MÁSTER UNIVERSITARIO EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO ESO Y BACHILLERATO, FP Y ENSEÑANZAS DE IDIOMAS

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Aplicación de estrategias de facilidad cognitiva en la resolución de problemas matemáticos

Estudiante: Agustín Ríos Moreno

Especialidad: Matemáticas

Tutor/a: Rubén Caballero Toro

Curso académico: 2023-24

Índice general

Resumen

El principal objetivo de la enseñanza de las matemáticas es dotar al alumnado de herramientas y técnicas matemáticas para que sea capaz de afrontar y resolver problemas. Por ello, se concentran muchos esfuerzos en encontrar las mejores técnicas y estrategias para enseñar y guiar a los alumnos hacia la adquisición de esta habilidad.

A partir de la revisión de las metodologías surgidas se propone ampliar en este sentido el espectro, es decir, apoyarse en otros aspectos influyentes en la comprensión de los problemas matemáticos que no tienen relación con la parte numérica. En concreto, este trabajo se centrará en la forma en que se presentan los enunciados y cómo la forma influye en la lectura, comprensión y entendimiento del problema, aspectos básicos y previos a la realización de cualquier cálculo.

Para ello, se pondrán de manifiesto las ideas del psicólogo y premio Nobel Daniel Kahneman sobre el funcionamiento de nuestro pensamiento; en concreto, se analiza cómo la primera impresión y el instinto pueden superponerse al pensamiento más lógico y racional. Teniendo en cuenta esta línea teórica y otros estudios sobre la influencia en nuestra comprensión de un texto a partir de cómo se presenta, en este trabajo se propone una propuesta práctica en la cual se desarrollan varios problemas matemáticos, denominados de letra (enunciado relevante) y se desarrollan a la realidad del aula para comprobar su eficacia.

Los resultados obtenidos han resultado satisfactorios, indicando la viabilidad de implantación en el aula y reforzando las teorías de Kahneman.

Palabras clave: Aprendizaje, Enunciados, Fuente de letra, Atención, Rendimiento.

Abstract

The main objective of mathematics education is to provide students with mathematical tools and techniques to be able to cope with and solve problems. Therefore, many efforts are concentrated on finding the best techniques and strategies to teach and guide students towards the acquisition of this skill.

From the review of the methodologies that have emerged, it is proposed to broaden the spectrum in this sense, i.e., to rely on other influential aspects in the understanding of mathematical problems that are not related to the numerical part. Specifically, this work will focus on the way in which the statements are presented and how the form influences the reading, understanding and comprehension of the problem, basic and previous aspects to the realization of any calculation.

To this end, the ideas of the psychologist and Nobel Prize winner Daniel Kahneman on the functioning of our thinking will be highlighted; in particular, it will be analyzed how first impressions and instinct can be superimposed on more logical and rational thinking. Taking into account this theoretical line and other studies on the influence on our understanding of a text based on how it is presented, this paper proposes a practical proposal in which several mathematical problems are developed, called letter problems (relevant statement) and are developed to the reality of the classroom to test their effectiveness.

The results obtained have been satisfactory, indicating the feasibility of implementation in the classroom and reinforcing Kahneman's theories.

Keywords: Learning, Sentences, Letter font, Attention, Performance.

Introducción

Desde hace mucho tiempo, la resolución de problemas matemáticos ha tenido una gran importancia en las matemáticas (Wilson et al., 2011). Por ello, el aprendizaje de esta habilidad por parte de los alumnos ha sido uno de los principales objetivos en la enseñanza de esta materia (Billstein et al., 2000).

Muchos profesores de matemáticas comparten la necesidad de desarrollar tanto pensamiento crítico como analítico, para poder adquirir esta habilidad de la mejor forma posible (Limjap y Candelaria, 2002). Sin embargo, también intervienen otros aspectos como cooperar o trabajar en grupo, aumentando la complejidad del proceso de enseñanza- aprendizaje de estas habilidades, lo que provoca que resulte bastante complicada su enseñanza (Dendane, 2009).

Aun teniendo en cuenta estas dificultades, resulta de gran valor impartir la adquisición de esta competencia en particular, puesto que no solo ha demostrado tener un impacto positivo en el desempeño de los alumnos (Carpenter et al., 1989), sino que además, la capacidad de resolución de problemas matemáticos puede ayudar y ser extrapolable a la resolución de problemas en la vida diaria del alumnado (Reys et al., 2001).

Cabe destacar que aquellos estudios que van a ser referidos y la propia propuesta práctica de este trabajo, están enfocados a problemas matemáticos con letra; es decir, un enunciado del que hay que extraer información para resolver el problema. Por tanto, los problemas visuales como podría darse con cierta frecuencia en el ámbito de la geometría, quedarían excluidos de esta consideración, pues no tendrían apenas texto como enunciado del que extraer información.

Se han planteado distintas estrategias a lo largo de la historia de la enseñanza de las matemáticas, algunas con mayor éxito que otras. El ejemplo más clásico y satisfactorio es el realizado por Pólya (Polya, 1957, 1973). En sus libros, el matemático húngaro describe los llamados cinco pasos del método de Pólya. Estos son: entender la pregunta (en el propio enunciado de la cuestión), crear un plan para resolver la cuestión, resolver el problema según el plan creado y comprobar la resolución de todo el problema. La eficacia de este método y el aprendizaje de las estrategias más adecuadas para realizar cada paso del método de Pólya han podido ser probadas de manera satisfactoria (Silver y Marshall, 1990; Pressley y Associates, 1990).

Es posible encontrar otra propuesta para intentar dar un enfoque alternativo en la enseñanza de estrategias para la resolución de problemas matemáticos con letra (Montague, 2013). En este caso, la autora se dio cuenta de que aquellos estudiantes que no eran buenos en la resolución de problemas matemáticos se debía a que no conocían o no sabían utilizar una serie de estrategias (las cuales detalla en su libro) (Montague, 1985) como: leer el problema y parafrasearlo, con el objetivo de que uno utilice su propio lenguaje; visualización o representación de lo que se pide; creación de hipótesis (crear un plan para su resolución); realizar los cálculos básicos necesarios y, por último; comprobar todo el proceso. Esta autora llevó a cabo un estudio para demostrar la eficacia de su metodología con resultados satisfactorios (Montague et al., 2011).

Tanto para Pólya como para Montague, el uso de estrategias cognitivas y metacognitivas resulta imprescindible para el aprendizaje de cualquier persona en la resolución de problemas matemáticos de letra.

Para (Klimenko, 2009), las estrategias cognitivas se encuentran en el plano de la acción, en el plano del hacer. Es un saber hacer, saber proceder con la información, con la tarea y con los elementos del ambiente.

Por otro lado, según (Flavell, 1976) la metacognición es el conocimiento que uno tiene acerca de los propios procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionado con ello.

Por tanto, no es de extrañar que los distintos métodos que son propuestos para la enseñanza de estrategias en la resolución de problemas sean similares, pues todos se fundamentan sobre la parte cognitiva en el saber hacer sin embargo, al tratarse de un tema abstracto, como son las matemáticas, es necesaria la otra parte, la metacognitiva. Ambas se complementan y son necesarias para alcanzar el objetivo: saber solucionar problemas (de letra) matemáticos.

1. Revisión bibliográfica

Este trabajo se centra en los aspectos cognitivos y metacognitivos de las estrategias de resolución de problemas matemáticos. Para ser más específicos, en los primeros pasos de los métodos de Pólya o Montague, donde se trabaja la lectura y comprensión del enunciado del problema en cuestión.

1.1. La facilidad cognitiva

Según Daniel Kahneman, la facilidad cognitiva se define como un estado de la mente en el cual todo marcha bien, sin amenazas, sin noticias importantes o la necesidad de dirigir la atención o realizar algún esfuerzo significativo (Kahneman, 2011).

Un ejemplo de esto podría ser cuando se camina por el mismo camino que se recorre a diario o cuando un músico interpreta canciones que ya conoce perfectamente de memoria y no le requiere esfuerzo ninguno tocar. Estos serían ejemplos de situaciones donde el cerebro de la persona se encontraría en una situación de facilidad cognitiva.

Por el contrario, cuando se cambia el camino por el que se suele ir todos los días a uno nuevo o se comienza a tocar un instrumento, el cerebro, al no estar acostumbrado y no conocer esos entornos o actividades, debe hacer un esfuerzo extra para poder llevar a cabo su realización como, en el ejemplo del camino, redirigiendo nuestra atención al entorno, para llegar a nuestro destino sin perderse.

1.2. Problemas donde se pone de manifiesto la facilidad cognitiva

Kahneman afirma que el pensamiento está dirigido básicamente por dos sistemas: el sistema 1, que es rápido, emocional e intuitivo; y el sistema 2, que es lento, racional y lógico (Kahneman, 2011).

Asimismo, Kahneman realizó un experimento a alumnos de universidad a quienes les presentó el siguiente enunciado (Kahneman, 2011):

All roses are flowers.
Some flowers fade quickly.
Therefore some roses fade quickly.

Traducido sería:

Todas las rosas son flores.
Algunas flores se marchitan rápidamente.
Por lo tanto algunas rosas se marchitan rápidamente.

Una gran mayoría de los estudiantes dio este silogismo como válido. Aunque en primera instancia así lo pareciera, si se vuelve a leer detenidamente, se puede ver el error tras esta serie de afirmaciones, pues es posible que entre las flores no haya rosas que se marchiten rápidamente; es decir, las premisas no conducen de forma lógica a la conclusión que en un primer momento sí parecen deducir.

Kahneman atribuía este error a la rapidez y comodidad del sistema 1 frente al sistema 2, el que requiere para su uso un esfuerzo consciente por parte del individuo. Aunque una de las funciones principales del sistema 2 sea monitorear al sistema 1, si el sistema 2 no se activa, tomará como verdadero todo aquello que el sistema 1 le diga.

Sobre este experimento, Kahneman escribió: ”Esto sugiere que cuando la gente cree que una conclusión es verdad, también será muy propensa a creer los argumentos que aparenten sostenerla, incluso cuando estos argumentos son deficientes.

Si el sistema 1 está involucrado, la conclusión llega primero y los argumentos le siguen“ (Kahneman, 2011, p.40)

Otro de los problemas que aparecen reflejados en (Kahneman, 2011) y también fue planteado a miles de estudiantes universitarios es el siguiente:

A bat and ball cost $1.10 .
The bat costs one dollar more than the ball.
How much does the ball cost?

Traducido sería:

Un bate y una pelota cuestan 1.10$.
El bate cuesta un dólar más que la pelota
¿Cuánto cuesta la pelota?

Kahneman escribió que la respuesta intuitiva era clara: la pelota cuesta 10 centavos. Sin embargo, si se realizan los cálculos matemáticos, se puede comprobar que la pelota cuesta en realidad 5 centavos. Este experimento fue respondido erróneamente por más del 80 % de los alumnos en algunas universidades de Estados Unidos. La gran mayoría podría haber respondido correctamente a este problema, si se hubiera realizado el esfuerzo de activar el sistema 2 del cerebro y no precipitarse y dejarse llevar por el instinto, esto es, el sistema 1.

1.3. Fuentes de letra y facilidad cognitiva

Como se ha visto con los problemas que planteó Kahneman, la principal razón que explicaría la resolución incorrecta de estas cuestiones es la aceptación apresurada de nuestro instinto (sistema 1) frente al pensamiento lógico y racional (sistema 2).

La propuesta práctica de este trabajo nace de la siguiente idea: la mayoría de personas ante un problema de índole lógica o matemática no activa su sistema 2, si el sistema 1 le proporciona una respuesta rápida, y es entonces cuando caen en la falacia o en el error.

Debido a este hecho, la propuesta de este trabajo es facilitar la activación del sistema 2, si se quiere resolver un problema matemático, a través de la rotura de la facilidad cognitiva.

La propuesta es sencilla. Las palabras escritas a ordenador suelen estar escritas en fuentes de letra fácilmente reconocibles y distinguibles. Para romper la facilidad cognitiva y obligar a la activación del sistema 2 del cerebro, este trabajo plantea problemas y enunciados donde la fuente de esta letra es poco común y difícilmente reconocible para el lector; es decir, se debe realizar un esfuerzo consciente para poder leer el enunciado.

En (Gasser et al., 2005) se estudió la influencia de la fuente de letra en la comprensión de un texto, de una página de extensión sobre la tuberculosis en estudiantes universitarios. Se comprobó que fuentes como Serif (con líneas unidas en las terminaciones de las letras) producían una mayor retención y comprensión del texto que fuentes como Sans Serif (letras sin estos detalles). Aunque la validez de este estudio podría ser limitada, pues en este trabajo se abordan enunciados cortos para resolver problemas matemáticos y no artículos científicos o textos más extensos.

Asimismo, otros artículos (Kaspar et al., 2015), demuestran que, utilizando fuentes tipo Serif, si bien disminuía la velocidad a la que se leía el texto (frente al uso de la letra Sans Serif), aumentaba la comprensión e interés del lector sobre el texto en cuestión. En otros artículos es posible encontrar esta diferencia en la legibilidad de la letra entre fuentes Serif y Sans Serif (Woods et al., 2005). Por tanto, los estudios permiten afirmar que la letra Serif resulta algo menos legible que la Sans Serif y por ello, se lee de manera más pausada.

Ya se han realizado estudios que relacionan cómo está escrito el enunciado con el rendimiento de los alumnos en problemas matemáticos. Por ejemplo, en (Chan et al., 2023) se utilizaron 3 tipos de fuentes de letra: Times New Roman, Kalam y letra a mano. Había una mejora significativa en el rendimiento de los alumnos cuando la fuente usada no era Times New Roman, aunque cabe destacar que este estudio se realizó sobre problemas matemáticos donde la información no se encontraba en el enunciado, es decir, no eran problemas matemáticos de letra.

Resulta interesante el trabajo de (Alibali et al., 2018), donde se presenta una serie de problemas matemáticos a los alumnos, con la diferencia de que, en este caso, aquello que cambiaba era el color de los números y símbolos en distintas partes de la ecuación, según el grupo de estudio. Se observaron mejoras apreciables respecto al rendimiento, aunque no eran problemas matemáticos de letra.

Todo esto apunta a que realmente la forma en la que se nos presenta un texto (ya sea con letras o con números), influye de manera perceptible en nuestro entendimiento del mismo y en el caso particular de las matemáticas, también influirá en qué pasos seguiremos para resolver aquello que se plantea.

1.4. Cansancio en la lectura y fatiga cognitiva

De acuerdo con (van der Linden et al., 2003), la fatiga cognitiva se define como un estado fisico-fisiológico el cual surge del desempeño prolongado en tareas que demandan un esfuerzo cognitivo por nuestra parte. Esta fatiga cognitiva va asociada a cambios en la motivación, procesamiento de la información y estado de ánimo de la persona. Este artículo también comenta que la aparición de fatiga cognitiva también dependerá de lo automática que pueda realizarse la tarea en cuestión. Debido a esto, se debe elegir adecuadamente la fuente de letra que se va a utilizar, pues si se utiliza una letra demasiado dificultosa de leer, podría llevarse al alumnado a un estado de cansancio cognitivo lo cual provocaría que empeorará su rendimiento o que se desanimara y ni siquiera terminase de leer el enunciado que se le plantea.

En (Teixeira et al., 2023) se midieron las pulsaciones por minuto a un grupo de participantes a los cuales se les otorgó a leer una serie de textos de distinto tipo, en distinto formato (impreso o digital) y con letra en mayúsculas o en minúsculas. Se comprobó que para aquellos textos escritos en letras minúsculas se medían mayores niveles de calma en los participantes, es decir, menores pulsaciones por minuto.

Otros estudios como el de (Vergara-Martínez et al., 2020). En este estudio, a través de la medida de señales electrofisiológicas de los participantes, pudieron demostrar que la identificación de las palabras era más veloz cuando estas estaban escritas en minúsculas. En (Babayigit, 2019) también se pudo ver (en alumnos de primaria) que un texto en mayúsculas tarda de leerse, de media, un 14 % más de tiempo que el mismo texto escrito en minúsculas y que esta diferencia aumenta conforme más largo sea el texto.

2. Propuesta

Considerando los resultados previos en la literatura, la fuente de letra que se debería elegir para tener mayores garantías de éxito con el objetivo que se persigue en este trabajo, debería ser Serif e incluso cambiando los colores de algunas palabras.

Respecto a las mayúsculas o minúsculas, por un lado se tiene que las letras minúsculas producen menor cansancio al leer, lo cual es positivo en este trabajo, pero también se leen con mayor rapidez, lo cual resulta negativo pues se busca que el alumno se detenga en la lectura del enunciado del problema.

Por otra parte, los textos en mayúsculas producen mayor cansancio al leer lo cual resulta negativo, pero también se leen más despacio que es positivo. Por tanto, se van a construir varios enunciados con distintas características, con el objetivo de abarcar el mayor número de posibilidades favorables (según se ha discutido en apartados anteriores). En todos los enunciados, la fuente de letra será distinta a la habitual. En el primero de ellos la fuente será en mayúsculas y en el segundo de ellos, la fuente será en minúsculas (salvo las letras de inicio de oración).

Como primer problema, se propone el siguiente enunciado:

HE SALIDO A COMPRAR Y ME HE COMPRADO UN HELADO, UN CÓMIC Y UN VIDEOJUEGO. EL CÓMIC CUESTA EL DOBLE QUE EL HELADO Y EL VIDEOJUEGO EL TRIPLE QUE EL CÓMIC, SI ME HE GASTADO 18€ EN TOTAL, ¿CUÁNTO CUESTA CADA ARTÍCULO?

Este mismo problema, escrito en una fuente común, como por ejemplo tipo Arial, quedaría como:

He salido a comprar y me he comprado un helado, un cómic y un videojuego. El cómic cuesta el doble que el helado y el videojuego el triple que el cómic, si me he gastado 18€ en total, ¿cuánto cuesta cada artículo?

Como se puede observar, se trata de un problema de letra sencillo de álgebra, para un nivel de 2º de la ESO. Se ha elegido la fuente de letra Algerian, porque se trata de una fuente Serif con la cual cuesta un poco de leer las palabras y es en su totalidad letras mayúsculas, no tiene la posibilidad de ser minúscula. Este hecho es algo positivo, pues el alumnado deberá realizar un esfuerzo añadido a la tarea de comprender qué le pide resolver el enunciado del problema: leer el propio enunciado del problema. Se ha optado por una fuente de letra que, si bien no es común, no resulta demasiado recargada o ilegible, pues esto provocaría fatiga cognitiva y ni se intentaría realizar el problema.

El segundo ejemplo que se propone es el siguiente, con fuente de letra Forte, tipo Serif:

Un padre tiene cuatro veces más edad que su hijo. Y hace 5 años, el padre tenía 7 veces la edad del hijo. ¿Qué edad tienen en la actualidad?

Este mismo problema, escrito en una fuente común, como por ejemplo tipo Arial, quedaría como:

Un padre tiene cuatro veces más edad que su hijo. Y hace 5 años, el padre tenía 7 veces la edad del hijo. ¿Qué edad tienen en la actualidad?

Tal y como se puede observar, se trata de otro problema sencillo de álgebra básica. Ha sido escrito con una fuente de letra más dificultosa de leer, sin llegar a la extenuación visual o cognitiva, teniendo en cuenta la brevedad de los enunciados.

Para el tercer enunciado se ha optado por no solo cambiar el tipo de letra, sino además marcar con color los datos del problema en el propio enunciado. Así, el tercer enunciado es el siguiente:

En una granja hay 50 animales entre gallinas y conejos, y entre todos los animales suman 120 patas. ¿Cuántas gallinas hay en la granja?

El tipo de letra escogido ha sido Informal Roman, tipo Serif.

El mismo enunciado en letra Arial y sin colores sería el siguiente:

En una granja hay 50 animales entre gallinas y conejos, y entre todos los animales suman 120 patas. ¿Cuántas gallinas hay en la granja?

El cambio de color puede resultar de gran interés tal y como se comentó en (Alibali et al., 2018). Por esta razón, se ha combinado el utilizar un color distinto con una fuente de letra distinta, con lo que se busca ver si ambas medidas juntas resultan positivas o, por el contrario, se perjudican una a la otra.

Como cuarto enunciado se plantea uno considerablemente más largo que el resto aunque su carga matemática realmente sea menor que la de los dos enunciados anteriores. La fuente de letra elegida es French Script MJ, tipo Serif:

Un grupo de amigos decide organizar una competencia de bicicletas en un circuito rectangular. Para hacerlo más interesante, deciden que el circuito mida de largo 200 metros, pero no conocen cuanto debe medir el ancho. Después de algunas vueltas de práctica, se dan cuenta que, para completar una vuelta completa al circuito, deben recorrer exactamente 650 metros. Utilizando esta información, ¿puedes ayudarles a determinar cuál es el ancho de dicho circuito?

El mismo problema, escrito en fuente Arial quedaría como:

Un grupo de amigos decide organizar una competencia de bicicletas en un circuito rectangular. Para hacerlo más interesante, deciden que el circuito mida de largo 200 metros, pero no conocen cuanto debe medir el ancho. Después de algunas vueltas de práctica, se dan cuenta que, para completar una vuelta completa al circuito, deben recorrer exactamente 650 metros. Utilizando esta información, ¿puedes ayudarles a determinar cuál es el ancho de dicho circuito?

Debido a la longitud del enunciado y particularidad del estilo de letra, es el enunciado de todos los expuestos con más posibilidades de provocar fatiga cognitiva en el alumnado, aunque realmente la complejidad de su resolución también sea la más sencilla.

3. Conclusiones

Los problemas anteriores fueron planteados en una clase de 32 alumnos y de cara a los alumnos se planteó la resolución de estos problemas como una actividad más de clase que contaba para su nota.

Previamente a la realización de los problemas por parte de los alumnos, se dedicaron dos clases a trabajar problemas similares de álgebra, puesto que se encontraban aprendiendo esta parte del temario con lo cual no se interrumpió el transcurso del curso académico. Estas clases de resolución de problemas se repartieron con la metodología de Pólya (Polya, 1957, 1973), sin hacer ningún cambio en la fuente de letra ni color en los enunciados.

Tras estos dos días de clase previos, se repartió a cada alumno un solo enunciado, de tal forma que se separaron en ocho grupos, cada uno de ellos formado por cuatro integrantes: el grupo de alumnos donde cada un recibió el primer enunciado escrito con letra Arial, el grupo con el primer enunciado escrito en letra Algerian, el grupo con el segundo enunciado escrito con letra Arial, el grupo con el segundo enunciado escrito con letra Forte, y así con el resto de enunciados y sus variaciones.

Este reparto no fue aleatorio. A aquellos alumnos con peor rendimiento académico en matemáticas se les entregó uno de los dos enunciados no escritos en letra Arial. Esta distinción se hizo mirando su historial académico en matemáticas hasta la fecha. Aquello que se realizó de manera aleatoria fue el hecho de repartir el número del enunciado, es decir, si les correspondería realizar el primer enunciado, el segundo, el tercero o el cuarto. El alumnado dispuso de treinta minutos para intentar resolver el problema que les había sido asignado.

Se pudo constatar una mejora significativa en aquellos alumnos a los que se les entregaron los enunciados escritos con una letra distinta, tanto en mayúscula como en minúscula, no sólo en comparación a sus propios desempeños anteriores, sino también en comparación a sus compañeros con el mismo problema, pero escrito con letra Arial. Además, se pudo comprobar que el hecho de subrayar algunas partes en color rojo en el tercer enunciado no supuso una mejora significativa respecto al resto de casos donde no había cambio de color.

Aunque es necesario seguir con la investigación y profundizar en esta línea de trabajo realizando estudios con diferentes condiciones, como por ejemplo, cambiando la fuente de la letra, subrayando otras partes con colores o incluso utilizando distintos colores; este trabajo supone un paso en una nueva dirección en la que podría conseguirse una mayor comprensión y rendimiento para los alumnos.

Este trabajo puede resultar paradójico. No se plantea acortar, trocear, clarificar y escribir de manera más visible los enunciados de los problemas al alumnado. Sin embargo, se ha podido comprobar que, creando enunciados más complicados de leer (a partir de las ideas de Kahneman), se han obtenido mejores resultados en la realización de problemas matemáticos de letra.

Bibliografía

Alibali, M. W., Crooks, N. M., y McNeil, N. M. (2018). Perceptual support promotes strategy generation: Evidence from equation solving. *British Journal of Developmental Psychology*, 36(2):153–168.

Babayigit, Ö. (2019). The reading speed of elementary school students on the all text written with capital and lowercase letters. *Universal Journal of Educational Research*, 7(2):371–380.

Billstein, R., Libeskind, S., y Lott, J. (2000). *A problem solving approach to Mathematics for Elementary School Teacher*. Addison-Wesley, One Jacob Way, CA, 7th edition.

Carpenter, T., Fennema, E., Peterson, P., Chiang, C., y Loef, M. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational Research Journal*, 26:499–532.

Chan, J. Y.-C., Linnell, L.-B. D., Trac, C., Drzewiecki, K. C., y Ottmar, E. (2023). Test of times new roman: effects of font type on mathematical performance. *Educational Research for Policy and Practice*.

Dendane, A. (2009). Skills needed for mathematical problem solving.

Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In *The nature of intelligence*, pages 231–236. Routledge.

Gasser, M., Boeke, J., Haffernan, M., y Tan, R. (2005). The influence of font type on information recall. *North American Journal of Psychology*, 7(2).

Kahneman, D. (2011). *Thinking, Fast and Slow*. Farrar, Straus and Giroux, New York. Cognition and Cognitive Psychology.

Kaspar, K., Wehlitz, T., von Knobelsdorff, S., Wulf, T., y von Saldern, M. A. O. (2015). A matter of font type: The effect of serifs on the evaluation of scientific abstracts. *International Journal of Psychology*, 50(5):372–378.

Klimenko, O. (2009). La enseñanza de las estrategias cognitivas y metacognitivas como una vía de apoyo para el aprendizaje autónomo en los niños con déficit de atención sostenida. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (27):1–19.

Limjap, A. y Candelaria, M. (2002). Problem solving heuristics of college freshmen: A case analysis. *The Asia-Pacific Education Researcher*, 11(2):199–223.

Montague, M. (1985). Teaching verbal mathematical problem solving skills to students. In Simon, C., editor, *Communication skills and classroom success: Therapy methodologies for language-learning disabled students*, pages 365–377. College Hill Press, San Diego, CA.

Montague, M. (2013). *Solve It!* Exceptional Innovations, Inc., Reston, VA.

Montague, M., Enders, C., y Dietz, S. (2011). Effects of cognitive strategy instruction on math problem solving of middle school students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 34:262–272.

Polya, G. (1957). *How to solve it*. Doubleday, New York, 2nd edition.

Polya, G. (1973). *Induction and analogy in mathematics*. Princeton University Press, Princeton, NJ.

Pressley, M. y Associates (1990). *Cognitive strategy instruction that really improves children's academic performance*. Brookline Books, Cambridge, MA.

Reys, E., Lindquist, Lambdin, D., Smith, N., y Suydam, M. (2001). *Helping children learn mathematics*. John Wiley and Sons, Inc., New York, 6th edition.

Silver, E. A. y Marshall, S. P. (1990). Mathematical and scientific problem solving: Findings, issues, and instructional implications. In Jones, R. F. y Idol, L., editors, *Dimensions of thinking and cognitive instruction*, pages 265–290. Lawrence Erlbaum, Hillsdale, NJ.

Teixeira, A. R., Brito-Costa, S., Antunes, M., y Espada, S. (2023). Behavioral differences and impact of lowercase and uppercase letters on reading performance. Paper No. MHCI 110.

van der Linden, D., Frese, M., y Meijman, T. F. (2003). Mental fatigue and the control of cognitive processes: effects on perseveration and planning. *Acta Psychologica*, 113(1):45–65.

Vergara-Martínez, M., Perea, M., y Leone-Fernandez, B. (2020). The time course of the lowercase advantage in visual word recognition: An erp investigation. *Neuropsychologia*, 146:107556.

Wilson, J., Fernandez, M., y Hadaway, N. (2011). Mathematical problem solving.

Woods, R. J., Davis, K., y Scharff, L. F. V. (2005). Effects of typeface and font size on legibility for children. *American Journal of Psychological Research*, 1:86–102.

Apéndices

A continuación, se exponen los dos modelos de examen realizados con los enunciados expuestos en el trabajo.

Nombre de la Prueba

Nombre		**Clase**	
Profesor		**Fecha**	

Problema 1

HE SALIDO A COMPRAR Y ME HE COMPRADO UN HELADO, UN CÓMIC Y UN VIDEOJUEGO. EL CÓMIC CUESTA EL DOBLE QUE EL HELADO Y EL VIDEOJUEGO EL TRIPLE QUE EL CÓMIC, SI ME HE GASTADO 18€ EN TOTAL, ¿CUÁNTO CUESTA CADA ARTÍCULO?

Problema 2

Un padre tiene cuatro veces más edad que su hijo. Y hace 5 años, el padre tenía 7 veces la edad del hijo. ¿Qué edad tienen en la actualidad?

Problema 3

En una granja hay 50 animales entre gallinas y conejos, y entre todos los animales suman 120 patas. ¿Cuántas gallinas hay en la granja?

Problema 4

Un grupo de amigos decide organizar una competencia de bicicletas en un circuito rectangular. Para hacerlo más interesante, deciden que el circuito mida de largo 200 metros, pero no conocen cuanto debe medir el ancho. Después de algunas vueltas de práctica, se dan cuenta que, para completar una vuelta completa al circuito, deben recorrer exactamente 650 metros. Utilizando esta información, ¿puedes ayudarles a determinar cuál es el ancho de dicho circuito?

Nombre de la Prueba

Nombre		Clase	
Profesor		Fecha	

Problema 1

He salido a comprar y me he comprado un helado, un cómic y un videojuego. El cómic cuesta el doble que el helado y el videojuego el triple que el cómic, si me he gastado 18€ en total, ¿cuánto cuesta cada artículo?

Problema 2

Un padre tiene cuatro veces más edad que su hijo. Y hace 5 años, el padre tenía 7 veces la edad del hijo. ¿Qué edad tienen en la actualidad?

Problema 3

En una granja hay 50 animales entre gallinas y conejos, y entre todos los animales suman 120 patas. ¿Cuántas gallinas hay en la granja?

Problema 4

Un grupo de amigos decide organizar una competencia de bicicletas en un circuito rectangular. Para hacerlo más interesante, deciden que el circuito mida de largo 200 metros, pero no conocen cuánto debe medir el ancho. Después de algunas vueltas de práctica, se dan cuenta de que, para completar una vuelta al circuito, deben recorrer exactamente 650 metros. Utilizando esta información, ¿puedes ayudarles a determinar cuál es el ancho de dicho circuito?