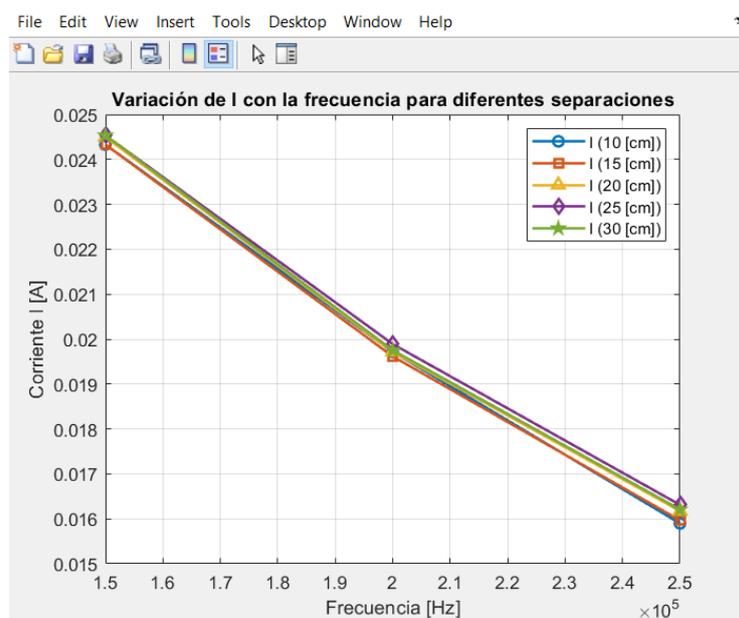


Figura 65. Variación de I con la frecuencia para diferentes separaciones

Observando el gráfico de la Figura 64, que relaciona el voltaje inducido V_3 en función de la frecuencia para todas las separaciones, confirmamos de nuevo que el voltaje inducido en las espiras laterales disminuye significativamente conforme se aumenta la separación entre las espiras (pasando de casi 1 V en la separación más cercana a aproximadamente 0.2 V en el caso de la separación más alejada). Por otro lado, con respecto al aumento de la frecuencia se observa un ligero incremento en el voltaje inducido para todas las separaciones, aunque al haber tomado pocos incrementos/muestras respecto a la frecuencia este valor es aún menos apreciable.

Y finalmente, con respecto al gráfico de la Figura 65, que relaciona la corriente que circula por el primario en función de la frecuencia para todas las separaciones, vemos que la influencia de la separación entre las espiras es mínima, lo que sugiere que este parámetro no tiene un impacto significativo sobre la corriente. Sin embargo, se aprecia que la corriente disminuye con el aumento de la frecuencia, lo que es un comportamiento esperado debido al aumento de la reactancia inductiva $X_L = \omega L = 2\pi fL$, como ya vimos en este mismo estudio para el caso de la primera estructura.

4.10. Estimación de la inductancia mutua a partir del voltaje inducido y de la corriente

Este apartado es equivalente a los estudios anteriores que hemos realizado para la primera estructura, con un enfoque repetitivo pero necesario para obtener los resultados de la segunda configuración. Aunque los valores obtenidos difieren debido al mayor número de vueltas en las espiras, el comportamiento teórico y los principios que rigen el fenómeno electromagnético se mantienen sin cambios.

Por tanto, en este análisis, se aplica el mismo proceso de estimación de la inductancia mutua a partir del voltaje inducido y de la corriente, obteniendo los valores pertinentes para esta nueva estructura.

Tras este breve comentario, a continuación, se muestra el gráfico que presenta los resultados del estudio de la variación de la inductancia mutua, siguiendo el mismo enfoque que en la primera estructura.

4.10.1. Gráfico resultado del estudio de la variación de la inductancia mutua para la segunda estructura

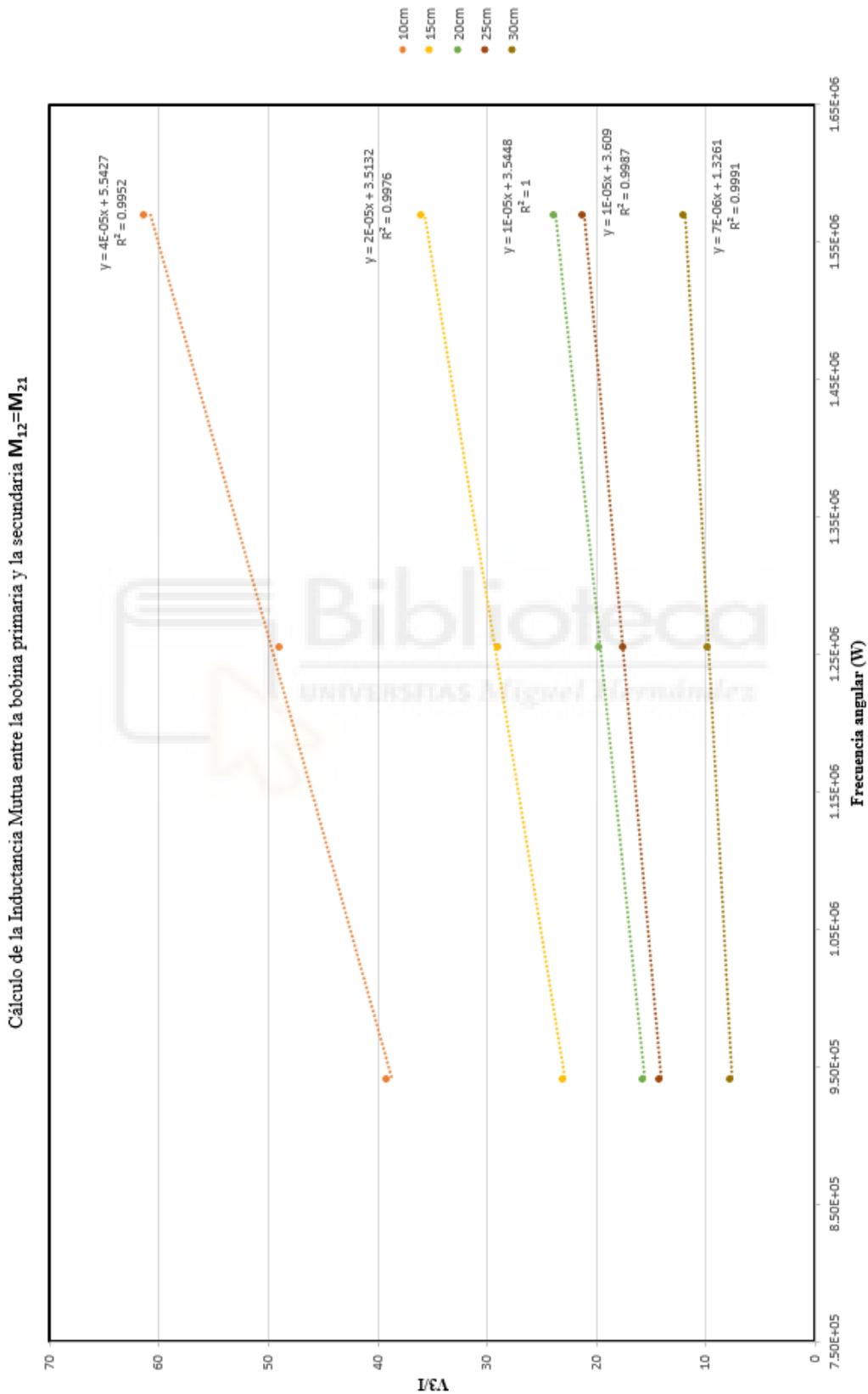


Figura 66. Estudio de la variación de la inductancia mutua entre la bobina primaria y la secundaria $M_{12}=M_{21}$

Concluyendo con este apartado, podemos afirmar que el estudio realizado confirma que la inductancia mutua está directamente relacionada tanto con la separación física entre las bobinas como con la frecuencia de la señal de entrada, como ya vimos en los apartados previos con la primera estructura y que se mantiene para la segunda.

Del mismo modo, observando la Figura 66, podemos ver que a medida que la frecuencia aumenta también lo hace la inductancia mutua, pero siendo esta variación mucho más pronunciada conforme las bobinas están más cercanas entre sí, como demuestra el valor de la pendiente correspondiente a cada una de las separaciones:

Separación	Pendiente \approx Inductancia Mutua, $M_{12}=M_{21}$ [H]
10	3.522E-05
15	2.055E-05
20	1.299E-05
25	1.115E-05
30	6.765E-06

Tabla 15. Resultado de las inductancias mutuas para cada separación

De la misma forma que en la primera estructura, queda claro que la inductancia mutua es mayor cuando la separación entre las espiras es menor, lo cual confirma las siguientes relaciones:

$$\begin{array}{ccccccccc}
 M_{12} (10 \text{ cm}) & & M_{12} (15 \text{ cm}) & & M_{12} (20 \text{ cm}) & & M_{12} (25 \text{ cm}) & & M_{12} (30 \text{ cm}) \\
 & > & & > & & > & & > & \\
 3.52162\text{E-}05 & & 2.05471\text{E-}05 & & 1.2885\text{E-}05 & & 1.11479\text{E-}05 & & 6.75851\text{E-}06
 \end{array}$$

En definitiva:

- A menor distancia entre las espiras, mayor es el voltaje inducido y, por tanto, mayor es la inductancia mutua.
- Y a mayor frecuencia, también se incrementa el voltaje inducido, lo que también se refleja en un aumento de la inductancia mutua.

4.11. Búsqueda de la separación óptima para nuestro sistema

A partir de este apartado, los siguientes estudios realizados son completamente nuevos y no han sido realizados previamente, a diferencia de los apartados anteriores que también fueron aplicados a la primera estructura.

De esta forma, en este apartado, vamos a analizar la relación entre las amplitudes de las ondas de voltaje inducido medidas en diferentes estados/posiciones y la distancia de separación entre la bobina excitadora y las bobinas detectoras, con el objetivo de encontrar la distancia óptima de funcionamiento para nuestro sistema detector.

4.11.1. Desarrollo del método seguido

El método propuesto para este estudio consiste en analizar cómo varía el voltaje inducido en distintos estados/posiciones clave del sistema a medida que vamos cambiando la separación entre las espiras.

Para realizar este análisis, se introdujo un objeto metálico (bronce) de forma cilíndrica para hacer las respectivas mediciones. De esta forma, en todo este apartado, se ha realizado colocando el mismo objeto en las distintas posiciones que a continuación iremos especificando. Asimismo, en cada una de estas posiciones, se iba registrando las ondas de voltaje inducido.

Este primer objeto metálico, junto con su soporte de poliespán que fue diseñado para garantizar una colocación precisa y repetitiva en cada medición. A continuación, en la Figura 68, se pueden observar el objeto de bronce y sus dimensiones junto con el soporte utilizado para su posicionamiento.

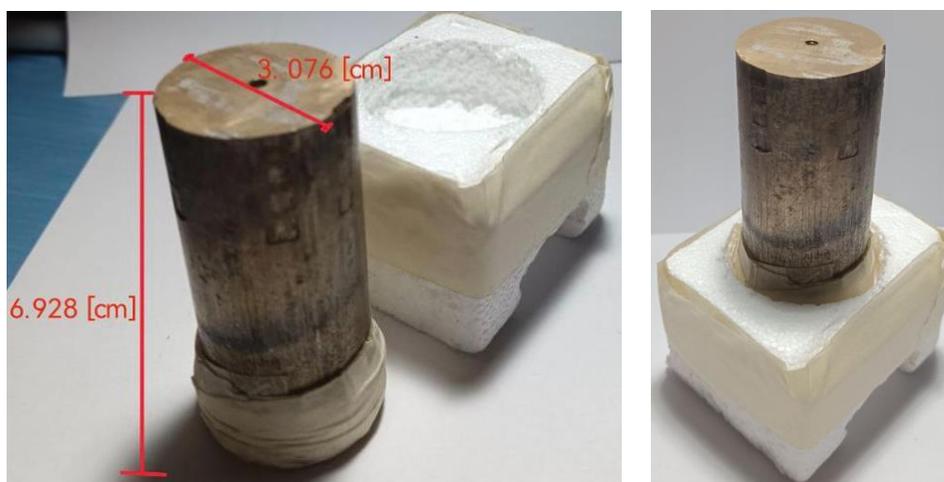


Figura 67. Objeto de bronce con sus dimensiones y junto con un soporte de poliespán

Se seleccionaron cinco posiciones específicas en el sistema para la colocación del objeto, y se midieron las ondas de voltaje inducidas en las bobinas secundarias. Estas posiciones son las siguientes:

- Sistema en reposo: En este estado, el sistema no está influenciado por ningún objeto metálico. Teóricamente, el voltaje diferencial debería ser cero, ya que el sistema se encuentra en equilibrio. Sin embargo, debido a pequeñas variaciones entre las espiras laterales y posibles factores externos, el sistema alcanza un voltaje mínimo de aproximadamente $4 \times 10^{-3} V_{\text{pico-pico}}$, que consideramos como el estado de reposo. Esta pequeña fluctuación pensamos que puede atribuirse a diferencias físicas entre las espiras, ya que no fueron perfectamente idénticas, entre otros motivos.
- Objeto colocado en la espira secundaria 1
- Objeto colocado en el centro: Es decir, en el centro de la espira central excitada.
- Objeto colocado en la espira secundaria 2

En las gráficas que se mostrarán al final de este apartado, aparece una onda adicional representada en color rojo. Esta onda no está asociada a ninguno de los estados previamente definidos (reposo, objeto en espira secundaria 1, objeto en el centro y objeto en espira secundaria 2). Hemos denominado a esta onda como ‘Onda de referencia’ y su propósito principal fue servir como base para medir y observar los desfases entre las diferentes ondas de voltaje inducido en las espiras laterales. Luego esta onda es simplemente la medida directa que se estaba obteniendo del voltaje inducido en la espira lateral para cada una de las distintas separaciones probadas y que su análisis nos ha permitido calcular con mayor precisión los desfases y comportamientos de las ondas en los diferentes estados.

A continuación, para cada una de estas posiciones, se han dibujado las ondas de voltaje inducido utilizando MATLAB. Esto nos ha permitido obtener una representación visual aproximada del comportamiento del voltaje inducido resultante en función de la posición del objeto metálico y de la separación entre las espiras. De esta manera, podemos observar cómo el sistema se comporta en reposo y en presencia del objeto metálico según sea colocado éste.

Es importante señalar que, en todos los siguientes cálculos, se utilizó una señal senoidal de 5 V de amplitud ($10 V_{\text{pico-pico}}$) con una frecuencia de 250 kHz, introducida a través de la bobina excitadora central, empleando el Analog Discovery 2, como mencionamos anteriormente.

4.11.1.1. Cálculo previo a la graficación de las ondas de voltaje

En un primer intento de graficar las ondas de voltaje inducido, se observó una cantidad significativa de “jitter” en las señales obtenidas en el software ‘Waveforms’. Antes de continuar, este término de “jitter” se refiere a pequeñas variaciones o fluctuaciones en el tiempo de una señal periódica, que pueden causar inexactitudes sobre todo en el análisis de la fase.

Para mitigar el efecto del “jitter” y obtener resultados más precisos, se decidió calcular un valor promedio para cada uno de los desfases de las ondas en los diferentes estados medidos.

Esta idea, se iba a efectuar partiendo de la siguiente ecuación para describir una onda senoidal en función del tiempo:

$$y(t) = A_n \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

Sabemos, por teoría, que la función coseno alcanza su valor máximo cuando su argumento es igual a $2\pi n$. De esta forma, la fase ϕ se puede obtener mediante el siguiente procedimiento:

$$\phi = 2\pi n - \omega t_{max} = 2\pi(n - f \cdot t_{max})$$

A partir del software “Waveforms”, obtuvimos que el valor del periodo máximo que observamos en un fragmento de la señal era $t_{max} = 48.156 \times 10^{-6}$ [s]. Luego, sustituyendo este valor en la fórmula de la fase:

$$\phi = 2\pi(n - 250 \times 10^3 \cdot 48.156 \times 10^{-6}) = 2\pi\left(n - \frac{48.156}{4}\right) = 2\pi(n - 12.039)$$

Y ahora, tomando como ejemplo, $n = 12$, obtenemos:

$$\phi = 2\pi(-0.039) \text{ (rad)}$$

Finalmente, la onda senoidal resultante puede describirse como:

$$y(t) = A_n \cdot \cos(2\pi \cdot 250 \times 10^3 \cdot t - 0.245)$$

Luego, este procedimiento nos permite representar las ondas de voltaje inducido considerando tanto su amplitud media como su desfase promedio, corrigiendo el efecto del “jitter”.

$$\bar{y}(t) = \bar{A} \cdot \cos(\omega t + \bar{\phi})$$

A partir de la diferencia temporal entre las ondas (Δt), obtenida a través de ‘Waveforms’ mediante un ejemplo real del cálculo sobre el propio software, como se muestra en la Figura 69. Podemos calcular el desfase en radianes utilizando la siguiente relación o regla de tres:

$$2\pi \rightarrow T$$

$$\Delta\phi \rightarrow \Delta t$$

Y finalmente, despejando de esta regla de tres, obtenemos el valor del desfase en radianes:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi \cdot \Delta t}{T}$$

Posteriormente, convertimos este desfase a grados para poder representarlo gráficamente en MATLAB. Para ello, simplemente, aplicaremos de nuevo, una sencilla regla de tres, quedándonos, la siguiente relación, $\Delta\phi_{\text{grados}} = \frac{\Delta\phi \cdot 360}{2\pi}$.

4.11.2. Gráficos obtenidos en MATLAB para todas las separaciones estudiadas

En este siguiente apartado, los gráficos obtenidos en MATLAB presentan los resultados correspondientes a las diferentes separaciones estudiadas entre las espiras del detector. Estos gráficos permiten visualizar la relación entre la separación de las espiras y el comportamiento de las señales de voltaje inducido resultante según el estado en el que hayan sido obtenidas.

Para mayor claridad, el código empleado en la creación de los gráficos ha sido incluido en el ANEXO de este trabajo, proporcionando un ejemplo de código de cómo se han generado las representaciones para una de las separaciones.

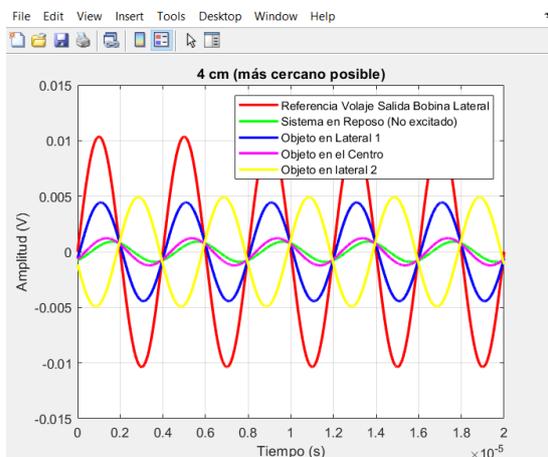


Figura 69. Ondas para 4 cm

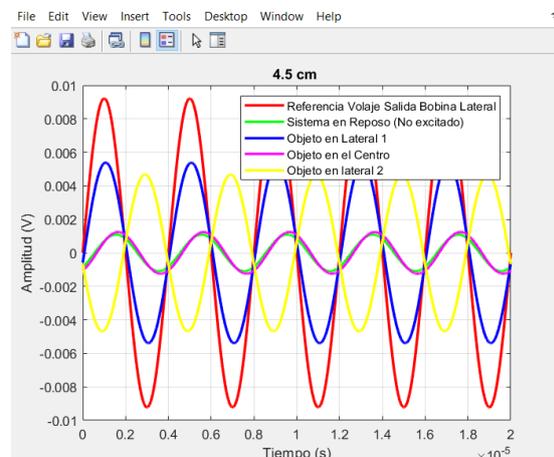


Figura 70. Ondas para 4.5 cm

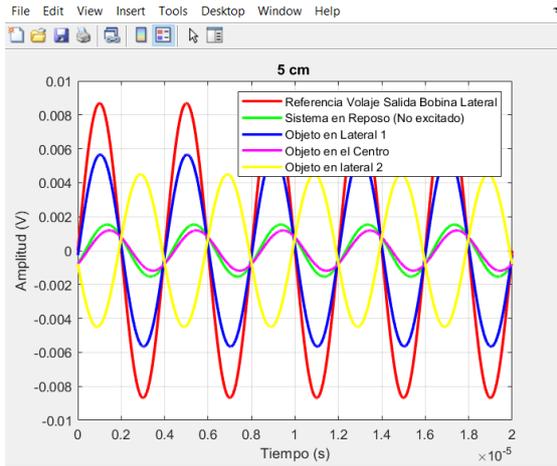


Figura 71. Ondas para 5 cm

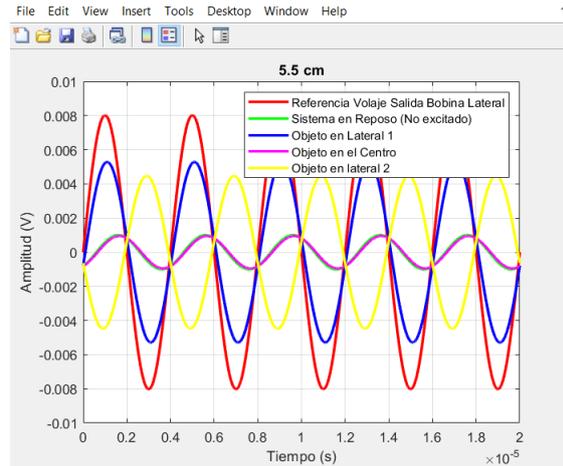


Figura 72. Ondas para 5.5 cm

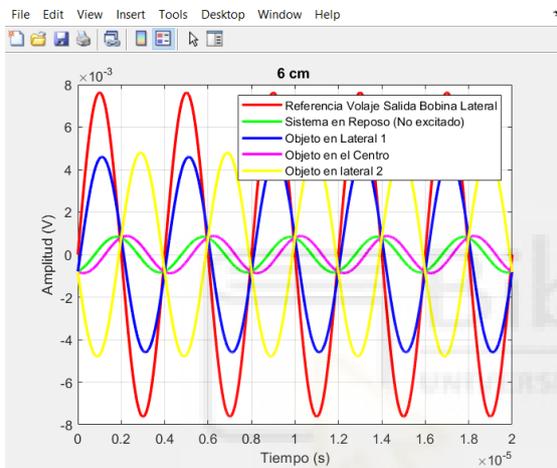


Figura 73. Ondas para 6 cm

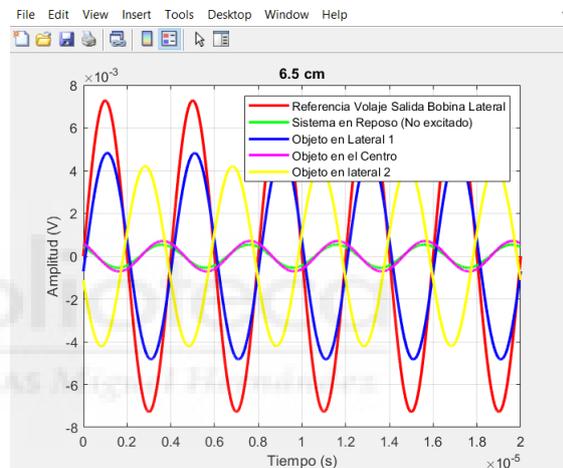


Figura 74. Ondas para 6.5 cm

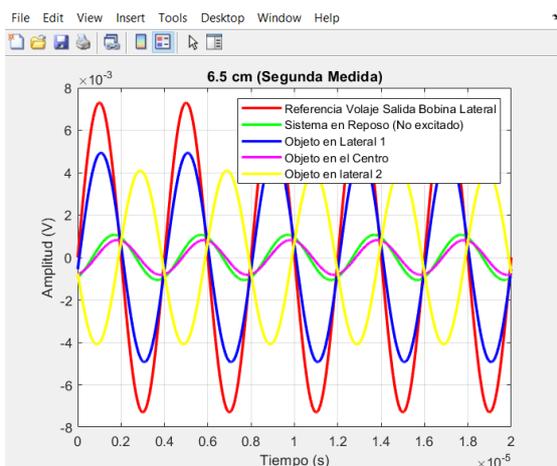


Figura 75. Ondas para 6.5 cm (segunda medida)

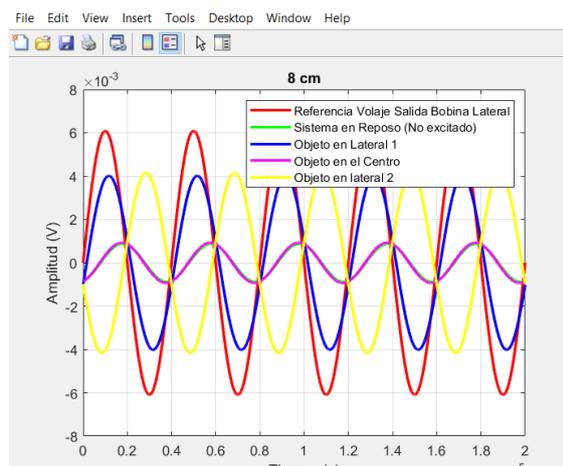


Figura 76. Ondas para 8 cm

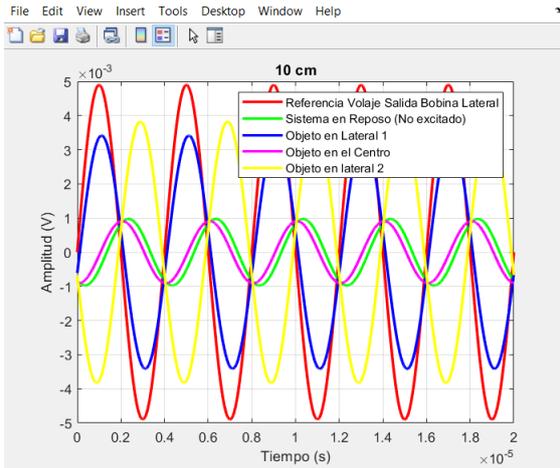


Figura 77. Ondas para 10 cm

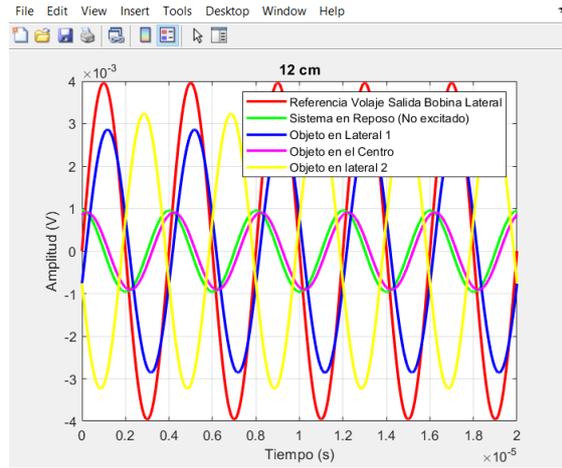


Figura 78. Ondas para 12 cm

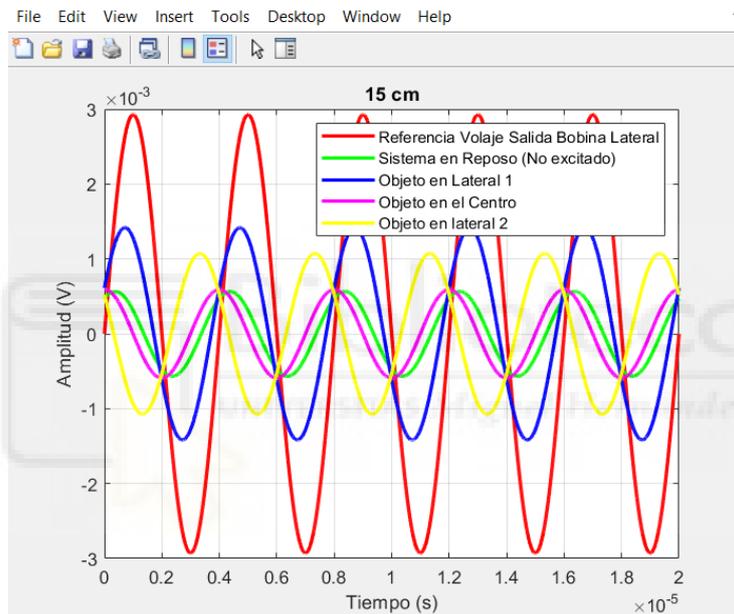


Figura 79. Ondas para 15 cm

4.11.2.1. Breve análisis de los gráficos obtenidos

A partir de estos gráficos obtenidos, podemos extraer varias observaciones relevantes. En primer lugar, las ondas de voltaje inducido con mayor amplitud corresponden a los casos en los que el objeto metálico se posiciona justo debajo de las espiras laterales, luego, este comportamiento nos indica que es en esos puntos donde el sistema de detección sufre el mayor desequilibrio, ya que una de las espiras induce significativamente mucho más voltaje que la otra. Es importante recordar que el estado de equilibrio del sistema se logra al sumar o restar los voltajes inducidos en ambas espiras laterales, por lo que esta descompensación es crítica.

Además, se puede destacar que, al observar las ondas obtenidas cuando el objeto se coloca en las espiras laterales, las mismas presentan un desfase de aproximadamente 180° entre sí. Esto implica que, cuando el objeto pasa primero por la espira lateral 1, se genera un valor máximo en la posición central de dicha espira, mientras que, al pasar por la espira lateral 2, se genera un mínimo absoluto. En un sistema perfectamente equilibrado, estas ondas deberían tener la misma magnitud, pero estar desfasadas 180° entre sí. Luego, vemos que aproximadamente este fenómeno se refleja en todos los gráficos para las diferentes separaciones.

Finalmente, otro de los comentarios que podemos aportar acerca de estos gráficos son las ondas correspondientes a los estados de reposo y cuando el objeto se encuentra en el centro de la espira central, es en estos casos donde se observa que las ondas tienden a ser bastante planas, lo que indica que el voltaje inducido en estos casos debería ser idealmente cercano a cero, aunque en la práctica no hemos sido capaces de alcanzar este estado ideal, sin embargo, vemos que estas ondas son considerablemente más planas en comparación con las otras ondas y sus respectivas posiciones del objeto metálico.

A partir de estos resultados, el próximo paso en nuestro análisis es determinar cuál es la separación óptima entre las espiras para maximizar el rendimiento del sistema.

4.11.3. Método seguido para la obtención de la separación óptima entre las espiras

Siguiendo un proceso similar al utilizado para la generación de los gráficos anteriores, se registraron las amplitudes de cada una de las ondas de voltaje inducido en los diferentes estados y para las distintas posiciones del objeto metálico. Aquí hemos de aclarar que la única onda que fue directamente tomado del valor recogido por uno de los canales del osciloscopio es la onda que hemos denominado ‘Onda de referencia’, el resto de las ondas son el resultado de la operación matemática (suma o resta) entre los dos voltajes inducidos en las espiras laterales. En cuanto a las separaciones estudiadas, estas fueron las siguientes (en cm): 4, 4.5, 5, 5.5, 6, 6.5, 6.5 (2 veces), 8, 10, 12 y 15 cm. Asimismo, estos valores de amplitud son los mismos que se emplearon en el análisis previo para la creación de los gráficos en MATLAB.

A continuación, se presentan los datos recopilados en la siguiente tabla:

Separación (cm)	AMPLITUDES				
	Voltaje Inducido [mV]	Sistema en reposo [mV]	Objeto en Lateral 1 [mV]	Objeto en Centro [mV]	Objeto en Lateral 2 [mV]
4	1035.65	0.916	4.436	1.220	4.920
4.5	921.85	1.093	5.391	1.245	4.685
5	868.4	1.533	5.659	1.187	4.495
5.5	801.95	1.007	5.288	0.951	4.475
6	762.45	0.837	4.595	0.873	4.791
6.5	729.9	1.066	4.932	0.822	4.099
6.5	727.35	0.538	4.824	0.708	4.207
8	609.15	0.879	4.016	0.931	4.162
10	489.725	0.974	3.413	0.911	3.823
12	395.865	0.956	2.858	0.911	3.234
15	292.68	0.566	1.417	0.591	1.073

Tabla 16. Datos de las diferentes Amplitudes de las ondas de voltaje, según separación entre espiras

Para la obtención de la siguiente gráfica que vemos en la Figura 81, se consideró únicamente el voltaje inducido en una de las espiras laterales, sin aplicar ningún tipo de ajuste o compensación con respecto al voltaje inducido en la otra espira. Es decir, el valor representado corresponde directamente a la medición obtenida en una de las dos espiras laterales.

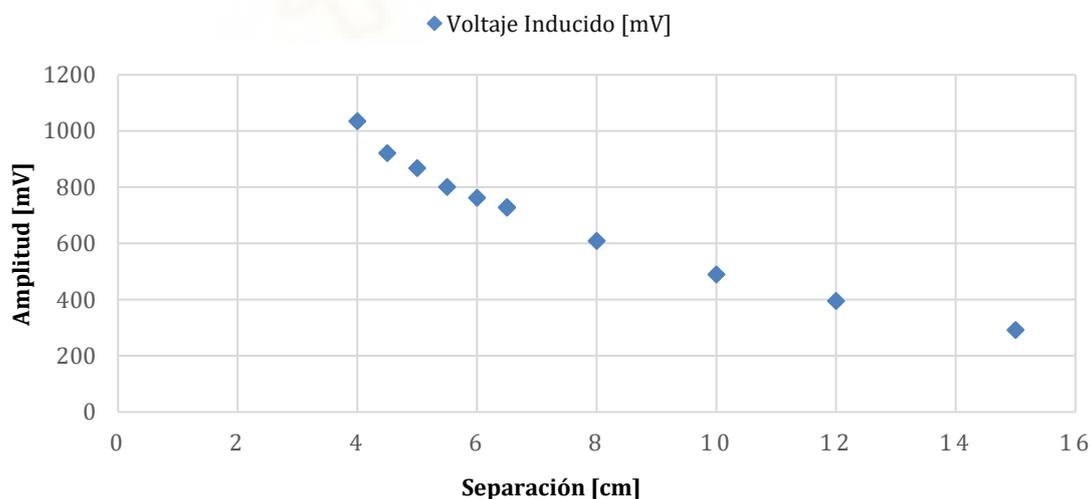


Figura 80. Relación entre el Voltaje inducido en una espira lateral y la separación

De nuevo, observamos que conforme aumenta la separación entre las espiras, el voltaje inducido disminuye de forma consistente. Luego, de nuevo se vuelve a cumplir la teoría electromagnética que indica que una mayor distancia entre las espiras reduce la interacción del campo magnético generado por la bobina excitadora con las espiras laterales.

4.11.3.1. Método aplicado

Para determinar la separación óptima entre las espiras del sistema, se calculó la diferencia de voltaje inducido en los tres estados principales (objeto en lateral 1, objeto en el centro y objeto en lateral 2) respecto a la medición en reposo del sistema, para cada una de las distintas separaciones.

Estas diferencias se calcularon mediante la siguiente fórmula:

- Diferencia de Voltaje Lateral 1 = Objeto en Lateral 1 - Sistema en reposo
- Diferencia de Voltaje Objeto Centro = Objeto en Centro - Sistema en reposo
- Diferencia de Voltaje Lateral 2 = Objeto en Lateral 2 - Sistema en reposo

Los resultados se recogen en la Tabla 17:

Separación [cm]	Diferencia de Voltaje Lateral 1 [mV]	Diferencia de Voltaje Centro [mV]	Diferencia de Voltaje Lateral 2 [mV]
4	3.520	0.304	4.004
4.5	4.297	0.151	3.591
5	4.126	-0.346	2.962
5.5	4.282	-0.057	3.468
6	3.758	0.036	3.954
6.5	3.867	-0.244	3.034
6.5	4.286	0.170	3.669
8	3.137	0.052	3.283
10	2.438	-0.063	2.853
12	1.902	-0.045	2.278
15	0.851	0.025	0.507

Tabla 17. Datos de las diferencias de voltaje respecto al sistema en reposo

Para determinar la separación óptima, se calculó la diferencia promedio de voltaje, sumando los valores de la diferencia de voltaje inducido en los estados laterales 1 y 2 de la Tabla 12 anterior, descartando la medición del objeto en el centro, ya que teóricamente debería ser cercana a cero, luego, no tiene sentido tener esta media en cuenta. De esta forma, los resultados obtenidos son los siguientes:

Separación (cm)	Diferencia Promedio [mV]
4	3.762
4.5	3.944
5	3.544
5.5	3.875
6	3.856
6.5	3.450
6.5	3.978
8	3.210
10	2.646
12	2.090
15	0.679

Tabla 18. Diferencia de voltaje promedio para cada separación

A partir de estos resultados, la separación de 6 cm se presenta como la óptima, aunque no es la separación con mayor diferencia promedio, se encuentra en una posición cercana a las mejores, en tercera posición prácticamente empatada a los dos superiores. Además, otro de los motivos por los que seleccionamos la separación de 6 cm se debe al análisis gráfico de las amplitudes representadas en la Tabla 16, que relaciona las amplitudes de los cuatro estados en función de todas las separaciones en un mismo gráfico.

Al observar el gráfico siguiente de la Figura 82, se puede apreciar como la separación de 6 cm ofrece una estabilidad óptima, ya que cuando el sistema está en reposo o el objeto se encuentra en el centro de la espira central, ambas medidas se presentan de forma bastante pareja.

Por otro lado, cuando el objeto se coloca en los puntos de máxima detección, que se corresponden con el centro de las espiras laterales 1 y 2, las amplitudes también se mantienen aproximadamente iguales, lo que confirma la sensibilidad óptima del sistema para estos puntos.

Finalmente, lo más destacable es la diferencia significativa observada entre las amplitudes en los casos de máxima detección y los casos en los que el sistema está cercano a cero, donde la separación de 6 cm es la que mayor diferencia presenta entre estos dos casos límite y de igual forma, mayor estabilidad presenta.

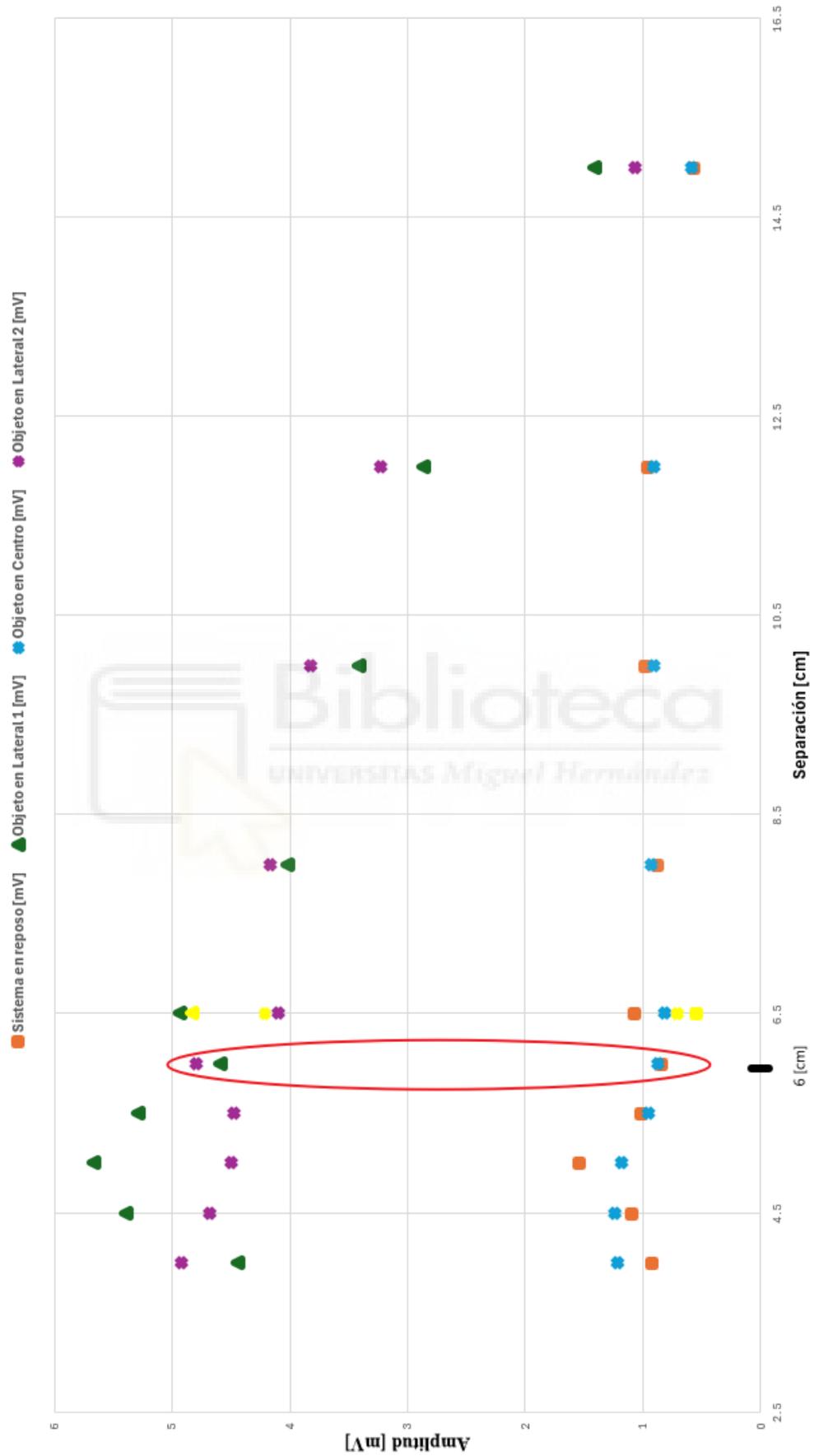


Figura 81. Relación entre las amplitudes de las ondas en los cuatro estados y la separación entre espiras

4.12. Estudio de las correlaciones

Con el objetivo de evaluar la funcionalidad y eficacia del sistema detector de metales, se realizó el siguiente estudio basado en las correlaciones entre las distintas señales de voltaje obtenidas para los diferentes estados y posiciones de nuestro sistema de detección.

El concepto de correlación nos permite comparar la similitud entre dos señales. Luego, será necesario tomar una onda senoidal de referencia (con amplitud unitaria y desfase nulo) y compararemos con las ondas de voltaje obtenidas para los diferentes estados y posiciones dentro del sistema de detección.

4.12.1. Fundamentos teóricos de la correlación

Matemáticamente, la correlación mide cuánto se asemejan dos señales. Cuando se trata de señales senoidales, la correlación nos proporciona información acerca de si las señales correladas se encuentran en fase, desfasadas o si son ortogonales entre sí (es decir, en cuadratura). La fórmula general de la que partimos para calcular la correlación entre dos señales senoidales es la siguiente:

$$C_{12} = \int_0^T (A_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) \cdot A_2 \sin(\omega_2 t + \phi_2)) dt$$

Dado que en nuestro estudio utilizamos una señal de referencia con una amplitud unitaria ($A_1 = 1$) y un desfase nulo ($\phi_1 = 0$), y que la señal con la que se correlacionará es un voltaje inducido (o mejor, la diferencia entre dos voltajes inducidos), la expresión de la correlación se puede simplificar de la siguiente manera:

$$C_{12} = \int_0^T (\sin(\omega t) \cdot A_2 \sin(\omega t + \phi_2)) dt$$

Al resolver esta integral, llegamos al siguiente resultado:

$$C_{12} = \frac{A_2}{2} \cdot T \cdot \cos(\phi_2)$$

Si consideramos el valor promedio de la correlación sobre un período, es decir, incluyendo el factor $\frac{1}{T}$, la expresión se convierte en:

$$C_{12, \text{promedio}} = \frac{A_2}{2} \cos(\phi_2)$$

El desarrollo matemático paso a paso para llegar a estas dos expresiones se adjunta en el ANEXO.

4.12.2. Aplicación práctica y expectativas

El objetivo principal en este apartado es comparar o correlacionar una señal de referencia que elijamos con las ondas obtenidas en los diferentes estados y posiciones del objeto metálico ubicado en el sistema detector. Un ejemplo gráfico de este concepto se ilustra en la Figura 83:

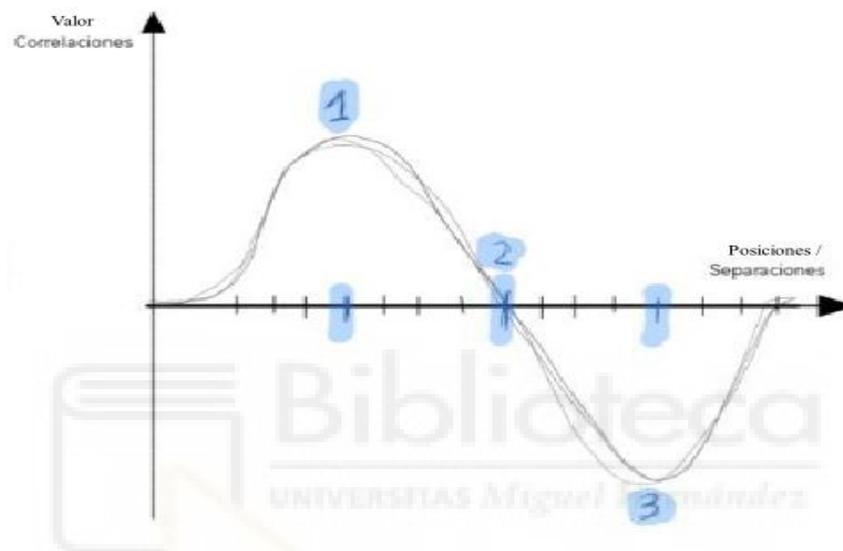


Figura 82. Correlación esperada entre la señal de referencia y la señal diferencia en función de la posición de un objeto metálico.

Teniendo en cuenta que el valor de la correlación entre dos señales senoidales promediadas viene dado por la siguiente relación:

$$C_{12,promedio} = \frac{A_2}{2} \cos(\phi_2)$$

Luego, las interpretaciones asociadas con los diferentes resultados de correlación son:

- **Correlación en fase:** Si las señales están perfectamente en fase, la correlación dará un valor positivo: $\frac{A_2}{2}$.
- **Correlación en oposición de fase (180°):** Si las señales están desfasadas 180°, el resultado será negativo: $-\frac{A_2}{2}$.
- **Correlación en cuadratura (90°):** Y si las señales están en cuadratura, la correlación será cero, indicando nula coincidencia entre las formas de onda de las señales.

4.12.3. Análisis y predicciones del comportamiento de las correlaciones

Recordando los gráficos obtenidos en el apartado ‘4.11.2. Gráficos obtenidos en MATLAB para todas las separaciones estudiadas’, incluimos en la Figura 84 uno de ellos para comentar los comportamientos esperados de los resultados de las correlaciones.

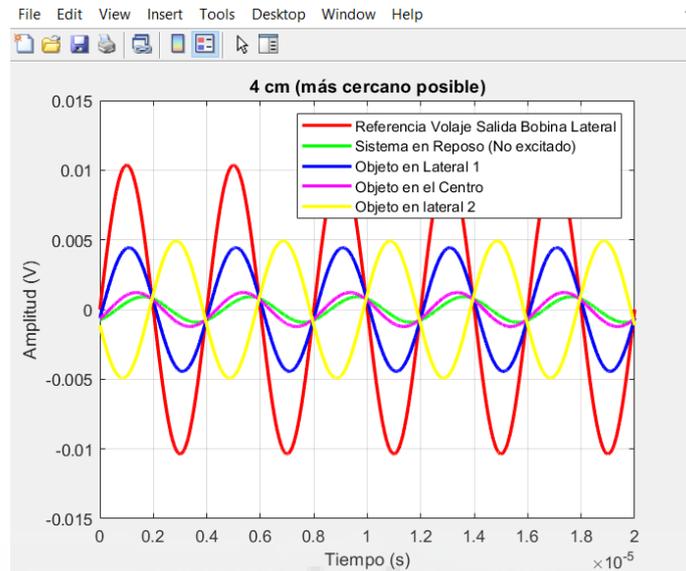


Figura 83. Ondas voltaje resultante en los diferentes estados y posiciones del objeto metálico

Ahora, teniendo en cuenta el gráfico de la Figura 84, si consideramos que la onda roja es la señal de referencia, cuando correlacionamos esta señal con la señal azul (correspondiente a la onda resultante de cuando el objeto se encuentra ubicado en la bobina lateral 1), observamos que ambas señales están prácticamente en fase, por lo que el valor de correlación en este caso será máximo, ya que no existe desfase ($\phi_2 = 0$).

Luego, considerando este caso (objeto en la bobina lateral 1) y viendo que no se observa desfase entre las señales, $\phi_2 = 0$, vemos que el valor de la correlación $C_{12,promedio}$ será igual a $\frac{A_2}{2}$, es decir, corresponde con el valor máximo posible de la correlación.

Por otro lado, al correlacionar la señal de referencia (roja) con la señal amarilla (correspondiente al objeto en la bobina lateral 2), observamos un desfase de 180° entre ambas señales, lo que significa que la correlación será mínima, ya que $\cos(180^\circ) = -1$. De esta forma, la correlación dará un valor negativo mínimo igual a: $-\frac{A_2}{2}$.

Este proceso se repite para las demás posiciones del objeto, correlacionando las señales en los diferentes estados para obtener un gráfico final, similar al de la Figura 85, que muestre la relación de las correlaciones en función de la ubicación del objeto metálico dentro del

sistema. Es importante destacar que, para nuestro estudio de correlaciones, se tomó como señal de referencia el voltaje inducido en una de las espiras secundarias, el cual se correlacionó con la diferencia entre los voltajes inducidos en ambas espiras secundarias, en función de la posición del objeto en el sistema.

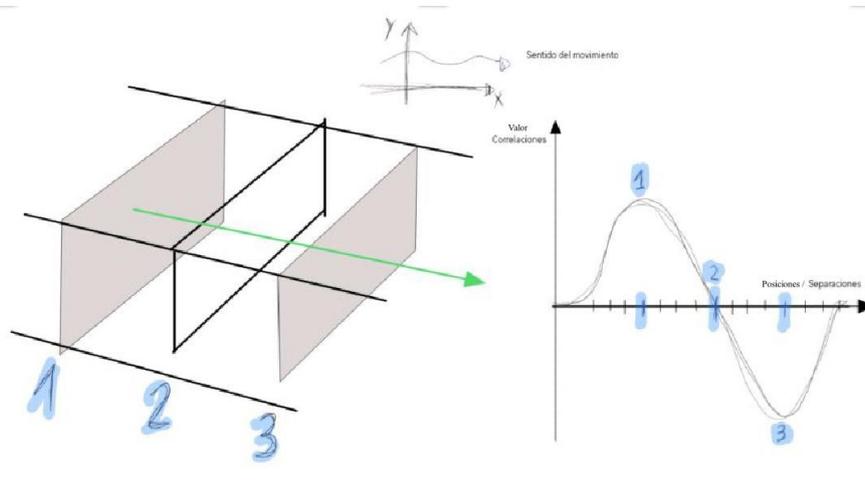


Figura 84. Esquema aproximado de los resultados de las correlaciones esperados

4.12.4. Diferentes objetos estudiados

Para enriquecer el análisis del sistema detector, se han tenido en cuenta diferentes objetos, variando tanto sus tamaños como sus materiales, lo que nos ha permitido observar cómo responde el sistema frente a distintas situaciones.

Los objetos seleccionados para este estudio incluyen un cilindro de cobre (no magnético) y tres vasos de llave de tubo de acero (magnéticos), que se pueden observar en la Figura 86, junto con sus dimensiones respectivas.

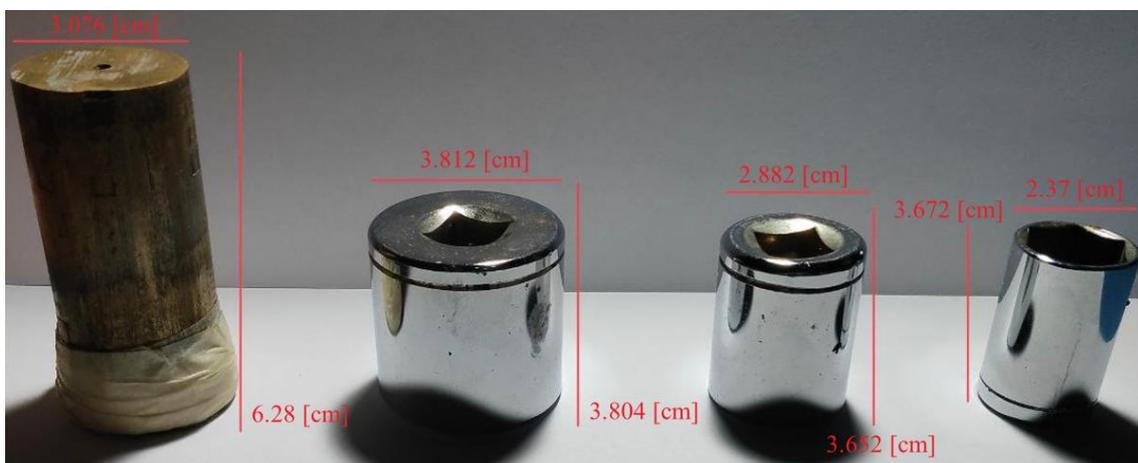


Figura 85. Objetos utilizados junto con sus dimensiones

4.12.5. Resultados obtenidos de las correlaciones para diferentes objetos.

Tras la optimización del sistema descrita en el apartado '4.11. Búsqueda de la separación óptima', hemos fijado nuestro detector a una distancia de separación entre espiras de 6 cm, la cual vimos que aportaba los mejores resultados para nuestro sistema detector. Asimismo, la bobina excitadora se ha alimentado con una señal senoidal de 5 V de amplitud y 250 kHz de frecuencia, manteniendo constantes estas condiciones para la obtención de los resultados.

Respecto a la forma de proceder en este apartado, como ya hemos comentado anteriormente, vamos a correlacionar una señal senoidal de referencia con una amplitud unitaria y desfase nulo, con las ondas obtenidas para las diversas posiciones donde ha sido colocado un objeto metálico dentro del sistema.

Las posiciones específicas del objeto respecto a la espira central son las siguientes:

- Más delante: - 16 cm
- Delante: - 13 cm
- Lateral 1: - 8.5 cm
- Medio 1: - 4.5 cm
- Centro: 0 cm
- Medio 2: + 4 cm
- Lateral 2: +8 cm
- Detrás: +12 cm
- Más detrás: +16 cm

Todas estas posiciones se muestran de manera gráfica en la Figura 87, para una mejor comprensión y entendimiento del lector:



Figura 86. Posiciones donde han sido colocados los objetos

Los gráficos que se muestran en este apartado han sido generados mediante MATLAB, utilizando los datos recogidos por el Analog Discovery 2 y procesados posteriormente mediante su software ‘Waveforms’. Un ejemplo del código empleado para la generación de estos gráficos ha sido adjuntado en el ANEXO de este trabajo.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos:

▪ **Objeto 1:** Bronce (6.928 cm de alto y 3.076 cm de ancho)

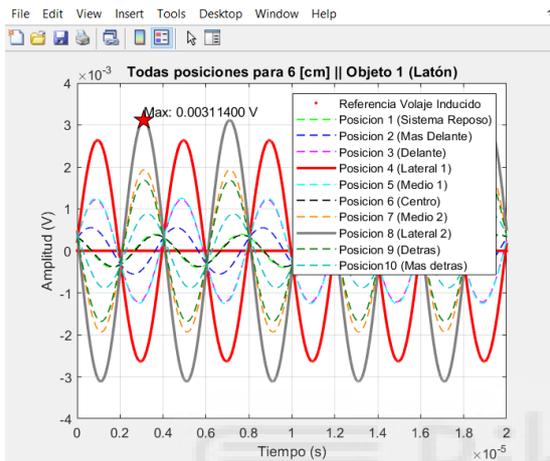


Figura 87. Ondas obtenidas para el objeto 1

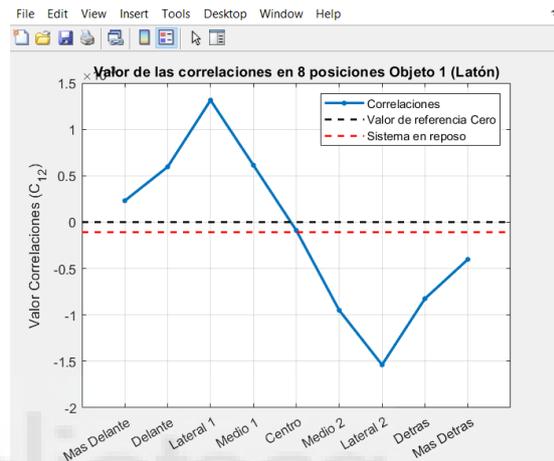


Figura 88. Correlaciones obtenidas para el objeto 1

Analizando los resultados obtenidos, primero teniendo en cuenta la Figura 88, podemos ver de forma clara como las ondas correspondientes a las posiciones Lateral 1 (rojo) y Lateral 2 (gris) son las que mayor amplitud presentan, luego, es cuando la relación entre los voltajes inducidos en ambas espiras ($V_1 - V_2$) está más desbalanceada.

Fijándonos en el caso de la onda roja (cuando el objeto está colocado justo debajo de la espira Lateral 1), el voltaje inducido que esta recibe (V_1) es mucho mayor que el que está recibiendo la espira lateral 2 (V_2), lo que resulta en una onda de gran amplitud. De manera similar, pero a la inversa ocurre con la onda gris (‘Lateral 2’), cuando el objeto está ubicado debajo de la espira lateral 2, el comportamiento es el mismo pero desfasado 180° respecto a la onda de ‘Lateral 1’, con una amplitud igualmente significativa.

En la Figura 88, se puede apreciar también una marca en forma de estrella, que indica el valor máximo de amplitud registrado durante la captura de datos, que fue de 3.114 mV, frente a los 0.396 mV que se observan cuando el sistema está en equilibrio, es decir, estado en el que no se ha introducido ningún objeto en el sistema. Luego, este desbalance evidencia que el sistema de detección funciona correctamente, ya que pasa de un estado de equilibrio

cercano a cero cuando no hay objeto, a un valor notablemente superior cuando se introduce un objeto metálico, indicando que se produce una detección clara.

Por otro lado, las ondas correspondientes a las otras posiciones del objeto no presentan amplitudes tan elevadas como las obtenidas para las posiciones de ‘Lateral 1’ y ‘Lateral 2’, aunque todavía reflejan la presencia del objeto en el sistema, esto se puede observar de forma más clara en la Figura 89, donde se muestran los valores de las correlaciones en las distintas posiciones. En este gráfico, los picos de correlación se corresponden con las posiciones de ‘Lateral 1’ y ‘Lateral 2’, mientras que, en las demás posiciones, los valores tienden a aproximarse a los registrados en el estado de equilibrio, lo que indica una menor sensibilidad del sistema en estas ubicaciones, realmente un menor desequilibrio de la relación entre los voltajes inducidos ($V_1 - V_2$), es decir, una menor amplitud de esta onda resultante.

Y si recordamos la expresión utilizada para calcular la correlación, esta dependía tanto de la amplitud de la onda resultante (que proviene de la diferencia entre los voltajes inducidos en ambas espiras laterales) como del desfase de esta frente al voltaje inducido medido en una espira secundaria, que es la señal referencia en nuestro caso.

▪ **Objeto 2:** Acero (3.812 cm de alto y 3.804 cm de ancho)

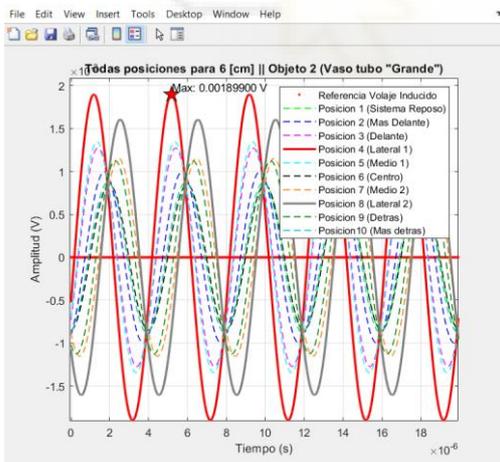


Figura 89. Ondas obtenidas para el objeto 2

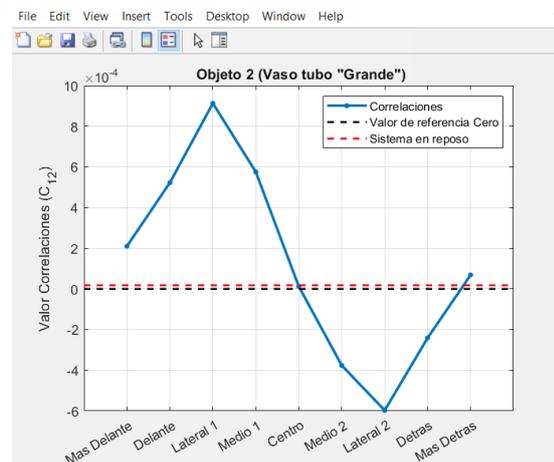


Figura 90. Correlaciones obtenidas para el objeto 2

Para este segundo objeto, que es de menores dimensiones que el primero, observamos en la Figura 90 que las ondas correspondientes a las posiciones de ‘Lateral 1’ y ‘Lateral 2’ no destacan tanto frente al resto de posiciones, ya que no presentan una amplitud significativamente elevada. En este caso, el valor máximo de amplitud registrado fue de 1.889 mV, mientras que el valor en equilibrio fue de aproximadamente 0.852 mV.

Puede resultar extraño que ahora tengamos un valor de equilibrio distinto al que teníamos para el primer objeto. Esto puede deberse a que las mediciones se realizaron en días distintos y nuestro sistema presenta mucha sensibilidad a la hora de ser equilibrarlo. Aparentemente, en esta ocasión no fue posible equilibrar el sistema por debajo de este valor de 0.852 mV de amplitud.

Por otro lado, en cuanto a las correlaciones, estas se comportan nuevamente de manera coherente, ajustándose a las predicciones teóricas previas.

▪ **Objeto 3:** Acero (3.652 cm de alto y 2.882 cm de ancho)

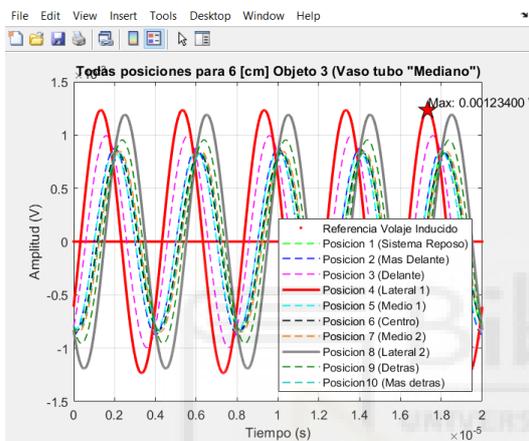


Figura 91. Ondas obtenidas para el objeto 3

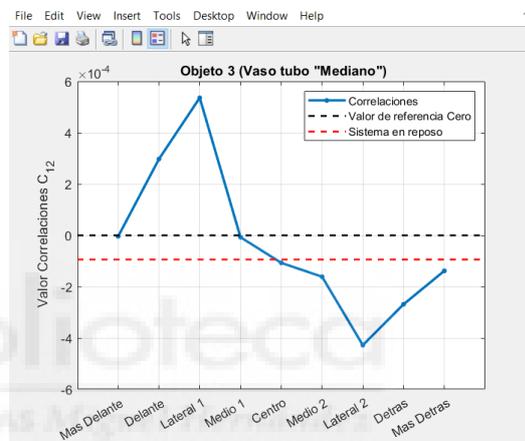


Figura 92. Correlaciones obtenidas para el objeto 3

En este caso, el valor máximo de amplitud de registrada es de 1.234 mV, mientras que el valor en reposo es de 0.834 mV.

▪ **Objeto 4:** Acero (3.672 cm de alto y 2.370 cm de ancho)

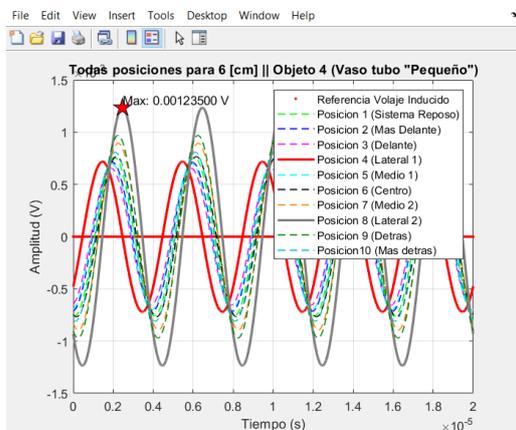


Figura 93. Ondas obtenidas para el objeto 4

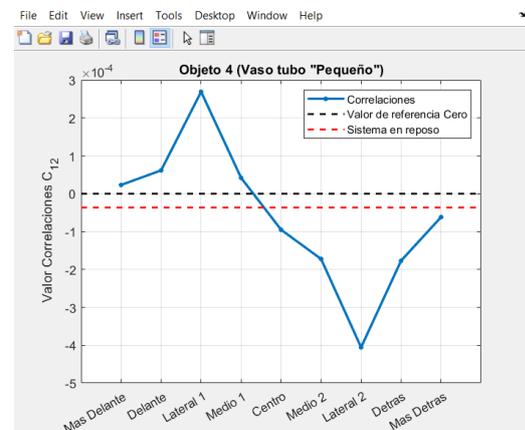


Figura 94. Correlaciones obtenidas para el objeto 4

Para este cuarto objeto, el valor máximo de amplitud es de 1.235 mV, mientras que el valor en reposo es de 0.759 mV.

Analizando los resultados obtenidos para estos tres últimos objetos de acero, es evidente que no hay una diferencia tan marcada entre las ondas representadas en las gráficas. Sin embargo, en todos los casos se pueden identificar las ondas correspondientes a las posiciones ‘Lateral 1’ y ‘Lateral 2’, aunque no destacan tanto como en el caso del primer objeto de bronce. Este comportamiento se confirma en las gráficas de las correlaciones, donde los valores siguen las tendencias esperadas, aunque mostrando picos menores que indican un menor desbalance del sistema, debido a las dimensiones más reducidas de los objetos y luego su menor influencia sobre el sistema de detección.

4.13. Fabricación de carro móvil que simula una cinta transportadora

En las Figuras 96 y 97 se presentan imágenes del carro móvil diseñado para simular la cinta transportadora en la planta de reciclaje. Un aspecto importante a destacar es que, durante su fabricación se evitó el uso de cualquier elemento metálico, es decir, no se han empleado ni clavos, ni tornillos, ni bases metálicas, ni tan ni siquiera las ruedas, que son completamente de plástico y están unidas al carro mediante un eje pasante fabricado en madera, con el fin de evitar interferencias en las mediciones del sistema detector.



Figura 95. Vista parte inferior del carro móvil



Figura 96. Vista superior del carro móvil con sus dimensiones

5. SISTEMAS DE DETECCIÓN

5.1. Descripción del sistema de detección implementado mediante 'Waveforms'

El proceso de detección en nuestro detector de metales comienza con la generación de la señal que será utilizada para excitar la bobina central, esto se realiza mediante la opción 'Wavegen 1' del software 'Waveforms', el cual nos permite sacar esta señal generada a través de los pines de salida 'W1' y 'W2' (de color amarillo), que son parte del complemento de 16 pines de entrada y salida del Analog Discovery 2.

En la siguiente Figura 98, vemos la configuración establecida para generar esta señal, en esta imagen se pueden apreciar los parámetros de entrada de esta, es decir, el tipo de señal que se está introduciendo (tipo senoidal), la frecuencia de esta señal (250 kHz), el periodo (4 μ s), la amplitud (5 V), su descentrado o 'offset' (0 V), su simetría (50%) y su fase (0°).

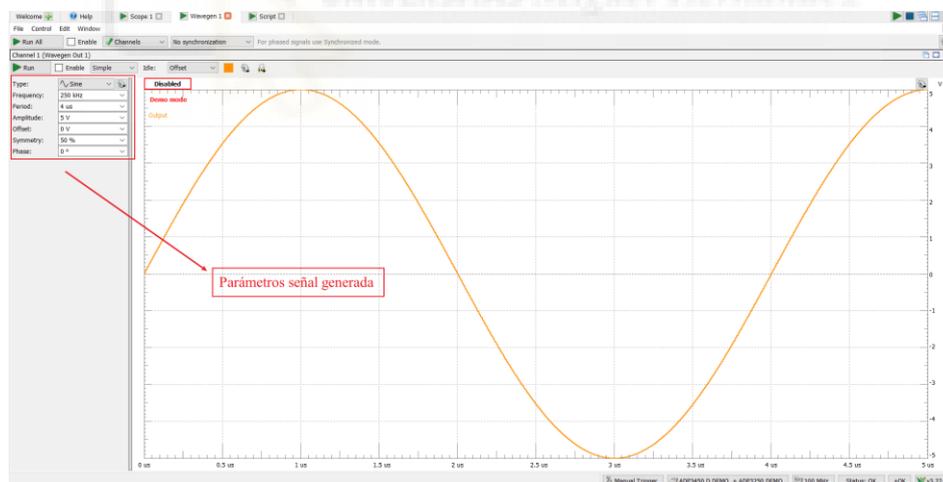


Figura 97. Captura de la función de 'Wavegen 1' en 'Waveforms'

Tras configurar y establecer la señal de entrada al sistema, el siguiente paso es utilizar la función de osciloscopio ('Scope') del software para capturar las señales inducidas en las espiras secundarias, identificadas anteriormente como 'Lateral 1' y 'Lateral 2'. Estas dos señales se recogen y visualizan a través de los canales 'Channel 1 (osc.)' y 'Channel 2 (osc.)' en el menú 'osciloscopio' correspondientes a los pines de entrada del módulo ('Scope Channel 1' y 'Scope Channel 2'), de color naranja y azul respectivamente.

Para facilitar la identificación y el seguimiento de las conexiones y componentes utilizados en el sistema, se incluye de nuevo una imagen del módulo de 16 pines de entradas y salidas del que dispone el Analog Discovery 2.

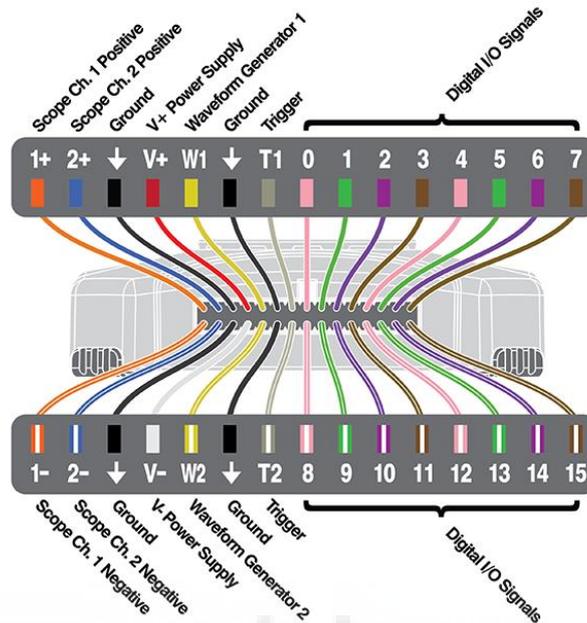
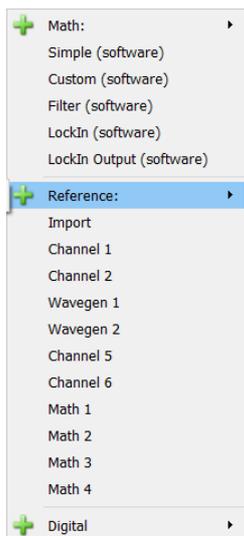


Figura 98. Esquema de las conexiones o pines de las 16 entradas y salidas del Analog Discovery 2

A partir de este momento todo el procesado de estas dos señales se realiza sobre este menú de ‘Osciloscopio’, que nos permitirá añadir y configurar distintos tipos de canales como se pueden apreciar en la siguiente imagen, los que utilizaremos principalmente son:



- Tipo ‘Math Simple’: Nos permite realizar operaciones básicas como suma, resta, multiplicación entre las señales seleccionadas.
- Tipo ‘Math Custom’: Mediante un pequeño script configurable, este nos ofrece funcionalidades extendidas como el cálculo del valor absoluto, aplicación de funciones trigonométricas o truncamientos.
- Tipo ‘Math Filter’: Habilita la aplicación de hasta cuatro tipos de filtros, con diversas opciones de personalización para cada filtro.

Figura 99. Breve descripción de algunos canales de tipo 'Math'

Tras estos breves comentarios preliminares, continuando con el procesamiento, como primer paso se muestra una captura de los voltajes inducidos en ambas espiras laterales, recogidos por los canales 1 y 2, en el menú ‘Scope’.

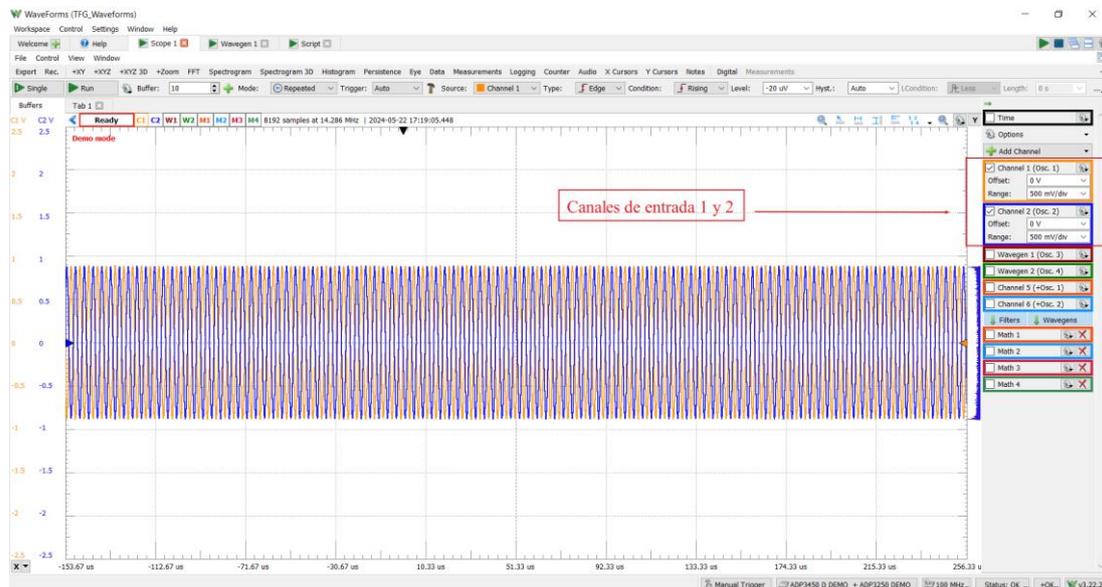


Figura 100. Voltajes inducidos en las espiras secundarias 1 y 2

En un análisis más minucioso, añadimos un zoom sobre estas dos señales de voltaje inducido para apreciar el desfase de 180° , aspecto anteriormente comentado. Además, se muestra la función ‘Measurements’, que son gran cantidad de medidas directas que facilita el software, desde medidas verticales (relacionadas con amplitudes) hasta medidas horizontales (como frecuencia, tiempos de subida y de bajada, periodo, etc.). También permite la opción de medidas customizadas mediante un script.

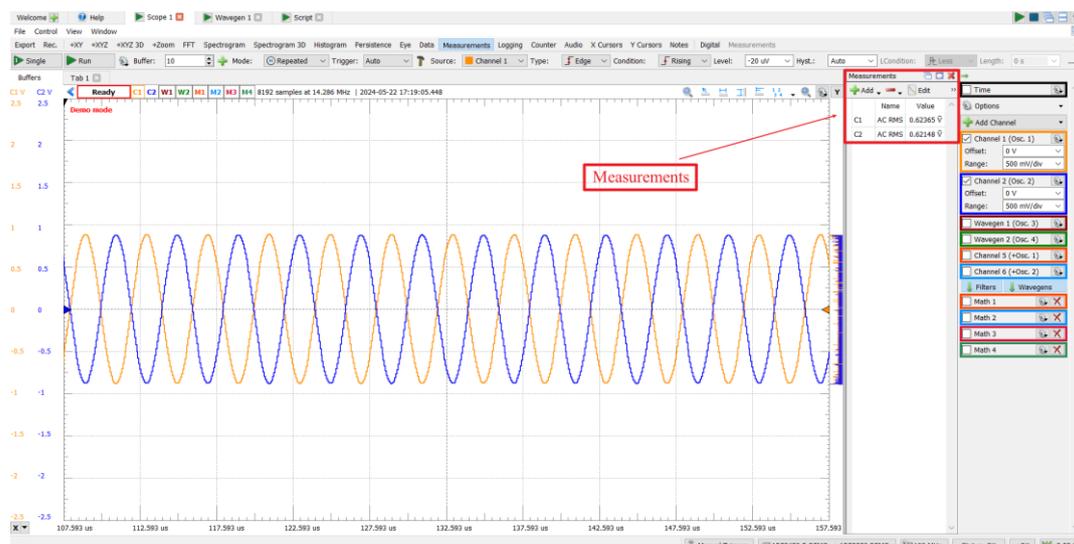


Figura 101. Zoom de los voltajes inducidos en ambas espiras secundarias 1 y 2

El siguiente paso es añadir una nueva variable o canal de tipo ‘Math’ en el software que nos permita sumar en este caso las dos señales recogidas por los canales 1 y 2. Es importante recordar en este instante, el tema de la polaridad con respecto a la conexión de los pines que capturan los voltajes inducidos. Si las formas de onda de los dos voltajes inducidos resultan ser idénticas, el método a seguir sería el mismo, pero en lugar de sumar las señales, se restarían.

A continuación, se muestra una captura de pantalla de la señal resultado de la suma los dos voltajes inducidos ($V_1 + V_2$), junto con la configuración sencilla de esta nueva variable, destacada en un marco rojo situado a la derecha de la imagen:

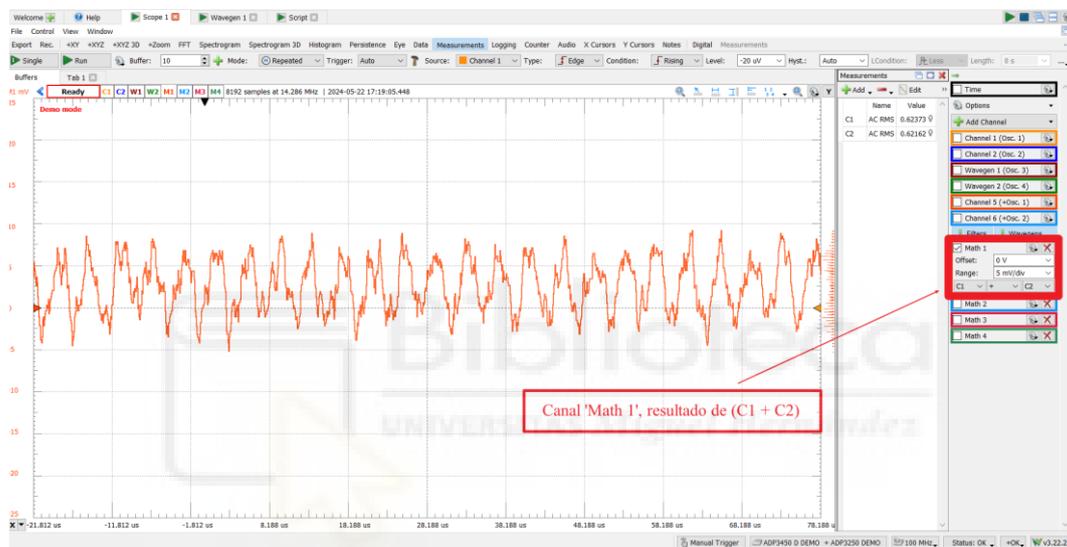


Figura 102. Señal 'Math1', resultado de sumar las señales de entrada C1 y C2

A la vista de esta nueva señal generada, podemos observar que es muy débil, del orden de unos pocos milivoltios, y que presenta un nivel considerable de ruido. Ruido que puede deberse a varias fuentes, desde el ruido eléctrico ambiental, el ruido térmico propio de los componentes electrónicos y hasta ruido debido a la interferencia electromagnética presente en otras señales del entorno.

Debido a la presencia de ruido, para mejorar la calidad de la señal y así facilitar el procesado, implementamos un proceso de filtrado mediante una nueva variable o canal, referida como ‘Math 2’. Para esta nueva variable hemos optado por un filtro paso banda de tipo Butterworth de orden 8, con unas frecuencias de corte que se establecen en 245 kHz para la inferior y en 255 kHz para la superior, lo que resulta en una banda de paso muy estricta y limitada, permitiéndonos centrarnos en la frecuencia de trabajo de nuestro sistema de 250 kHz.

La elección de este tipo de filtrado frente a uno de tipo Chebyshev por ejemplo, se debe a que el filtro Butterworth presenta una respuesta muy plana en la banda de paso, lo que resulta conveniente, ya que no se alteran apenas las características de la señal en la banda de paso. Por otro lado, respecto a la elección del orden, un filtro de orden 8 es más que suficiente para lograr una pendiente de atenuación bastante pronunciada en las frecuencias de corte del filtro.

Tras estos comentarios acerca del filtrado, se adjunta a continuación en la Figura 104, una captura de pantalla donde se aprecia en color rojo la señal resultante de la suma y en color azul dicha señal tras ser filtrada. En esta imagen podemos destacar también el retardo que se aprecia de las primeras muestras en la señal azul al aplicarse un proceso de filtrado.

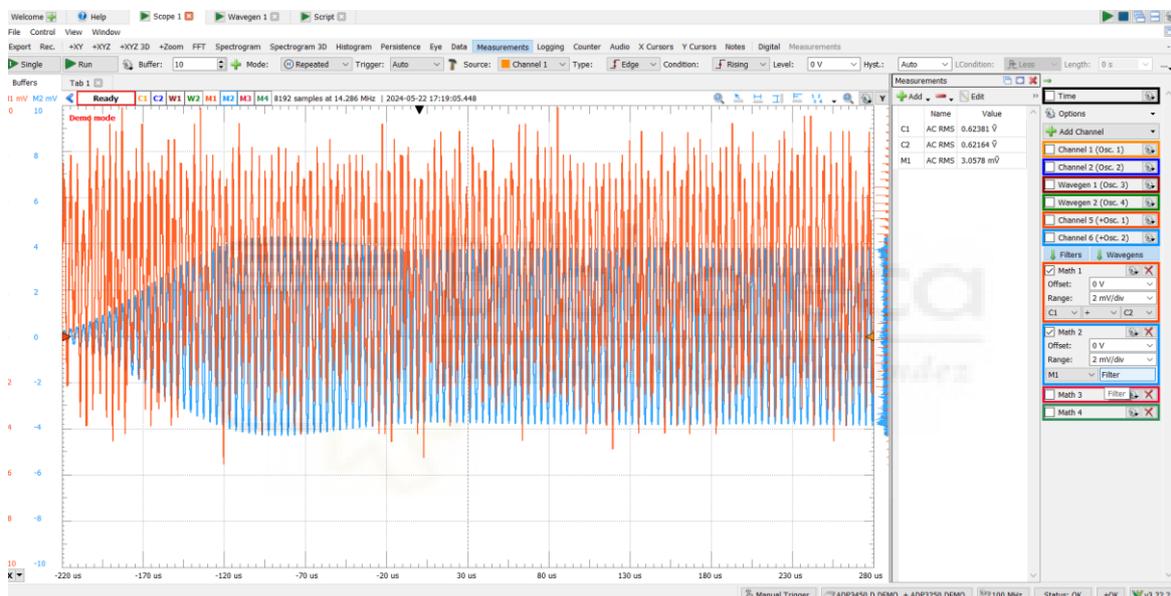


Figura 103. Señal 'Math 1' resultado de la suma y señal filtrada 'Math 2'

Asimismo, la función de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) de la que dispone el software también nos ha servido para visualizar el espectro de frecuencias de la señal. Esta herramienta nos ha permitido identificar y confirmar la presencia de la frecuencia de trabajo y detectar cualquier otra frecuencia significativa que pueda estar acoplándose al sistema.

En la siguiente imagen se proporciona una visualización de este espectro, destacando nuestra frecuencia de interés y demostrando así la futura eficacia del filtro aplicado.



Figura 104. FFT de las señales utilizadas en nuestro sistema

Una vez obtenida una señal resultante filtrada y libre de ruido, el siguiente paso consistió en aplicar la función de ‘Audio’ del software ‘Waveforms’ para generar una señal sonora. Esta idea surgió como una forma de proporcionar una respuesta auditiva en tiempo real cuando el sistema identificara la presencia de un objeto metálico. Para lograrlo, fue necesario añadir dos canales adicionales de tipo ‘Math’ en el software, los cuales fueron configurados específicamente de la siguiente forma que explicamos a continuación.

El primero de estos dos canales de tipo ‘Math’, definido como ‘Math 3’ lo hemos configurado de forma que transforme la señal anterior que teníamos filtrada y limpia ‘Math 2’ en una señal positiva constante. Para conseguirlo, se aplicó la función de valor absoluto (*abs*) a las muestras de la señal 'Math 2', lo cual permitió que todas las amplitudes negativas se convirtieran en valores positivos. Haciendo esto, conseguimos uniformar la señal y evitamos que fluctuaciones negativas generen interferencias o alteraciones indeseadas en la detección. Además, se incluyó la posibilidad de restar un valor constante a la señal obtenida tras aplicar el valor absoluto, lo que nos permite reducir el nivel de la señal para ajustar la sensibilidad del sistema si fuera necesario.

De esta forma, se muestra en la Figura 106, la señal ‘Math 2’ correspondiente a la resultante filtrada y limpia que habíamos obtenido previamente, representada en color azul. Seguidamente, sobre esta señal ‘Math 2’ aplicamos una transformación adicional para generar la señal ‘Math 3’ (en color rojo), donde hemos convertido todos los valores negativos en positivos mediante la operación del valor absoluto. Además, para mostrar las posibilidades de manipulación de la señal con las que contamos, se le ha restado un valor constante de 0.001 (por ejemplo) a la señal resultante, lo cual nos sirve para ajustar la amplitud o nivel de referencia de la señal, en función de los requerimientos específicos del sistema.

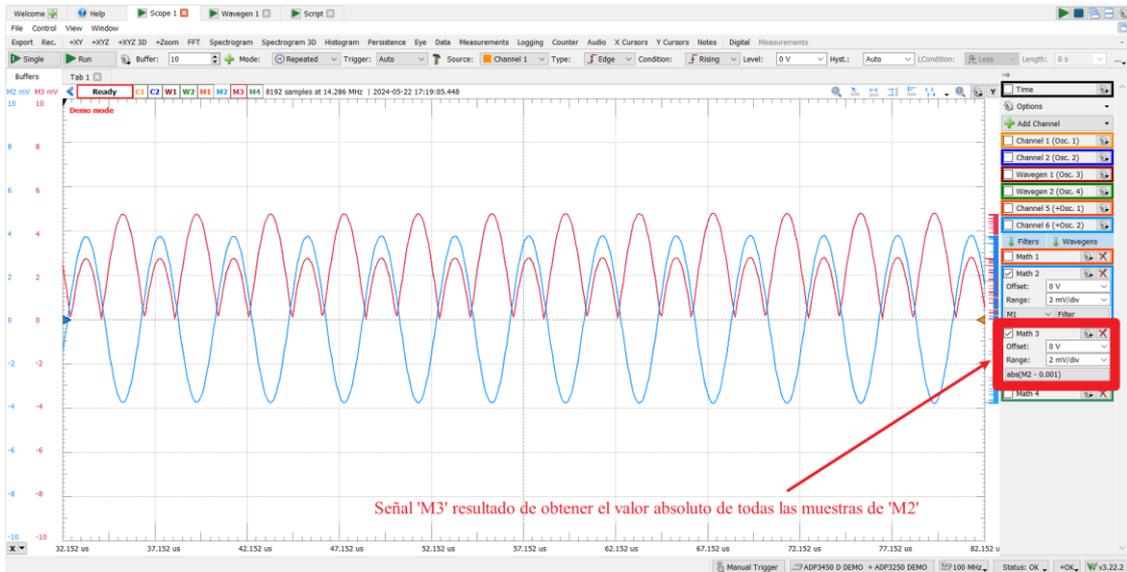


Figura 105. Señal 'Math 3' resultado de aplicarle el valor absoluto a la señal 'Math 2'

El último paso en el proceso de detección consiste en añadir un nuevo canal de tipo 'Math', que actuará como una operación "condicional". En este caso, lo que buscamos es establecer una condición en la que se compare el valor de la señal resultante 'Math 3' con un valor umbral predefinido. Esta condición se implementa de la siguiente manera, si la señal 'Math 3' supera el umbral especificado, la nueva señal, denominada 'Math 4', tomará un valor de 1, en caso contrario, es decir, si no se cumple dicha condición, la señal 'Math 4' tendrá un valor igual a 0.

En la Figura 107, podemos observar que los valores máximos de la señal 'Math 3' se encuentran cercanos a 5 mV.

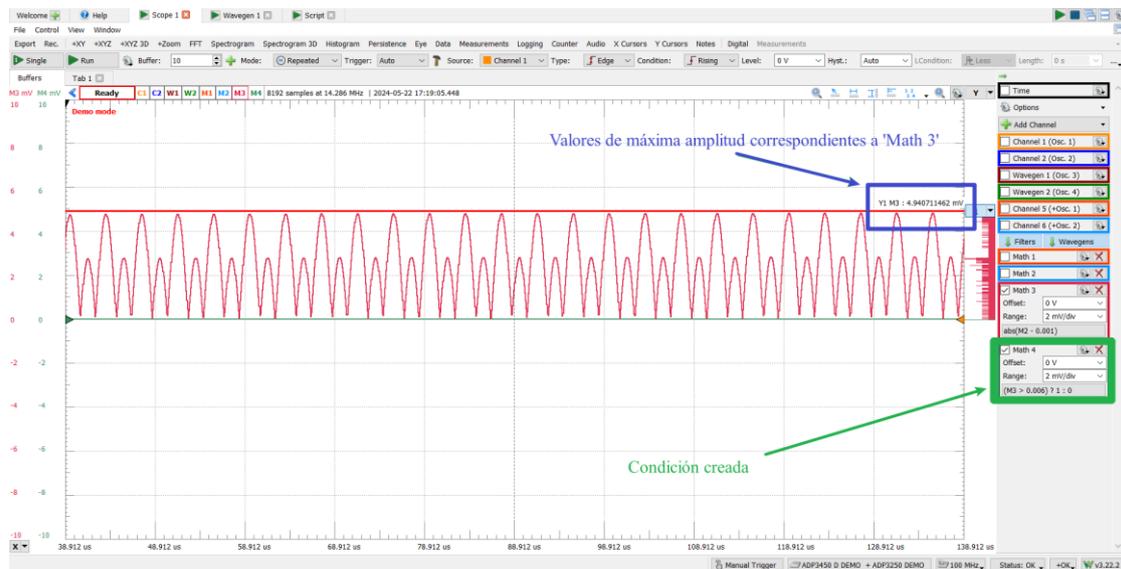


Figura 106. Valor máximo alcanzado por 'Math 3' y condición definida para 'Math 4'

Respecto a la condición que hemos establecido inicialmente, esta condición viene definida como $((M3 > 0.006) ? 1 : 0)$, lo que significa que para que la señal 'Math 4' tome el valor de 1, la señal 'Math 3' debe superar los 6 mV. En este caso, como la señal 'Math 3' no alcanza dicho umbral, la señal 'Math 4' se mantiene en 0, tal como se muestra en la Figura 107.

Sin embargo, si modificamos el umbral de detección y lo reducimos a 4 mV, cambiando la condición a $((M3 > 0.004) ? 1 : 0)$, la señal 'Math 4' tomará el valor de 1 en los casos donde la señal 'Math 3' supere este nuevo umbral. Este comportamiento se observa claramente en la Figura 108, donde la señal 'Math 4' cambia de 0 a 1 cuando la condición se cumple.

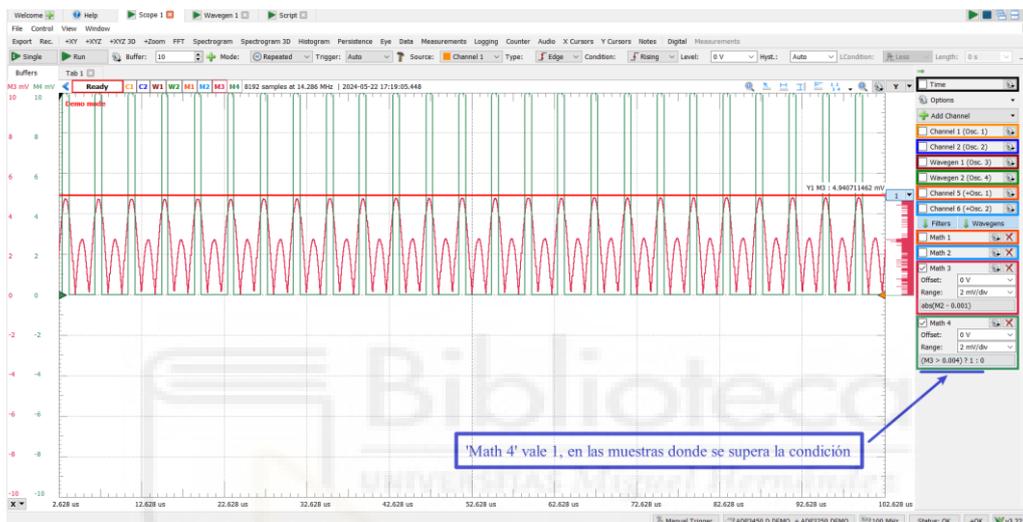


Figura 107. Señal 'Math 4' activa

Finalmente, para completar el sistema de detección, se configura la función de 'Audio' en el software. Esta función permite asociar una señal sonora con los canales disponibles, en nuestro caso, con el canal 'Math 4'. De este modo, se reproducirá un sonido cuando la condición de detección se cumpla (es decir, cuando la señal 'Math 4' valga 1), y no se emitirá ningún sonido cuando la condición no se cumpla (cuando 'Math 4' sea 0). Además, esta funcionalidad nos permite ajustar parámetros como la velocidad de reproducción, tasa, tempo y volumen del sonido, así como elegir entre salida Mono o Estéreo, tal como se ilustra en la Figura 109.

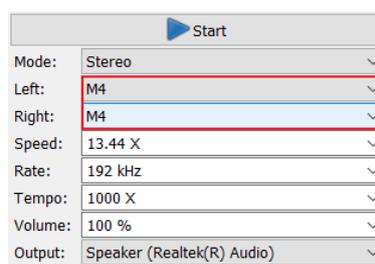


Figura 108. Función de 'Audio' de 'Waveforms'

5.2. Descripción del sistema de detección implementado mediante un circuito electrónico analógico

Además de la implementación del sistema de detección a través del software 'Waveforms', decidimos complementar el estudio añadiendo un sistema de detección basado en un circuito electrónico analógico, como forma de aportar otro enfoque alternativo e independiente al uso del software. En este apartado se describe el proceso de diseño y desarrollo del circuito electrónico analógico, diseñado para activar una señal sonora y otra luminosa cuando el sistema detecte la presencia de un metal.

El desarrollo del circuito fue un proceso costoso, ya que, al trabajar con componentes electrónicos, en muchas ocasiones los comportamientos esperados no se lograban de inmediato, lo que requería realizar ajustes y mejoras constantes. Por este motivo, el diseño se realizó por etapas, lo que permitió realizar correcciones y optimizaciones a medida que íbamos avanzando en el diseño.

El diseño y la simulación se realizaron mediante el software 'Proteus 8', el cual nos permitió crear y simular los esquemáticos del circuito, además de convertir dichos diseños a formato listo para ser fabricado en una PCB (placas de circuito impreso). Respecto a las características de los circuitos integrados utilizados en este circuito, han sido extraídas de sus correspondientes Datasheets. [34] [35] [36]

Aunque no se detallará todo el proceso desde el inicio, se presenta a continuación en la Figura 110 el primer prototipo montado sobre una protoboard junto con su esquemático. Al final del proceso de diseño, podremos comparar este circuito con el circuito final, perfeccionado y diseñado sobre una PCB, por lo podremos apreciar la evolución del diseño a lo largo de este proyecto añadido.

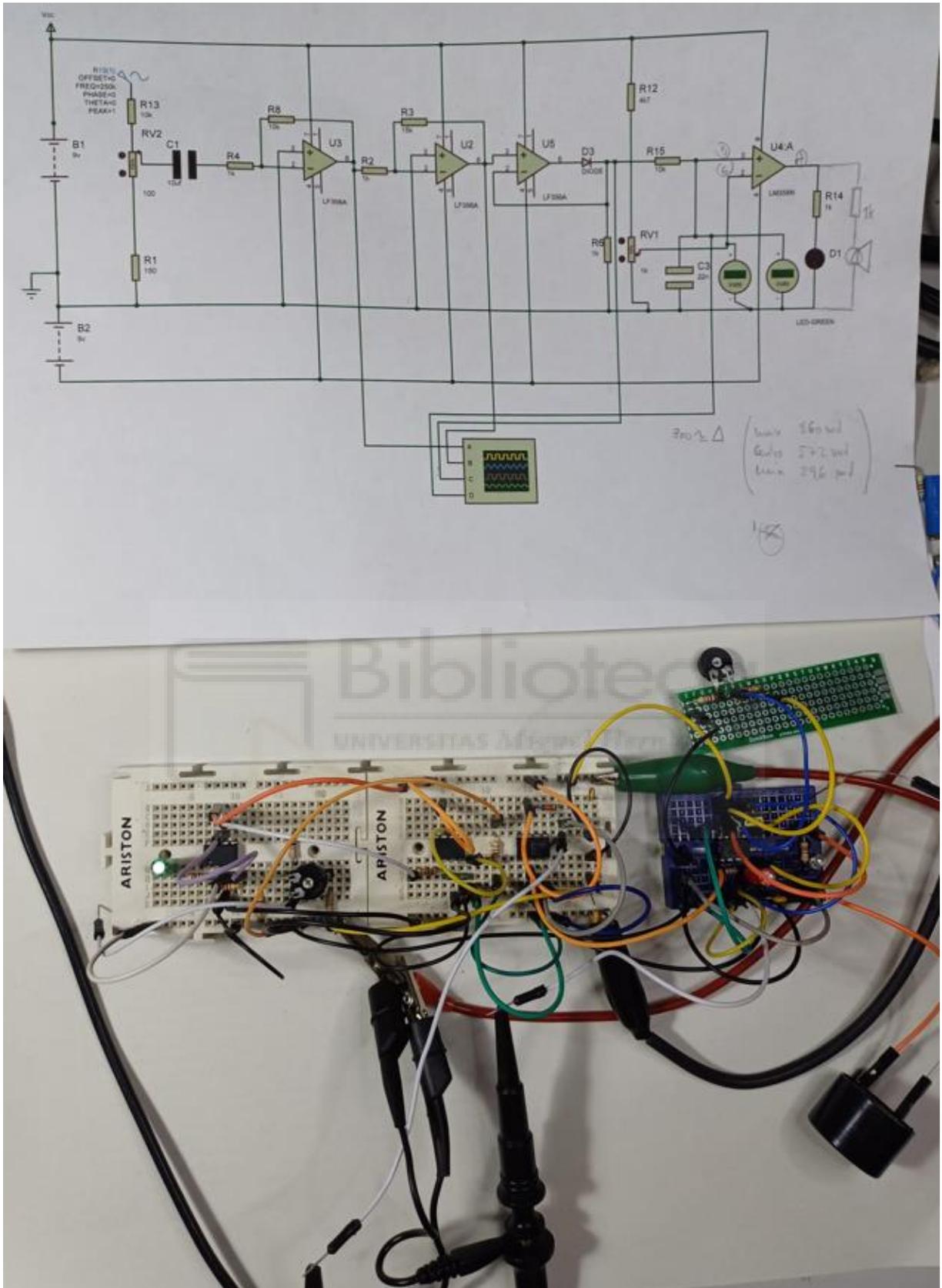


Figura 109, Prototipo del primer circuito empleado

Este primer diseño fue descartado debido a la metodología empleada para obtener la diferencia de los voltajes inducidos en las bobinas secundarias (V1 y V2). En este caso, simplemente conectamos las dos bobinas en serie, lo que resultaba en una combinación directa de ambas señales inducidas. Y, si bien este método nos permitía obtener la suma de los voltajes de manera sencilla, presentaba varias fallas o inconvenientes debido a que las señales se suman sin un control preciso de las diferencias de fase o amplitud entre ellas, lo que provocaba un gran acoplamiento de ruido, haciendo que la señal resultante fuera demasiado ruidosa para ser utilizada de manera efectiva. Debido a esto, se decidió de cambiar la configuración de las bobinas a una conexión en paralelo, consiguiendo reducir el ruido acoplado. Sin embargo, la señal obtenida seguía siendo demasiado débil, dificultando su procesamiento. Otro de los motivos que llevó al descarte de este primer prototipo fue el error causado por la histéresis, que más adelante se logró corregir en los diseños posteriores.

❖ **1ºPaso:** Diferencia entre los dos voltajes inducidos en las espiras secundarias

Como primer paso, buscamos una solución para obtener la diferencia entre los voltajes inducidos en las bobinas secundarias. Por lo que, para superar las limitaciones de las conexiones en serie y paralelo, decidimos reemplazar esta metodología por la implementación de un amplificador diferencial, específicamente el modelo AD620A. Este integrado permite la entrada de dos señales y entrega en su salida la diferencia entre estas dos señales de entrada.

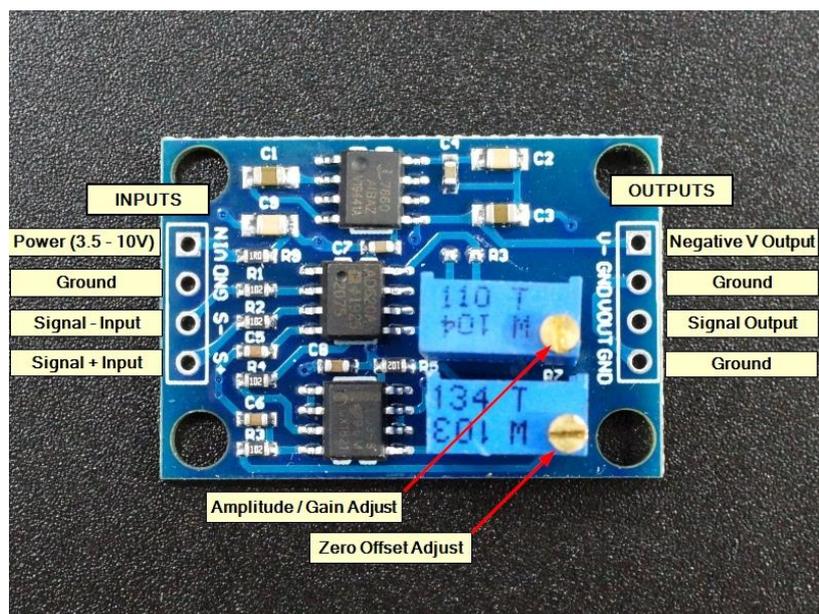


Figura 110. Amplificador Diferencial AD620A

Este integrado presenta varias ventajas importantes:

- Amplificación ajustable: La ganancia puede ajustarse mediante un potenciómetro, por lo que podíamos amplificar las señales débiles inducidas en las bobinas secundarias y obtener una señal diferencia mucho más precisa.
- Ajuste de offset: El offset de la señal de salida puede ajustarse, lo que permite centrar la señal resultante y eliminar cualquier componente de continua que pudiera afectar al sistema.

Cálculo de la ganancia del AD620A según su Datasheet [34]:

$$R_6 = \frac{49.4 \text{ k}\Omega}{G - 1}$$

$$G = \left(\frac{49.4 \text{ k}\Omega}{R_6} \right) + 1$$

Tomando el máximo de la resistencia variable (100 kΩ):

$$G = \left(\frac{49.4 \text{ k}\Omega}{100 \text{ k}\Omega} \right) + 1 = 1.494$$

Aunque el AD620A ofrece estas funcionalidades, realmente no nos fue necesario utilizarlas, ya que la señal de salida fue amplificada posteriormente por otras etapas de amplificación añadidas con anterioridad al circuito. Además, colocando el potenciómetro del amplificador al máximo (100 kΩ) la ganancia máxima sería la anterior calculada, pero debido al factor ganancia X ancho de banda del amplificador, realmente teníamos ganancia 1. Por otro lado, si nos permitió lograr una diferencia precisa y controlada de los voltajes, lo cual era nuestro objetivo principal.

Respecto a este primer integrado, adjuntamos a continuación tanto el resultado de la simulación como la medida directa sobre el integrado para corroborar que el funcionamiento era el correcto. Estas comprobaciones de resultados mediante simulación ('teórico') y con mediciones directas sobre el circuito con el osciloscopio ('práctico') se han realizado en todas las etapas.

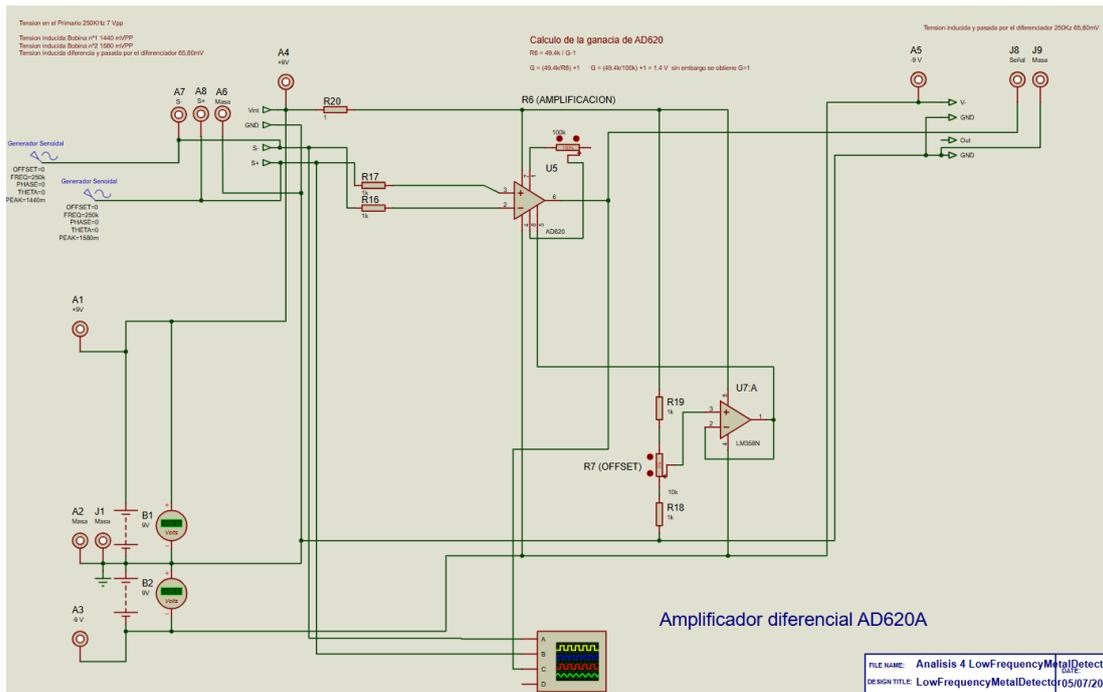


Figura 111. Diagrama del circuito correspondiente al amplificador diferencial AD620A

- Simulaciones obtenidas mediante el software ‘Proteus 8’:

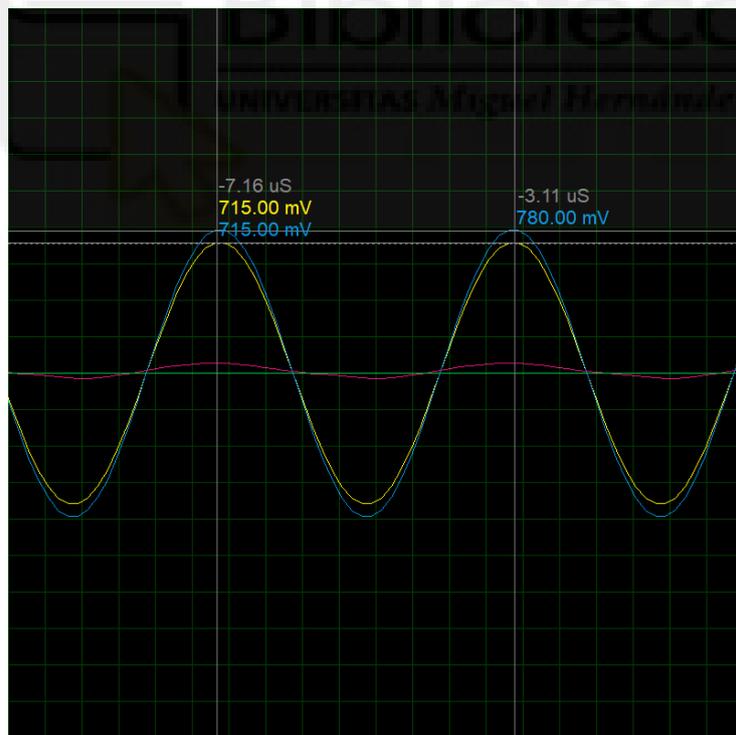


Figura 112. Simulación de los voltajes inducidos y de la señal resultante (suma de estos)

En la Figura 113 se pueden ver en color amarillo y azul las señales correspondientes a los voltajes inducidos en las bobinas secundarias ($V_1 = 1.560 V_{pp}$ y $V_2 = 1.420 V_{pp}$) y por otro lado la diferencia entre estas dos representada en color rojo con un valor de $65 mV_{pp}$.

- Resultados obtenidos medidos con el osciloscopio directamente sobre el circuito:

En la primera captura (Figura 114) se muestran los dos voltajes inducidos en las bobinas secundarias, donde vemos que se estaban induciendo voltajes en cada espira lateral del orden de $V_1 = 1.555 V_{pp}$ y $V_2 = 1.448 V_{pp}$, coincidiendo con los valores simulados.



Figura 113. Voltajes inducidos medidos sobre la salida de ambas espiras secundarias

En la segunda captura (Figura 115), se observa la señal de entrada a la bobina central (representada en color rojo), comparada con la señal resultante de la diferencia de los dos voltajes inducidos en las espiras laterales (color amarillo). Aunque la señal resultante es de baja amplitud, es lo suficientemente clara como para poder procesarla y trabajar con ella. Sin embargo, la señal amarilla no se muestra ajustada a la escala correcta, lo que limita su visualización, aunque este ajuste se realizará posteriormente para una mejor representación.

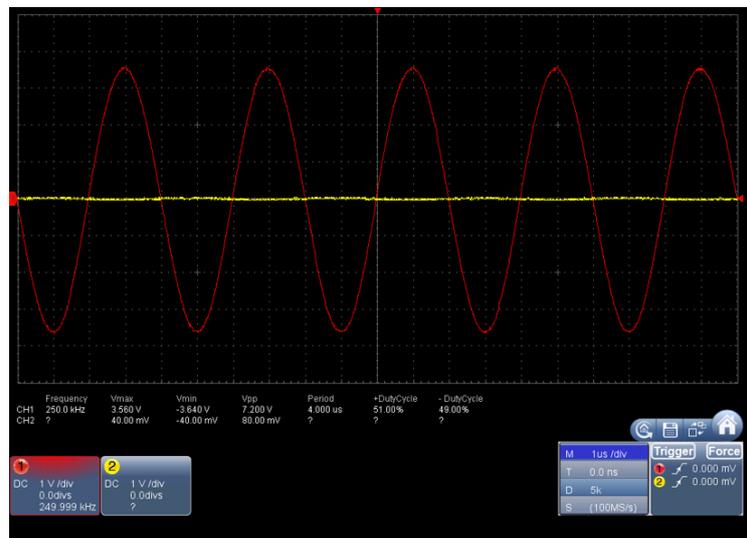


Figura 114. Comparativa entre la señal de entrada al sistema con la resultante de la suma de los voltajes inducidos

❖ 2º paso: Primera y segunda etapa de amplificación

El segundo paso consistió en amplificar la señal obtenida de la diferencia de los voltajes inducidos, debido a su bajo nivel inicial, que era de aproximadamente 65 mV_{pp}. Para ello se usaron dos amplificadores operacionales inversores LF356, que ajustamos para que tuvieran las siguientes ganancias:

OPAMP inversor U1

$$G = -\frac{R_2}{R_1} = -\frac{10\text{ k}\Omega}{1\text{ k}\Omega} = -10$$

OPAMP inversor U2

$$G = -\frac{R_4}{R_3} = -\frac{15\text{ k}\Omega}{1\text{ k}\Omega} = -15$$

A continuación se presenta el esquema del circuito utilizado en la etapa de amplificación.

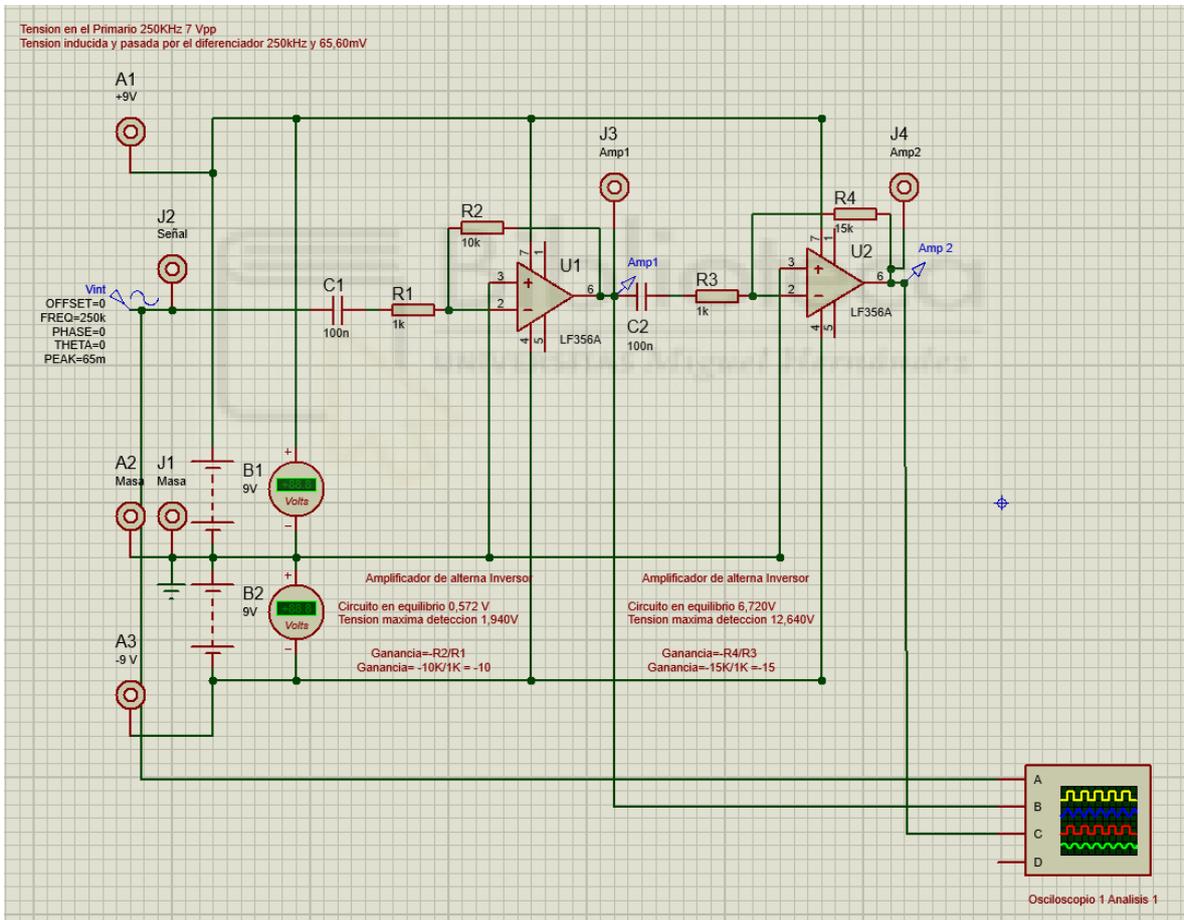


Figura 115. Esquema del circuito utilizado para la etapa de amplificación.

- Resultados de la simulación sobre el ‘Proteus 8’:

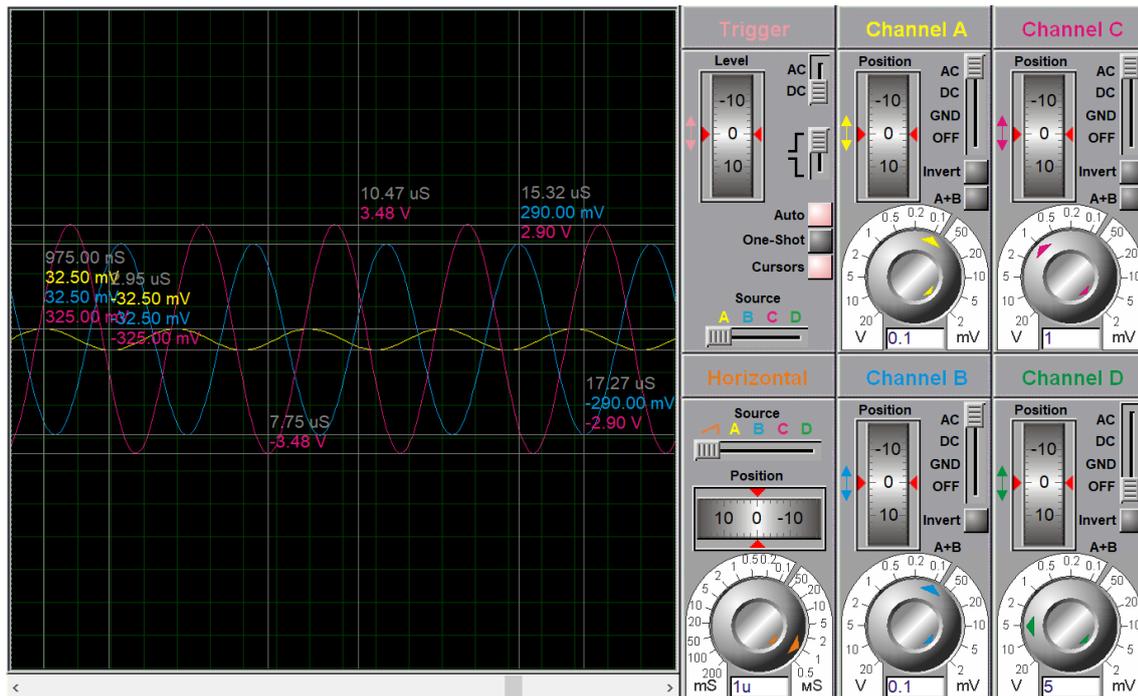


Figura 116. Simulación correspondiente a la etapa de amplificación

En la anterior captura correspondiente a la Figura 117, podemos ver los siguientes resultados obtenidos tras la simulación:

- Color amarillo: Señal diferencia de 65 mV_{pp} .
- Color azul: Señal tras el primer amplificador, que alcanza los 0.57 V_{pp} .
- Color rojo: Señal tras el segundo amplificador, con un valor de 6.96 V_{pp} .

Estos valores de señal ya eran considerables para ser procesados en las etapas siguientes. La razón por la cual se emplearon dos amplificadores es debido a la relación entre la ganancia y el ancho de banda de estos componentes, ya que estos amplificadores son integrados económicos, que no siempre se ajustan exactamente a las especificaciones proporcionadas por el fabricante.

- Medidas directas sobre el circuito con el osciloscopio:

Tras la primera etapa de amplificación, se logró una amplificación de la señal diferencia, como se muestra en la captura correspondiente a la Figura 118, donde vemos representado en color rojo la señal diferencia de 0.65 mV_{pp} aproximadamente y en color amarillo la señal resultante tras el primer amplificador con una ganancia $G = -10$, lo que resulta en una señal de aproximadamente 0.57 V_{pp} .

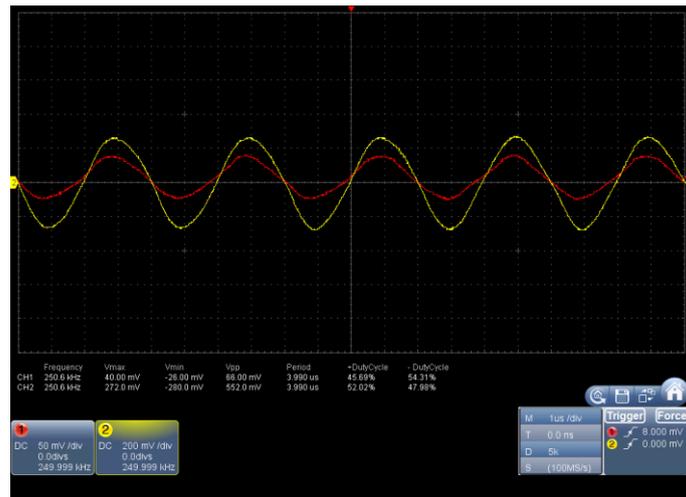


Figura 117. Medidas directas tras el primer amplificador

Al aplicar una segunda etapa de amplificación con una ganancia de $G = -15$, se observa un incremento adicional de la señal. En la Figura 119, se muestra nuevamente en color amarillo la señal de salida tras el primer amplificador, manteniendo su valor en torno a $0.57 V_{pp}$ mientras que en color rojo se representa la señal tras el segundo amplificador, con un valor de aproximadamente $6.96 V_{pp}$.



Figura 118. Medidas directas tras el segundo amplificador

❖ **3º paso:** Tercera etapa correspondiente al rectificador de media onda

Para conseguir la rectificación de la señal completa (positiva y negativa) que llega a la entrada de esta tercera etapa y transformarla en una señal de media onda, se ha utilizado un amplificador operacional LF356 configurado como rectificador de precisión. En este esquema, el diodo D1 actúa como el elemento de rectificación principal, mientras que el diodo D2 tiene la función de evitar la saturación del amplificador operacional.

El funcionamiento del circuito es el siguiente:

- Para semiondas positivas, el diodo D1 se bloquea y el bucle del circuito se abre. Por otro lado, al estar la entrada no inversora del amplificador conectada a masa, cuando una semionda negativa entra por la entrada inversora, el amplificador genera una señal positiva en la salida. Esta señal pasa a través de D1 y se realimenta por la resistencia R6 a la entrada inversora.
- En este diseño, la ganancia está determinada por la relación de las resistencias R6 y R5. Como ambas resistencias son iguales ($R6 = R5$), la ganancia del circuito es $G = -1$, lo que indica que la señal de salida será la inversa de la señal de entrada (invertida).
- Para semiondas negativas, el diodo D2 impide que el amplificador operacional sature al bloquear la corriente, manteniendo el circuito en funcionamiento sin sobrecargas.

A continuación, se presenta el esquema del circuito utilizado para la tercera etapa correspondiente al rectificador de media onda, donde se puede ver claramente el diseño del circuito y la disposición de los componentes.

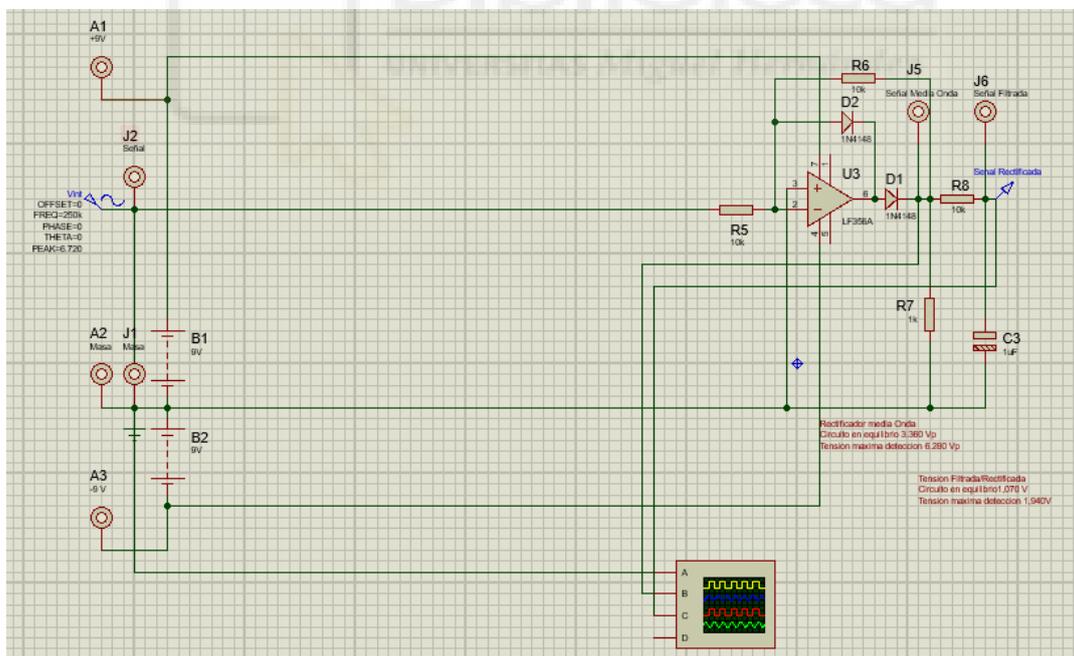


Figura 119. Esquema correspondiente al rectificador de media onda

Este rectificador de media onda es adecuado para señales de alta frecuencia como la que estamos utilizando en este diseño (250 kHz y 7 Vpp), consiguiendo que la señal de salida sea la semionda rectificada de la señal original, con la ganancia y el comportamiento esperado debido a la configuración del amplificador operacional y los diodos.

- Resultados de la simulación sobre el 'Proteus 8':

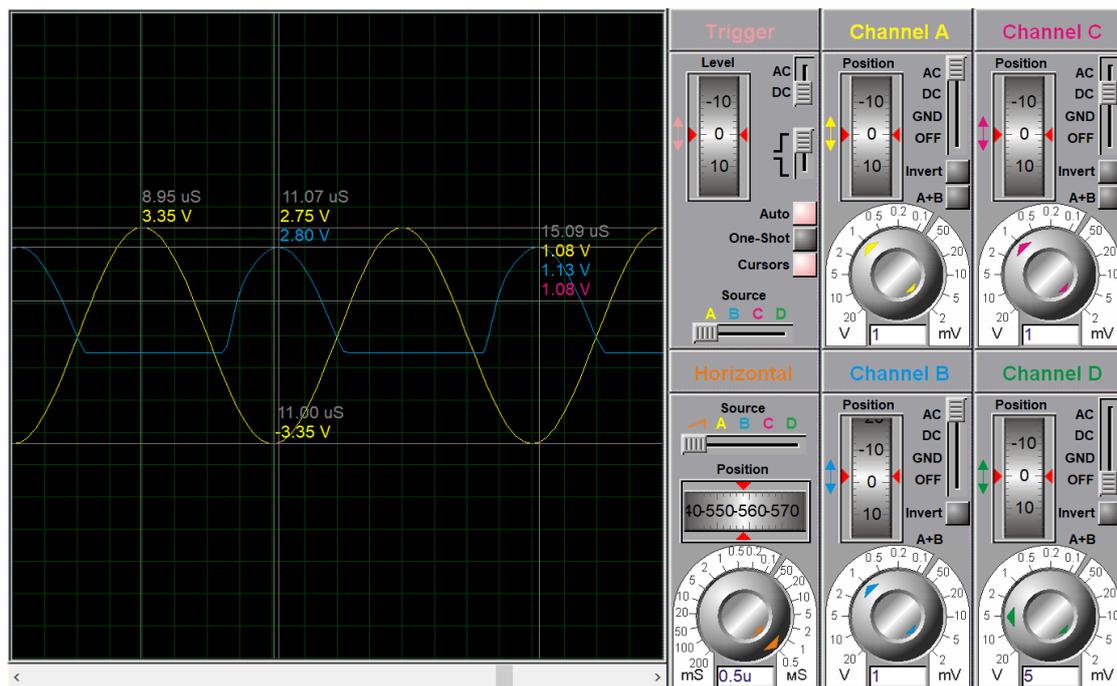


Figura 120. Resultados de la simulación para la onda rectificada

En la Figura 121, se puede observar la señal amplificada obtenida tras la etapa anterior, representada en color amarillo, con un valor de $6.96 V_{pp}$ y a su lado, en color azul, se presenta la señal rectificada de media onda con una amplitud de $3.36 [V]$.

En base a los resultados, es claro ver que este proceso de rectificación reduce la amplitud de la señal original debido a la eliminación de la parte negativa de la onda, lo cual es característico de un rectificador de media onda. Sin embargo, este valor de tensión es suficiente para las siguientes etapas.

En resumen, lo importante es que tanto las partes positivas como las negativas de la señal de entrada al rectificador sean equivalentes en amplitud. Al final, el objetivo principal es cuantificar la señal a la salida, sin importar si ha sido invertida o rectificada, ya que lo relevante es la magnitud total de la señal tras el proceso de rectificación y amplificación, para así poder tener un nivel de tensión de referencia.

- Medidas directas sobre el circuito con el osciloscopio:

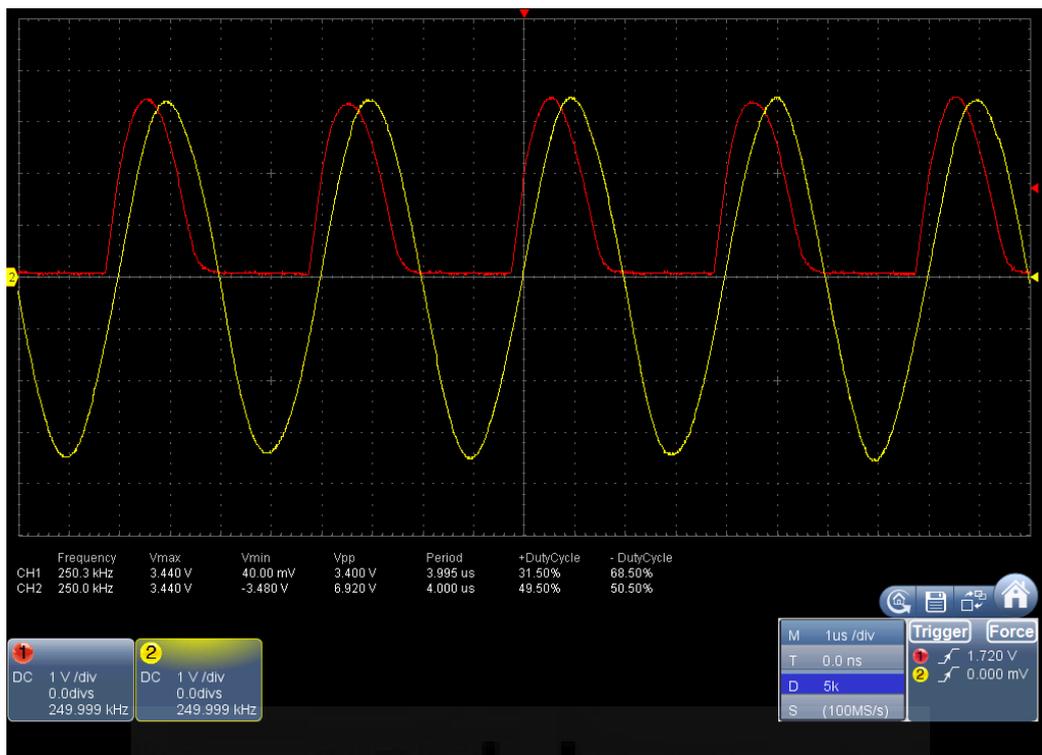


Figura 121. Mediciones directas de la señal amplificada y posteriormente rectificadas

A lo largo de las distintas etapas de amplificación y rectificación implementadas en este sistema, hemos observado que la señal procesada presenta un cierto retardo. Este retardo es atribuible a los diferentes componentes e integrados empleados, como los amplificadores operacionales y los diodos, entre otros, ya que cada uno de estos elementos introduce pequeños retardos en la transmisión de la señal debido a los tiempos de estos. Sin embargo, este retardo es pequeño y no afecta de manera significativa a la función del sistema.

❖ **4º paso:** Cuarta etapa, donde convertimos la señal de alterna a continua

En este paso, se convierte la señal rectificadas obtenida en la etapa anterior en una señal continua mediante el filtrado por un condensador de 1 μ F y una resistencia de 10 k Ω . Este producto RC se ha seleccionado para que sea significativamente mayor que el periodo de la señal, lo que garantiza que el filtrado sea eficaz.

La disposición de estos componentes se puede observar en la Figura 120, colocados justo después del rectificador de media onda para lograr la conversión a señal continua.

- Resultados de la simulación sobre el 'Proteus 8':

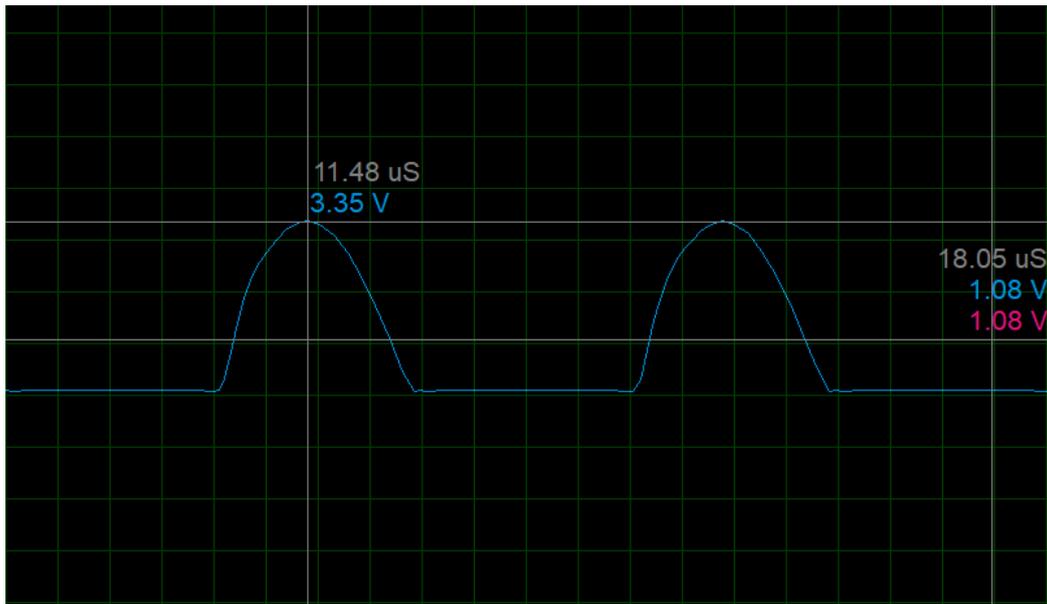


Figura 122. Simulación de la conversión de señal alterna a continua

En la Figura 123 se presenta en color azul la señal rectificadora obtenida en la etapa anterior, la cual tiene una amplitud de 3.35 V, mientras que la señal en color rojo muestra la salida convertida a un valor de continua de 1.08 V.

- Medidas directas sobre el circuito con el osciloscopio:

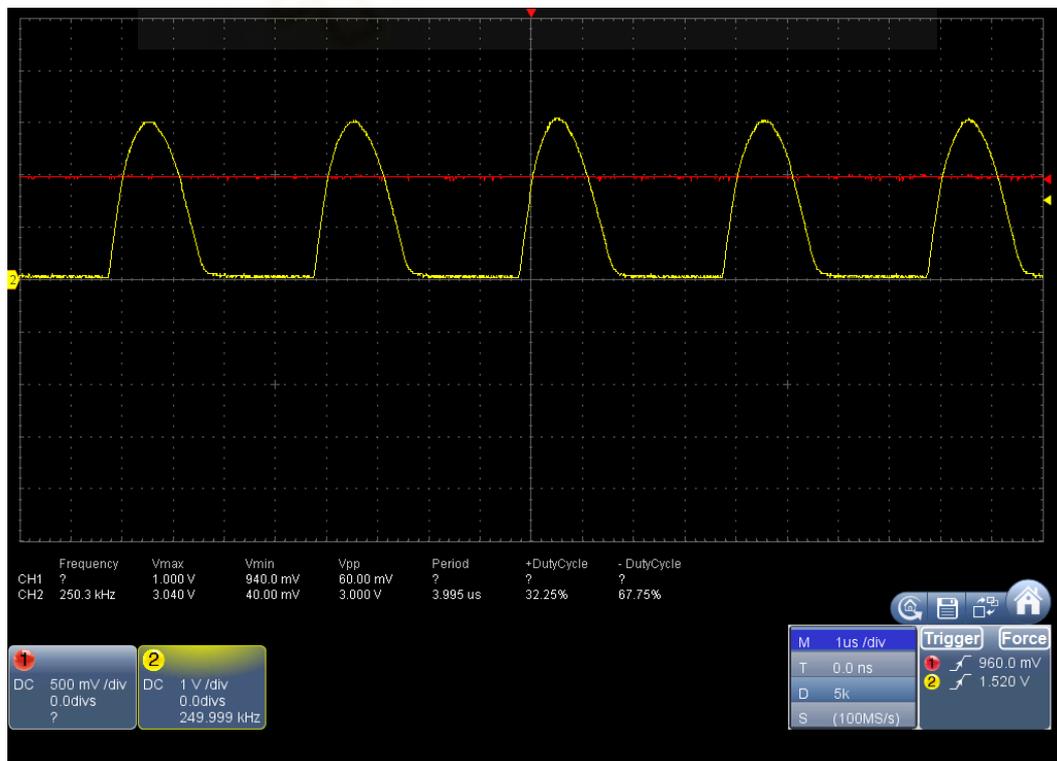


Figura 123. Medidas directas de la señal rectificadora y posteriormente convertida a un valor de continua.

En la Figura 124, se observa en color amarillo la señal rectificada medida directamente sobre el circuito, mientras que en color rojo aparece la señal resultante tras pasar por el filtro RC, la cual ha sido suavizada y convertida en una señal continua, tal como se había previsto. Esta señal filtrada oscila entre 1.08 V cuando el sistema se encuentra en equilibrio y en 1.94 V en el caso de máxima detección.

❖ **5º paso:** Quinta y última etapa, comparador con histéresis

A partir del siguiente esquema proporcionado en la Figura 125, se puede observar cómo funciona el circuito tras la señal filtrada y cómo se activa el LED y el buzzer.

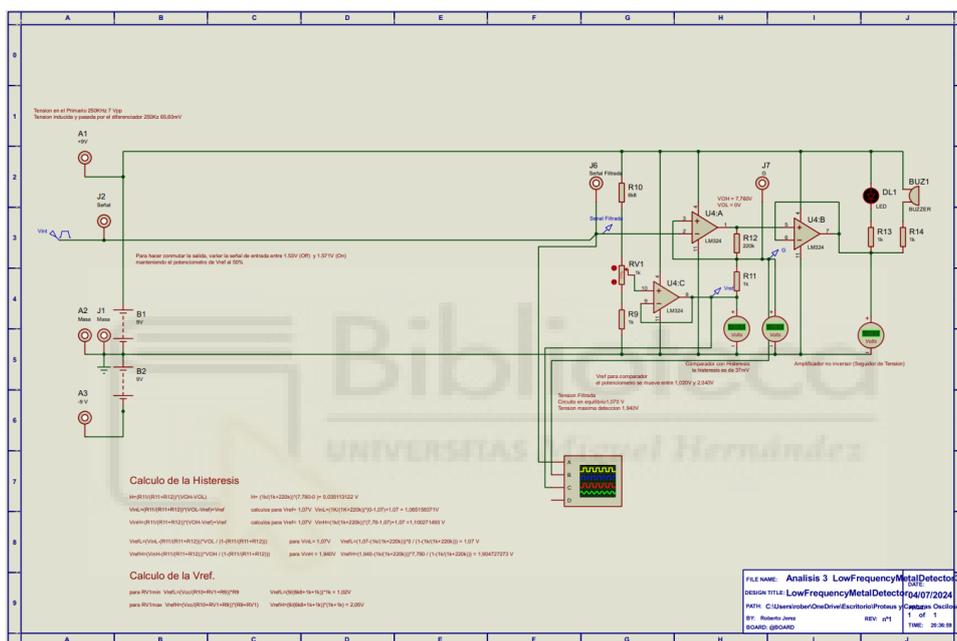


Figura 124. Etapa final de comparación

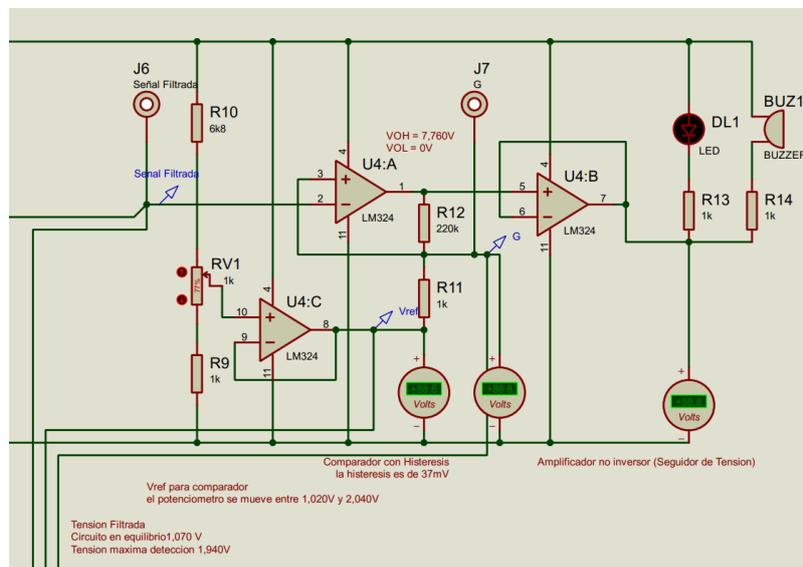


Figura 125. Zoom correspondiente a la última etapa de comparación

A continuación, vamos a desglosar de forma detallada el proceso de esta última etapa observada en la Figura 126.

A partir de la señal filtrada, nos encontramos con RV1, R9 y R10, que establecen un divisor de tensión que genera la tensión de referencia (V_{ref}) que alimenta la pata positiva del amplificador operacional U4:C. Este amplificador está configurado como un seguidor de tensión no inversor, luego, lo que tiene en la entrada, lo replica en la salida. Además, este tiene una función esencial, ya que, tiene la capacidad de aislar el potenciómetro del resto del circuito, permitiendo que la V_{ref} se mantenga estable, asegurando que cualquier cambio en otras partes del circuito no afecte al valor de referencia fijado. Este valor de referencia podemos ajustarlo entre 1.02 V y 2.04 V.

Seguidamente, pasamos al comparador con histéresis, el cual compara la señal filtrada que entra por su pata negativa con respecto al valor que hemos definido en el circuito como punto G, valor de tensión que incluye el efecto de la histéresis. Este valor de histéresis es de 37 mV y se asegura a través de los resistores R11 (1 k Ω) y R12 (220 k Ω), lo que significa que el sistema necesita que la señal filtrada supere cierto umbral para que el sistema no esté constantemente cambiando entre encendido y apagado debido al pequeño rizado que ésta presenta. Para llegar al valor de histéresis, se adjunta en el ANEXO, el desarrollo del mismo.

De esta forma, cuando la señal filtrada supera el valor de tensión de referencia más la histéresis (tensión punto G), el comparador cambia a estado alto ($V_{OH} \approx 7.76$ V). Mientras que, por otro lado, cuando la señal filtrada baja, esta debe ser inferior al valor de referencia menos el valor de histéresis para que el comparador cambie de nuevo a estado bajo. ($V_{OL} \approx 0$ V).

Finalmente, la tensión de salida del amplificador comparador (con histéresis) pasa por otro seguidor de tensión, el cual aísla esta señal de salida del comparador con histéresis y asegura que la señal no se degrade mientras se transmite a los siguientes componentes (LED y buzzer), los cuales están conectados a través de resistencias limitadoras (R13 y R14) para evitar dañar en ambos dispositivos.

Por último, cabe mencionar que los valores de las resistencias de R13 y R14, son suficientes ya que, aunque el LED y el buzzer están alimentados a +9 V, realmente les está llegando una tensión de 7.76 V. Dado que el LED y el buzzer tienen limitaciones de corriente máxima, mediante la resistencia de 1 k Ω aseguramos que, cuando la salida del amplificador es alta

(7.76 V), la corriente que circula por estos componentes esté dentro de un rango seguro. Mediante la ley de Ohm, obtenemos la corriente:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{7.76 V}{1 k\Omega} \approx 7.76 mA$$

Este valor es suficiente para activar tanto el LED como el buzzer sin dañarlos, ya que estos componentes suelen trabajar con corrientes bajas, típicamente entre 5 mA y 20 mA.

❖ Vistas del circuito en distintos formatos

A continuación, se presentan las diferentes vistas del circuito completo diseñado:

- Esquemático completo del circuito

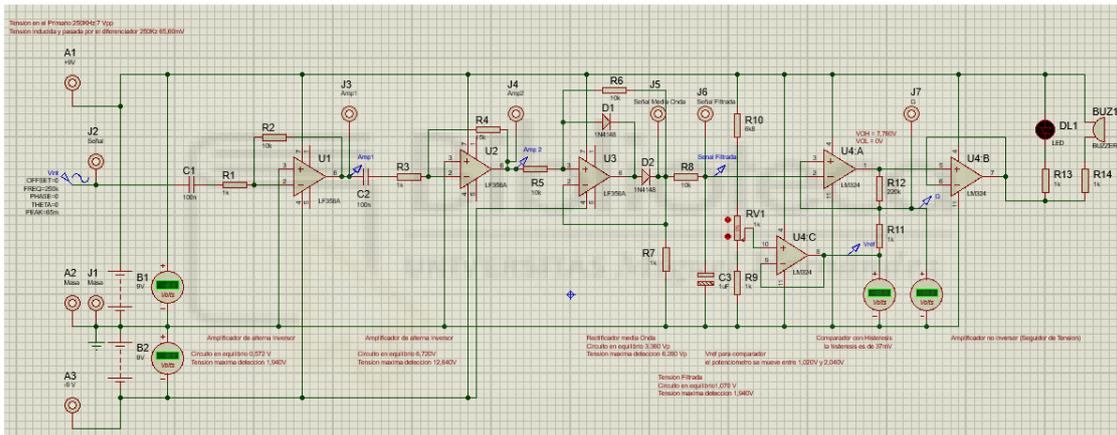


Figura 126 Vista del esquemático del circuito completo

- Circuito completo en formato PCB

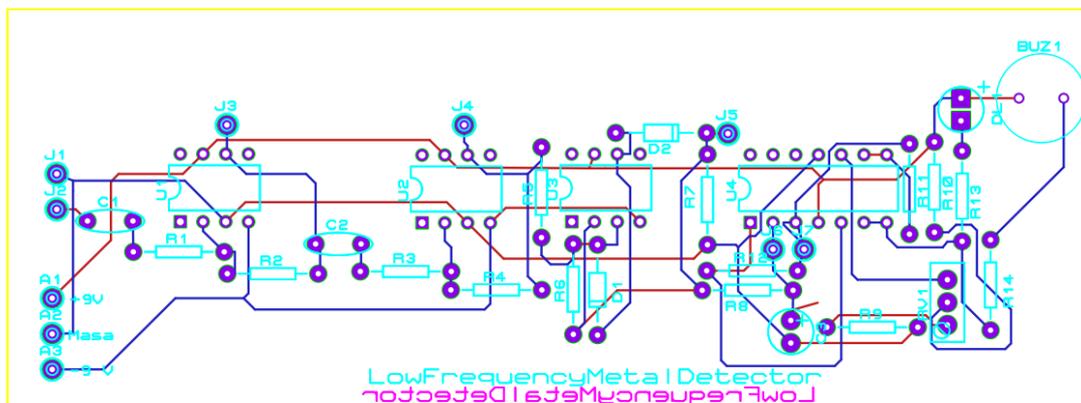


Figura 127. Vista de las conexiones del circuito dispuesto ya en formato PCB

- Vista 3D del circuito completo

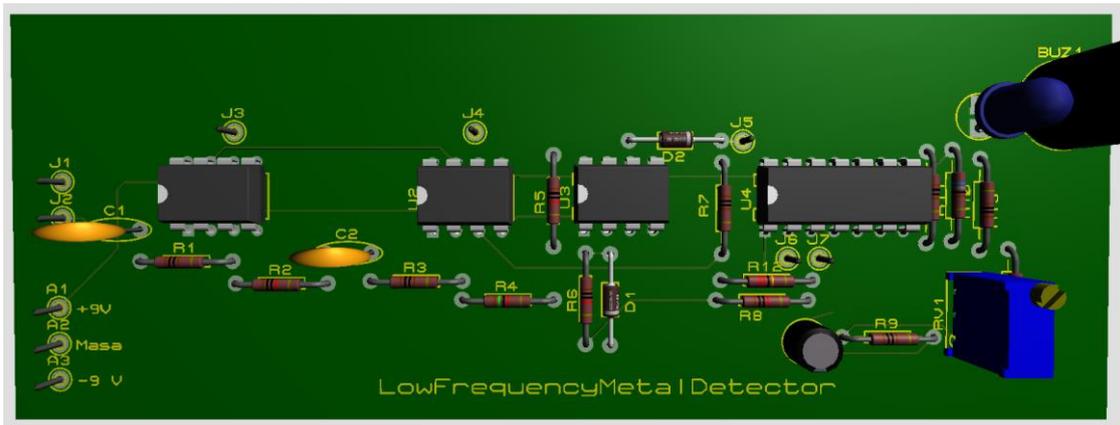


Figura 128. Vista en 3D del circuito completo diseñado

- Vista real del circuito completo diseñado montado sobre la PCB junto con su respectiva nomenclatura de los diferentes pines de interés.

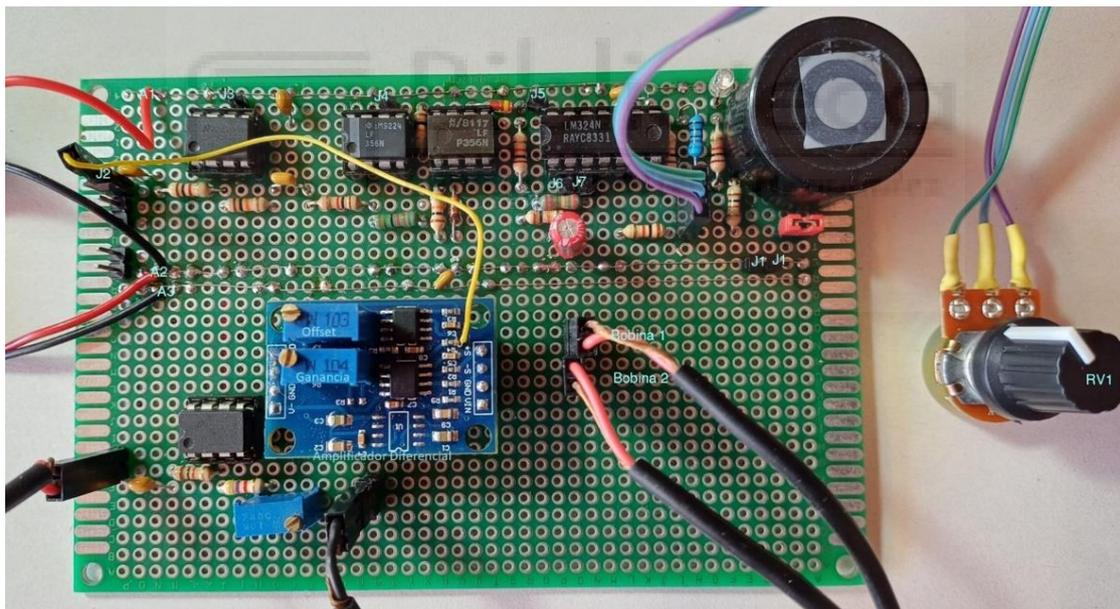


Figura 129. Vista real del circuito final montado

6. PRUEBAS EXPERIMENTALES

En este capítulo, el objetivo principal es analizar cómo responde nuestro sistema ante la entrada continua de trozos de goma neumática con el fin de evaluar si tiene capacidad para detectar pequeños objetos metálicos o no. Es importante señalar que estos trozos de goma contienen un entremallado metálico, lo que inevitablemente alterará el comportamiento del sistema. Por lo tanto, la finalidad de este análisis es cuantificar hasta qué punto estas alteraciones afectan al rendimiento del sistema y determinar si los resultados obtenidos permitirían una detección fiable de pequeños objetos metálicos a pesar de la presencia del entremallado también metálico.

Para llevar a cabo esta evaluación, el primer paso fue analizar la reacción del sistema al introducir de forma gradual material (trozos de goma neumática). Durante todo el proceso, se registraron los resultados con el fin de visualizar el comportamiento de la señal diferencia entre los voltajes inducidos en las diferentes posiciones, similar a lo que se hizo anteriormente con los objetos metálicos. A partir de estos registros, también se calcularon las correlaciones entre las señales detectadas.

Antes de proceder a mostrar los resultados obtenidos, se adjuntan algunas imágenes que ilustran cómo se fue añadiendo material en el carro para su posterior análisis.



Figura 130. Colocación de los montones en el carro para su posterior análisis



Figura 131. Colocación de más montones en el carro para su posterior análisis

A continuación, se presentan los resultados obtenidos, organizados en función del aumento progresivo de montones de material en el carro.

Resultados para 1 montón de material.

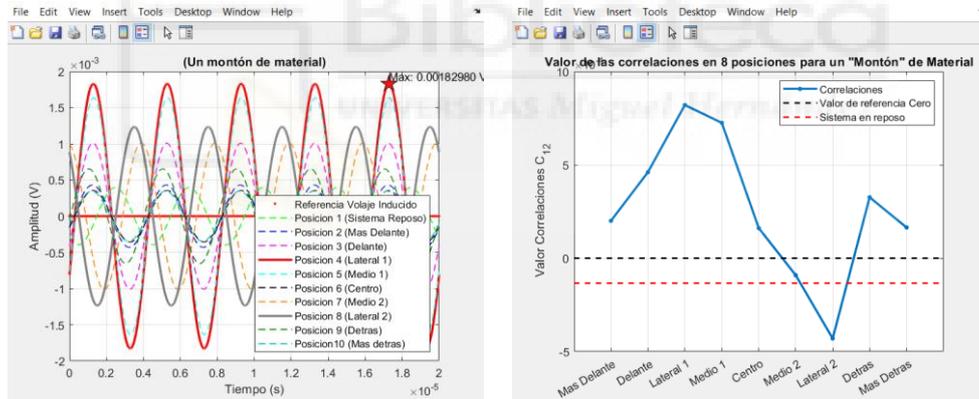


Figura 132. Resultados obtenidos para 1 montón

Resultados para 2 montones de material.

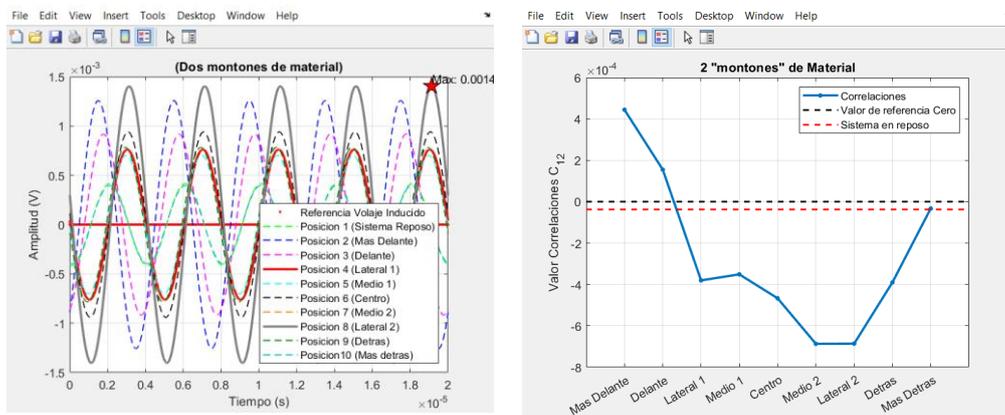


Figura 133. Resultados para 2 montones

Resultados para 3 montones de material.

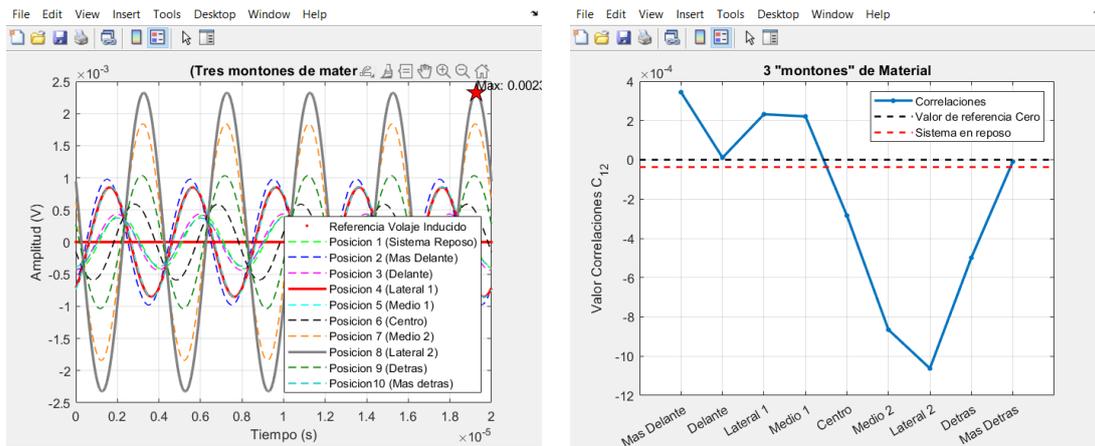


Figura 134. Resultados para 3 montones

Resultados para 4 montones de material.

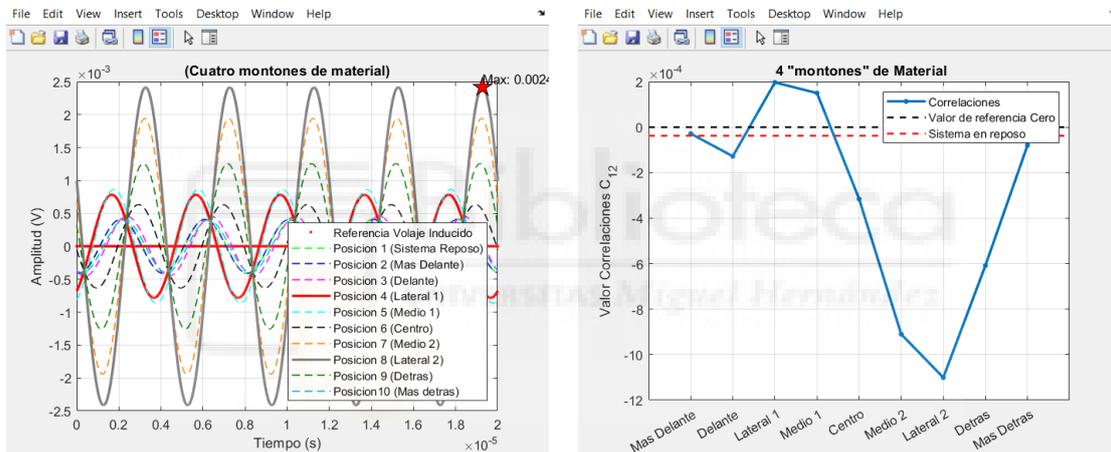


Figura 135. Resultados para 4 montones

Resultados para 5 montones de material

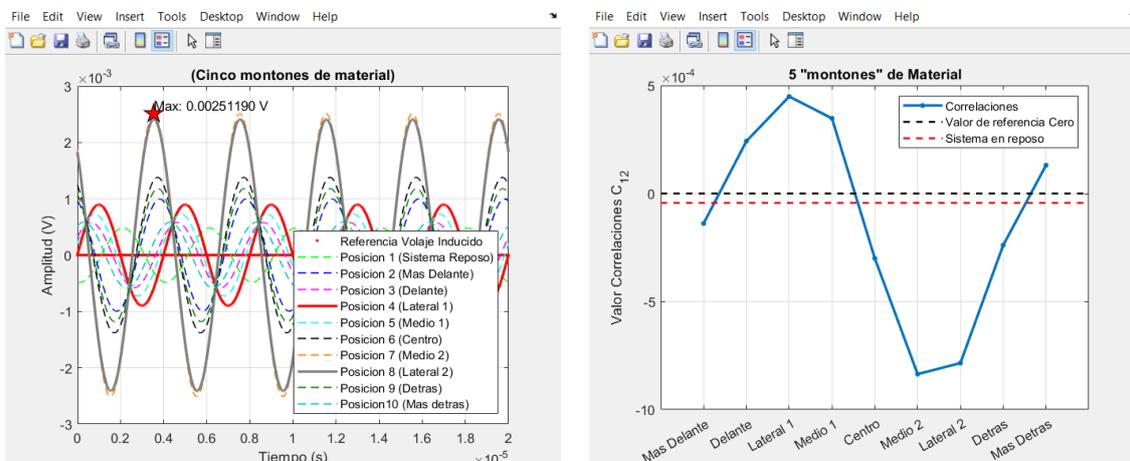


Figura 136. Resultados para 5 montones

■ Resultados para 6 montones de material.

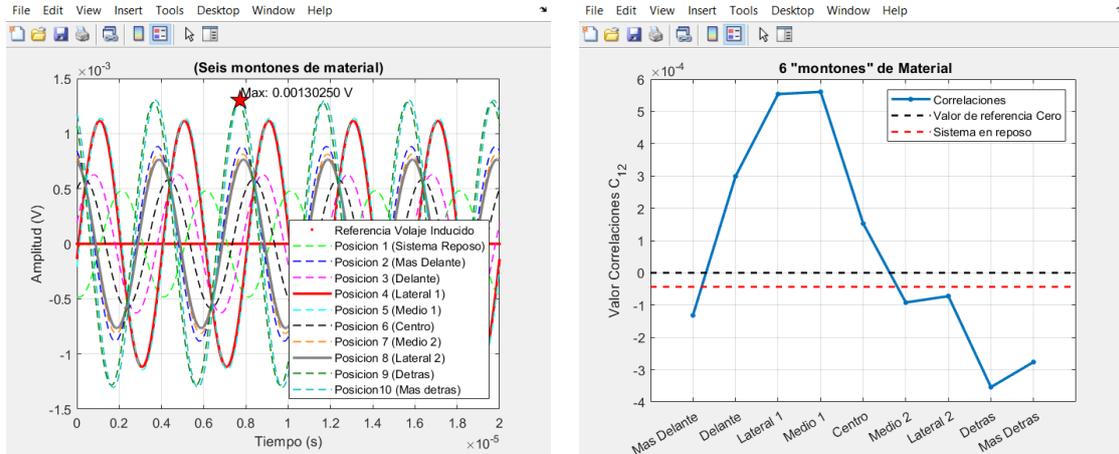


Figura 137. Resultados para 6 montones

■ Resultados para 8 montones de material.

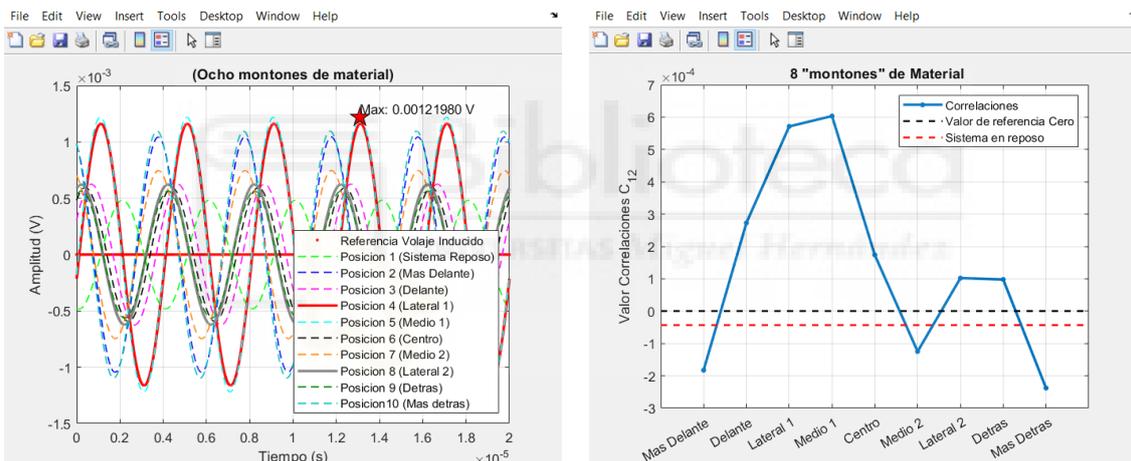


Figura 138. Resultados para 8 montones

■ Resultados para 10 montones de material.

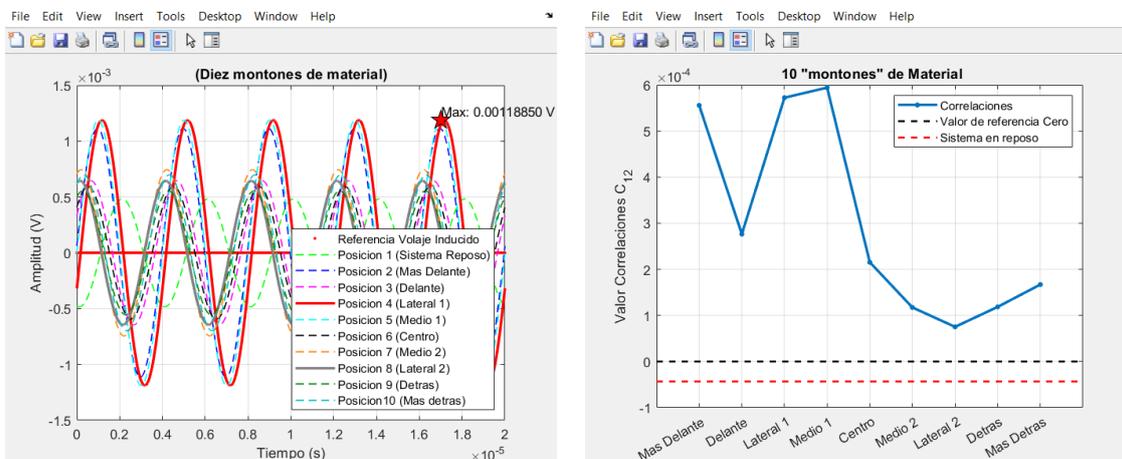


Figura 139. Resultados para 10 montones

A partir de estos resultados obtenidos, se observa que las variaciones más notables en el sistema ocurren durante las fases de entrada y salida del material. Este comportamiento es comprensible, ya que, en la fase inicial, el sistema comienza a detectar una gran cantidad de material agrupado, lo que genera una mayor alteración en los voltajes inducidos. Mientras que, en la fase final, la acumulación del material afecta predominantemente a una de las espiras laterales, haciendo que la segunda espira mantenga una mayor capacidad de detección debido al desequilibrio creado.

En cuanto a las posiciones de máxima detección, excluyendo las fases de entrada y salida, se observa que estas coinciden con las espiras laterales, lo cual es coherente con los estudios previos, donde se demostró que las espiras laterales son los puntos de mayor sensibilidad, justo cuando el objeto metálico se coloca directamente debajo de estas. Estos resultados refuerzan los análisis previos del posicionamiento de los objetos metálicos y confirman el adecuado funcionamiento del sistema bajo estas condiciones.

Si bien el análisis de las ondas del voltaje inducido y las correlaciones es relevante, el aspecto más importante se centra en los valores de detección máxima alcanzados a medida que el carro con los montones de material pasaba por el sistema. Estos picos de amplitud podrían generar falsos positivos, lo que resalta la necesidad de establecer un umbral de detección adecuado, el cual, si es superado activaría una alarma. Los valores máximos de amplitud obtenidos se muestran en la siguiente tabla en función de la cantidad de material que atravesó el sistema. La cantidad de material se ha cuantificado como "montones", donde un "montón" equivale a aproximadamente 5 trozos de goma neumática troceada, con dimensiones de entre 10 y 15 cm.

	Cantidad de material (motones)							
	Uno	Dos	Tres	Cuatro	Cinco	Seis	Ocho	Diez
Valor máx. de amplitud [mV] detectada	1.831	1.404	2.324	2.415	2.512	1.303	1.219	1.189

Tabla 19. Valor máximo de amplitud detectada con respecto a la cantidad de montones presentes en el carro

Es interesante observar que, a medida que se incorporaba más material al sistema, los valores de voltaje inducido resultante se mantenían relativamente constantes y no presentaban picos de detección elevados. Esto puede deberse a que, al cubrir todo el carro de material, las diferentes posiciones de medida se equilibran, dado que las espiras secundarias detectan niveles de campo magnético más uniformes. Por tanto, a medida que el material se distribuye de manera más homogénea, el flujo magnético tiende a equilibrarse, reduciendo las variaciones en el voltaje inducido.

En cuanto a los resultados mostrados en la Tabla 19, parece que el sistema experimentó un mayor desequilibrio cuando se introdujeron entre tres y cinco montones, momento en el cual se detectaron las mayores amplitudes de detección.

6.1. Carro con trozos de goma neumática dispersa

Tras finalizar la primera prueba, se procedió a realizar una segunda, esta vez con los montones de material distribuidos de manera irregular sobre el carro como se muestra en la Figura 140, simulando de forma más precisa la situación real que se encontrará el detector en la cinta transportadora. Al analizar detenidamente los resultados de esta prueba, podemos corroborar el comportamiento que se había descrito previamente.



Figura 140. Carro con trozos de goma neumática disperso

Resultados obtenidos

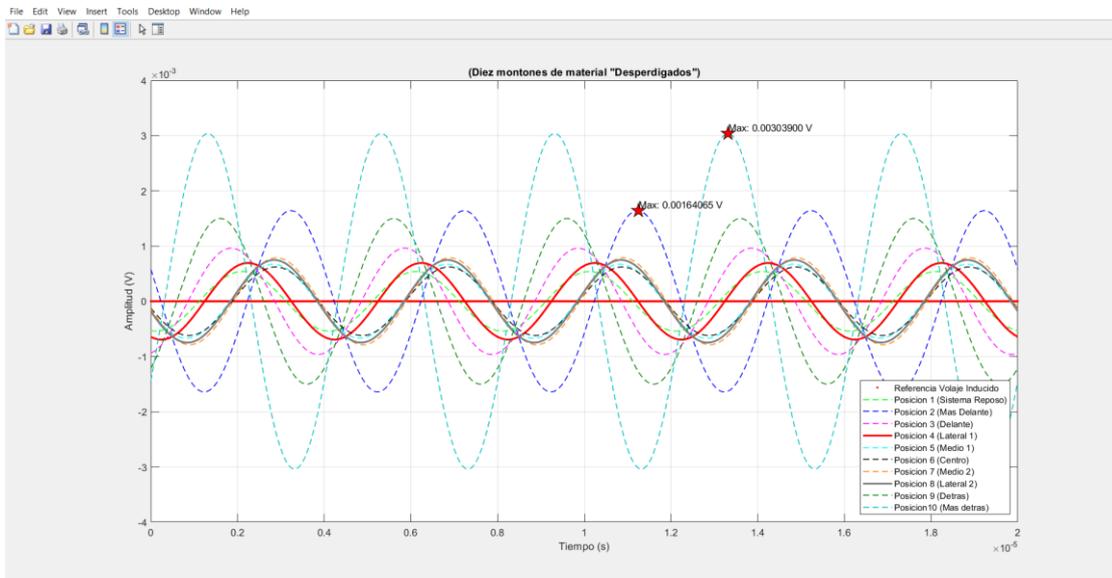


Figura 141. Ondas de voltaje resultante para las distintas posiciones con el carro lleno de material disperso



Figura 142. Correlaciones obtenidas para carro lleno de material disperso

En estos resultados obtenidos se observa que el voltaje inducido resultante medido se mantiene constante en todas las posiciones, lo que también se refleja claramente en la gráfica de la correlación. Al igual que en la prueba anterior, los valores máximos de detección, es decir, aquellos en los que el voltaje inducido resultante es mayor, se producen en las posiciones de entrada y salida del sistema. Esto ocurre debido a los mismos motivos ya mencionados anteriormente, al inicio del proceso cuando el sistema pasa de un estado inactivo a uno en el que comienza a detectar material, se genera un pico en el voltaje y de

manera similar al final del trayecto, donde la concentración de material también altera el equilibrio de las espiras del sistema, generando otro pico.

De modo que, lo más interesante que se puede extraer de estos resultados y en concreto de la gráfica de la correlación, es la constancia del voltaje inducido resultante en las posiciones intermedias (excluyendo las de entrada y salida). Este valor constante es favorable a la hora de definir un umbral de detección, ya que la ausencia de picos inesperados en esas posiciones intermedias reduce la posibilidad de generar falsos positivos. Así que teniendo en cuenta estos resultados, esto nos permite establecer un valor umbral más confiable para la activación de las alarmas.

6.2. Carro con trozos de goma dispersa más objeto de bronce

En esta última prueba, se buscó verificar si el sistema podía detectar un objeto metálico bajo condiciones más realistas. Para ello, se dispersó material de goma por todo el carro, simulando una situación real, como se muestra en la anterior Figura 140. Posteriormente, se añadió un objeto metálico de bronce, utilizado en los estudios previos, para evaluar la capacidad de detección del sistema junto con los montones de goma. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

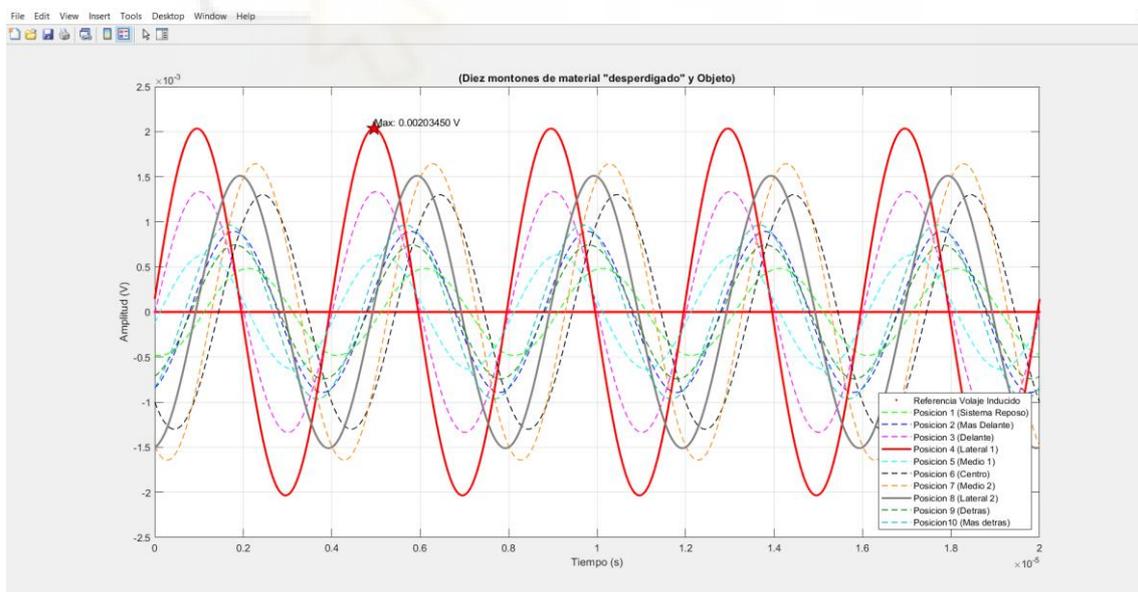


Figura 143. Ondas de voltaje resultante para las distintas posiciones con el carro lleno de material disperso más objeto de bronce

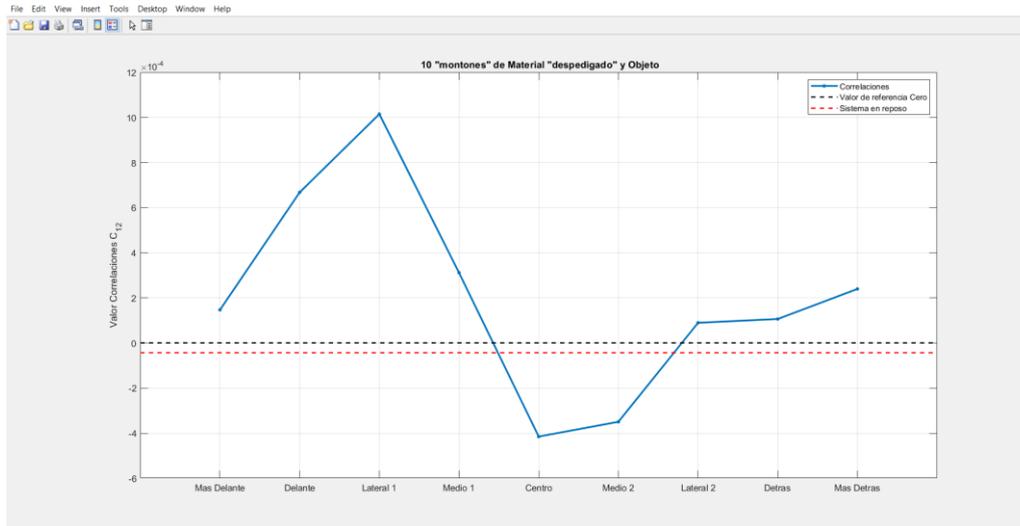


Figura 144. Correlaciones obtenidas para carro lleno de material disperso más objeto de bronce

Observando los resultados, se puede apreciar un pico de máxima detección en la posición Lateral 1. Asimismo, a medida que el carro continúa avanzando, se detecta otro pico cuando nos aproximamos a la espira Lateral 2. Se puede ver que el sistema es sensible a la presencia del objeto metálico en las proximidades de ambas espiras laterales, a diferencia de la prueba anterior donde no se colocó un objeto y de esta forma no se observaron picos de detección sino un valor constante como hemos comentado antes.

	Posiciones								
	Más delante	Delante	Lateral 1	Medio 1	Centro	Medio 2	Lateral 2	Detrás	Más detrás
Valor máx. amplitud [mV]	0.893	1.336	2.035	0.634	1.301	1.644	1.511	0.743	0.966

Tabla 20. Valor de máx. amplitud para las distintas posiciones con el carro lleno de material disperso y el objeto de bronce

Se muestra en la Tabla 20 los valores de las amplitudes del voltaje inducido resultante que se obtiene para las distintas posiciones, donde podemos ver que el pico de detección más alto se corresponde con la posición Lateral 1, con un valor de 2.0345 mV, en comparativa con el resto de los valores que se encuentran en torno a 1 mV. Comparando el primero con el segundo valor de detección más alto, es decir, 1.644 mV se observa una diferencia de casi 0.5 mV. Esto indica que colocando el valor umbral de detección entorno a los 1.65 mV, el sistema habría sido capaz de detectar el objeto metálico sin generar falsos positivos.

7. CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN

En este último capítulo, se recogen las conclusiones generales del estudio y se presentan algunas propuestas para futuras investigaciones que permitirían optimizar el sistema de detección de metales diseñado.

7.1. Conclusión

Tras todo el estudio realizado, podemos decir que hemos sido capaces de diseñar un detector de metales con tres sencillos cables eléctricos enrollados conformando una estructura de bobinas balanceadas. Este sistema ha demostrado ser capaz de resolver el problema planteado por la planta de reciclaje, mostrando sensibilidad suficiente para detectar pequeños objetos metálicos incluso bajo condiciones realistas, como con la presencia de material de caucho mezclado con elementos metálicos.

A pesar de su aparente simplicidad, el sistema ha resultado ser eficiente y funcional. Además, el proceso ha permitido comprobar que el enfoque basado en bobinas balanceadas es una metodología viable para aplicaciones industriales, como es nuestro caso, aunque existen infinidad de aplicaciones donde también podría ser implementado.

Por último, concluimos destacando que hemos conseguido desarrollar desde cero no solo la estructura de las bobinas y su soporte, sino también un circuito analógico capaz de detectar el desbalance entre los voltajes inducidos en las bobinas cuando se supera un umbral de detección ajustable.

7.2. Futuras líneas de investigación

El sistema desarrollado presenta muchas posibilidades de mejora. Algunas propuestas para futuras líneas de investigación incluyen las siguientes:

- **Mejoras estructurales**
 - Diseñar una estructura más robusta, utilizando materiales más resistentes y duraderos que aseguren una mayor rigidez.

- Es fundamental garantizar que las bobinas secundarias sean absolutamente idénticas en todos los aspectos (dimensiones, número de vueltas de cable, etc.), para asegurar que el sistema esté perfectamente equilibrado, con el objetivo de lograr un estado de equilibrio muy cercano al ideal de 0 V.
- **Optimización de parámetros del sistema:**
 - Realizar un estudio exhaustivo para ajustar los parámetros característicos del sistema, como son la frecuencia de trabajo, la amplitud de la señal excitadora, el número de vueltas de las espiras y la separación entre espiras.
- **Optimización de los métodos de detección:**
 - Continuar desarrollando el software para mejorar los algoritmos de detección y procesamiento de señales. Incluir técnicas más avanzadas de filtrado y análisis de correlación podría permitir una detección más precisa y rápida.
 - Desarrollar un circuito electrónico más eficiente que emplee componentes más modernos, optimizando la metodología de detección para mejorar el rendimiento general del sistema.
- **Incorporación de tecnologías avanzadas:**
 - Se podría investigar la integración de tecnologías emergentes, así como la incorporación de inteligencia artificial para el análisis de patrones de detección en tiempo real, optimizando así el reconocimiento de objetos y reduciendo los falsos positivos.
- **Escalabilidad del sistema:**
 - Desarrollar versiones más grandes o pequeñas del sistema para aplicaciones específicas en diferentes escenarios. Por ejemplo, escalas industriales mayores para líneas de producción o sistemas más compactos para tareas de detección en espacios reducidos.

7.2.1. Reflexión final

El potencial de mejora para este sistema es inmenso, especialmente considerando que la tecnología evoluciona y nuevas metodologías y herramientas siguen apareciendo constantemente. Así, nuestro sistema de detección de metales puede servir como una buena base sólida desde la cual aplicar innovaciones para estudios futuros o proyectos que requieran capacidades de detección similares.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] *Insa Turbo Tyres*, (s.f.). Recuperado el 15 de junio de 2024, de <https://www.insaturbo.com/>
- [2] *Interempresas*, (2022, noviembre 28). [Fotografía]. Planta de trituración para neumáticos. Recuperado el 15 de junio de 2024, de <https://www.interempresas.net/Reciclaje/Articulos/445485-Planta-de-trituracion-para-neumaticos.html>
- [3] *Rubber and Waste Tires*, (s.f). [Fotografía]. Recuperado el 15 de junio de 2024, de https://www.arjes.de/en/applications/rubber-waste-tires/?gad_source
- [4] Planta de reciclaje de neumáticos, trituradora primaria de neumáticos, granulador de goma, máquina de polvo, (s.f). [Fotografía]. Recuperado el 15 de junio de 2024, de <https://es.aliexpress.com/item/1005002394193614.html>
- [5] TRITURADORA DE NEUMATICOS USADOS NFU, (s.f). [Fotografía]. Recuperado el 15 de junio de 2024, de <https://www.stokkermill.com/aplicaciones/trituradora-de-neumaticos-usados>
- [6] H. W. Dove, *Annalen der Physik und Chemie*, 1841 series 2 vol 54, page 305. Recuperado el 17 de junio de 2024, de "[Ueber die durch Magnetisiren des Eisens vermittelt Reibungselektricität inducirten Ströme](#)",
- [7] Michael Faraday. (2024, mayo 30). Recuperado el 17 de junio de 2024, de https://es.wikipedia.org/wiki/Michael_Faraday
- [8] *Diagrama del dispositivo del aro de hierro de Faraday*. (s.f). [Fotografía]. Recuperado el 17 de junio de 2024, de https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Faraday_emf_experiment.svg#/media/Archivo:Faraday_emf_experiment.svg

- [9] LEYES DEL ELECTROMAGNETISMO. (2012, marzo 12). [Fotografía]. Recuperado el 17 de junio de 2024, de https://quintans.webs.uvigo.es/recursos/Web_electromagnetismo/electromagnetismo_leyes.htm#leufaradaylenz
- [10] Metal detector. (2024, mayo 31). Recuperado el 18 de junio de 2024, de https://en.wikipedia.org/wiki/Metal_detector#cite_note-3
- [11] ALLAIN, R. (2017, enero 24). Let's Geek Out on the Physics of Leyden Jars [Fotografía]. Recuperado el 18 de junio de 2024, de <https://www.wired.com/2017/01/the-physics-of-leyden-jars/>
- [12] Morning Herald (London), (1862, noviembre 13), Página 5.
- [13] ["An ingenious bullet detector"](#), *The Lancet*, (1867, julio), Página 457
- [14] ["A new method of probing wounds"](#), *American artisan*, (1870, enero 19), Página 45
- [15] Hughes, D. E. (1879, 15 de mayo). *On an Induction-Currents Balance, and Experimental Researches made therewith. Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 29, p. 56.
- [16] David Edward Hughes. (s.f). [Fotografía]. Recuperado el 18 de junio de 2024, de https://en.wikipedia.org/wiki/David_Edward_Hughes
- [17] DEH Induction Balance. (s.f). [Fotografía]. Recuperado el 18 de junio de 2024, de <https://davidedwardhughes.com/deh-induction-balance/>
- [18] Hughes, D. E. (1879, 15 de mayo). *On an Induction-Currents Balance, and Experimental Researches made therewith. Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 29, p. 56.

- [19] Graham Bell, primer uso en la vida real. (s.f). [Fotografía]. Recuperado el 18 de junio de 2024, de <https://orcrom.com/el-primer-detector-de-metales/>
- [20] Gerhard Fisher with M-Scope. (s.f). [Fotografía]. Recuperado el 18 de junio de 2024, de <https://calisphere.org/item/7c4cca18abcf3e11e0adc0d090011794/>
- [21] Was Mussolini the first archaeo metal detectorist? (2016, junio 20). [Fotografía]. Recuperado el 18 de junio de 2024, de <https://heritagedetection.wordpress.com/2016/06/20/was-mussolini-the-first-archaeo-metal-detectorist/>
- [22] Polish traces around the world. (2017, noviembre 10). [Fotografía]. Recuperado el 19 de junio de 2024, de <https://polishtracesaroundtheworld.org/2017/11/10/warning-mines/>
- [23] Modelski, Tadeusz (1986). *The Polish Contribution to The Ultimate Allied Victory in The Second World War*. Worthing, England. Página 221.
- [24] Croll, Mike; Cooper, Leo (1998). *The History of Landmines*. Pen & Sword Books. [ISBN 978-0-85052-628-8](https://www.pensword.com/9780850526288/).
- [25] Sobre detectores de metales, sobre sondeos. y cómo surgió. (s.f). [Fotografía]. Recuperado el 18 de junio de 2024, de <https://www.ig-heimatforschung.de/projekte-themen-allg/von-metalldetektoren-vom-sondengehen-und-wie-es-dazu-kam/>
- [26] About Goring Kerr (s.f). [Fotografía]. Recuperado el 18 de junio de 2024, de <https://goring-kerr.com/about-us>
- [27] El Primer transistor. (s.f). [Fotografía]. Recuperado el 18 de junio de 2024, de <https://www.forosdeelectronica.com/threads/el-primer-transistor.13675/>

- [28] Sobre detectores de metales, sobre sondeos. y cómo surgió. (s.f). [Fotografía]. Recuperado el 18 de junio de 2024, de <https://www.ig-heimatforschung.de/projekte-themen-allg/von-metalldetektoren-vom-sondengehen-und-wie-es-dazu-kam/>
- [29] Garrett. (s.f.). *AT Max Metal Detector with 8.5" x 11" PROformance™ DD submersible searchcoil, Garrett MS-3 Z-Lynk wireless headphones and coil cover* [Fotografía]. Recuperado el 18 de junio de 2024, de <https://garrett.com/es/deporte/at-all-terrain/at-max>
- [30] CORRIENTES INDUCIDAS (s.f). [Fotografía]. Recuperado el 18 de junio de 2024, de <https://corrientesinducidas-magnetismo.blogspot.com/2013/04/corrientes-inducidas.html>
- [31] Ley de Lenz. (s.f). [Fotografía]. Recuperado el 18 de junio de 2024, de https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_Lenz
- [32] Corriente de Foucault. (s.f). [Fotografía]. Recuperado el 20 de junio de 2024, de https://es.wikipedia.org/wiki/Corriente_de_Foucault
- [33] Digilent. (s.f.). *Analog Discovery 2 (Legacy)*. Recuperado de <https://digilent.com/reference/test-and-measurement/analog-discovery-2/start>
- [34] Analog Devices. (2009). *AD620 Datasheet* [Ficha técnica]. Recuperado de <https://www.analog.com/en/products/ad620.html>
- [35] Analog Devices. (2008). *LF155, LF255, LF355 Datasheet* [Ficha técnica]. Recuperado de <https://www.alldatasheet.es/datasheet-pdf/download/22744/STMICROELECTRONICS/LF155.html>
- [36] Texas Instruments. (2024). *LM124 Datasheet* [Ficha técnica]. Recuperado de <https://www.ti.com/document-viewer/lm124/datasheet>

ANEXOS

ANEXO 1: Código MATLAB utilizado en el apartado 4.3. Estudio de la variación del voltaje inducido en las bobinas laterales

```

%% -----
% Título: Estudio de la variación del voltaje inducido en las bobinas laterales
% Autor: Roberto Jerez Martinez
% -----

%% -----
% Objetivo: Análisis del voltaje inducido en las espiras laterales y de la
% corriente en el circuito primario con respecto a la frecuencia y la
% separación.
% -----

clc; close all; clear;

%% Introducción de los datos

% Datos para las frecuencias empleadas
frecuencia = [1.00e5, 1.25e5, 1.50e5, 1.75e5, 2.00e5];

% Datos para separación de 12.5 cm
V3_12_5cm = [0.428, 0.444, 0.46, 0.468, 0.48];
I_12_5cm = [0.0469, 0.0412, 0.0360, 0.0327, 0.0299];

% Datos para separación de 18 cm
V3_18cm = [0.252, 0.26, 0.264, 0.272, 0.276];
I_18cm = [0.0481, 0.0408, 0.0360, 0.0315, 0.0287];

% Datos para separación de 22 cm
V3_22cm = [0.174, 0.178, 0.186, 0.194, 0.192];
I_22cm = [0.0473, 0.0412, 0.0356, 0.0315, 0.0287];

%% Gráficos para separación de 12.5 cm

% Gráfico para V3 (Voltaje inducido)
figure;
plot(frecuencia, V3_12_5cm, 'o-', 'DisplayName', 'V3 (12.5 [cm])');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Voltaje fnducido V3 [V]');
title('Variación de V3 con la frecuencia (12.5 [cm])');
legend;
grid on;

% Gráfico para I (corriente en el circuito primario)
figure;
plot(frecuencia, I_12_5cm, 'o-', 'DisplayName', 'I (12.5 [cm])');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Corriente I [A]');
title('Variación de I con la frecuencia (12.5 [cm])');
legend;
grid on;

```

```

%% Gráficos para separación de 18 cm

% Gráfico para V3 (Voltaje inducido)
figure;
plot(frecuencia, V3_18cm, 's-', 'DisplayName', 'V3 (18 [cm])');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Voltaje inducido V3 [V]');
title('Variación de V3 con la frecuencia (18 [cm])');
legend;
grid on;

% Gráfico para I (corriente en el circuito primario)
figure;
plot(frecuencia, I_18cm, 's-', 'DisplayName', 'I (18 [cm])');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Corriente I [A]');
title('Variación de I con la frecuencia (18 [cm])');
legend;
grid on;

%% Gráficos para separación de 22 cm
% Gráfico para V3 (Voltaje inducido)
figure;
plot(frecuencia, V3_22cm, '^-', 'DisplayName', 'V3 (22 [cm])');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Voltaje inducido V3 [V]');
title('Variación de V3 con la frecuencia (22 [cm])');
legend;
grid on;

% Gráfico para I (corriente en el circuito primario)
figure;
plot(frecuencia, I_22cm, '^-', 'DisplayName', 'I (22 [cm])');
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Corriente I [A]');
title('Variación de I con la frecuencia (22 [cm])');
legend;
grid on;

%% Gráficos con todas las separaciones en la misma figura

% Gráfico para V3 con todas las separaciones
figure;
plot(frecuencia, V3_12_5cm, 'o-', 'DisplayName', 'V3 (12.5 [cm])', 'LineWidth',
1.5);
hold on;
plot(frecuencia, V3_18cm, 's-', 'DisplayName', 'V3 (18 [cm])', 'LineWidth',
1.5);
plot(frecuencia, V3_22cm, '^-', 'DisplayName', 'V3 (22 [cm])', 'LineWidth',
1.5);
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Voltaje inducido V3 [V]');
title('Variación de V3 con la frecuencia para diferentes separaciones');
yticks([0 0.025 0.05 0.075 0.1 0.125 0.15 0.175 0.2 0.225 0.25 0.275 0.3 0.325
0.35 0.375 0.4 0.425 0.45 0.475 0.5]);
legend show;
grid on;

% Marca del valor inicial y final para V3_12_5cm

```

```

text(frecuencia(1), V3_12_5cm(1), num2str(V3_12_5cm(1)), 'VerticalAlignment',
'bottom');
text(frecuencia(end), V3_12_5cm(end), num2str(V3_12_5cm(end)),
'VerticalAlignment', 'top');

% Marca del valor inicial y final para V3_18cm
text(frecuencia(1), V3_18cm(1), num2str(V3_18cm(1)), 'VerticalAlignment',
'bottom');
text(frecuencia(end), V3_18cm(end), num2str(V3_18cm(end)), 'VerticalAlignment',
'top');

% Marca del valor inicial y final para V3_22cm
text(frecuencia(1), V3_22cm(1), num2str(V3_22cm(1)), 'VerticalAlignment',
'bottom');
text(frecuencia(end), V3_22cm(end), num2str(V3_22cm(end)), 'VerticalAlignment',
'top');

% Gráfico para I con todas las separaciones
figure;
plot(frecuencia, I_12_5cm, 'o-', 'DisplayName', 'I (12.5 [cm])', 'LineWidth',
1.5);
hold on;
plot(frecuencia, I_18cm, 's-', 'DisplayName', 'I (18 [cm])', 'LineWidth', 1.5);
plot(frecuencia, I_22cm, '^-', 'DisplayName', 'I (22 [cm])', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('Frecuencia [Hz]');
ylabel('Corriente I [A]');
title('Variación de I con la frecuencia para diferentes separaciones');
legend show;
grid on;

% Marca del valor inicial y final para I_12_5cm (color azul)
text(frecuencia(1) + 1.5e4, I_12_5cm(1) - 0.0008, num2str(I_12_5cm(1)),
'VerticalAlignment', 'bottom', 'HorizontalAlignment', 'right', 'Color', 'b');
text(frecuencia(end), I_12_5cm(end) + 0.002, num2str(I_12_5cm(end)),
'VerticalAlignment', 'top', 'HorizontalAlignment', 'left', 'Color', 'b');

% Marca del valor inicial y final para I_18cm (color rojo)
text(frecuencia(1) + 1.5e4, I_18cm(1), num2str(I_18cm(1)), 'VerticalAlignment',
'bottom', 'HorizontalAlignment', 'right', 'Color', 'r');
text(frecuencia(end), I_18cm(end) + 0.0015, num2str(I_18cm(end)),
'VerticalAlignment', 'top', 'HorizontalAlignment', 'left', 'Color', 'r');

% Marca del valor inicial y final para I_22cm (color amarillo)
text(frecuencia(1)+ 1.5e4, I_22cm(1) - 0.0002, num2str(I_22cm(1)),
'VerticalAlignment', 'bottom', 'HorizontalAlignment', 'right', 'Color',
'#EDB120');
text(frecuencia(end), I_22cm(end), num2str(I_22cm(end)), 'VerticalAlignment',
'top', 'HorizontalAlignment', 'left', 'Color', '#EDB120');

```

ANEXO 2: Código MATLAB utilizado en el apartado 4.11. Búsqueda de la separación óptima para nuestro sistema

```

%% -----
% Título: Ondas Sinusoidales de Referencia
% Autor: Roberto Jerez Martinez
%% -----
% Objetivo: Representación y Comparativa de las Ondas Sinusoidales en sus
% 4 estados para una distancia de 6.5 cm
%% -----

clc; close all; clear;

%% Distancia Temporal entre ondas
deltaX1 = 1.4146e-6; % Sin objeto
deltaX2 = -93.933e-9; % Objeto Colocado en Lateral 1
deltaX3 = 1.3674e-6; % Objeto colocado en el Centro
deltaX4 = 2.1712e-6; % Objeto colocado en lateral 2

%% Calculo del desfase
phi1 = (deltaX1*360)/4e-6;
phi2 = (deltaX2*360)/4e-6;
phi3 = (deltaX3*360)/4e-6;
phi4 = (deltaX4*360)/4e-6;

%% Parámetros de las ondas
A = [1.4547/2, 0.0010762/2, 0.0096483/2, 0.0014162/2, 0.0084146/2]; %
Amplitud de las ondas en V
f = 250e3; % Frecuencia de
las ondas en Hz
T = 1/f;
phi = [0, phi1, phi2, phi3, phi4]; % Desfase en grados
t = linspace(0, 5*T, 10000); % Vector de tiempo

%% Generación de las ondas sinusoidales
y1 = A(1) * sin(2*pi*f*t + phi(1)*pi/180);
y2 = A(2) * sin(2*pi*f*t + phi(2)*pi/180);
y3 = A(3) * sin(2*pi*f*t + phi(3)*pi/180);
y4 = A(4) * sin(2*pi*f*t + phi(4)*pi/180);
y5 = A(5) * sin(2*pi*f*t + phi(5)*pi/180);

%% Gráfica de las ondas
figure;
plot(t, y1/100, 'r', 'LineWidth', 2);
hold on;
plot(t, y2, 'g', 'LineWidth', 2);
plot(t, y3, 'b', 'LineWidth', 2);
plot(t, y4, 'm', 'LineWidth', 2);
plot(t, y5, 'y', 'LineWidth', 2);
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Amplitud (V)');
title('6.5 cm');
legend('Referencia Volaje Salida Bobina Lateral', 'Sistema en Reposo (No
excitado)', 'Objeto en Lateral 1', 'Objeto en el Centro', 'Objeto en lateral
2');
grid on;
%ylim();
hold off;

```

ANEXO 3: Código MATLAB utilizado en el apartado 4.12.4. Resultados obtenidos de las correlaciones para diferentes objetos.

```

%% -----
% Título: Ondas Sinusoidales de Referencia
% Autor: Roberto Jerez Martinez
%% -----
% Objetivo: Representación y Comparativa de las Ondas Sinusoidales en sus
% 4 estados para una distancia de 6 cm y Correlacion Para Material: bronce
% MATERIAL: BRONCE ---- DIMENSIONES: Diametro: 30.76mm, Altura: 69.28mm
%% -----

clc; close all; clear;

%% Calculo Medio Desfase Para Cada Posición
% Reposo
r1 = -1.38e-6;
r2 = -1.13e-6;
r3 = -1.32e-6;
r4 = -1.36e-6;
r5 = -1.65e-6;
% Menos 16 cm (Objeto Mas Adelante) Distancia Medida desde Bobina Central
a1 = -441e-9;
a2 = -344e-9;
a3 = -387e-9;
a4 = -336e-9;
a5 = -336e-9;
% Menos 13 cm (Objeto Delante)
b1 = -105.85e-9;
b2 = -109.76e-9;
b3 = -166.34e-9;
b4 = -139.84e-9;
b5 = -136e-9;
% Menos 8.5 cm (Objeto en Lateral 1)
c1 = -40.244e-9;
c2 = -22.805e-9;
c3 = -79.954e-9;
c4 = -17.334e-9;
c5 = -65.707e-9;
% Menos 4.5 cm (Objeto en Medio 1)
d1 = -99.931e-9;
d2 = -132.93e-9;
d3 = -84.228e-9;
d4 = -193.46e-9;
d5 = -133.04e-9;
% Centro
e1 = -1.0146e-6;
e2 = -1.5115e-6;
e3 = -1.5589e-6;
e4 = -1.3374e-6;
e5 = -1.1654e-6;
% 4 cm (Objeto en Medio 2)
f1 = -1.8957e-6;
f2 = -1.8784e-6;
f3 = -1.8849e-6;
f4 = -1.8732e-6;
f5 = -1.8732e-6;
% 8 cm (Objeto en Lateral 2)

```

```

g1 = -1.927e-6;
g2 = -1.9e-6;
g3 = -1.877e-6;
g4 = -1.903e-6;
g5 = -1.8924e-6;
% 12 cm (Objeto Detras)
h1 = -1.8695e-6;
h2 = -1.8528e-6;
h3 = -1.8749e-6;
h4 = -1.8849e-6;
h5 = -1.9138e-6;
% 16 cm (Objeto Mas Detras)
i1 = -1.7195e-6;
i2 = -1.7586e-6;
i3 = -1.6818e-6;
i4 = -1.7341e-6;
i5 = -1.7568e-6;

%% Distancia Temporal entre ondas
deltaX1 = (r1+r2+r3+r4+r5)/5; % Sin objeto || Posición 1
deltaX2 = (a1+a2+a3+a4+a5)/5; % Objeto Colocado Mas Delante || Posicion 2
deltaX3 = (b1+b2+b3+b4+b5)/5; % Objeto Colocado Delante || Posicion 3
deltaX4 = (c1+c2+c3+c4+c5)/5; % Objeto colocado en Lateral 1 || Posicion 4
deltaX5 = (d1+d2+d3+d4+d5)/5; % Objeto colocado en Medio 1 || Posicion 5
deltaX6 = (e1+e2+e3+e4+e5)/5; % Objeto Colocado en Centro || Posicion 6
deltaX7 = (f1+f2+f3+f4+f5)/5; % Objeto Colocado en Medio 2 || Posicion 7
deltaX8 = (g1+g2+g3+g4+g5)/5; % Objeto Colocado en Lateral 2 || Posicion 8
deltaX9 = (h1+h2+h3+h4+h5)/5; % Objeto Colocado Detrás || Posicion 9
deltaX10 = (i1+i2+i3+i4+i5)/5; % Objeto Colocado Mas delante Delante ||
Posicion 10

%% Parámetros de las ondas
%Aref = 1.4901/2;
Aref = 0;
A = [0.00039623, 0.00055175, 0.001218, 0.002636, 0.001253, 0.0003736, 0.001933,
0.003114, 0.001679, 0.000881]; % Amplitud de las ondas en V
f = 250e3; % Frecuencia de las ondas en Hz
w=2*pi*f;
T = 1/f;

% Onda de mayor Amplitud
[maxA, idx] = max(A);

%% Calculo del desfase en Grados
phi1 = (deltaX1*360)/T; % Sin Objeto || Posición 1
phi2 = (deltaX2*360)/T; % Objeto Colocado Más Delante || Posicion 2
phi3 = (deltaX3*360)/T; % Objeto Colocado Delante || Posicion 3
phi4 = (deltaX4*360)/T; % Objeto colocado en Lateral 1 || Posicion 4
phi5 = (deltaX5*360)/T; % Objeto colocado en Medio 1 || Posicion 5
phi6 = (deltaX6*360)/T; % Objeto Colocado en Centro || Posicion 6
phi7 = (deltaX7*360)/T; % Objeto Colocado en Medio 2 || Posicion 7
phi8 = (deltaX8*360)/T; % Objeto Colocado en Lateral 2 || Posicion 8
phi9 = (deltaX9*360)/T; % Objeto Colocado Detrás || Posicion 9
phi10 = (deltaX10*360)/T; % Objeto Colocado más Detrás || Posicion 10

t = linspace(0, 5*T, 10000); % Vector de tiempo

%% Generación de las ondas sinusoidales

```

```

yref = Aref*sin(w*t);
yreposo = A(1)*sin(w*t - (phi1*pi)/180);
ymasdelante = A(2)*sin(w*t - (phi2*pi)/180);
ydelante = A(3)*sin(w*t - (phi3*pi)/180);
ylateral1 = A(4)*sin(w*t - (phi4*pi)/180);
ymedio1 = A(5)*sin(w*t - (phi5*pi)/180);
ycentro = A(6)*sin(w*t - (phi6*pi)/180);
ymedio2 = A(7)*sin(w*t - (phi7*pi)/180);
ylateral2 = A(8)*sin(w*t - (phi8*pi)/180);
ydetras = A(9)*sin(w*t - (phi9*pi)/180);
ymasdetras = A(10)*sin(w*t - (phi10*pi)/180);

%% nArray de Ondas
ondas = {yreposo, ymasdelante, ydelante, ylateral1, ymedio1, ycentro, ymedio2,
ylateral2, ydetras, ymasdetras};

%% Gráfica de las ondas
figure;
plot(t, yref/200, 'r.', 'LineWidth', 1); % Voltaje Inducido || Señal Referencia
hold on;
plot(t, yreposo, '--', 'Color', 'g', 'LineWidth', 1); % Sistema Reposo ||
Posicion 1
hold on;
plot(t, ymasdelante, '--', 'Color', 'b', 'LineWidth', 1); % Objeto Colocado Mas
Delante || Posicion 2
plot(t, ydelante, '--', 'Color', 'm', 'LineWidth', 1); % Objeto colocado
Delante || Posicion 3
plot(t, ylateral1, '-', 'Color', 'r', 'LineWidth', 2); % Objeto colocado en
Lateral 1 || Posicion 4
plot(t, ymedio1, '--', 'Color', 'c', 'LineWidth', 1); % Objeto Colocado en
Medio 1 || Posicion 5
hold on;
plot(t, ycentro, '--', 'Color', 'k', 'LineWidth', 1); % Objeto Colocado en
Centro || Posicion 6
plot(t, ymedio2, '--', 'Color', [1, 0.5, 0], 'LineWidth', 1); % Naranja ||
Objeto Colocado en Medio 2 || Posicion 7
hold on;
plot(t, ylateral2, '-', 'Color', [0.5, 0.5, 0.5], 'LineWidth', 2); % Gris || %
Objeto Colocado en Lateral 2 || Posicion 8
plot(t, ydetras, '--', 'Color', [0, 0.5, 0], 'LineWidth', 1); % Verde oscuro
|| Objeto Colocado Detrás|| Posicion 9
plot(t, ymasdetras, '--', 'Color', [0, 0.75, 0.75], 'LineWidth', 1); % Cyan
claro || Objeto Colocado Mas Detrás|| Posicion 10

%% Encontrar el máximo de la onda seleccionada y su correspondiente tiempo
[maxY, maxIndex] = max(ondas{idx}); % Encuentra el valor y el índice del máximo
en la onda con la mayor amplitud
maxTime = t(maxIndex); % Encuentra el tiempo correspondiente al máximo

%% Marcar el máximo en el gráfico
plot(maxTime, maxY, 'p', 'MarkerSize', 15, 'MarkerEdgeColor', 'k',
'MarkerFaceColor', [1 0 0]);

%% Añadir un texto que indique el valor de la amplitud máxima
text(maxTime, maxY, sprintf('Max: %.8f V', maxY), 'VerticalAlignment',
'bottom', 'HorizontalAlignment', 'left', 'FontSize', 10, 'Color', 'k');

xlabel('Tiempo (s)');

```

```

ylabel('Amplitud (V)');
title('Todas posiciones para 6 [cm] || Objeto 1 (Latón)');
legend('Referencia Voltaje Inducido', 'Posicion 1 (Sistema Reposo)', 'Posicion 2 (Mas Delante)', 'Posicion 3 (Delante)', 'Posicion 4 (Lateral 1)', 'Posicion 5 (Medio 1)', 'Posicion 6 (Centro)', 'Posicion 7 (Medio 2)', 'Posicion 8 (Lateral 2)', 'Posicion 9 (Detras)', 'Posicion10 (Mas detras)');
grid on;
hold off;

%% Cálculo de la correlación entre las señales
% -----
% De forma teórica, hemos obtenido que la dependencia de la correlacion
% entre dos señales senos ideales es de A/2*cos(phi).
% -----
% Tomo como referencia la señal Voltaje Inducido en Bobina Lateral y
% consideramos que tiene una Amplitud unitaria y no esta desfasada
% -----
% Vamos a representar el valor en 8 posiciones

corr_SistemaReposo_1T = (A(1)/2)*cos((phi1*pi)/180);
corr_masDelante_1T = (A(2)/2)*cos((phi2*pi)/180);
corr_Delante_1T = (A(3)/2)*cos((phi3*pi)/180);
corr_Lateral1_1T = (A(4)/2)*cos((phi4*pi)/180);
corr_Medio1_1T = (A(5)/2)*cos((phi5*pi)/180);
corr_Centro_1T = (A(6)/2)*cos((phi6*pi)/180);
corr_Medio2_1T = (A(7)/2)*cos((phi7*pi)/180);
corr_Lateral2_1T = (A(8)/2)*cos((phi8*pi)/180);
corr_Detras_1T = (A(9)/2)*cos((phi9*pi)/180);
corr_masDetras_1T = (A(10)/2)*cos((phi10*pi)/180);

%% Representación gráfica
% Posiciones
posiciones = { 'Mas Delante', 'Delante', 'Lateral 1', 'Medio 1', 'Centro',
'Medio 2', 'Lateral 2', 'Detras', 'Mas Detras'};

% Valores de correlaciones
valores_correlaciones = [corr_masDelante_1T, corr_Delante_1T, corr_Lateral1_1T,
corr_Medio1_1T, corr_Centro_1T, corr_Medio2_1T, corr_Lateral2_1T,
corr_Detras_1T, corr_masDetras_1T];

% Garficamos
figure;
plot(valores_correlaciones, 'o-', 'LineWidth', 2, 'MarkerSize', 2);
hold on;
line([0, length(posiciones)+1], [0, 0], 'Color', 'k', 'LineWidth', 1.5,
'LineStyle', '--');
line([0, length(posiciones)+1], [corr_SistemaReposo_1T, corr_SistemaReposo_1T],
'Color', 'r', 'LineWidth', 1.5, 'LineStyle', '--');
hold off;
xticks(1:length(posiciones));
xticklabels(posiciones);
% xlabel('Posiciones');
ylabel('Valor Correlaciones (C_1_2)');
title('Valor de las correlaciones en 8 posiciones Objeto 1 (Latón)');
grid on;
% Leyenda
legend('Correlaciones', 'Valor de referencia Cero', 'Sistema en reposo');

```

ANEXO 4. Desarrollo matemático de las expresiones para la correlación

Primero de todo, partimos de la expresión general para calcular la correlación entre dos señales senoidales:

$$C_{12} = \int_0^T (A_1 \sin(\omega t + \phi_1) \cdot A_2 \sin(\omega t + \phi_2)) dt$$

Considerando que la onda de referencia tiene una amplitud unitaria ($A_1 = 1$ [V]) y un desfase nulo ($\phi_1 = 0$), la relación anterior se simplifica a:

$$C_{12} = \int_0^T (\sin(\omega t) \cdot A_2 \sin(\omega t + \phi_2)) dt$$

Teniendo en cuenta la identidad trigonométrica:

$$\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b)$$

Y ahora, aplicando la identidad trigonométrica al $\sin(\omega t + \phi_2)$, quedando el seno descompuesto en los dos siguientes sumandos:

$$\sin(\omega t + \phi_2) = \sin(\omega t) \cos(\phi_2) + \cos(\omega t) \sin(\phi_2)$$

Sustituyendo esta identidad en la integral de la correlación, obtenemos:

$$C_{12} = A_2 \int_0^T (\sin^2(\omega t) \cos(\phi_2) + \sin(\omega t) \cos(\omega t) \sin(\phi_2)) dt$$

Observando la integral resultante, vemos que el término $\sin(\omega t) \cos(\omega t)$ es simétrico y, al integrar sobre un periodo completo su contribución es nula. Por lo que, nos quedamos solo con la integral del seno cuadrado, sacando también de esta el $\cos(\phi_2)$ ya que no es dependiente de la variable temporal t .

$$C_{12} = A_2 \cos(\phi_2) \int_0^T \sin^2(\omega t) dt$$

Ahora, haciendo uso de la identidad trigonométrica para el $\sin^2(x)$:

$$\sin^2(\omega t) = \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2}$$

Seguidamente, sustituyendo esta expresión en la integral:

$$\int_0^T \sin^2(\omega t) dt = \int_0^T \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} dt$$

Luego, tenemos:

$$C_{12} = A_2 \cos(\phi_2) \int_0^T \sin^2(\omega t) dt = A_2 \cos(\phi_2) \int_0^T \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} dt \rightarrow$$

Ahora, separando la integral en dos integrales:

$$\int_0^T \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} dt = \frac{1}{2} \int_0^T 1 dt - \frac{1}{2} \int_0^T \cos(2\omega t) dt$$

Y resolviendo cada una de estas dos integrales resultantes:

$$\int_0^T 1 dt = T$$

$$\int_0^T \cos(2\omega t) dt = \frac{\sin(2\omega t)}{2\omega} \Big|_0^T = \frac{\sin(2\omega T) - \sin(0)}{2\omega} = \frac{\sin(2\omega T)}{2\omega}$$

Sustituyendo estos resultados en la expresión original, nos queda:

$$\begin{aligned} C_{12} &= A_2 \cos(\phi_2) \int_0^T \sin^2(\omega t) dt = A_2 \cos(\phi_2) \int_0^T \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} dt \\ &= \boxed{A_2 \cos(\phi_2) \frac{1}{2} \left(T - \frac{\sin(2\omega T)}{2\omega} \right)} \end{aligned}$$

Ahora, si evaluamos la correlación para un periodo completo, hemos de tener en cuenta el factor promedio sobre el periodo de $\frac{1}{T}$.

$$C_{12} = A_2 \cos(\phi_2) \frac{1}{2T} \left(T - \frac{\sin(2\omega T)}{2\omega} \right)$$

Quedándonos, en este caso:

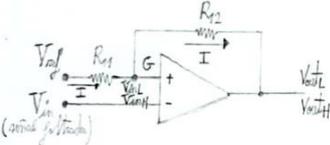
$$C_{12, \text{promedio}} = \frac{A_2}{2} \cos(\phi_2) \left(1 - \frac{\sin(2\omega T)}{2\omega T} \right)$$

Finalmente teniendo en cuenta, que la frecuencia angular viene definida por $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Y sustituyendo este valor de omega, en la formula anterior, nos queda finalmente que el valor promedio de la correlación sobre un período es:

$$\boxed{C_{12, \text{promedio}} = \frac{A_2}{2} \cos(\phi_2)}$$

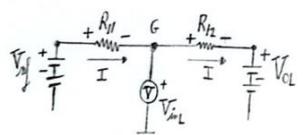
ANEXO 5: Cálculo del valor de histéresis

Comparador con histéresis



1º) La salida del comparador está a V_{OL} , ya que la señal de entrada (V_{in}) está en nivel bajo (V_{inL}).

- por el AO no circula corriente (dentro, saliente si aunque están nA)
- Hay la misma tensión en los dos pines de entrada del AO.
- La tensión en el punto G, que ahora es V_{inL} . (Nuestra incógnita)



$$V_{ref} - R_{11}I = R_{12}I + V_{OL} \rightarrow V_{ref} = R_{11}I + R_{12}I + V_{OL} \rightarrow V_{ref} = I(R_{11} + R_{12}) + V_{OL}$$

Luego despejando $I \rightarrow I = \frac{V_{ref} - V_{OL}}{R_{11} + R_{12}}$ [A]; $I = V_{ref} \left(\frac{1}{R_{11} + R_{12}} \right) - V_{OL} \left(\frac{1}{R_{11} + R_{12}} \right)$

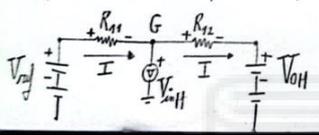
La tensión en el punto G = V_{inL}

$$V_{inL} = V_{ref} - R_{11}I \rightarrow V_{inL} = V_{ref} - R_{11} \left(V_{ref} \left(\frac{1}{R_{11} + R_{12}} \right) - V_{OL} \left(\frac{1}{R_{11} + R_{12}} \right) \right)$$

Finalmente, $V_{inL} = \left(\frac{R_{11}}{R_{11} + R_{12}} \right) \cdot (V_{OL} - V_{ref}) + V_{ref}$

2º) La salida del comparador está a V_{OH}

- luego la tensión en el punto G, que ahora es V_{inH} .



$$V_{ref} - R_{11}I = R_{12}I + V_{OH}; V_{ref} = R_{11}I + R_{12}I + V_{OH}; V_{ref} = I(R_{11} + R_{12}) + V_{OH};$$

despejando $I \rightarrow I = \frac{V_{ref} - V_{OH}}{R_{11} + R_{12}}; I = V_{ref} \left(\frac{1}{R_{11} + R_{12}} \right) - V_{OH} \left(\frac{1}{R_{11} + R_{12}} \right);$

La tensión en el punto G = $V_{inH} \rightarrow V_{inH} = V_{ref} - R_{11}I; V_{inH} = V_{ref} - R_{11} \left(V_{ref} \left(\frac{1}{R_{11} + R_{12}} \right) - V_{OH} \left(\frac{1}{R_{11} + R_{12}} \right) \right)$

3º) Continuando con el caso anterior, cuando la salida comparador está a V_{OH} .

$$V_{inH} = V_{ref} - R_{11} \left(V_{ref} \left(\frac{1}{R_{11} + R_{12}} \right) - V_{OH} \left(\frac{1}{R_{11} + R_{12}} \right) \right) \rightarrow V_{inH} = \left(\frac{R_{11}}{R_{11} + R_{12}} \right) \cdot (V_{OH} - V_{ref}) + V_{ref}$$

3º) Cálculo HISTÉRESIS

$$H = V_{inH} - V_{inL}$$

$$H = \left(\frac{R_{11}}{R_{11} + R_{12}} \right) (V_{OH} - V_{ref}) + V_{ref} - \left(\frac{R_{11}}{R_{11} + R_{12}} \right) (V_{OL} - V_{ref}) + V_{ref} \rightarrow$$

$$H = \frac{R_{11}}{R_{11} + R_{12}} (V_{OH} - V_{ref} - V_{OL} + V_{ref}) \rightarrow$$

$$H = \frac{R_{11}}{R_{11} + R_{12}} (V_{OH} - V_{OL})$$