MASTERPROF UMH
UNIVERSITAS Miguel Hernández

MÁSTER UNIVERSITARIO EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO
ESO Y BACHILLERATO, FP Y ENSEÑANZAS DE IDIOMAS

TRABAJO FIN DE MÁSTER

# Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas: Prácticas Efectivas para el Aula



Estudiante: Mariano C. Mompeán Morales

Especialidad: Matemáticas

Tutor: Rubén Caballero Toro

**Contenido**

## 1. Resumen y palabras clave

Las dificultades de aprendizaje de las matemáticas aluden a un conjunto de trastornos que provocan, en alumnos con un cociente intelectual medio, una falta de comprensión de la materia, que puede provocar retrasos entre dos y cuatro años con respecto a alumnos sin estas dificultades.

Dada la alta prevalencia de estas dificultades y la importancia de las matemáticas en la formación de los estudiantes, es una necesidad social el conseguir revertir esta situación, y conseguir que los estudiantes consigan un adecuado nivel de comprensión de esta materia.

Con el objetivo de ayudar a los docentes en su tarea, recopilamos en este trabajo un catálogo de prácticas efectivas para la enseñanza en cada rama del aprendizaje de las matemáticas. Nos centramos en los niveles elementales, que es donde se cimenta el edificio de esta disciplina. Valoramos además la adecuación de la herramienta digital Aules como apoyo al proceso de enseñanza aprendizaje en la Comunitat Valenciana.

**Palabras clave:** dificultades de aprendizaje, trastorno de aprendizaje, discalculia, didáctica de las matemáticas, ansiedad matemática, intervención

## Abstract

Mathematics learning difficulties refer to a set of disorders that cause, in students with an average inteligence quotient, a lack of understanding of the subject, which can cause delays between two and four years compared to students without these difficulties.

Given the high prevalence of these difficulties and the importance of mathematics in the training of students, it is a social need to reverse this situation, and ensure that students achieve an adequate level of understanding of this subject.

With the aim of helping teachers in their task, in this work we compile a catalogue of effective practices for teaching in each branch of mathematics learning. We focus on the elementary levels, which is where the building of this discipline is founded. We also assess the suitability of the Aules digital tool as a support tool for the teaching-learning process.

**Keywords:** learning difficulties, learning disorder, dyscalculia, didactics of Mathematics, math ansiety, intervention

## 2. Introducción

La inclusión de todos los alumnos es un principio fundamental de la educación. En la Comunidad Valenciana, el Decreto 104/2018 (Consell, 2018) por el que se desarrollan los principios de equidad e inclusión en el sistema educativo valenciano, establece en sus principios generales que cada alumno tiene necesidades únicas, y que el sistema educativo tiene que dar una respuesta que garantice la igualdad de oportunidades, favoreciendo el máximo desarrollo de todo el alumnado, eliminando toda forma de exclusión, desigualdad y vulnerabilidad.

Todos los sistemas educativos del mundo ponen énfasis en desarrollar las habilidades matemáticas en los niños, pues se consideran esenciales para el desenvolvimiento en una sociedad cada vez más tecnologizada y competitiva.

Las cifras indican que muchos niños tienen graves problemas con esta disciplina. Los porcentajes varían del 15% en Norteamérica y Europa al 85% en el África subsahariana (UNESCO, 2017).

En España, Pedro Sánchez, Presidente del Gobierno, anunció en enero de 2024 un plan de refuerzo en matemáticas y comprensión lectora para cinco millones de alumnos de Primaria, ESO, FP Básica y Bachillerato (Ministerio de Presidencia, 2024).

El informe PISA 2022 (INEE, 2023) indica que en España el índice de “ansiedad matemática” de 0,37 está muy por encima del promedio OCDE (0,17) y del total de la UE (0,17).

Parece obvio pues que necesitamos mejorar los enfoques pedagógicos para conseguir que todos los estudiantes, independientemente de sus habilidades matemáticas iniciales, tengan la oportunidad de aprender y tener éxito.

Este trabajo tiene por objetivo presentar, de acuerdo con la literatura científica, las mejores prácticas para conseguirlo.

Desde la óptica local, en la Comunitat Valenciana, valoraremos el uso de la herramienta digital “Aules” para apoyar la actuación de los profesores en la intervención de ayuda a los alumnos con dificultades de aprendizaje de las matemáticas.

# 3. Revisión bibliográfica

## 3.1. Las dificultades de aprendizaje. Clasificación

En general, entendemos por Dificultades de Aprendizaje (DA) a un trastorno o problema que comporta dificultades para aprender de forma eficaz, en el tiempo establecido y sin necesidad de intervención humana o material extraordinaria.

Se puede establecer una gradación de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas (DAM) siguiendo a Romero y Lavigne (2005), con un criterio cuasi clínico:

1. Problemas escolares (PE)
2. Bajo rendimiento escolar (BRE)
3. Dificultades específicas de aprendizaje (DA)
4. Trastorno por déficit de atención con hiperactividad (TDAH)
5. Discapacidad intelectual límite (DIL)

Los PE y el BRE en general se asocian a problemas pasajeros de motivación o ambientales, pero no tienen un sustrato psico-fisiológico.

El TDAH y el DIL son trastornos muy específicos y son de tratamiento especializado. Por supuesto cursan con problemas de aprendizaje en matemáticas, como en otras muchas asignaturas.

En el campo de las matemáticas, hablamos de dificultades específicas de aprendizaje de las matemáticas (DAM), que muchos autores nombran también como “discalculia”. Las DAM tienen una serie de características generales:

- Los alumnos con dificultades de aprendizaje en matemáticas (alumnos DAM) rinden por debajo de sus posibilidades, lo que puede provocar retrasos entre dos y cuatro años con respecto a alumnos sin estas dificultades. Esto puede provocar un efecto en cascada por falta de la adquisición de conocimientos de base.
- La prevalencia de estos problemas en los niveles de Primaria y Secundaria está en torno al 3-8% del total del alumnado. Son un 25% del total de alumnos con DA y son más frecuentes en chicos que en chicas (80% frente a un 20%). Se presentan antes de la adolescencia y pueden persistir en la adultez.
- Pueden cursar juntamente con otros trastornos, si bien no son el resultado de ellos. Se relacionan con retrasos en el desarrollo del lenguaje, en la adquisición de conocimientos básicos y en el procesamiento activo de la información.
- Son intrínsecos al alumno, normalmente con un cociente intelectual medio, posiblemente por alteraciones o disfunciones neurológicas que afectan a diversas funciones psicológicas (memoria de trabajo, dificultad de mantenimiento de atención sostenida, estrategias de aprendizaje y metacognición). Otras áreas de conocimiento no tienen porqué verse afectadas.

- Pueden darse en cualquier contexto sociofamiliar y bajo cualquier metodología de enseñanza.
- No tiene porqué cursar con problemas de comportamiento, si bien a causa de posibles retrasos o “etiquetados” pueden generar problemas a medio plazo
- En adecuadas condiciones familiares, con una intervención psicoeducativa temprana desde los primeros niveles de Primaria, con posibles adaptaciones curriculares, en un plazo no superior a tres cursos los alumnos pueden seguir los procesos de enseñanza normales.

### 3.2. Causas de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas

En este trabajo vamos a acercarnos a las DAM desde el punto de vista de la didáctica, pues pretendemos plantear un catálogo de buenas prácticas para el aula, con independencia de condicionamientos teóricos. No entramos en las teorías de las distintas escuelas psicológicas ni en la neurociencia, ten en boga actualmente

Desde un planteamiento integrador podemos observar que las causas de las DAM son múltiples y complejas, con multitud de factores en juego, que a menudo están interrelacionados.

Podemos intentar una categorización atendiendo a factores propios de las matemáticas, a factores cognitivos propios de los estudiantes y a factores del contexto en el que se desarrolla el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Como **requisitos específicos de las matemáticas**, que provocan dificultades de aprendizaje:

- El pensamiento matemático exige procedimientos ordenados, consecutivos que se plasman por medio de un lenguaje preciso que no admite circunloquios, retrocesos ni transgresiones.
- Las matemáticas combinan múltiples formas de representación (imágenes, palabras, números, signos, reglas). Esto fuerza a la memoria de trabajo.
- Las tareas matemáticas implican procesos diversos: traducción, integración, planificación, operación, revisión, conocimientos diversos, etc.

Todo lo anterior provoca una demanda cognitiva e intelectual intensa, demandas ante las que los alumnos con DA tienen problemas para movilizar los recursos necesarios.

Entre los **factores cognitivos propios de los estudiantes DAM**, vistos en términos neuropsicológicos como déficits, podemos citar:

- Déficits en procesos numéricos básicos: sistema de numeración aproximada, subitización, relación entre símbolos y magnitud, procesamiento del orden.

- Déficits en procesos cognitivos: déficit en la adquisición del lenguaje y posible relación con la dislexia (Simmons & Singleton, 2008).
- Déficit en procesos de memoria, especialmente en la de largo plazo.
- Déficits en procesos de visión espacial: necesarios no solo para la geometría, sino también para ubicar los números en la recta numérica; para entender el sistema de posición decimal; para resolver cálculos con varios dígitos
- Déficits en procesos de razonamiento: Green et al. (2017) encontraron que un razonamiento fluido predecía significativamente los resultados en matemáticas a un plazo de año y medio y tres años. Nunes el tal (2007) encontraron que entrenar a los niños en razonamiento lógico conllevaba mayores progresos en matemáticas.

Las dificultades pueden aparecer en una o varias áreas de las anteriores. Por ello, los estudiantes muestran perfiles heterogéneos que el docente ha de tener en cuenta cuando trabaje con los alumnos con dificultades de aprendizaje

Hay finalmente causas **achacables al contexto** en el que se desarrolla el proceso de enseñanza-aprendizaje, más allá de factores neuropsicológicos de los estudiantes y de las características propias de la materia.

El nivel socioeconómico de las familias se asocia negativamente con las dificultades de aprendizaje. La implicación de las familias comprometidas con la educación de los hijos, donde los padres se vuelcan en apoyarles en sus necesidades, donde se ha establecido un ambiente propicio para la formación, predice positivamente el éxito de los niños en la escuela, no solamente en matemáticas.

En España, Los profesores son los encargados de detectar los casos de dificultades de aprendizaje evaluarlos y referirlos a los equipos de apoyo. Los propios profesores, con el apoyo de los equipos de orientación, pueden proponer y llevar a cabo adaptaciones curriculares para los estudiantes con dificultades, adaptaciones que pueden ser significativas o no significativas. En el ámbito de la Comunitat Valenciana, son los artículos 13 y 14 del decreto 104/2018 los que regulan este aspecto (Consell, 2018).

Muchas veces los profesores y los servicios de orientación carecen de la preparación específica para tratar los casos más difíciles de alumnos DAM. Persiste la cuestión de saber cómo aplicar las lecciones de la investigación del laboratorio a la práctica diaria en las escuelas, de cómo seleccionar los mejores métodos para apoyarles.

Una cuestión clave en la educación matemática es la preparación de los profesores. En que ocupan sistemáticamente los primeros puestos en los informes Pisa: Finlandia, Corea del Sur, Singapur… los profesores tienen un estatus y un reconocimiento social muy alto; la carrera de Magisterio es muy exigente y atrae a los mejores estudiantes. En fin, un panorama muy distinto al que se pintaba con aquella frase de “pasa más hambre que un maestro de escuela”.

En general, los profesores de primaria se sienten incómodos y con falta de preparación para preparar matemáticas en comparación con otras asignaturas. Está establecido que las propias dudas de los profesores sobre su competencia impactan negativamente en los alumnos.

Una dificultad añadida, que se ha hecho patente en los últimos tiempos, es la presencia en nuestras aulas de estudiantes de distintas nacionalidades, que han venido a nuestro país en diferentes movimientos migratorios. Esto agrega una dificultad añadida, dado que el dominio del lenguaje instrumental coma es clave para la transmisión de conocimiento.

La nueva pedagogía de las matemáticas, tal como se define con los niveles Pisa de conocimiento, da preponderancia a las competencias matemáticas en la vida real. En España este enfoque competencial queda recogido en la actual ley de educación estatal (LOMLOE) y en las normas autonómicas que desarrollan el currículo, en los distintos niveles. En concreto, para educación secundaria, en la Comunidad Valenciana está el decreto 107/2022, que establece el currículo (Consell, 2022).

Las competencias no están claramente definidas en términos de conocimientos, y los profesores sencillamente no saben qué y cómo enseñar para implementar los objetivos curriculares. Este problema está exacerbado por el hecho de que el modelo competencial está normalmente implementado en un marco constructivista.

Sin duda el enfoque constructivista estimula la creatividad. Sin embargo, también es muy exigente para con los alumnos en términos de capacidades cognitivas, intencionalidad, habilidades sociales etc. (Tomasello et al., 1993). El aprendizaje exclusivo por descubrimiento en un entorno mal preparado sobrecarga la memoria de trabajo y puede que no sea la mejor manera para enseñar a chicos con necesidades especiales.



### 3.3. Prácticas de enseñanza efectivas. Características generales

En este apartado vamos a ver una serie de prácticas de enseñanza efectivas extractadas de la bibliografía especializada. En esta primera parte veremos características generales, para ver en un apartado posterior prácticas particulares para cada dominio de conocimiento de las matemáticas escolares.

Mientras que los alumnos con un buen nivel de comprensión en matemáticas pueden beneficiarse de un enfoque constructivista, más centrado en el alumno, los que tienen dificultades en la materia se benefician más de un enfoque en el que el profesor dirige la enseñanza, pues este enfoque tiene unas exigencias de atención, cognitivas y de memoria menores.

Morgan et al (2014) resaltan la importancia de la práctica dirigida por el profesor, que se asocia significativamente con mejores resultados de los alumnos con dificultades de aprendizaje. El profesor debe estar atento a los trucos que emplean los alumnos y a las lagunas que muestran, para cerrar el hueco lo antes posible, ofreciendo explicaciones precisas y ejemplos ilustrativos.

Bottge y Hasselbring (1993) remarcan la importancia de proponer problemas en contextos realistas, poniendo el foco en el entendimiento de los conceptos subyacentes y en la discusión de estos conceptos con los estudiantes DAM. Ma (1999) sugiere que los errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas son posiblemente el resultado de la enseñanza de recetas y algoritmos sin base conceptual.

De acuerdo con el informe final de la National Mathematics Advisory Panel (NMAP, 2008), los profesores de alumnos DAM deben usar la enseñanza explícita y sistemática regularmente al menos, aunque no necesariamente todo el tiempo. Debe dejarse espacio para que los alumnos se beneficien de las oportunidades para discutir la resolución de problemas y explicar sus razonamientos, tanto con los compañeros como con el docente. Se recalca la idea de la ejecución de ejercicios para alcanzar la automatización de las tareas, liberando memoria de trabajo.

En línea con lo anteriormente expuesto, Doabler y Fien (2013) proponen una estrategia de enseñanza para los alumnos DAM llamada "Flexplícita" que combina tres aspectos principales (AP) más seis componentes adicionales (CA):

AP1: Instrucción directa o explícita:

Sujeta a una secuencia de nueve pasos:

1. Comienza la lección declarando los objetivos a cubrir y los resultados esperados

2. Los primeros ejemplos son sencillos

3. Se limita el número de ejemplos

4. Usa un lenguaje específico consistente a lo largo de las actividades

5. Proporciona explicaciones detalladas paso a paso y demostraciones claras. Los procedimientos deben tener una base conceptual firme.

6. Proporciona frecuentes oportunidades de poner en práctica lo aprendido. La práctica es fundamental.

7. Usa materiales concretos o manipulativos para fundamentar la comprensión de los conceptos

8. Ofrece una guía y una retroalimentación constante

9. Realiza un resumen general al final de la lección

AP2: Uso de heurísticas:

Entendemos una heurística como un método que ejemplifica un enfoque de resolución genérico para una clase de problemas. Se pueden usar para ayudar a organizar la información, seleccionar la vía de solución adecuada y revisar los resultados. Ejemplo claro es la metodología de resolución de problemas de George Polya descrita en su libro de 1945 "How to Solve It" (1944).

Las heurísticas, al proveer a los alumnos DAM con una guía de pasos jerarquizados, les ayuda a memorizar los pasos, organizar su pensamiento y saber tomar decisiones.

Lo anterior no está reñido con que los procesos se muestren con una base conceptual firme, de forma que los alumnos entiendan los procesos, pues de lo contrario se arriesga el que los alumnos los olviden en tal dejen de usarlos.

AP3: Flexibilidad de enfoques:

Por flexibilidad de enfoques denoto la capacidad de seleccionar entre varias alternativas la más adecuada para la resolución de un problema concreto. Esto implica, por tanto, el conocimiento de una gama de estrategias alternativas, lo que va en contra de la creencia extendida en educación especial de enseñar un solo enfoque para cada problema a los alumnos DAM.

Los trabajos de Peters el al (2014), mostraron que los alumnos DAM alternaban estrategias aditivas y sustractivas en la resolución de problemas de resta, al igual que los alumnos sin DAM.

En cualquier caso, cuando un profesor enseña distintas estrategias debe dirigir la discusión entre los alumnos sobre la selección de estas en cada problema, dejándoles “pensar en alto”, de forma que se apoye la reflexión acerca de las estrategias utilizadas, se favorezca la comprensión profunda, y el profesor pueda dar sugerencias.



Los seis componentes adicionales del modelo flexplícito son:

CA1: Uso de representaciones gráficas

Como muestran Jayanthi el al. (2008), cuando las representaciones gráficas se usan de manera sistemática, mejoraron los resultados de los estudiantes en matemáticas.

Los materiales concretos o manipulativos y las representaciones gráficas ayudan a los alumnos DAM a partir de lo tangible y de ahí pasar a lo simbolizado como paso previo a un nivel mayor de abstracción.

CA2: Verbalización de los estudiantes

El docente debe animar a los alumnos DAM a verbalizar los pasos de su razonamiento. De esa manera el profesor puede valorar su grado de comprensión y de razonamiento.

La verbalización puede ayudar al alumno DAM a sujetar la impulsividad, a verificar la corrección de su propuesta de solución, y finalmente, le ayuda a autorregularse.

CA3: Uso de múltiples ejemplos

El profesor debe hacer una selección graduada de múltiples ejercicios y ejemplos de aplicación de un concepto, de forma que los alumnos se familiaricen con las posibles variaciones de un tema, así como detectar similitudes entre problemas aparentemente distintos (Jayanthi et al., 2008).

Los alumnos DAM se beneficiarán, especialmente, de una juiciosa selección de ejemplos de problemas que sean fáciles de entender, preparándolos para enfrentarse a problemas o contenidos más difíciles o exigentes.

CA4: Dar información al profesor

Gersten et al (2009) encontraron que dar información al profesor sobre el desempeño de los alumnos ayuda a mejorar sus resultados. Esta información debe ser particularizada para cada alumno, de forma que el docente pueda adaptar las estrategias de enseñanza a cada alumno.

Esta información puede venir de pruebas formales o informales que se sucedan durante el periodo de enseñanza, o sea, de una evaluación continua en su más amplio sentido.

CA5: Enseñanza entre iguales

La tutoría entre iguales permite a los alumnos DAM recibir feedback inmediato de un compañero que está en un nivel de comprensión de los contenidos mayor, lo que sin duda les favorece (Baker et al., 2002).

Más efectiva, aunque difícil de conseguir por razones prácticas, es la tutoría por alumnos de un curso superior (Gersten et al., 2009); esto puede ser debido a la obvia razón de que el alumno de mayor edad puede ayudar al alumno menor DAM a emplear un nivel de razonamiento y discurso superior.

CA6: Factores motivacionales

Los alumnos DAM, especialmente conforme van siendo mayores, han sufrido numerosos episodios de fracaso, lo que los puede llevar al rechazo hacia las matemáticas, y en casos más extremos a la “ansiedad matemática”.

El uso de elementos motivadores, tanto materiales (insignias, premios) como intangibles (frases de apoyo, refuerzo positivo) es clave para el éxito en la enseñanza de los alumnos DAM. El alumno que se siente más capaz sobre sus habilidades incrementa su confianza y su motivación, lo que le ayudará a perseverar, y esto a su vez incrementará sus posibilidades de éxito (Pool et al, 2013).

### 3.4. Prácticas de enseñanza efectivas. Habilidades numéricas básicas

Las habilidades numéricas básicas tratan de procesos que se desarrolla durante las primeras etapas de la vida, hasta los cinco o seis años, antes incluso de que el niño se inserte en el sistema académico. Estos aspectos son:

Sistema de numeración aproximado (SNA)

Se trata de una capacidad innata de distinguir colecciones de objetos de diferente cantidad. Los bebés pueden distinguir colecciones de 1 frente a 2, o 2 frente a 3 a lo sumo. Se va evolucionando hacia la "subitización", en la que el niño es capaz de dar la cantidad de elementos de un conjunto pequeño, sin contarlo, cuando se le presenta en un intervalo de tiempo mínimo.

Para algunos autores, estas habilidades están en la base de posteriores desarrollos de la comprensión del sistema numérico (Libertus et al., 2013)

Para (Noël y Rouselle, 2011) las dificultades de base en la discalculia tienen que ver más con la asociación de las magnitudes a sistemas simbólicos cono la numeración arábiga o las palabras números que con la propia percepción de la cantidad en si.

Los niños con discalculia tienden a contar el número de elementos de colecciones pequeñas, en vez de realizar la "subitización" (Cita Moeller et al, 2009).

La cadena verbal numérica

Es la adquisición del sistema simbólico que asocia a cada cardinal una palabra-número. En el desarrollo de su comprensión hasta su dominio se pasa por distintas fases caracterizadas por la estabilidad y la convencionalidad de la secuencia, llegando finalmente a la adquisición de las reglas sintácticas que permiten construir el nombre de cualquier cantidad y recitar la serie numérica desde cualquier punto, en cualquier orden y para cualquier intervalo (Fuson et al., 1982).

El conteo

El conteo permite enumerar una colección, mediante la asociación de cada elemento a un número de la cadena verbal numérica, lo que permite determinar el cardinal.

De acuerdo a Gelman y Gallistel (1978) el conteo responde a cinco principios que consideran innatos en el niño:

1. Principio de orden estable
2. Correspondencia uno a uno
3. Cardinalidad
4. Abstracción
5. Irrelevancia del orden de los elementos

Diversos autores (Geary et al., 2008) observan que los niños con discalculia son más lentos en el conteo, tienen más dificultades en separar aspectos accesorios de las tareas para la actividad de contar y son más propensos a cometer errores.

La cardinalidad

La adquisición del principio de cardinalidad implica que el niño es capaz de asociar cada palabra-número en el proceso de conteo al tamaño del conjunto representado. Este es un proceso lento que puede durar más de un año y que progresa de número en número mediante la interiorización de la función sucesor de un elemento. Queda patente en actividades típicas de "dame N elementos de tu colección" (Fuson, 1992)

La percepción espacial: la recta numérica

Muchos estudios indican que nuestra representación mental de las cantidades numéricas se apoya en una representación espacial, que podemos asociar con la recta numérica, donde los números pequeños se representan a la izquierda y los grandes a la derecha. (Dehaene, 1992).

Una actividad típica para mostrar este hecho es la representación aproximada de cantidades en una recta graduada. A lo largo del desarrollo, los niños van siendo cada vez más precisos en esta actividad, que para muchos autores es una habilidad estrechamente relacionada con el razonamiento proporcional, como por ejemplo dividir la escala en dos partes iguales y establecer puntos de referencia (Ashcraft y Moore, 2012)

**Prácticas de enseñanza efectivas con los alumnos DAM**

Frente a Piaget, números frente a lógica

Frente a las teorías de Piaget (Piaget y Széminska, 1941) que enfatizaban la necesidad de dominar las operaciones lógicas (seriación, clasificación, etc.) como base del desarrollo de la comprensión numérica, estudios más modernos, basados en las teorías actuales acerca del desarrollo de la comprensión numérica en el niño, señalan en la dirección opuesta.

Según Clements (1984), la enseñanza basada en actividades numéricas es más eficiente que la basada solo en las actividades lógicas, pues la actividad numérica prepara las bases de las operaciones lógicas, en un efectivo "2x1".

Programas de enseñanza "registrados"

Hay diversos programas o métodos registrados (algo similar a como ocurre con los métodos de inglés que se dan en los colegios) que han demostrado ser efectivos para el aprendizaje inicial del sistema numérico.

Estos programas se llevan a cabo en el aula, a veces durante todo el curso académico, previo adiestramiento de los profesores.

Estos programas han demostrado en sus estudios, ser más eficientes que los programas de enseñanza tradicionales. Están basados en los estadios de desarrollo de la comprensión del sistema numérico, proponiendo actividades para llevar a los niños de un nivel hacia el siguiente, mediante la secuenciación de actividades.

Cálculos exactos frente a aproximados

Según Suárez-Pellicioni y Booth (2018), parece que aprender un sistema numérico y efectuar operaciones exactas índice una mayor agudeza del SNA y mejora las condiciones de base para aprender la aritmética

La enumeración

Es importante coordinar, en los procesos de enumeración de colecciones, el recitado de palabras número con el efectivo marcado de los objetos. Este marcado puede ser físico, como separando, pintando una cruz en un papel o simplemente señalando con el dedo. Conviene llevar una pauta para evitar falta de sincronía entre los dos aspectos.

Es importante en los niños DAM el uso de los dedos de las manos como apoyo, e incluso los dedos de los pies si fuera necesario, pasando de un sistema decimal a un sistema base 20, de forma que siempre tengan un apoyo para el conteo.

La recta numérica

No hay evidencia que el entrenamiento en la recta numérica sea el mejor o el único medio de entrenar la capacidad numérica. No obstante, es conveniente trabajar su uso, pues es una manera de asentar un aprendizaje relacional, en el que se dota a los alumnos de enfoques diversos para un mismo hecho.



Enactivismo

En las edades más tempranas, usar dinámicas corporales y manipulativos puede ayudar en la comprensión (Crollen et al., 2020)

Herramientas de evaluación

Existen multitud de herramientas para evaluar las habilidades numéricas, muchas de ellas informatizadas y libres, por ejemplo, Panamath (http://panamath.org), otras en software propietario como MathPro (Karagiannakis y Nöel, 2020). Una búsqueda rápida en internet daría muchos resultados, debiendo acudir a las bases metodológicas y científicas en que se fundamentan.

### 3.5. Prácticas de enseñanza efectivas. Sistema numérico decimal

El sistema de numeración decimal es una genial invención humana. Con solo diez dígitos adecuadamente ordenados se pueden representar magnitudes infinitamente grandes e infinitamente pequeñas.

Los dos pilares básicos del SND son el agrupamiento -en el que 10 unidades de un orden se intercambian por 1 unidad del orden superior- y el valor de posición, en el que una misma cifra adquiere una magnitud diferente dependiendo del lugar que ocupe en el número.

La representación decimal de un número sintetiza relaciones multiplicativas y aditivas implícitas para definir una cantidad, que no son obvias y que hay que aprender desde cero. Como con todo sistema arbitrario, los estudiantes tienen que ser instruidos de manera explícita sobre la estructura del sistema.

La comprensión profunda del valor de posición y del agrupamiento es básico para poder entender las operaciones de números multidígito y sus algoritmos asociados. Esto permite además a los estudiantes desarrollar sus propias estrategias de cálculo mental, basadas en las múltiples descomposiciones posibles de un número.

Además de la representación numérica, la representación verbal/escrita sigue unas reglas sintácticas definidas que no son fáciles de aprender y que además pueden estar oscurecidas por la existencia de palabras específicas sin una relación clara con su significado numérico, como catorce, quince, etc.

Puesto que tenemos distintos modos de expresar una cantidad, es necesario poder pasar de un sistema a otro, manteniendo la equivalencia. En este contexto de traducción se pueden presentar errores tanto semánticos -por mala elección de cifras- como sintácticos -por mala formación del número. Estos últimos son los de mayor prevalencia.

**Prácticas de enseñanza efectivas con los alumnos DAM**

Es importante la habilidad de contar de 10 en 10 y de 100 en 100 para desarrollar la comprensión del sistema decimal.

Una posible secuencia de instrucción en cinco fases para apoyar la comprensión del sistema decimal a los alumnos DAM basada en Karagiannakis y Cooreman (2014) sería la que sigue:

Uno. Uso de materiales manipulativos para representar cantidades dadas en forma verbal

> Se ayudará al alumno a descubrir que es más eficiente usar paquetes de 10 que timar 10 elementos sueltos. Se construyen números partiendo de cantidades menores a la centena y se pasará a la centena como paso natural.
>
> El elemento típico son los bloques de base 10, pero si estos son muy abstractos y pocos significativos se pueden construir materiales ad-hoc, de forma que los estudiantes realizan agrupaciones de 10 elementos para representar las decenas, y agrupaciones de 10 elementos decena para crear la centena.
>
> Otros materiales interesantes son las tarjetas Montessori y las tablas de posición

Dos. Cambio, equivalencia, composición y descomposición

> Con los manipulativos es fácil levar a cabo agrupaciones y desagrupaciones para mostrar la equivalencia entre distintas descomposiciones de un número.

Un elemento muy visual, aunque se pierda la representación física de la agrupación, es el uso de dinero de juguete pues, aunque un billete de 10 no incluya físicamente 10 monedas, la equivalencia puede ser clara para los niños incluso de primeros cursos de primaria.

Se puede ver la idea de cómo la descomposición canónica de una cantidad es la manera en la que se necesitan menor número de unidades físicas para representar una cantidad.

Tres. Introducción a la posicionalidad y su relación con el número arábigo, mediante el empleo de tablas posicionales

Las cartas de Montessori son un recurso excelente para ver la formación del número arábigo y la relación de la cifra y su valor de posición, especialmente cuando se combina con los manipulativos como los bloques de base 10 o incluso las monedas.

Se deben presentar múltiples ejemplos en los que cantidades de dificultad creciente se representan con los bloques decimales y cómo las tarjetas Montessori construyen el número de manera equivalente. Los números se pasan a tablas posicionales y conforme se va teniendo soltura se van dejando las tarjetas para pasar a solo la representación en las tablas.

Cuatro. Transcodificación entre número verbal y su representación arábiga

Las herramientas como las tarjetas Montesory y las "Clever Chart" aclaran muy bien la estructura aditiva de los números, combinando diferentes cantidades de cada orden para dar el número total. Las Clever Charts además apoyan la idea innata de que los números más altos son los más grandes.

Un número como ocho cientos cincuenta y tres tiene una traducción operativa muy clara en la selección de 8-cientos más cincuenta más 3. Un número como ochocientos tres también deja clara la estructura en la que debemos escoger 8-cientos, ninguna decena y tres unidades

En una secuencia de dificultad creciente los niños reciben un número por vía oral, seleccionan los constituyentes de la tabla y posteriormente realizan la representación del número arábigo

Cinco. Generalización a números más grandes

Una vez que el niño entiende la trilogía unidad-decena-centena, ya tiene la idea seminal de cómo se van construyendo cantidades más grandes: unidades de millar, decenas de millar, centenas de millar, unidades de millón, decenas de millón, centenas de millón…

### 3.6. Prácticas de enseñanza efectivas. Aritmética básica

Por aritmética a este nivel entendemos las cuatro operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división.

La investigación en el dominio de las operaciones aritméticas multídigito (OMD) son escasas, por lo que es difícil tener conclusiones generales.

Es observable, en cualquier caso, que los niños emplean diversas estrategias, y hay variabilidad tanto entre sujetos como en el propio sujeto. Conforme el niño va creciendo, las estrategias que va empleando son más eficientes y se gana en adaptabilidad.

En el campo de las OMD es evidente que, al estar basadas en las operaciones de un solo dígito y en la comprensión del agrupamiento y valor de posición del sistema de numeración, una base deficiente en estos aspectos va a provocar, con toda seguridad, problemas de aprendizaje.

Los algoritmos estándar de las operaciones están basados en los principios de agrupamiento y valor de posición. Existen algoritmos basados en números, pero son menos eficientes. La evidencia muestra que los niños recurren a los algoritmos estándar en aras de una mayor eficiencia y automatización. Esta eficiencia estratégica de los algoritmos es opuesta a otros aspectos perseguidos en la formación matemática, como la comprensión profunda de las operaciones y la flexibilidad en el uso de estrategias (Verschaffel et al., 2007). Esto alimenta el debate entre los que propugnan algoritmos basados en números frente a los basados en cifras y valor de posición.

Otros aspectos que van a provocar problemas en la comprensión de las OMD es una falta de comprensión de las operaciones aritméticas básicas y sus diferentes enfoques como en el caso de la resta, la sustracción directa y la idea de diferencia entre números.

La habilidad en el manejo de operaciones simples y el repertorio de estrategias (basadas en hechos aritméticos como el uso de dobles, complemento a diez, etc.) va a permitir agilizar operaciones y liberar recursos de memoria de trabajo, lo que facilita una solución más fluida de las operaciones. En todo caso, siempre existe la posibilidad de realizar las operaciones en papel.

**Prácticas de enseñanza efectivas con los alumnos DAM**

El apoyo a los alumnos DAM debe basarse en afianzar los fundamentos del sistema de numeración (valor de posición y agrupación) y en las operaciones básicas de simple dígito. Una vez que van reforzando esos conceptos, se puede pasar a operaciones multídigito. En todo caso, cabe recordar aquí lo visto anteriormente sobre la instrucción flexplícita.

Conforme los niños progresan en el dominio de las operaciones, se debe prestar atención a los aspectos del desarrollo de estrategias de cálculo, basadas en unos principios generales (Zhang et al., 2014)

- Usar manipulativos y esquemas como ayudas a la comprensión

- El reconocimiento de que los niños desarrollan sus propias estrategias de cálculo, y se debe apoyarles en ello
- Evaluar el estado de desarrollo y la evolución de la comprensión de manera continuada para poder ajustar la intervención
- Asignar tareas basadas en el desarrollo de estrategias
- Animar a los niños a compartir sus estrategias

**3.7. Prácticas de enseñanza efectivas. Resolución de problemas**

La resolución de problemas va más allá del simple cálculo aritmético. En un problema hay un enunciado verbal que describe una situación, y en donde hay información incompleta -pues ha de encontrarse en la resolución.

La resolución de problemas supone el nexo entre los conocimientos aritméticos y la resolución de problemas en situaciones de la vida real, tal y como propugna el modelo de enseñanza por competencias (LOMLOE).

La resolución de problemas tiene múltiples aspectos o fases, y los errores pueden surgir en cualquiera de ellos. Las habilidades cognitivas puestas en juego (Verschaffel y De Corte, 2005) son variadas:

- Habilidades lingüísticas, incluyendo comprensión lectora
- La habilidad de detectar información irrelevante y descartarla
- Habilidades de modelización matemática
- Habilidades de planificación
- Habilidades de cálculo
- Capacidad de contextualizar las respuestas

Verschaffel y De Corte indican que, si bien los errores pueden darse en cualquiera de las categorías, el paso más crítico suele ser la modelización, que podemos describir como la traducción del enunciado a un proceso algebraico-aritmético que conduce a la solución.

Dado el componente de comprensión lectora de los problemas, los niños pueden tener dificultades aún cuando la parte aritmética fuesen capaces de resolverla correctamente si hubieran llegado hasta allí. Obviamente, las dificultades de comprensión lectora y de resolución aritmética pueden componerse y dar como resultado una mayor dificultad.

El mismo modelo matemático puede servir para resolver diferentes situaciones, y la manera de presentar la información puede crear dificultades adicionales.

Los problemas que tratamos a este nivel son los de estructura aditiva, los de estructura multiplicativa y los de proporcionalidad.

Dificultades

En los problemas de estructura aditiva (Riley et al., 1983) la tipología más sencilla es la de cambio mientras que los de comparación son los más difíciles. En general, la posición de la incógnita es lo que los hace más difíciles, tanto más difícil cuanto más “a la izquierda”. En los problemas de comparación la mayor dificultad se encuentra en la comprensión de los términos relacionales como “más que” o “menos que”. Esta dificultad se ve incrementada por el hecho de que no siempre “más que” se asocia a un problema aditivo ni “menos que” a un problema sustractivo.

Los problemas de estructura multiplicativa de una sola etapa son los de proporcionalidad simple (no confundir con los de razones o de proporcionalidad directa) en sus versiones multiplicativa, de división partitiva o de división medida, los de comparación y los de combinación o producto cartesiano. En estos problemas las principales dificultades vienen por la interpretación de las palabras clave -como en los de estructura aditiva-, y por la magnitud de los números empleados.

Los problemas de razones o de proporcionalidad son los más difíciles, pues en estos problemas es necesario integrar cuatro cantidades, considerando sus relaciones de dependencia.

Uno de los errores que los estudiantes comenten con más frecuencia es el uso de estrategias aditivas, improcedentes en un problema de estructura multiplicativa (Fuson y Abrahamson, 2005).

Las dificultades crecen conforme las cantidades son mayores y si las razones empleadas no son múltiplos o divisores, lo que implica la necesidad de resolver por fracciones equivalentes.

**Prácticas de enseñanza efectivas con los alumnos DAM**

Segú diversos autores, las intervenciones exitosas muestran una serie de características:

El apoyo específico es beneficioso tanto para alumnos DAM como para alumnos sin dificultades (Fuchs et al, 2009). Es conveniente seguir una gradación en orden creciente de dificultad de los problemas.

1. Problemas de estructura aditiva: de cambio, de combinación, de igualdad de comparación. Primer de un paso, seguidos de problemas de varios pasos-
2. Problemas de estructura multiplicativa: de cálculo, de comparación, de combinación, de cambio. Primero de un paso y luego multipaso
3. Problemas de razón y proporción

Se debe explicitar la introducción progresiva de vocabulario específico, prestando especial importancia a las palabras clave, pero siendo crítico para evitar una asociación automática a determinados tipos de problemas.

Se deben proporcionar esquemas y heurísticas que ayuden a representar las situaciones y aclare los pasos del proceso de resolución. Pueden ir desde las más concretas a las más abstractas como el modelo de barras de Singapur. (Jitendra et al, 2007). Si se llevan a cabo intervenciones por profesores de apoyo, estos deben estar coordinados de forma que las metodologías no se separen mucho de las enseñadas por el profesor, para evitar confusiones.

La transferencia de los conocimientos adquiridos a otros problemas similares se puede apoyar explícitamente con buenos resultados (Fuchs et al., 2003).

Ayudar a que los niños verbalicen sus propias estrategias les ayuda a ser más autónomos, orientados a la resolución, autoeficientes y a comprobar los resultados (Fuchs et al., 2003).

### 3.8. Prácticas de enseñanza efectivas. Números racionales

El aprendizaje de los números racionales es un reto para todos los alumnos en general, no solo para los alumnos DAM.

Los números racionales se expresan como el cociente de dos números naturales, pero ahí acaban las similitudes, pues difieren de estos en varios aspectos conceptuales importantes:

- Entender la magnitud de una fracción requiere un entendimiento de la relación multiplicativa entre los dos números naturales que la componen, por lo que la comparación entre dos racionales no es directa, salvo en el caso de iguales numeradores o denominadores.
- Los números racionales son “densos”, lo que quiere decir que entre dos cualesquiera racionales “caben” infinitos racionales, por lo que no existe un único predecesor y sucesor de un racional.
- Una misma cantidad racional puede tener múltiples representaciones: no solo la decimal frente a la racional, sino que existen innumerables fracciones equivalentes a una dada.
- El efecto de las operaciones sobre los racionales es mucho más variado que en los naturales, y mucho más difícil de explicar o modelizar.

Cuando los niños empiezan su aprendizaje de los números racionales ya tienen un conocimiento profundo de los números naturales y sus operaciones.

Es necesario readaptar ideas ya asentadas, que pueden generar el conocido como “sesgo del número natural” (Ni y Zhou, 2005), que es la interferencia de los naturales en los razonamientos, comparaciones u operaciones de los racionales. Por así decirlo, el aprendiz debe partir de cero con un nuevo sistema numérico que es muy distinto del que ya tiene asentado.

**Prácticas de enseñanza efectivas con los alumnos DAM**

Todas las dificultades antedichas son comunes a todos los estudiantes. En el caso de los estudiantes DAM, sus capacidades de inhibición son más reducidas en los dominios numéricos, por lo que las interferencias por el sesgo del número natural son más fuertes.

Las pocas investigaciones sobre el aprendizaje de los números racionales en los alumnos DAM indican que su comprensión en este campo está caracterizada por un retraso, y no por un déficit, por lo que pueden llegar al mismo nivel de comprensión, dado el suficiente tiempo y apoyo.

La investigación también apunta a que sería deseable centrar la enseñanza más en aspectos conceptuales de los racionales, tales como la magnitud, y menos en procedimientos de cálculo (Fuchs et al., 2016). Para apoyar la comprensión, el uso de materiales manipulativos y representaciones gráficas está especialmente indicado (Hamden y Gunderson, 2017).

### 3.9. Prácticas de enseñanza efectivas. Geometría

Las dificultades de aprendizaje en la geometría han sido menos investigadas que otras dificultades en otros campos de la matemática, por lo que solo es posible dar ideas generales.

Una característica de la geometría escolar es la cascada jerarquizada de conceptos, y muchos de ellos sirven de base para construir otros nuevos. Si el estudiante no es capaz de establecer relaciones lógicas duraderas entre conceptos tendrá problemas en resolver ejercicios de geometría.

Otra característica de la geometría es que se usan concurrentemente muchos formatos para presentar la información: verbal, textual, simbólica y gráfica, lo que puede llevar a sobrecargas de la memoria de trabajo.

Las dificultades en geometría pueden venir de distintas fuentes: pueden provenir de dificultades del ámbito no verbal, como limitaciones en la memoria de trabajo visioespacial (Mammarella et al., 2013), desórdenes del desarrollo verbal, etc.

La propia materia de la geometría euclídea ya es complicada de por si, con todas sus definiciones, teoremas y pruebas que demandan un nivel de abstracción y de razonamiento lógico importante.

**Prácticas de enseñanza efectivas con los alumnos DAM**

Las capacidades de dibujar a mano alzada representaciones gráficas mínimamente correctas son necesarias para tomar apuntes o construir razonamientos coherentes. Esto queda fuera “de las competencias” del profesor de matemáticas, pero debe animar a los alumnos a que se esmeren con los dibujos.

Aparte de las recomendaciones generales de intervención en un modelo “flexplícito”, se cuenta con herramientas de geometría dinámica como Geogebra (https://www.geogebra.org/). Se construyen figuras basadas en su definición y permiten la modificación de estas, respetando sus propiedades.

Con estas herramientas los estudiantes pueden estudiar las relaciones entre conceptos y propiedades, probar hipótesis, etc. Todo ello posibilita un enfoque constructivista de la geometría, que adecuadamente apoyado por el profesor, puede ayudar a los alumnos DAM.

# 4. Propuesta

## 4.1. Uso de la plataforma Aules para apoyar el proceso de enseñanza aprendizaje de los alumnos DAM.

"Aules" (https://portal.edu.gva.es/aules/es/inicio/) es el entorno virtual de aprendizaje (LMS, siglas en ingles de Learning Management System) de la Consellería de Educación de la Generalitat Valenciana.

Aules es actualizado constantemente en funcionalidades, y es accesible desde cualquier dispositivo con acceso a internet.

Aules soporta un amplio abanico de actividades: formularios, tareas, páginas web, lecciones, foros, cuestionarios, glosarios, insignias, etc. Así como también recursos elaborados con herramientas externas: eXeLearning, GeoGebra, HotPotatoes, etc, además de la obvia funcionalidad de subir y enlazar documentos y vídeos.

Seguidamente, y basándonos en los aspectos tratados previamente en este trabajo, veremos la aplicación de Aules para apoyar las prácticas de enseñanza efectiva para los alumnos DAM.

Apoyo familiar.

Es posible dar acceso a la plataforma a los padres de los alumnos, de forma que estos puedan implicarse en el apoyo y la supervisión de sus hijos.

Instrucción directa o explícita

El sistema permite crear lecciones estructuradas, en progresión creciente de dificultad, en la que se expliciten los objetivos a cubrir, se inserten las lecciones con explicaciones detalladas paso a paso, tanto en formato texto como vídeo.

Uso de materiales concretos o manipulativos

Es posible insertar materiales de terceros en Aules, previa aceptación de la Consellería de Educación. Normalmente esto se hace "incrustando" visores o applets.

Como ejemplo, la Utah State University mantiene la excelente colección de manipulables National Library of Virtual Manipulatives (1999).

El sistema también permite insertar actividades de geometría dinámica de Geogebra, lo que mejora el aprendizaje.

Ofrece una guía y una retroalimentación constante

Es posible programar en las distintas actividades el que aparezcan mensajes que indiquen al alumno si ha realizado correctamente la tarea y que ofrezcan explicaciones detalladas para la resolución correcta del ejercicio.

El profesor, además, puede estar al tanto de la actividad del alumno y puede comunicarse con él para dar su comentario y guía.

### Uso de heurísticas

Se pueden ofrecer al alumno, bien en descargable o bien en pantalla, guías de procedimiento razonado para la resolución de los ejercicios paso a paso.

### Uso de representaciones gráficas.

Por su propia naturaleza, un sistema LMS trabaja en un entorno gráfico, donde es posible visualizar imágenes, audio y vídeo. Las imágenes pueden ser el fondo de actividades interactivas, lo que enriquece la experiencia.

### Verbalización de los estudiantes

Es posible grabar y subir a la plataforma documentos, audio o vídeo. En estos últimos formatos el alumno puede verbalizar sus procesos de resolución.

Es posible también incrustar videoconferencia en Aules, con lo que profesor y alumno pueden interaccionar en directo.



### Información para el profesor

El profesor puede recibir información detallada del uso de la plataforma Aules por parte del alumno. Los informes pueden incluir datos del desempeño del alumno en la resolución de los problemas planteados.

La información al profesor es clave para que este pueda seguir el proceso del alumno y así poder adaptarse a las necesidades de este.

### Enseñanza entre iguales.

Los foros nativos en la plataforma permiten la comunicación en el seno del grupo de iguales. Además, da la posibilidad de compartir documentos y trabajar en ellos de manera cooperativa. Gracias a esto, los alumnos más adelantados pueden ejercer de tutores de los alumnos DAM.

### Factores motivacionales

El principal factor motivador es la posibilidad de comunicación y apoyo por parte del profesor y de los iguales.

Además, el sistema permite la creación de experiencias gamificadas y la concesión de insignias y premios por los logros conseguidos.

El estudiante puede seguir sus propios progresos mediante informes de la plataforma, y en caso de no llegar superar las pruebas, siempre se pueden generar mensajes de apoyo.

Programas de enseñanza “registrados”

Previa aprobación de la Consellería de Educación, al igual que es posible insertar materiales de terceros, es posible insertar cursos o métodos completos de terceros.

La ventaja es mantener todos los recursos dentro de la propia plataforma. Con ello se evita el que el alumno salga de la misma, eliminando distracciones y pérdidas de tiempo.

Herramientas de evaluación.

En la plataforma se pueden insertar de manera nativa test y pruebas diagnósticas, de forma que el profesor y los servicios de orientación puedan tomar las decisiones más oportunas para apoyar al alumno DAM.

Dificultades con el idioma.

Es posible traducir de forma automática los textos de pantalla y las preguntas de los test. Además, los vídeos pueden subtitularse, también de manera automática. Con ello se pueden aminorar las dificultades de los alumnos de reciente llegada al país.



Hemos visto los puntos positivos, pero por supuesto también existen dificultades o problemas que plantean el uso de las plataformas LMS.

- El autoaprendizaje demanda constancia, autorregulación y motivación. Puede que muchos alumnos DAM no anden sobrados de ellas.
- El alumno debe disponer de medios informáticos y conexión, o el centro escolar debe proporcionárselo.
- Las posibilidades de interacción con el profesor y los compañeros son limitadas, y normalmente se realiza en modo asíncrono, lo que limita la eficacia del aprendizaje.

No obstante los problemas que presenta, Aules, como plataforma LMS, es una herramienta que puede ayudar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos DAM.

## 5. Conclusiones

Las dificultades de aprendizaje de las matemáticas impiden, a los estudiantes que las padecen, llegar a adquirir a un nivel suficiente unas competencias que son fundamentales para desenvolverse en la sociedad del siglo XXI. El problema tiene una considerable dimensión, a tenor de las cifras de prevalencia indicadas en la literatura.

Este trabajo ha presentado, a la luz de la literatura especializada, un catálogo de intervenciones efectivas para ayudar a los alumnos DAM a mejorar su situación. El catálogo se ha centrado en los diversos aspectos de las matemáticas de infantil y de primaria que son claves para posibilitar la comprensión de la materia en niveles posteriores.

No hay unas guías para la detección sistemática de los alumnos con dificultades, ni cuerpos especializados de profesores expertos en la materia. Ya que son los profesores ordinarios de infantil y de primaria los que tienen toda la responsabilidad de la intervención, es imprescindible apoyarles proporcionándoles formación específica de cómo tratar las DAM.

Hemos visto que la herramienta digital Aules puede ser eficaz para ayudar a los alumnos DAM, pues permite implementar la práctica totalidad de las prácticas efectivas. No obstante, no hay que olvidar que no hay intervención más efectiva que el profesor que dedica su esfuerzo a ayudar a los alumnos de forma individualizada.

Sería conveniente, cara a futuros trabajos, ampliar cada uno de los aspectos tratados, de forma que se pueda llegar a una guía más amplia y consensuada para el tratamiento sistemático de las DAM.

## 6. Referencias


Ashcraft, M. H., & Moore, A. M. (2012). Cognitive processes of numerical estimation in children. Journal of Experimental Child Psychology, 111(2), 246–267.

Baker, S., Gersten, R., & Lee, D. (2002). A synthesis of empirical research on teaching mathematics to low-achieving students. Elementary School Journal, 103(1), 51–73.

Barallobres, G. (2016). *Diferentes interpretaciones de las dificultades de aprendizaje en matemática*. Educación matemática, 28(1), 39-68.

Bottge, B. A., & Hasselbring, T. S. (1993). A comparison of two approaches for teaching complex, authentic mathematics problems to adolescents in remedial math classes. Exceptional Children, 59(6), 556–566.

Clements, D. H. (1984). Training effects on the development and generalization of Piagetian logical operations and knowledge of number. Journal of Educational Psychology, 76(5), 766–776.

Consell. (2018). *Decreto 104/2018, de 27 de julio, por el que se desarrollan los principios de equidad y de inclusión en el sistema educativo valenciano*. DOGV 8356, 07/08/2018, 33355-33381.

Consell (2022) *DECRETO 107/2022, de 5 de agosto, del Consell, por el que se establece la ordenación y el currículo de Educación Secundaria Obligatoria.* [2022/7573] DOGV 9403, 11/08/2022, 41572-41792

Crollen, V., Noël, M-P., Honoré, N., Degroote, V. & Collignon, O. (2020). Investigating the respective contribution of sensory modalities and spatial disposition in numerical training. Journal of Experimental Child Psychology, 190, 104729.

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. Cognition, 44(1–2), 1–42.

Doabler, C. T., & Fien, H. (2013). Explicit mathematics instruction: What teachers can do for teaching students with mathematics difficulties. Intervention in School and Clinic, 48(5), 276–285.

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Prentice, K., Burch, M., Hamlett, C. L., Owen, R., & Schroeter, K. (2003b). Enhancing third-grade students' mathematical problem solving with self-regulated learning strategies. Journal of Educational Psychology, 95(2), 306–315.

Fuchs, L. S., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T., Fletcher, J. M., Fuchs, D., … Zumeta, R. O. (2009). Remediating number combination and word problem deficits among students with mathematics difficulties: A randomized control trial. Journal of Educational Psychology, 101(3), 561–576.

Fuchs, L. S., Schumacher, R. F., Long, J., Namkung, J., Malone, A. S., Wang, A., … Changas, P. (2016). Effects of intervention to improve at-risk fourth graders' understanding, calculations, and word problems with fractions. Elementary School Journal, 116(4), 625–651.

Fuson, K. C., Richards, J., & Briars, D. J. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. In C. J. Brainerd (Ed.), Children's logical and mathematical cognition: Progress in cognitive development research (pp. 33–92). New York: Springler-Verlag.

Fuson, K. C., & Abrahamson, D. (2005). Understanding ratio and proportion as an example of the apprehending zone and conceptual-phase problem-solving models. In J. I. D. Campbell (Ed.), Handbook of mathematical cognition (pp. 213–234). New York: Psychology Press.

Fuson, K. C. (1992). Relationships between counting and cardinality from age 2 to age 8. In J. Bideaud, C. Meljac & J. P. Fischer (Eds.), Pathways to number. Children's developing numerical abilities (pp. 127–149). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Byrd-Craven, J. (2008). Development of number line representations in children with mathematical learning disability. Developmental Neuropsychology, 33(3), 277–299.

Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). The child's understanding of number. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P., & Flojo, J. (2009). Mathematics instruction for students with learning disabilities: A meta-analysis of instructional components. Review of Educational Research, 79(3), 1202–1242.

Green, C. T., Bunge, S. A., Chiongbian, V. B., Barrow, M., & Ferrer, E. (2017). Fluid reasoning predicts future mathematical performance among children and adolescents. Journal of Experimental Child Psychology, 157, 125–143.

Hamden, N., & Gunderson, E. A. (2017). The number line is a critical spatial-numerical representation: Evidence from a fraction intervention. Developmental Psychology, 53(3), 587–596.

Instituto Nacional de Evaluación Educativa [INEE] (2023) *PISA 2022 Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes. Informe español.* Ministerio de Educación, Formación Profesional y Deporte

Jayanthi, M., Gersten, R., & Baker, S. (2008). Mathematics instruction for students with learning disabilities or difficulty learning mathematics: A guide for teachers. Portsmouth, NH: RMC Research Corporation, Center on Instruction.

Jitendra, A. K., Griffin, C. C., Haria, P., Leh, J., Adams, A., & Kaduvettoor, A. (2007). A comparison of single and multiple strategy instruction on third-grade student's mathematical problem solving. Journal of Educational Psychology, 99(1), 115–127.

Karagiannakis, G., & Cooreman, A. (2014). Focused intervention based on a classification MLD model. In S. Chinn (Ed.), The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties (pp. 265–276). London: Routledge.

Karagiannakis, G., & Noël, M.-P. (2020). Mathematical profite test: A preliminary evaluation of an online assessment for mathematics skills of children in grades 1–6. Behavioral Sciences, 10, 126.

Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Is approximate number precision a stable predictor of math ability? Learning and Individual Differences, 25, 126–133.

Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre (LOMLOE), por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (BOE núm. 340, 30 12 2020)

Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Mammarella, I. C., Giofrè, D., Ferrara, R., & Cornoldi, C. (2013). Intuitive geometry and visuo-spatial working memory in children showing symptoms of nonverbal learning disabilities. Child Neuropsychology, 19(3), 235–249.

Ministerio de Presidencia. Gobierno de España. (25 enero 2024) *El plan de mejora en matemáticas y comprensión lectora beneficiará a más de cinco millones de alumnos de Primaria, ESO, FP Básica y Bachillerato.* Consultado el 10 de mayo de 2024, en https://www.lamoncloa.gob.es/serviciosdeprensa/notasprensa/educacion-fp-deportes/Paginas/2024/250124-sanchez-alegria-consejo-escolar-estado.aspx

Moeller, K., Neuburger, S., Kaufmann, L., Landerl, K., & Nuerk, H. C. (2009). Basic number processing deficits in developmental dyscalculia: Evidence from eye-tracking. Cognitive Development, 24(4), 371–386.

Morgan, P., Farkas, G., & Maczuga, S. (2014). Which instructional practices most help first-grade students with and without mathematics difficulties? Educational Evaluation and Policy Analysis, 37(2), 184–205.

Ni, Y., & Zhou, Y. D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. Educational Psychologist, 40(1), 27–52.

National Mathematics Advisory Panel. (2008). Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel. Washington, DC: United States Department of Education.

Noël, M. P., & Rousselle, L. (2011). Developmental changes in the profiles of dyscalculia: An explanation based on a double exact-and-approximate number representation model. Frontiers in Human Neuroscience, 5, article 165, 1–4. doi: 10.3389/fnhum.2011.00165.

Nunes, T., Bryant, P., Evans, D., Bell, D., Gardner, S., Gardner, J., & Carraher, J. (2007). The contribution of logical reasoning to the learning of mathematics in primary school. British Journal of Developmental Psychology, 25(1), 147–166.

Peters, G., De Smedt, B., Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2014). Subtraction by addition in children with mathematical learning disabilities. Learning and Instruction, 30, 1–8.

Piaget, J., & Széminska, A. (1941). La genèse du nombre chez l'enfant. Ed. Delachaux & Niestlé S. A. Neuchatel - Paris.

Polya, G. (1994). How to solve it. M.: Uchpedgiz.

Pool, J. L., Carter, G. M., Johnson, E. S., & Carter, D. R. (2013). The use and effectiveness of a targeted math intervention for third graders. Intervention in School and Clinic, 48(4), 210–217.

Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem solving hability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), The development of mathematical thinking. New York: Academic Press.

Romero, J, y Lavigne Cerván, R. (2005). *Dificultades en el aprendizaje: unificación de criterios diagnósticos.* Dirección General de Participación y Solidaridad Educativa. Consejería de Educación. Junta de Andalucía.

Simmons, F. R., & Singleton, C. (2008). *Do weak phonological representations impact on arithmetic development? A review of research into arithmetic and dyslexia*. Dyslexia, 14(2), 77–94.

Suárez-Pellicioni, M., & Booth, J. R. (2018). Fluency in symbolic arithmetic refines the approximate number system in parietal cortex. Human Brain Mapping, 39(10), 3956–3971.

Tomasello, M., Kruger, A. C., & Ratner, H. H. (1993). *Cultural learning*. Behavioral and Brain Sciences, 16, 495–552.

UNESCO. (2017). More than one-half of children and adolescents are not learning worldwide. *UIS Fact Sheet*, *46*.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. In F. K. Lester Jr. (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning pages (pp. 557–628). Greenwich: Information Age Publishing.

Verschaffel, L., & De Corte, E. (2005). La modélisation et la résolution des problèmes d'application: De l'analyse à l'utilisation efficace. In M. Crahay, L. Verschaffel, E. de Corte & J. Grégoire (Eds.), Enseignement et apprentissage des mathématiques: Que disent les recherches psychopédagogiques? De Boeck: Bruxelles.

Zhang, D., Xin, Y. P., Harris, K., & Ding, Y. (2014). Improving multiplication strategic development in children with math difficulties. Learning Disability Quarterly, 37, 15–30. https://doi.org/10.1177/0731948713500146

Utah State University (1999). National Library of Virtual Manipulatives. https://nlvm.usu.edu/