

UNIVERSIDAD MIGUEL HERNÁNDEZ DE ELCHE  
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE ELCHE  
GRADO EN INGENIERÍA DE TECNOLOGÍAS DE  
TELECOMUNICACIÓN



**UNIVERSITAS**  
*Miguel Hernández*

Biblioteca

ESTUDIO DE LAS CARACTERÍSTICAS DE  
PROPAGACIÓN EN UNA GUÍA DE ONDA  
RECTANGULAR CON DIELECTRICO  
INHOMOGENEO.

TRABAJO FIN DE GRADO

JUNIO – 2021

Autor: José Antonio Albero Serna

Directora: Ángela María Coves Soler



# Índice

1. Introducción .....	1
2. Marco teórico.....	2
2.1. Guía de onda rectangular homogénea.....	2
2.2. Análisis de una guía de onda rectangular con dieléctrico inhomogéneo. Método de las bases Bi-Ortogonales y Método de los Momentos .....	5
3. Experimentación .....	11
3.1. Estudio paramétrico curvas de dispersión .....	12
3.1.1. Estudio posición 1 .....	12
3.1.2. Estudio anchuras .....	13
3.1.3. Estudio alturas 1.....	14
3.1.4. Estudio alturas 2.....	15
3.1.5. Estudio posición 2 .....	16
3.1.6. Estudio altura guía.....	17
3.1.7. Estudio del efecto de las pérdidas del dieléctrico.....	18
3.2. Representación vectores de Poynting.....	19
3.2.1. Vector de Poynting. Guía final altura 1.26 mm.....	19
3.2.2. Vector de Poynting. Guía final altura 0.63 mm.....	21
3.2.3. Otros vectores de Poynting. ....	22
3.3. Validación de la guía final diseñada. Simulación con HFSS.....	23
3.3.1. Obtención de la constante de propagación .....	23
3.3.2. Obtención de los parámetros de dispersión para la guía final .....	25
3.3.3. Obtención de los parámetros de dispersión para la guía homogénea. ....	26
3.3.4. Simulación tramo de guía en tecnología SIW.....	27
4. Conclusiones y futuras líneas de investigación .....	30
5. Referencias.....	31

## 1. Introducción

El desarrollo y experimentación de las microondas ha formado parte de la vanguardia de las telecomunicaciones desde principios del siglo XX. El gran avance de las mismas aconteció durante la Segunda Guerra Mundial, con el desarrollo del radar, los primeros osciladores o el tubo de ondas progresivas (TWT). En los 60 tuvieron lugar las primeras comunicaciones vía satélite y a finales de los años setenta aparecen líneas ampliamente utilizadas en este ámbito como la stripline, microstrip, slotline, coplanar, etc. Actualmente se desarrollan dispositivos MMIC (Monolithic Microwave Integrated Circuit) que han logrado abaratar la circuitería y reducir las dimensiones de la misma [1]. Aplicaciones tan cotidianas como la telefonía móvil serían impensables sin el uso de microondas.

Por otro lado, las guías de onda conforman una parte fundamental del sistema de comunicaciones a nivel mundial. Esta línea de transmisión, que opera comúnmente en rango de microondas, permite asumir unas pérdidas muy bajas, a niveles de potencia de trabajo considerables. Lo que las convierte en una herramienta fundamental para múltiples aplicaciones.

El campo de estudio sobre las guías de onda es muy extenso. Es por ello que en este trabajo de investigación, con el objetivo de mejorar las propiedades de transmisión de los campos que viajan a su través, se analizarán los resultados de una guía de onda rectangular, rellena de dieléctrico-aire, tratando de hallar las distribuciones del mismo que permitan optimizarlas, analizando las curvas de dispersión de los modos en su interior, ancho de banda monomodo, vector de Poynting, atenuaciones, etc.

La siguiente memoria se organizará partiendo del marco teórico que ayude a analizar los resultados, una exposición de los experimentos y muestra de los resultados obtenidos, para terminar con un análisis final de las conclusiones extraídas y unas posibles futuras líneas de investigación al respecto.

## 2. Marco teórico

### 2.1. Guía de onda rectangular homogénea

Las líneas de transmisión son componentes esenciales en sistemas de comunicación, ya que se encargan de transportar las señales electromagnéticas entre distintos dispositivos. Dentro de las líneas de transmisión formadas por la unión entre un conductor y un dieléctrico, la guía de onda rectangular se encuentra entre las más populares. Una guía de onda rectangular consiste en un tubo conductor hueco de sección rectangular y dimensiones internas  $a$  y  $b$ .

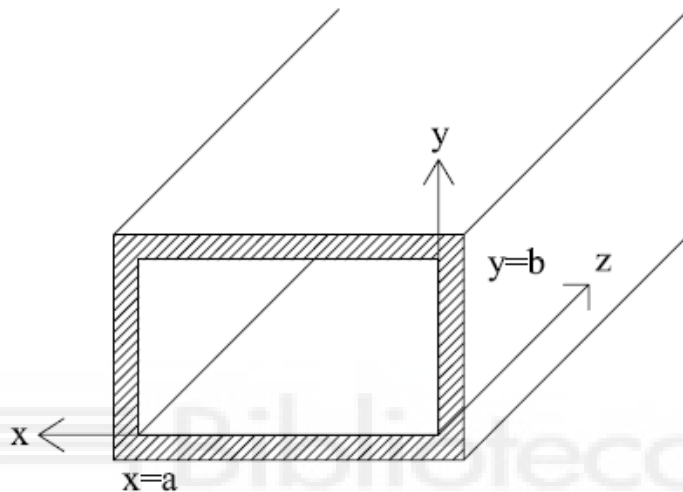


Figura 1. Guía de onda rectangular de dimensiones  $axb$ .

La guía de onda rectangular rellena de forma homogénea de cierto dieléctrico fue una de las primeras líneas empleadas para transmitir señales de microondas. Dichas líneas poseen una serie de características muy concretas entre las que analizaremos especialmente su carácter dispersivo, dada la dependencia frecuencial del coeficiente de fase ( $\beta$ ) en sus modos  $TE_{mn}$  y  $TM_{mn}$  [2]:

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \epsilon_r \epsilon_0 - k_c^2} \quad (2.1)$$

La velocidad de fase ( $v_f$ ) dentro de estas líneas de transmisión viene definida por la siguiente expresión:

$$v_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{k \sqrt{1 - \left(\frac{k_c}{k}\right)^2}} = \frac{c_0 / \sqrt{\epsilon_r}}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (2.2)$$

En esta ecuación queda patente el carácter dispersivo de este tipo de líneas, dado que la velocidad de fase depende de la frecuencia de trabajo. Precisamente en las líneas dispersivas, la velocidad de propagación de la información se estudia a partir del concepto de Velocidad de grupo ( $v_g$ ) que viene dado por la expresión:

$$v_g = \frac{1}{d\beta/d\omega} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (2.3)$$

Para analizar la componente axial de los modos  $TE_{mn}$  y  $TM_{mn}$  en una guía de onda rectangular, la ecuación de onda es:

$$\nabla_{\xi}^2 A_z + k_c^2 A_z = 0 \quad (2.4)$$

Siendo  $A_z$ ,  $H_z$  y  $E_z$  respectivamente y  $k_c$  el número de onda de corte, definido por:

$$k_{c_{mn}}^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \quad (2.5)$$

### Características de propagación

Las expresiones de los campos para los modos TE y TM son diferentes, pero las características de propagación son similares para los modos del mismo orden. Existen infinitos modos posibles para cada tipo que corresponden a todas las combinaciones posibles de números enteros para los subíndices m y n. Dada la expresión para el número de onda de corte definida anteriormente, podemos obtener la longitud de onda de corte, y la frecuencia de corte:

$$\lambda_{c_{mn}} = \frac{2\pi}{k_{c_{mn}}} = \frac{2ab}{\sqrt{(mb)^2 + (na)^2}} \quad (2.6)$$

$$f_{c_{mn}} = \frac{k_{c_{mn}}}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

Se observa que la longitud de onda de corte solo depende del orden del modo y las dimensiones de la guía, mientras que para la frecuencia de corte ha de tenerse en cuenta el material del interior de la misma. Además, se observa que la frecuencia de corte aumenta de forma proporcional con el orden de los modos.

Generalmente, es preferible que la energía electromagnética se propague en la configuración de un solo modo, con el fin de minimizar la dispersión y mejorar el acoplamiento entre la fuente y la carga. Este será uno de los objetivos perseguidos en este trabajo de investigación.

Este modo posee la frecuencia de corte más baja en la guía y presenta, entre otras, las siguientes características:

- Para la guía de onda normalizada  $a=2b$ , la atenuación del conductor es baja.
- La frecuencia de corte del siguiente modo es el doble que la del modo fundamental.
- Su frecuencia de corte  $f_c = \frac{c}{2a}$ , es independiente de la altura de la guía de onda ( $b$ ).

### Potencia transmitida

Se puede demostrar que la potencia transmitida en una guía de onda, para modos TE y TM respectivamente, se obtiene a partir de la ecuación:

$$P_T = \frac{\eta^2}{2Z_{TE}} \left(\frac{f}{f_c}\right)^2 \iint_S |H_z|^2 dS \quad (2.7)$$

$$P_T = \frac{Z_{TM}}{2\eta^2} \left(\frac{f}{f_c}\right)^2 \iint_S |E_z|^2 dS$$

Cuya expresión para el modo dominante del campo (TE<sub>10</sub>) se reduce a:

$$P_T = \frac{E_0^2}{4Z_{TE}} ab \quad (2.8)$$

Además, el coeficiente de atenuación debido a las pérdidas del conductor viene definido para modos TE como:

$$\alpha_c = \frac{P_{LC}}{2P_T} = \frac{\frac{R_s}{2} \oint_c |J_s|^2 dl}{2 \frac{\eta^2}{2Z_{TE}} \left(\frac{f_c}{f}\right)^2 \iint_S |H_z|^2 dS} \quad (2.9)$$

Siendo  $\mathbf{J}_s$  la densidad de corriente y  $R_s$  la resistencia superficial ( $R_s = \frac{1}{\sigma\delta} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}$ ) y cuya expresión para el modo dominante del campo se reduce a:

$$\alpha_c = \frac{R_s}{b\eta\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \left[ 1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{f_c}{f}\right)^2 \right] \quad (2.10)$$

Asimismo, el coeficiente de atenuación debido a las pérdidas del dieléctrico, para guías de onda homogéneas, se define como:

$$\alpha_d = \frac{1}{2} \frac{k^2 \tan\delta}{\beta} \quad (2.11)$$

Siendo  $\tan\delta$  la tangente de pérdidas del material dieléctrico.

## 2.2. Análisis de una guía de onda rectangular con dieléctrico inhomogéneo. Método de las bases Bi-Ortogonales y Método de los Momentos

En este apartado se tratará de explicar las bases del método utilizado para el cálculo de los campos en el interior de la guía rectangular parcialmente rellena de dieléctrico. Dicho método se conoce como Método de las bases Bi-Ortogonales y describe el análisis de sistemas guidores de ondas con simetría traslacional [3]. Está basado en ecuaciones que cumplen las componentes transversales de los campos electromagnéticos en dichos medios.

### Método de las Bases Bi-Ortogonales

En este método se parte de las ecuaciones de Maxwell para medios con simetría traslacional en la dirección de propagación, en adelante el eje Z. Los medios considerados se asumen como no magnéticos ( $\mu = \mu_0$ ) y con una permitividad dieléctrica compleja definida como  $\varepsilon(x, y) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(x, y)$ . Además, se supone una variación temporal de los campos armónica de la forma  $e^{j\omega t}$  y que se omitirá por motivos prácticos. Así pues, el campo total obtenido como superposición de modos queda definido como:

$$E(x, y, z) = \sum_n [e_n(x, y) + e_{zn}(x, y)\hat{z}]e^{\pm j\beta_n z}$$

$$H(x, y, z) = \sum_n [h_n(x, y) + h_{zn}(x, y)\hat{z}]e^{\pm j\beta_n z} \quad (2.12)$$

Siendo  $\beta_n$  la constante de propagación para el modo n-ésimo.  $\{e_n, h_n\}$  representan las componentes transversales a la dirección de propagación de los campos eléctrico y magnético. Y de la misma manera para cada modo se tendrán las componentes axiales  $\{e_{zn}, h_{zn}\}$ . Los campos transversales, cuando no hay fuentes presentes en el medio guidor, satisfacen:



$$\left[ \nabla_t^2 + k_0^2 \varepsilon_r + \left( \frac{\nabla_t \varepsilon_r}{\varepsilon_r} \right) \times (\nabla_t \times \circ) \right] \mathbf{h}_n = \beta_n^2 \mathbf{h}_n \quad (2.13)$$

$$\left[ \nabla_t^2 + k_0^2 \varepsilon_r + \nabla_t \left\{ \left( \frac{\nabla_t \varepsilon_r}{\varepsilon_r} \right) \cdot \circ \right\} \right] \mathbf{e}_n = \beta_n^2 \mathbf{e}_n$$

Siendo  $\nabla_t$  el operador gradiente transversal, y  $k_0$  el número de ondas en el espacio libre ( $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ ). Reescribiendo las ecuaciones anteriores de la forma:

$$L \mathbf{h}_n = \beta_n^2 \mathbf{h}_n \quad ; \quad L' \mathbf{e}_n = \beta_n^2 \mathbf{e}_n \quad (2.14)$$

Siendo  $L$  y  $L'$  los operadores diferenciales que gobiernan la evolución de las componentes transversales de los campos a lo largo del eje  $Z$ .  $\mathbf{h}_n$  y  $\mathbf{e}_n$  son los autovectores de los operadores  $L$  y  $L'$ , respectivamente y  $\beta_n^2$ , sus autovalores. Diagonalizando cualquiera de estos dos operadores vectoriales, teniendo en cuenta las condiciones de frontera y las ligaduras que imponen las ecuaciones de Maxwell, se obtiene la solución del problema. Si se reescriben de nuevo las ecuaciones anteriores, en términos de un nuevo campo eléctrico transversal  $\bar{\mathbf{e}}_m = (-e_{ym}^*, e_{xm}^*)$ , se obtiene:

$$L \mathbf{h}_n = \beta_n^2 \mathbf{h}_n \quad ; \quad L^\dagger \bar{\mathbf{e}}_m = (\beta_m^2)^* \bar{\mathbf{e}}_m \quad (2.15)$$

Donde el operador  $L^\dagger$  resulta ser:

$$L^\dagger = \nabla_t^2 + k_0^2 \varepsilon_r^* + \hat{\mathbf{z}} \times \left\{ \nabla_t \left[ \hat{\mathbf{z}} \cdot \left( \frac{\nabla_t \varepsilon_r^*}{\varepsilon_r^*} \times \circ \right) \right] \right\} \quad (2.16)$$

Se puede demostrar que para sistemas guidores confinados, cuyos campos transversales sean nulos en el infinito, la evolución de dichos campos son adjuntos uno del otro, es decir:

$$\langle L^\dagger \bar{\mathbf{e}}_m | \mathbf{h}_n \rangle = \langle \bar{\mathbf{e}}_m | L \mathbf{h}_n \rangle \quad (2.17)$$

Por tanto, sus vectores propios satisfacen una relación de biortogonalidad, es decir:

$$\langle \bar{\mathbf{e}}_m | \mathbf{h}_n \rangle = \delta_{mn} \quad (2.18)$$

Esta expresión es válida para medios guidores confinados con o sin pérdidas. Restaurando la notación tridimensional original:

$$\langle \bar{\mathbf{e}}_m | \mathbf{h}_n \rangle = \int_{CS} (\bar{\mathbf{e}}_m^* \cdot \mathbf{h}_n) dS = \int_{CS} (\bar{\mathbf{e}}_m \times \mathbf{h}_n) \cdot \hat{\mathbf{z}} dS = \delta_{mn} \quad (2.19)$$

Se observa que esta propiedad es la relación de 'ortogonalidad' satisfecha por los campos electromagnéticos. Donde CS es la sección transversal de la guía.

La relación de biortogonalidad demostrada, permite expandir una función vectorial  $\mathbf{f}$  en términos de los autovectores de  $L$ ,  $\mathbf{h}_n$  o en términos de sus correspondientes adjuntos, puesto que forman una base biortogonal

$$\mathbf{f} = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \mathbf{h}_n = \sum_{m=1}^{\infty} d_m \bar{\mathbf{e}}_m \quad (2.20)$$

Siendo  $c_n$  y  $d_m$  los coeficientes complejos de la expresión modal de los campos transversales definidos como:  $c_n = \langle \bar{\mathbf{e}}_n | \mathbf{f} \rangle$  y  $d_m = \langle \mathbf{f} | \mathbf{h}_m \rangle$ .

Si a continuación se define el problema auxiliar (usando notación  $\sim$ ) siguiente: una guía con permitividad dieléctrica  $\tilde{\epsilon}_{rb}$ , con vectores propios  $\tilde{\mathbf{h}}_q, \tilde{\mathbf{e}}_p$  y constantes dieléctricas de propagación  $\tilde{\beta}_p$ . Partiendo de las ecuaciones que describen dicho problema:

$$\tilde{L} \tilde{\mathbf{h}}_q = \tilde{\beta}_p^2 \tilde{\mathbf{h}}_q \quad \tilde{L}^\dagger \tilde{\mathbf{e}}_p = (\tilde{\beta}_p^2)^* \tilde{\mathbf{e}}_p \quad (2.21)$$

Tal y como se ha demostrado, el conjunto de vectores propios mencionado forma una base biortogonal. Expandiendo los vectores propios de los operadores  $L$  y  $L^\dagger$  en términos de sus homónimos del sistema auxiliar, tendremos:

$$\mathbf{h}_n = \sum_{q=1}^{\infty} c_{qn} \tilde{\mathbf{h}}_q \quad \bar{\mathbf{e}}_m = \sum_{p=1}^{\infty} d_{pm} \tilde{\mathbf{e}}_p \quad (2.22)$$

Pese a que la expresión es infinita, por motivos computacionales la truncamos a un número finito  $N$ . Introduciendo (2.22) en (2.15) y teniendo en cuenta que los operadores  $L$  y  $L^\dagger$  son lineales, tendremos:

$$\begin{aligned} L \mathbf{h}_n &= L \sum_{q=1}^N c_{qn} \tilde{\mathbf{h}}_q = \sum_{q=1}^N c_{qn} L \tilde{\mathbf{h}}_q = \beta_n^2 \sum_{q=1}^N c_{qn} \tilde{\mathbf{h}}_q \\ L^\dagger \bar{\mathbf{e}}_m &= L^\dagger \sum_{p=1}^N d_{pm} \tilde{\mathbf{e}}_p = \sum_{p=1}^N d_{pm} L^\dagger \tilde{\mathbf{e}}_p = (\beta_m^2)^* \sum_{p=1}^N d_{pm} \tilde{\mathbf{e}}_p \end{aligned} \quad (2.23)$$

El siguiente paso es proyectar  $\tilde{\mathbf{e}}_p$  y  $\tilde{\mathbf{h}}_q$  en las ecuaciones anteriores, respectivamente:

$$\begin{aligned}
\sum_{q=1}^N \langle \widetilde{\mathbf{e}}_p | L \widetilde{\mathbf{h}}_q \rangle c_{qn} &= \sum_{q=1}^N L_{pq} c_{qn} = \beta_n^2 \sum_{q=1}^N c_{qn} \langle \widetilde{\mathbf{e}}_p | \widetilde{\mathbf{h}}_q \rangle = \beta_n^2 c_{pn} \\
\sum_{p=1}^N \langle \widetilde{\mathbf{h}}_q | L^\dagger \widetilde{\mathbf{e}}_p \rangle d_{pm} &= \sum_{p=1}^N L^\dagger_{qp} d_{pm} = (\beta_m^2)^* \sum_{p=1}^N d_{pm} \langle \widetilde{\mathbf{h}}_q | \widetilde{\mathbf{e}}_p \rangle \\
&= (\beta_m^2)^* d_{qm}
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Siendo  $L_{pq} = \langle \widetilde{\mathbf{e}}_p | L \widetilde{\mathbf{h}}_q \rangle$  y  $L^\dagger_{qp} = \langle \widetilde{\mathbf{h}}_q | L^\dagger \widetilde{\mathbf{e}}_p \rangle$  los elementos de los operadores  $L$  y  $L^\dagger$  en la base  $\{\widetilde{\mathbf{e}}_p$  y  $\widetilde{\mathbf{h}}_q\}$ , respectivamente. Así, las ecuaciones anteriores quedan:

$$\begin{aligned}
\sum_{q=1}^N L_{pq} c_{qn} &= \beta_n^2 c_{pn} \\
\sum_{p=1}^N L^\dagger_{qp} d_{pm} &= (\beta_m^2)^* d_{qm}
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Que resultan ser las ecuaciones matriciales lineales de autovalores que se buscaban. Si definimos  $\underline{L}$  y  $\underline{L}^\dagger$  como la representación matricial de los operadores homónimos, que por definición tienen unas dimensiones  $(N \times N)$ , y por otro lado definimos los vectores columna de coeficientes  $\underline{C}^{(n)} = c_{pn}$  y  $\underline{D}^{(m)} = d_{qm}$  de dimensiones  $(N \times 1)$  las ecuaciones (2.25) se pueden expresar de la forma:

$$\begin{aligned}
\underline{L} \underline{C}^{(n)} &= \beta_n^2 \underline{C}^{(n)} \\
\underline{L}^\dagger \underline{D}^{(m)} &= (\beta_m^2)^* \underline{D}^{(m)}
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Se puede demostrar que es posible obtener el campo eléctrico transversal de los modos diagonalizando estas ecuaciones, pero conllevaría un coste computacional alto para muchos modos de la base auxiliar. En su lugar, nos limitaremos a resolver la ecuación (2.26 a). En primer lugar, descompondremos, por simplicidad de cálculo, el operador  $L$  como suma de:

$$L = \tilde{L} + \Delta \tag{2.27}$$

Donde  $\tilde{L}$  es el operador que describe el problema auxiliar y  $\Delta$  es:

$$\Delta \equiv k_0^2 (\epsilon_r - \tilde{\epsilon}_r) + \left( \frac{\nabla_t \epsilon_r}{\epsilon_r} \right) \times (\nabla_t \times \circ) \tag{2.28}$$

De este modo, y usando la relación de biortogonalidad (2.18) cada elemento  $L_{pq}$  se calcula como:

$$\begin{aligned}
L_{pq} &= \langle \widetilde{\mathbf{e}}_p | L \widetilde{\mathbf{h}}_q \rangle = \langle \widetilde{\mathbf{e}}_p | (\tilde{L} + \Delta) \widetilde{\mathbf{h}}_q \rangle = \langle \widetilde{\mathbf{e}}_p | \tilde{L} \widetilde{\mathbf{h}}_q \rangle + \langle \widetilde{\mathbf{e}}_p | \Delta \widetilde{\mathbf{h}}_q \rangle \\
&= \tilde{\beta}_q^2 \delta_{pq} + \langle \widetilde{\mathbf{e}}_p | \Delta \widetilde{\mathbf{h}}_q \rangle
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Solo restaría resolver numéricamente la ecuación matricial lineal (2.26 a) de valores propios. Para N funciones base auxiliares necesarias para expandir los modos del problema real, la diagonalización numérica proporcionará N autovalores (constantes de propagación) y la matriz (N x N) de autovectores (campo magnético transversal) asociada. Cada uno de los cuales estará integrado por N coeficientes. En el caso que nos ocupa, los autovalores serán directamente  $\beta_n^2$ . N será un parámetro a elegir en cada caso, y se determina a partir de un análisis numérico de convergencia. En general, se observa que los modos del problema real están mejor calculados cuanto mayor sea el número de modos auxiliares utilizados.

El campo eléctrico transversal  $e_n$  del modo n-ésimo se obtendrá a partir del campo magnético transversal  $h_n$  que, como sabemos, se ha obtenido como una suma de modos del sistema auxiliar. De modo que:

- Ley de Ampère generalizada:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \nabla_t \times \mathbf{h}_n = j\omega \varepsilon e_{zn} \hat{\mathbf{z}} \\ \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_t h_{zn} + j\beta \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{h}_n = j\omega \varepsilon \mathbf{e}_n \end{array} \right\} \quad (2.30)$$

- Ley de Gauss para  $\mathbf{B}$ :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \rightarrow \nabla_t \cdot \mathbf{h}_n = j\beta h_{zn} - \mathbf{h}_n \cdot \frac{\nabla_t \mu}{\mu} \quad (2.31)$$

Teniendo en cuenta que el medio es no magnético, se obtiene:

$$\nabla_t h_{zn} = \nabla_t \left( \frac{\nabla_t \cdot \mathbf{h}_n}{j\beta} \right) \quad (2.32)$$

Finalmente, sustituyendo (2.32) en la segunda ecuación de (2.30) y despejando  $e_n$  se llega a:

$$\mathbf{e}_n = \frac{j}{\omega \varepsilon} \hat{\mathbf{z}} \times \left[ \frac{1}{j\beta_n} \nabla_t (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_n) + j\beta_n \mathbf{h}_n \right] \quad (2.33)$$

Donde

$$\mathbf{h}_n = \sum_{q=1}^N c_{qn} \tilde{\mathbf{h}}_q \quad (2.34)$$

### Método de los momentos

Por otro lado, también puede calcularse  $\bar{e}_n$  aprovechando que es biortogonal a  $h_n$ , y obtener  $e_n$  a partir de este, que en sistemas guidores confinados con pérdidas será  $(e_{xn}, e_{yn}) = (\bar{e}_{yn}^*, -\bar{e}_{xn}^*)$ . Es decir, si se desarrolla la relación de

biortogonalidad satisfecha por dichos campos,  $\langle \overline{\mathbf{e}}_m | \mathbf{h}_n \rangle = \delta_{mn}$  en términos de  $\overline{\mathbf{e}}_p$  y  $\widetilde{\mathbf{h}}_q$ , se obtiene haciendo uso de (2.22), que:

$$\langle \overline{\mathbf{e}}_m | \mathbf{h}_n \rangle = \sum_{pq} d_{pm}^* c_{qn} \quad (2.35)$$

En otras palabras, que las matrices formadas por los coeficientes de los desarrollos de  $L$  y  $L^\dagger$  están ligadas por

$$\underline{D}^{*T} = \underline{C}^{-1} \quad (2.36)$$

En tercer lugar, otra forma de calcular el campo  $\overline{\mathbf{e}}_n$  es utilizar el hecho de que la representación matricial de  $L^\dagger$  es, como matriz, la adjunta de la de  $L$ . Por lo que no sería necesario calcular las integrales. La diagonalización de (2.26 b) proporciona  $(\beta_n^2)^*$  y su campo eléctrico transversal  $\overline{\mathbf{e}}_n$ .

Por motivos de convergencia y de eficiencia computacional, a la hora de obtener el campo eléctrico transversal en las guías bajo estudio, se hará un estudio detallado de todos los factores en cada caso a la hora de elegir el método para obtener dicho campo.



### 3. Experimentación

En primer lugar, se partió de la base de que se posee una guía de onda rectangular, de tamaño dimensiones  $a=16$  mm,  $b=1.26$  mm, rellena homogéneamente de dieléctrico y cuya representación de la sección transversal podría ser la siguiente:

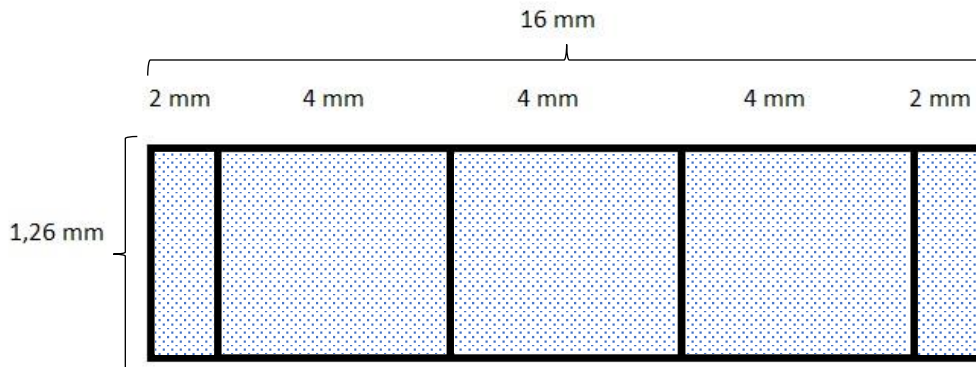


Figura 2. Representación transversal de la guía homogénea.

Donde se ha dividido la anchura 'a' en 5 secciones imaginarias dentro de la anchura de la guía, con las dimensiones que se indican. Y se ha representado el dieléctrico del interior con una trama de puntos.

Se analizaron las propiedades de dicha guía. En primer lugar, las curvas de dispersión de los modos en su interior, obteniendo el siguiente resultado:

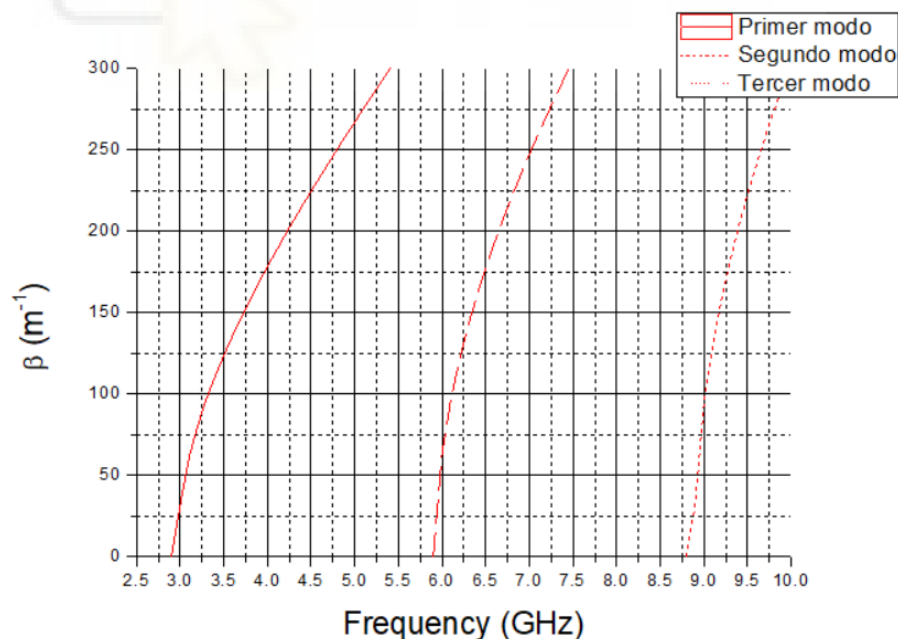


Figura 3. Curvas de dispersión guía homogénea.

La primera premisa para la experimentación consistía en aumentar el ancho de banda monomodo de las curvas de dispersión, que en la guía uniforme se

puede observar que es aproximadamente de 3 GHz. Llevando a cabo ensayos con la no homogeneidad del interior de la guía [4], mediante secciones de aire en la posición más conveniente. De este modo, se realizó un estudio paramétrico para determinar la posición y las dimensiones de dichas secciones de aire, que optimizara al máximo las propiedades de propagación de los modos en su interior, sin que supusiese un coste de fabricación añadido.

### 3.1. Estudio paramétrico curvas de dispersión

Con la intención de dotar de mayor resistencia estructural a la guía (sentido que trataremos más adelante en mayor profundidad), se trató de mantener los dos milímetros de dieléctrico en los extremos del ancho de la sección de la misma. Además, también resultaba interesante mantener el centro de la guía relleno de dieléctrico (este hecho también se tratará en mayor profundidad posteriormente). Es por ello que se partió de un estudio paramétrico que analizara las distintas posiciones de secciones de aire para los modelos siguientes:

#### 3.1.1. Estudio posición 1

Para este experimento, se partió de la disposición de la figura (4 a), y se aumentó la posición del centro de la sección de aire de la derecha progresivamente, hasta quedar, a lo largo de 5 pasos, en la posición de la figura (4 b) :

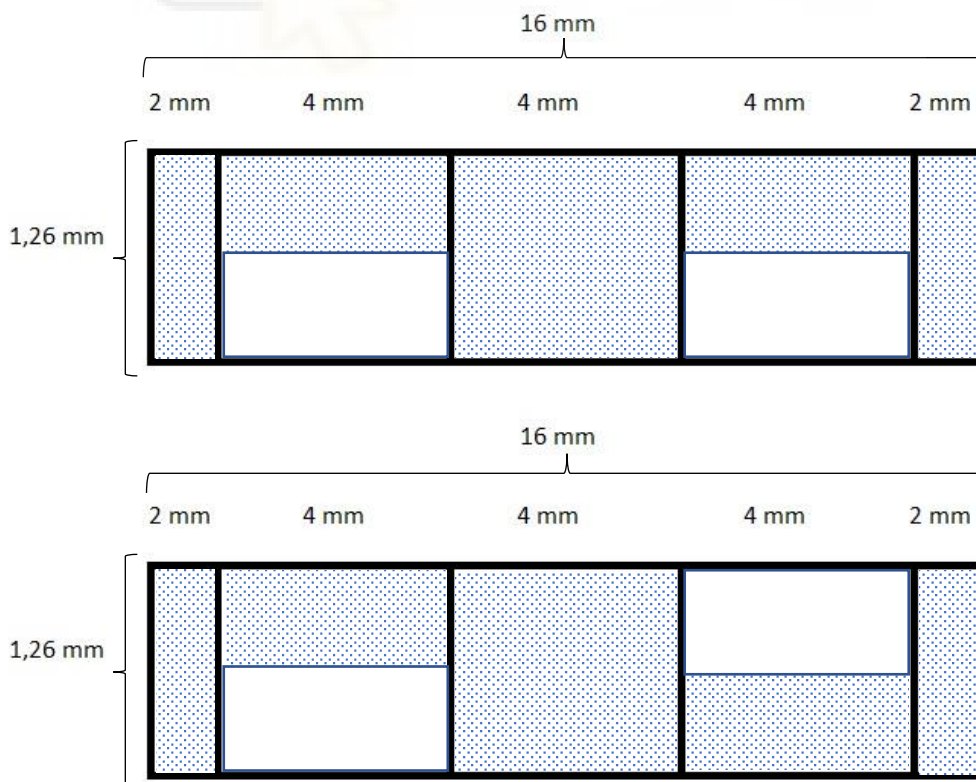


Figura 4 (a y b). Representación transversal de la guía. Estudio posición 1.

Obteniéndose el siguiente resultado:

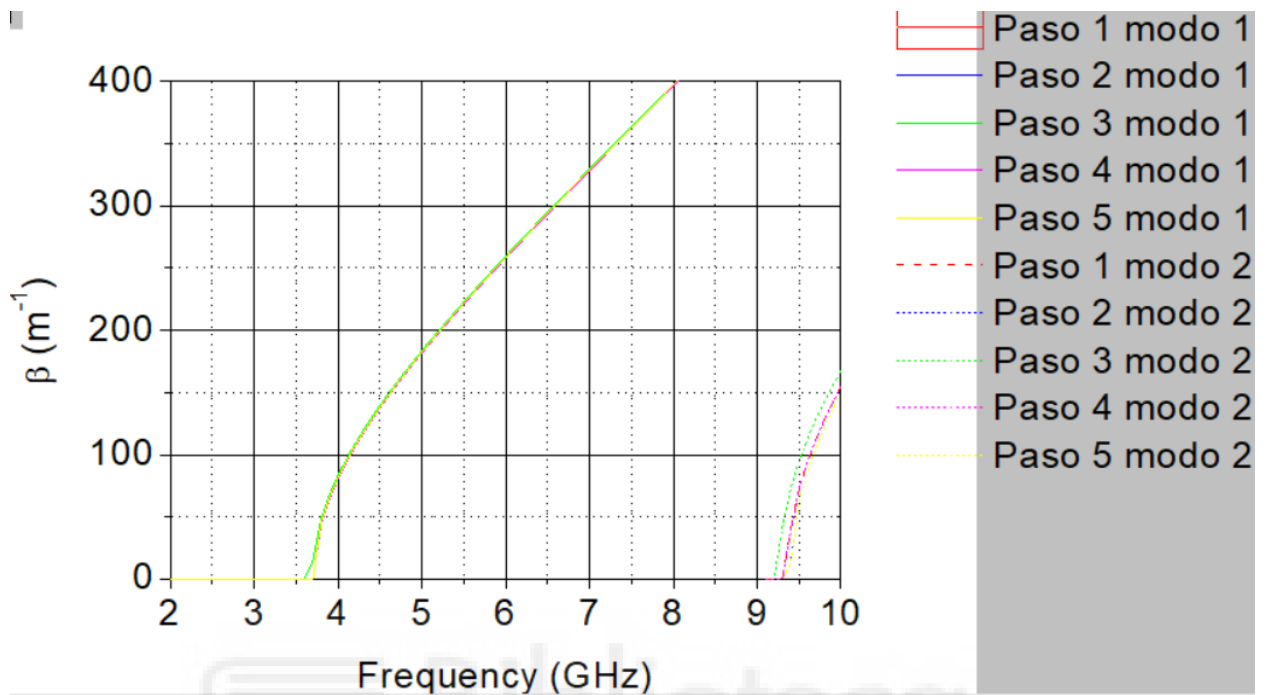


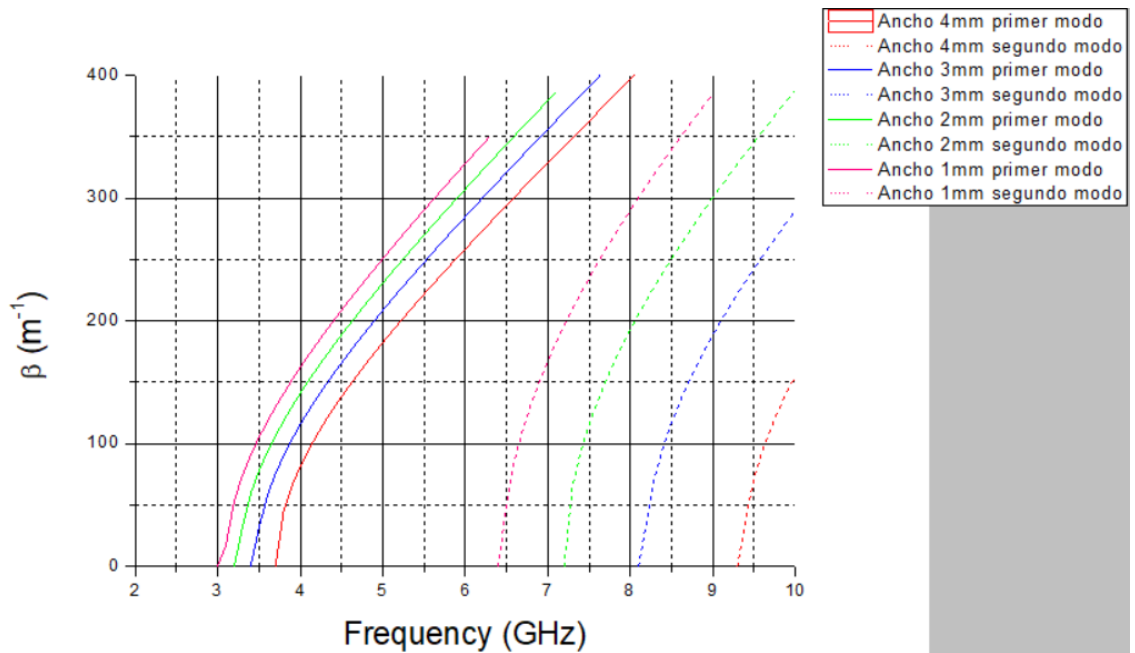
Figura 5. Curvas de dispersión. Estudio posición 1.

A la vista de que modificar la posición del centro de una de las secciones de aire no modifica la posición del modo fundamental, pero sí ligeramente la del segundo modo, se pasó a estudiar las modificaciones de las curvas de dispersión al variar el ancho y alto de dichas secciones, a partir de la figura (4 b). Que, como se ha demostrado, proporcionaba (aunque ligeramente) un mayor margen de ancho de banda monomodo.

### 3.1.2. Estudio anchuras

Partiendo del modelo de distribuciones dieléctrico-aire representado en la figura (4 b), se varía la anchura de las secciones de aire a razón de los valores que se indica:



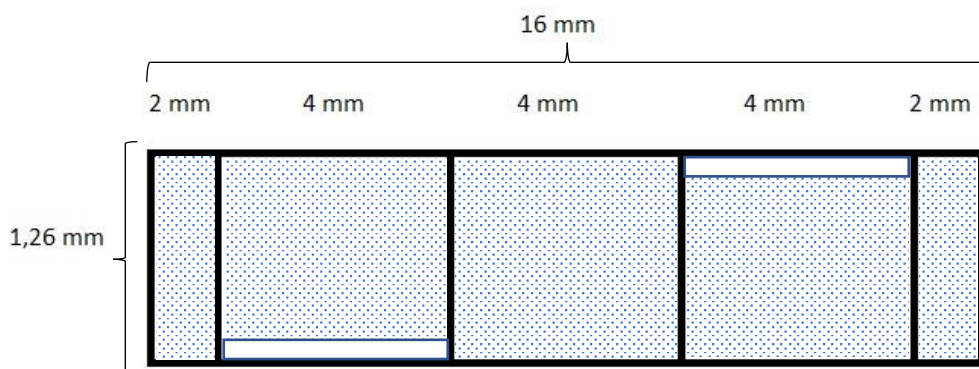


**Figura 6.** Curvas de dispersión. Estudio anchuras.

Queda demostrado así, que el aumento del ancho de las secciones de aire hasta 4 mm, aumenta progresivamente el ancho de banda monomodo hasta un valor aproximado de 5.6 GHz.

### 3.1.3. Estudio alturas 1

Partiendo de la guía homogéneamente rellena de dieléctrico, se aumenta progresivamente la sección de aire desde los puntos que se muestran en la figura:



**Figura 7.** Representación transversal de la guía. Estudio alturas 1.

Obteniendo los resultados siguientes para las curvas de dispersión de los modos en su interior:

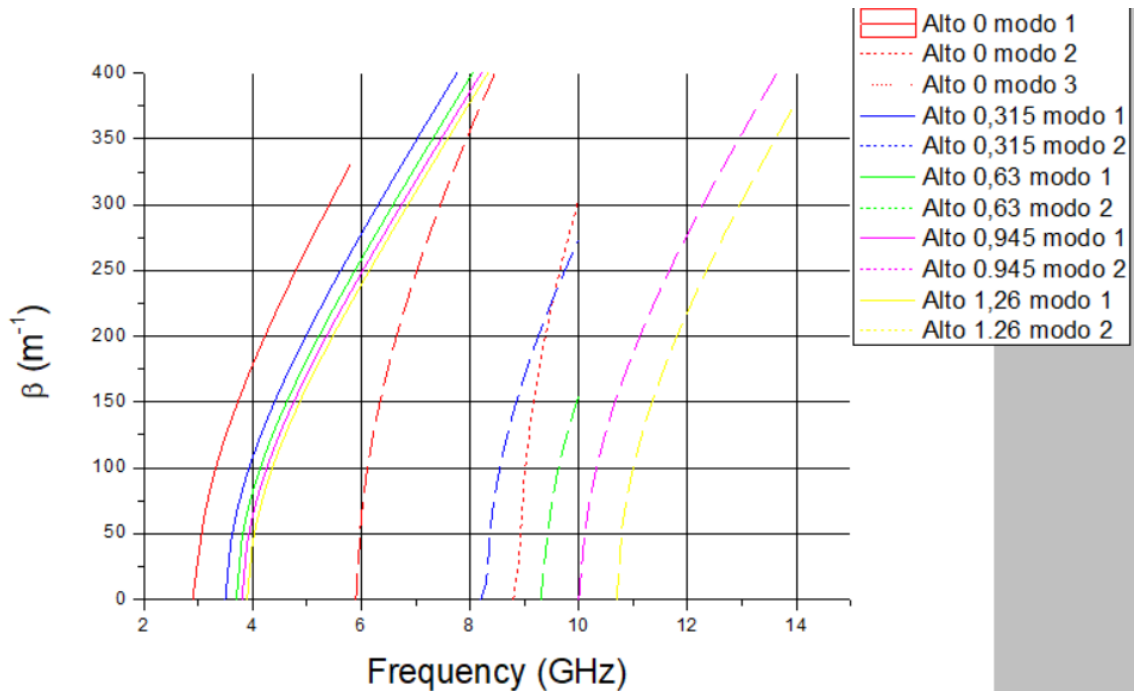


Figura 8. Curvas de dispersión. Estudio alturas 1.

Como se puede observar, la altura de las secciones de aire aumenta progresivamente el ancho de banda monomodo de la guía.

### 3.1.4. Estudio alturas 2

Se aumenta progresivamente la sección de aire desde los puntos que se muestran en la figura:

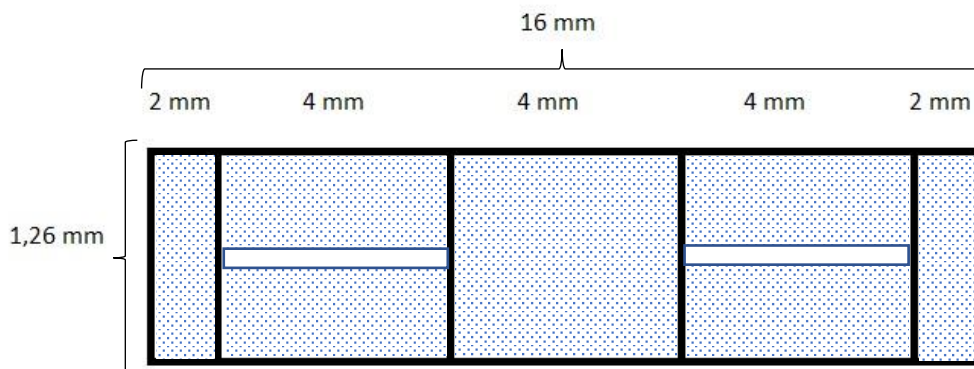


Figura 9. Representación transversal de la guía. Estudio alturas 2.

Obteniendo los resultados siguientes para las curvas de dispersión de los modos en su interior:

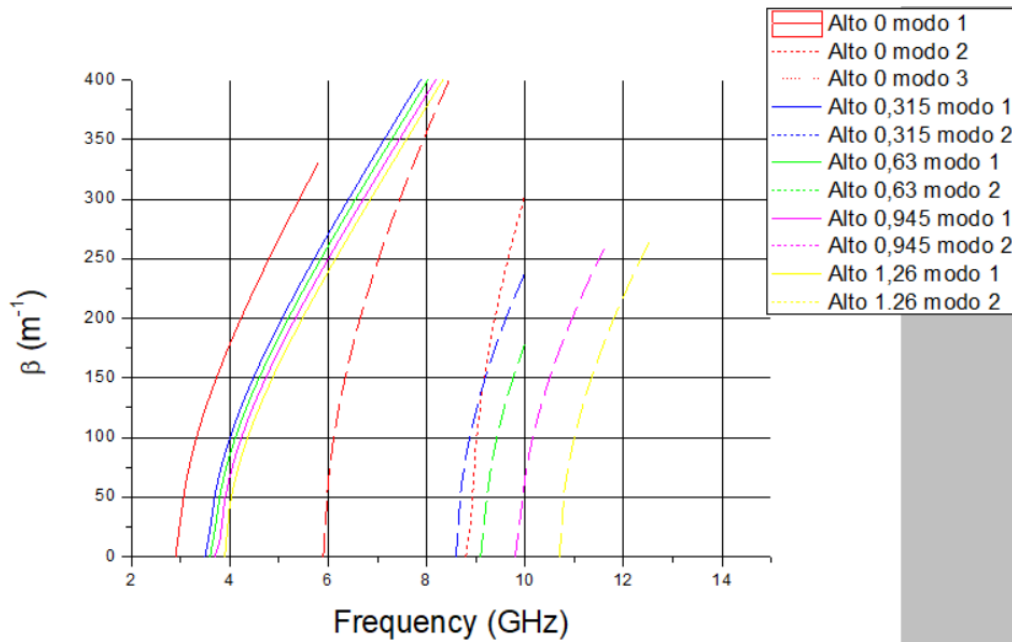


Figura 10. Curvas de dispersión. Estudio alturas 2.

Se observa un resultado similar para el ancho de banda monomodo, para ambas disposiciones de secciones de aire. Es por ello que se concluyó tomar como modelo para continuar la investigación, la sección de aire con altura 1.26 mm, ya que proporciona el mayor margen de ancho de banda monomodo (aproximadamente 6.8GHz).

### 3.1.5. Estudio posición 2

Tal y como se ha mencionado con anterioridad, las dos bandas de 2 mm de dieléctrico a los extremos del ancho de la sección de la guía proporcionan resistencia estructural a la misma. Por tanto, llegados a este punto se comprobó si estas bandas perjudicaban el objetivo principal de la investigación, reduciendo el ancho de banda monomodo. Es por ello que se analizaron las curvas de dispersión de la guía con la configuración siguiente (TIPO 2):

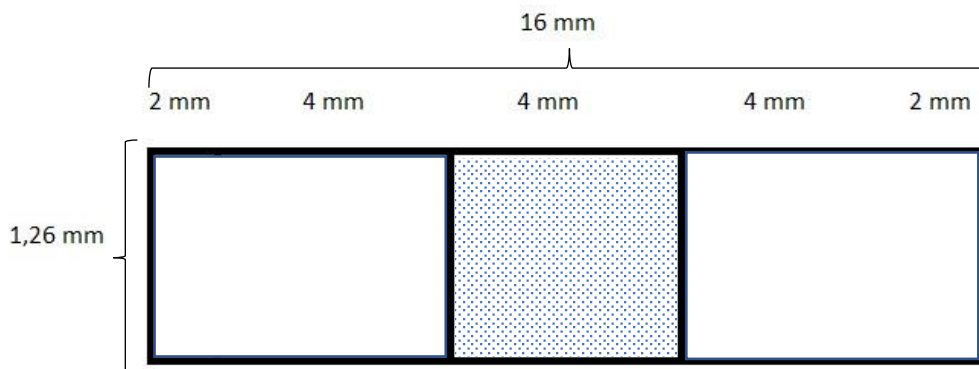


Figura 11. Representación transversal de la guía. Estudio posición 2.

Y se compararon con los resultados obtenidos para la figura 7 o 9, para el caso de altura 1.26 mm. (TIPO 1). Demostrando los siguientes resultados:

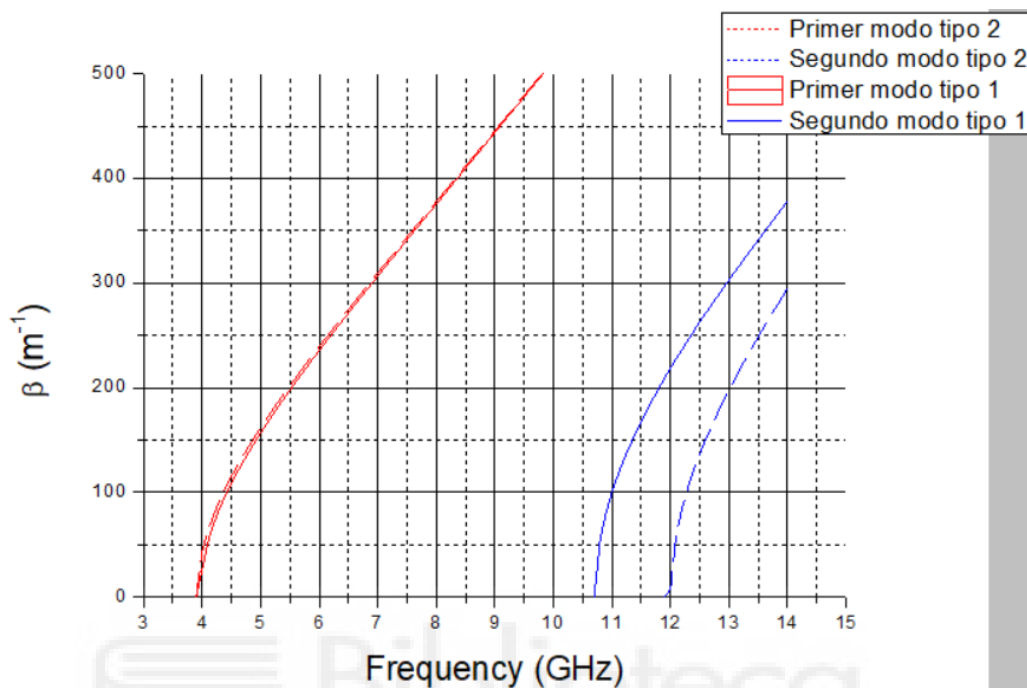
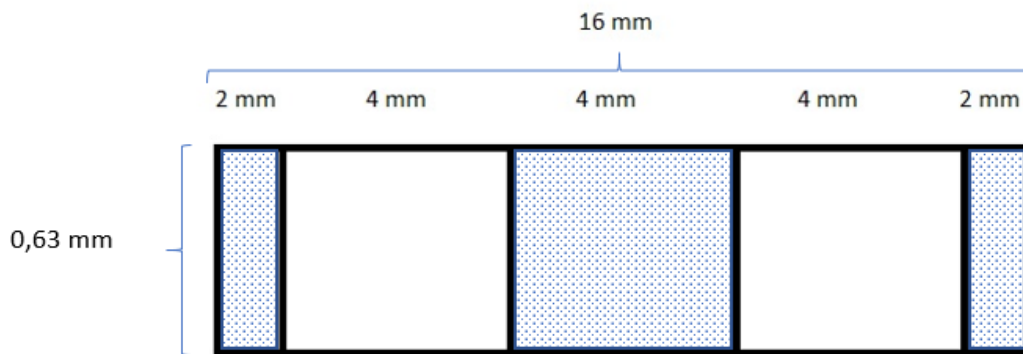


Figura 12. Curvas de dispersión. Estudio posición 2.

Como se puede observar, efectivamente las dos bandas de dieléctrico en los extremos de la sección de la guía, sacrifican algo más de 1 GHz de ancho de banda monomodo. Sin embargo, dado que esta configuración proporciona una resistencia estructural considerablemente ventajosa (necesaria para la implementación de la guía en tecnología SIW), respecto al bajo beneficio de ancho de banda, se concluyó seguir con el estudio planteado hasta ahora.

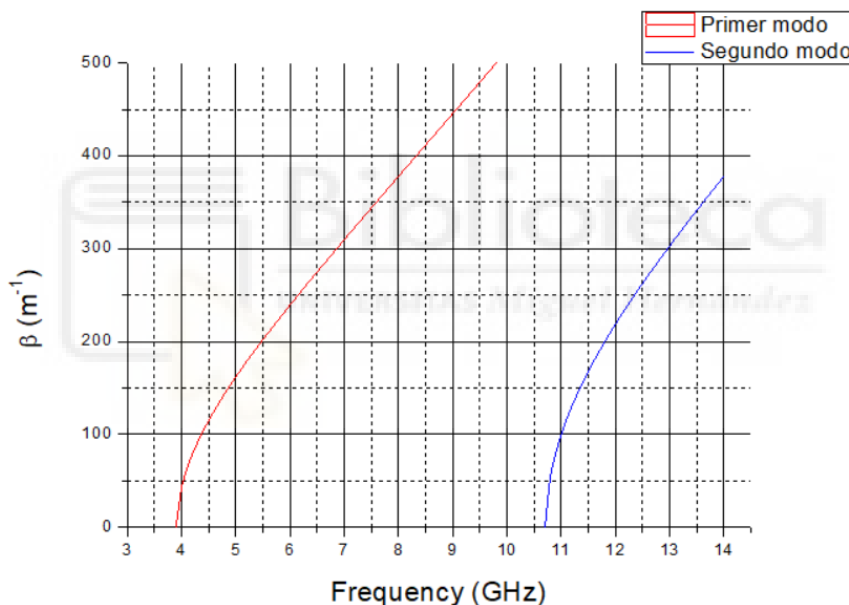
### 3.1.6. Estudio altura guía

Llegados a este punto de la experimentación, y dados los resultados obtenidos, se planteó la hipótesis de disminuir la altura de la guía desde  $b=1.26$  mm hasta  $b=0.63$  mm. Ya que, como se ha demostrado anteriormente, la configuración de secciones de aire más ventajosa es la que ocupa toda la altura de la guía, este cambio permitiría una implementación de la guía en cuestión más sencilla, ya que evitaría tener que unir dos sustratos de altura 0.63 mm para lograr la guía planteada hasta ahora, o usar otro tipo de sustrato con altura  $2 \times 0.63$  mm, aumentando el coste de fabricación. Por tanto, para la siguiente configuración:



**Figura 13.** Representación transversal de la guía. Estudio altura guía.

Se obtiene el siguiente análisis de las curvas de dispersión:



**Figura 14.** Curvas de dispersión. Estudio altura guía.

De modo que se observa, efectivamente, que el resultado es el mismo que para la guía de altura  $b=1.26$  mm.

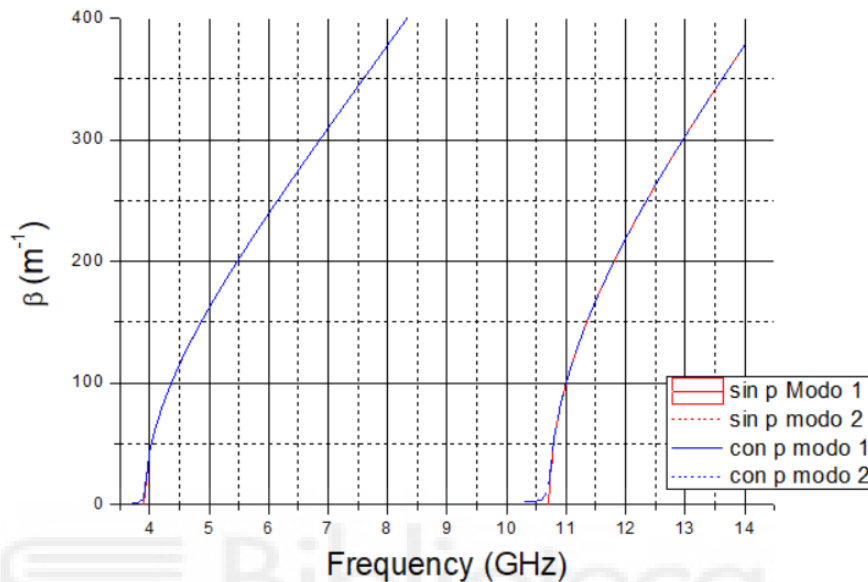
### 3.1.7. Estudio del efecto de las pérdidas del dieléctrico.

Por último, se analizó el efecto de las pérdidas del dieléctrico en la constante de fase ( $\beta$ ) de la guía sometida a estudio. Teniendo en cuenta que:

$$\tan\delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} \quad (3.1)$$

Siendo  $\epsilon'$  la parte real de la permitividad dieléctrica relativa al vacío, y  $\epsilon''$  la parte imaginaria de la misma. Teniendo en cuenta que la parte real del dieléctrico tiene un valor de  $\epsilon'=10$ , se configuró una  $\epsilon''=0.035$ , lo que equivale según (3.1) a una  $\tan\delta=0.0035$ .

A continuación, se muestra la comparación de dicha constante  $\beta$ , con y sin pérdidas del dieléctrico.



**Figura 15.** Curvas de dispersión. Estudio pérdidas dieléctrico.

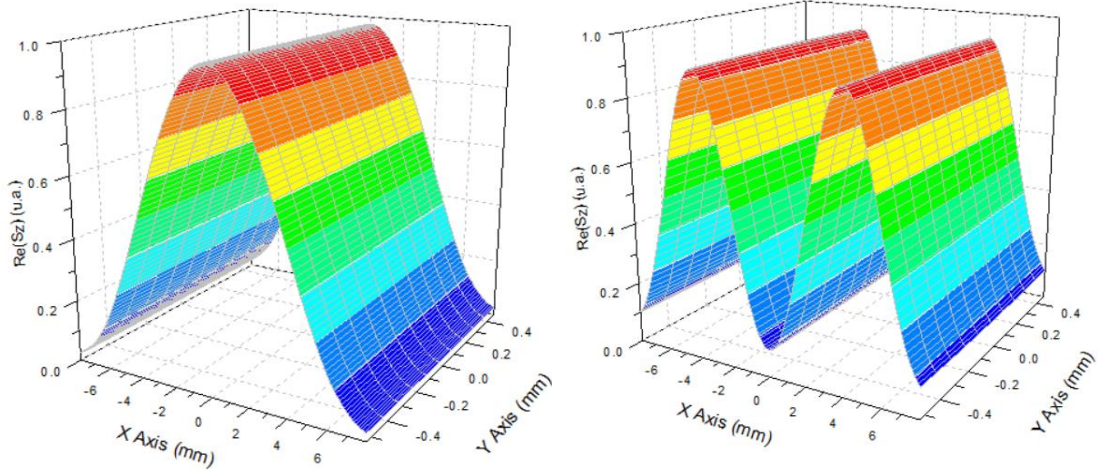
Se puede observar que las gráficas se solapan, por tanto se puede asumir que las pérdidas del dieléctrico son bajas, ya que los cambios no son apreciables a estas frecuencias.

### 3.2. Representación vectores de Poynting

Una vez alcanzado el objetivo de aumentar considerablemente el ancho de banda monomodo de la guía, se estudiaron las distribuciones de la parte real del vector de Poynting ( $\text{Re}(\mathbf{S})$ ) para los dos primeros modos propagativos, en los modelos de secciones dieléctrico-aire más convenientes.

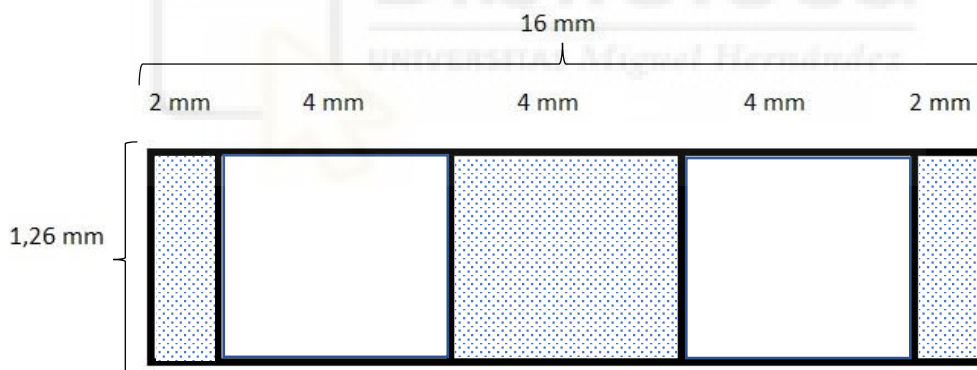
#### 3.2.1. Vector de Poynting. Guía final altura 1.26 mm

Partiendo de la guía rectangular de dimensiones 16x1.26 mm, rellena homogéneamente de dieléctrico, cuya representación de  $\text{Re}(\mathbf{S}_z)$  normalizada para los dos primeros modos a la frecuencia de 12 GHz, se corresponde con:



**Figura 16.**  $Re(Sz)$  guía homogénea.

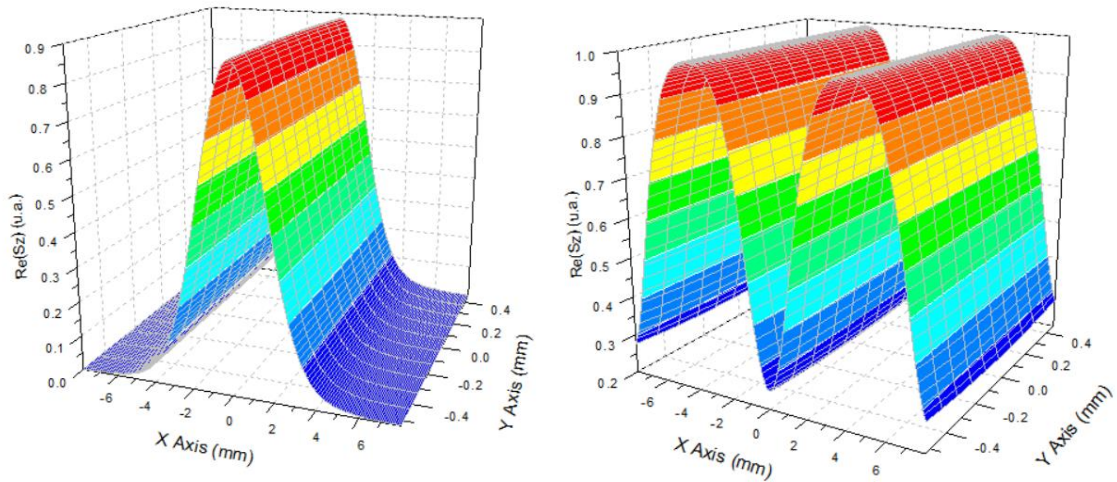
Se realizó la representación de dicho parámetro para el modelo de guía que cumplía, en el apartado anterior, con las mejores especificaciones (Guía final) para el objetivo marcado. Es decir, la sección representada por la figura:



**Figura 17.** Representación transversal de la guía a estudio. Altura 1.26 mm

Obteniéndose, para una frecuencia de 12 GHz, el resultado siguiente:



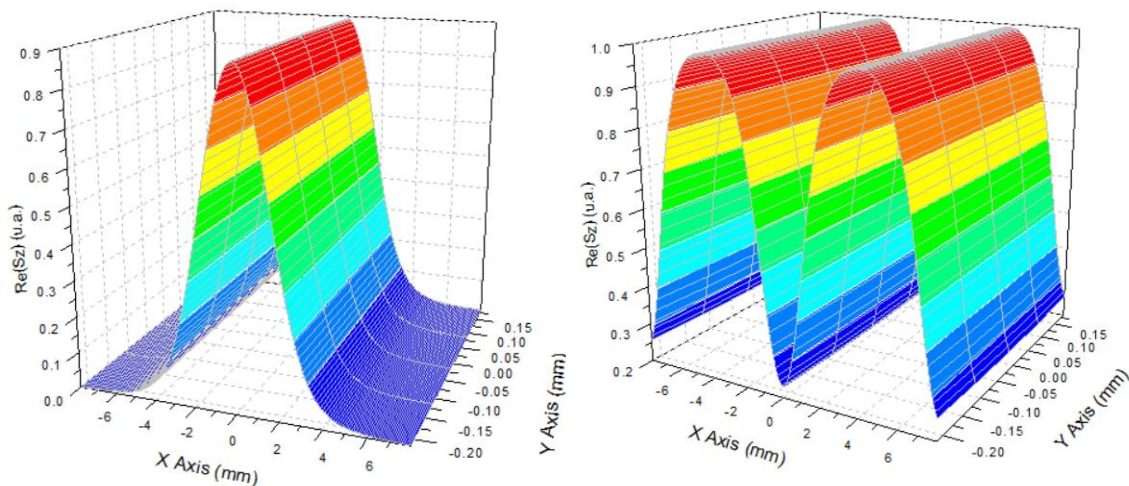


**Figura 18.**  $\text{Re}(\mathbf{S}_z)$  guía a estudio. Altura 1.26 mm.

Se puede observar que el resultado para  $\text{Re}(\mathbf{S})$  es muy similar al de la guía homogénea, logrando menor anchura del lóbulo principal en el primer modo de propagación. Y unas anchuras mayores en los dos lóbulos del segundo modo.

### 3.2.2. Vector de Poynting. Guía final altura 0.63 mm

Se analizaron pues, tal y como se había hecho en el apartado anterior, las diferencias entre este resultado, y el obtenido para la guía de altura  $b=0.63$  mm, para la misma frecuencia:



**Figura 19.**  $\text{Re}(\mathbf{S}_z)$  guía a estudio. Altura 0.63 mm.



Se observa que, efectivamente, la representación de  $\text{Re}(\mathbf{S}_z)$  es equivalente para ambas alturas. Se concluyó pues, continuar el estudio a partir de la guía de dimensiones  $a= 16 \text{ mm}$ ,  $b= 0.63 \text{ mm}$ , por los motivos anteriormente expuestos. No obstante, debe tenerse en cuenta que, al reducirse la altura de la guía a la mitad, las pérdidas asociadas a la conductividad finita del material conductor (cobre) serán algo más elevadas. Esto se comprobará y se detallará posteriormente en el apartado de simulación

### 3.2.3. Otros vectores de Poynting.

Se realizó la misma representación para otras distribuciones de dieléctrico-aire evaluadas en el apartado anterior, para una frecuencia de 12 GHz:

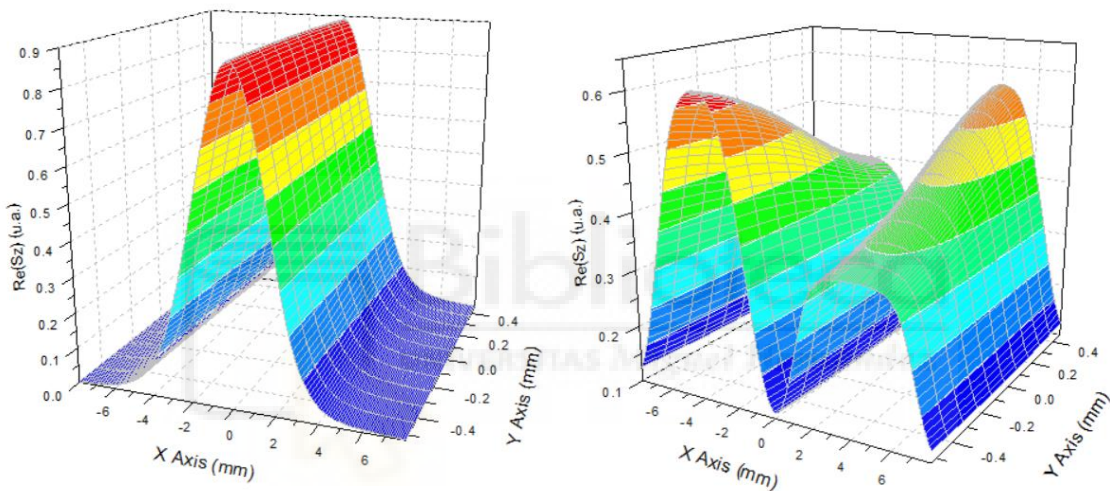


Figura 20.  $\text{Re}(\mathbf{S}_z)$  guía figura 4 B.

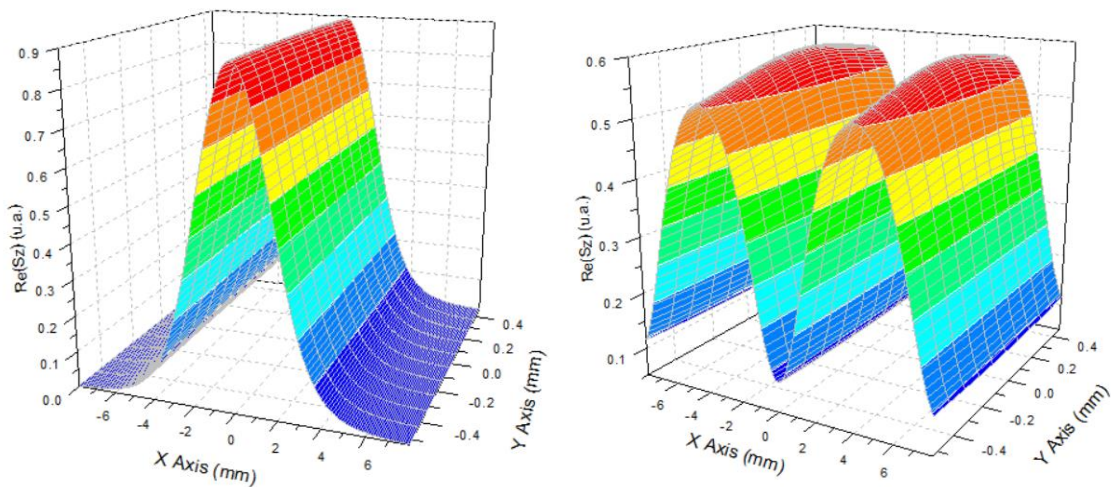
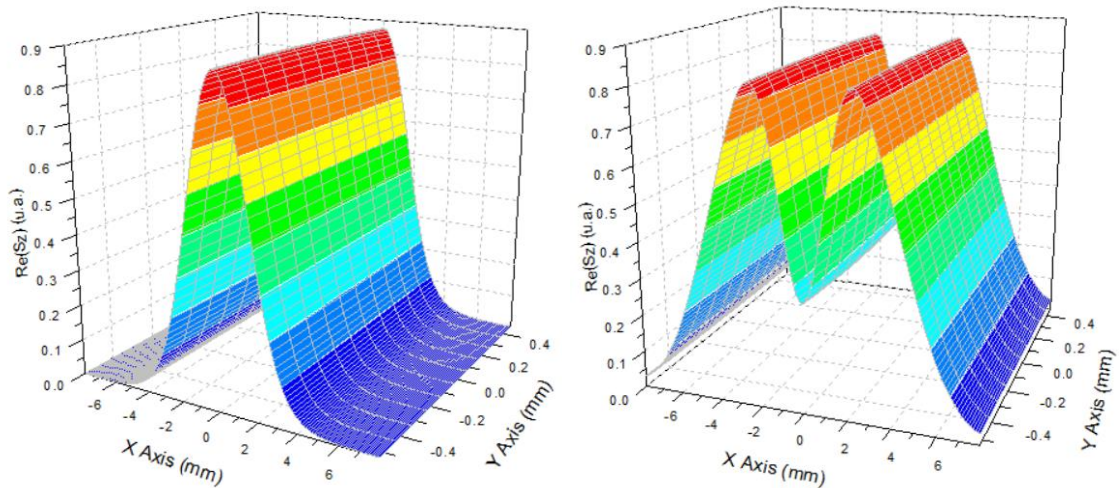


Figura 21.  $\text{Re}(\mathbf{S}_z)$  guía figura 9. alto 0.63 mm



**Figura 22.** Re(Sz) guía figura 11.

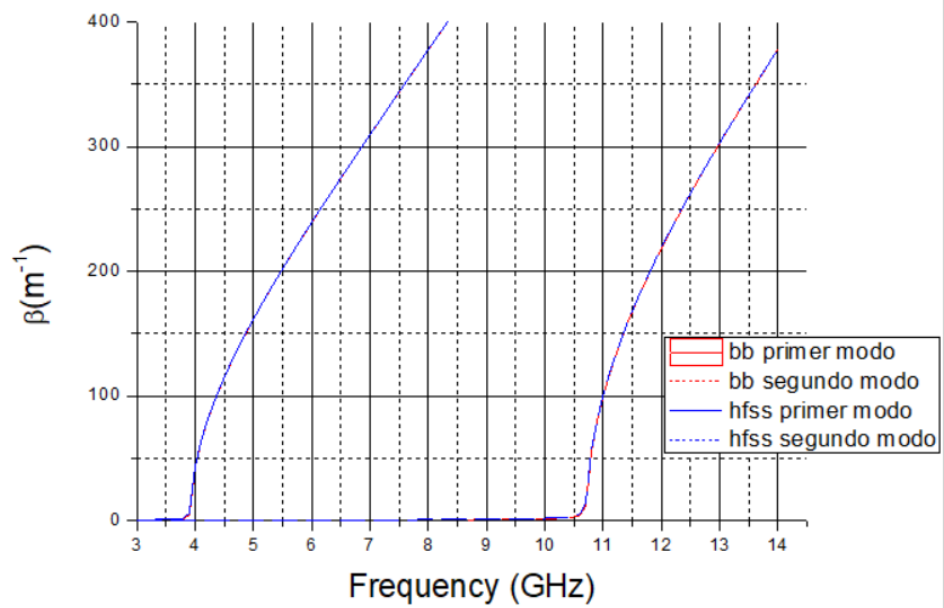
### 3.3. Validación de la guía final diseñada. Simulación con HFSS

Con el objetivo de llevar a cabo la validación de la guía final diseñada para el objetivo propuesto (figura 13), se han llevado a cabo una serie de simulaciones con el software electromagnético HFSS. Dichas simulaciones han permitido validar a nivel de software la estructura diseñada. A continuación se detallan los pasos seguidos en el proceso de simulación:

#### 3.3.1. Obtención de la constante de propagación

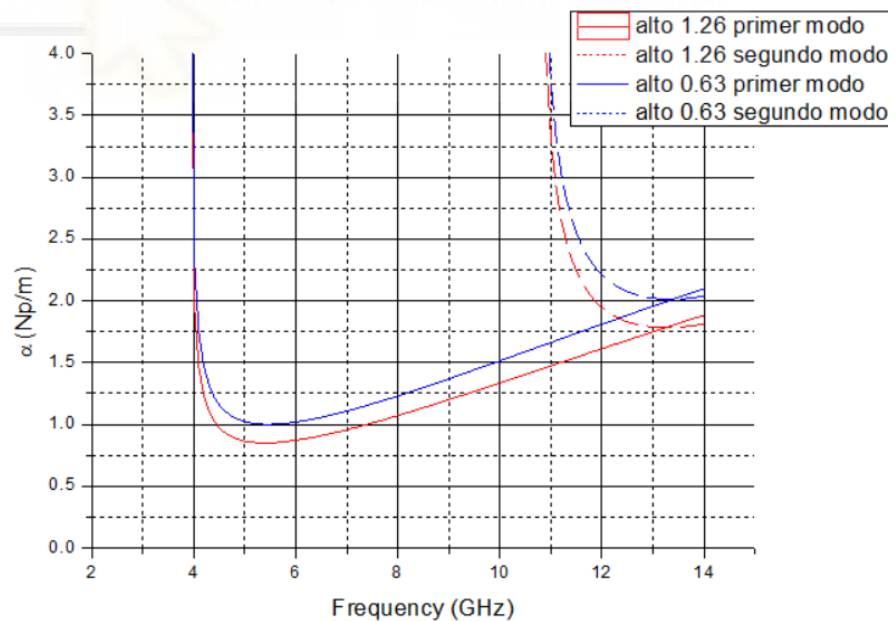
En este apartado se trató de obtener los valores, tanto de la constante de fase ( $\beta$ ), como de la constante de atenuación ( $\alpha$ ) de los dos primeros modos propagativos para la guía en cuestión. Para ello se simuló en HFSS un tramo de la guía para un intervalo de frecuencia entre 3 y 14 GHz y se obtuvo la constante de propagación ( $\gamma$ ). En esta simulación se utilizó como material dieléctrico “Taconic CER-10”, con una permitividad dieléctrica real  $\epsilon_r = 10$  y una tangente de pérdidas  $\tan\delta = 0.0035$ .

En la primera figura se observa la comparación entre las constantes de fase ( $\beta$ ) obtenidas previamente por el método de las bases biortogonales, y las obtenidas mediante la simulación con HFSS. Ambas asumiendo las pérdidas del dieléctrico.



**Figura 23.** Comparación de las constantes de fase. Base biortogonal y HFSS.

A continuación se muestra la comparación entre las constantes de atenuación ( $\alpha$ ) asumidas por las dos alturas de guía analizadas finalmente ( $b=1.26$  mm y  $b=0.63$  mm) para distinguir las diferencias en este parámetro.



**Figura 24.** Comparación constantes de atenuación obtenidas en HFSS. Alturas 1.26 y 0.63 mm

Se aprecia que, a las frecuencias de operación monomodo de la guía, la diferencia de atenuación no es muy significativa (como era de

esperar). Por tanto, se propone continuar con el diseño empleando la guía de altura 0.63 mm

### 3.3.2. Obtención de los parámetros de dispersión para la guía final

A continuación se obtuvo, para el mismo tramo de guía del apartado anterior, los parámetros de dispersión  $S_{11}(1,1)$ ,  $S_{21}(1,1)$  y  $S_{11}(2,2)$ ,  $S_{21}(2,2)$ . Es decir, aquellos que proporcionan la cantidad de señal reflejada y transmitida para los dos primeros modos propagativos en la guía bajo estudio. O lo que es lo mismo, siguiendo la siguiente configuración:

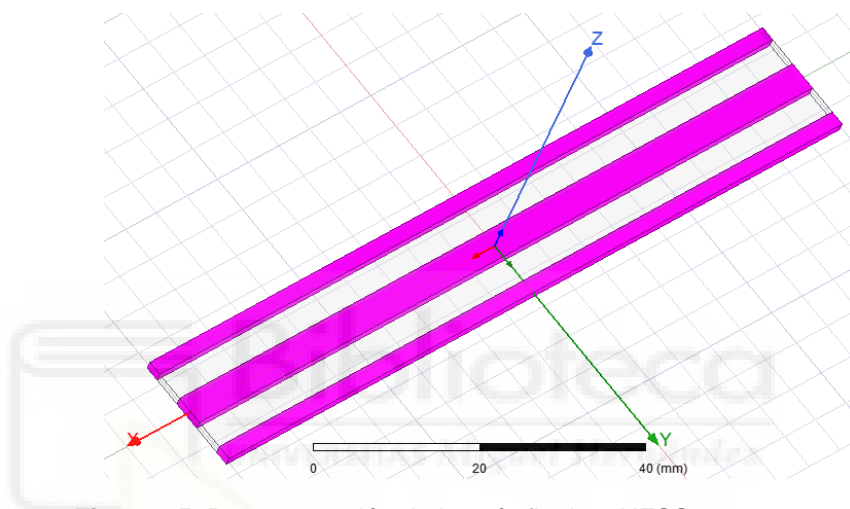


Figura 25. Representación de la guía final en HFSS.

Donde los tramos en color rosa corresponden a las secciones de dieléctrico, mientras que las regiones grises semitransparentes corresponden a las secciones de aire del interior de la guía. Obteniéndose el siguiente resultado:

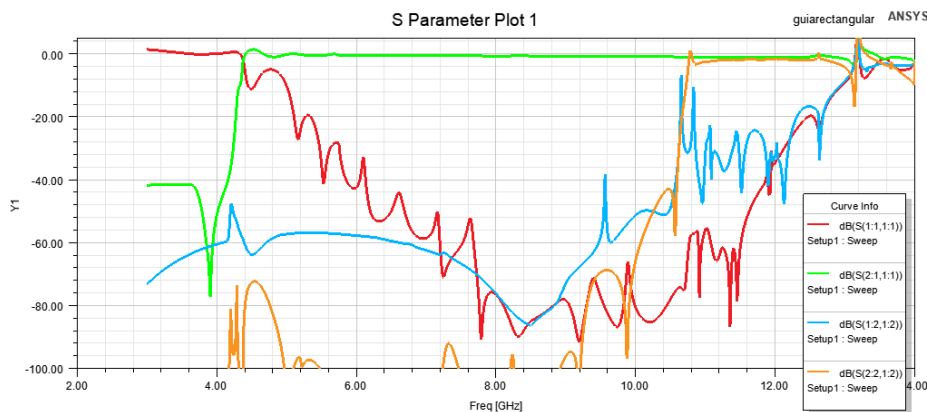


Figura 26. Parámetros de dispersión para la guía final obtenidos en HFSS.

Se observa que la  $f_{c1}$  es de 3.9 GHz, mientras que la  $f_{c2}$  es de 10.8 GHz (tal y como se había obtenido previamente en el apartado 3.1.6. de diseño). Ya que, a partir de dichas frecuencias, comienzan a incrementarse los parámetros  $S_{21}(1,1)$  y  $S_{21}(2,2)$  respectivamente. En otras palabras; a partir de dichas frecuencias, dichos modos son propagativos y pueden transmitirse, por tanto, de un puerto a otro de la guía.

### 3.3.3. Obtención de los parámetros de dispersión para la guía homogénea.

Del mismo modo que en el apartado previo, se realizó la simulación para obtener los parámetros de dispersión  $S_{11}(1,1)$ ,  $S_{21}(1,1)$  y  $S_{11}(2,2)$ ,  $S_{21}(2,2)$ . En esta ocasión para una guía homogénea equivalente, rellena del material dieléctrico Taconic CER-10.

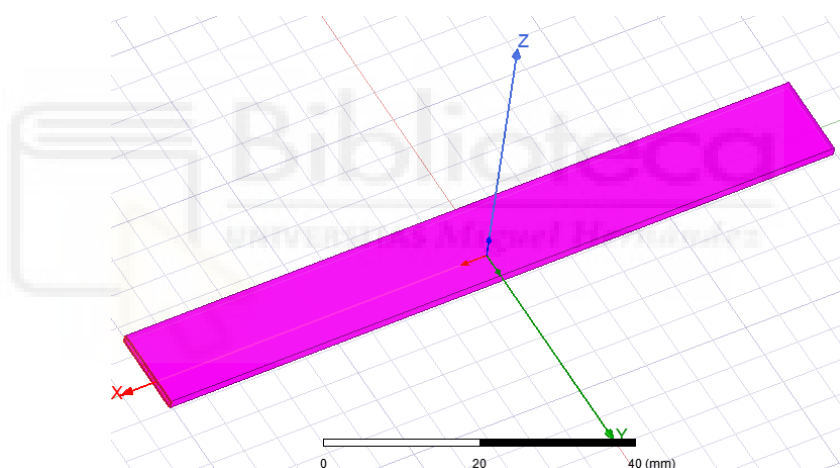


Figura 27. Representación guía homogénea en HFSS.

Pero con una anchura  $a'$  tal que su frecuencia de corte fuese la misma que la de la guía de estudio. Dicha anchura se obtiene como:

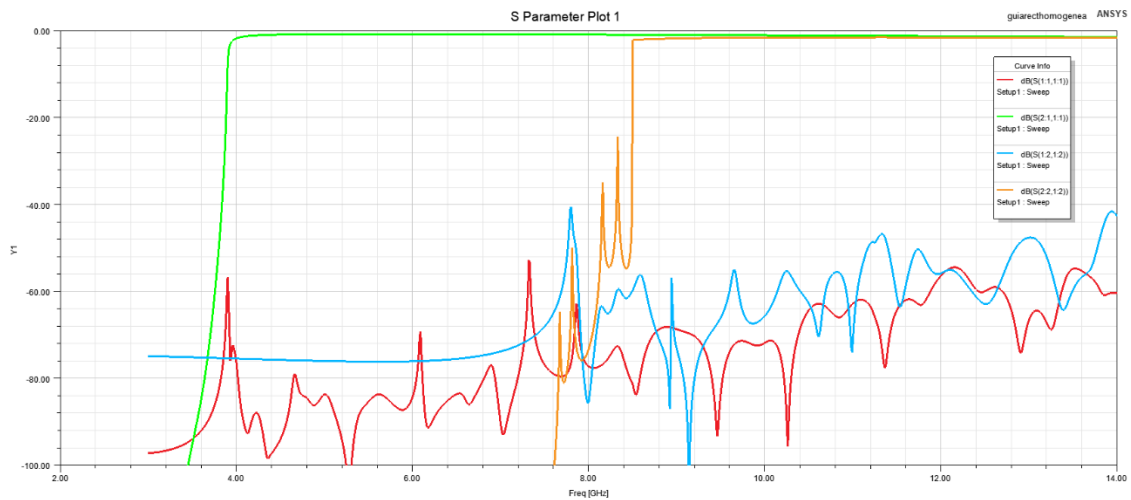
$$f_{c1} = \frac{c}{2a'} \quad (3.2)$$

Siendo

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (3.3)$$

Donde se obtiene, por tanto,  $a' = 12.16 \text{ mm}$



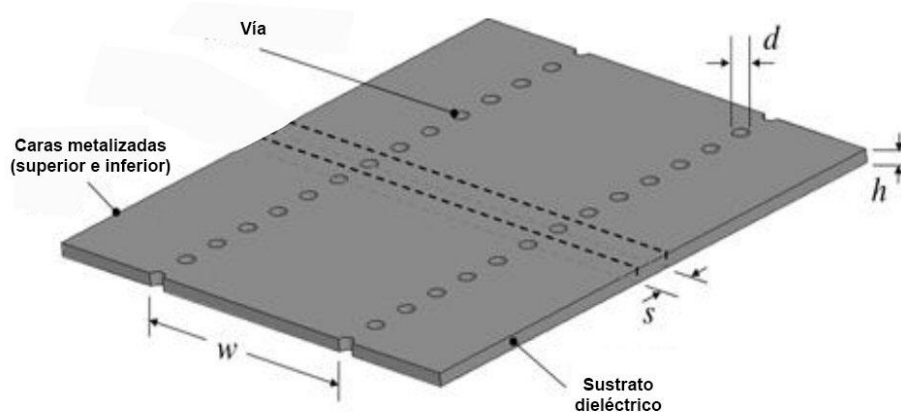


**Figura 28.** Parámetros de dispersión para la guía homogénea obtenidos en HFSS.

Se observa que la  $f_{c1}$  es la misma que la de la guía diseñada, pero  $f_{c2}=7.8$  GHz, ya que es a dicha frecuencia cuando  $S_{21}(2,2)$  comienza a aumentar.

### 3.3.4. Simulación tramo de guía en tecnología SIW

La tecnología SIW consiste en un nuevo concepto de guía de onda rectangular, en el cual las paredes laterales de la misma se sustituyen por dos filas de cilindros metálicos llamados “vías” [5]. Estas vías permiten crear una pared eléctrica para los modos  $TE_{M0}$  que conserva las principales ventajas de las guías de onda rectangulares, reduciendo las pérdidas de las mismas, así como el coste de fabricación y logra unas mejores transiciones a tecnología planar.



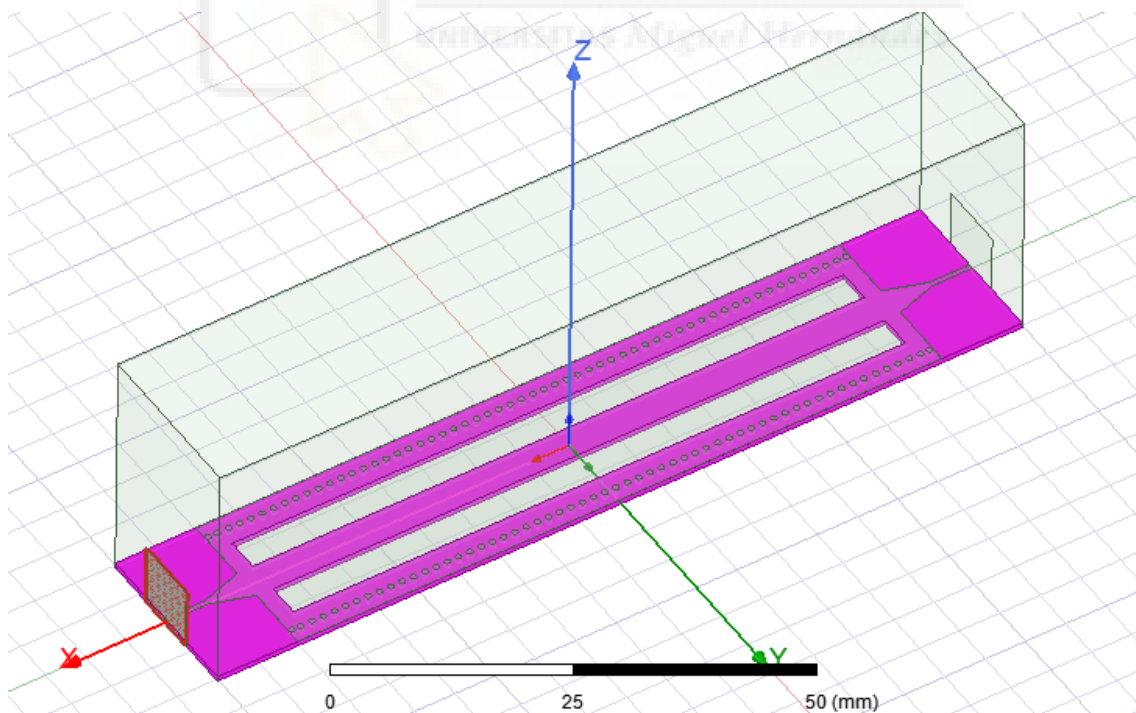
**Figura 29.** Guía de onda en tecnología SIW

Se puede observar en la figura 29 que los parámetros que definen la geometría SIW son la altura del sustrato ( $h$ ), el ancho de la guía de onda ( $w$ ), el diámetro de las vías ( $d$ ) y la distancia que separa las vías ( $s$ ). Existe una relación entre el ancho de la guía de onda rectangular y su equivalente en tecnología SIW, que es [6]:

$$w_{SIW} = w + \frac{d^2}{0.95 * s} \quad (3.4)$$

Por otro lado, el diámetro y el espaciado entre los cilindros deben asegurar que el campo queda perfectamente confinado. Así como el sustrato dieléctrico, que debe adaptarse a las necesidades de diseño.

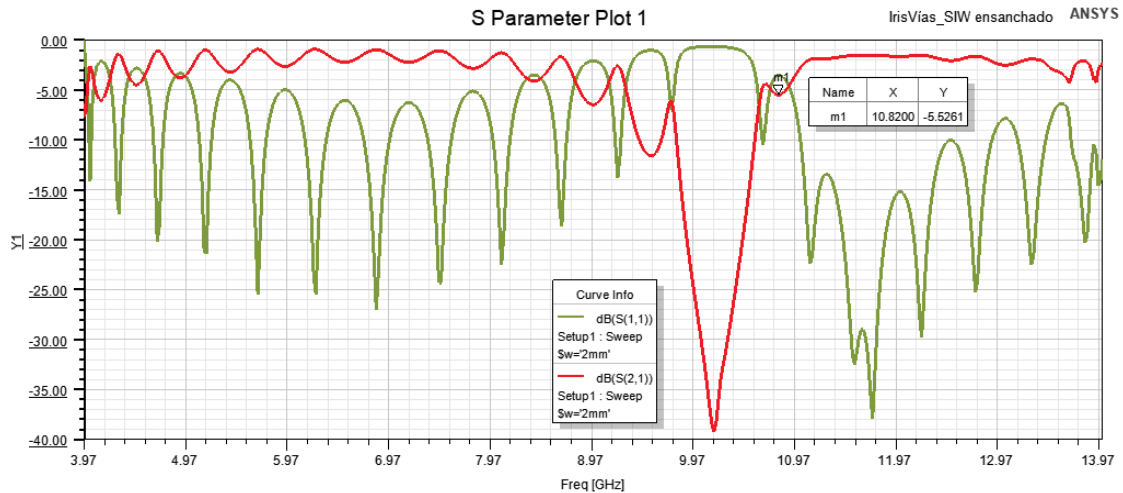
Con estas especificaciones, se diseñó mediante HFSS un tramo de la guía final sometida a estudio, diseñada en tecnología SIW, con transiciones de línea microstrip a SIW mediante tapers [7]. Estos tapers consisten en una estructura que se ensancha de forma progresiva desde la anchura de la tira microstrip hasta aproximadamente un tercio de la anchura de la SIW y que adapta las impedancias de la línea microstrip con la SIW, tal y como se puede observar en la figura 30.



**Figura 30.** Guía de onda final diseñada en tecnología SIW en HFSS

La anchura y longitud de dichos tapers deben ser finalmente optimizados para lograr una buena adaptación a la entrada y salida de la

SIW. Sin embargo, en este Trabajo Final de Grado se han empleado los valores estándar, dado que el propósito de este diseño es simplemente comprobar a nivel de simulación que la  $fc_2$  de la guía final se corresponde con el valor obtenido en el capítulo anterior. Se muestra a continuación el resultado de dicha simulación:



**Figura 31.** Parámetros de dispersión para la guía final en tecnología SIW obtenidos en HFSS.

En la figura 31 se observa un valor del parámetro  $S_{21}$  significativo a partir de 3.97 GHz. Es decir, a una frecuencia algo mayor a la  $fc_1$  de nuestra guía. Por otro lado, al aproximarnos a  $fc_2$  dicho parámetro prácticamente se anula ( $S_{21}(\text{dB})$  se hace muy negativo). Y a partir de  $fc_2$  vuelve a aumentar su valor. Se muestra en la figura 31 con un marker el valor de la frecuencia correspondiente a la  $fc_2$  de la guía. Es por todo esto que se puede concluir que se ha detectado la  $fc_2$  de la guía a nivel de software, mediante el diseño realizado.



#### **4. Conclusiones y futuras líneas de investigación**

Durante la presente investigación se ha tratado de comprobar si, variando la configuración interna de una guía de onda rectangular con diferentes secciones de dieléctrico-aire, era posible mejorar las condiciones de propagación de los campos en su interior, respecto a las guías de onda homogéneamente rellenas de dieléctrico. En primer lugar, se probó mediante el método de bases biortogonales que, con la disposición adecuada, era posible aumentar el ancho de banda monomodo de los campos a través de la guía en, aproximadamente, 4 GHz. Este hecho quedó demostrado posteriormente mediante simulación con HFSS. Además, se ha comprobado la adecuada transmisión de potencia de los campos en la guía mediante el estudio de los vectores de Poynting, así como el análisis de las pérdidas de las guías sometidas a estudio.

En futuras líneas de investigación sería posible fabricar un tramo de la guía diseñada. En este TFG se ha dado por concluido el análisis ya que se han validado las hipótesis a nivel de software, pero en un futuro se podría tratar de detectar la excitación de los distintos modos sobre la guía estudiada para validar el presente estudio de forma empírica.



## 5. Referencias

[1] Morcillo, A. D., Fayos-Fernández, J., & Cabrera, J. M. (2016). Microondas: líneas de transmisión, guías de onda y cavidades resonantes. Universidad Politécnica de Cartagena, CRAI Biblioteca.

[2] Pozar, D. M. (2011). *Microwave engineering*. John wiley & sons.

[3] Coves, A. (2014), Caracterización modal de sistemas guidores inhomogéneos: análisis de superficies selectoras de frecuencias dieléctricas. Ph.D. thesis, University of Valencia.

[4] Massoni, E., Silvestri, L., Alaimo, G., Marconi, S., Bozzi, M., Perregri, L., & Auricchio, F. (2017). 3-D printed substrate integrated slab waveguide for single-mode bandwidth enhancement. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, 27(6), 536-538.

[5] Wu, K., Deslandes, D., & Cassivi, Y. (2003, October). The substrate integrated circuits-a new concept for high-frequency electronics and optoelectronics. In 6th International Conference on Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Service, 2003. TELSIS 2003. (Vol. 1, pp. P-III). IEEE.

[6] Coves Soler, Á. M., San Blas Oltra, Á. A., Marini, S., Torregrosa, G., & Martellosio, A. (2014). Ejemplo práctico de diseño de un filtro en iris rectangular empleando tecnología SIW para laboratorios docentes.

[7] Gil Martínez, J & Coves, A. (2021), Diseño de filtros de microondas en tecnología SIW basados en estructuras periódicas. TFM. Universidad Miguel Hernández.