

# TESIS DOCTORAL



UNIVERSIDAD MIGUEL HERNÁNDEZ DE ELCHE  
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE ELCHE

## **Obtención del Espacio de Trabajo de la Plataforma de Gough-Stewart mediante técnicas CAD**

Miguel Angel Oliva i Meyer

Dirigida por:  
Emilio Velasco Sánchez

Elche, marzo 2014



# **AUTORIZACIÓN DE LA PRESENTACIÓN DE LA TESIS DOCTORAL POR EL DIRECTOR**

D. Emilio Velasco Sánchez, Profesor Doctor del Área de Ingeniería Mecánica en el Departamento de Ingeniería Mecánica y Energía de la Universidad Miguel Hernández de Elche,

**Autoriza:**

La presentación de la Tesis Doctoral titulada “**Obtención del Espacio de Trabajo de la Plataforma de Gough-Stewart mediante técnicas CAD**”, realizada por D. Miguel Angel Oliva i Meyer, bajo mi dirección y supervisión, en el Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad Miguel Hernández de Elche, y que presenta para la obtención del grado de Doctor por la Universidad Miguel Hernández de Elche.

En Elche, a 14 de marzo de 2014.

El Director de la Tesis

Fdo: Emilio Velasco Sánchez



**D. JOSÉ MARÍA AZORÍN POVEDA**, Profesor Titular de Universidad y Director del Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad Miguel Hernández de Elche,

**CERTIFICA,**

Que el trabajo realizado por D Miguel Angel Oliva i Meyer, titulado “**Obtención del Espacio de Trabajo de la Plataforma de Gough-Stewart mediante técnicas CAD**”, ha sido dirigido por el Dr. Ing. Emilio Velasco Sánchez, realizado en el Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática y se encuentra en condiciones de ser leído y defendido como Tesis Doctoral ante el correspondiente tribunal en la Universidad Miguel Hernández.

Y para que así conste y surta los efectos oportunos, firmo la presente en Elche, a 14 de marzo de 2014.

Fdo. D. José María Azorín Poveda  
Dir. Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática



# AGRAÏMENTS

En primer lloc he de donar les gràcies a Emilio Velasco, el meu director i amic, pel seu suport, els seus bons consells i la seua encertada direcció.

No em puc oblidar del professor D. Mariano Aguilar, de la UPV, que em oferí un interessantíssim tema de tesi quan comencí els meus estudis de doctorat. Així mateix tinc que fer constar la meua gratitud al professor Rafael Aracil que em suggerí estudiar l'espai de treball del TREPA.

La meua gratitud pel suport dels meus companys de l'àrea d'Enginyeria Mecànica de la UMH: Miguel, Nuria, Carolina, Abel, Ramón, Héctor, José María i, molt especialment, el de Paco Irlles ajudant-me en qüestions geomètriques.

També he comtat amb l'ajuda d'Esther Vidal i Cristina Planelles, antigues alumnes i ara enginyeres industrials. El meu germà Federico també col·laborà en enllestir aquest document.

Els meus estudis de doctorat els comencí quan morí ma mare Anneliese i sempre l'he tinguda present durant aquest treball. Mon pare Justo ha sigut sempre la persona que més me ha animat a llegir la tesi, gràcies.

El temps que he dedicat a aquesta tesi pertanyia a la meua família, als meus fills Fede i Miki i, sobre tot, a Fani. Aquest treball t'ho dedique a tu. T'estime Fani.





# OBTAINING THE WORKSPACE OF THE GOUH-STEWART PLATFORM BY MEANS OF CAD TECHNIQUES

Thesis

Miguel Angel Oliva i Meyer

## ***ABSTRACT***

To obtain, represent and the interpretation of the workspace of parallel manipulators with six degrees of freedom is a complex problem, mainly because, in this type of robots, the position and the orientation of the end effector are highly coupled, i.e., the positions the end effector can attain are heavily conditioned by its orientation. Moreover, the workspace of a robot, the area where it can operate, is one of the key aspects to be considered in its design.

This thesis focuses on the study of the workspace of the Gough-Stewart robot, which is the most widely used 6 degrees of freedom parallel manipulator due to its mechanical simplicity and its platform structure that makes it suitable for multiple applications.

First of all, parallel manipulators are introduced by defining their main characteristics which differentiate them from serial manipulators. This introductory chapter will focus on the description of the Gough-Stewart platform and its applications, including among them the TREPA (Climb) prototype of this University.

This thesis continues with an introduction to the problems that, in this type of robots, are posed by obtaining and interpretation of the different workspaces. We describe the different types of workspaces found in the literature, study their representation and assess their interest from a practical point of view. The main models, contributed by different authors, for obtaining and representing the different workspaces of parallel manipulators are also discussed.

## OBTAINING THE WORKSPACE OF THE GOUGH-STEWART PLATFORM BY MEANS OF CAD TECHNIQUES

After detecting the advantages that geometrical methods have in obtaining the workspaces of this type of manipulators, we choose to address this study by means of computer drawing applications. We develop a method to implement the most commonly used workspace, the constant orientation workspace in a parametric CAD system. This study is addressed by two methods: using the resources of 3D modeling and using the possibilities of the part assemblies. The influence of the geometrical parameters of the PGS robot on the workspace is also studied.

Then the Total Orientation Workspace in Oscillation is defined. It is a workspace that represents the manipulation capacity of a 6 DOF parallel robot in an easily interpretable form. After defining this workspace, it is implemented in a CAD environment with the same two variants as in the case of the constant orientation workspace: by modeling and by the use of assemblies.

After obtaining the Total Orientation Workspace in Oscillation, the influence of the different parameters of the platform in the size and shape of this workspace is analyzed. Then we address the synthesis of Gough-Stewart manipulators based on the Total Orientation Workspace in Oscillation to be reached

The conclusion to be drawn is that the methods described in this thesis are a very valid tool for the study of the Gough-Stewart manipulator workspace. Defining and obtaining the Workspace at Total Orientation in Oscillation proves a very useful tool in assessing the manipulation capability of these robots.

# OBTENCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO DE LA PLATAFORMA DE GOUGH- STEWART MEDIANTE TÉCNICAS CAD

Tesis Doctoral

Miguel Angel Oliva i Meyer

## **RESUMEN**

La obtención, la representación y la interpretación del espacio de trabajo de los manipuladores paralelos de seis grados de libertad es un problema complejo, debido fundamentalmente a que, en este tipo de robots, la posición y la orientación del efector final están muy acopladas, es decir, las posiciones que puede alcanzar el efector final están muy condicionadas por la orientación de este. Por otra parte el espacio de trabajo de un robot, la zona donde puede operar, es uno de los aspectos fundamentales a tener en cuenta en su diseño.

Esta tesis se centra en el estudio del espacio de trabajo en el manipulador de Gough-Stewart que es el manipulador paralelo de 6 grados de libertad más utilizado dada su sencillez mecánica y su estructura de plataforma que lo hace apto para múltiples aplicaciones.

En primer lugar se realiza una breve introducción a los manipuladores paralelos definiendo sus características principales que los diferencian de los manipuladores en serie. Se centrará este capítulo introductorio en la descripción de la plataforma de Gough-Stewart, sus aplicaciones y, entre ellas, en el prototipo TREPA de esta Universidad.

Continúa esta tesis con una introducción a la problemática que en este tipo de robots tiene la obtención y la interpretación de los diferentes espacios de trabajo. Se definen los diferentes tipos de espacios de trabajo recogidos en la literatura, se estudia su representación y su interés

## OBTENCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO DE LA PLATAFORMA DE GOUGH-STEWART MEDIANTE TÉCNICAS CAD

desde el punto de vista práctico. También se analizan las principales aportaciones de diferentes autores relacionadas con los modelos para la obtención y representación de los diferentes espacios de trabajo de los manipuladores paralelos.

Tras detectar las ventajas que los métodos geométricos tienen a la hora de obtener los espacios de trabajo en este tipo de manipuladores se opta por la utilización de las aplicaciones de dibujo por ordenador para abordar este estudio. Se desarrolla el método de implementación en un sistema CAD paramétrico del espacio de trabajo de uso más generalizado: el Espacio de Trabajo a Orientación Constante. Se aborda su estudio mediante dos procedimientos: utilizando los recursos de modelado 3D y utilizando las posibilidades de los ensamblajes de piezas. También se estudia la influencia de los parámetros geométricos de robot PGS sobre el espacio de trabajo.

A continuación se define el Espacio de Trabajo en Orientación Total en Oscilación, un espacio de trabajo que representa de una forma fácilmente interpretable la capacidad de manipulación de un robot paralelo de 6 GDL. Tras la definición de este espacio de trabajo se implementa su obtención en un entorno CAD con las mismas dos variantes que en el caso del espacio de trabajo en desplazamiento: mediante modelado y utilizando ensamblajes.

Tras la obtención del Espacio de Trabajo en Orientación Total en Oscilación se analiza la influencia de los diferentes parámetros de la plataforma en el tamaño y la forma de este espacio de trabajo. Se aborda, a continuación, la síntesis de manipuladores de Gough-Stewart en función del Espacio de Trabajo en Orientación Total en Oscilación que deben alcanzar.

La conclusión que se obtiene es que los métodos explicados en esta tesis son una herramienta muy válida para el estudio del espacio de trabajo del manipulador de Gough-Stewart. La definición y obtención del Espacio de Trabajo en Orientación Total en Oscilación demuestra ser una herramienta muy útil a la hora de evaluar la capacidad de manipulación de estos robots.

# ÍNDICE

<b>ABSTRACT</b>	<b>I</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>III</b>
<b>ÍNDICE</b>	<b>V</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	<b>IX</b>
<b>PREFACIO</b>	<b>1</b>
<b>1 INTRODUCCIÓN</b>	<b>5</b>
1-1 MECANISMOS PARALELOS	6
1-2 MANIPULADORES PLENAMENTE PARALELOS	6
1-3 ARQUITECTURAS DE LOS MANIPULADORES PARALELOS	7
1-4 NOMENCLATURA DE LOS ROBOTS PARALELOS	7
1-5 LA PLATAFORMA DE GOUGH	9
1-6 LA PLATAFORMA DE STEWART	12
1-7 SISTEMAS DE REFERENCIA Y POSICIÓN NOMINAL DE LA PLATAFORMA DE GOUGH-STEWARD	13
1-8 TIPOLOGÍAS DE LA PLATAFORMA DE GOUGH-STEWARD	15
1-9 DESCRIPCIÓN DE LA POSICIÓN Y DE LA ORIENTACIÓN DEL EFECTOR FINAL DE LA PGS	16
1-10 APLICACIONES DE LA PLATAFORMA DE GOUGH-STEWARD	18
1-11 EL PROYECTO TREPA	20

<b>2 ANTECEDENTES</b>	<b>23</b>
2-1 ESPACIO DE TRABAJO Y SU REPRESENTACIÓN	23
2-2 TIPOS DE ESPACIOS DE TRABAJO	25
2-3 OBTENCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO A ORIENTACIÓN CONSTANTE	28
2-3-1 ESPACIO DE TRABAJO A ORIENTACIÓN CONSTANTE DEL PGS SIN RESTRICCIONES EN LAS ARTICULACIONES PASIVAS	29
2-3-2 ESPACIO DE TRABAJO A ORIENTACIÓN CONSTANTE DEL PGS CONSIDERANDO LAS RESTRICCIONES EN LAS ARTICULACIONES PASIVAS	34
2-4 ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN	37
2-5 ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL REDUCIDA	45
2-6 OBJETIVOS DE LA TESIS	50
<b>3 OBTENCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO A ORIENTACIÓN CONSTANTE MEDIANTE UNA APLICACIÓN CAD</b>	<b>51</b>
3-1 LAS APLICACIONES DE DIBUJO ASISTIDO POR ORDENADOR: CAD	53
3-1-1 CAD TRIDIMENSIONAL	53
3-1-2 MODELADO CON SÓLIDOS	54
3-1-3 CAD PARAMÉTRICO	55
3-1-4 ENSAMBLAJES	55
3-2 PARÁMETROS DE LA PLATAFORMA DE GOGH-STEWART	56
3-3 OBTENCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO EN DESPLAZAMIENTO A ORIENTACIÓN NOMINAL MEDIANTE UN CAD PARAMÉTRICO	57
3-4 ESTUDIO DEL ESPACIO DE TRABAJO A ORIENTACIÓN CONSTANTE DEL TREPA	63

## ÍNDICE

<b>3-5 OBTENCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO EN DESPLAZAMIENTO PARA CUALQUIER ORIENTACIÓN</b>	
<b>MEDIANTE ENSAMBLAJES PARAMÉTRICOS</b>	<b>68</b>
3-5-1 PLATAFORMAS FIJA Y MÓVIL: DEFINICIÓN DE LA ORIENTACIÓN	70
3-5-2 REPRESENTACIÓN DE LAS RESTRICCIONES.	72
3-5-3 OBTENCIÓN DE LA INTERSECCIÓN	76
3-5-4 REPRESENTACIÓN DE LOS ACTUADORES	77
<b><i>4 ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL</i></b>	<b><i>81</i></b>
4-1 ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN: DEFINICIÓN	82
4-2 JUSTIFICACIÓN DE LA UTILIDAD DEL ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN	82
4-3 OBTENCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN	83
4-4 OBTENCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN A ORIENTACIÓN NOMINAL MEDIANTE UN CAD PARAMÉTRICO	85
4-5 OBTENCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN PARA CUALQUIER ORIENTACIÓN MEDIANTE ENSAMBLAJES PARAMÉTRICOS	90
4-6 OBTENCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN A ORIENTACIÓN NOMINAL TENIENDO EN CUENTA LAS RESTRICCIONES DE LAS ARTICULACIONES PASIVAS	95
<b><i>5 SÍNTESIS DE MANIPULADORES PGS EN FUNCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN</i></b>	<b><i>101</i></b>
5-1 ESTUDIO DEL ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN EN FUNCIÓN DE LA GEOMETRÍA DEL MANIPULADOR PGS	102
5-2 SÍNTESIS MANIPULADORES PGS EN FUNCIÓN DE SU ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN	109

<b>6 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS</b>	<b>115</b>
6-1 CONCLUSIONES	115
6-2 TRABAJOS FUTUROS	118
6-3 PUBLICACIONES	119
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>121</b>





# ÍNDICE DE FIGURAS

<b>FIG. 1-1</b> ESQUEMA DE UN MANIPULADOR 3-RPR.	8
<b>FIG. 1-2</b> MANIPULADOR 6-RKS DE HUNT: A, ESQUEMA CINEMÁTICO. B, MAQUETA REALIZADA EN la U.P. de Navarra	8
<b>FIG. 1-3</b> MÁQUINA DE GOUGH (1947)	9
<b>FIG. 1-4</b> ESTRUCTURA DE LA PLATAFORMA DE GOUGH.	9
<b>FIG. 1-5</b> LA MÁQUINA DE GOUGH EN 1999.	11
<b>FIG. 1-6</b> PLATAFORMA MAST TÍPICA, UNIVERSIDAD DE KASSEL.	11
<b>FIG. 1-7</b> EL SIMULADOR DE VUELO DE KLAUS CAPPEL.	12
<b>FIG. 1-8</b> ESQUEMA DE LA PLATAFORMA DE STEWART.	12
<b>FIG. 1-9</b> ESQUEMA DE LA PLATAFORMA DE GOUGH-STEWART: SISTEMAS DE REFERENCIA Y DENOMINACIÓN DE LAS ARTICULACIONES.	14
<b>FIG. 1-10</b> REPRESENTACIÓN EN PLANTA DE LA PLATAFORMA DE GOUGH-STEWART EN POSICIÓN NOMINAL: DIMENSIONES FUNDAMENTALES.	15
<b>FIG. 1-11</b> ESQUEMAS DE LA PLATAFORMA DE GOUGH-STEWART CON TIPOLOGÍA TSSM (IZDA.) Y MSSM (DCHA) EN POSICIÓN NOMINAL	16
<b>FIG. 1-12</b> REPRESENTACIÓN DE LA POSICIÓN (IZDA.) MEDIANTE EL VECTOR $r(x,y,z)$ , Y DE LA ORIENTACIÓN (DCHA.) MEDIANTE LOS ÁNGULOS DE EULER ZXZ: $\phi, \theta, \psi$	17
<b>FIG. 1-13</b> EJEMPLOS DE APLICACIONES DE LA PLATAFORMA DE GOUGH-STEWART.	19
<b>FIG. 1-13 (CONTINUACIÓN)</b> EJEMPLOS DE APLICACIONES DE LA PLATAFORMA DE GOUGH-STEWART.	20
<b>FIG. 1-14</b> ROBOT ESCALADOR TREPA	21
<b>FIG. 2-1</b> EJEMPLO DEL ESPACIO DE TRABAJO DE ROBOT EN SERIE.	24
<b>FIG. 2-2</b> OBTENCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO A ORIENTACIÓN CONSTANTE.	28
<b>FIG. 2-3</b> EN TRAZO GRUESO SE ENCUENTRA LA FRONTERA DEL ESPACIO DE TRABAJO EN UN PLANO, DELIMITADA POR LA INTERSECCIÓN DE 3 ARANDELAS.	31
<b>FIG. 2-4</b> SECCIONES PARALELAS AL PLANO X-Y DEL ESPACIO DE TRABAJO A ORIENTACIÓN CONSTANTE PARA EL MANIPULADOR "MAIN GAUCHE" INRIA, PARA LA ORIENTACIÓN NOMINAL.	32
<b>FIG. 2-5</b> SECCIONES PARALELAS AL PLANO X-Y DEL ESPACIO DE TRABAJO A ORIENTACIÓN CONSTANTE PARA EL MANIPULADOR "MAIN GAUCHE" INRIA, PARA LA ORIENTACIÓN NOMINAL.	32
<b>FIG. 2-6</b> ESPACIO DE TRABAJO 3D EN TRASLACIÓN DEL PROTOTIPO DE ARAI ( $\psi = \theta = \phi = 0^\circ$ ).	33
<b>FIG. 2-7</b> ESPACIO DE TRABAJO 3D EN TRASLACIÓN DE "MAIN GAUCHE" ( $\psi = \theta = \phi = 0^\circ$ ).	33
<b>FIG. 2-8</b> RESTRICCIONES DE LAS ARTICULACIONES PASIVAS, EN LA PLATAFORMA FIJA Y EN LA MÓVIL.	35

<b>FIG. 2-9</b> A IZQUIERDA REPRESENTACIÓN 3D DE LAS RESTRICCIONES IMPUESTAS POR LAS ARTICULACIONES PASIVAS DE LA BASE. A LA DERECHA CORTE A $Z = CTE$ MOSTRANDO LAS REGIONES DELIMITADAS POR LA CARRERA DE LOS ACTUADORES (CÍRCULOS EXTERIORES E INTERIORES) Y POR LAS ARTICULACIONES PASIVAS DE LA BASE.	36
<b>FIG. 2-10</b> ARRIBA ESPACIO DE TRABAJO EN DESPLAZAMIENTO DEL PROTOTIPO ARAI CONTEMPLANDO ÚNICAMENTE LA CARRERA DE SUS ACTUADORES, ABAJO CONSIDERANDO ADEMÁS LAS RESTRICCIONES DE LAS ARTICULACIONES PASIVAS.	36
<b>FIG. 2-11</b> POSICIONES POSIBLES DE $N_e$ EN LA ESFERA UNITARIA (CÍRCULO PUNTEADO) AL GIRAR EL ÓRGANO TERMINAL ALREDEDOR DEL EJE Z TRAS HABER GIRADO UN ÁNGULO $\theta_1$ ALREDEDOR DEL EJE X.	38
<b>FIG. 2-12</b> POSICIONES POSIBLES DEL EXTREMO DE LA NORMAL A LA PLATAFORMA MÓVIL BARRIENDO $\theta_1$ EL INTERVALO $[0, 2\pi]$ RESPECTO AL EJE X, SEGUIDAS DE ROTACIONES ENTORNO A Z. SOLO SE HAN TENIDO EN CUENTA LAS CARRERAS DE LOS ACTUADORES.	39
<b>FIG. 2-13</b> POSICIONES POSIBLES DEL EXTREMO DE LA NORMAL A LA PLATAFORMA MÓVIL BARRIENDO $\theta_1$ EL INTERVALO $[0, 2\pi]$ RESPECTO AL EJE X, SEGUIDAS DE ROTACIONES ENTORNO A Z. SE HAN TENIDO EN CUENTA LAS CARRERAS DE LOS ACTUADORES Y LAS RESTRICCIONES DE LAS ARTICULACIONES PASIVAS DE LA BASE.	39
<b>FIG. 2-14</b> POSICIONES POSIBLES DEL EXTREMO DE EJE $-Y$ DE LA PLATAFORMA MÓVIL BARRIENDO $\theta_1$ EL INTERVALO $[\pi/2, 3\pi/2]$ RESPECTO AL EJE X, SEGUIDAS DE ROTACIONES ENTORNO A Z. A LA IZQUIERDA SOLO SE HAN TENIDO EN CUENTA LAS CARRERAS DE LOS ACTUADORES Y A DERECHA LAS INTERSECCIONES ENTRE SEGMENTOS.	40
<b>FIG. 2-15</b> POSICIONES POSIBLES DEL EXTREMO DE LA NORMAL A LA PLATAFORMA MÓVIL BARRIENDO $\theta_1$ EL INTERVALO $[0, 2\pi]$ RESPECTO AL EJE X, SEGUIDAS DE ROTACIONES ENTORNO A Z. SE HAN TENIDO EN CUENTA LAS CARRERAS DE LOS ACTUADORES Y LAS RESTRICCIONES DE LAS ARTICULACIONES PASIVAS DE LA BASE Y LAS INTERSECCIONES ENTRE SEGMENTOS.	40
<b>FIG. 2-16</b> DEFINICIÓN DE LOS ÁNGULOS TILT & TORSION.	41
<b>FIG. 2-17</b> (A) JUNTA CLEMENS, (B) ESQUEMA CINEMÁTICO.	42
<b>FIG. 2-18</b> REPRESENTACIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN.	42
<b>FIG. 2-19</b> (A) PERSPECTIVA Y (B) PLANTA DEL ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN DE UN MANIPULADOR PGS EN POSICIÓN NOMINAL.	43
<b>FIG. 2-20</b> (A) PERSPECTIVA Y (B) PLANTA DEL ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN DE UN MANIPULADOR PGS EN POSICIÓN NOMINAL.	44
<b>FIG. 2-21</b> ESPACIO DE TRABAJO 2D DE ORIENTACIÓN PROYECTADA: (A) EN POSICIÓN NOMINAL Y (B) EN LA POSICIÓN CORRESPONDIENTE A LA FIGURA 2-20.	45
<b>FIG. 2-22</b> MECANISMO DE 4 BARRAS ESPACIAL FICTICIO PROPUESTO POR TIAN HUANG.	47
<b>FIG. 2-23</b> REPRESENTACIONES TRIDIMENSIONALES DEL MÍNIMO ÁNGULO DE GUIÑADA EN EL PLANO $Z = 0$ Y SUS CONTORNOS EN PLANTA, PARA DIFERENTES CONFIGURACIONES GEOMÉTRICAS DE LA PLATAFORMA.	48
<b>FIG. 2-24</b> SECCIÓN DE LOS ESPACIOS DE TRABAJO A UNA Z DETERMINADA A DIFERENTES ÁNGULOS DE GUIÑADA. EN ROJO SE REPRESENTAN LOS CÍRCULOS INTERIORES Y EXTERIORES QUE ACOTAN LA FRONTERA DEL ESPACIO DE TRABAJO.	49

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>FIG. 3-1</b> PERFIL BASE	57
<b>FIG. 3-2</b> PERFIL GENERADOR DEL VOLUMEN $Vo'1$	58
<b>FIG. 3-3</b> UNIÓN DEL PRISMA BASE, EL VOLUMEN $Vo'1$ Y EL PRISMA TRIANGULAR AUXILIAR.	59
<b>FIG. 3-4</b> PIEZAS CORRESPONDIENTES A $Vo'1$ (EN NEGRO) Y A $Vo'2$ (EN GRIS) SITUADAS MEDIANTE LA COINCIDENCIA DE PRISMA TRIANGULAR AUXILIAR.	60
<b>FIG. 3-5</b> INTERSECCIÓN DE LOS VOLÚMENES $Vo'1$ Y $Vo'2$ Y PRISMA TRIANGULAR AUXILIAR.	61
<b>FIG. 3-6</b> VOLÚMENES REPRESENTATIVOS DE LA MOVILIDAD DE $O'$ DEBIDOS A LOS PARES DE ACTUADORES 1-2, 3-4 Y 5-6.	62
<b>FIG. 3-7</b> ESPACIO DE TRABAJO EN DESPLAZAMIENTO DEL MANIPULADOR PGS A ORIENTACIÓN NOMINAL: A LA IZDA. VISTA SUPERIOR Y A LA DCHA. VISTA INFERIOR.	62
<b>FIG. 3-8</b> ESQUEMA EN PLANTA DEL TREPA EN POSICIÓN NOMINAL, COINCIDENCIA DE LOS ORÍGENES DE LOS VOLÚMENES DE RESTRICCIÓN DOS A DOS: $B'1 = B'4$ ; $B'2 = B'5$ ; $B'3 = B'6$ .	63
<b>FIG. 3-9</b> ESPACIOS DE TRABAJO A ORIENTACIÓN CONSTANTE DEL TREPA CON RESTRICCIONES EN LAS ARTICULACIONES PASIVAS. ORIENTACIÓN NOMINAL Y EJE DEL CONO DE RESTRICCIÓN ORIENTADO SEGÚN LA DIRECCIÓN DE LOS ACTUADORES EN POSICIÓN NOMINAL.	65
<b>FIG. 3-10</b> ESPACIOS DE TRABAJO A ORIENTACIÓN CONSTANTE DEL TREPA CON RESTRICCIONES EN LAS ARTICULACIONES PASIVAS. ORIENTACIÓN NOMINAL Y EJE DEL CONO DE RESTRICCIÓN ORIENTADO SEGÚN LA NORMAL A LAS PLATAFORMAS.	66
<b>FIG. 3-11</b> DETALLE DE LAS ARTICULACIONES PASIVAS DEL TREPA	67
<b>FIG. 3-12</b> DOS POSICIONES DEL VOLUMEN DE RESTRICCIÓN DEBIDO AL ACTUADOR I CORRESPONDIENTES A LAS ORIENTACIONES 1 (EN NEGRO) Y 2 (EN ROJO).	69
<b>FIG. 3-13</b> PIEZAS REPRESENTATIVAS DE LAS PLATAFORMAS SUPERIOR E INFERIOR Y CUBOS PARA ORIENTAR EL EFECTOR FINAL.	71
<b>FIG. 3-14</b> PLATAFORMAS FIJA Y MÓVIL Y PIEZAS REPRESENTATIVAS DE LOS VECTORES $VI$ : IZDA. EN POSICIÓN NOMINAL, DCHA. PARA OTRA ORIENTACIÓN.	72
<b>FIG. 3-15</b> ALMENAS PARA LA ORIENTACIÓN DE LOS CONOS DE RESTRICCIÓN DE LAS PLATAFORMAS FIJA Y MÓVIL.	73
<b>FIG. 3-16</b> VOLUMEN REPRESENTATIVO DE LA MOVILIDAD DE $O'$ DEBIDA A LA ARTICULACIÓN $B1$ .	74
<b>FIG. 3-17</b> VOLÚMENES EN REPRESENTATIVOS DE LA MOVILIDAD DE $O'$ DEBIDA A LAS ARTICULACIONES $B1$ Y $A1$ , PARA UNA ORIENTACIÓN DE LA PLATAFORMA: $f = 8^\circ$ , $q = 8^\circ$ , $y = 0^\circ$ Y UN SEMIÁNGULO DE RESTRICCIÓN DE $15^\circ$ .	75
<b>FIG. 3-18</b> 12 VOLÚMENES EN REPRESENTATIVOS DE LA MOVILIDAD DE $O'$ DEBIDA A LAS ARTICULACIONES $B1$ Y $A1$ , PARA UNA ORIENTACIÓN DE LA PLATAFORMA: $f = 10^\circ$ , $q = 10^\circ$ , $y = 0^\circ$ Y UN SEMIÁNGULO DE RESTRICCIÓN DE $30^\circ$ .	76
<b>FIG. 3-19</b> INTERSECCIÓN DE LOS 12 VOLÚMENES DE LA FIGURA ANTERIOR, QUE ES EL ESPACIO DE TRABAJO EN DESPLAZAMIENTO PARA UNA ORIENTACIÓN DE LA PLATAFORMA: $f = 10^\circ$ , $q = 10^\circ$ , $y = 0^\circ$ Y UN SEMIÁNGULO DE RESTRICCIÓN DE $30^\circ$ .	77
<b>FIG. 3-20</b> REPRESENTACIÓN DE LOS ACTUADORES PARA LA PLATAFORMA DE LAS FIGURAS ANTERIORES ( $f = 10^\circ$ , $q = 10^\circ$ , $y = 0^\circ$ )	78
<b>FIG. 4-1</b> VOLUMEN CÓNICO BARRIDO POR EL VECTOR $VI$ PARA UNA OSCILACIÓN $\gamma$ .	84
<b>FIG. 4-2</b> SECCIÓN POR EL EJE DE SIMETRÍA DEL VOLUMEN $VIo'1$ .	84

<b>FIG. 4-3</b> PERFIL GENERADOR DEL VOLUMEN Vio'1.	86
<b>FIG. 4-4</b> VOLUMEN Vio'1.	87
<b>FIG. 4-5</b> OBTENCIÓN POR SIMETRÍA DEL VOLUMEN Vio'1 EL VOLUMEN Vio'2.	87
<b>FIG. 4-6</b> VOLUMEN INTERSECCIÓN DE LOS VOLÚMENES Vio'1 Y Vio'2.	88
<b>FIG. 4-7</b> VOLÚMENES REPRESENTATIVOS DE LA MOVILIDAD DE O' DEBIDOS A LOS PARES DE ACTUADORES 1-2, 3-4 Y 5-6.	89
<b>FIG. 4-8</b> ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN A ORIENTACIÓN NOMINAL.	89
<b>FIG. 4-9</b> ENSAMBLAJE EN ORIENTACIÓN NOMINAL.	90
<b>FIG. 4-10</b> ENSAMBLAJE A ORIENTACIÓN $f = 8^\circ$ , $q = 8^\circ$ , $y = 0^\circ$ .	91
<b>FIG. 4-11</b> PIEZA REPRESENTATIVA DEL VOLUMEN Vio'1.	92
<b>FIG. 4-12</b> ENSAMBLAJE EN POSICIÓN NOMINAL.	93
<b>FIG. 4-13</b> ENSAMBLAJE EN ORIENTACIÓN $f = 20^\circ$ , $q = 20^\circ$ , $y = 20^\circ$ .	93
<b>FIG. 4-14</b> ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN PARA UNA ORIENTACIÓN $f = 20^\circ$ , $q = 20^\circ$ , $y = -20^\circ$ Y UN ÁNGULO DE OSCILACIÓN $\gamma = 10^\circ$ .	94
<b>FIG. 4-15</b> PERFIL GENERADOR DE VOLUMEN DE RESTRICCIÓN DEL ACTUADOR 1.	96
<b>FIG. 4-16</b> VOLUMEN DE RESTRICCIÓN DEL ACTUADOR 1.	96
<b>FIG. 4-17</b> POSICIONES DE VOLUMEN DE RESTRICCIÓN DEL ACTUADOR 1 AL "RECORRER" EL CASQUETE ESFÉRICO.	97
<b>FIG. 4-18</b> VOLUMEN INTERSECCIÓN DE RESTRICCIÓN DEL ACTUADOR 1 AL "RECORRER" EL CASQUETE ESFÉRICO.	98
<b>FIG. 4-19</b> VOLÚMENES REPRESENTATIVOS DE LAS RESTRICCIONES QUE LOS SEIS ACTUADORES IMPONEN A O'.	99
<b>FIG. 4-20</b> ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN A ORIENTACIÓN NOMINAL TENIENDO EN CUENTA LAS RESTRICCIONES DE LAS ARTICULACIONES PASIVAS.	
<b>FIG. 5-1</b> FORMA TÍPICA DEL ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN DEL MANIPULADOR PGS, PLANTA Y SECCIONES MEDIAS.	103
<b>FIG. 5-2</b> ESPACIOS DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN PARA UN MISMO RADIO DE LA PLATAFORMA INFERIOR EN FUNCIÓN DE LA RELACIÓN RLPI (LONGITUD MÍNIMA DEL ACTUADOR/DIÁMETRO BASE), RELACIÓN RSI (RELACIÓN DE RADIOS DE PLATAFORMAS SUPERIOR/INFERIOR) Y EL ÁNGULO DE OSCILACIÓN $\gamma$ . LOS ÁNGULOS SAS = SAI = $10^\circ$ , SE SUPONE UNA CARRERA DEL ACTUADOR DEL 80% DE SU LONGITUD MÍNIMA.	104
<b>FIG. 5-3</b> ESPACIOS DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN CON LOS MISMOS PARÁMETROS QUE LA FIGURA 5-2 EXCEPTO ÁNGULOS SAS = SAI = $0^\circ$ (MANIPULADOR MSSM).	106
<b>FIG. 5-4</b> ESPACIOS DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN CON LOS MISMOS PARÁMETROS QUE LA FIGURA 5-2 EXCEPTO ÁNGULOS SAS = SAI = $20^\circ$ .	107

## ÍNDICE DE FIGURAS

- FIG. 5-5** ESPACIOS DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN UN MISMO RADIO DE LA PLATAFORMA INFERIOR EN FUNCIÓN DE LA RELACIÓN RLPI (LONGITUD MÍNIMA DEL ACTUADOR/DIÁMETRO BASE) Y DE LOS ÁNGULOS SAS Y SAI, PARA UNA RELACIÓN RSI = 0,5 (RELACIÓN DE RADIOS DE PLATAFORMAS SUPERIOR/INFERIOR) Y PARA UN ÁNGULO DE OSCILACIÓN  $\gamma = 30^\circ$ . SE SUPONE UNA CARRERA DEL ACTUADOR DEL 80% DE SU LONGITUD MÍNIMA. 108
- FIG. 5-6** ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN ( $\gamma = 60^\circ$ ) PARA UNA PLATAFORMA DE 1000 DE DIÁMETRO DE SU BASE, RLPI = 0.5, SAS = SAI =  $10^\circ$ , CARRERA DEL ACTUADOR DEL 80% DE SU LONGITUD MÍNIMA. EN ROJO SE HA REPRESENTADO LA PGS EN POSICIÓN NOMINAL. DIVISIÓN DE LA REJILLA: 100 MM. 110
- FIG. 5-7** VOLUMEN CILÍNDRICO (ESPACIO DE TRABAJO OBJETIVO) ESCALADO Y RESTRINGIDO PARA QUE QUEDE INCLUIDO EN EL ETOTO. A LA IZQUIERDA VISTA EN PERSPECTIVA, A LA DERECHA EN EL CENTRO ALZADO, VISTA INFERIOR CORTE POR EL PLANO SUPERIOR Y VISTA SUPERIOR CORTE POR EL PLANO INFERIOR DEL CILINDRO. 111
- FIG. 5-8** VOLUMEN CILÍNDRICO OBJETIVO EN COMPARACIÓN CON EL ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN ORIGINAL. 112
- FIG. 5-9** ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN INCLUYENDO UN VOLUMEN CILÍNDRICO QUE REPRESENTA EL ESPACIO OBJETIVO. 113
- FIG. 5-10** VOLUMEN CILÍNDRICO OBJETIVO (330 MM DE DIÁMETRO POR 165 MM DE ALTURA) EN RELACIÓN A LAS PROPORCIONES DEL MANIPULADOR DE GOUGH-STEWART (EN POSICIÓN NOMINAL) QUE LO SATISFACE (EN AZUL). DIÁMETRO DE LA PLATAFORMA INFERIOR 1650 MM. 114



## **PREFACIO**

En su tesis doctoral titulada "GEOMETRIC ANALYSIS OF PARALLEL MECHANISMS" el profesor de la Universidad de Laval (Quebec) Ilian Bonev comienza citando a Lagrange en su obra de 1788 Mécanique Analytique:

*"On ne trouvera point de figures dans cet ouvrage. Les méthodes que j'y expose ne demandent ni constructions, ni raisonnements géométriques ou mécaniques, mais seulement des opérations algébriques, assujetties à une marche régulière et uniforme".*

*("El lector no encontrará figuras en esta obra. Los métodos que expongo no requieren ni construcciones ni razonamientos geométricos o mecánicos, sino solamente operaciones algebraicas, sujetas a un funcionamiento regular y uniforme".)*

Continúa citando al profesor Kenneth H. Hunt en su obra de 1978 Kinematic Geometry of Mechanisms y al profesor Jack Phillips en su obra de 1984 Freedom in Machinery:

*"With a computer at his elbow an engineer is often tempted to pay little if any attention to principles, but rather plunge into a particular problem of synthesis without considering either the fundamental theory or the criteria that limit the performance of the devices he aims to produce. [...] But more importantly [...] the geometric principles reveal a map of a terrain, regions within which can then be explored in greater detail by analytical or graphical methods... If the map shows that there are inaccessible regions on the terrain,*

*if it warns of hazards and dangerous frontiers, and if it can guide the explorer along safe paths by which he can reach his goal quickly with simple transport, then it should have some value". (Hunt, 1978)*

*"The digital computer demands on the part of its machine-designing users a ruthless competence in the algebraic processes needed for the manipulation of mechanical information and its numerical analysis. It is accordingly fashionable just now in the field of the theory of machines not so much to denigrate as simply to ignore the main bases in actual mechanical motion from which these algebraic processes grow. The main bases are essentially pictorial, geometrical. They arise from natural philosophy. Students in the mechanical sciences are becoming increasingly unable to contemplate a piece of ordinary reality in machinery accordingly, and to extract from that reality the geometric essence of it. It is of course true that without algebra there can be no programme, no numerical data, and no numerical result; but without an underlying geometry of the reality there can be no applicable algebra. Without a diagram we cannot write an equation. But without geometry we cannot even begin to draw". (Phillips, 1984)*

A partir de aquí Bonev continúa argumentando a favor de los métodos geométricos que desarrollará en su tesis:

*"Paradoxically, it is exactly the development of the computer that has made geometry important again. As computers and automatic control algorithms have become more powerful, designs of increasingly complicated mechanisms have become practical. If prior to that, analytic methods were sufficient for the study of mechanisms, this was because these mechanisms were of outstanding simplicity. However, the complex spatial machines of nowadays can no longer be completely analysed by purely analytic or numerical methods. While most researchers were occupied developing or using computer-aided engineering tools, the two Australian professors, Kenneth Hunt and*



## PREFACIO

*Jack Phillips, were among the few who realised the need for a revival of the geometric methods". (Bonev, 2002)*

En esta tesis se aborda el estudio del espacio de trabajo de la Plataforma de Gough-Stewart, evidentemente se trata de resolver un problema geométrico muy complejo y se ha optado por hacer uso de las herramientas más potentes que permiten abordar este tipo de problemas: las aplicaciones de CAD. De esta manera se podría introducir esta tesis de una forma análoga a como introdujo Lagrange su obra maestra, pero en un sentido aparentemente contrario:

El lector no encontrará apenas expresiones matemáticas en esta obra. Los métodos que expongo no requieren desarrollos analíticos complejos, sino solamente construcciones gráficas y razonamientos geométricos y mecánicos.

Pero, claro, no nos olvidamos que debajo de las aplicaciones CAD están los desarrollos analíticos complejos, los métodos numéricos y los algoritmos matemáticos, que son transparentes al usuario de estos programas. De alguna manera el círculo se cierra...

Hunt, K.H., 1978, *Kinematic Geometry of Mechanisms*, Oxford University Press.

Phillips, J., 1984, *Freedom in Machinery. Vol. 1: Introducing Screw Theory*, Cambridge University Press.



# **1 INTRODUCCIÓN**

El uso cada vez más generalizado de robots en la industria para las más diversas tareas, que permiten liberar a operarios de trabajos en ambientes hostiles, o de labores repetitivas, ha sido posible fundamentalmente debido al desarrollo de manipuladores antropomórficos caracterizados por una configuración que imita al brazo humano. Estos robots tienen una estructura de cadena cinemática abierta, con sus eslabones ligados al anterior y al posterior por sendas articulaciones (rotacionales o prismáticas) con un grado de libertad. Los robots con esta estructura se conocen como robots (o manipuladores) en serie.

Las facilidades para la manipulación que la estructura en serie dota a estos robots es también el origen de sus debilidades: una pobre relación entre la carga que soportan y su peso propio (0.15 max.), y una precisión mediocre (las cargas, los momentos y las imprecisiones se van sumando a lo largo de la cadena cinemática).

Debido a las limitaciones arriba mencionadas en los últimos años se ha producido un auge de manipuladores con arquitecturas alternativas de cadena cinemática cerrada, los cuales se caracterizan por que el efector final está ligado a la base por al menos dos cadenas cinemáticas independientes. Estos manipuladores se conocen como robots paralelos.

La acción en paralelo de los actuadores sobre el efector final en este tipo de robots, tiene como resultado una buena relación carga soportada-peso propio (20 max.) y una gran precisión, aunque su estructura cerrada puede limitarlos en ciertas aplicaciones.

### **1-1 Mecanismos paralelos.**

C.Gosselin [GOS88] propone para la introducción de nuevas arquitecturas de robots el concepto de “*grado de conexión*”, que es el número de sólidos unidos directamente a un eslabón por medio de articulaciones. Define después la “*cadena cinemática simple*”, como las que cada uno de sus miembros tiene un grado de conexión inferior ó igual a dos. Así los manipuladores en serie se pueden definir como cadenas cinemáticas simples donde todos sus elementos tienen un grado de conexión igual a 2 excepto su base y su órgano terminal que lo tienen igual a 1. En este caso habla de “*cadenas cinemáticas abiertas*”, y por oposición define las “*cadenas cinemáticas cerradas*”, en las que un eslabón del robot diferente de la base posee un grado de conexión mayor o igual que 3.

Merlet [MER97] define el “*manipulador paralelo generalizado*” como un mecanismo de cadena cinemática cerrada donde el órgano terminal está ligado a la base por al menos 2 cadenas cinemáticas independientes. Esta definición es muy abierta y contempla una gran variedad de mecanismos (mecanismos redundantes con más accionadores que grados de libertad ó manipuladores en serie trabajando en cooperación). Define, posteriormente el “*manipulador paralelo*” como el constituido por un órgano terminal de  $n$  grados de libertad y una base fija, unidos entre ellos por al menos dos cadenas cinemáticas independientes, con un total de  $n$  accionadores.

### **1-2 Manipuladores plenamente paralelos**

Finalmente Merlet define el “*manipulador plenamente paralelo*” como el mecanismo de cadena cinemática cerrada con un órgano terminal de  $n$  grados de libertad unido a la base mediante  $n$  cadenas cinemáticas independientes de al menos 2 eslabones y un único actuador (prismático o rotacional) en cada una.

### **1-3 Arquitecturas de los manipuladores paralelos**

Tal como han sido definidos estos manipuladores paralelos admiten una enorme diversidad de estructuras en sus cadenas cinemáticas. Minsky [MIN72] y Hunt [HUN78] son precursores en la proposición de nuevas estructuras cinemáticas de este tipo. Earl [EAR83] y más recientemente Hervé [HER95] han propuesto métodos sistematizados para la creación de nuevas arquitecturas de robots paralelos. Yufeng [YUF95] a partir de planteamientos de movilidad ha sintetizado 225 estructuras de robots con 6 grados de libertad, Merlet [MER13] en su página web muestra 87 gráficos de robots paralelos entre 2 y 6 g.d.l.

### **1-4 Nomenclatura de los Robots Paralelos**

Es habitual el uso, en la literatura sobre robots paralelos, de una nomenclatura abreviada que permite describir las diferentes tipologías de los robots plenamente paralelos. La sintaxis es la siguiente:

***N°-“descripción de las cadenas cinemáticas”***

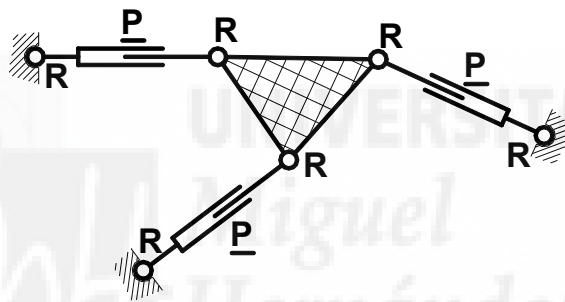
Donde N° representa el número de cadenas cinemáticas independientes que ligan la base con el actuador.

La descripción de las cadenas cinemáticas se realiza representando por letras mayúsculas el tipo de articulación que une los diferentes eslabones de la cadena, empezando por la base y acabando en el efector final. En las articulaciones con actuadores la letra se subraya. La tabla siguiente (Tabla 1-1) resume la notación empleada:

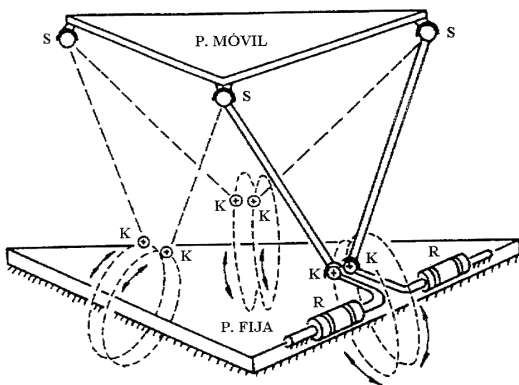
Articulación	Símbolo	Actuador	Símbolo
Rotacional: 1 g.d.l. en Rotación	<b>R</b>	Motor-Manivela	<u><b>R</b></u>
Prismática: 1 g.d.l. en Traslación	<b>P</b>	Lineal	<u><b>P</b></u>
J. Cardan: 2 g.d.l. en Rotación	<b>K ó U ó RR</b>		
Rótula: 3 g.d.l. en Rotación	<b>S</b>		

**Tabla 1-1** Notación empleada para la descripción de las cadenas cinemáticas en Robots Paralelos.

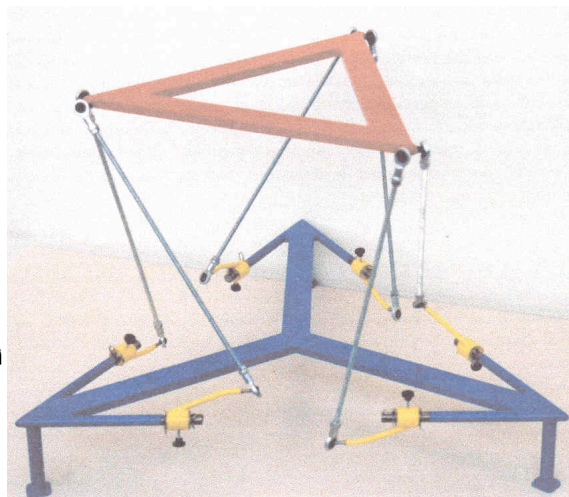
Con esta notación un manipulador plano de 3 g.d.l. de actuadores prismáticos como el representado en la figura 1-1 se representa: 3-RPR. El manipulador paralelo de Hunt de 6 g.d.l. (Fig. 1-2) se denomina: 6-RKS.



**Fig. 1-1** Esquema de un manipulador 3-RPR.



A



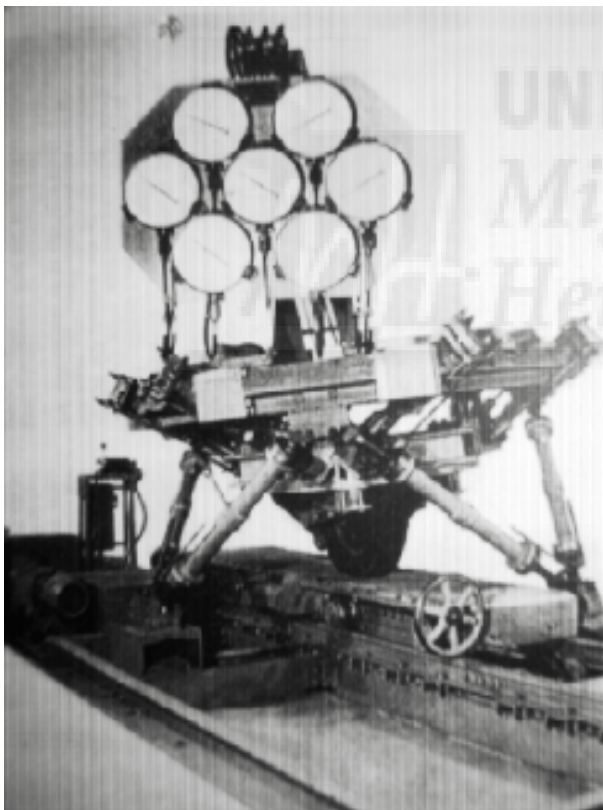
B

**Fig. 1-2** Manipulador 6-RKS de Hunt: A, esquema cinemático. B, maqueta realizada en la U.P. de Navarra [ZAB99-1].

### 1-5 La plataforma de Gough

Históricamente, a pesar de que en el siglo XIX Cauchy y Lebesgue abordaron aspectos teóricos de este tipo de mecanismos, desde un punto de vista práctico fue el ingeniero escocés Gough [GOU57] quien en 1947 estableció los principios de un mecanismo plenamente paralelo que permitía variar la posición y la orientación de la plataforma móvil para comprobar el comportamiento de los neumáticos de aviones durante el aterrizaje, máquina que construyó en 1955 [GOU62] (Fig. 1-3).

En esta máquina el neumático, sujeto a la plataforma móvil, se puede hacer incidir de diferentes maneras respecto a un suelo fijo. Su estructura cinemática se aprecia en la Figura 1-



**Fig. 1-3** Máquina de Gough (1947).



**Fig. 1-4** Estructura de la plataforma de Gough.

4, consta de una base fija unida por seis actuadores prismáticos al elemento terminal. Las articulaciones de los seis actuadores forman hexágonos planos tanto en la base como en la plataforma terminal. En este tipo de manipuladores estos hexágonos suelen tener tres lados

cortos y tres largos alternados (en algún caso degenerar en un triángulo), y las articulaciones de los actuadores prismáticos pueden ser dos rótulas (manipulador 6-SPS) ó una rótula y una junta cardan (6-KPS).

Se ve fácilmente que este mecanismo cumple perfectamente con la definición de manipuladores plenamente paralelos. Se puede obtener su número de g.d.l. aplicando la fórmula de Grübler para mecanismos tridimensionales:

$$m = 6 (l - n - 1) + \sum d_i$$

Donde m es el número de grados de libertad del mecanismo, l es el número de sólidos del mecanismo (incluyendo la base), n el número de articulaciones y  $d_i$  el número de grados de libertad de la articulación i.

Para el mecanismo de Gough: el número de sólidos es  $l = 14$  (2 por actuador más la base y la plataforma móvil), el número de articulaciones  $n = 18$ ; si suponemos que cada actuador prismático (g.d.l.=1) está articulado por una rótula (g.d.l.=3) y una junta cardan (g.d.l.=2), manipulador 6-KPS, entonces  $\sum d_i = 36$ , con lo que resulta que el número de g.d.l. del mecanismo  $m = 6$ . Si los actuadores prismáticos estuvieran ligados en sus dos extremos por sendas rótulas, manipulador 6-SPS, resultaría  $\sum d_i = 36$  y un número de g.d.l. del mecanismo  $m = 12$ . Sin embargo, y a pesar de esta variación, los 6 g.d.l. extras corresponden al giro de cada uno de los 6 actuadores alrededor del eje definido por sus dos rótulas, lo cual no afecta en absoluto a la posición ni a la orientación de la plataforma móvil (el efector final). Como conclusión, desde un punto de vista práctico, resulta irrelevante, para el funcionamiento general del mecanismo, el uso de dos rótulas ó de una rótula y una junta cardan por actuador.

La plataforma de Gough ha estado en funcionamiento, convenientemente actualizada [BON03], hasta la demolición de la factoría de Dunlop en Birmingham (Inglaterra) en 1999 y se expone actualmente en el Science Museum Wroughton cerca de Swindon (120 Km al oeste de Londres). En la figura 1-5 se muestra con su aspecto en su último año de funcionamiento.



Los manipuladores con esta estructura se suelen denominar hexápodos. Cabe señalar que para su invención Gough se inspiró en unas plataformas que también se correspondían con una estructura de hexápodo: 6-KPS (Fig. 1-6), en las cuales 3 actuadores se situaban horizontalmente y otros 3 verticalmente. Con esta estructura, para pequeños movimientos, los movimientos de la plataforma resultaban simples e interpretables. Estas plataformas se



**Fig. 1-5** La máquina de Gough en 1999.



**Fig. 1-6** Plataforma MAST típica, universidad de Kassel.

denominaban MAST (Multi-Axis Simulation (o Shake) Table) y sus orígenes en la industria se pierden en el tiempo.

Paralelamente a los trabajos de Gough, pero comenzando sus trabajos en los años sesenta, el ingeniero estadounidense Klaus Cappel, empleado por el Franklin Institute Research Laboratories (Filadelfia), desarrolló y patentó [CAP67] en 1967 un hexápodo con la misma estructura que la plataforma de Gough (Fig. 1.7) con el fin de utilizarlo como simulador de vuelo.

Este trabajo, que ha permanecido ignorado para el mundo científico hasta la citada publicación de Ilian Bonev [BON03] sobre los orígenes de los robots paralelos es, indudablemente, el precedente de la mayoría de los simuladores de vuelo actuales.

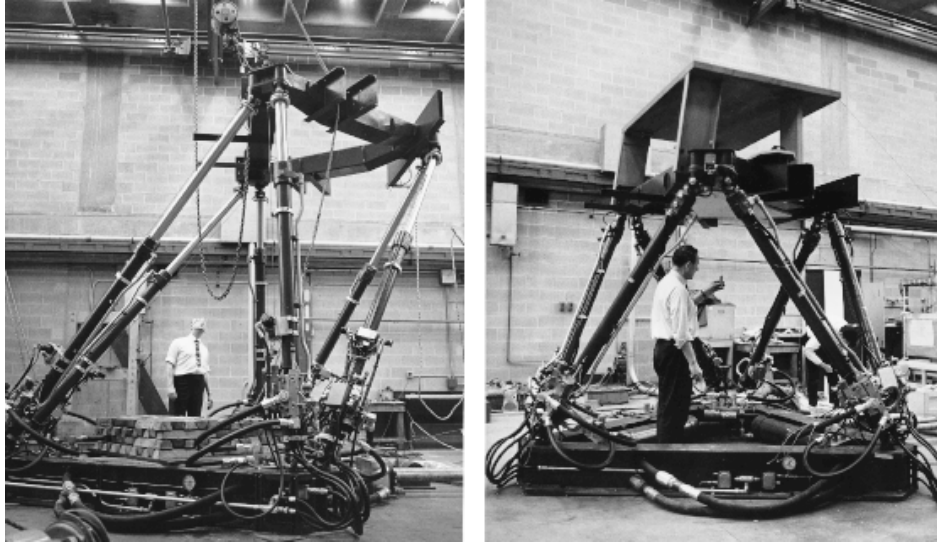


Fig. 1-7 El simulador de vuelo de Klaus Cappel.

### 1-6 La plataforma de Stewart

En 1965 Stewart [STE65] propuso un mecanismo para la realización de un simulador de vuelo que tenía la estructura de un manipulador paralelo (Fig. 1-8). Una plataforma móvil triangular con 3 rótulas en sus vértices estaba ligada a la base a través de 3 cadenas cinemáticas paralelas, compuestas por dos actuadores prismáticos formando un triángulo, las cuales estaban ligadas a la base mediante una articulación pasiva de eje vertical. Hay que hacer constar que este tipo de manipulador cumple con la definición dada de robot paralelo, pero no con la de manipulador plenamente paralelo.

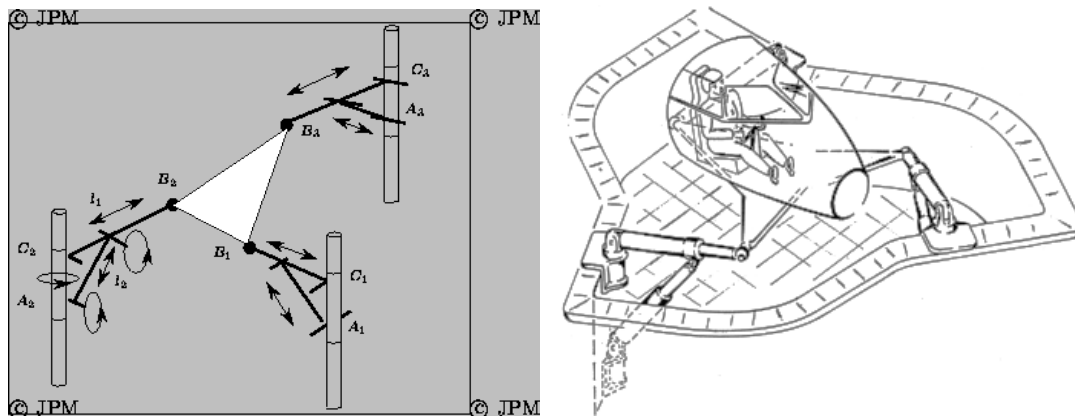


Fig. 1-8 Esquema de la Plataforma de Stewart.

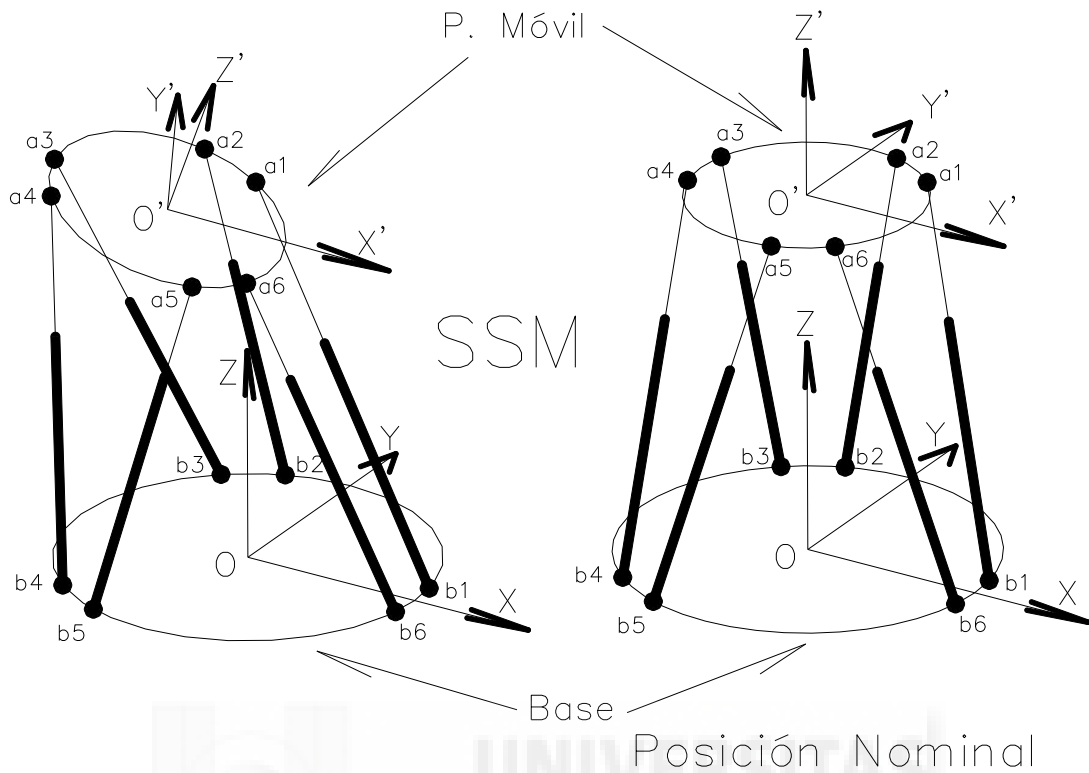
Posteriores simuladores de vuelo [KIN73], [PAR73], [BAR78] estaban basados directamente en la plataforma de Gough (y por lo tanto repetían el esquema de simulador de Cappel), sin embargo, debido a su aplicación como simuladores de vuelo y gracias a las ardientes discusiones entre científicos e ingenieros que suscitó su papel, irónicamente se conocieron con el nombre de plataformas de Stewart que es la denominación más habitual actualmente.

El mecanismo de Stewart no ha vuelto a ser usado mientras que el de Gough es, sin duda, el manipulador paralelo de 6 g.d.l. más usado y conocido, y también el más estudiado. Por estas razones la denominación común: plataforma de Stewart es muy injusta con el creador de este mecanismo y parece más lógico utilizar la denominación que Ilian Bonev [BON01] propone para su uso en un contexto científico: "Plataforma de Gough-Stewart", PGS a partir de ahora.

Más recientemente el mismo Bonev en [BON03] considera a Gough, Cappel y Stewart como "cooperadores" en el nacimiento de los robots PGS.

### **1-7 Sistemas de Referencia y posición nominal de la Plataforma de Gough-Stewart**

La figura 1-9 muestra dos esquemas del manipulador PGS, a la izquierda con una posición y orientación genéricas, en la que se representan los dos sistemas de coordenadas: el fijo OXYZ con origen en el centro de la base, y el que representa la posición y orientación de la plataforma móvil O'X'Y'Z' con origen en el centro del efector final y solidario de este.

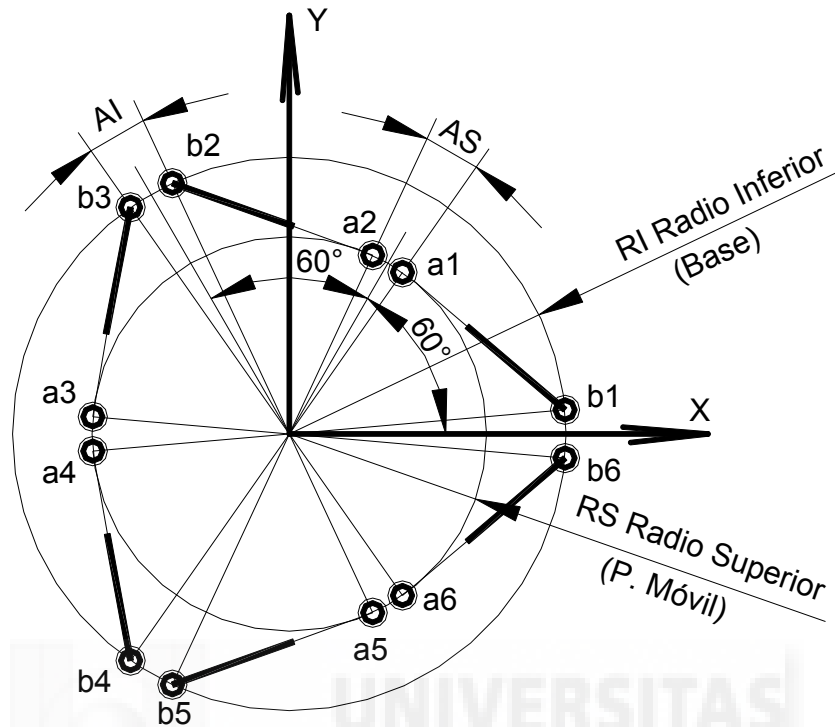


**Fig. 1-9** Esquema de la Plataforma de Gough-Stewart: sistemas de referencia y denominación de las articulaciones.

Las articulaciones de los actuadores a la base están representadas por  $b_i$  ( $i = 1,2,\dots,6$ ) y las de la plataforma móvil por  $a_i$  ( $i = 1,2,\dots,6$ ).

En la figura de la derecha se representa la plataforma en posición nominal. La definición de una posición “de partida” que llamaremos posición nominal [MAS92] (Illian Bonev la denomina orientación de referencia [BON00]) facilita el estudio de los robots paralelos, en especial en temas relacionados con su espacio de trabajo. Para el manipulador de Gough-Stewart la posición nominal se define de forma que los ejes de mismo nombre de la plataforma fija y móvil sean paralelos, y que los actuadores se encuentren en la mitad de su carrera, en esta posición los seis actuadores forman tres trapecios regulares (no hay torsión). Es evidente que en posición nominal el punto de referencia del efector final  $O'$  se encuentra en un punto “central” del espacio de trabajo. Hay que hacer notar que el término posición nominal también define la

orientación del órgano terminal, por lo tanto al referirnos a posición nominal se debe entender posición-orientación nominal.



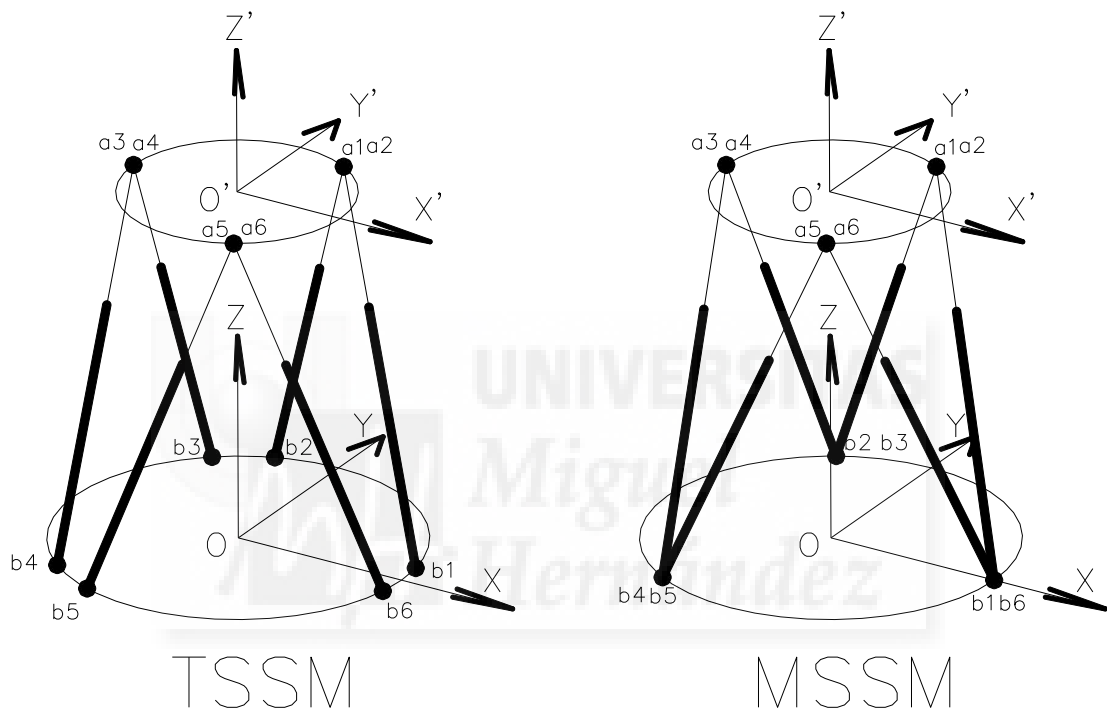
**Fig. 1-10** Representación en planta de la Plataforma de Gough-Stewart en posición nominal: dimensiones fundamentales.

Para terminar de definir la geometría del manipulador PGS se representa en la figura 1-10 la vista en planta donde se acotan los parámetros geométricos de ambas plataformas: RI radio inferior (DI Diámetro inferior), RS radio superior (DI Diámetro superior), A1 ángulo entre articulaciones de la base, AS ángulo entre articulaciones de la plataforma móvil. A estos parámetros hay que añadir: LP mínima longitud del actuador y LG máxima longitud del actuador.

### **1-8 Tipologías de la Plataforma de Gough-Stewart**

Como ya se ha dicho, generalmente la disposición de las articulaciones de los actuadores en las plataformas fija y móvil forman hexágonos semirregulares con tres lados cortos y tres largos alternados, tal como se muestra en las figuras 1-9 y 1-10. Esta disposición se denomina SSM (Simplified Symmetric Manipulator) [MER97].

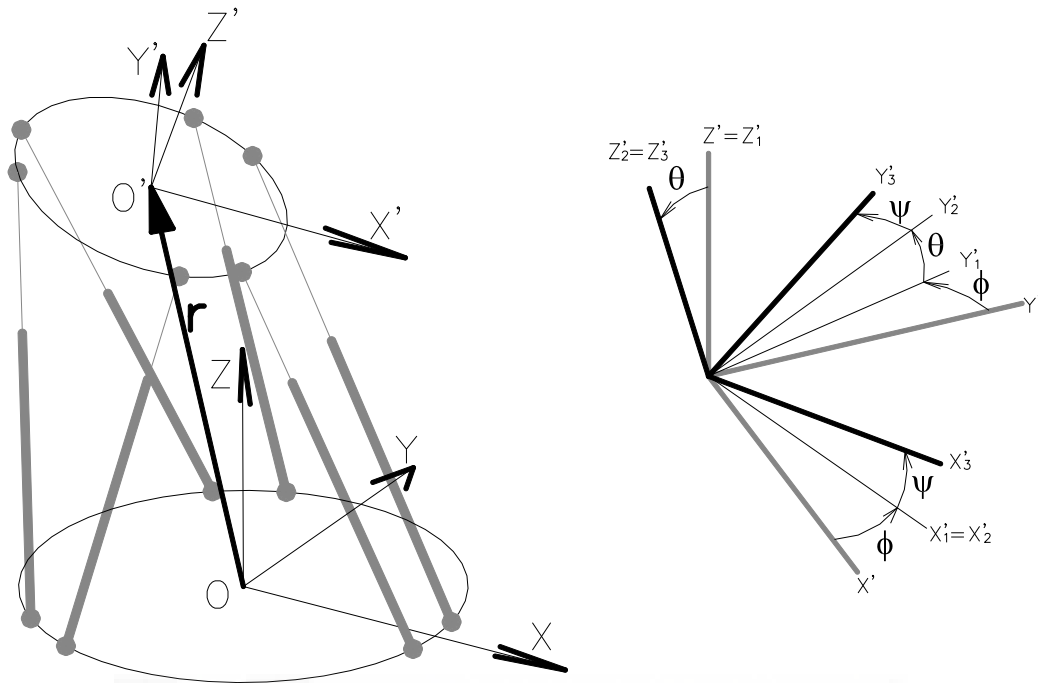
En la figura 1-11 se muestran las otras dos tipologías utilizadas: la TSSM (Triangular Simplified Symmetric Manipulator) a la izquierda, en la cual las articulaciones de los actuadores a la plataforma móvil forman un triángulo,  $A_s = 0$ . Y la MSSM (Minimal Simplified Symmetric Manipulator) a la derecha, donde  $A_s = A_l = 0$ , formando las articulaciones de los actuadores en las dos plataformas sendos triángulos, con la estructura del octaedro articulado de Bricard [BRI897].



**Fig. 1-11** Esquemas de la Plataforma de Gough-Stewart con tipología TSSM (izda.) y MSSM (dcha) en posición nominal.

### **1-9 Descripción de la posición y de la orientación del efector final de la PGS**

La descripción de la posición de la plataforma móvil se reduce a expresar la posición del origen de sistema de coordenadas móvil ( $O'X'Y'Z'$ ) respecto al fijo ( $OXYZ$ ), es decir al vector  $r(x,y,z)$ . Figura 1-12 (izda).



**Fig. 1-12** Representación de la posición (izda.) mediante el vector  $r(x,y,z)$ , y de la orientación (dcha.) mediante los ángulos de Euler ZXZ :  $\phi, \theta, \psi$

La forma habitual para la descripción de la orientación del efector final es a través de los ángulos de Euler, se utilizarán los ángulos ZXZ [BRR97], es decir, a partir de la orientación nominal se realiza un giro de un ángulo  $\phi$  alrededor del eje  $Z'$  (figura 1-12 derecha), posteriormente un giro  $\theta$  alrededor del nuevo eje  $X'$  y, finalmente, un giro  $\psi$  respecto al nuevo eje  $Z'$ .

### **1-10 Aplicaciones de la Plataforma de Gough-Stewart**

Las aplicaciones de las PGS's actualmente son muy variadas y están relacionadas directamente con las ventajas que su estructura proporciona: alta capacidad de carga en relación a su peso, alta precisión y rigidez. A continuación, y sin pretender ser exhaustivo, se enumeran algunas de estas aplicaciones:

Simuladores:

Simuladores de vuelo.

Simuladores de vehículos.

Plataformas recreativas.

Centros de mecanizado:

De mesa fija.

De mesa móvil.

Micromanipuladores.

Posicionadores:

De antenas.

De alta precisión (telescopios, aceleradores de partículas, etc.)

Manipuladores en general.

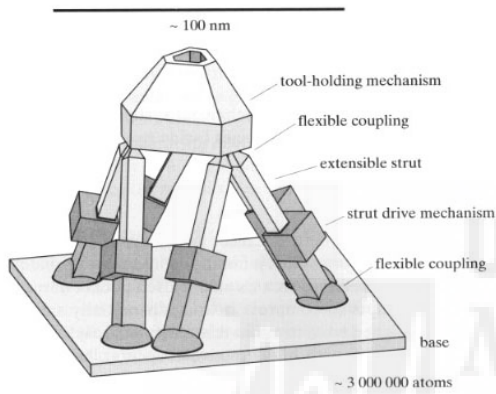
Robots trepadores.

En la Figura 1-13 de la página siguiente se ilustran alguna de estas aplicaciones.

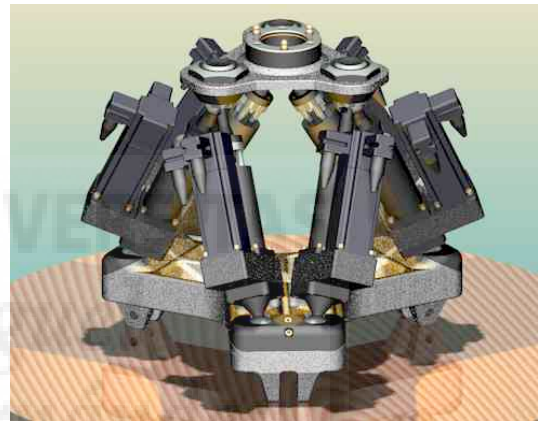




Fresadoras de la empresa HEXEL, de mesa fija a la izquierda y de mesa móvil a la derecha.



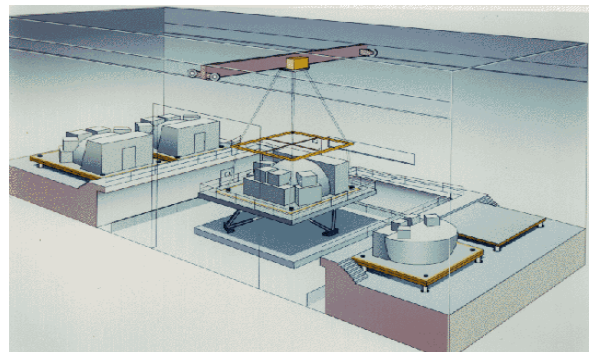
Manipulador molecular, Drexler 1992



Micromanipulador Samm de HEXEL, 0.01 mm de precisión en un espacio de trabajo de cilíndrico de 25 mm de diámetro y 25 mm de altura.

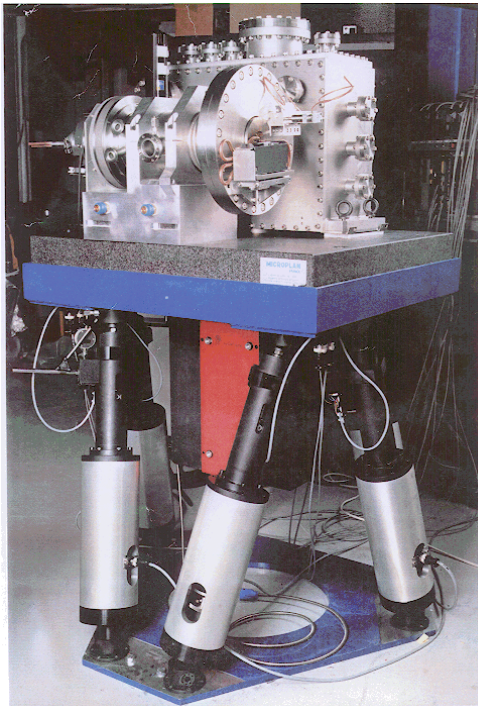


Simulador de conducción



Simulador de vuelo de la NASA

**Fig. 1-13** Ejemplos de aplicaciones de la Plataforma de Gough-Stewart.



Posicionador de alta precisión del European Synchrotron Radiation Facility. Este manipulador puede desplazar cargas de 500 kg con una precisión mayor que una micra. Su espacio de trabajo es un cubo de 4 cm de lado.



El telescopio de Infrarrojos UKIRT, colaboración del du Royal Observatory Edinburgh y del Max-Planck-Institut Astronomie Heidelberg

**Fig. 1-13 (Continuación)** Ejemplos de aplicaciones de la Plataforma de Gough-Stewart.

### **1-11 El proyecto TREPA**

El proyecto TREPA (TeleRobotEscalaPalmeras) de esta Universidad financiado con fondos FEDER y con una duración de 2 años (1999-2001) desarrolló la patente [ARA98] que los profesores Rafael Aracil, Roque Saltarén y el autor registraron en 1998. El objeto de la invención consiste en la aplicación de una plataforma PGS como robot trepador de estructuras alargadas de sección aproximadamente cilíndrica. Para ello las plataformas superior e inferior están dispuestas en forma de anillos simétricos, los cuales tienen la capacidad de “abrazar” la

estructura por medio de 3 actuadores que la presionan, de esta manera cuando el anillo inferior está fijo el superior (libre) puede recorrer la estructura alejándose del inferior, expandiendo la plataforma, si en esta posición el anillo superior se fija a la estructura el anillo inferior se puede liberar y contraer la plataforma para volverse a fijar. La sucesión de estos movimientos permite el avance del robot a lo largo de la estructura de una forma similar a la forma de avanzar de una oruga.

Los 6 GDL de la plataforma permiten que esta se adapte a las curvaturas de la generatriz de la estructura y además girar alrededor de ella dada la capacidad de la plataforma de retocerse (girando alrededor del eje z). La primera aplicación para la que se concibió es la de realizar las tareas de mantenimiento de los palmerales dada la peligrosidad del oficio tradicional de palmerero. En la Figura 1-14 muestra imágenes de este robot.



**Fig. 1-14** Robot escalador TREPA

Los objetivos del proyecto [ARA99] se centraron en el diseño y la construcción de un prototipo con actuadores neumáticos e implementar el sistema de control con la cinemática directa e inversa, la dinámica y la planificación de trayectorias.

Este último punto, la planificación de trayectorias, es el que motivó el inicio de este trabajo (ya desligado del proyecto TREPA) para intentar dar una solución útil y manejable al problema de

la obtención e interpretación de los diversos tipos de Espacios de Trabajos de los manipuladores con estructura PGS.

Los trabajos sobre robots trepadores basados en la PGS y en la citada patente han continuado y se pueden consultar en las referencias [ARA06], [REI07] y [SAL07].



## **2 ANTECEDENTES**

Como en lo que sigue se explicará, la obtención del espacio de trabajo de los manipuladores paralelos es compleja, pero, al mismo tiempo, el tamaño y la forma del espacio de trabajo es, probablemente, el principal criterio de diseño para cualquier tipo de robots ya que determina la zona del espacio donde el manipulador puede actuar.

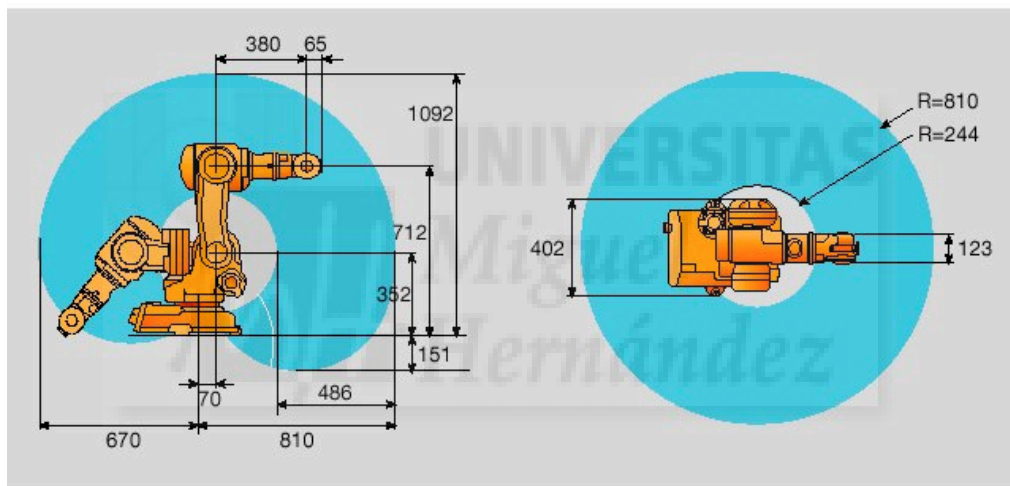
### **2-1 Espacio de trabajo y su representación**

En los robots el espacio de trabajo depende de los 4 factores siguientes:

- De la geometría del robot.
- De las limitaciones de los actuadores.
- De las restricciones de las articulaciones pasivas.
- De las autocolisiones.

Un manipulador de 6 GDL puede situar su órgano terminal en un espacio tridimensional de traslaciones y en estos puntos se puede orientar en un espacio tridimensional de rotaciones, por lo tanto, el espacio de trabajo de un robot de 6GDL es un espacio 6D. Este espacio 6D no es representable ni interpretable por lo que hay que recurrir a otras estrategias para operar con él.

En los manipuladores en serie la arquitectura del robot es tal que los primeros eslabones de su cadena cinemática están destinados a trasladar el órgano terminal en el espacio, mientras que sus últimos eslabones, de corta longitud, permiten orientarlo según las 3 direcciones del espacio. Esto tiene como consecuencia que la traslación del órgano terminal está desacoplada de su rotación, así la representación del espacio de trabajo es sencilla: se representa el espacio 3D de las traslaciones que puede alcanzar el centro de su efector final, que como en general es una figura de revolución, basta una sección; y las orientaciones se representan en la frontera del anterior mediante otra sección que ilustra 2 GDL de orientación, el tercer GDL de orientación se da mediante valores numéricos. Así mismo se representan los límites de las articulaciones y de las autocolisiones. En la figura 2-1 se muestra el espacio de trabajo de un robot de este tipo.



**Fig. 2-1** Ejemplo del Espacio de Trabajo de Robot en serie.

La obtención del espacio de trabajo de los robots paralelos es sensiblemente diferente a la de los robots en serie ya que el volumen alcanzable por el plato móvil en traslación es fuertemente dependiente de la orientación de la plataforma móvil (traslación y orientación están acopladas) [MER97], [MER01], lo cual nos lleva a un espacio de trabajo 6D que, como ya se ha dicho, no es representable y, por lo tanto, hay que hablar de diferentes tipos de espacio de trabajo. Estos tipos de espacios de trabajo son subconjuntos 3D del total.

## 2-2 Tipos de espacios de trabajo

La elección de los subconjuntos antes mencionados para describir el espacio de trabajo de los robots paralelos es muy variada, así se puede determinar la habilidad del manipulador para realizar tareas concretas. Merlet [MER06] propone, los siguientes tipos de espacio de trabajo:

- **Espacio de trabajo a orientación constante:** El volumen que puede cubrir el punto de referencia del órgano terminal manteniendo esta una orientación determinada. Este espacio de trabajo también se conoce como **espacio de trabajo en traslación**.
- **Espacio de trabajo en orientación:** El conjunto de todas las orientaciones que pueden ser adoptadas por el efector final manteniendo fijo su origen en un punto. También es conocido como **espacio de trabajo con centro fijo**.
- **Espacio de trabajo alcanzable:** El conjunto de todas las posiciones que pueden ser alcanzadas por el origen de efector final con al menos una orientación de la plataforma. También denominado **espacio de trabajo maximal**.
- **Espacio de trabajo inclusivo en orientación:** El conjunto de posiciones que el punto de referencia del efector final puede alcanzar con al menos una de las orientaciones de un conjunto dado. El espacio de trabajo maximal es un caso particular de este.
- **Espacio de trabajo en orientación total:** El conjunto de posiciones en las que el punto de referencia del efector final puede alcanzar con todas las orientaciones de un conjunto dado mediante rangos de los ángulos de orientación.
- **Espacio de trabajo diestro:** El conjunto de posiciones en las que el punto de referencia del efector final puede alcanzar todas las orientaciones posibles. Es un caso particular del espacio de trabajo en orientación total donde los rangos de orientación son  $[0^\circ, 360^\circ]$ .

- **Espacio de trabajo en orientación total reducido:** El conjunto de posiciones en las que el punto de referencia del efector final puede alcanzar con todas las orientaciones de un conjunto dado mediante rangos de 1 ó 2 de los ángulos de orientación dejando el resto de ángulos en un valor fijo.

Otros tipos de espacio de trabajo recogidos en la bibliografía que cabe mencionar son:

- **Espacio de trabajo 2D para un intervalo de orientaciones 2D:** Representaciones a Z constante del mínimo ángulo de guiñada  $\theta$  (yaw) alcanzable en función de X e Y [HUA99]. Este espacio es un subconjunto del anterior, y se ha obtenido para el manipulador de Gough-Stewart.
- **Posiciones de insensitividad:** Conjunto de todas las situaciones (posición-orientación) donde los actuadores de manipuladores 6-RUS están situadas en singularidad de forma que aunque la velocidad de sus actuadores sea distinta de 0, la de la plataforma sea 0 [ZAB99]. Estos puntos permiten que un robot de este tipo permanezca en posición con mucha rigidez frente a esfuerzos externos.
- **Espacio de trabajo libre de singularidades:** Alguno de los espacios anteriores, fundamentalmente espacio de trabajo en desplazamiento o en orientación, con la característica añadida de estar libre de singularidades [JIA07] [JIA08].

Los espacios de trabajo manipuladores paralelos planos (2 GDL de traslación y 1GDL de rotación) han sido profundamente estudiados y los espacios de trabajo equivalentes a los arriba definidos son de fácil obtención [FEN96-1] [FEN96-2] [GOS96] [KUM92]. Para estos robots Funabashi [FUN94] define un espacio de trabajo para el cual el factor de transmisión es mayor a un determinado valor. Este factor de transmisión lo define como el coseno del ángulo entre la fuerza transmitida por un segmento y la velocidad de la plataforma, la eficacia de un segmento en la producción de movimiento crecerá cuando este valor sea próximo a 1. La generalización de este tipo de espacio de trabajo a robots paralelos de 6 GDL permitiría obtener espacios de



trabajo donde los esfuerzos de los actuadores están limitados para un sistema de fuerzas conocido.

En general, para la obtención de los espacios de trabajo de robots paralelos se siguen dos caminos diferentes:

**Algoritmos de discretización**, en los cuales el espacio se divide según una malla cartesiana o polar y en cada punto se resuelve la cinemática inversa del robot para comprobar si se cumplen las restricciones articulares, estableciéndose así los puntos que pertenecen al espacio de trabajo y la frontera de este. Este enfoque se ha abordado teniendo en cuenta solamente las limitaciones de los actuadores [DUB94] [FER95] [FIC80] [SOR93] [TAH94], las limitaciones de los actuadores y las de las articulaciones pasivas [BEH88] [GOD95] [LEE88] [POW82] [YAN84] e incluso teniendo en cuenta las autocolisiones [ARI91] [CLE91] [MAS93]. La calidad de esta aproximación es, lógicamente, directamente dependiente de la finura del mallado y, con la calidad, se incrementa notablemente el tiempo de cálculo de los computadores y la necesidad de espacio en disco duro. Cabe resaltar que este tipo de aproximación al problema es generalizable a cualquier tipo de arquitectura de robot.

**Métodos geométricos**: en los cuales se determina el espacio de trabajo a partir de las restricciones geométricas impuestas por las dimensiones del robot, las limitaciones de los actuadores y las articulaciones pasivas e, incluso, las intersecciones entre eslabones. Gosselin [GOS90] [GOS92] abordó mediante este enfoque el cálculo del espacio de trabajo a orientación constante para la plataforma de Gough-Stewart considerando solamente las restricciones de los actuadores, posteriormente Merlet [MER94] extendió esta aproximación geométrica incluyendo las limitaciones impuestas por las articulaciones pasivas y las autocolisiones. Bonev y Ryu [BON99-1] implementaron el cálculo del espacio de trabajo a orientación constante del manipulador de Hunt en la aplicación de CAD CATIA, obteniendo una representación tridimensional y detallada del espacio de trabajo en desplazamiento. Sin embargo los autores no vieron en este método el camino para abordar espacios de trabajo más

complejos. Los métodos geométricos permiten obtener soluciones más exactas del espacio de trabajo con un bajo coste computacional, sin embargo son estrictamente dependientes de la arquitectura del manipulador, por lo que se deben implementar siempre para una tipología dada.

En las secciones siguientes se hace un repaso del estado del arte de la obtención de los espacios de trabajo más utilizados en robots paralelos de 6 GDL.

### 2-3 Obtención del espacio de trabajo a orientación constante

El principio general que permite calcular geoméricamente la frontera del espacio de trabajo (a orientación constante) está basado en la hipótesis de que *“las restricciones de las cadenas cinemáticas, que ligan la plataforma fija a la móvil, permiten definir la región máxima que puede ocupar el punto de articulación de la cadena a la plataforma móvil de una manera independiente para cada cadena”* [MER06].

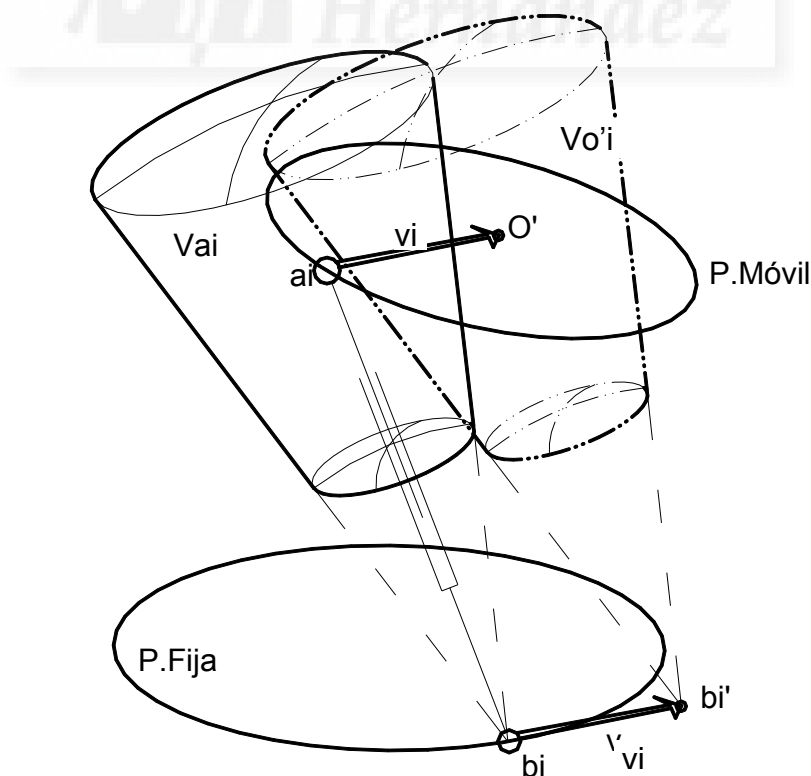


Fig. 2-2 Obtención del Espacio de Trabajo a Orientación Constante.

Partiendo de esta hipótesis el método general para obtener el espacio de trabajo a orientación constante de un mecanismo de Gough-Stewart es el siguiente (figura 2-2): vista desde la plataforma fija, la articulación de anclaje a la plataforma móvil ( $ai$ ), de uno de los actuadores, puede ocupar las posiciones dentro de un volumen ( $Vai$ ) (representado con trazo continuo) determinado por la carrera del actuador y las restricciones de la articulaciones ( $ai$ ) y ( $bi$ ). El punto de referencia de la plataforma móvil ( $O'$ ) (para el cálculo del espacio de trabajo a orientación constante) podrá ocupar un volumen ( $Vo'$ ) (representado en trazos y puntos) igual, pero desplazado según el vector ( $vi$ ) que une la articulación ( $ai$ ) con el punto de referencia, ya que este vector no varía al no variar la orientación de la plataforma móvil (es como si un actuador ficticio, idéntico al real, ligara a ( $O'$ ) desde ( $bi'$ )).

Estos volúmenes ( $Vo'$ ) se deben obtener para los seis actuadores, de forma que el punto de referencia ( $O'$ ) podrá ocupar el volumen común a los seis volúmenes obtenidos, que es precisamente el espacio de trabajo a orientación constante.

Como se ve este principio es muy simple y generalizable a cualquier mecanismo plenamente paralelo. Se podrá implementar a un mayor número de casos cuanto mayor sea la posibilidad de representar mediante operaciones booleanas de sólidos simples los volúmenes determinados por las cadenas cinemáticas que ligan las plataformas fijas y móvil y cuanto más potente sea el sistema para obtener la intersección final. Este método es el que ha inspirado el uso de herramientas CAD en esta Tesis para abordar el cálculo del espacio de trabajo de la plataforma de Gough-Stewart (PGS).

### ***2-3-1 Espacio de trabajo a orientación constante del PGS sin restricciones en las articulaciones pasivas***

Ya se ha dicho que los primeros trabajos de Gosselin sobre la obtención del espacio de trabajo a orientación constante del PGS no consideraban más que las restricciones debidas a los actuadores. Tener en cuenta solamente la geometría de robot y las carreras de los actuadores

para la obtención del espacio de trabajo, despreciando las limitaciones de las articulaciones pasivas, no es siempre, como parece a primera vista, una simplificación excesiva. En efecto, en la realización física de un robot PGS existen dos alternativas para la materialización de las articulaciones a las plataformas fija y móvil de los actuadores: mediante rótulas esféricas o mediante juntas cardan. En este caso es necesario que una de ellas en cada actuador permita el giro axial libre.

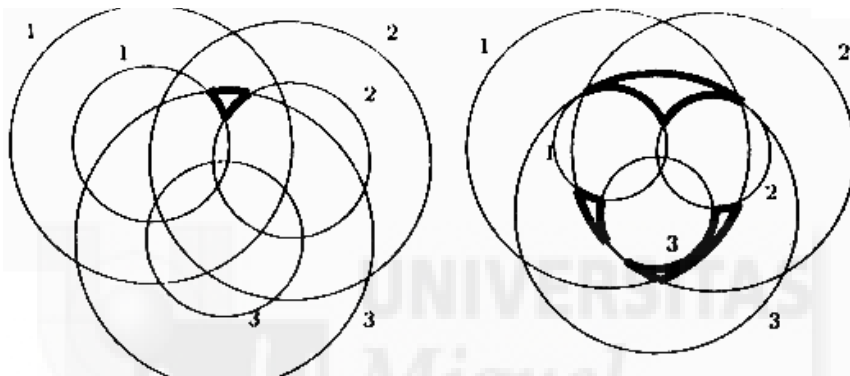
Si la materialización de las articulaciones se realiza con rótulas esféricas, las limitaciones de las articulaciones pueden ser de consideración, ya que las posiciones del actuador tienen que situarse en un cono con vértice en la rótula y una abertura máxima de aproximadamente  $40^\circ$  por la disponibilidad comercial de estos elementos.

En cambio si se realiza con juntas universales, este cono puede alcanzar valores cercanos a los  $180^\circ$  y las articulaciones pasivas no suponen, en la práctica, ninguna limitación. Las limitaciones en este caso pueden venir dadas por la mala relación entre la carga de la plataforma y los esfuerzos necesarios en los actuadores.

Despreciando las limitaciones de las articulaciones pasivas la obtención del espacio de trabajo a orientación constante se realiza de la siguiente manera: el volumen ( $V_a$ ) es una corteza esférica con centro la articulación a la base fija ( $a_i$ ), radio interior la mínima longitud posible del actuador y radio exterior la distancia máxima entre las articulaciones ( $a_i$ ) y ( $b_i$ ) que permite el actuador.

Para hallar el espacio de trabajo hay que obtener la intersección (volumen común) de seis cortezas idénticas a la anterior centradas en los puntos ( $b_i'$ ) ( $b_i$ ) desplazado según el vector ( $v$ ). En este punto hay que hacer notar que, desde un punto de vista práctico, no tiene sentido trabajar con cortezas esféricas completas, lo cual llevaría a la colisión entre la plataforma móvil y fija, si no con semicortezas cuyo plano de corte es el plano x-y.

Bajo este planteamiento C. Gosselin y posteriormente J.C. Merlet han propuesto una técnica para la obtención del espacio de trabajo a orientación constante del mecanismo PGS, consistente en el estudio en planos paralelos al x-y de las intersecciones de las cortezas esféricas con dichos planos. El resultado son 6 parejas de círculos concéntricos que representan, entre ellos, las zonas permitidas para cada actuador, la evaluación posterior de la intersección de estas 6 arandelas es, precisamente el espacio de trabajo a orientación constante a la altura z estudiada. En La figura 2-3 se ilustra este procedimiento, simplificado a 3 arandelas para una mayor claridad.



**Fig. 2-3** En trazo grueso se encuentra la frontera del espacio de trabajo en un plano, delimitada por la intersección de 3 arandelas.

Esta técnica aplicada al estudio de espacio de trabajo del manipulador “main gauche” del INRIA [MER86] da como resultado las representaciones de las figuras 2-4 y 2-5, la primera con el manipulador en orientación nominal (matriz de rotación identidad) y la segunda con un giro de 30° de la plataforma superior respecto al eje z.

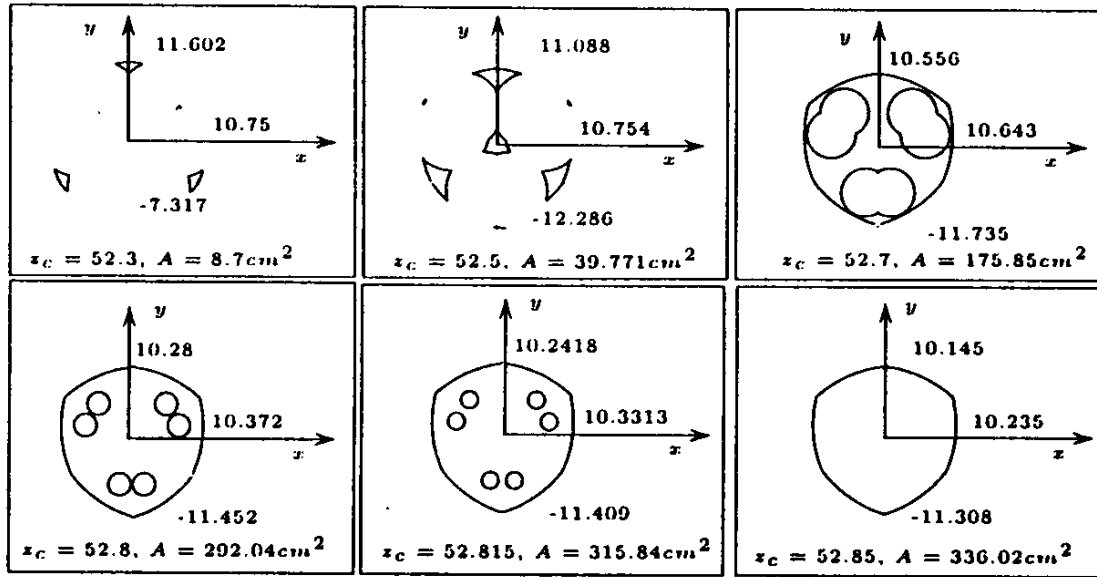


Fig. 2-4 Secciones paralelas al plano x-y del espacio de trabajo a orientación constante para el manipulador “main gauche” INRIA, para la orientación nominal.

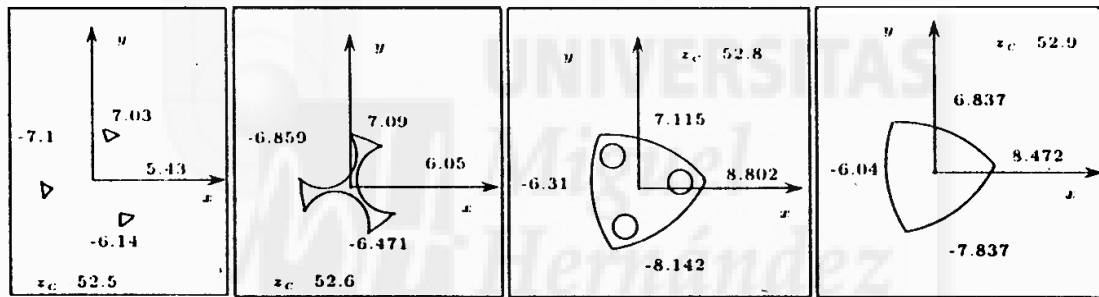


Fig. 2-5 Secciones paralelas al plano x-y del espacio de trabajo a orientación constante para el manipulador “main gauche” INRIA, para la orientación nominal.

C. Gosselin para calcular directamente la frontera tridimensional del espacio de trabajo en traslación del robot PGS propone la siguiente estrategia:

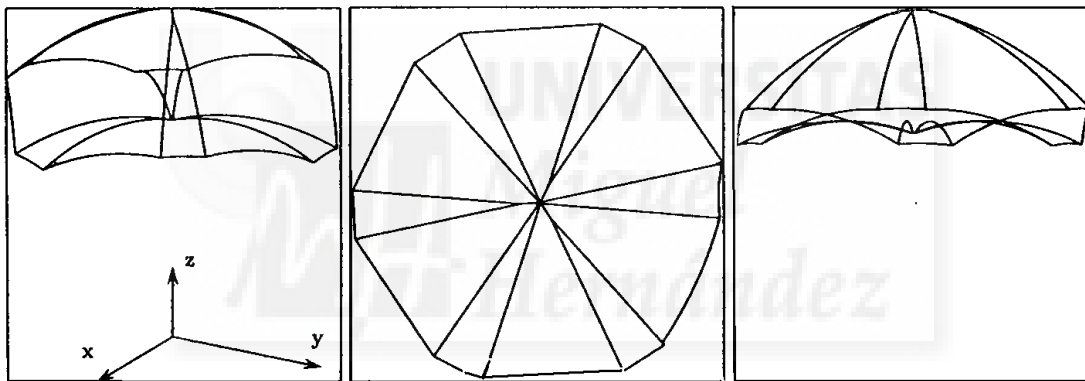
Cálculo de los círculos intersección de cada par de esferas con el resto de las 12 esferas que delimitan los volúmenes.

Cálculo de la intersección de todos los círculos pertenecientes a una misma esfera.

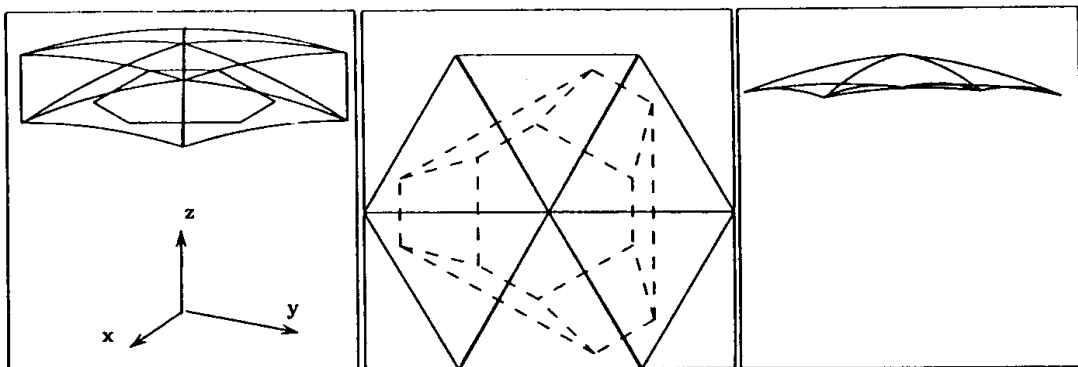
Determinación de los diferentes arcos de círculo definidos a partir de los puntos de intersección de la etapa anterior.

Identificación de los arcos que pertenecen a la frontera del espacio de trabajo. El test de pertenencia se hace escogiendo el punto medio del arco y verificando si satisface las restricciones.

La representación en 3D se obtiene trazando los arcos de círculo que verifican la pertenencia a la frontera. Las figuras 2-6 y 2-7 representan ejemplos de representación 3D del espacio de trabajo a orientación constante, la primera del prototipo Arai [ARI91] [STO93] y la segunda del “main gauche”, ambos obtenidas mediante este procedimiento.



**Fig. 2-6** Espacio de trabajo 3D en traslación del prototipo de Arai ( $\psi = \theta = \phi = 0^\circ$ ).



**Fig. 2-7** Espacio de trabajo 3D en traslación de “main gauche” ( $\psi = \theta = \phi = 0^\circ$ ).

### **2-3-2 Espacio de trabajo a orientación constante del PGS considerando las restricciones en las articulaciones pasivas**

La materialización de las articulaciones en los robots de Gough implica, necesariamente, ciertas limitaciones a las orientaciones que pueden adoptar los actuadores respecto a ambas plataformas. Estas limitaciones reducen las posibilidades de orientación del actuador al interior de una superficie cónica genérica (pirámide, cono de revolución, elíptico, o apoyado en una curva cerrada cualquiera) con vértice el centro de las articulaciones. Por tanto para cada actuador hay que considerar dos superficies cónicas genéricas que limitan la movilidad de sus dos articulaciones pasivas, la primera situada con vértice en las articulaciones (*bi*) solidaria de la plataforma fija y la segunda con vértices (*ai*) y solidaria de la plataforma móvil.

Merlet [MER94] modeliza estas restricciones mediante pirámides tratando de representar las limitaciones de una junta universal, más habitual es la modelización mediante conos de revolución que representan bien las limitaciones de las rótulas comerciales [BON00], [BON02], [HUA99].

En la aplicación del método general para la obtención del espacio de trabajo en traslación, antes expuesto, es necesario obtener el volumen que representa la movilidad del punto (*ai*) respecto del (*bi*), esto se consigue de la siguiente manera:

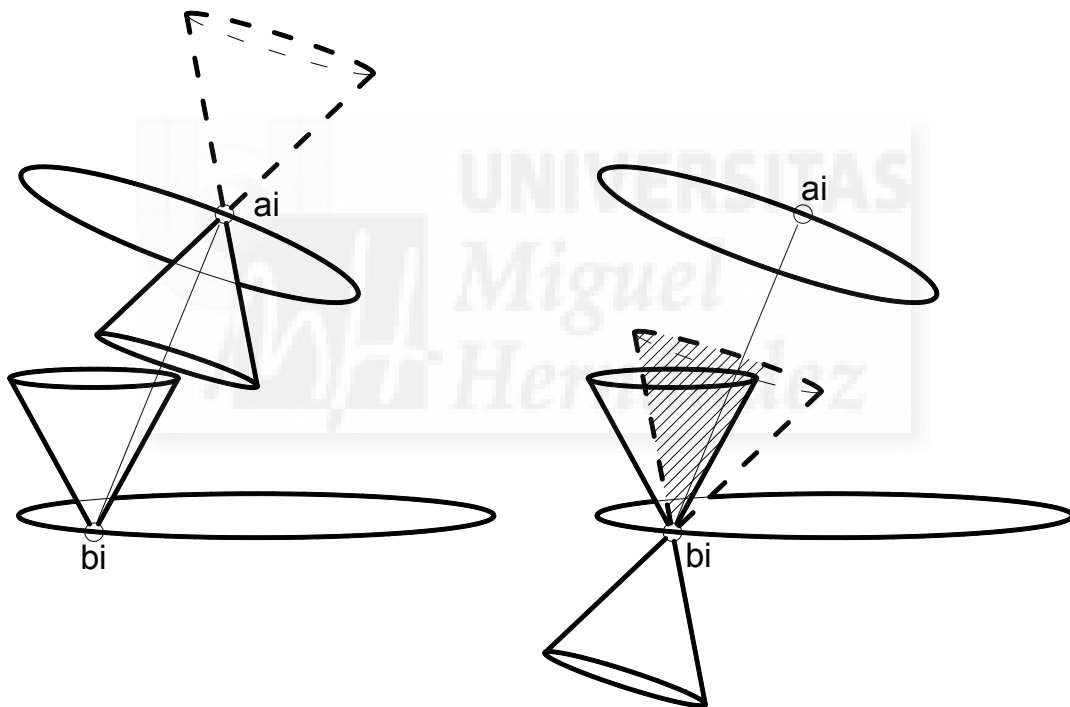
Un cono genérico con vértice en (*bi*) representa las limitaciones que la articulación (*bi*) impone al movimiento de (*ai*) (movilidad de *ai* respecto de *bi*).

Un cono genérico con vértice en (*ai*) representa las limitaciones que la articulación (*ai*) impone a las posibles posiciones relativas de (*bi*) (movilidad de *b* respecto de *a*), este cono limitador de la articulación superior mantiene su orientación respecto a la plataforma móvil. Como se observa en la figura 2-8 (izda.) la prolongación del cono por encima de la plataforma móvil representa la limitación que esta articulación en (*ai*) impone al punto (*ai*) visto desde (*bi*), si se desplaza esta prolongación del cono, de forma que su vértice coincida con (*bi*) figura 2-8



(dcha.), tendremos superpuestos los dos volúmenes que representan las restricciones de las dos articulaciones pasivas de un actuador de la plataforma de Gough-Stewart. La superficie que limita el volumen común de estos dos conos (intersección) limita las posibles posiciones de la articulación ( $ai$ ) respecto a la ( $bi$ ).

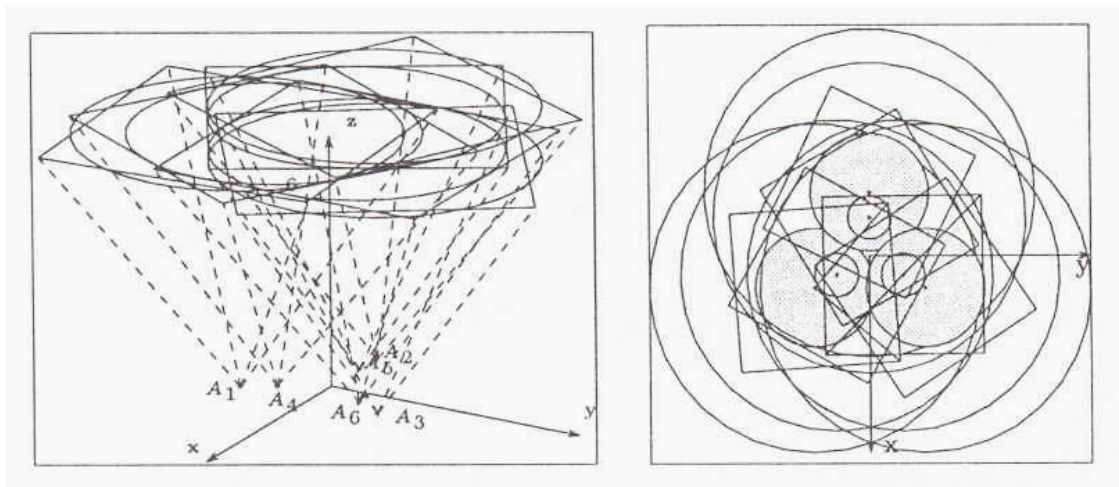
Este volumen intersección se habrá de intersectar, a su vez, con la corteza esférica definida por la carrera del actuador. Este será el volumen común ( $Va$ ) que definirá las posiciones de ( $ai$ ) respecto de ( $bi$ ) para un actuador. La aplicación del método general, ya expuesto, nos dará el espacio de trabajo a orientación constante de la plataforma de Gough-Stewart con limitaciones en las articulaciones pasivas.



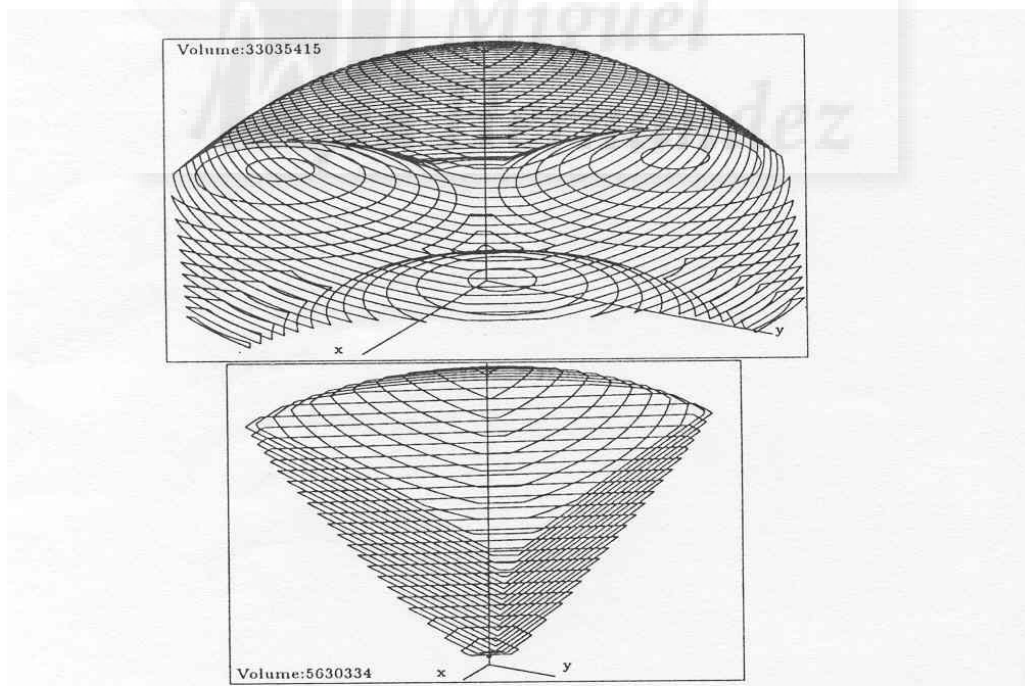
**Fig. 2-8** Restricciones de las articulaciones pasivas, en la plataforma fija y en la móvil.

Con la misma técnica que en el caso de ignorar las restricciones en las articulaciones pasivas, Merlet, considerando pirámides como volumen de restricción, ha obtenido las posiciones posibles del punto de referencia para diferentes planos  $z=cte$ . En este caso considera la intersección de las 6 arandelas (que representan las limitaciones de las carreras de los actuadores) con 12 paralelepípedos, que representan las secciones por el plano de estudio de las 6 pirámides de restricción de las articulaciones a la plataforma inferior y las 6 de la superior.

Las figuras 2-9 ilustra este procedimiento y la figura 2-10 muestra la comparación entre la no consideración de las restricciones de las articulaciones pasivas y su consideración para el prototipo Arai.



**Fig. 2-9** A izquierda representación 3D de las restricciones impuestas por las articulaciones pasivas de la base. A la derecha corte a  $z = \text{cte}$  mostrando las regiones delimitadas por la carrera de los actuadores (círculos exteriores e interiores) y por las articulaciones pasivas de la base.



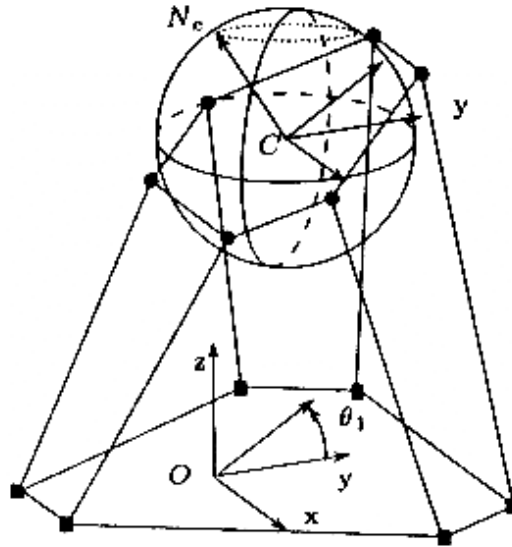
**Fig. 2-10** Arriba espacio de trabajo en desplazamiento del prototipo Arai contemplando únicamente la carrera de sus actuadores, abajo considerando además las restricciones de las articulaciones pasivas.

## **2-4 Espacio de trabajo en orientación**

Este espacio de trabajo que evalúa las posibilidades de rotación de los robots paralelos alrededor de un centro fijo no ha sido tan estudiado como el espacio de trabajo en desplazamiento. Un problema fundamental es obtener una representación de la orientación en tres dimensiones fácilmente interpretable. Berthomieu [BER89] propone un método que se basa en técnicas de discretización para calcular las variaciones angulares posibles sin conseguir, en esta propuesta, una representación satisfactoria.

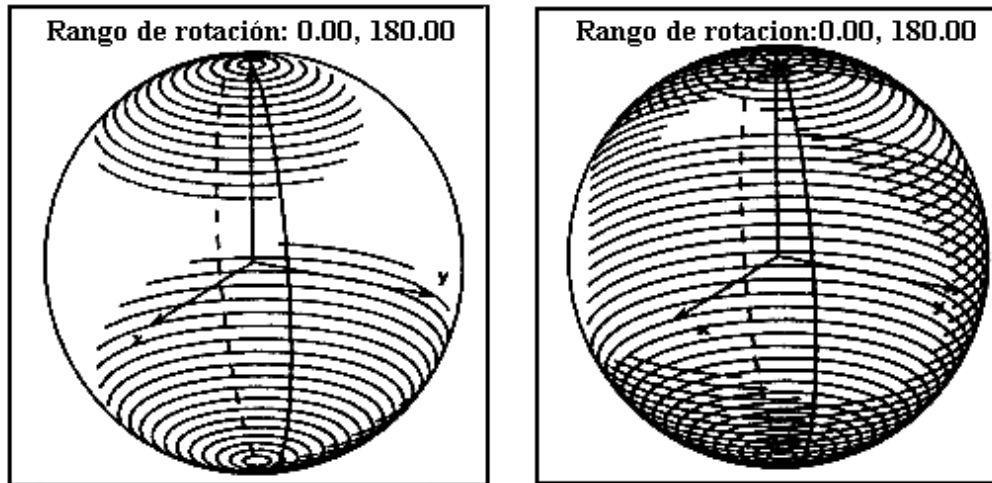
Bénéa [BEN96] propone, asimismo, un método de discretización en el que utiliza una representación esférica donde los ángulos de Euler  $\psi$  y  $\theta$  son las longitudes y latitudes, siendo el radio proporcional al ángulo  $\phi$ . Romdhane [ROM94] aborda el problema mediante un método geométrico para las plataformas con estructura MSSM, pero su generalización parece delicada.

Merlet [MER95] propone un tipo de representación bidimensional de la orientación que se describe a continuación. Si  $C$  (figura 2-11) es el punto de referencia de la plataforma móvil que consideramos fijo en el espacio y alrededor del cual puede girar el órgano terminal, la representación de la orientación se consigue trazando las posiciones del extremo  $N_e$  de un vector unitario, solidario de la plataforma móvil, con centro en  $C$ . Mientras que el plato móvil gira alrededor del centro de rotación, el extremo  $N_e$  del vector se desplaza sobre la esfera centrada en  $C$  de radio unidad. Estos desplazamientos caracterizan las rotaciones de la plataforma omitiendo las realizadas alrededor del propio vector. Al representar las regiones de la esfera unitaria, dentro de las cuales se puede encontrar la extremidad del vector, se caracterizan dos grados de libertad en rotación del manipulador. Escogiendo convenientemente la dirección de estos vectores se puede obtener el conjunto de orientaciones permitidas para la plataforma móvil. Esta representación fue adoptada por Takeda [TAK93] para ilustrar el espacio de trabajo de un robot de tipo esférico en el cual no hay más que rotaciones del órgano terminal.

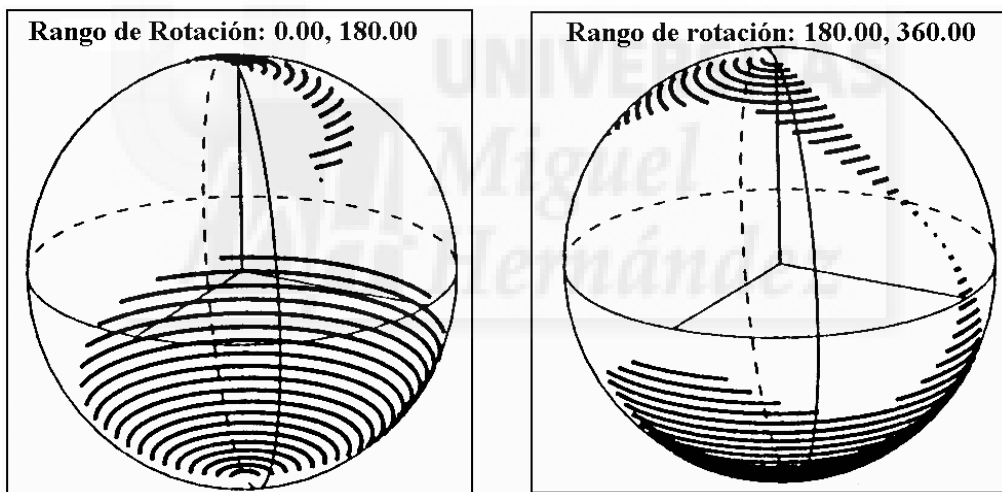


**Fig. 2-11** Posiciones posibles de  $N_e$  en la esfera unitaria (círculo punteado) al girar el órgano terminal alrededor del eje  $z$  tras haber girado un ángulo  $\theta_1$  alrededor del eje  $x$ .

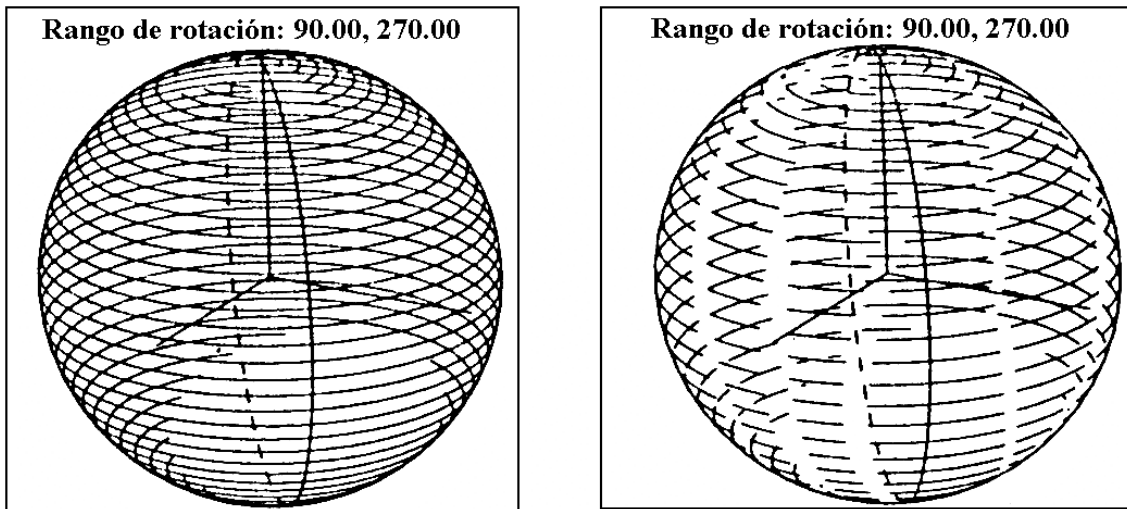
El algoritmo que plantea Merlet consiste en suponer que el órgano terminal gira un ángulo  $\theta_1$  respecto a un eje (en la figura el eje  $x$  del sistema fijo) y, a continuación obtener las posiciones de  $N_e$  en el giro del órgano terminal con respecto a otro vector (en la figura el eje  $z$  del sistema fijo). En ausencia de restricciones  $N_e$  describiría una trayectoria circular contenida en la esfera unitaria (representada con trazo de puntos en la figura). Las restricciones de los actuadores limitan las posiciones que  $N_e$  puede adoptar sobre el círculo punteado, el algoritmo varía discretamente el ángulo  $\theta_1$  para obtener las regiones permitidas al extremo  $N_e$  en la esfera unidad. Las figuras 2-12, 2-13, 2-14 y 2-15 ilustran los resultados obtenidos mediante este método.



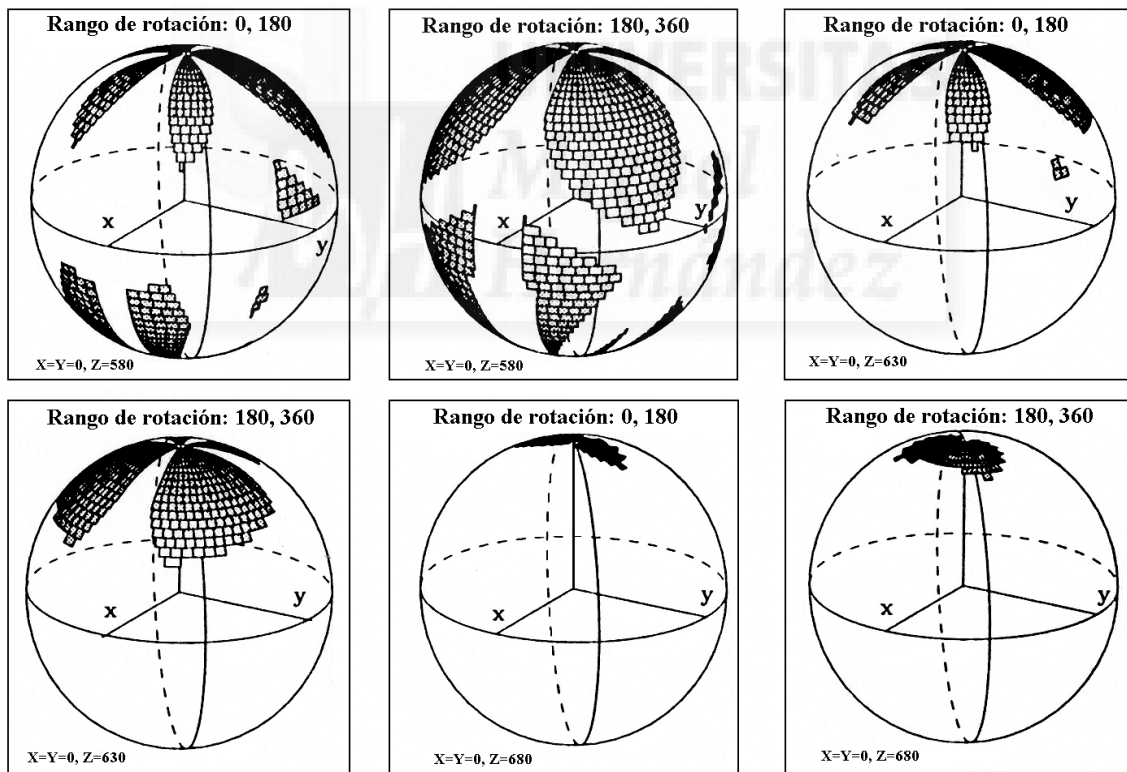
**Fig. 2-12** Posiciones posibles del extremo de la normal a la plataforma móvil barriendo  $\theta_l$  el intervalo  $[0, 2\pi]$  respecto al eje  $x$ , seguidas de rotaciones entorno a  $z$ . Solo se han tenido en cuenta las carreras de los actuadores.



**Fig. 2-13** Posiciones posibles del extremo de la normal a la plataforma móvil barriendo  $\theta_l$  el intervalo  $[0, 2\pi]$  respecto al eje  $x$ , seguidas de rotaciones entorno a  $z$ . Se han tenido en cuenta las carreras de los actuadores y las restricciones de las articulaciones pasivas de la base.

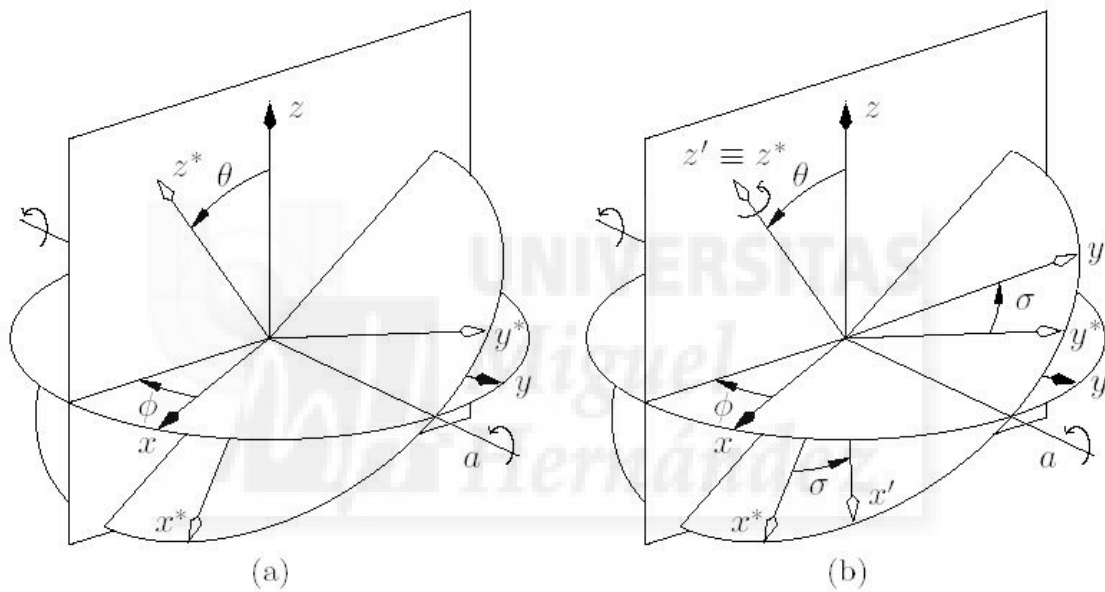


**Fig. 2-14** Posiciones posibles del extremo de eje  $-y$  de la plataforma móvil barriendo  $\theta_1$  el intervalo  $[\pi/2, 3\pi/2]$  respecto al eje  $x$ , seguidas de rotaciones entorno a  $z$ . A la izquierda solo se han tenido en cuenta las carreras de los actuadores y a a derecha las intersecciones entre segmentos.



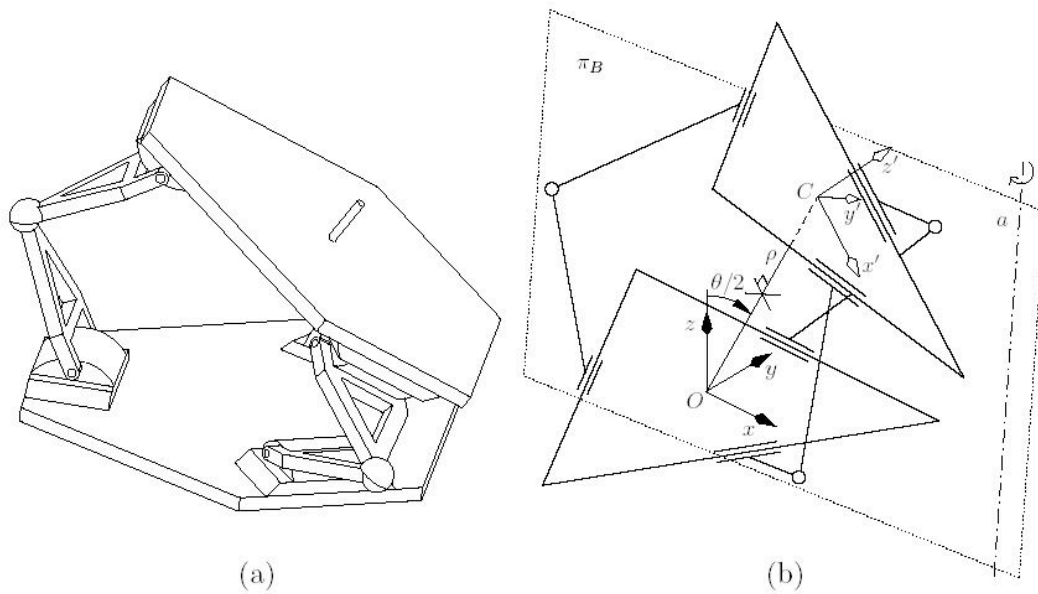
**Fig. 2-15** Posiciones posibles del extremo de la normal a la plataforma móvil barriendo  $\theta_1$  el intervalo  $[0, 2\pi]$  respecto al eje  $x$ , seguidas de rotaciones entorno a  $z$ . Se han tenido en cuenta las carreras de los actuadores y las restricciones de las articulaciones pasivas de la base y las intersecciones entre segmentos.

Bonev y Ryu [BON99-2], abordan también el estudio del espacio de trabajo con centro fijo buscando una definición más intuitiva de la orientación a través de los “ángulos de Euler modificados” que Bonev en su Tesis doctoral denomina Tilt & Torsion (T&T) [BON02] (figura 2-16). Con estos ángulos la orientación de la plataforma móvil se define de la siguiente manera: La plataforma gira un ángulo  $\theta$  (Tilt) alrededor del eje  $a$ , contenido en el plano X-Y, definido mediante el ángulo  $\phi$  (fig. 2-16 a), la orientación final de la plataforma se consigue girando un ángulo  $\sigma$  (Torsión) respecto al inclinado eje  $Z'$  (fig. 2-16 b). Es fácil de ver que los ángulos T&T  $(\phi, \theta, \sigma)$  equivalen a los ángulos de Euler ZYZ  $(\phi, \theta, \sigma - \phi)$ .



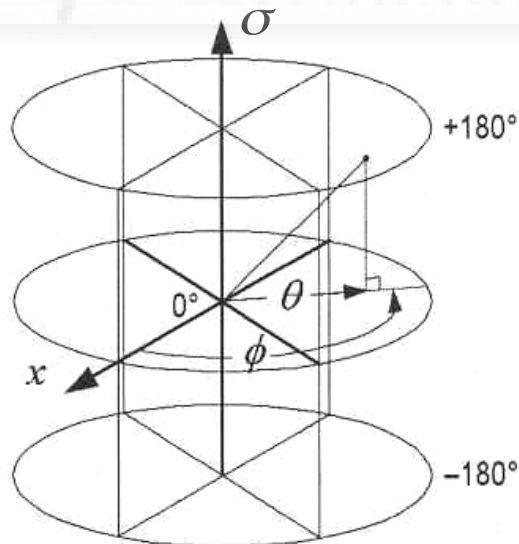
**Fig. 2-16** Definición de los ángulos Tilt & Torsion.

El uso de estos ángulos puede conducir a expresiones más sencillas de la cinemática de mecanismos paralelos y permite, en particular, estudiar de una manera más clara los mecanismos paralelos con Torsion nula ( $\sigma = 0$ ) como por ejemplo la junta Clemens (figura 2-17), un mecanismo 3-RSR con 2 gdl de rotación y 1 gdl de traslación [HUN73].



**Fig. 2-17** (a) Junta Clemens, (b) esquema cinemático.

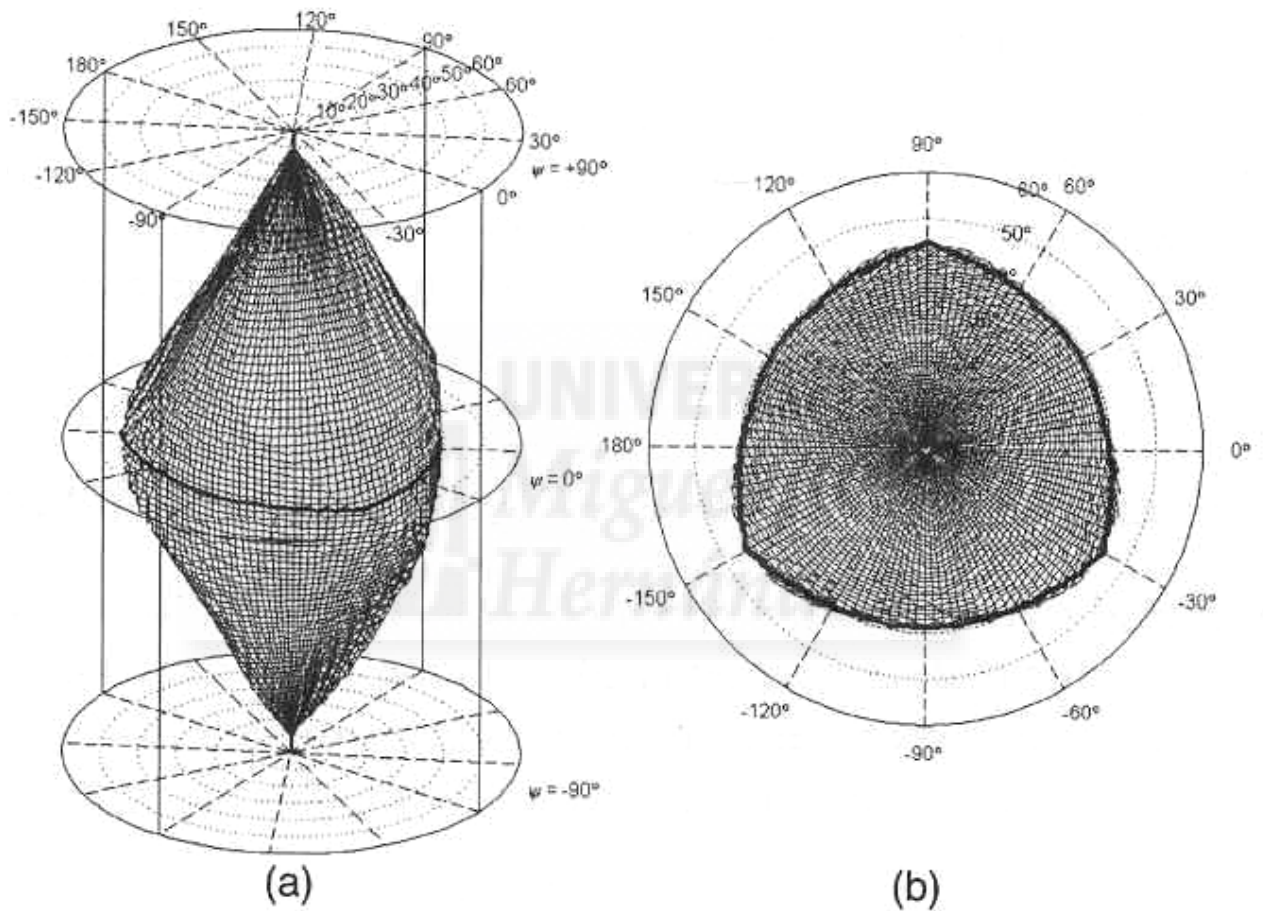
Para la representación de este espacio de trabajo a centro fijo los autores proponen unas coordenadas cilíndricas donde  $\phi$  y  $\theta$  representan el ángulo y el radio en polares y  $\sigma$  se representa en el eje Z. (figura 2-18).



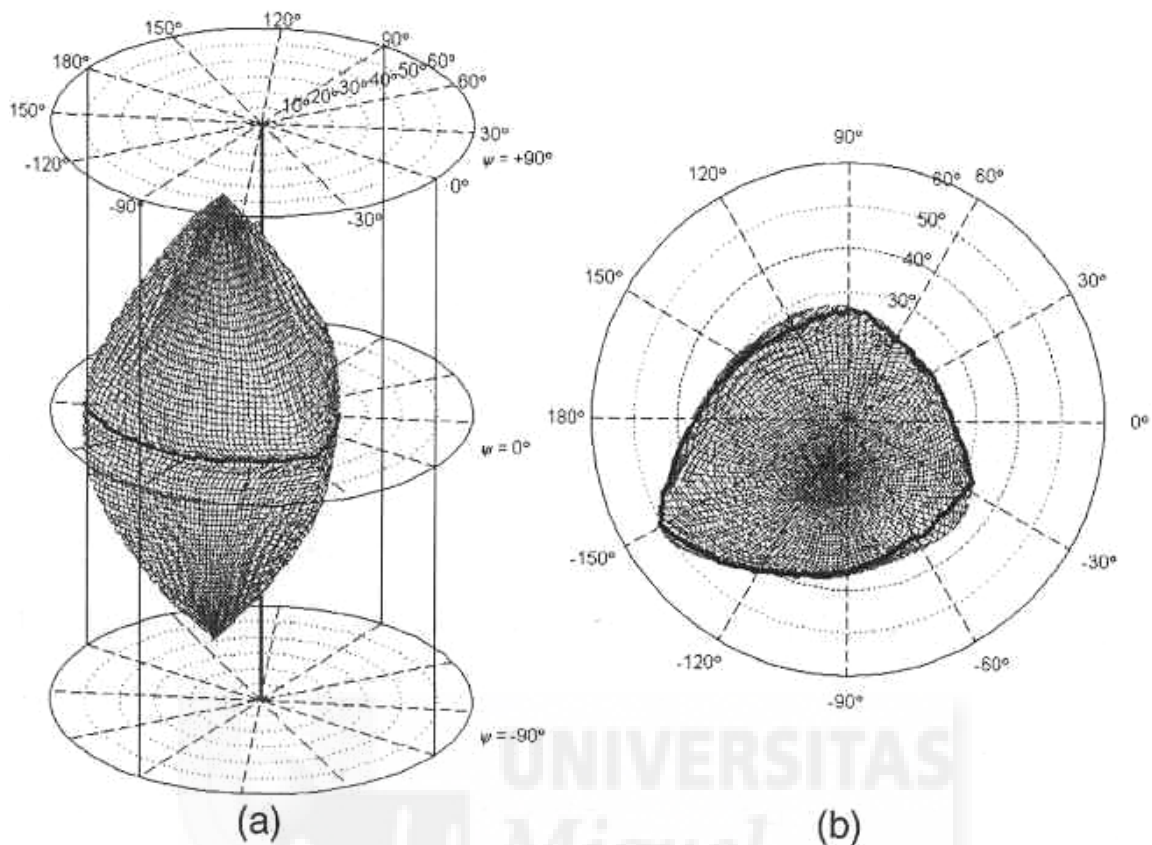
**Fig. 2-18** Representación del espacio de trabajo en orientación.



En esencia el método de obtención de este espacio de trabajo consiste en discretizar el espacio de orientaciones en planos  $\sigma = \text{constante}$ , resolver la cinemática inversa del robot y verificar el cumplimiento de las restricciones articulares para obtener la frontera del espacio de trabajo. Cuando se ha verificado el intervalo  $-180^\circ < \sigma < 180^\circ$  se representan gráficamente, los resultados se muestran en las figuras 2-19 y 2-20.

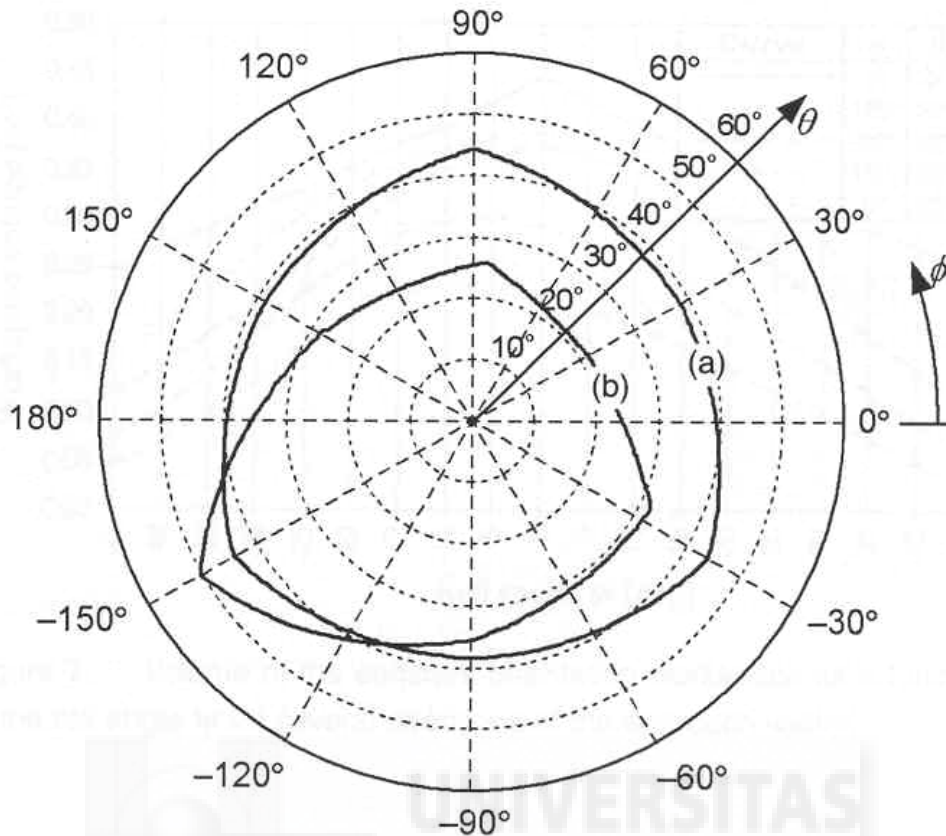


**Fig. 2-19** (a) perspectiva y (b) planta del espacio de trabajo en orientación de un manipulador PGS en posición nominal.



**Fig. 2-20** (a) perspectiva y (b) planta del espacio de trabajo en orientación de un manipulador PGS en posición nominal.

De este espacio tridimensional de orientaciones, para muchas aplicaciones, lo que al operador de la plataforma necesita es la orientación del vector normal al plano de la plataforma, este es el caso de los centros de mecanizado de 5 ejes donde el giro de plataforma alrededor del eje del cabezal es irrelevante, es decir, interesa la posición de la plataforma móvil tras el primer giro (Tilt) no necesitándose el giro en Z (Torsion). Así Bonev y Ryu definen espacio de trabajo 2D de orientación proyectada como la proyección sobre el plano  $\phi$ - $\theta$  del espacio de trabajo a centro fijo (figura 2-21).



**Fig. 2-21** Espacio de trabajo 2D de orientación proyectada: (a) en posición nominal y (b) en la posición correspondiente a la figura 2-20.

### **2-5 Espacio de trabajo en orientación total reducida**

Este espacio de trabajo representa, como ya se ha dicho, el conjunto de posiciones que el punto de referencia del efector final puede alcanzar con todas las orientaciones de un intervalo dado de 1 ó dos ángulos dejando el/los otro/s fijo/s. La obtención y representación de este espacio de trabajo permitiría evaluar el grado de adecuación de un manipulador paralelo a una tarea determinada, por ejemplo, en una fresadora de 5 ejes como la HEXEL representada en la figura 1-4, es necesario conocer la capacidad de orientación de la fresa respecto a las posibles normales a la superficie de la pieza a mecanizar, siendo irrelevante el ángulo de torsión (el giro alrededor del eje de la fresa).

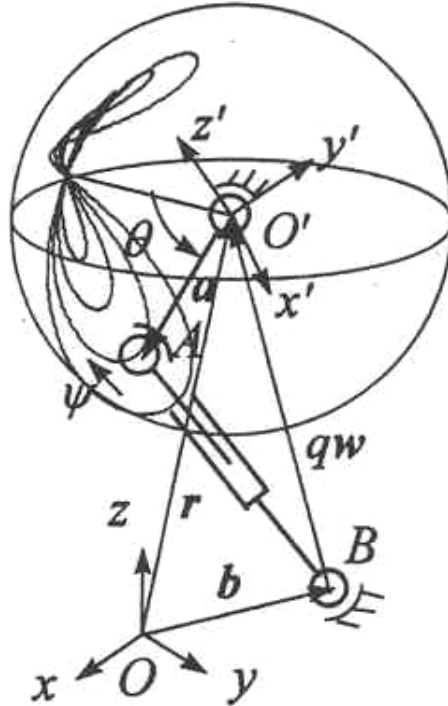
Así como en robots planos la definición y representación de la orientación (reducida a 1 grado de libertad) de un intervalo de orientación es trivial (p.e.  $[30^\circ, 120^\circ]$ ), en un manipulador con 3 g.d.l. en orientación el planteamiento de un intervalo de orientación que resulte útil no es sencillo. La primera contribución notable es el arriba mencionado *Espacio de trabajo 2D para un intervalo de orientaciones 2D*, obtenido por Tian Huang y otros [HUA99-1], para el manipulador de Gough-Stewart.

El papel expone un método geométrico cerrado para obtener el mínimo ángulo de guiñada  $\theta$  (*yaw*) para los diferentes puntos del espacio de trabajo. Suponiendo que la plataforma gira, con el punto de referencia fijo, respecto a un eje contenido en el plano XY y que forma un ángulo  $\psi$  con el eje X se obtiene el máximo ángulo  $\theta$  que puede alcanzar debido a sus restricciones articulares (activas y pasivas). Se define el mínimo ángulo de guiñada  $\theta$  para un punto dado [HUA98] [HUA99-1] como el mínimo de estos  $\theta$  para todos los  $\psi$  del intervalo  $[0, 2\pi]$  es decir:

$$\underline{\theta} = \min [ \max \theta ( r(x,y,z) ], \psi \in [0, 2\pi]$$

Utilizando los ángulos T&T propuestos por Bonev se trata de encontrar, para cada punto, el ángulo  $\theta$  (*Tilt*) mínimo entre todos los máximos obtenidos para cualquier orientación del eje de giro  $a$  (contenido en el plano X-Y).

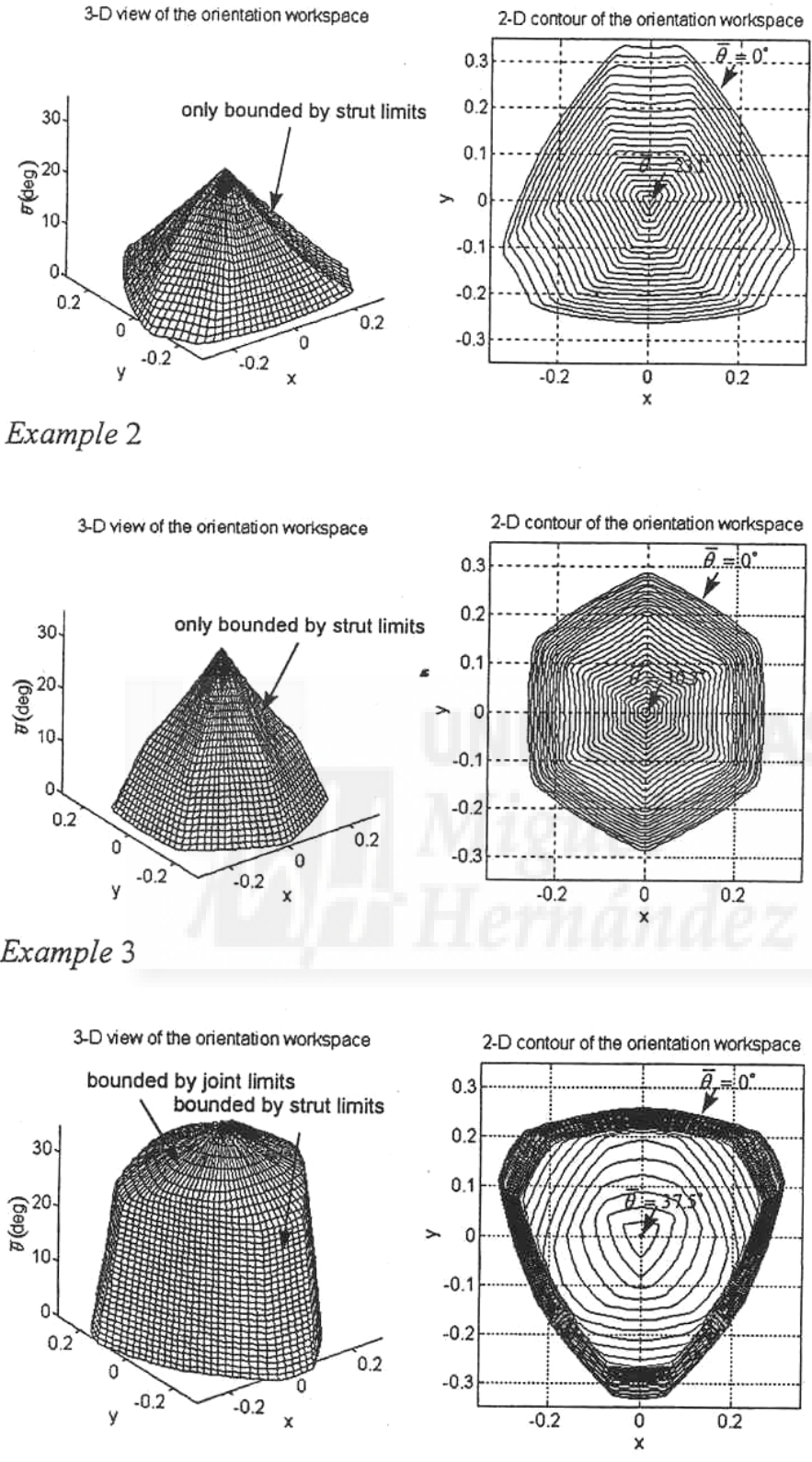
La esencia del método geométrico (figura 2-22) es el uso de un mecanismo ficticio espacial de 4 barras de 2 g.d.l. donde la base del actuador  $b$  y el punto de referencia  $O'$  se consideran fijos y provistos de sendas articulaciones esféricas. Se consideran entradas de este mecanismo los ángulos  $\theta$  y  $\psi$ . Para  $\theta = cte.$  se obtienen curvas espaciales (contenidas en una esfera centrada en el punto de referencia  $O'$ ) para la posición de  $a$  si  $\psi$  recorre el intervalo  $[0, 2\pi]$ . Estas curvas tienen dos lóbulos que crecen a medida que lo hace  $\theta$ . Aplicando las limitaciones del actuador prismático (substituyendo sus valores de carrera máximo y mínimo y las limitaciones de las articulaciones pasivas) se obtienen los valores de  $\theta$  mínimo para cada actuador.



**Fig. 2-22** Mecanismo de 4 barras espacial ficticio propuesto por Tian Huang.

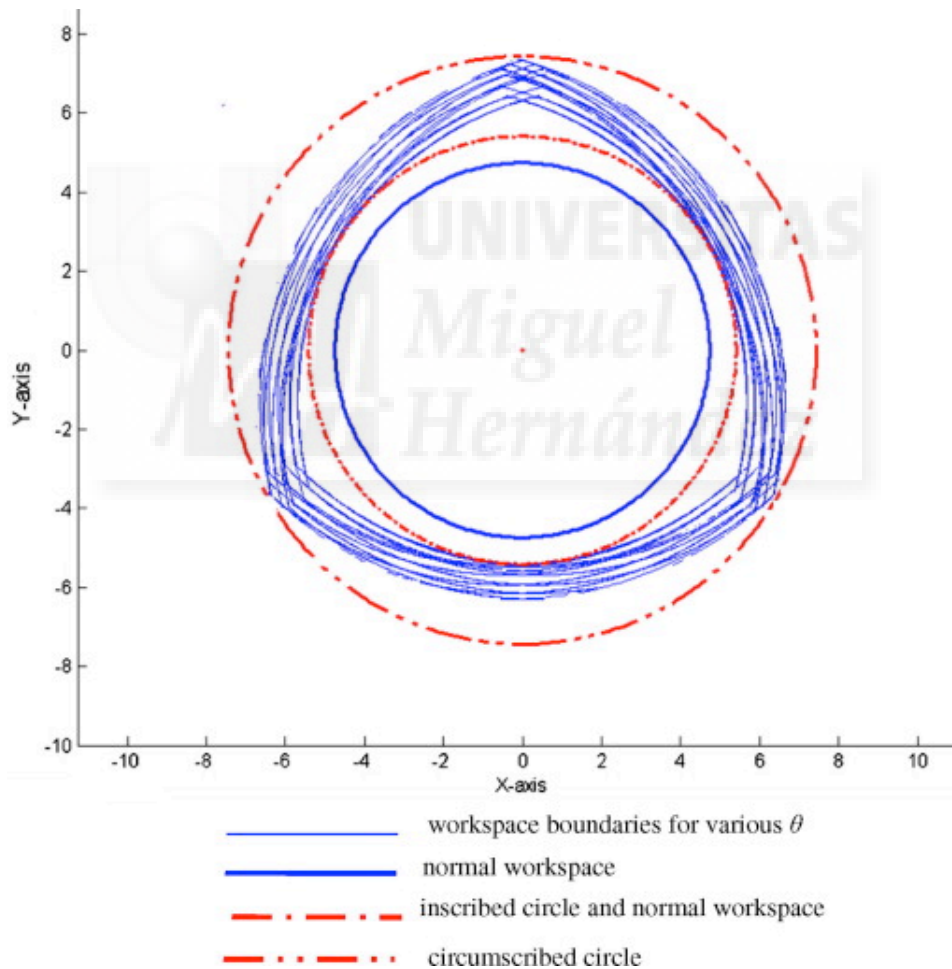
La representación que los autores proponen (figura 2-24) consiste en un gráfico tridimensional donde la posición se representa en un plano  $Z = \text{cte.}$  y en el eje perpendicular se representa el mínimo ángulo de guiñada  $\underline{\theta}$  (o Tilt).

Esta definición del espacio de trabajo posición 2D / orientación 2D, basándose en el mínimo ángulo de guiñada para cada posición en un plano XY, es fácilmente convertible en un espacio plano (2D) donde se pueden obtener todas las orientaciones del conjunto definido por un mínimo ángulo de guiñada. Para esto, simplemente, hay que trincar las representaciones tridimensionales de la figura 2-23 por un plano a un  $\underline{\theta}$  dado.



**Fig. 2-23** Representaciones tridimensionales del mínimo ángulo de guiñada en el plano  $Z = 0$  y sus contornos en planta, para diferentes configuraciones geométricas de la plataforma.

Cabe destacar también la aportación de Lee y Peng [LET07] que mediante procedimientos geométricos consiguen acotar (en secciones planas paralelas al plano X-Y) la frontera del espacio de trabajo de un manipulador PGS entre un círculo interior y otro exterior, tanto para el caso del espacio de trabajo a orientación constante como para el caso del espacio de trabajo en orientación total reducida, denominado por los autores “espacio de trabajo en orientación total de 5-GDL”. Otra vez se bloquea el grado de libertad de torsión de la plataforma. La obtención de este espacio es puramente geométrica y los autores han comprobado mediante métodos numéricos que para ángulos de guiñada de  $30^\circ$  y de  $60^\circ$  el método propuesto unos resultados conservadores inferiores al 5% y al 10% respectivamente. Un ejemplo de las secciones obtenidas se muestra en la figura 2-24.



**Fig. 2-24** Sección de los espacios de trabajo a una Z determinada a diferentes ángulos de guiñada. En rojo se representan los círculos interiores y exteriores que acotan la frontera del espacio de trabajo.

## **2-6 Objetivos de la tesis**

En los apartados anteriores se han expuesto las principales contribuciones al estudio del espacio de trabajo de manipuladores paralelos. Las soluciones abordadas desde el punto de vista geométrico pueden conducir a soluciones exactas, pero las representaciones realizadas están muy condicionadas por las herramientas utilizadas, normalmente programas de cálculo matemático como por ejemplo *Matlab*<sup>®</sup> o *Mathematica*<sup>®</sup>. Hoy en día es inconcebible el diseño de una máquina, y mucho menos un robot, sin la utilización de herramientas de diseño por ordenador y dado que la naturaleza del problema que se aborda en esta tesis es fundamentalmente geométrica parece lógico intentar una aproximación utilizando la potencia de las herramientas CAD actuales.

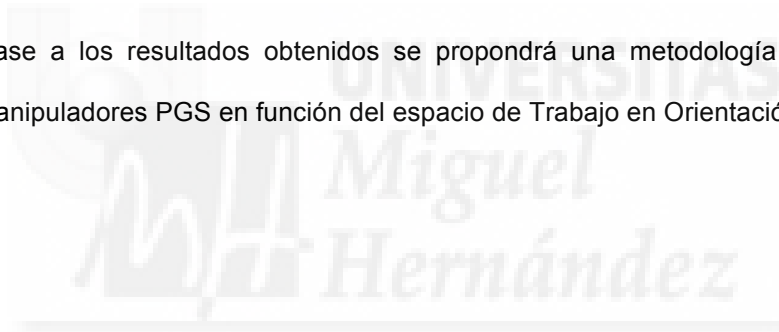
El objetivo principal de esta tesis es generar una herramienta que permita obtener los espacios de trabajo de una plataforma PGS de forma que resulten útiles y de fácil interpretación para la evaluación de la capacidad de manipulación de plataformas existentes y para la síntesis de nuevas plataformas PGS. La idea básica que subyace en este planteamiento es aprovechar la potencia de las aplicaciones CAD para generar y visualizar los diferentes tipos de espacio de trabajo que resulten útiles en el análisis y la síntesis de estos mecanismos.

El estudio se centrará en espacios de trabajo representables como un espacio físico tridimensional, de forma que su representación e interpretación sea inmediata. Por esta razón no se abordará el Espacio de Trabajo en Orientación que, como se ha visto, tiene representaciones complejas y de interpretación muy poco intuitiva. Por otra parte la orientación de la plataforma es una información muy relevante a la hora de posicionar un manipulador lo que lleva a pensar en los espacios de trabajo que integran posición y orientación. De estos el Espacio de Trabajo Maximal (cuya representación sí es un espacio físico tridimensional) no nos da la información de si con una orientación deseada un punto de este espacio es alcanzable, esto ocurre también con el Espacio de Trabajo Inclusivo en Orientación. El Espacio de Trabajo en Orientación Total cumple con la premisa de ser un espacio físico tridimensional y en él se garantiza que una determinada orientación es alcanzable.



Por lo expuesto anteriormente esta tesis se centrará en el estudio de dos tipos de espacio de trabajo: en primer lugar en el Espacio de Trabajo en Desplazamiento como paso previo para la obtención del Espacio de Trabajo en Orientación Total. Así, para cumplir el objetivo global antes enunciado será necesario cumplir los siguientes objetivos parciales:

- 1.- Implementar la obtención del Espacio de Trabajo a Orientación Constante en un sistema CAD paramétrico para poder evaluar la operatividad del sistema e iniciar la resolución del siguiente paso.
- 2.- Aprovechar la potencia de las herramientas CAD para abordar la obtención del Trabajo en Orientación Total.
- 3.- En base a los resultados obtenidos se propondrá una metodología que permita la síntesis de manipuladores PGS en función del espacio de Trabajo en Orientación Total.





## **3 OBTENCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO A ORIENTACIÓN CONSTANTE MEDIANTE UN SISTEMA CAD**

La primera motivación de esta tesis surge de que los planteamientos que consiguen soluciones exactas para la obtención de los diferentes tipos de espacio de trabajo, como se ha visto en el capítulo anterior, son geométricos. Dado que la complejidad de estos planteamientos es considerable, parece lógico abordarlos mediante herramientas específicamente desarrolladas para la resolución de problemas geométricos espaciales: las aplicaciones CAD.

En este capítulo se desarrollará el método de implementación en un sistema CAD paramétrico del espacio de trabajo de uso más generalizado: el espacio de trabajo a orientación constante. Se obtendrá para la orientación nominal y para una orientación cualquiera, se verá la influencia de las restricciones de las articulaciones pasivas y la importancia de la orientación de la superficie de restricción respecto a las plataformas.

### **3-1 Las aplicaciones de dibujo asistido por ordenador: CAD**

#### **3-1-1 CAD Tridimensional**

Si bien los primeros desarrollos de programas CAD buscaban esencialmente la automatización de las tareas que realizaban los delineantes en el tablero de dibujo, pronto la potencia de la herramienta permitió plantear una forma diferente del trabajo: en lugar de generar diferentes

vistas de un modelo tridimensional (reproducción del trabajo del delineante), se trata de generar el modelo tridimensional y obtener información a partir de él.

Los primeros modelos tridimensionales se representaban mediante estructuras alámbricas que no permiten obtener representaciones con líneas ocultas, posteriormente se desarrollaron los modelos basados en superficies (tendidas sobre una estructura alámbrica) que, en función del nivel y del desarrollo de la aplicación CAD, permitían la generación de geometría compleja. El trabajo con superficies, si bien es potente en cuanto a la posible complejidad del modelo obtenido, es trabajoso desde el punto de vista del operador del sistema, fundamentalmente por que las superficies se apoyan en alambres situados en el espacio (muchas veces curvas no planas) y la creación de esta estructura alámbrica es compleja al estar básicamente “en el aire”. Otra dificultad es la edición de superficies: recortar, extender, redondear, plantea problemas cuando las superficies no cumplen determinados requisitos.

### **3-1-2 Modelado con Sólidos**

Es por esto por lo que surgieron los programas de CAD que generan la geometría tridimensional sobre la base de las operaciones booleanas entre primitivas sólidas. Así, a partir de fundamentalmente tres operaciones: unión, corte (o diferencia) e intersección (sólido común) realizadas entre tres tipos básicos de primitivas: extrusión (sólido generado por el desplazamiento perpendicular a su plano de una un perfil cerrado), revolución (sólido generado por el giro sobre un eje de un perfil cerrado) y barrido (sólido generado por el desplazamiento a lo largo de una curva de camino de un perfil cerrado) se pueden obtener modelos 3D que pueden representar la geometría de la mayor parte de las piezas que se necesitan. Hay que resaltar que esta forma básica de creación de geometría se enriquece con la edición mediante redondeos, chaflanes, agujeros, obtención de cáscaras, etc. El hecho de tener un modelo sólido de la pieza permite, fácilmente, obtener su volumen, propiedades de masa, realizar diversas secciones o comprobar interferencias entre piezas.

### **3-1-3 CAD Paramétrico**

La evolución de los programas basados en el modelado con sólidos a conducido a los programas paramétricos. La característica fundamental de estos programas es que los modelos pueden variar sus dimensiones, o alguna de sus características, modificando sus parámetros de diseño pero manteniendo su topología. Para que esto sea posible (y ágil en la interacción con el usuario) la aplicación trata de recoger la “intención de diseño”, de esta manera en el proceso de generación de perfiles se crean automáticamente restricciones geométricas (de tangencia, perpendicularidad, concentricidad, horizontalidad, colinealidad, etc.). Estas restricciones geométricas, unidas a las dimensionales, pueden ser editadas por el usuario para conseguir un resultado determinado. A partir de los perfiles planos se generan primitivas, que permiten obtener nuevos planos de apoyo de perfiles para la creación de nuevas primitivas. Mediante operaciones booleanas entre primitivas se construye el modelo final. Lógicamente este modelo final contiene todas las restricciones que se han ido creando durante su modelado y que son las que permiten mantener la topología de la pieza en sus posibles variaciones dimensionales.

### **3-1-4 Ensamblajes**

La misma filosofía de modelado de piezas de forma paramétrica se ha aplicado en los programas de CAD al modelado de ensamblajes. Así se pueden establecer relaciones entre diferentes piezas mediante restricciones geométricas, por ejemplo: si suponemos una pieza fija y a una segunda pieza se le establece una coincidencia de una cara plana con una cara plana de la primera, se habrán restringido dos g.d.l. de rotación y uno de desplazamiento de esta segunda pieza. Si se añade una restricción de coincidencia entre dos puntos de las caras planas coincidentes se habrán restringido los dos g.d.l. de desplazamiento restantes y si, finalmente, se fuerza el paralelismo entre dos aristas de las caras las dos piezas quedarán solidarias.

Dependiendo de la aplicación, la forma de establecer estas restricciones en los ensamblajes puede tener ligeras diferencias pero básicamente la filosofía es la misma: la coincidencia entre dos puntos se comporta como una rótula esférica, un eje se modeliza como la coincidencia entre dos líneas y dos planos perpendiculares a las líneas (o dos líneas y dos puntos de estas), para simular una junta prismática se puede restringir el modelo de ensamblaje mediante la coincidencia entre dos líneas y el paralelismo entre dos planos paralelos a las líneas anteriores. Ya se ve que para conseguir un determinado efecto en el ensamblaje existen diferentes caminos, la única limitación es no subrestringir o sobre restringir el modelo para que los resultados sean previsibles.

### 3-2 Parámetros de la plataforma de Gogh-Stewart

En el apartado 1-7 y en la figura 1-7 se definen los parámetros fundamentales que representan la geometría del manipulador PGS. En la tabla que sigue (Tabla 3-1) se resumen estos parámetros y además se definen nuevos para “normalizar” todos los parámetros en función del diámetro de la base.

Parámetro	Descripción
$DI = 2 \cdot RI$	Diámetro de la base
$RSI$	Relación entre el diámetro de la plataforma móvil y el de la base
$DS = DI \cdot RSI = 2 \cdot RS$	Diámetro de la plataforma móvil
$SAI = AI / 2$	Semiángulo entre articulaciones contiguas de la base
$SAS = AS / 2$	Semiángulo entre articulaciones contiguas de la plataforma móvil
$LP = DI \cdot RLPI$	Mínima longitud del actuador
$RLPI$	Relación entre la mínima longitud del actuador y el diámetro inferior
$LG = LP \cdot (1 + RCLP)$	Máxima longitud del actuador
$RCLP$	Relación entre carrera y la mínima longitud del actuador
$SAR$	Semiángulo del cono de restricción de las articulaciones pasivas

**Tabla 3-1** Parámetros que definen la geometría de la plataforma de Gough-Stewart

### 3-3 Obtención del espacio de trabajo en desplazamiento a orientación nominal mediante un CAD paramétrico

En el apartado 2-3 se ha explicado el método para la obtención del espacio de trabajo a orientación constante para manipuladores plenamente paralelos y en especial para el manipulador PGS. Esencialmente el método consiste en resolver la intersección de los seis volúmenes  $Vo_i$  que representan las restricciones de cada cadena cinemática (SPS) sobre el punto  $O'$ . También se ha expuesto que cada uno de estos volúmenes  $Vo_i$  es a su vez el resultado de la intersección entre el volumen (corteza esférica) que delimita la carrera del actuador, y los dos volúmenes cónicos (apartado 2-3-2) que representan las limitaciones de las articulaciones pasivas que ligan la cadena SPS a la base y al actuador final.

Para la obtención del espacio de trabajo en desplazamiento a orientación nominal, el planteamiento que aquí se expone consiste en modelar una pieza cuyo resultado final es, precisamente, la intersección de los 6 volúmenes  $Vo_i$ , por lo tanto la geometría de la pieza coincide con el espacio de trabajo buscado.

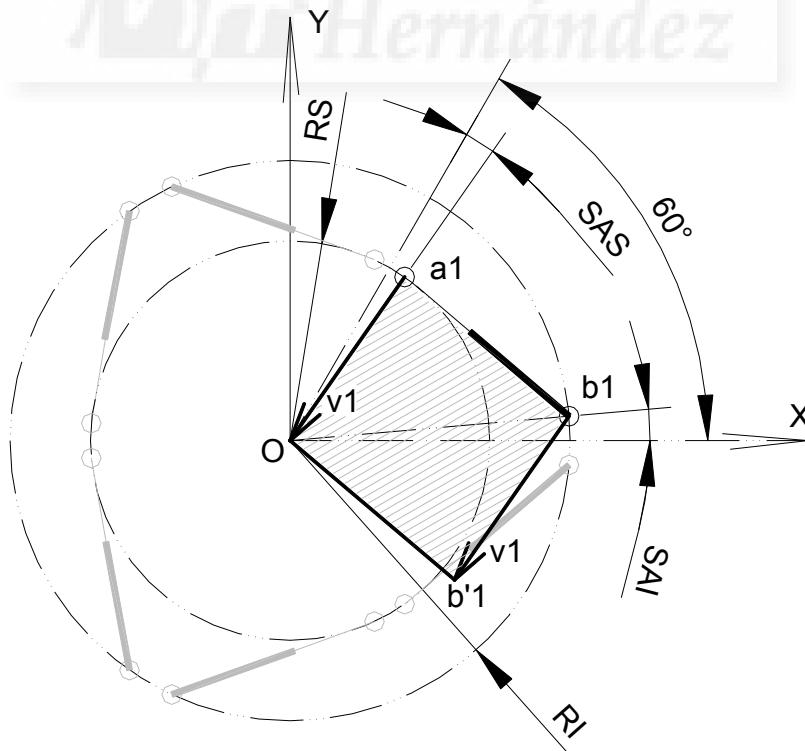
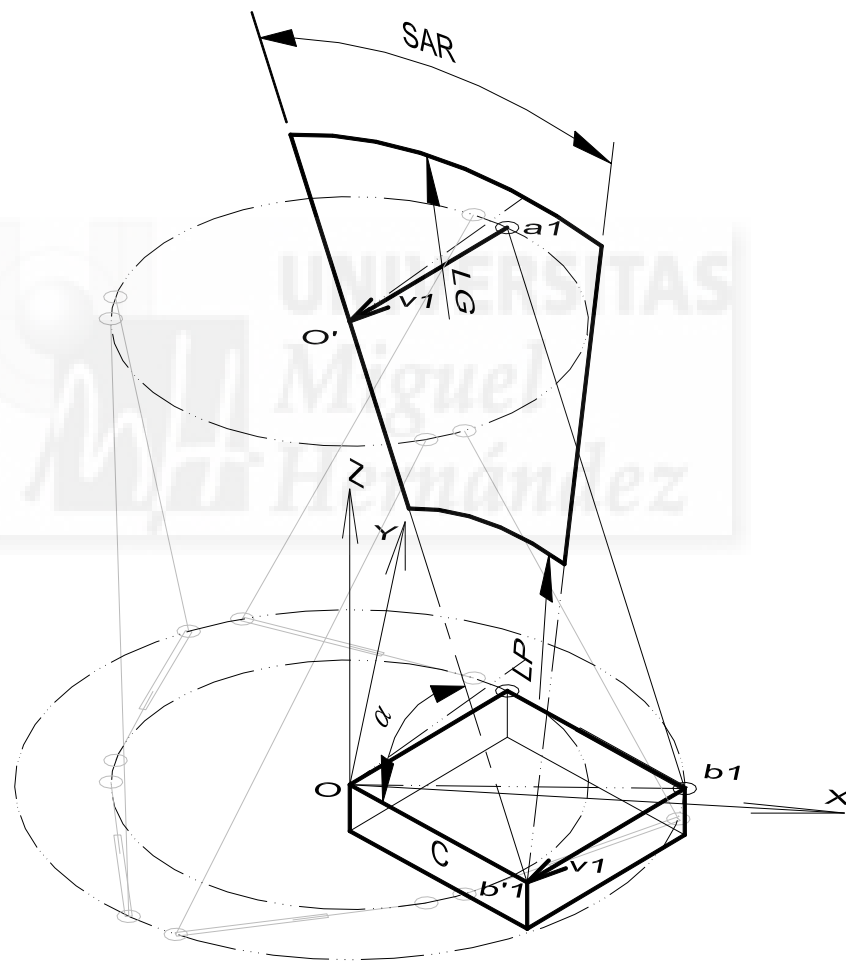


Fig. 3-1 Perfil base

El primer paso consiste en la realización de un perfil que representa la geometría básica (vista en planta) del manipulador PGS en posición nominal. En la figura 3-1 se dibuja esta geometría: con líneas discontinuas la geometría auxiliar formada por los círculos representativos de los anclajes de las rótulas a las dos plataformas, fija y móvil, y los radios que pasan por los puntos  $b_1$  y  $a_1$ . Esta geometría auxiliar sirve para definir el perfil base de construcción que es el paralelepípedo que se ha sombreado, el lado  $b_1 a_1$  es la proyección sobre el plano  $XY$  del actuador 1, el lado  $a_1 O$  representa el vector  $v_1$  que apunta al punto de referencia  $O'$  y el lado  $b_1 b'_1$  que también coincide con  $v_1$  sitúa el volumen  $Vo'_1$  para representar la movilidad de  $O'$  condicionada por el actuador 1.



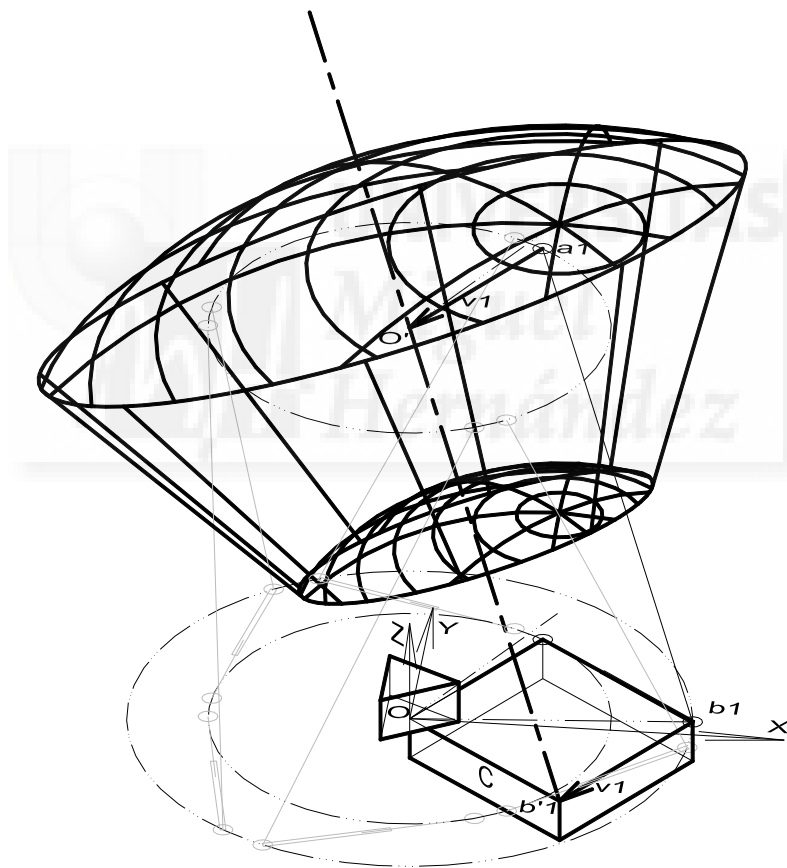
**Fig. 3-2** Perfil generador del volumen  $Vo'_1$

En la figura 3-2 se demuestra la utilidad de este perfil base. Una vez extruido según la dirección  $-Z$  se genera un prisma base con caras perpendiculares al plano  $XY$ , el plano definido por la cara opuesta a la marcada como  $C$  contiene al eje del actuador 1 en posición nominal, si este



eje es el que sirve para orientar los conos de restricción de las articulaciones pasivas (tal como recomienda Masory para maximizar el espacio de trabajo [MAS92]) entonces el volumen  $Vo'1$  se obtendrá por revolución, alrededor del eje  $b'1 O'$  del perfil resaltado (contenido en el plano de la cara  $C$ ) formado por los arcos delimitadores de la carrera del actuador de radios  $LG$  y  $LP$ , el eje de los conos de restricción de las articulaciones pasivas y su semiángulo de restricción  $SAR$ .

El ángulo  $\alpha$  permite contemplar diferentes orientaciones de los los conos de restricción respecto a las plataformas fija y móvil. Más adelante se retomará este tema.

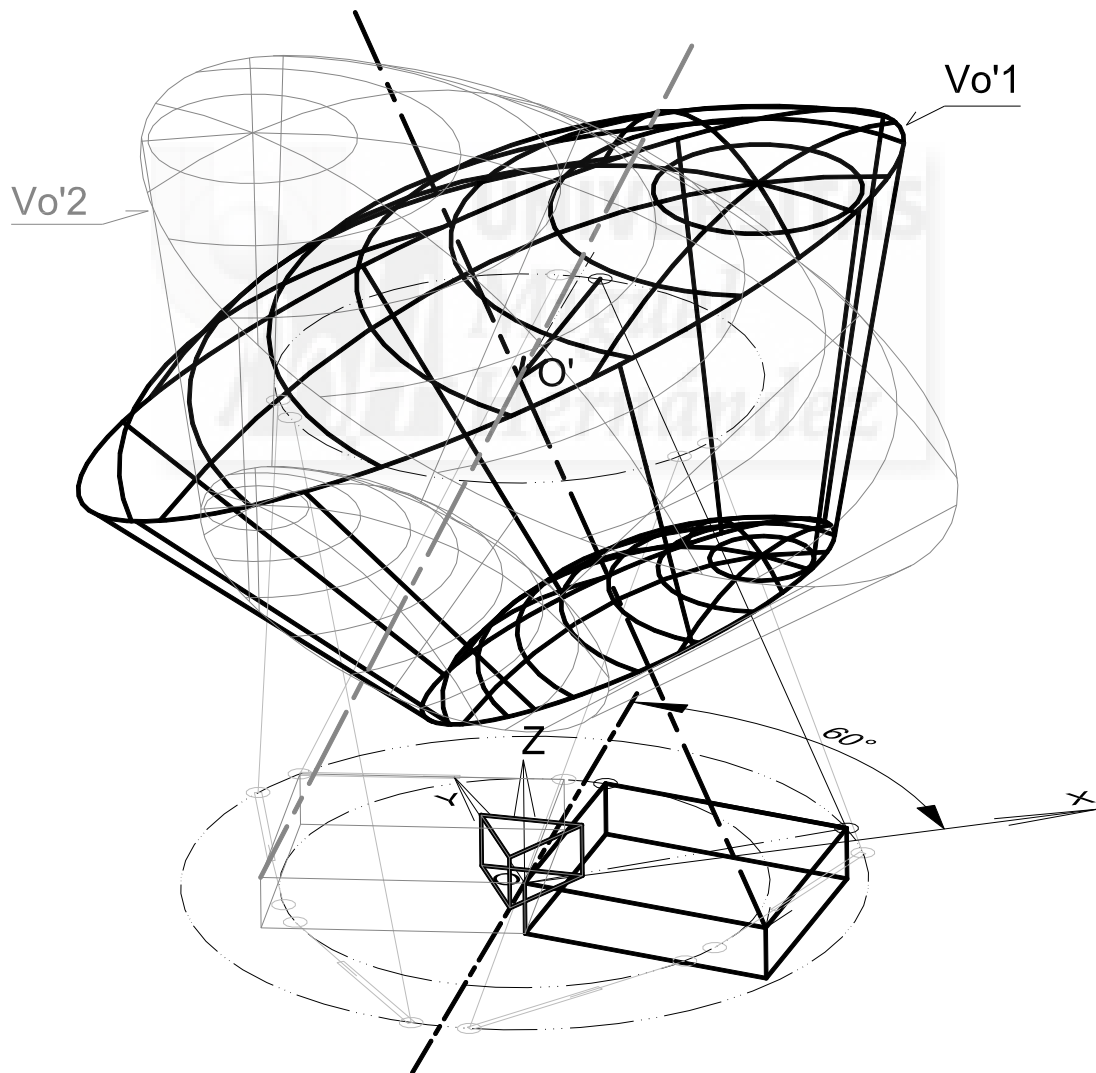


**Fig. 3-3** Unión del prisma base, el volumen  $Vo'1$  y el prisma triangular auxiliar.

En la figura 3-3 se representa el volumen  $Vo'1$  generado por la revolución del perfil anterior respecto al eje  $b'1 O'$ , este volumen se une al prisma base. También, apoyado sobre la cara superior del prisma base ( $z = 0$ ), se ha unido un prisma triangular (equilátero) auxiliar centrado

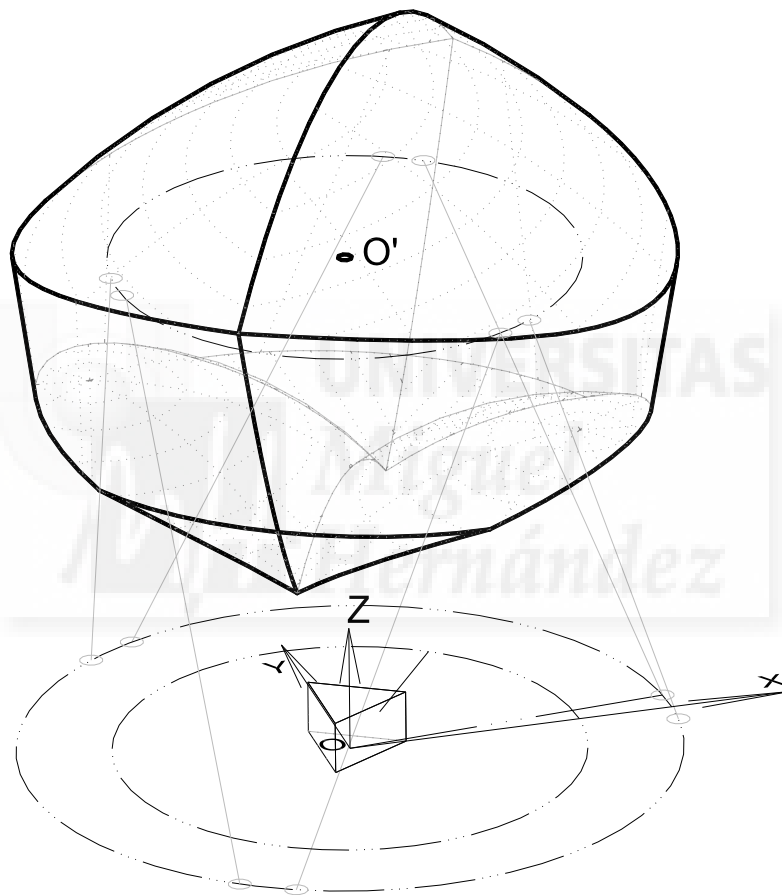
en  $O$  y con un vértice sobre el eje  $X$ . La función de este prisma auxiliar es crear una geometría de referencia para situar en el espacio los diferentes volúmenes  $Vo'i$  mediante restricciones geométricas.

Si se hubiera partido del actuador 2 el resultado sería una figura simétrica respecto a un plano vertical cuya traza sobre el plano  $XY$  forma  $60^\circ$  con el eje  $X$ , ver figura 3-4. La obtención de una copia simétrica (una operación común en cualquier aplicación CAD) y la restricción geométrica de coincidencia de los prismas triangulares sitúa los volúmenes  $Vo'1$  y  $Vo'2$  en la posición relativa que les corresponde en posición nominal.



**Fig. 3-4** Piezas correspondientes a  $Vo'1$  (en negro) y a  $Vo'2$  (en gris) situadas mediante la coincidencia de prisma triangular auxiliar.

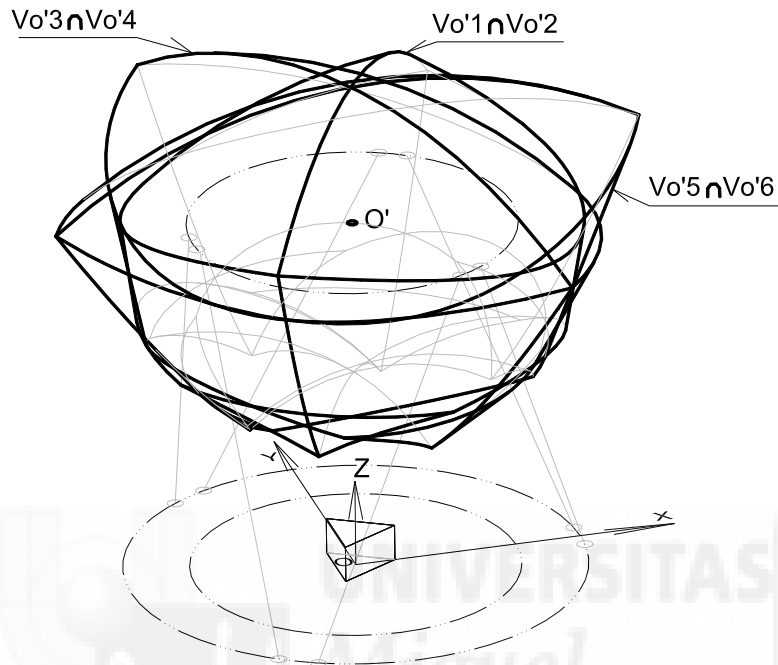
Llegados a este punto es posible definir una pieza como intersección de las dos anteriores, así se obtendrá el volumen común de  $Vo'1$  y  $Vo'2$  (que representara las limitaciones producidas por los actuadores 1 y 2) y se mantendrá el prisma triangular auxiliar como referencia de la geometría obtenida, sin embargo, el prisma base original desaparece al no tener geometría coincidente para las posiciones de los dos actuadores. En la figura 3-5 se representa esta intersección.



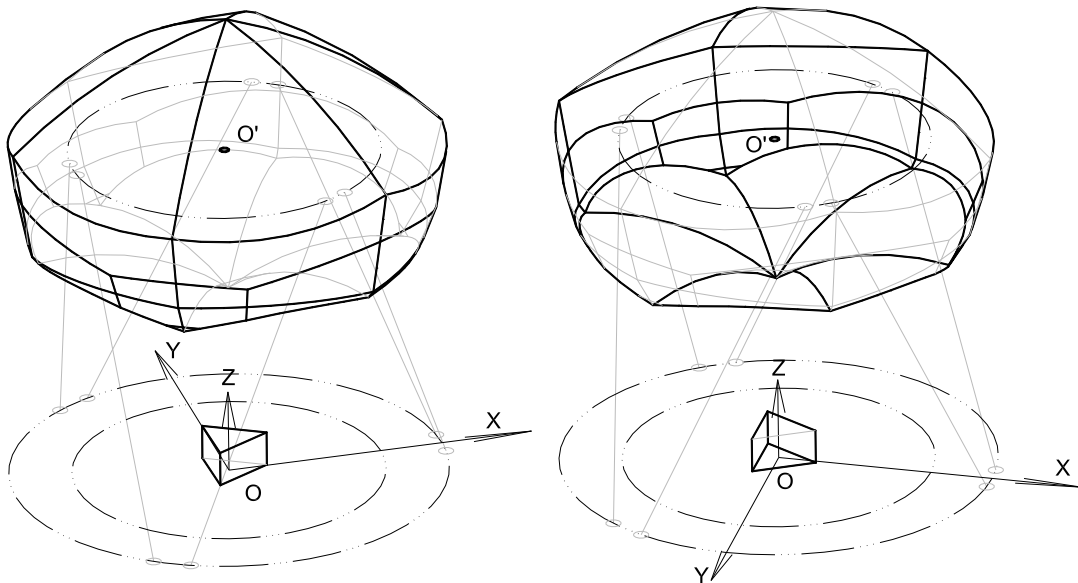
**Fig. 3-5** Intersección de los volúmenes  $Vo'1$  y  $Vo'2$  y prisma triangular auxiliar.

La pieza así obtenida es igual a las que se obtendrán para los pares de actuadores 3-4 y 5-6, estas quedarán giradas  $120^\circ$  y  $240^\circ$  respectivamente respecto a la representada. Dos copias de esta pieza restringidas mediante coincidencia de los prismas triangulares auxiliares, de forma que se sitúen con los ángulos antedichos, dan como resultado la representación en el espacio de los volúmenes que definen la movilidad del punto  $O'$  a orientación nominal debido a los pares de actuadores 1-2, 3-4 y 5-6 (figura 3-6).

La intersección de estos tres volúmenes coincide, como se ha expuesto en 2-3 con el espacio de trabajo en desplazamiento para la orientación nominal del manipulador de Gough-Stewart. En la figura 3-7 se representan dos vistas de esta intersección, conservándose el prisma triangular de referencia cuyo tamaño es controlable por el parámetro de diseño "AUX".



**Fig. 3-6** Volúmenes representativos de la movilidad de  $O'$  debidos a los pares de actuadores 1-2, 3-4 y 5-6.



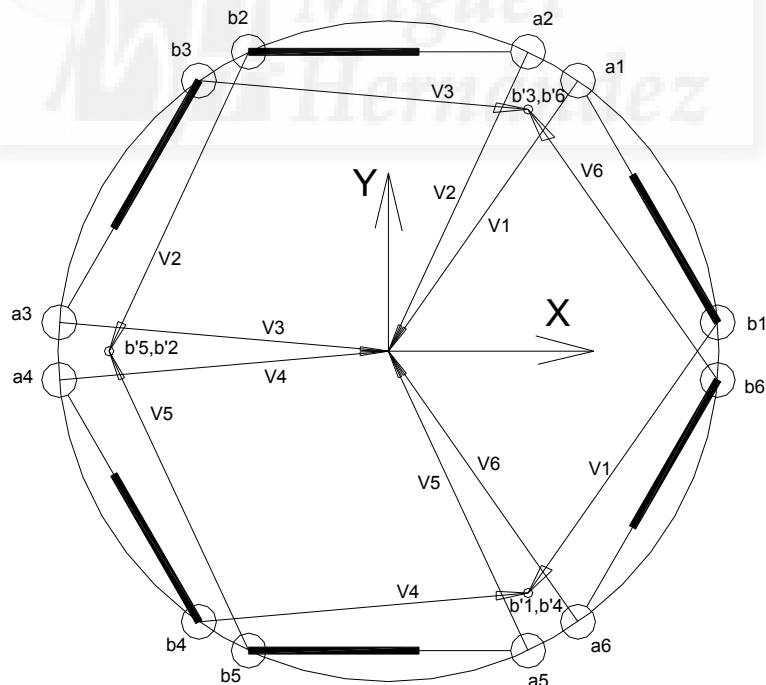
**Fig. 3-7** Espacio de trabajo en desplazamiento del manipulador PGS a orientación nominal: a la izda. vista superior y a la dcha. vista inferior.

Este método ha sido implementado en el CAD paramétrico Mechanical Desktop de forma que el espacio de trabajo en desplazamiento para la orientación nominal se obtiene directamente como una pieza. Esta pieza variará según se varíen sus variables de diseño (los parámetros de la Tabla 3-1).

### 3-4 Estudio del espacio de trabajo a orientación constante del TREPA

El Método arriba descrito se aplicó para estudiar el espacio de trabajo en desplazamiento del TREPA y, en concreto, la influencia de la orientación de los conos de restricción de las articulaciones pasivas respecto a sus plataformas.

Como ya se ha dicho el TREPA es un robot PGS con las dos plataformas iguales  $DI = DS = 1100$  mm,  $AI = AS = 10^\circ$ , en el cual el papel de plataforma fija y móvil se alternan durante su funcionamiento. La longitud mínima de los actuadores es  $LP = 1103$  mm y su carrera 800 mm ( $RCLP = 0,725$ ).



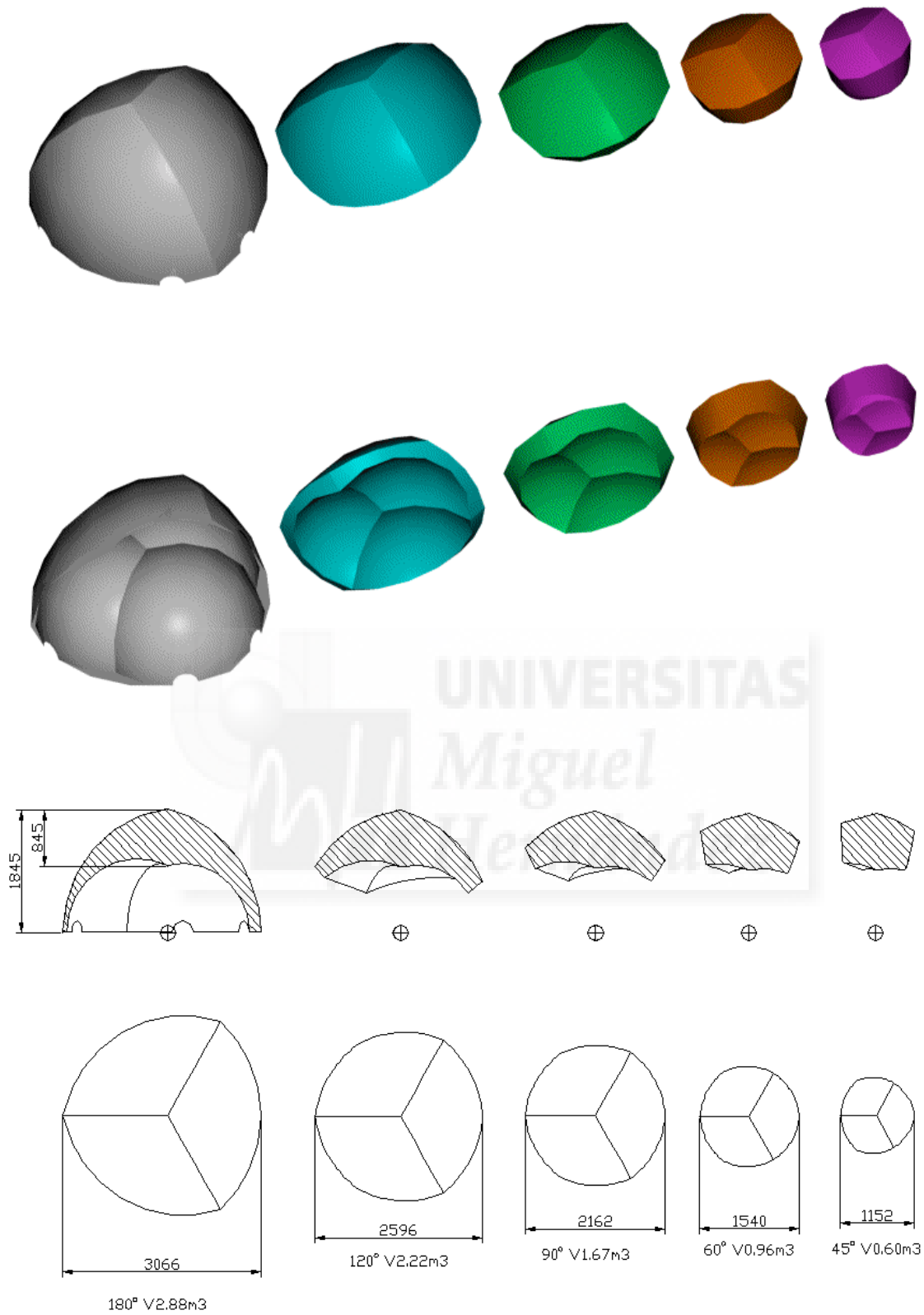
**Fig. 3-8** Esquema en planta del TREPA en posición nominal, coincidencia de los orígenes de los volúmenes de restricción dos a dos:  $b'1 \equiv b'4$ ;  $b'2 \equiv b'5$ ;  $b'3 \equiv b'6$ .

La primera observación que cabe hacer (Fig. 3-8) es la coincidencia de los puntos de origen de los volúmenes de restricción dos a dos:  $b'1 \equiv b'4$ ;  $b'2 \equiv b'5$ ;  $b'3 \equiv b'6$ , debido a que la simetría de las dos plataformas garantiza el paralelismo de la proyección en planta de los actuadores  $1 // 4$ ,  $2 // 5$  y  $3 // 6$ . Esta coincidencia permite calcular el espacio de trabajo a orientación constante, para la orientación nominal, como intersección de sólo tres volúmenes ( $Vo'1$ ,  $Vo'2$  y  $Vo'3$ , por ejemplo) siempre que no se consideren las restricciones de las articulaciones pasivas, o que los ejes de los conos de restricción se orienten según la normal a la plataformas.

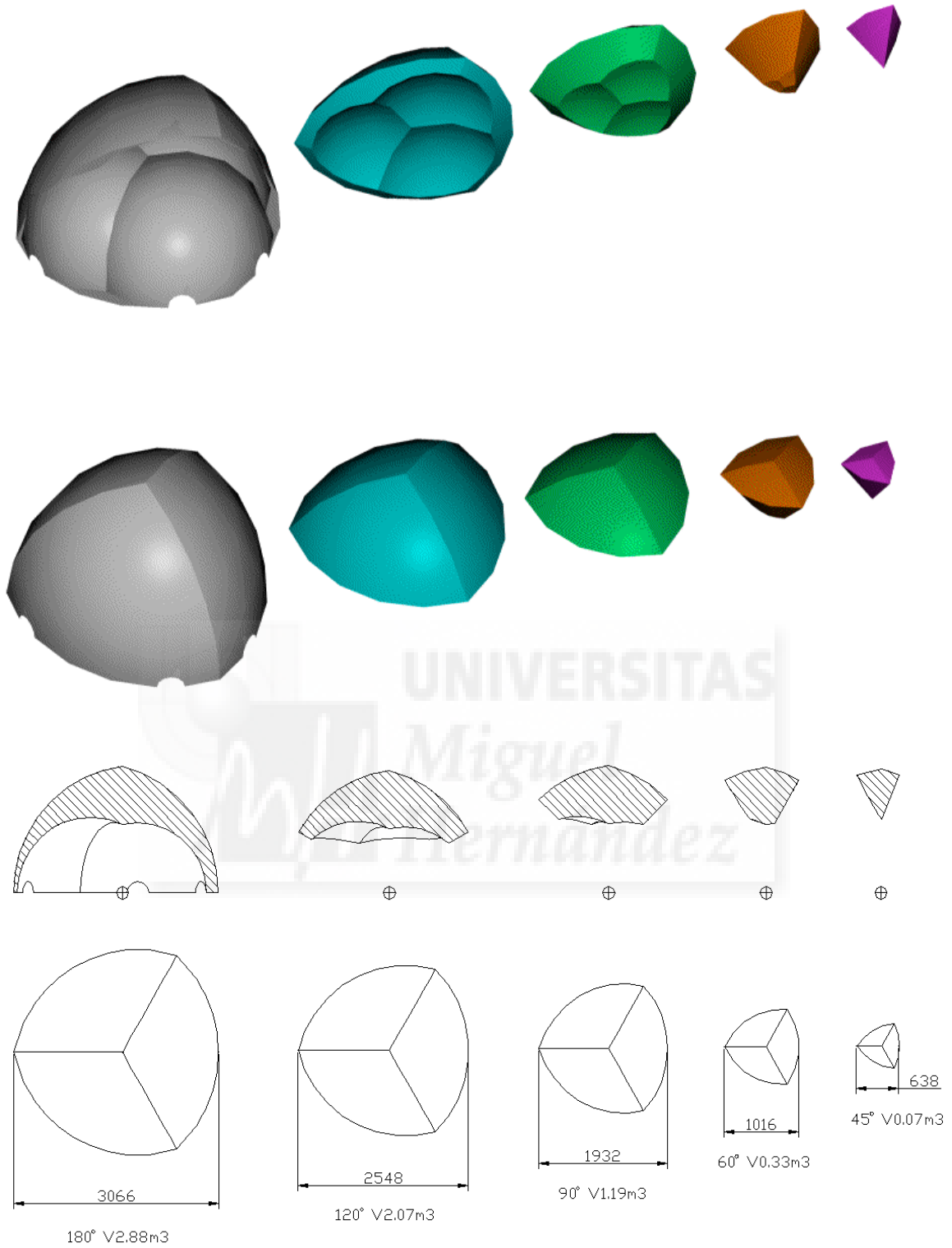
Para estudiar la influencia sobre el espacio de trabajo en desplazamiento del tipo de articulaciones pasivas (rótulas o juntas Cardan), el ángulo permitido por su cono de restricción y la orientación del eje de dicho cono (normal a las plataformas o coincidente con el eje en la posición nominal) se obtuvo el espacio de trabajo para ángulos de apertura de cono ( $2 \cdot SAR$ ) de:  $180^\circ$  (sin restricción en la articulación, junta Cardan p. e.),  $120^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  (rótulas con diferente movilidad). Estos espacios se muestran en las figuras 3-9 y 3-10, en la tabla 3-2 se resumen los resultados dando el volumen del espacio de trabajo en función del ángulo del cono de restricción de las articulaciones y de la forma de orientar el cono de restricción de la articulación.

<b>ÁNGULO DEL CONO</b>	<b><math>V(m^3)</math> Orientación según actuador</b>	<b><math>V(m^3)</math> Orientación normal a plataforma</b>
180° (sin limitación)	2.88	2.88
120° (rótula)	2.22	2.07
90° (rótula)	1.67	1.19
60° (rótula)	0.96	0.33
45° (rótula)	0.60	0.07

**Tabla 3-2** Volumen del espacio de trabajo en desplazamiento del TREPA en función del ángulo de restricción de las articulaciones pasivas y de la orientación de los conos de restricción.



**Fig. 3-9** Espacios de trabajo a orientación constante del TREPA con restricciones en las articulaciones pasivas. Orientación nominal y eje del cono de restricción orientado según la dirección de los actuadores en posición nominal.



**Fig. 3-10** Espacios de trabajo a orientación constante del TREPA con restricciones en las articulaciones pasivas. Orientación nominal y eje del cono de restricción orientado según la normal a las plataformas.

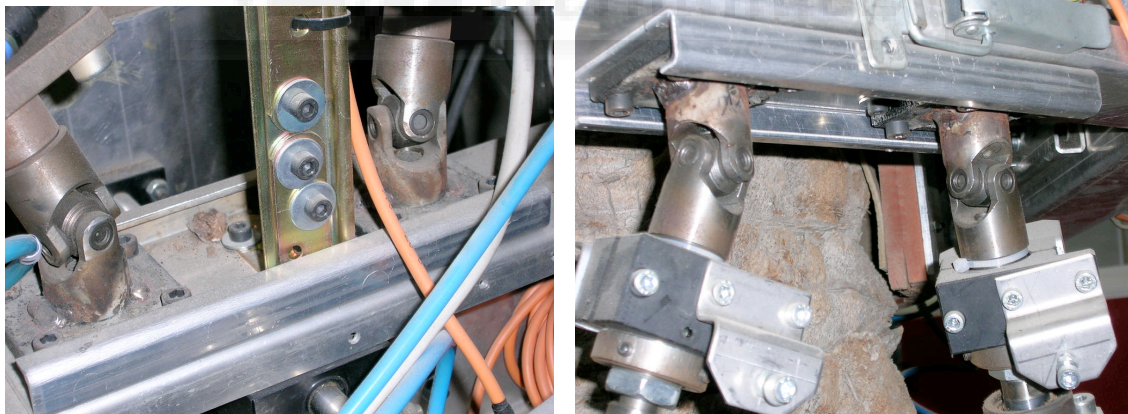


### Capítulo 3: OBTENCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO A ORIENTACIÓN CONSTANTE MEDIANTE UN SISTEMA CAD

Se puede observar que para pequeños valores del ángulo de apertura del cono de restricción (lo habitual en rótulas comerciales) el espacio de trabajo se reduce dramáticamente si la orientación del eje del cono de restricción se hace perpendicular a las plataformas. Esto hace aconsejable orientarlas según la dirección del actuador en posición nominal.

En cambio, para grandes aperturas, que se pueden obtener mediante juntas Cardan, las diferencias son poco significativas. Para  $120^\circ$  de apertura la diferencia de volumen del espacio de trabajo es inferior al 5% y en una zona poco aprovechable.

Por estas razones que se optó por utilizar juntas Cardan como articulaciones pasivas en el TREPA montándolas de forma normal a las plataformas, lo que simplifica su construcción. La utilización de dos juntas Cardan en los extremos de los actuadores reduce 1 g.d.l. en la seis cadenas cinemáticas impidiendo la rotación alrededor del eje del actuador, por lo que el montaje de la junta en uno de los extremos se debe hacer loco sobre el vástago comportándose esta como una rótula. En la figura 3-11 se muestra un detalle de las articulaciones empleadas en el TREPA.



**Fig. 3-11** Detalle de las articulaciones pasivas del TREPA

### **3-5 Obtención del espacio de trabajo en desplazamiento para cualquier orientación mediante ensamblajes paramétricos**

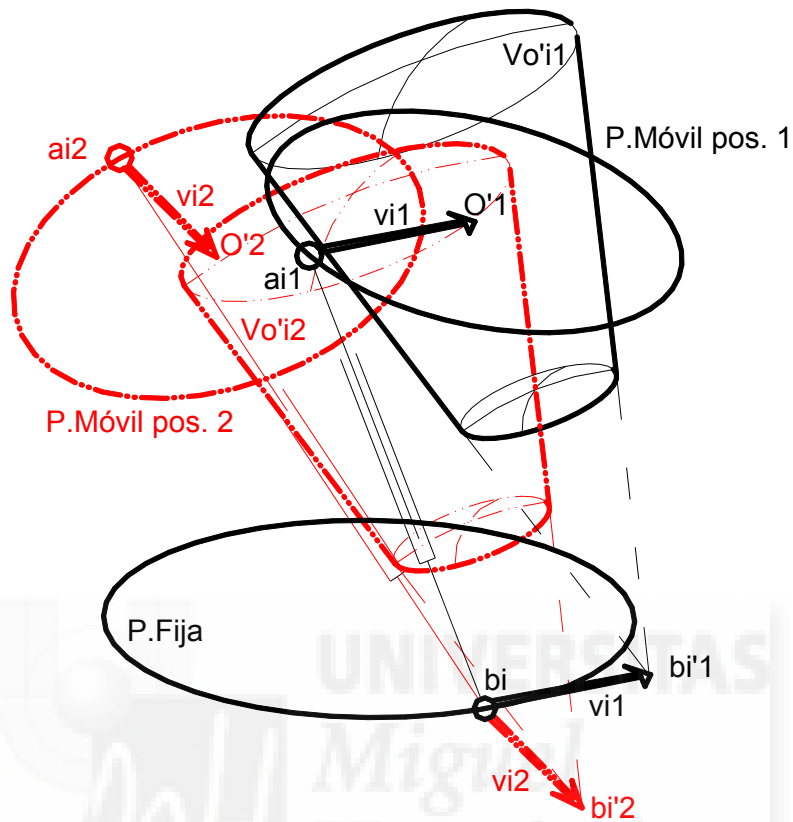
El método explicado en el punto anterior permite modelar el espacio de trabajo en desplazamiento del manipulador GPS mediante una sola pieza, relativamente sencilla, que se combina sucesivamente consigo misma de forma booleana. La limitación de este procedimiento es que el espacio de trabajo que se obtiene es exclusivamente para la orientación nominal (que en general es la más estudiada) a cambio se consigue con un bajo coste computacional.

Para obtener el espacio de trabajo en desplazamiento para cualquier orientación de la plataforma móvil el procedimiento que aquí se explica está basado en el uso de las herramientas para ensamblar conjuntos paramétricos disponibles actualmente en las aplicaciones de CAD. Como ya se ha dicho, los ensamblajes permiten establecer relaciones cinemáticas entre diferentes piezas de un conjunto, de esta manera se pueden realizar montajes de conjuntos de piezas solidarias o definir mecanismos, cuya posición se puede modificar mediante parámetros.

Para cada orientación de la plataforma móvil, siguiendo el principio de obtención del espacio de trabajo a orientación constante, el volumen  $Vo_i$  (movilidad del punto de referencia  $O'$  restringida por el actuador  $i$ ) está "anclado" a la punta de vector  $vi$ , al cambiar la orientación de la plataforma móvil (la posición de esta es irrelevante) cambia la orientación del vector y su extremo  $b_i$  arrastra el volumen  $Vo_i$ . En la figura 3-12 se representan dos orientaciones marcadas con 1 y 2.

Podemos imaginar un mecanismo ficticio que representa el vector  $vi$  de la plataforma móvil mediante una barra, solidaria de esta plataforma, y el vector  $vi$  inferior mediante otra barra de igual longitud articulada mediante una rótula en el punto  $bi$  de la plataforma fija y que ancla

mediante otra rótula en  $b'i$  el volumen  $Vo'i$ . El citado mecanismo liga la orientación de las dos barras de forma que estas sean siempre paralelas.



**Fig. 3-12** Dos posiciones del volumen de restricción debido al actuador  $i$  correspondientes a las orientaciones 1 (en negro) y 2 (en rojo).

Ya se explicó en 2-3-2 que las restricciones debidas a las articulaciones pasivas se pueden modelar por medio de dos superficies cónicas con origen en  $b'i$ , la que representa la restricción de la articulación inferior que mantiene su orientación respecto a la plataforma fija (por lo que mantiene fija su orientación) y la que representa la restricción de la articulación superior que no cambia de orientación respecto a la plataforma móvil. Siguiendo el razonamiento del mecanismo ficticio, en el extremo  $b'i$  de la barra, que representa el vector  $vi$  inferior, deben anclarse mediante rótulas coincidentes dos piezas cónicas, una de ella que mantiene su orientación fija a medida que la barra oscila alrededor de  $bi$  y otra que mantiene su orientación respecto a la plataforma móvil. Una de estas piezas (o las dos) deben estar limitadas por superficies esféricas centradas en el vértice del cono para representar las limitaciones del actuador prismático. En la figura 3-12, por claridad, sólo se ha representado el volumen cónico

que mantiene su orientación fija en el espacio pero en realidad  $Vo'i$  es la intersección de los dos volúmenes cónicos que se han mencionado.

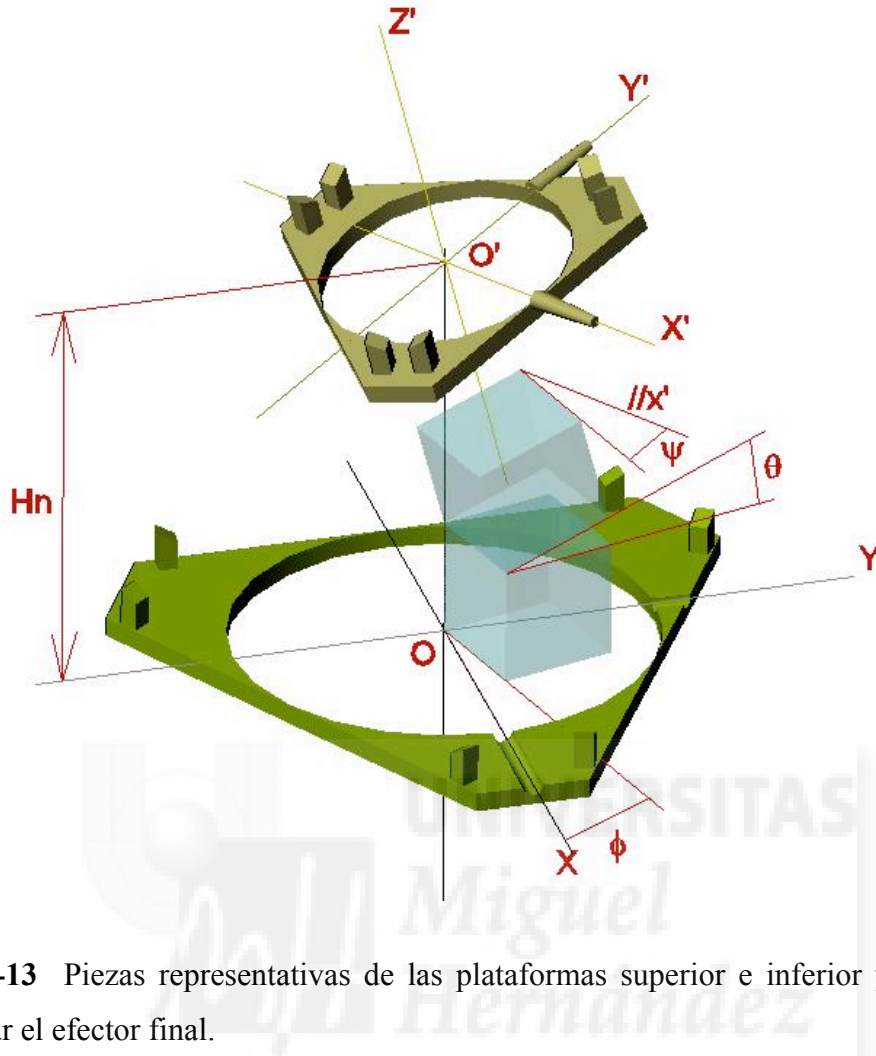
### **3-5-1 Plataformas fija y móvil: definición de la orientación**

El punto de partida, para construir mediante ensamblajes paramétricos el mencionado mecanismo ficticio, es la representación de la plataforma fija y de la plataforma móvil como piezas paramétricas. Además la plataforma móvil debe poder modificar su orientación respecto a la fija mediante parámetros que en este caso serán, tal como se ha dicho en 1-9 los ángulos de Euler ZXZ ( $\phi, \theta, \psi$ ).

En la figura 3-13 se representan las plataformas fija y móvil y dos cubos que permiten orientar la plataforma móvil respecto a la fija. Las piezas que representan la geometría de las dos plataformas son similares: son dos placas con contorno de hexágono semirregular en las cuales los vértices de la superficie superior sitúan los centros de las articulaciones pasivas, un vaciado circular tangente interior al hexágono permite ubicar geoméricamente los centros  $O$  y  $O'$ , los espesores de las placas (cuyo valor es irrelevante) se controlan mediante un parámetro auxiliar denominado "AUX". Para romper la simetría radial de las plataformas y poder identificar los ejes de los sistemas de referencia, a la fija se le han tallado unas ranuras semicirculares en las direcciones positivas de  $X$  e  $Y$ , a la plataforma móvil se le han añadido unos tetones cónicos en las direcciones  $X'$  e  $Y'$ .

Las plataformas están ligadas de forma que el origen del efector final  $O'$  se encuentre siempre en la posición nominal, para ello en el ensamblaje, la pieza que representa la plataforma móvil tiene dos restricciones respecto a la fija: coincidencia de su centro  $O'$  en el eje de la perforación circular de la base y distancia del mismo centro al plano superior de la plataforma fija de valor  $Hn$ , que representa la distancia entre los planos de las plataformas en posición nominal. El valor del parámetro  $Hn$  se deduce fácilmente de consideraciones geométricas, teniendo la expresión:

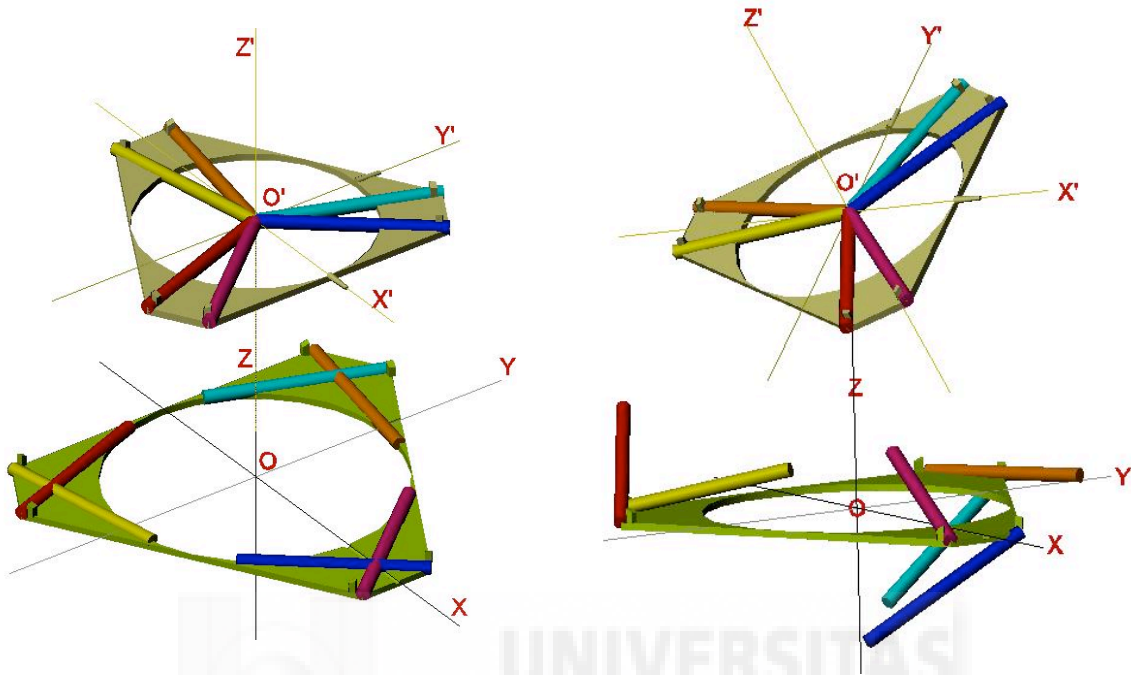
$$Hn = \left( \left( \frac{LP+LG}{2} \right)^2 - (RS \cdot \text{sen}(60-SAI-SAS))^2 - (RI - RS \cdot \text{cos}(60-SAI-SAS))^2 \right)^{0.5}$$



**Fig. 3-13** Piezas representativas de las plataformas superior e inferior y cubos para orientar el efector final.

Para orientar el efector final según un determinado conjunto de ángulos de Euler se han añadido dos piezas iguales de forma cúbica que enlazan mediante una cadena cinemática ficticia las dos plataformas. Así las restricciones del ensamblaje entre el cubo inferior y la plataforma fija simulan una articulación de 1 g.d.l. de rotación alrededor del eje Z: el primer ángulo de Euler  $\phi$  entre el eje X y la arista de la base del cubo que se controla mediante el parámetro "FI". Las restricciones entre los cubos superior e inferior se comportan también como una articulación de 1 g.d.l. de rotación alrededor de la arista coincidente de la figura 3-13 y el ángulo entre las caras acotado como  $\theta$  (el segundo ángulo de Euler) se controla mediante el parámetro "THETA". La plataforma móvil y el cubo superior están ligados de forma que las normales de sus superficies superiores sean paralelas y que el ángulo entre el eje  $X'$  y la arista acotada sea el tercer ángulo de Euler  $\psi$  (controlado mediante el parámetro "YPSILON"). Hay que hacer notar que la conexión entre los dos últimos eslabones de esta cadena cinemática

ficticia se puede plantear así gracias a la potencia de las herramientas CAD para ensamblar piezas, sin necesidad de realizar un mecanismo realista.



**Fig. 3-14** Plataformas fija y móvil y piezas representativas de los vectores  $v_i$ : izda. en posición nominal, dcha. para otra orientación.

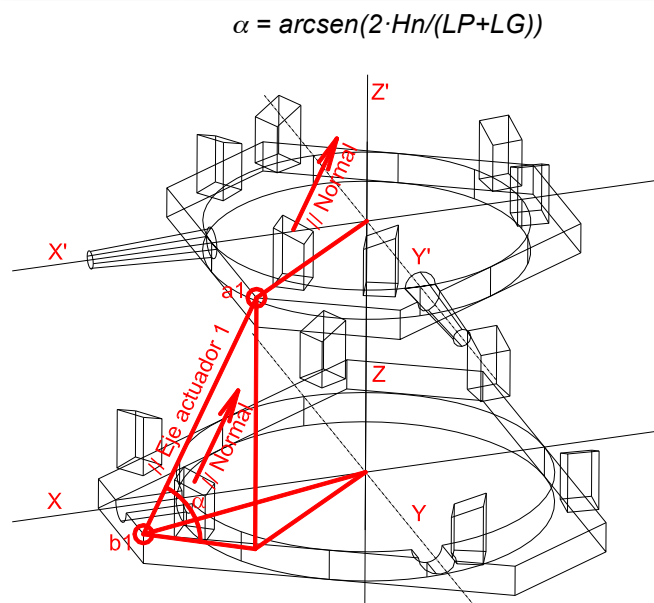
### 3-5-2 Representación de las restricciones.

Controlada la orientación de la plataforma mediante parámetros el siguiente paso es definir el mecanismo explicado en la figura 3-12. En primer lugar es necesaria una representación del comportamiento de los vectores  $v_i$ , estos (Fig. 3-14) se han modelado mediante cilindros de longitud "RS" y diámetro (irrelevante) el parámetro "AUX". Cada cilindro de la plataforma superior es solidario de esta por medio de dos restricciones de coincidencia de los centros de sus extremos con el vértice representativo de los puntos  $a_i$  y el centro  $O'$ . Cada uno de los 6 cilindros de la plataforma superior tiene un homólogo (representado en la figura con el mismo color) anclado en el vértice correspondiente  $b_i$  mediante una coincidencia punto – punto (centro de la cara con el vértice) que simula una rótula, además se añade una restricción de

paralelismo entre los ejes de los cilindros homólogos de forma que el comportamiento de estos es el mismo que se ha descrito para los vectores  $v_i$ , ver figura 3-14.

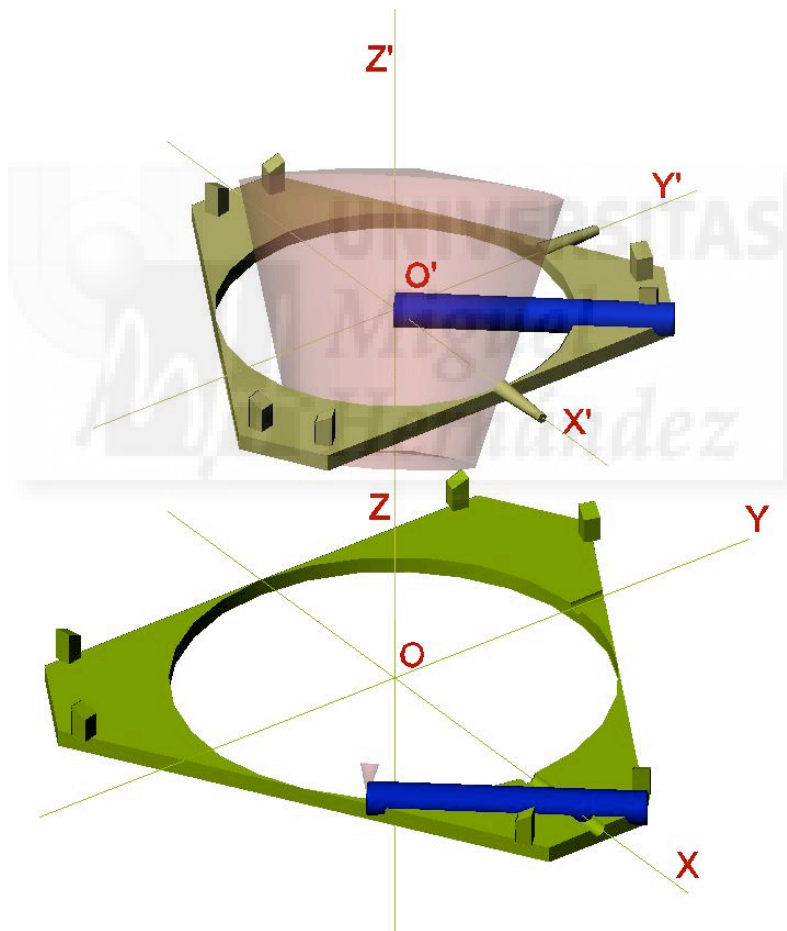
En cada uno de los extremos libres de los cilindros ligados a la plataforma inferior se deben anclar los vértices de dos volúmenes cónicos que representan la movilidad permitida por las restricciones pasivas de la plataforma móvil y fija. El volumen que representa la movilidad de la articulación pasiva de la base  $b_i$  mantendrá su orientación fija para cada orientación de la plataforma móvil. El volumen que representa la movilidad de la articulación  $a_i$  cambiará su orientación para mantenerla respecto a la plataforma móvil.

Se ha comentado en 3-4 las ventajas de orientar los ejes de los conos de restricción según la dirección de los ejes de los actuadores cuando el robot se encuentra en posición nominal, para conseguir esto, y poder controlar la orientación de los conos de restricción respecto a las dos plataformas, a estas se les ha añadido unas "almenas" (figura 3-15) cuya cara superior tiene orientada su normal de forma paralela a la dirección del actuador en posición nominal. En la figura se muestra como un lado de la base de la almena coincide con la proyección en el plano X-Y del actuador, el ángulo  $\alpha$  (entre el actuador y su proyección) se deduce de la construcción geométrica de la figura:



**Fig. 3-15** Almenas para la orientación de los conos de restricción de las plataformas fija y móvil.

En la figura 3-16 se muestra, en orientación nominal, el volumen que representa la movilidad de  $O'$  condicionada por el actuador 1 y la articulación pasiva  $b1$ , se trata de un volumen cónico de semiángulo "SAR" limitado por casquetes esféricos de radios "LP" y "LG". Se puede observar también que el vértice del cono se materializa mediante un pequeño cono (de tamaño controlado por el parámetro "AUX") que permite ligarlo al extremo del cilindro que representa el vector  $v1$ . Por claridad en esta figura no se ha mostrado el volumen que representa la movilidad de  $O'$  condicionada por el actuador 1 y la articulación pasiva  $a1$ , al ser coincidente con el anterior. Se puede observar que el punto de referencia  $O'$  ocupa una posición "central" en este volumen.



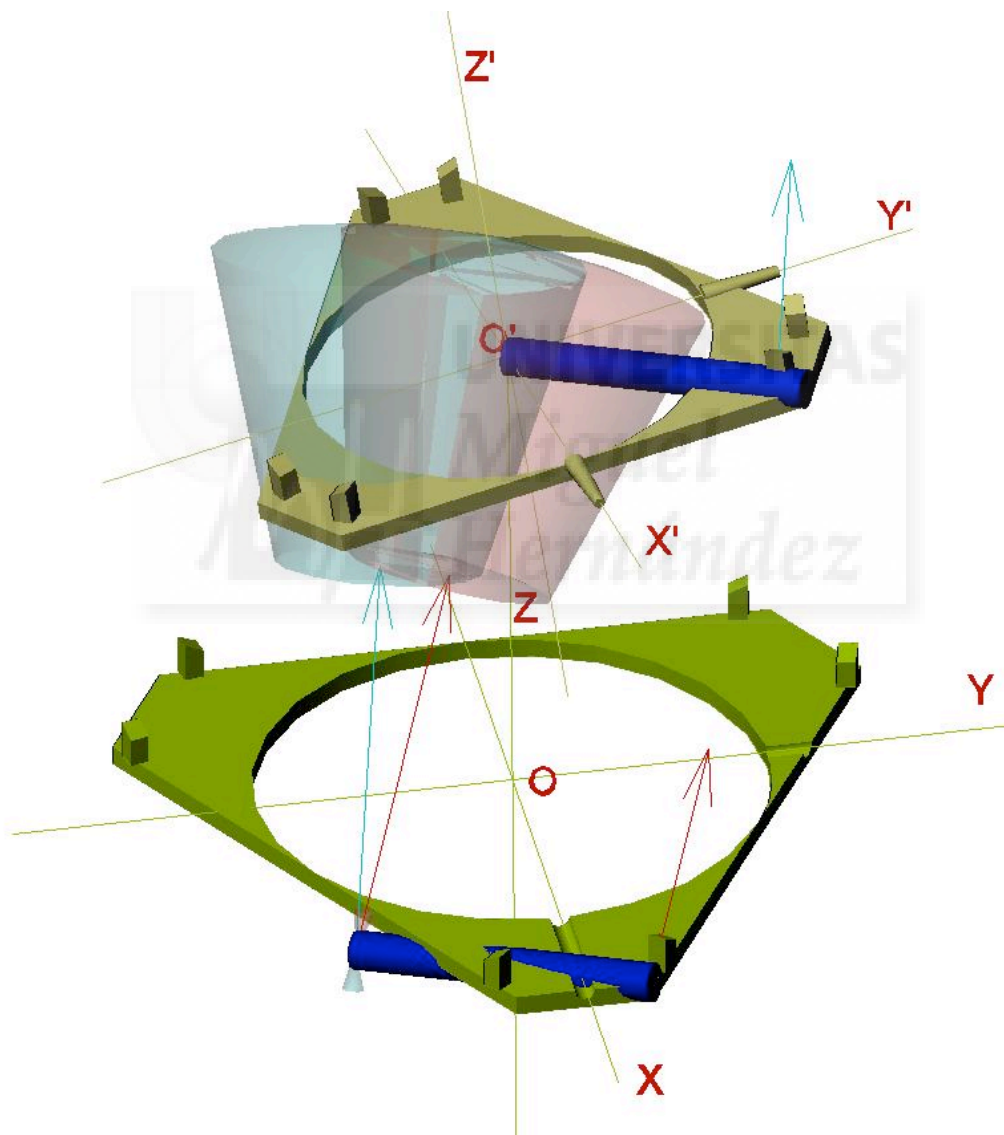
**Fig. 3-16** Volumen representativo de la movilidad de  $O'$  debida a la articulación  $b1$ .

En la figura 3-17 se ilustra cómo al producirse un cambio de orientación de la plataforma fija el volumen magenta representativo de la articulación  $b1$  (plataforma fija) permanece fijo, mientras el representativo de la articulación  $a1$  (plataforma móvil) en cian, cambia su orientación con la



de la plataforma móvil. En la figura también se representan con los mismos colores los ejes de los conos de restricción y sus respectivas normales a las almenas que los orientan.

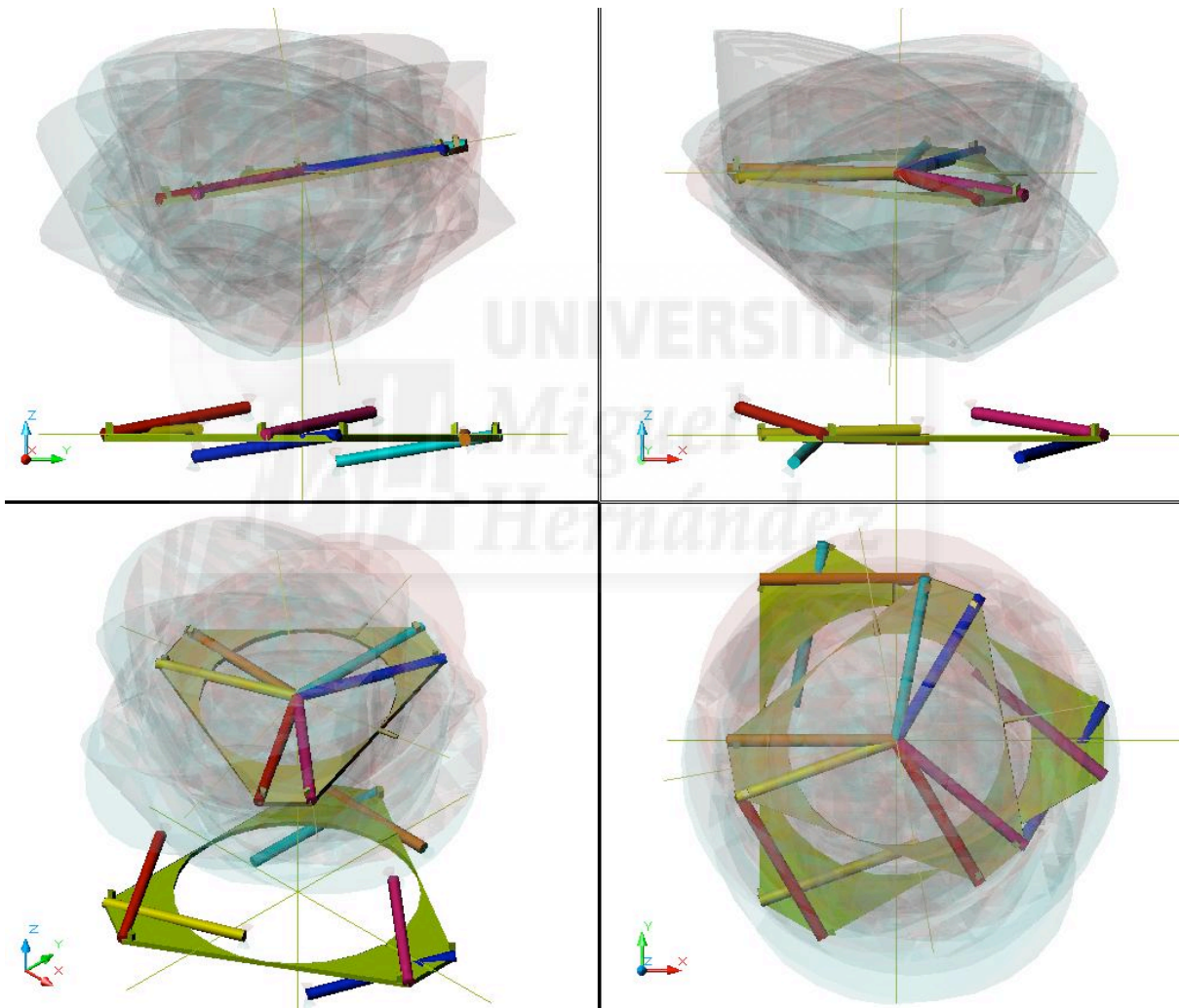
Se puede observar también en esta figura que el volumen representativo de la articulación  $a1$  (en cian), de la misma manera que el de  $b1$ , materializa el vértice del cono mediante otro pequeño cono, en este caso, orientado en sentido contrario para que en el cálculo final de la intersección estas construcciones auxiliares den un volumen nulo.



**Fig. 3-17** Volúmenes en representativos de la movilidad de  $O'$  debida a las articulaciones  $b1$  y  $a1$ , para una orientación de la plataforma:  $\phi = 8^\circ$ ,  $\theta = 8^\circ$ ,  $\psi = 0^\circ$  y un semiángulo de restricción de  $15^\circ$ .

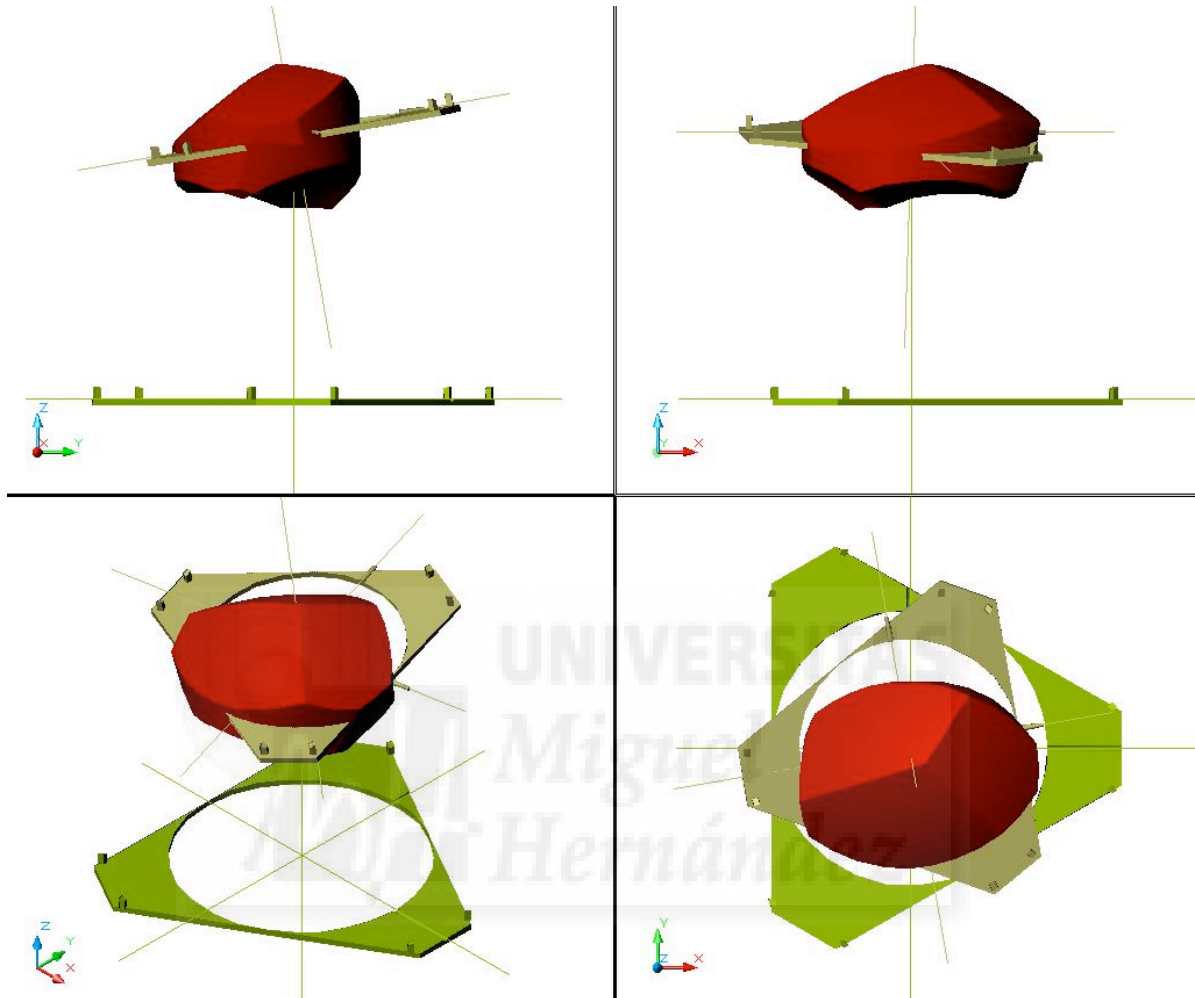
### 3-5-3 Obtención de la intersección

El modelo CAD de ensamblaje que hasta aquí se ha explicado contiene ya todos los elementos necesarios para obtener el espacio de trabajo a orientación constante del manipulador PGS. En la figura 18 se representan cuatro vistas de las dos plataformas orientadas según los ángulos  $\phi = 10^\circ$  ,  $\theta = 10^\circ$  ,  $\psi = 0^\circ$  y los 12 volúmenes de restricción correspondientes a las articulaciones pasivas de las plataformas superior e inferior (que incluyen las restricciones de las carreras de los actuadores).



**Fig. 3-18** 12 volúmenes en representativos de la movilidad de O' debido a las articulaciones bi y ai, para una orientación de la plataforma:  $\phi = 10^\circ$  ,  $\theta = 10^\circ$  ,  $\psi = 0^\circ$  y un semiángulo de restricción de  $30^\circ$ .

El último paso es calcular la intersección de estos 12 volúmenes, el volumen resultante es el espacio de trabajo a orientación constante para la orientación en que se encuentra la plataforma. En la figura 19 se representa el resultado de la intersección de la figura anterior.



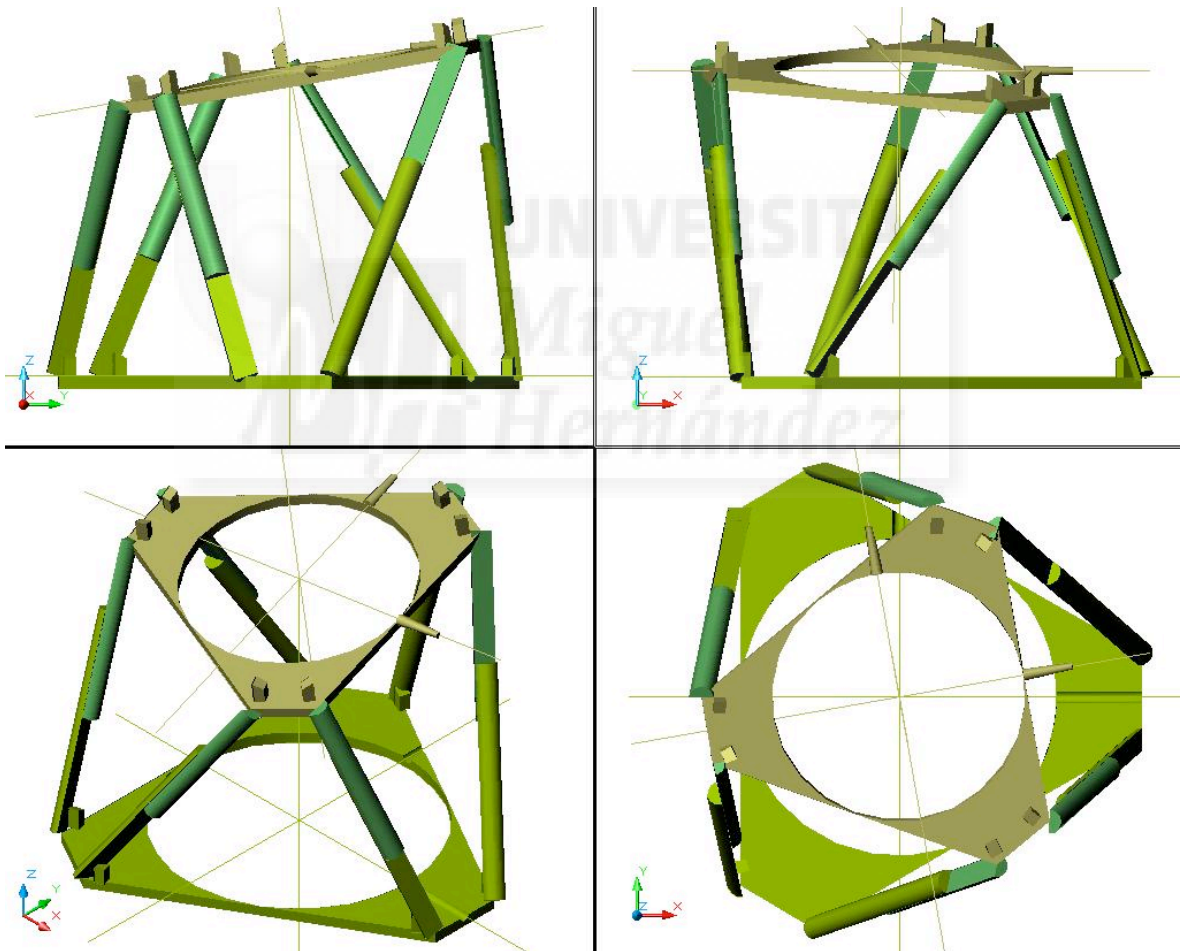
**Fig. 3-19** Intersección de los 12 volúmenes de la figura anterior, que es el Espacio de Trabajo en Desplazamiento para una orientación de la plataforma :  $\phi = 10^\circ$  ,  $\theta = 10^\circ$  ,  $\psi = 0^\circ$  y un semiángulo de restricción de  $30^\circ$ .

#### **3-5-4 Representación de los actuadores.**

Con todos los elementos que hasta aquí se han descrito el ensamblaje permite obtener el espacio de trabajo en desplazamiento que se buscaba, pero dadas las facilidades que la herramienta CAD nos aporta es fácil implementar en el ensamblaje la representación de los actuadores. En este caso (figura 20) los actuadores se han representado por dos semicilindros

de longitud "LG" (el anclado a la base) y "LG-LP" (el anclado al efector final) que están restringidos entre si por coincidencia de sus planos medios y coincidencia de sus ejes, además los centros de uno de sus extremos coinciden con los vértices  $bi$  y  $ai$  de las plataformas fija y móvil respectivamente.

Esta representación se puede hacer todo lo realista que se requiera y así valorar la posibilidad de autocolisiones. Otra utilidad inmediata es el cálculo de la cinemática inversa del manipulador PGS, es decir, dada una orientación-posición de la plataforma móvil obtener la extensión de sus actuadores.



**Fig. 3-20** Representación de los actuadores para la plataforma de las figuras anteriores ( $\phi = 10^\circ$ ,  $\theta = 10^\circ$ ,  $\psi = 0^\circ$ )

### Capítulo 3: OBTENCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO A ORIENTACIÓN CONSTANTE MEDIANTE UN SISTEMA CAD

Este método ha sido implementado en el CAD paramétrico Mechanical Desktop de forma que el espacio de trabajo en desplazamiento para cualquier orientación se obtiene como intersección de los 12 volúmenes antes mencionados del ensamblaje. La modificación de las variables de diseño permiten controlar la geometría de la plataforma y su orientación.





## **4 ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL**

En el capítulo anterior se ha presentado cómo el dibujo por ordenador es una herramienta muy poderosa para la obtención, representación y estudio del espacio de trabajo más utilizado en los robots PGS: el espacio de trabajo a orientación constante.

En el capítulo 2 se relacionan los diferentes tipos de espacios de trabajo que aparecen en la literatura y, en concreto, se recoge la definición de Merlet [MER06] de "**Espacio de trabajo en orientación total**" como: "el conjunto de posiciones que el punto de referencia del efector final puede alcanzar con todas las orientaciones de un conjunto dado mediante rangos de los ángulos de orientación". El enunciado anterior no define en sí mismo un espacio de trabajo en concreto, como sí lo hacen las definiciones de los espacios de trabajo a orientación constante o a centro fijo, sino que abre un camino para que, en la concreción de la definición del "intervalo de orientación 3D", aparezcan nuevos espacios de trabajo.

Sin duda la contribución más notable, en esta dirección, es el ya mencionado "**Espacio de trabajo 2D para un intervalo de orientaciones 2D**", obtenido por Tian Huang y otros [HUA99-1], para el manipulador de Gough-Stewart, en el cual el intervalo de orientaciones es 2D (no hay torsión). El interés de este espacio de trabajo reside en que en un plano  $z = \text{cte}$  se representa el área donde se garantiza que la plataforma PGS puede realizar un giro "Tilt" (según la definición de Bonev) mínimo alrededor de cualquier eje contenido en el plano de la plataforma móvil.

La principal aportación de esta Tesis es definir y obtener un espacio de trabajo que resulte útil para valorar la destreza de un manipulador PGS, es por esto que partiendo de la definición de Merlet se ha introducido la definición del “espacio de trabajo en orientación total en oscilación”.

#### **4-1 Espacio de trabajo en orientación total en oscilación: definición**

Definimos como “**oscilación**” (dados un ángulo  $\gamma$  y una orientación) al conjunto de todas las orientaciones que resulten de un giro de un ángulo igual ó menor a  $\gamma$  alrededor de cualquier vector  $k \in \mathcal{R}^3$ , a partir de la orientación dada.

Definimos “**espacio de trabajo en orientación total en oscilación**” (dados una orientación y un ángulo  $\gamma$ ) al conjunto de posiciones que el punto de referencia del efector final puede alcanzar con todas las orientaciones de una oscilación.

Definido así este espacio de trabajo es un espacio 3D (ó un volumen) convencional, que representa las posiciones que puede ocupar el punto de referencia del efector final  $O'$ , en las cuales se puede asegurar que, como mínimo, en cualquier punto de este espacio la plataforma móvil puede orientarse girando un ángulo dado (en cualquier dirección) respecto a la orientación para la que está definido.

#### **4-2 Justificación de la utilidad del espacio de trabajo en orientación total en oscilación**

En primer lugar este espacio así definido es un espacio 3D (X,Y,Z) convencional, por lo tanto su representación e interpretación es inmediata. Se puede representar mediante un volumen (de la misma manera como se ha expuesto en el capítulo anterior con el espacio de trabajo en desplazamiento) y comprobar si una región del espacio determinada pertenece ó no a este volumen. Es, por lo tanto, un espacio de trabajo de fácil representación e interpretación.



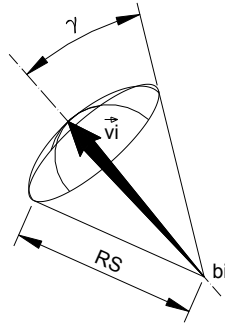
El subconjunto 3D de orientaciones es también de interpretación inmediata y no necesita de una representación adicional: en cualquier punto de este espacio de trabajo se garantiza que como mínimo la plataforma móvil podrá girar en cualquier dirección un ángulo dado.

La utilidad del intervalo de orientación es evidente para aplicaciones del manipulador PGS como simulador, en este caso se podrá garantizar, en todo el espacio de trabajo en oscilación, la capacidad del robot para transmitir giros de una determinada amplitud en las tres direcciones del espacio. Bonev [BON02] ha justificado el interés de los espacios de trabajo sin torsión ( $\sigma = 0$ ) en la aplicación a fresadoras basadas en manipuladores paralelos de 6GDL (como los de la firma HEXEL, figura 1-13) en los que la torsión de la plataforma en la mayoría de las aplicaciones es irrelevante. Parece claro que en operaciones de manipulación y en simuladores la garantía de poder oscilar en cualquier dirección un determinado ángulo resulta muy interesante, y que, en el caso de fresadoras, el espacio en orientación total en oscilación está contenido dentro de un espacio donde se garantiza un mínimo ángulo de guiñada  $\theta$  (o Tilt) del mismo valor que el ángulo  $\gamma$  de oscilación.

### **4-3 Obtención del espacio de trabajo en orientación total en oscilación**

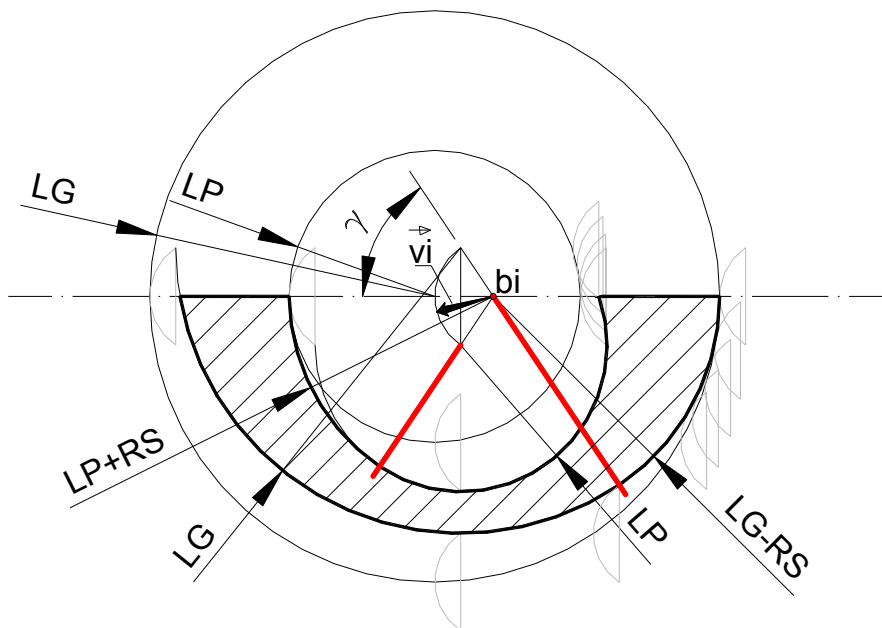
El espacio en orientación total en oscilación arriba definido coincidirá con la intersección de todos los espacios a orientación constante correspondientes a todas las orientaciones de la oscilación. El procedimiento que aquí se propone, apoyándonos en la propiedad asociativa de la intersección, es obtener esta intersección como la intersección de los 6 volúmenes  $V_{o'i}$  ( $i=1,2,\dots,6$ ) que resultan, a su vez, de la intersección de todos los volúmenes  $V_{o'i}$  correspondientes a todas las orientaciones de la oscilación. Es decir, en lugar de tratar de evaluar la intersección de todos los espacios a orientación constante de la oscilación, lo que se hará será obtener el volumen común que ocupa en la oscilación el volumen de restricción de cada actuador  $V_{o'i}$  y posteriormente obtener la intersección de los 6 volúmenes  $V_{o'i}$  así obtenidos.

Independientemente de la orientación de cada vector  $v_i$ , al producirse una oscilación de ángulo  $\gamma$  los vectores  $v_i$  barrerán un volumen cónico con origen en  $b_i$ , eje coincidente con el vector en la orientación de partida y semiángulo  $\gamma$  (Fig. 4-1), si imaginamos el mecanismo ficticio descrito en la figura 3-12 el origen del volumen de restricción  $Vo_i$  recorrerá en casquete esférico que limita este volumen cónico, el radio de este casquete coincide con el módulo del vector  $v_i$  y por tanto con el radio de la plataforma superior  $RS$ .



**Fig. 4-1** Volumen cónico barrido por el vector  $v_i$  para una oscilación  $\gamma$ .

Para obtener la intersección de volúmenes de restricción  $Vo_i$  para una oscilación (volumen  $Vio_i$ ) sin tener en cuenta las restricciones en las articulaciones pasivas recurrimos a la construcción geométrica de la figura 4-2. En este caso (ausencia de restricciones en las articulaciones pasivas) los volúmenes  $Vo_i$  serán cortezas esféricas de radio interior  $LP$  y radio exterior  $LG$  (longitudes mínimas y máximas de los actuadores).



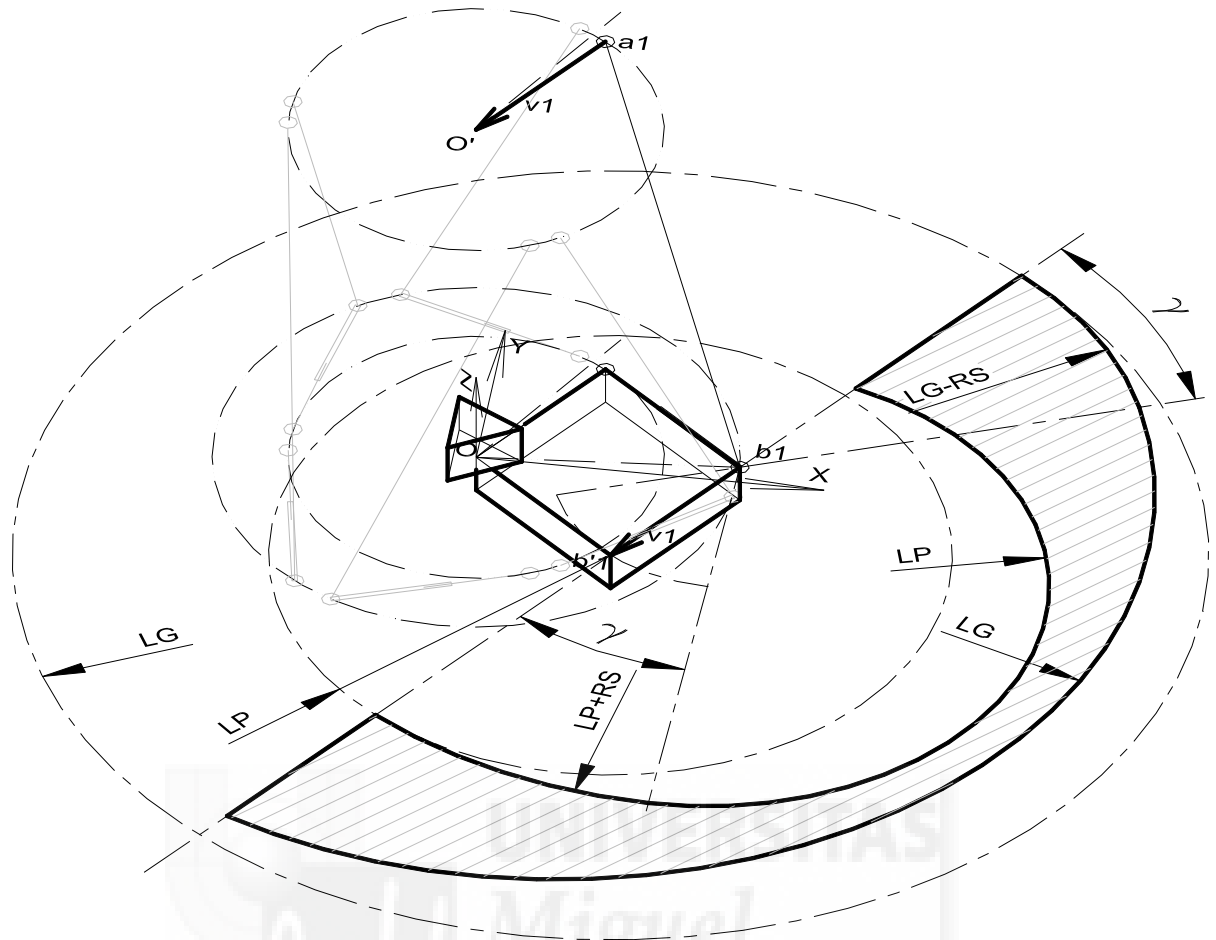
**Fig. 4-2** Sección por el eje de simetría del volumen  $Vio_i$ .

El centro de esta corteza esférica coincidirá con el centro del casquete esférico correspondiente a la orientación alrededor de la cual se producirá la oscilación. Cuando el centro de la corteza esférica barra toda la superficie del casquete esférico el volumen común a estas posiciones será el volumen intersección  $V_{o'i}$  buscado. Dado que el casquete esférico es una figura de revolución y su eje de revolución coincide con un eje de revolución de la corteza esférica, la intersección buscada será también una figura de revolución y podremos estudiar la intersección en un plano que contenga el eje. En la figura 4-2 se muestra uno de estos planos, se ve el arco que barre el vector  $v$  en la oscilación con centro en  $bi$  y semiángulo  $\gamma$ , con centro en el punto medio de este arco se han dibujado los dos círculos de radio  $LP$  y  $LG$  que delimitan la corteza esférica representativa del volumen  $V_{o'i}$ . En la oscilación el centro de la corteza recorrerá este arco y la intersección de todas las posiciones de la corteza vendrá definida por la envolvente del arco al desplazarse con el punto medio sobre los arcos que delimitan la corteza. El área sombreada representa esta envolvente, cuyos contornos son arcos de circunferencia, los trazos rojos representan los cambios de radio.

A la vista de esta sección es fácil deducir que para unas dimensiones generales de la plataforma y unos determinados actuadores ( $LP$  y  $LG$  dados) el volumen de la intersección  $V_{o'i}$  (y por tanto el espacio de trabajo en orientación total para una oscilación) se reduce si aumenta el ángulo  $\gamma$  (parámetro  $AO$ , ángulo de oscilación) o si se aumenta el radio de la plataforma superior  $RS$ .

### **4-4 Obtención del espacio de trabajo en orientación total en oscilación a orientación nominal mediante un CAD paramétrico**

La implementación del método arriba expuesto para obtener el de trabajo en orientación total en oscilación a orientación nominal sigue unos pasos paralelos a los expuestos en el capítulo anterior (apartado 3-3). El punto de partida es el mismo paralelepípedo construido como se explica en la figura 3-1, la cara superior tiene como vértices  $O$ , la proyección de  $a1$ ,  $b1$  y  $b'1$ , estos dos últimos origen y fin respectivamente del vector  $v1$ .



**Fig. 4-3** Perfil generador del volumen  $Vio'1$ .

En la figura 4-3 se representa esta construcción, también se ha representado un prisma triangular equilátero (geometría auxiliar) para aprovechar la simetría radial de la construcción. En el plano de la cara superior del prisma se ha dibujado de forma paramétrica la construcción generadora del volumen  $Vio'1$  explicada en la figura 4-2, la revolución de este perfil alrededor de un eje coincidente con el vector  $v_1$  da el volumen  $Vio'1$  (Fig. 4-3).

En la figura 4-4 se muestra la obtención del volumen de  $Vio'2$  por simetría respecto a un eje que forma un ángulo de  $60^\circ$  respecto al eje  $X$  (dibujado en rojo), en la figura 4-5 se representa la intersección de estos dos volúmenes y se observa que desaparecen los paralelepípedos al ser su intersección nula, el prisma triangular se mantiene como construcción auxiliar.

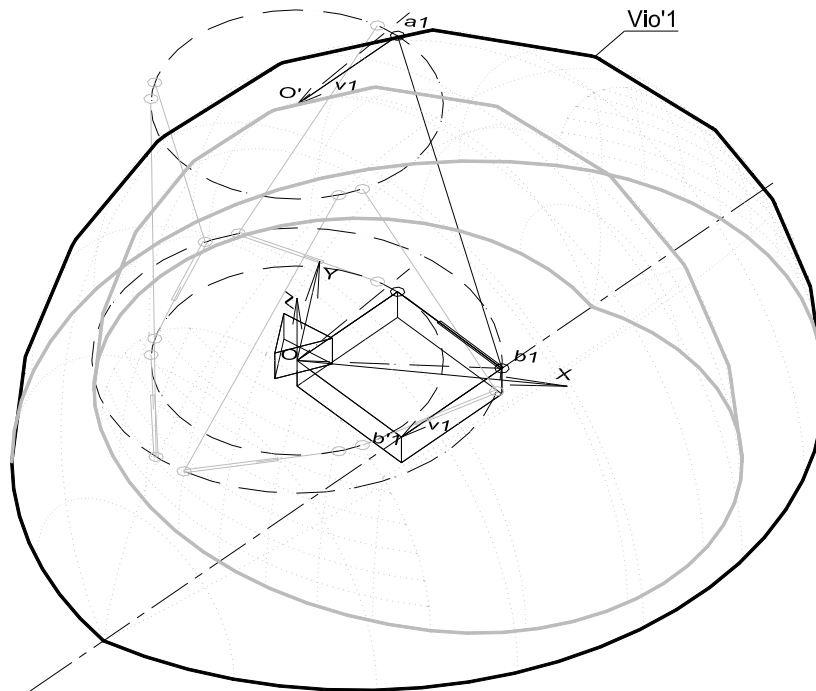


Fig. 4-4 Volumen  $Vio'1$ .

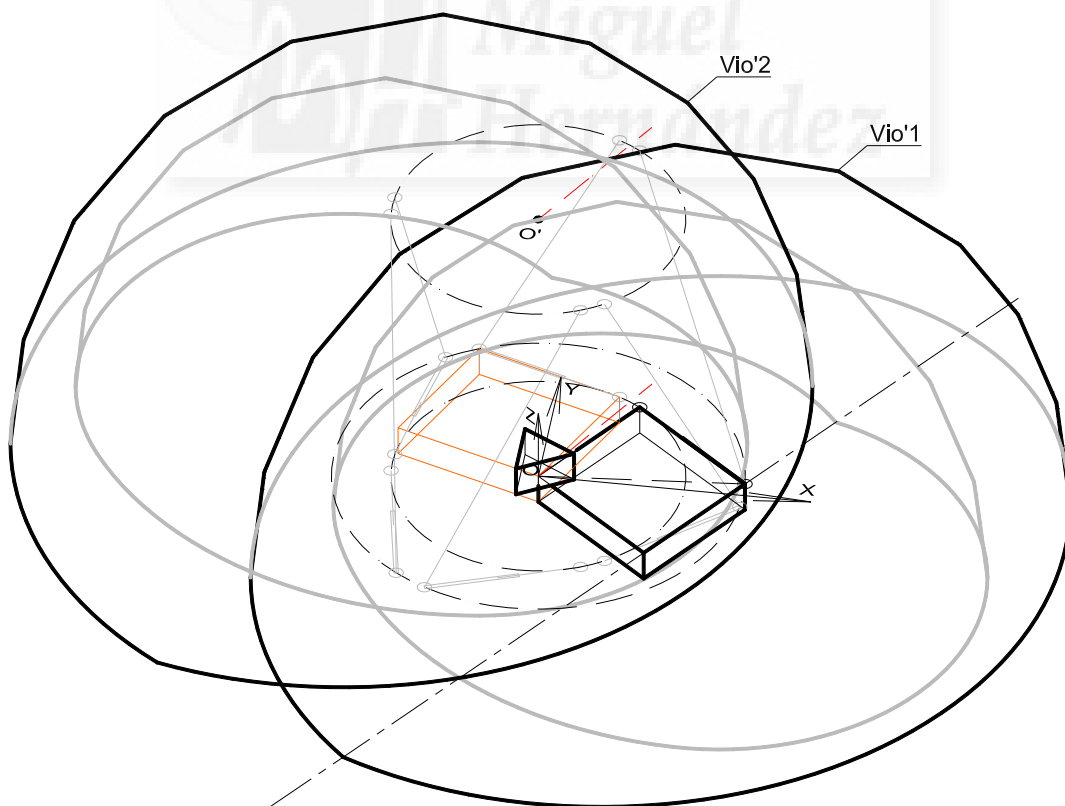
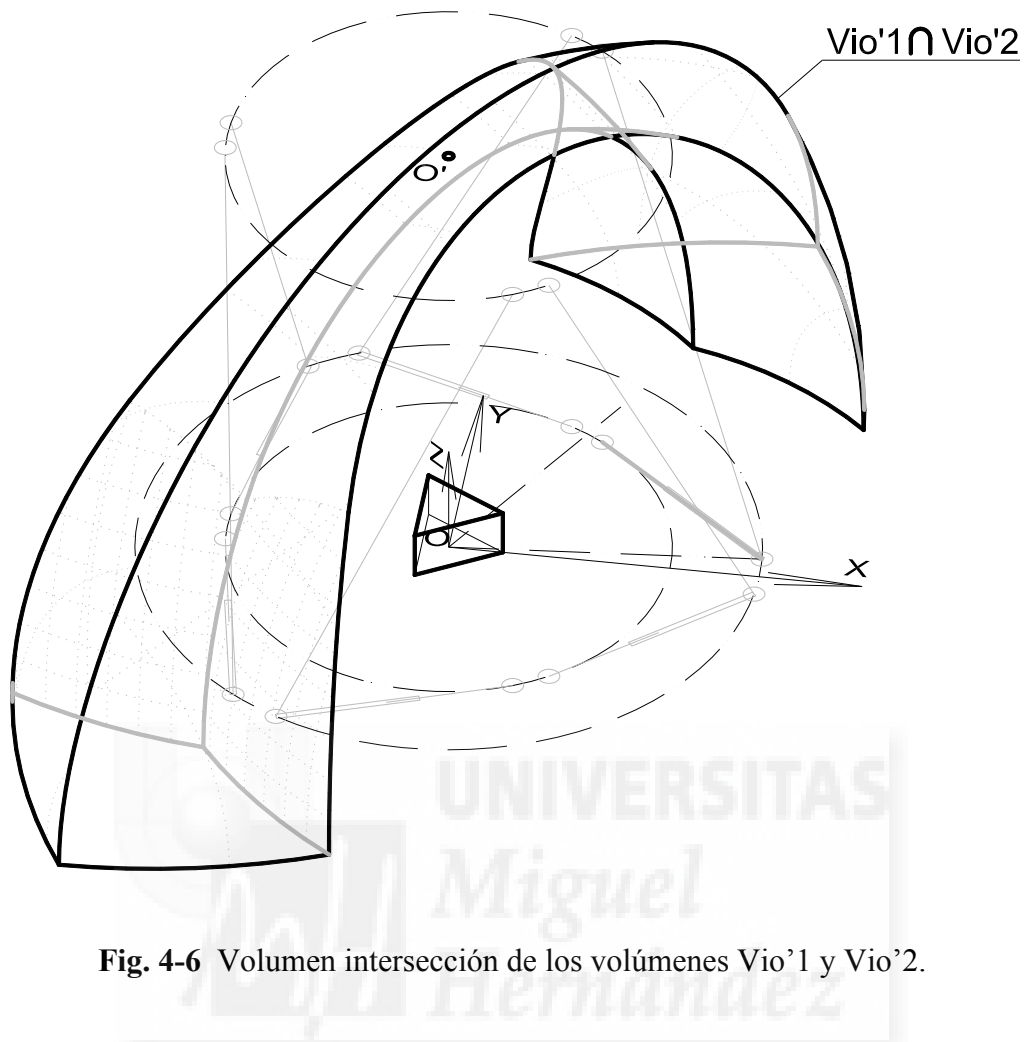


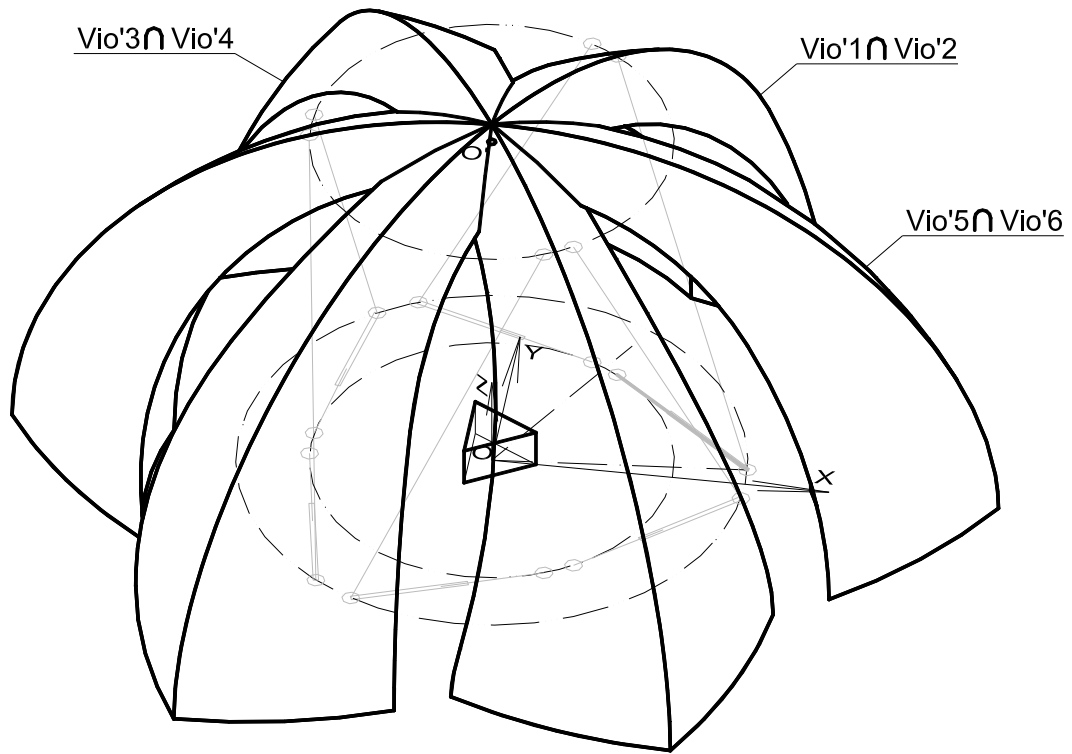
Fig. 4-5 Obtención por simetría del volumen  $Vio'1$  el volumen  $Vio'2$ .



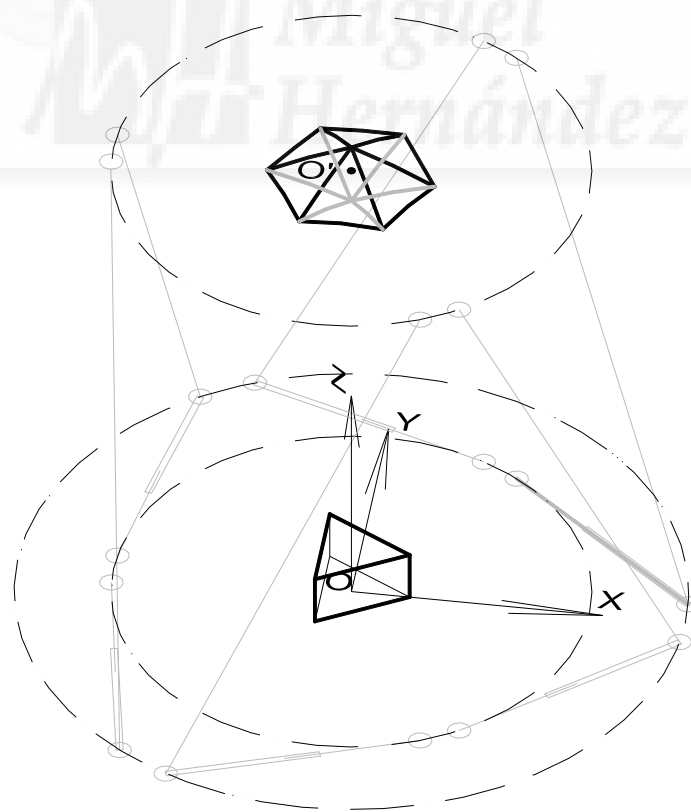
**Fig. 4-6** Volumen intersección de los volúmenes Vio'1 y Vio'2.

El siguiente paso para la obtención del espacio de trabajo en orientación total en oscilación a orientación nominal es generar los volúmenes intersección de Vio'3 y Vio'4 y de Vio'5 y Vio'6, que por simetría son iguales al ya obtenido girados  $120^\circ$  y  $240^\circ$  respectivamente. Esta operación se realiza apoyándose el prisma triangular (Fig. 4-7).

En la figura 4-8 se muestra el resultado final, la intersección de estos 3 volúmenes que dan como resultado el espacio de trabajo en orientación total en oscilación a orientación nominal. En este caso se ve que es un espacio relativamente pequeño, esto es debido a que por claridad de las figuras las carreras de los actuadores son relativamente pequeñas, el radio de la plataforma superior es parecido al de la inferior y el ángulo de oscilación es bastante alto ( $\gamma = 33^\circ$ ).



**Fig. 4-7** Volúmenes representativos de la movilidad de  $O'$  debidos a los pares de actuadores 1-2, 3-4 y 5-6.



**Fig. 4-8** Espacio de trabajo en orientación total en oscilación a orientación nominal

#### 4-5 Obtención del espacio de trabajo en orientación total en oscilación para cualquier orientación mediante ensamblajes paramétricos

Para abordar la obtención del espacio de trabajo en orientación total en oscilación para cualquier orientación se recurre a las mismas técnicas que en el apartado 3-3 del capítulo anterior. De hecho se aprovecha el modelo del ensamblaje realizado para la obtención del espacio de trabajo en desplazamiento. Se hace uso de las plataformas inferior y superior, esta última conteniendo los 6 cilindros que representan los 6 vectores  $v_i$ . Ambas plataformas están ligadas mediante los dos cubos que permiten definir la orientación mediante los ángulos de Euler (Z,X,Z). Anclados en los puntos  $b_i$  de la plataforma inferior están los 6 cilindros que representan los 6 vectores  $v_i$  que se orientan como sus homólogos de la plataforma superior. En la figura 4-9 se muestra este ensamblaje en orientación nominal y en la figura 4-10 con la orientación  $\phi = 15^\circ$ ,  $\theta = 15^\circ$ ,  $\psi = -20^\circ$ .

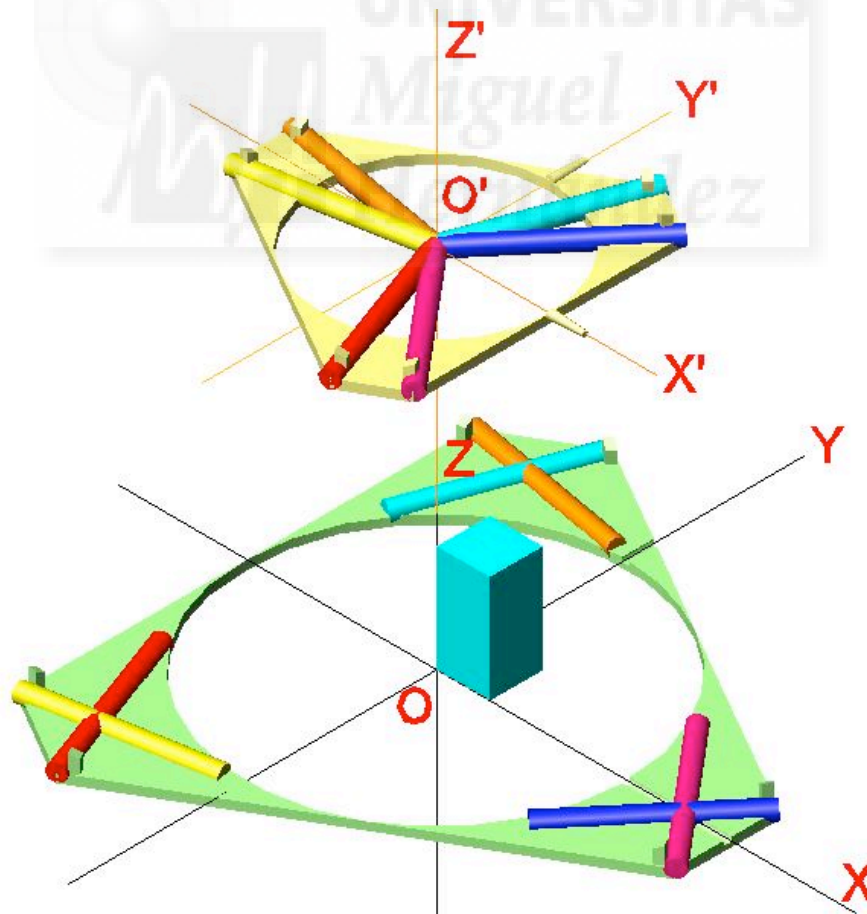
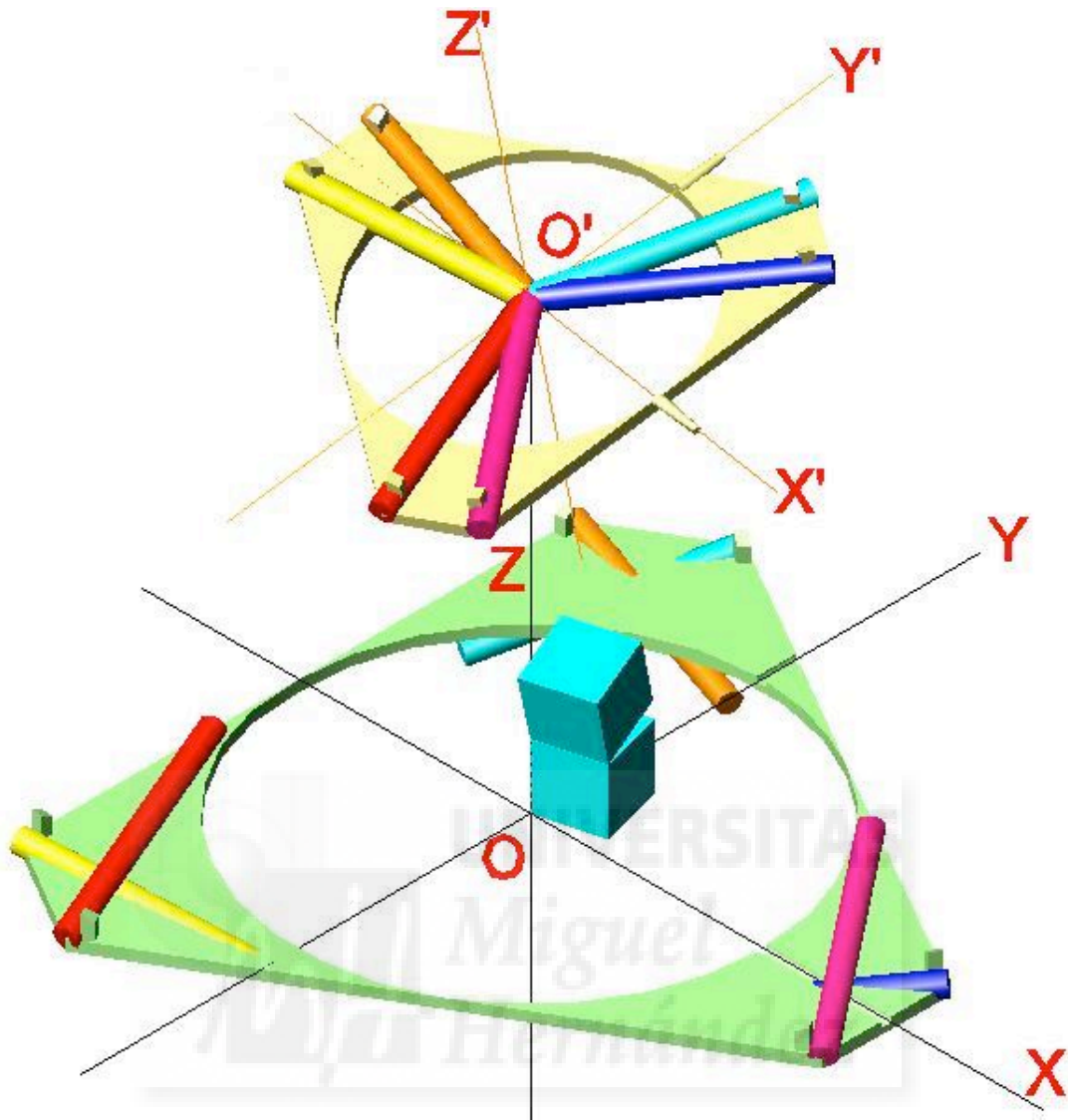


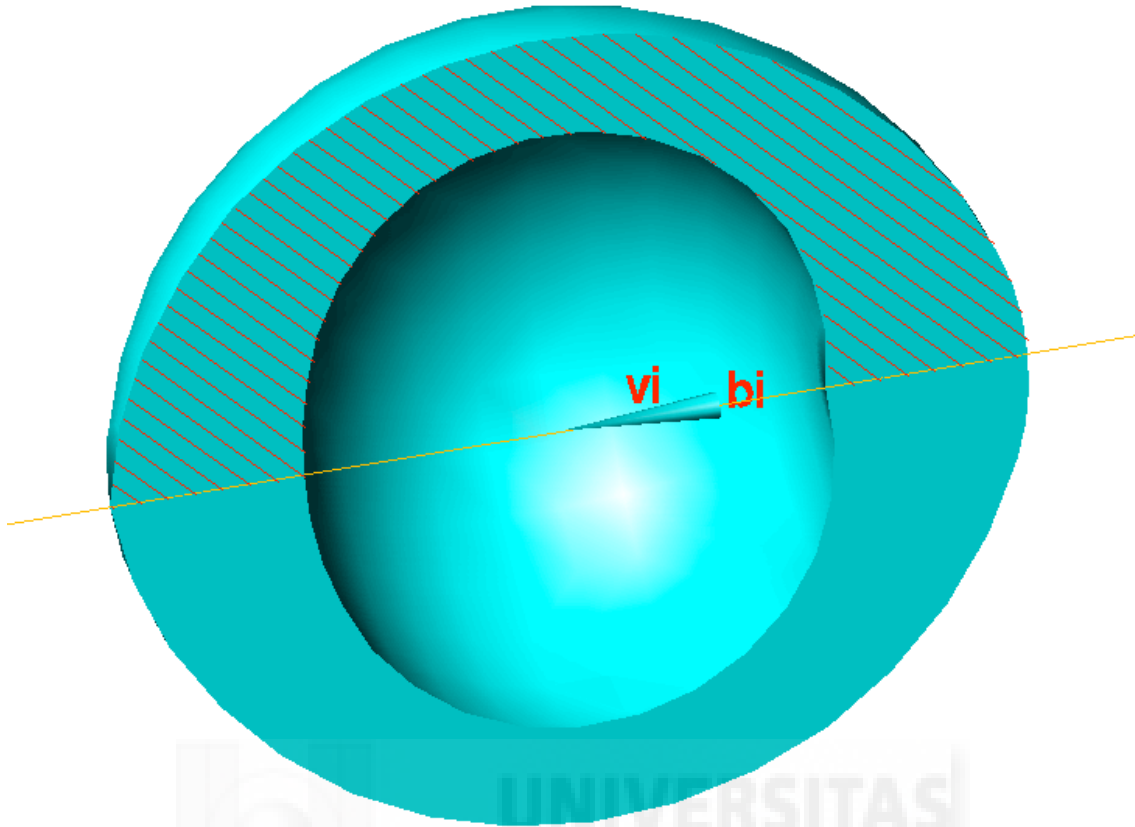
Fig. 4-9 Ensamblaje en orientación nominal.





**Fig. 4-10** Ensamblaje a orientación  $\phi = 8^\circ$ ,  $\theta = 8^\circ$ ,  $\psi = 0^\circ$ .

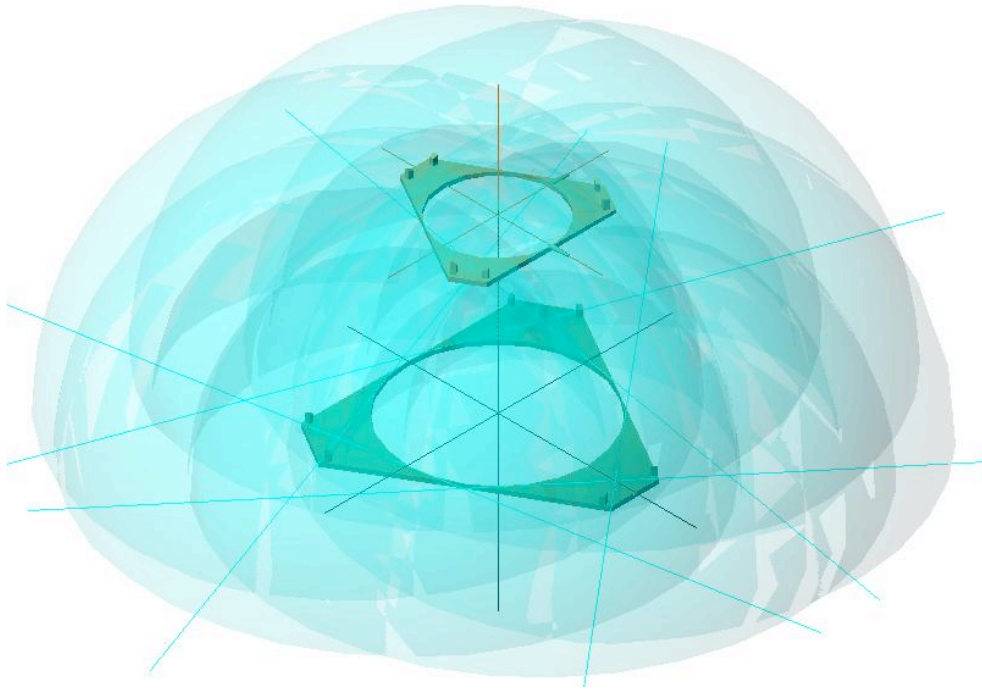
Para completar el ensamblaje hay que modelar los volúmenes de restricción  $V_{io'i}$ , en la figura 4-11 se muestra la pieza que lo representa. La pieza se obtiene por revolución de la sección paramétrica definida en la figura 4-2 (rayada en la figura), la revolución es de  $180^\circ$  ya que una revolución de  $360^\circ$  daría como resultado una intersección formada por 2 volúmenes inconexos, uno sobre la plataforma inferior y otro bajo ella. El acceso a este volumen implicaría autocolisiones en las realizaciones prácticas de la plataforma. Finalmente a la pieza ha sido necesario añadirle una geometría de referencia para ligarlo al ensamblaje, esta geometría consiste en un cono cuyo eje coincide con el vector  $v_i$ , la base del cono se enlaza con los puntos  $b_i$  y su eje con los ejes de los cilindros de a base.



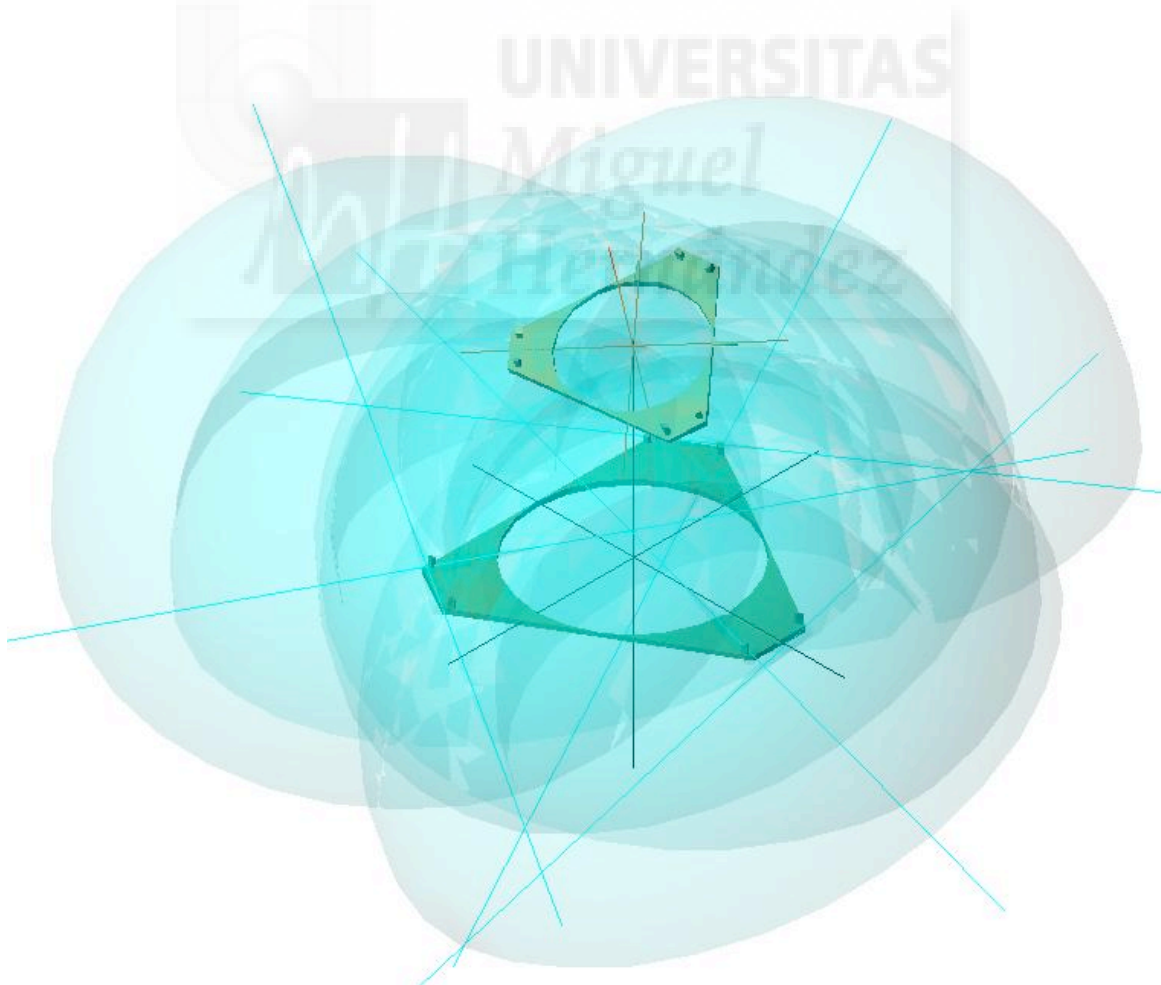
**Fig. 4-11** Pieza representativa del volumen  $V_{io'i}$ .

El ensamblaje de estos 6 volúmenes  $V_{io'i}$  da como resultado el ensamblaje buscado, en la figura 4-12 representa el ensamblaje completo en orientación nominal y en la figura 4-13 en otra orientación ( $\phi = 20^\circ$ ,  $\theta = 20^\circ$ ,  $\psi = 20^\circ$ ).

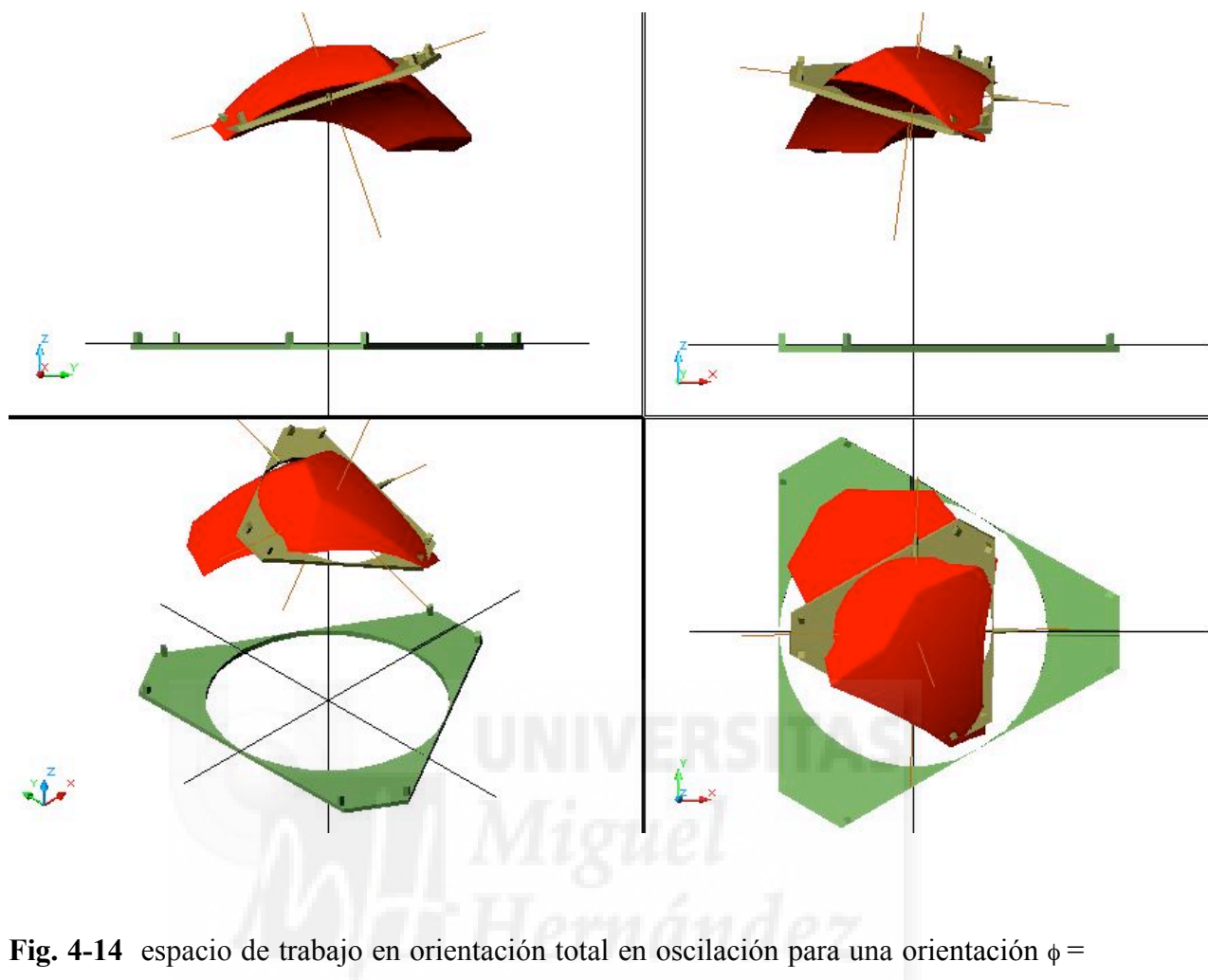
La intersección de estos 6 volúmenes da como resultado el espacio de trabajo en orientación total en oscilación, en la figura 4-14 se representa este espacio para una orientación  $\phi = 20^\circ$ ,  $\theta = 20^\circ$ ,  $\psi = -20^\circ$  y un ángulo de oscilación  $\gamma = 10^\circ$



**Fig. 4-12** Ensamblaje en posición nominal.



**Fig. 4-13** Ensamblaje en orientación  $\phi = 20^\circ$  ,  $\theta = 20^\circ$  ,  $\psi = 20^\circ$ .

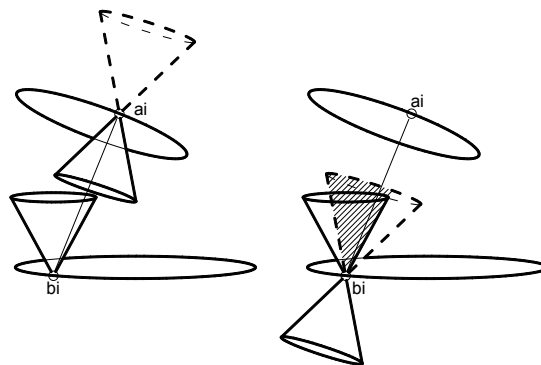


**Fig. 4-14** espacio de trabajo en orientación total en oscilación para una orientación  $\phi = 20^\circ$ ,  $\theta = 20^\circ$ ,  $\psi = -20^\circ$  y un ángulo de oscilación  $\gamma = 10^\circ$ .

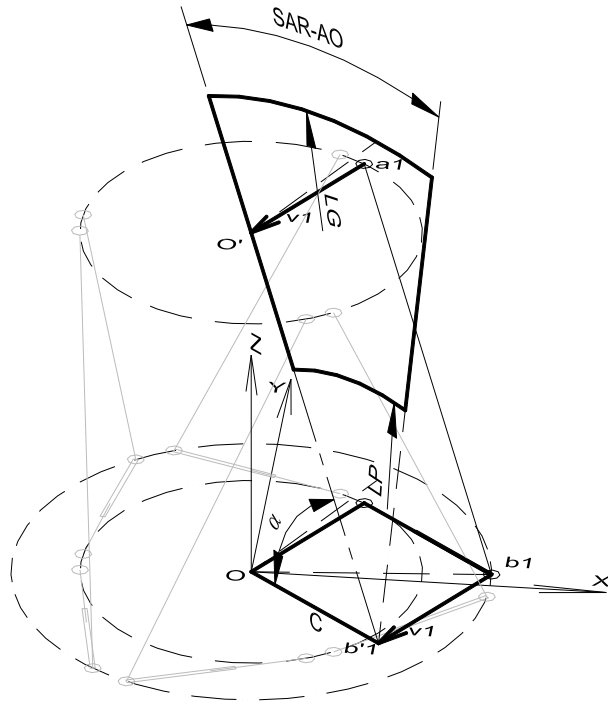
**4-6 Obtención del espacio de trabajo en orientación total en oscilación a orientación nominal teniendo en cuenta las restricciones de las articulaciones pasivas**

En los dos apartados anteriores se ha obtenido una solución geoméricamente exacta del espacio de trabajo en orientación total en oscilación, primero para la orientación de partida nominal y después para cualquier orientación de partida. En ambos casos no se han tenido en cuenta las restricciones de las articulaciones pasivas (las limitaciones de las rótulas de los actuadores).

En este apartado se aborda la obtención de este espacio de trabajo considerando las restricciones de las articulaciones pasivas partiendo de la orientación nominal. El punto de partida (figura 4-14) es la construcción ya expuesta en el capítulo anterior en la que, ahora, el cono limitado por casquetes esféricos tiene una apertura SAR - AO (Semi\_Ángulo de Oscilación -  $\gamma$ ). Esto es así debido a que en posición-orientación nominal, si suponemos que los conos de restricción articulares son iguales (tienen la misma apertura, es lógico dar la misma solución constructiva a ambos extremos del actuador) entonces los conos (trasladando el cono superior a "bi") serán coincidentes (figura 2-9). Si suponemos ahora que la plataforma móvil puede ocupar todas las orientaciones que impliquen un giro respecto a cualquier eje de valor "AO" (ángulo de oscilación), las posiciones que le serán permitidas al actuador se encontrarán dentro de un cono que se será el cono de restricción original reducido en su apertura el ángulo de oscilación "AO".

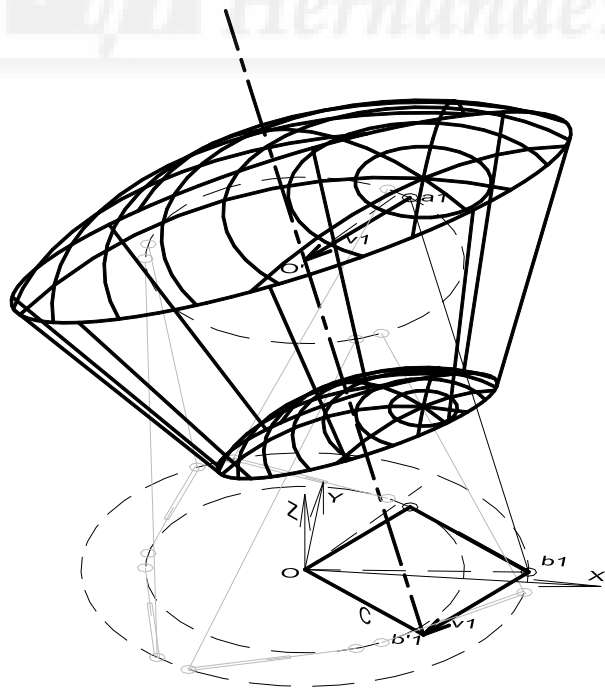


**Fig. 2-9 (Repetida)** Restricciones de las articulaciones pasivas, en la plataforma fija y en la móvil.



**Fig. 4-15** Perfil generador de volumen de restricción del actuador 1.

A partir de esta construcción se construye el sólido de revolución de revolución tal como muestra la figura 4-16.



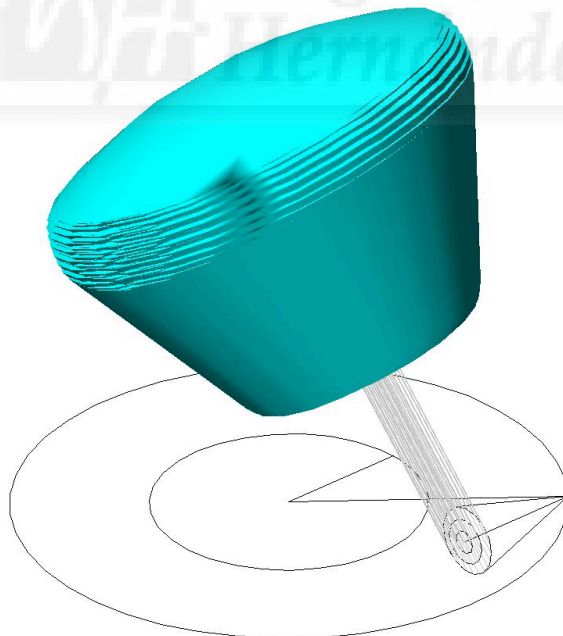
**Fig. 4-16** Volumen de restricción del actuador 1.

## Capítulo 4: ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL

Es importante hacer notar que este cono resultante mantiene la orientación del eje con respecto a la base, simplemente a reducido su apertura.

En este punto nos podemos imaginar un mecanismo ficticio que representa el vector  $v1$  de la plataforma móvil mediante una barra, solidaria de esta plataforma, y el vector  $v1$  inferior mediante otra barra de igual longitud articulada mediante una rótula en el punto  $b1$  de la plataforma fija y que ancla mediante otra rótula en  $b'1$  el volumen de restricción del actuador 1 que, como hemos dicho, mantiene su orientación constante. El citado mecanismo liga la orientación de las dos barras de forma que estas sean siempre paralelas.

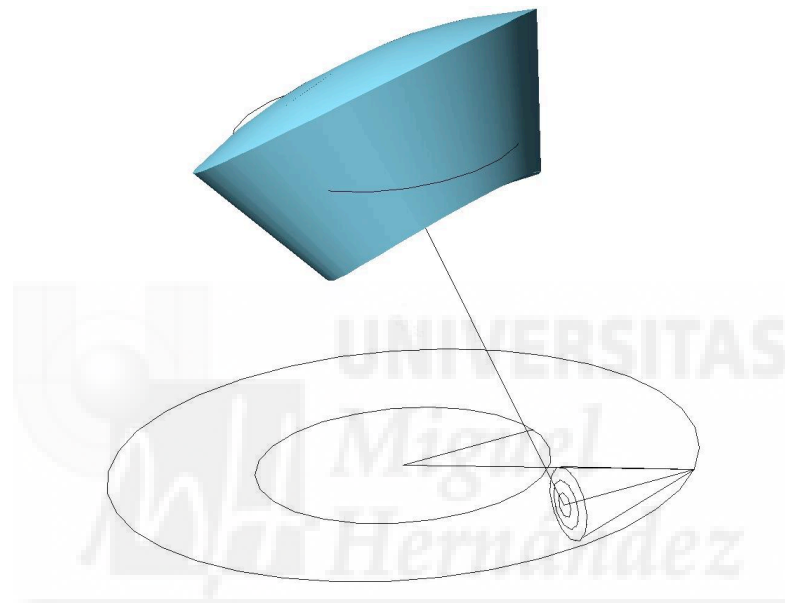
De esta manera cuando la plataforma móvil adopte todas las orientaciones del intervalo de orientación el vector  $v1$  se moverá en un volumen cónico con vértice en  $b1$ , de semiángulo el ángulo de oscilación  $AO$  y su extremo recorrerá un casquete esférico que limitará el citado volumen cónico. Por lo tanto las posiciones que puede ocupar el volumen de restricción del actuador 1, para un determinado ángulo de oscilación, son las que determina que el vértice del cono de restricción pertenezca al casquete esférico, esto se muestra en la figura 4-17.



**Fig. 4-17** Posiciones de volumen de restricción del actuador 1 al “recorrer” el casquete esférico.

La intersección, el sólido común, de todos estos volúmenes será las limitaciones al movimiento que el actuador 1 impone al punto de referencia del efector final  $O'$ . Es evidente que la solución que se obtiene no es geoméricamente exacta ya que se realiza mediante un barrido discreto del casquete esférico, pero la solución se puede aproximar tanto como se quiera a la real aumentando el número de posiciones del barrido del casquete esférico.

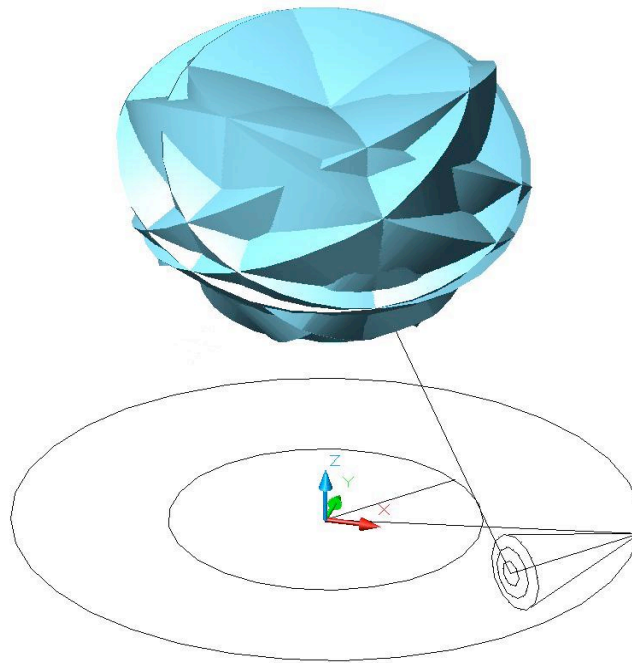
En la figura 4-18 se muestra la intersección calculada de los volúmenes anteriores.



**Fig. 4-18** Volumen intersección de restricción del actuador 1 al “recorrer” el casquete esférico.

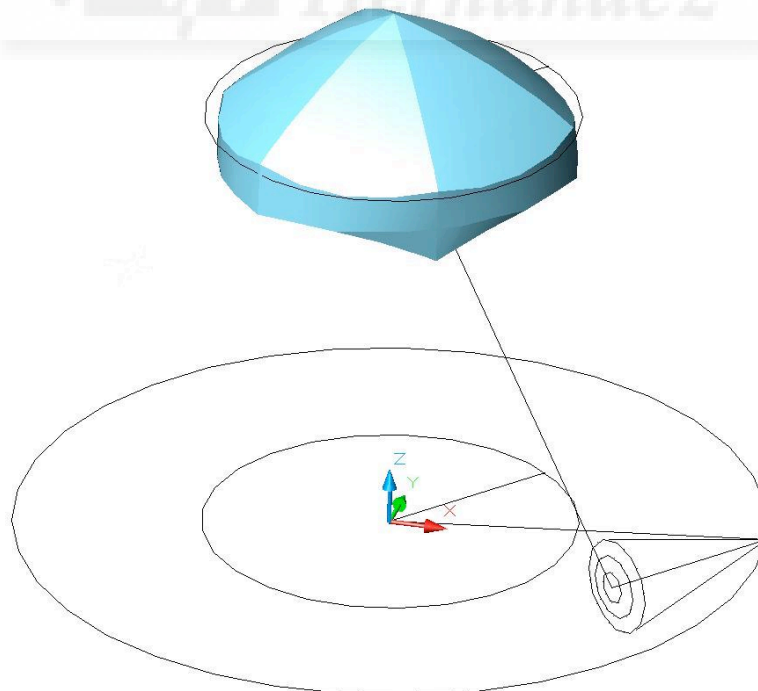
Este volumen, al tratarse de un intervalo de orientaciones a partir de la orientación nominal, será simétrico respecto al plano XZ del volumen representativo de las restricciones del actuador 6, por lo que mediante una operación de simetría este volumen será fácilmente obtenible. Así mismo estos dos volúmenes se repetirán en un patrón circular de 3 elementos para los pares de actuadores 2-3 y 4-5 con lo que tras la simetría la realización del patrón circular permite obtener los volúmenes representativos de las restricciones que los 6 actuadores imponen a  $O'$ , ver figura 4-19.





**Fig. 4-19** Volúmenes representativos de las restricciones que los seis actuadores imponen a  $O'$ .

La intersección de estos 6 volúmenes es el Espacio de Trabajo en Orientación Total buscado se representa en la figura 4-10.



**Fig. 4-20** Espacio de trabajo en orientación total en oscilación a orientación nominal teniendo en cuenta las restricciones de las articulaciones pasivas.

El ejemplo aquí representado se ha realizado para un cono de restricción de las articulaciones pasivas de  $40^\circ$  de semiángulo de apertura y  $15^\circ$  de ángulo de oscilación, el diámetro de la base 100, el diámetro del efector final 50, la longitud mínima del actuador 50 y la longitud máxima 90. Como ya se ha dicho los conos de restricción se han orientado con su eje coincidente con el eje del actuador prismático en posición nominal.



## ***5 SÍNTESIS DE MANIPULADORES PGS EN FUNCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO EN ORIENTACIÓN TOTAL EN OSCILACIÓN***

Como se ha dicho en el capítulo 2 el principal criterio a la hora de diseñar un manipulador es su espacio de trabajo. El volumen de este espacio, su forma y las características de este espacio son el primer paso de diseño de un manipulador y depende exclusivamente de las características geométricas del mismo (tamaño de las plataformas, longitud y recorrido de los actuadores, limitaciones de las rótulas y distribución de estas en las plataformas). El espacio de trabajo en orientación total en oscilación definido en el capítulo anterior tiene dos ventajas muy claras a la hora de determinar las posibilidades de manipulación de un robot (su destreza):

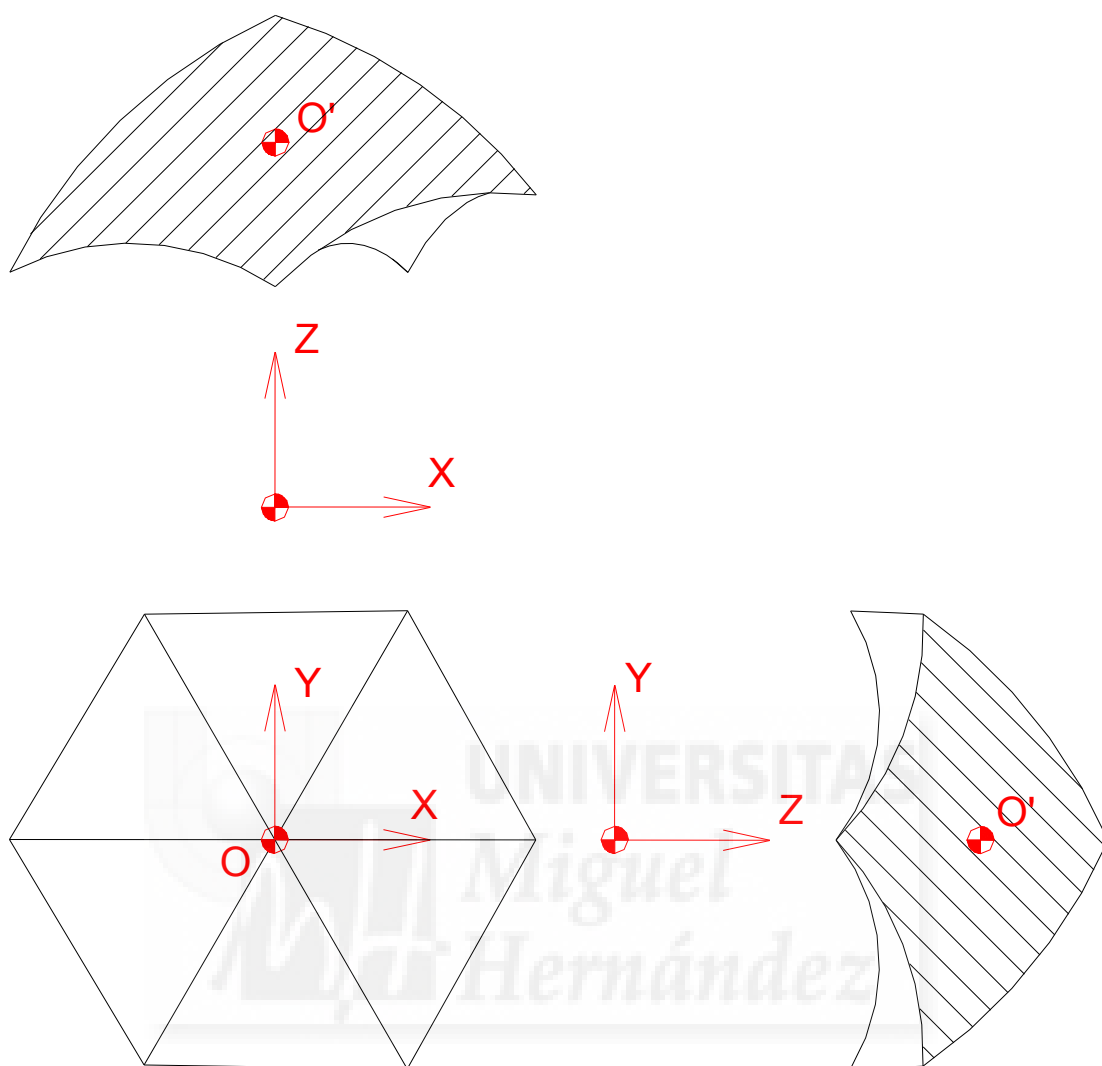
Su representación es un volumen que indica las posiciones que puede adoptar el punto de referencia del efector final  $O'$ , por tanto su interpretación es inmediata con gran facilidad para introducir este volumen en un entorno virtual.

Se trata de un espacio de trabajo 6D donde las diferentes posiciones pueden ir acompañadas de diferentes orientaciones (de un intervalo de orientación 3D fácilmente interpretable), por lo que permite evaluar la potencia de manipulación de una plataforma PGS.

En el capítulo anterior se han expuesto tres métodos para la obtención del espacio de trabajo en orientación total en oscilación: el primero lo obtiene a partir de la orientación nominal sin tener en cuenta las restricciones de las articulaciones pasivas, el segundo lo obtiene para cualquier orientación (sin tener en cuenta las restricciones de las articulaciones pasivas) y el tercero a partir de la orientación nominal teniendo en cuenta las restricciones de las articulaciones pasivas. Ya se ha dicho que en la práctica se pueden materializar las articulaciones pasivas sin que representen una limitación de la movilidad de la articulación antes de que aparezcan las autocolisiones. Por otra parte la utilidad del estudio de este espacio de trabajo a partir de una orientación distinta de la nominal, que, forzosamente, debería ser para una aplicación muy específica, no es de interés general. Se debe tener en cuenta además que el primer método es el de menos coste computacional al modelar el espacio de trabajo como una sola pieza. Por estas razones se opta por abordar el estudio del espacio de trabajo en orientación total en oscilación (ETOTO a partir de ahora) por el primer método expuesto sin que esta elección le reste aplicabilidad práctica al estudio.

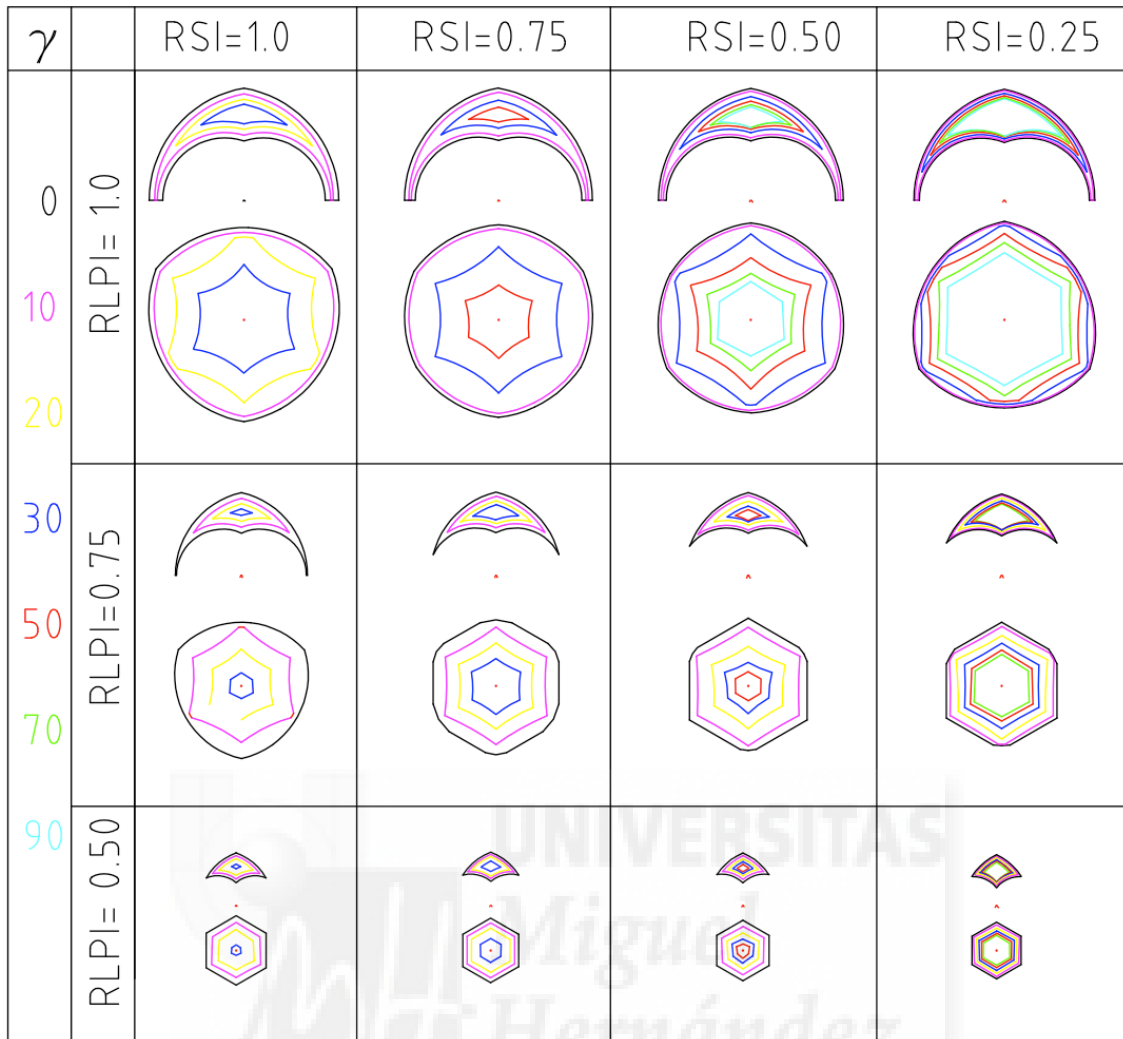
### ***5-1 Estudio del espacio de trabajo en orientación total en oscilación en función de la geometría del manipulador PGS***

En la figura 5-1 se puede observar la típica forma de este espacio de trabajo con una vista en planta y dos secciones, se trata de un espacio con simetría radial, con las superficies superiores convexas y las inferiores cóncavas, el cual podría incluir un espacio cilíndrico o troncocónico como espacio de trabajo buscado.



**Fig. 5-1** Forma típica del espacio de trabajo en orientación total en oscilación del manipulador PGS, planta y secciones medias.

En la siguiente figura (fig. 5-2) se muestran las diferentes formas de ETOTO en función de diferentes parámetros de la plataforma



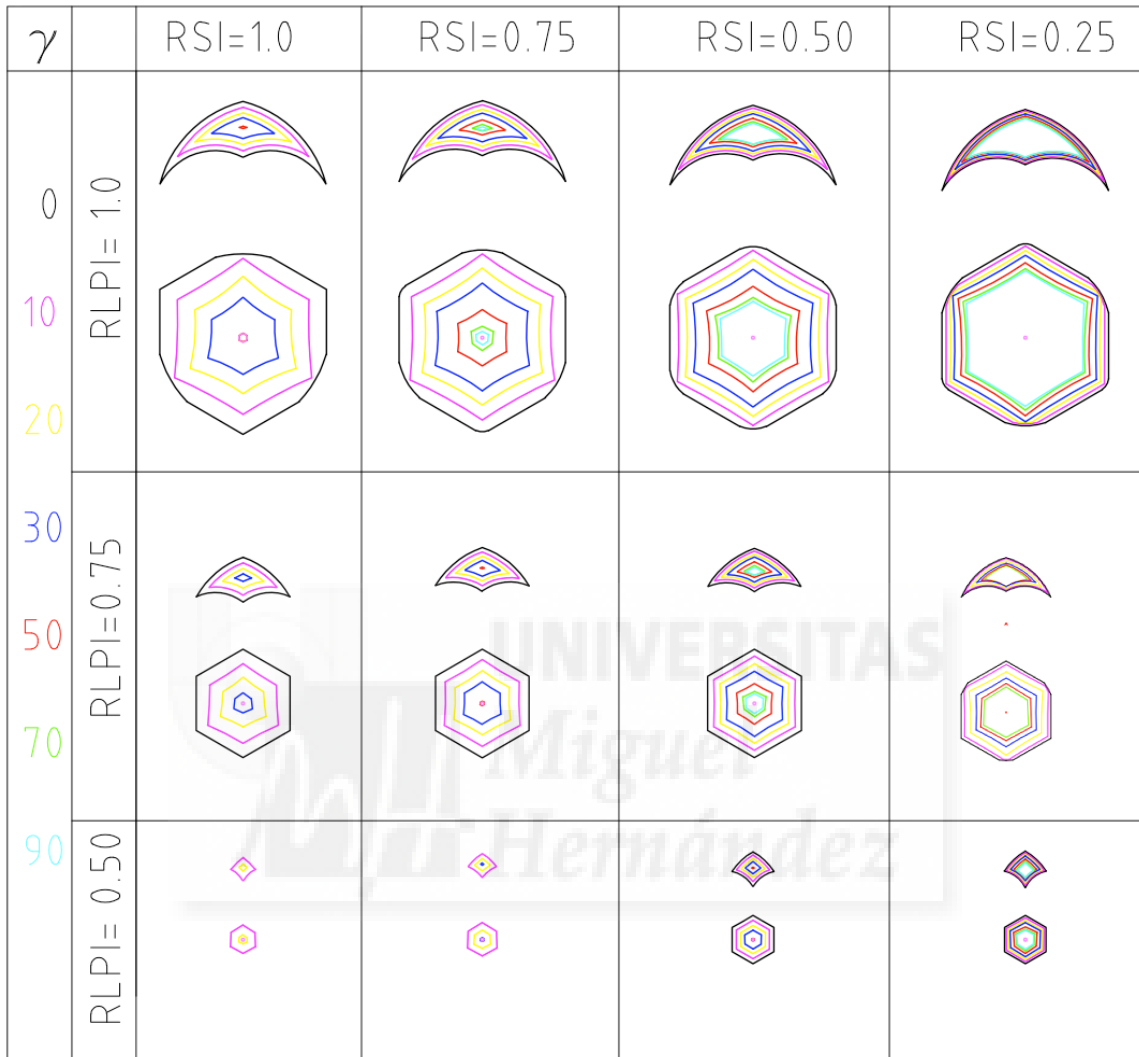
**Fig. 5-2** Espacios de trabajo en orientación total en oscilación para un mismo radio de la plataforma inferior en función de la relación RLPI (longitud mínima del actuador/diámetro base), relación RSI (relación de radios de plataformas superior/inferior) y el ángulo de oscilación  $\gamma$ . Los ángulos SAS = SAI = 10°, se supone una carrera del actuador del 80% de su longitud mínima.

Los parámetros que más influyen en la forma y el tamaño de este espacio de trabajo, para un mismo diámetro de la base de la plataforma, son la carrera de sus actuadores (el volumen aumenta proporcionalmente al cubo de la carrera) y la relación de radios de plataformas superior/inferior (cuanto menor es esta relación mayor es el espacio de trabajo en orientación total).

En la figura 5-2 se representan vistas en planta y secciones medias según el plano X-Z del ETOTO para diferentes parámetros de la plataforma de Gough-Stewart. La fila superior corresponde a una mayor carrera de los actuadores y en las filas inferiores esta carrera disminuye. Las columnas corresponden a una misma relación de diámetros entre la plataforma superior y la inferior, hacia la derecha el tamaño relativo de la plataforma superior decrece. En todos los casos el tamaño de base es el mismo. En esta figura la línea negra (el contorno exterior de las figuras) se corresponde a un ángulo de oscilación de  $0^\circ$ , es decir, se trata del espacio de trabajo a orientación constante. Las líneas de colores interiores corresponden a ángulos  $\gamma$  de oscilación crecientes hacia el interior. Es evidente que cuanto mayor es el ángulo de oscilación menor es el ETOTO de la plataforma.

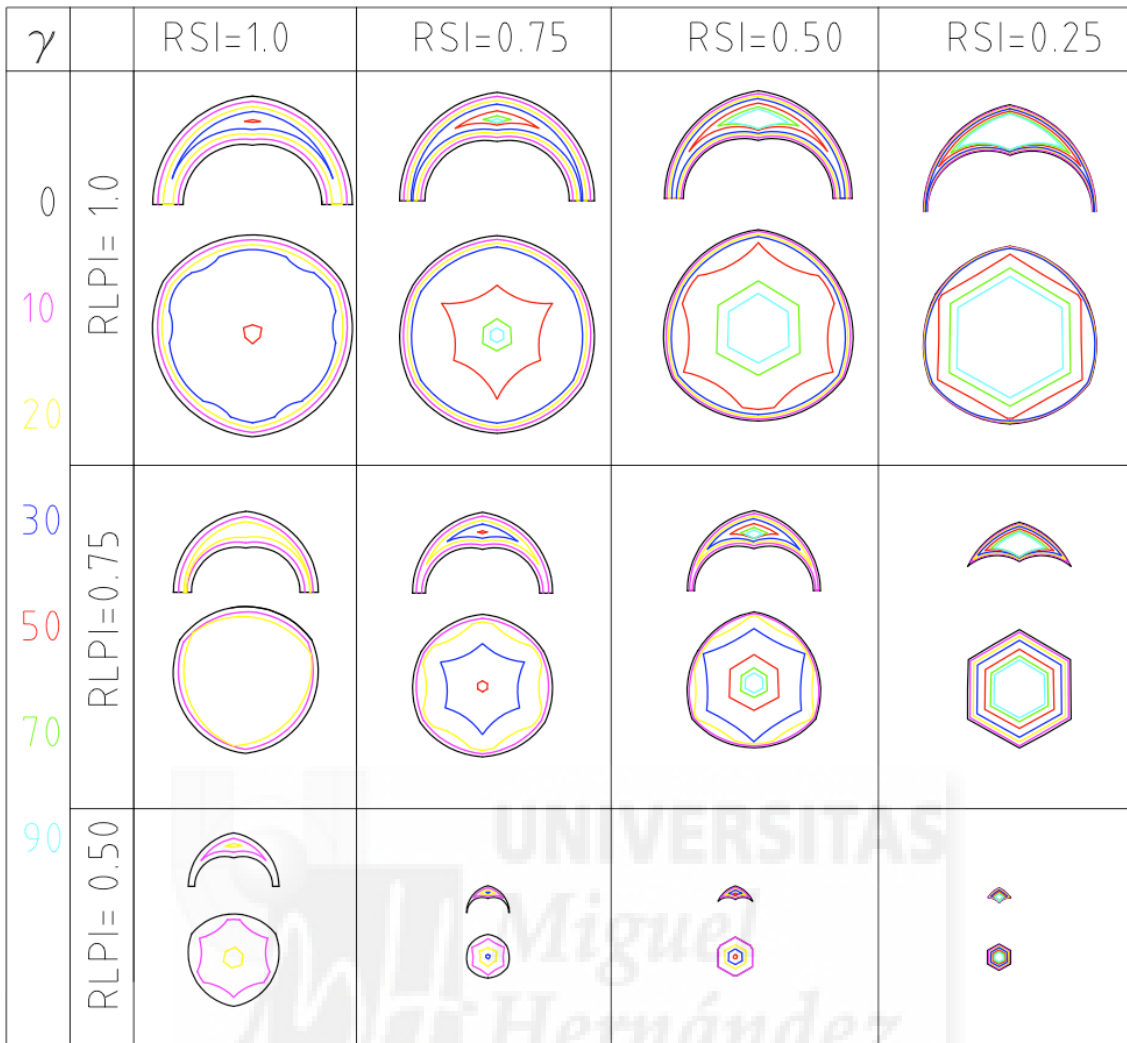
La primera observación que se debe hacer de estas figuras es que la representación en planta de los espacios de trabajo puede ser muy engañosa, en la sección se observan, para pequeños ángulos  $\gamma$  unos “cuernos” hacia abajo que resultan muy poco útiles en la mayoría de las aplicaciones como espacio de operación del robot, ya que es un espacio constreñido entre dos superficies muy próximas, esto ocurre sobretodo cuando la carrera de los actuadores es mayor en relación al radio de la base. Otra observación evidente es que cuanto menor se la relación entre el radio de la plataforma superior y la inferior el espacio de trabajo se reduce en menor medida: si nos fijamos en la fila intermedia (relación longitud mínima del actuador/diámetro base igual a 0.75) para la plataforma de la izquierda un ángulo de  $70^\circ$  de oscilación reduce el espacio de trabajo a una pequeña porción del espacio de trabajo en desplazamiento, no pudiéndose alcanzar el ángulo de  $90^\circ$ , sin embargo, en la plataforma de la derecha el espacio de trabajo para  $\gamma$  igual a  $90^\circ$  (lo que supone una gran capacidad de orientación) el tamaño se ha reducido menos de un 50%. También hay que hacer constar que el costo de obtener estos beneficios de aumento del espacio de trabajo es una pérdida de precisión, ya que para un mismo diámetro de la base del manipulador alargar los actuadores supone que se reduzca el ángulo entre ellos lo que reduce la rigidez de la plataforma. De la misma manera reducir el diámetro de la plataforma superior supone amplificar los errores de los actuadores y por lo tanto reducir la precisión de la plataforma.

En las figuras 5-3 y 5-4 se repite la representación para ángulos SAS = SAI = 0° (manipulador MSSM) y para ángulos SAS = SAI = 20° respectivamente.



**Fig. 5-3** Espacios de trabajo en orientación total en oscilación con los mismos parámetros que la figura 5-2 excepto ángulos SAS = SAI = 0° (manipulador MSSM).





**Fig. 5-4** Espacios de trabajo en orientación total en oscilación con los mismos parámetros que la figura 5-2 excepto ángulos SAS = SAI = 20°.

En general el aumento de los ángulos entre las articulaciones de las plataformas superior e inferior (SAS y SAI) produce un aumento de espacio de trabajo en orientación total en oscilación. Esto se puede apreciar mejor en la figura 5-5 en la que para un mismo ángulo de oscilación  $\gamma = 30^\circ$  se ha representado este espacio de trabajo para diferentes valores de los ángulos SAS y SAI. También hay que hacer notar que este aumento es en zonas poco aprovechables (“cuernos”) y que al situar los actuadores con un menor ángulo entre ellos se reduce la precisión y la rigidez de manipulador PGS.

$\gamma$		$sas=0, sai=0$	$sas=10, sai=10$	$sas=20, sai=20$
30	RLPI= 1.0, RSI=0.5			
	RLPI=0.75, RSI=0.5			
	RLPI= 0.50, RSI=0.5			

**Fig. 5-5** Espacios de trabajo en orientación total en oscilación un mismo radio de la plataforma inferior en función de la relación RLPI (longitud mínima del actuador/diámetro base) y de los ángulos SAS y SAI, para una relación RSI = 0,5 (relación de radios de plataformas superior/inferior) y para un ángulo de oscilación  $\gamma = 30^\circ$ . Se supone una carrera del actuador del 80% de su longitud mínima.

## **5-2 Síntesis manipuladores PGS en función de su espacio de trabajo en orientación total en oscilación**

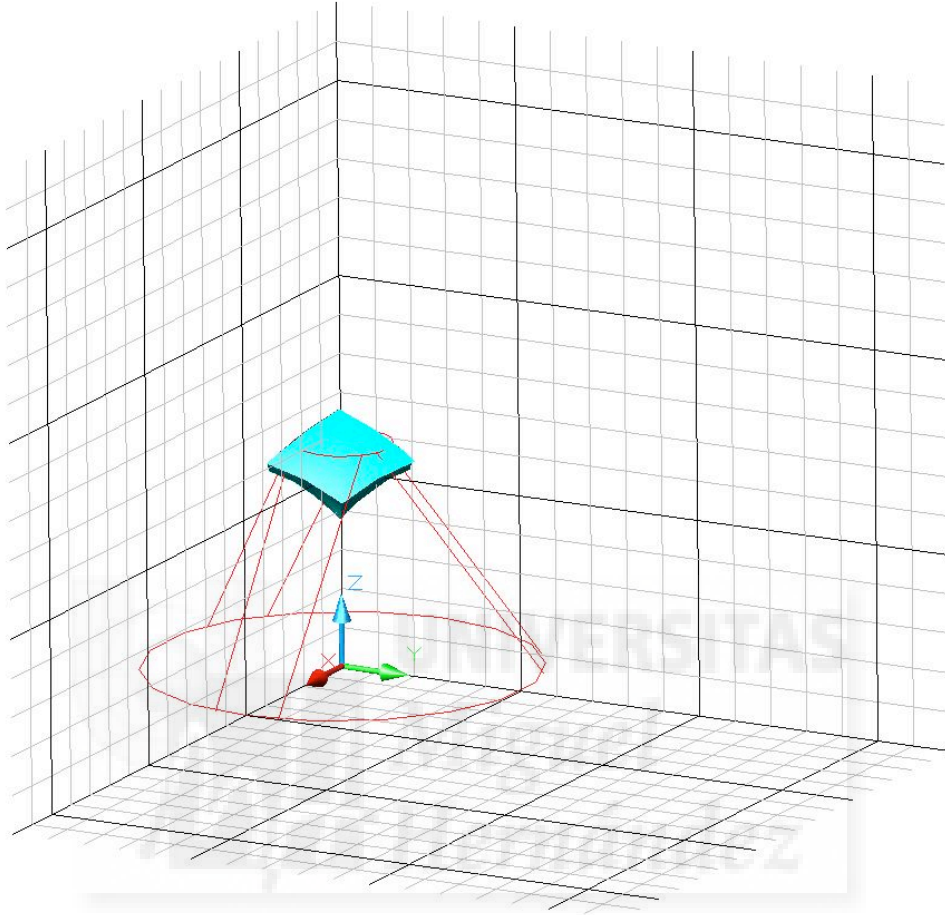
El apartado anterior dibuja un mapa para que el diseñador de un manipulador PGS pueda decidir las relaciones entre los diferentes parámetros geométricos que definirán el manipulador. Hay que hacer notar que aparte de estas consideraciones se deberían añadir los requerimientos de precisión y rigidez del mecanismo y la ausencia de singularidades en el espacio de trabajo, temas no abordados en este trabajo.

El método que se propone aquí para realizar la síntesis de la plataforma en función de un Espacio de Trabajo en Orientación Total en Oscilación dado se puede integrar en el sistema CAD de diseño del manipulador. Aquí se va a ilustrar mediante un ejemplo en el cual el espacio de trabajo objetivo es un volumen cilíndrico de 300 mm de diámetro y 150 mm de altura para un ángulo de oscilación de 60°.

El procedimiento supone realizar los siguientes pasos:

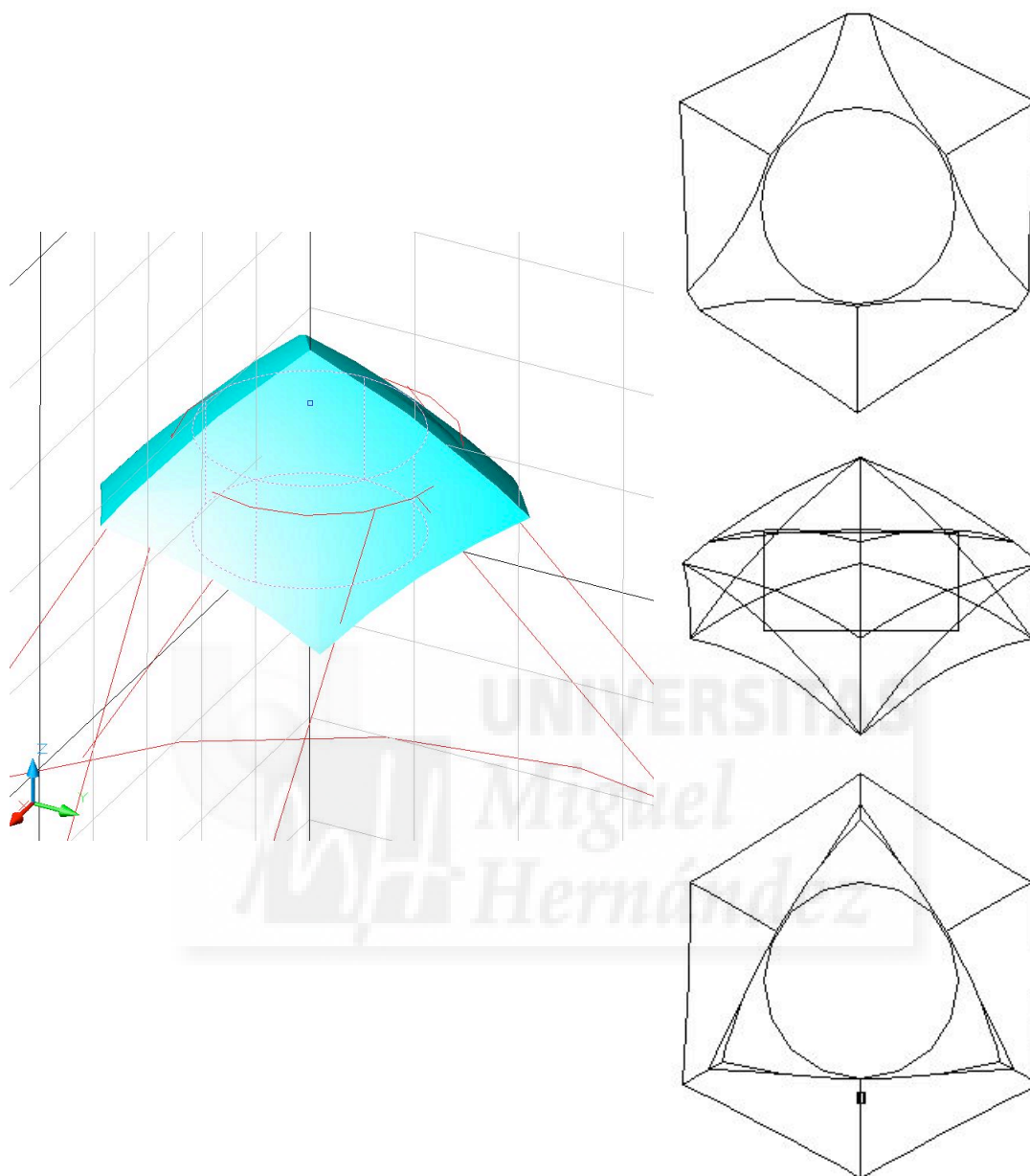
1. Se elige una configuración de plataforma (relaciones entre dimensiones) que satisfaga los requerimientos constructivos, rigidez y precisión. Para este paso una buena guía son los gráficos del apartado anterior. Para el ejemplo se ha elegido una carrera corta de los actuadores ( $RLPI = 0,5$ ) buscando precisión en el manipulador y una relación de diámetros de las plataformas superior/inferior baja buscando una alta capacidad de orientación. Elegidos estos parámetros se parte de un diámetro de la plataforma inferior tentativo (en este caso 1000 mm) y se calcula el ETOTO (Figura 5-6).
2. Se modela en la aplicación CAD el espacio objetivo (normalmente será un volumen de simetría radial). Este volumen se crea de forma paramétrica de forma que, conservando las proporciones del espacio objetivo, se pueda escalar para que esté contenido el ETOTO hallado en el paso anterior. En el ejemplo de

la figura se modela un volumen cilíndrico de forma paramétrica en el cual el diámetro es el doble de la altura. Este será el espacio donde el manipulador deberá cumplir con la capacidad de oscilación deseada.



**Fig. 5-6** Espacio de trabajo en orientación total en oscilación ( $\gamma = 60^\circ$ ) para una plataforma de 1000 de diámetro de su base,  $RLPI = 0.5$ ,  $SAS = SAI = 10^\circ$ , carrera del actuador del 80% de su longitud mínima. En rojo se ha representado la PGS en posición nominal. División de la rejilla: 100 mm.

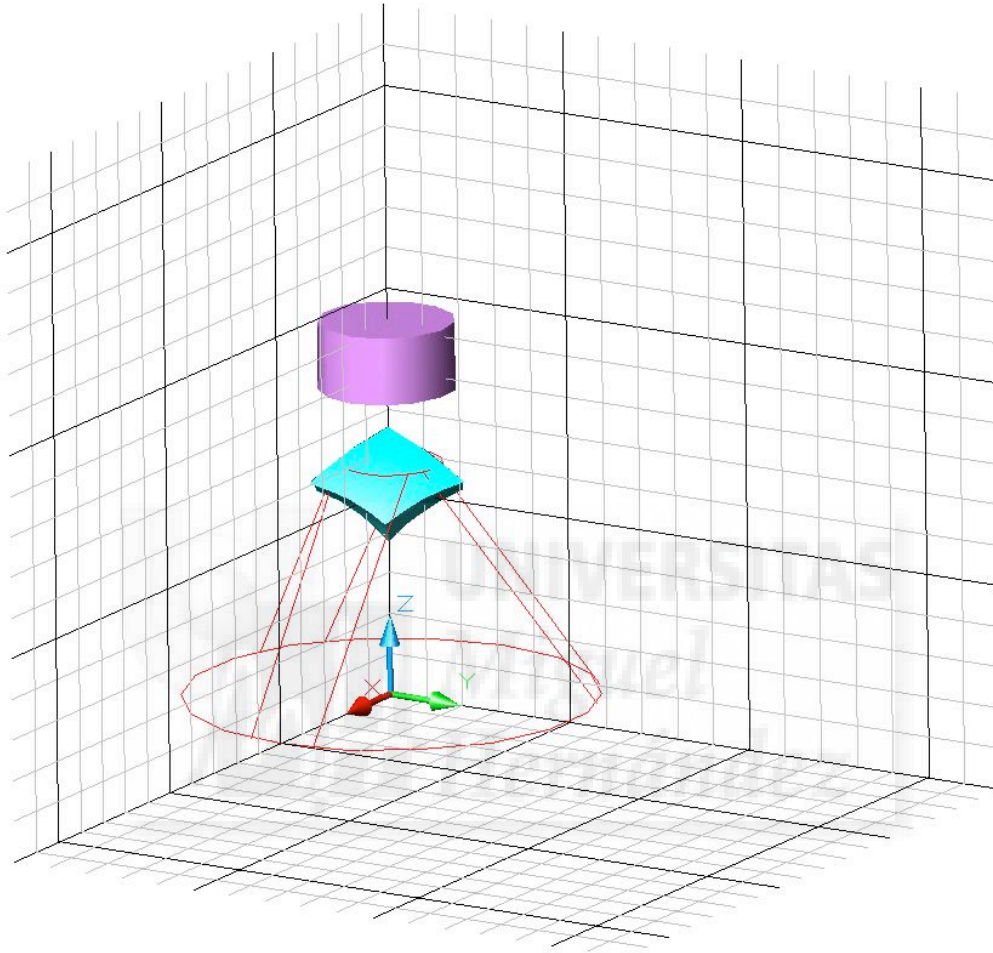
3. El volumen cilíndrico del apartado anterior se restringe de forma que el eje de este coincida con el eje Z de la plataforma y se escala para que quede incluido dentro el ETOTO. En la figura 5-7 se muestra una imagen tridimensional, el alzado y los cortes del Espacio de Trabajo en Orientación Total en Oscilación por los planos superior e inferior del cilindro. Estos cortes también se realizan de forma paramétrica de forma que al modificar las dimensiones del cilindro se modifican las posiciones de los planos de corte.



**Fig. 5-7** Volumen cilíndrico (espacio de trabajo objetivo) escalado y restringido para que quede incluido en el ETOTO. A la izquierda vista en perspectiva, a la derecha en el centro alzado, vista inferior corte por el plano superior y vista superior corte por el plano inferior del cilindro.

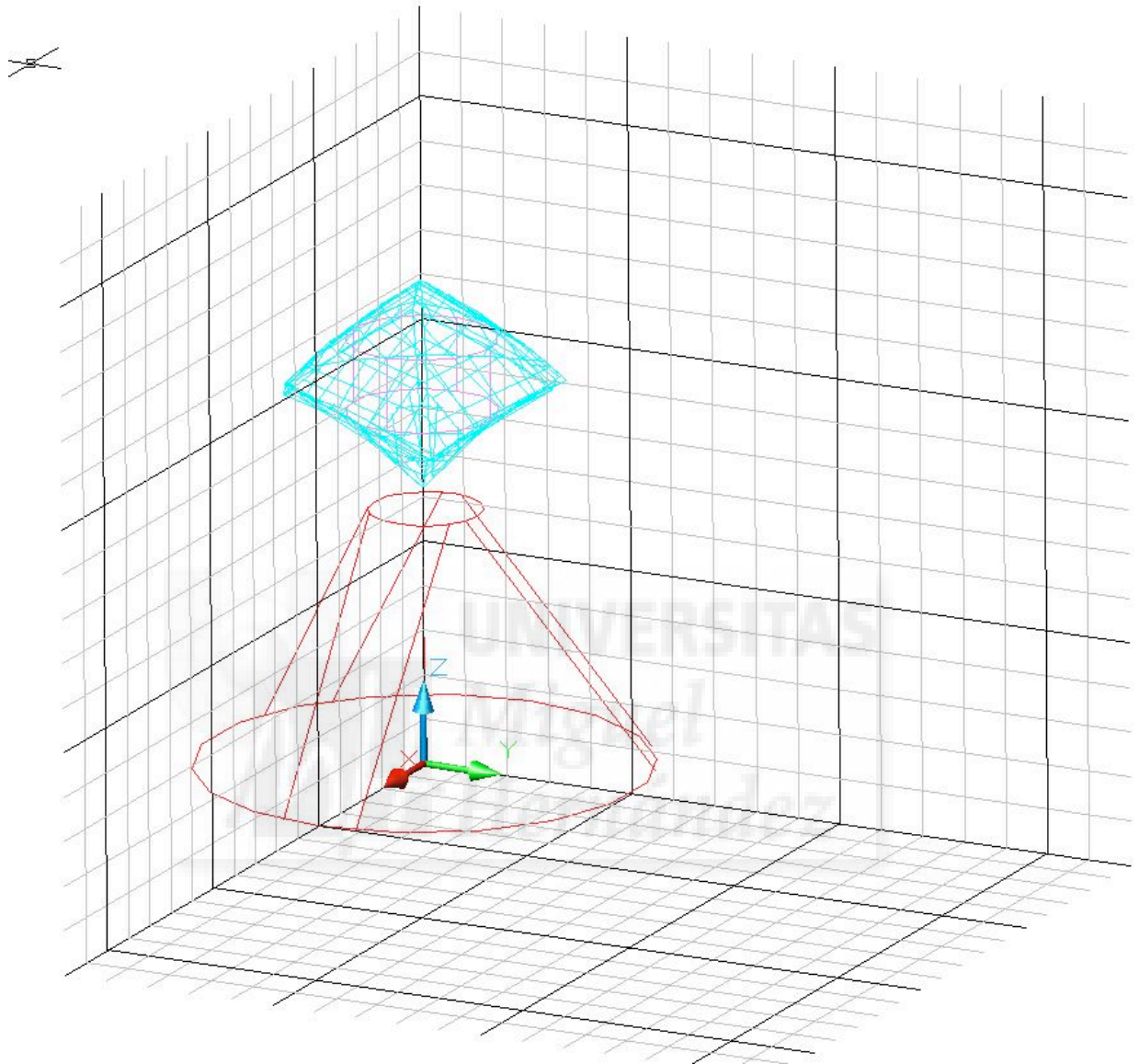
4. Conocido ahora el diámetro del cilindro contenido en el Espacio de Trabajo de Orientación Total se podrá obtener el factor de escala para que obtener el volumen cilíndrico deseado. Este factor de escala deberá incluir un factor de

mayoración para ningún punto del espacio objetivo pertenezca a la frontera del ETOTO. En el ejemplo el factor es del 10% y por tanto el volumen cilíndrico objetivo tiene un diámetro de 330 mm y una altura de 165 mm. En la figura 5-8 se representa este volumen junto el ETOTO original.

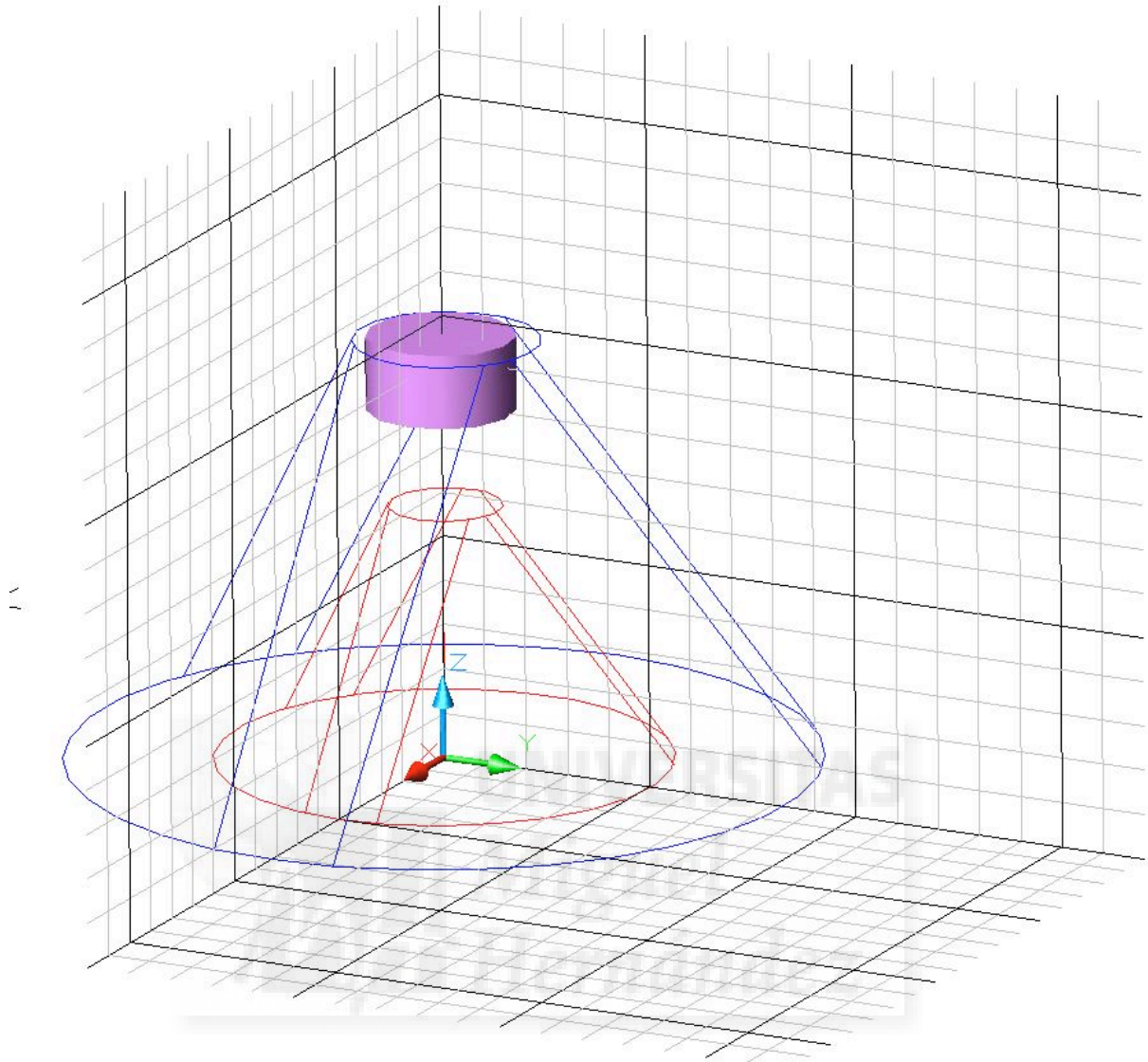


**Fig. 5-8** Volumen cilíndrico objetivo en comparación con el Espacio de Trabajo en Orientación Total en Oscilación original.

5. Por último se aplicará este mismo factor de escala al diámetro inferior de la plataforma, dado que el resto de las dimensiones del manipulador PGS están normalizadas respecto a este parámetro, el ETOTO de la plataforma se escalará para incluir nuevamente el volumen cilíndrico objetivo. En la figura 5-9 se muestra el ETOTO incluyendo el volumen objetivo (mayorado un 10%). Y en la figura 5-10 se muestra este volumen objetivo en relación a las proporciones del manipulador de Gough-Stewart (en posición nominal) que lo satisface.



**Fig. 5-9** Espacio de Trabajo en Orientación Total en Oscilación incluyendo un volumen cilíndrico que representa el espacio objetivo.



**Fig. 5-10** Volumen cilíndrico objetivo (330 mm de diámetro por 165 mm de altura) en relación a las proporciones del manipulador de Gough-Stewart (en posición nominal) que lo satisface (en azul). Diámetro de la plataforma inferior 1650 mm.



## **6 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS**

### **6.1 Conclusiones**

Como resultado de la investigación llevada a cabo en la presente Tesis Doctoral se han alcanzado una serie de conclusiones que aportan nuevas contribuciones al campo del estudio del espacio de trabajo de los manipuladores de Gough-Stewart.

De la revisión y estudio de la literatura sobre este tema se puso de manifiesto que el espacio de trabajo más estudiado es el Espacio de Trabajo en Desplazamiento. Un espacio de trabajo de fácil representación e interpretación que normalmente los autores modelizan utilizando aplicaciones de cálculo matemático como *Matlab*<sup>®</sup> o *Mathematica*<sup>®</sup>. De más complicada interpretación y de menor aplicación general parece el Espacio de Trabajo en Orientación. El Espacio de Trabajo en Orientación Total se erige como el más prometedor: es un espacio de fácil interpretación y además es muy útil como instrumento evaluador de la capacidad de manipulación del robot, sin embargo no hay mucho escrito sobre este espacio para manipuladores de 6GDL lo cual ha sido un acicate para su exploración.

El hecho de que los métodos geométricos permitan obtener soluciones exactas del espacio de trabajo nos ha llevado a implementarlo en un sistema CAD paramétrico. La implementación del Espacio de Trabajo a Orientación Constante en este tipo de CAD ha demostrado ser una herramienta muy valiosa: las representaciones tridimensionales que se obtienen se pueden integrar en el entorno CAD para verificar el cumplimiento de las necesidades de manipulación

del robot de Gough-Stewart. El tiempo de cómputo del espacio de trabajo en función de los diferentes parámetros geométricos de la plataforma es despreciable, así, estudiar cómo estos parámetros alteran el tamaño y la forma del espacio de trabajo es una tarea rápida. Esta técnica se ha aplicado de una forma eficaz al estudio del espacio de trabajo del TREPA, para determinar cómo la orientación de las uniones pasivas y su ángulo de restricción influyen en el espacio de trabajo de este robot. Una aportación surgida de este estudio es que, dada la simetría de este robot, el espacio de Trabajo en Desplazamiento a la orientación nominal se puede obtener mediante la intersección de sólo tres volúmenes en el caso de que no se consideren las restricciones de las articulaciones pasivas o que los ejes de los conos de restricción se orienten según la normal a la plataformas.

La principal aportación de esa tesis es la definición y obtención del Espacio de Trabajo en Orientación Total en Oscilación. La oscilación aquí definida es la forma de definición del intervalo de orientaciones 3D que nos ha permitido calcular por métodos geométricos este Espacio de Trabajo en Orientación Total. Se han implementado dos soluciones exactas con las mismas técnicas que en el caso de espacio de trabajo en desplazamiento (mediante modelado 3D y mediante la utilización de ensamblajes paramétricos), en este caso sin tener en cuenta las restricciones de las articulaciones pasivas. Se ha demostrado que esta simplificación no representa de hecho una limitación ya que la materialización de las articulaciones pasivas se puede realizar de forma que las limitaciones de estas articulaciones no condicionen el espacio de trabajo. De la misma manera que en caso anterior el tiempo de cómputo de este espacio de trabajo es despreciable. También se ha obtenido una solución (en este caso no exacta) para el Espacio de Trabajo en Orientación Total en Oscilación que tiene en consideración las limitaciones que representan las articulaciones pasivas.

El Espacio de Trabajo en Orientación Total en Oscilación aquí estudiado se muestra como una herramienta muy potente a la hora de estudiar la capacidad de manipulación de una plataforma PGS, en un modelo 3D del espacio físico que puede alcanzar el punto de referencia del efector final (por lo tanto un volumen de interpretación inmediata) que representa, no sólo el espacio 3D de las posiciones del efector final, sino el espacio 3D de las orientaciones de este, es, de

alguna manera, una representación fácilmente interpretable del espacio de trabajo 6D del manipulador.

El método de cálculo del Espacio de Trabajo en Orientación Total en Oscilación mediante aplicaciones CAD se ha utilizado para estudiar la influencia de los distintos parámetros geométricos de la plataforma PGS en la forma y el tamaño de este espacio de trabajo. Para esto se ha utilizado como orientación de partida la orientación nominal que es la que parece más lógica a la hora de hacer un estudio de este tipo. Se ha demostrado que las magnitudes más influyentes, para un mismo diámetro de la base, son la carrera de los actuadores y la relación entre el diámetro superior y el inferior. Así mientras el aumento de carrera de los actuadores es decisivo para aumentar el volumen del espacio de trabajo para pequeños ángulos de oscilación, (o nulos: Espacio de Trabajo a Orientación Constante) para que este volumen no se reduzca drásticamente al aumentar el ángulo de oscilación la relación de diámetros superior/inferior debe ser lo más baja que sea posible.

Se ha expuesto una metodología que permite sintetizar el mecanismo de la plataforma PGS en un entorno CAD en función de su Espacio de Trabajo en Orientación Total en Oscilación, cumpliéndose así el último objetivo planteado en esta tesis.

Se podría resumir señalando que: la conclusión que se obtiene es que los métodos explicados en esta tesis son una herramienta muy válida para el estudio del espacio de trabajo del manipulador de Gough-Stewart. La definición y obtención del Espacio de Trabajo en Orientación Total en Oscilación demuestra ser una herramienta muy útil a la hora de evaluar la capacidad de manipulación de estos robots.

Pero existe otra conclusión que cabe ser resaltada: en la resolución de problemas geométricos complejos, como es este estudio del espacio del manipulador PGS, la utilización del dibujo por ordenador es una herramienta muy poderosa, que, además, se puede integrar completamente en el proceso de diseño del manipulador.

## **6.2 Trabajos futuros**

Si bien los métodos geométricos permiten abordar soluciones exactas del espacio de trabajo de los robots, estos métodos son estrictamente dependientes de la arquitectura del manipulador, es por esta razón que este trabajo se ha centrado en el manipulador paralelo de 6GDL más utilizado: el manipulador de Gough-Stewart. Un importante trabajo futuro será el abordar otra tipología de manipulador paralelo de 6GDL como el manipulador 6-RKS (manipulador de Hunt) y obtener su espacio de Trabajo en Orientación Total, estudiando la influencia en este espacio de los diferentes parámetros geométricos. Del mismo modo que se ha realizado en este trabajo, se debería proponer un método para la síntesis de este mecanismo en función de su Espacio de Trabajo en Orientación Total.

En esta tesis se ha estudiado el Espacio de Trabajo en Orientación Total bajo un punto de vista puramente geométrico, en trabajos futuros sería interesante relacionar los parámetros geométricos de la plataforma con los valores de su rigidez y precisión dando así más elementos de juicio al diseñador del manipulador.

También sería interesante comprobar la ausencia de singularidades en el Espacio de Trabajo en Orientación Total y obtener así Espacio de Trabajo en Orientación Total libre de singularidades.

### 6.3 Publicaciones

Como fruto de los resultados de la investigación realizados en el marco de esta tesis doctoral se han publicado las siguientes contribuciones científicas:

E. Velasco, M.A. Oliva. "Estudio del Espacio de Trabajo de Robots Paralelos con estructura de Plataforma de Gough mediante aplicaciones CAD". *Actas del XIV Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica*, Leganés, España, 2000.

M.A. Oliva, E. Velasco, J.M. Marín, F. Irlés. "Aplicaciones gráficas CAD, imagen sintética y animación para el estudio del espacio de trabajo de robots paralelos con estructura de Gough-Stewart". *Actas del XV Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica*, Cádiz, España, 2002.

M.A. Oliva, E. Velasco, M. Sánchez. "Síntesis de Manipuladores de Gough-Stewart en función de su Espacio de Trabajo en Orientación Total". *CIBEM9 – 9º Congreso Ibero-Americano de Ingeniería Mecánica*, Las Palmas, España, Noviembre 2009.

M.A. Oliva, E. Velasco, M. Sánchez. "Obtención del Espacio de Trabajo en Orientación Total del Manipulador de Gough-Stewart considerando las restricciones de la articulaciones pasivas", *CIBEM10 – 10º Congreso Ibero-Americano de Ingeniería Mecánica*, Porto, Portugal Septiembre 2011.



## BIBLIOGRAFÍA

- [ARA98] Aracil R, Saltarén R, Oliva Meyer M.A. *Robot trepador para el mantenimiento de estructuras tubulares y palmeras*". Patente nº de solicitud: P9802271 País de prioridad: España. Fecha de prioridad 29/10/98. Entidad titular: UNIVERSIDAD MIGUEL HERNANDEZ DE ELCHE
- [ARA99] Aracil R., Saltarén R., Sabater J.M. *TREPA, Parallel Climbing robot for maintenance of palm trees and large structures*. CLAWAR 1999
- [ARA06] Aracil R. Saltarén R., Reinoso O. *A climbing parallel robot: A robot to climb along tubular and metallic structures*. IEEE Robotics & Automation Magazine, Volumen 13(1), pag. 16-22 marzo 2006.
- [ARI91] Arai T. *Development of a paralel link manipulator*. ICAR pag. 839-844, Pisa 1991.
- [BAR78] Baret M. *Six degrees of freedom large motion system for flight simulators, piloted aircraft environment simulation techniques*. AGARD Conference Proceeding Piloted aircraft environment simulation techniques, pag. 22-1/22-7, 1978.
- [BEH88] Behi F. *Kinematic analysis for a six-dof 3-PRPS parallel mechanisms*. IEEE J. Of Robotics and Automation, 4(5) pag. 561-565, 1988.
- [BEN96] Bénéa R. *Contribution à l'étude des robots pleinement parallèles de type 6R-RR-S*. Tesis Doctoral, Université de Savoie, Annecy, 1996.
- [BER89] Berthomieu T. *Étude d'un micro-manipulateur parallèle et de son couplage avec un robot porteur*. Tesis Doctoral, ENSTAE, Toulouse, 1989.
- [BON99-1] Bonev I., Ryu J. *Workspace Analysis of 6-PRRS Parallel Manipulator Based on Vertex Space Concept*. Proceedings of the 1999 ASME Design Engineering Technical Conferences, Las Vegas, DETC99/DAC-8647, 1999.
- [BON99-2] Bonev, I. A., and Ryu, J., *Orientation Workspace Analysis of 6-DOF Parallel Manipulators*. Proceedings of the 1999 ASME Design Engineering Technical Conferences, Las Vegas, DETC99/DAC-8646, 1999.
- [BON00] Bonev I., Gosselin C. *A geometric algorithm for the computation of the constant-orientation workspace of 6-RUS parallel manipulators*. Proceedings of DETC'00 ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Baltimore, DETC2000/MECH-14106, 2000.
- [BON01] Bonev I. *Basic terminology* <http://www.parallelemic.org> Département de génie mécanique, Université Laval Québec, 2001

- [BON02] Bonev I. *Geometric analysis of parallel mechanisms*. Tesis Doctoral, Université Laval Québec, 2002.
- [BON03] Bonev I. *The True Origins of Parallel Robots*. <http://www.parallemic.org> Département de génie mécanique, Université Laval Québec, 2003
- [BRI897] Bricard R. *Mémoire sur la théorie de l'octaèdre articulé*. Journal de Mathématiques pures et appliquées, tomo 3 pag. 113-148, Liouville, 1897.
- [BRR97] Barrientos A. *Fundamentos de Robótica*. McGraw-Hill 1997
- [CAP67] Cappel K.L. *Motion simulator*. US Patent No 3.295.224, EEUU 1967
- [CLE91] Cleary K, Arai T. *A prototype parallel manipulator: kinematics construction, software, workspace results and singularity analysis*. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pag. 566-571, Sacramento 1991.
- [DUB94] Dubowsky S. *The design and implementation of a laboratory test bed for space robotics: the VES mod. II*. ASME Design Automation Conf. Pag99-108, Minneapolis, 1994.
- [EAR83] Earl C.F. y Rooney. *Some Kinematics structures for robot manipulators design*. J. of mechanisms, Transmissions and Automation in design. 105 pag 15-22, 1983.
- [FEN96-1] Feng G. *A physical model of the solution space and the atlas of the reachable workspace for 2-dof parallel planar manipulators*. Mechanism and Machine Theory, 31(2) pag.173-184, 1996.  
Keywords: 2 dof robot, mobility, planar robot, workspace.
- [FEN96-2] Feng G. *Physical model of the solution space of 3-dof parallel planar manipulators*. Mechanism and Machine Theory, 31(2) pag.161-171, 1996.
- [FER95] Ferraresi C., Montacchini G., Sorli M. *Workspace and dexterity evaluation of 6 d.o.f. spatial mechanisms*. 9th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, pag. 57-61, Milán, 1995
- [FIC84] Fichter E.F. *A Stewart platform based manipulator: general theory and practical construction*. Int. J of Robotics Research, 5(2) pag 157-181. 1984
- [FUN94] Funabashi H. *In parallel actuated mechanisms as a new robotic mechanism.*, Advanced Robotics, 8 (6) pag. 535-544, 1994
- [GOD95] Goudali A., Lallemand J.P., Zegloul S. *Espace de travail de la nouvelle structure 2-delta*. Revue d'Automatique et Productique Appliquée, 8(2-3) pag 205-210, 1995
- [GOS88] Gosselin C. *Kinematic analysis optimization and programming of parallel robotic manipulators*. Tesis doctoral, McGill University, Montreal, 88
- [GOS90] Gosselin C. *Determination of the workspace of 6-DOF Parallel Manipulators*. ASME journal of Mechanical Design. Vol 112 pag. 331-336, 1990.
- [GOS92] Gosselin C., Lavoie E. Toutant, P *An Efficient Algorithm for the Graphical Representation of the tree-Dimensional Workspace of Parallel Manipulators*. Proceedings of the ASME 22<sup>nd</sup> Biennial Mechanisms Conf. pag. 323-328, Scottsdale 1992.
- [GOS96] Gosselin C., Lemieux S., et Merlet J-P. *A new architecture of planar three-degree-of-freedom parallel manipulator*. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pag. 3738-3743, Minneapolis, 1996.
- [GOU57] Gough V.E. *Contribution to discussion of papers on research in automobile stability, control and tire performance*, 1957 Proc. Auto Div. Inst. Mech. Eng.
- [GOU62] Gough V.E. y Wittehall S.G. *Universal tire test machine*. Proceedings 9<sup>th</sup> Int. Technical Congress F.I.S.I.T.A. vol 17, pag 117-135, 1962



## BIBLIOGRAFÍA

- [HER95] Hervé J.M. *Group mathematics and parallel link mechanisms*. 9th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, pag. 2079-2082, Milán, 1995
- [HUA98] Huang T., J. Wang, D. Whitehouse. *Closed form solution to the position workspace of Stewart parallel manipulators*. Sci. China, (Series E), vol 41, nº4, pag. 394-403, 1998.
- [HUA99-1] Huang T., J. Wang, D. Whitehouse. *Determination of closed Form Solution to the Workspace of Hexapod-based virtual axis machine tools*, ASME J. Mech. Design, vol 121, nº 1, pag. 26-31, 1999.
- [HUA99-2] Huang T., J. Wang, C. M. Gosselin, D. Whitehouse. *Determination of closed Form Solution to the 2-D-Orientation Workspace of Gough-Stewart Parallel Manipulators*, IEEE Trans. Robot. Automat., vol 15 no 6 pag. 1121-1125, 1999.
- [HUN73] Hunt K.H. *Constant-Velocity Shaft Couplings: A General Theory*. ASME Journal of Engineering for Industry, May, pp. 455-464, 1973
- [HUN78] Hunt K.H. *Kinematics geometry of mechanisms*. Clarendon Press, Oxford 1978
- [JIA07] Jiang Q., Gosselin, C. *Computation of the Maximal Singularity-Free Workspace of the MSSM for a Given Orientation*, Proceedings of the ASME 2007 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference, September 4–7, Las Vegas, Nevada, USA.
- [JIA08] Jiang Q. *Singularity-Free Workspace Analysis and Geometric Optimisation of Parallel Mechanisms*. Tesis Doctoral, Université Laval Québec, 2008.
- [KIN73] King R.F. *A flight simulator for advanced aircraft-servo: design to realization*. Summer Computation Simulation Conf., pag. 248-253, 1973.
- [KOT04] Koteswara Rao A.B., Rao P.V:M., Saha S.K. *A Study on Total Workspace Characteristics of Hexaslide Machine Tools*. Proceedings of the National Conference on Advanced Manufacturing & Robotics, pag 226-232, Durgapur, India 2004.
- [KOT05] Koteswara Rao A.B., Saha S.K., Rao P.V:M. *Dimensional design of hexaslides for optimal workspace and dexterity*. IEEE Trans. Robot. Automat., vol 21 nº 3 pag. 444-449, 2005.
- [KUM92] Kumar V. *Characterization of workspaces of parallel manipulators*. ASME J. of Mechanical Design, 114 pag. 368-375, 1992.
- [LEE88] Lee K.M., Shah D.K. *Kinematic Analysis of a tree-dof in-parallel actuated manipulator*. IEEE trans. of Robotics and Automation, 4(3) pag. 354-360, 1988.
- [LET07] Lee T.C., Perng M.H. *Analysis of simplified position and 5-DOF total orientation workspaces of a hexapod mechanism*. [Mechanism and Machine Theory](#), Vol. 42/12, , Pag. 1577–1600 Dic. 2007.
- [MAS92] Masory O., Wang J. *Workspace evaluation of Stewart Platforms*. 22<sup>nd</sup> Biennial Mechanisms Conf. pag. 337-346, Scottsdale 1992.
- [MER86] Merlet J.P. *Contribution à la commande par retour d'effort. Application au contrôle des robots parallèles*. Tesis doctoral, Universidad de Paris VI, 1986.
- [MER94] Merlet J.P. *Détermination de l'espace de travail d'un robot parallèle pour une orientation constante*. Mechanism and Machine Theory, vol 29 nº8 pag. 1099-1113, 1994.
- [MER95] Merlet J.P. *Determination of the orientation workspace of parallel manipulators*. Journal of Intelligent and Robotics Systems. 13 pag. 143-160, 1995.
- [MER97] Merlet J.P. *Les robots Parallèles*. Hermes 1997

- [MER06] Merlet J.P. *Paralell Robots, Second Edition*. Springer 2006
- [MER13] [http://www-sop.inria.fr/members/Jean-Pierre.Merlet/merlet\\_eng.html](http://www-sop.inria.fr/members/Jean-Pierre.Merlet/merlet_eng.html) 2013
- [MIN72] Minsky M. *Manipulator design vignettes*. Informe de investigación 267, MIT AI Lab., 1972
- [PAR73] Parrish R.V. et al. *Motion software for a synergistic six-degree-of-freedom motion base*. Informe de investigación D-7350, NASA 1973
- [POW82] Powell I.L. *The kinematic analysis and simulation of the parallel topology manipulator*. The Marconi Review, XLV (226) pag 121-138, 1982.
- [REI07] Reinoso O., Aracil R., Saltarén R. *Using parallel platforms as climbing robots*. INDUSTRIAL ROBOTICS: Programming, Simulation and Applications. Ed. Advanced Robotic Systems International, pag. 663-676. 2007
- [ROM94] Romdhane L. *Orientation workspace of fully parallel mechanisms*. Eur. J. of Mechanics, 13(4) pag. 541-553, 1994.
- [SAL07] Saltarén R., Aracil R., Reinoso O., Yime E. *Climbing with Parallel Robots*. Bioinspiration and Robotics Walking and Climbing Robots. Ed. Advanced Robotic Systems International, pag. 209-226. 2007
- [SOR93] Sorli M., Ceccarelli M. *On the workspace of a 6 d.o.f. platform with three articulated double-parallelograms*. ICAR, pag. 147-152, Tokio, 1993.
- [STE65] Stewart D. *A platform with 6 degrees of freedom*. Proc. Of the Institution of mechanical engineers, 180 (Part 1, 15) pag. 371-386, 1965
- [STO93] Stoughton R., Arai T. *Kinematic optimization of a chopsticks-type micro-manipulator*. Japan/USA Symp. on Flexible Automation, pag. 151-157, San Francisco, 1993.
- [TAH94] Tahmasebi F., Tsai L.W. *Workspace and singularity analysis of a novel six-dof parallel minimanipulator*. J. Of Applied Mechanisms and Robotics, 1(2) pag. 31-40, 1994.
- [TAK93] Takeda Y., Funabashi H., et Sasaki Y. *Analysis of working space and motion transmissibility of spherical in-parallel actuated mechanism*. ICAR, pag. 165-170, Tokyo, 1993.
- [YAN84] Yang D.C.H., Lee T.W. *Feasibility study of a platform type of robotic manipulator from a kinematic viewpoint*. J. of mechanisms, Transmissions and Automation in Design, 106 pag 191-198, 1984.
- [YUF95] Yufeng L. et Tingli Y. *Structure types and characteristics of six degree-of-freedom closed-chain manipulators with all actuators on base*. 9th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, pag 1795-1799, 1995.
- [ZAB99-1] Zabalza I. *Síntesis cinemática y dinámica de mecanismos. Manipulador paralelo 6-RKS* Tesis doctoral, Universidad Pública de Navarra, Pamplona, diciembre 1999.
- [ZAB99-2] Zabalza I., Pintor, J. M., Ros, J., Jiménez, J.M. *Evaluation of the 64 "Insensitivity" Positions for a 6-RKS Hunt-Typr Parallel Manipulator*. Proceeding of the 10<sup>th</sup> World Congress on the Theory of Machine and Mechanisms, pag 1152-1157, 1999.