



**“Desarrollo de sistemas difractivos
avanzados para la generación de vórtices
ópticos y haces de polarización estructurada”**

Autor: Aarón M. Cofré Henríquez
Director: Dr. Ignacio Moreno Soriano
Codirector: Dr. Asticio Vargas Vázquez

Programa de Doctorado en Tecnologías Industriales y de Telecomunicación
Universidad Miguel Hernández de Elche
Elche, mayo 2018

La presente memoria es un resumen de los diversos trabajos que constituyen esta Tesis Doctoral, desarrollada en el Programa de Doctorado en Tecnologías Industriales y de Telecomunicación de la Universidad Miguel Hernández de Elche, dentro de la línea de especialización de Fotónica.

Esta memoria de Tesis Doctoral se presenta en la modalidad de compendio de publicaciones. Los artículos que conforman la Tesis Doctoral son las siguientes:

- **A. Cofré**, P. García-Martínez, A. Vargas, and I. Moreno, “Vortex beam generation and other advanced optics experiments reproduced with a twisted-nematic liquid-crystal display with limited phase modulation”, *European Journal of Physics* **38** (1), 014005 (2017). DOI:10.1088/1361-6404/38/1/014005. JCR: 0,614, Categoría: JCR Physics, Multidisciplinary: Q4 62/79.
- **A. Cofré**, A. Vargas, F. Torres-Ruiz, J. Campos, A. Lizana, M. M. Sánchez-López, and I. Moreno, “Quantitative performance of a polarization diffraction grating polarimeter encoded onto two liquid-crystal-on-silicon displays”, *Optics and Laser Technology* **96** (1), 219-226 (2017). DOI:10.1016/j.optlastec2017.05.037. JCR: 2,109, Categoría: JCR Optics: Q2 37/92.
- **A. Cofré**, A. Vargas, F. Torres-Ruiz, J. Campos, A. Lizana, M. M. Sánchez-López, and I. Moreno, “Dual polarization split lenses”, *Optics Express* **25** (20), 23773-23783 (2017). DOI:10.1364/OE.25.023773. JCR: 3,307, Categoría: JCR Optics: Q1 17/92.
- **A. Cofré**, A. Vargas, F. A. Torres-Ruiz, M. M. Sánchez-López, and I. Moreno, “Geometrical-phase lens based optical system for the spin-splitting of vector beams,” En proceso de referato en *Optics and Lasers in Engineering* (2018). JCR: 2,769, Categoría: JCR Optics: Q1 23/92.

Don Ignacio Moreno Soriano, Catedrático de Óptica de la Universidad Miguel Hernández de Elche, y don Asticio Vargas Vásquez, Profesor Titular de la Universidad de La Frontera

CERTIFICAN

Que Don Aarón Cofré Henríquez, licenciado en Física Aplicada y graduado de Magister en Ciencias, Mención en Física, ha realizado bajo su dirección y en el Departamento de Ciencias de Materiales, Óptica y Tecnología Electrónica de la Universidad Miguel Hernández de Elche, el trabajo “*Desarrollo de sistemas difractivos avanzados para la generación de vórtices ópticos y haces de polarización estructurada*”, que se recoge en esta memoria para optar al grado de Doctor.

Y para que conste, de acuerdo con la legislación vigente, firman este certificado para autorizar su presentación en Elche, a de de 2018.

Prof. Ignacio Moreno

Prof. Asticio Vargas

Programa de Doctorado en
TECNologías **I**ndustriales y de **T**elecomunicación

Dr. D. Óscar Reinoso García, Coordinador del Programa de Doctorado en Tecnologías Industriales y de Telecomunicación de la Universidad Miguel Hernández de Elche.

CERTIFICA

Que el trabajo realizado por D. Aarón Cofré Henríquez titulado **Desarrollo de sistemas difractivos avanzados para la generación de vórtices ópticos y haces de polarización estructurada**, ha sido dirigido por el Dr. D. Ignacio Moreno Soriano, y el Dr. D. Asticio Vargas Vásquez y se encuentra en condiciones de ser leído y defendido como Tesis Doctoral ante el correspondiente tribunal en la Universidad Miguel Hernández de Elche.

Lo que firmo a los efectos oportunos en Elche, a de de 2018

Fdo.: Dr. D. Óscar Reinoso García
Coordinador del Programa de Doctorado en
Tecnologías Industriales y de Telecomunicación

Agradecimientos

En primer lugar, quiero expresar mi agradecimiento a mis directores Dr. Ignacio Moreno y Dr. Asticio Vargas, por darme la oportunidad de realizar esta Tesis Doctoral bajo su dirección y tutela. También agradezco su apoyo, dirección y sobre todo paciencia en diversos momentos de la realización de mi trabajo. Por último, les agradezco por darme la posibilidad de involucrarme en el mundo de la investigación.

Reconozco el apoyo de los diversos profesores que me han apoyado y animado a lo largo de mi vida. Agradezco el apoyo de Dr. Fabián Torres y Dra. M.^a del Mar Sánchez en diferentes momentos y en la colaboración con diferentes trabajos realizados.

Quiero agradecer a mi familia, a mis padres y hermanas. A pesar de la distancia siempre fueron un apoyo y una fuente de ánimo en lo que significó para mi esta travesía.

Quiero dedicar este trabajo a la memoria de mis abuelos paternos, Hortensia Fuentes y Víctor Cofré y a mis abuelos maternos Marina Pino y Jorge Henríquez, por sus consejos e historias.

Agradezco a Dios ya que siempre ha estado conmigo, guiando mis pasos y abriéndome caminos que a mi parecer resultaban difíciles e imposibles.

Agradezco a mis amistades, antiguas y nuevas que he ido formando en mi vida. Agradezco a Jordi y a Pedro por su apoyo y buenos momentos mientras estuvimos colaborando en el laboratorio. Agradezco a Abdel por su apoyo y buenos momentos, a José Luis por brindarme su ayuda desinteresada en diversos momentos que la necesite.

Quiero agradecer a mis amigos Javier, Ximena, Camila, Belenchi, Ainoa, Lara y Adriana por los buenos momentos y el apoyo en momentos que lo necesite. A mis colegas y amigos del OVDAS que me apoyaron cuando comencé este desafío. Agradezco de forma particular a Elaias por su ánimo y gran apoyo en todo momento durante mi estadía en Elche.

Por último, agradecer a la Generalitat Valenciana por la beca del programa Santiago Grisolia, ref. 2015/073.

Resumen

Esta Tesis Doctoral presenta en la modalidad de compendio de artículos el desarrollo de diferentes sistemas ópticos para la realización de óptica difractiva avanzada con control del estado de polarización.

El primer sistema emplea un modulador espacial de luz nemático con giro (TN-SLM), que es previamente calibrado siguiendo una propuesta basada en la determinación precisa de sus parámetros físicos. Con esta calibración se pueden identificar estados elípticos de polarización para operar el dispositivo en dos regímenes de modulación pura de fase, un régimen binario y un régimen continuo basado en un perfil de fase triplicador. Los resultados permitieron generar redes de difracción, lentes difractivas y vórtices ópticos.

El segundo sistema óptico desarrollado está basado en dos moduladores de cristal líquido sobre silicio (LCoS-SLM) dispuestos un montaje óptico que denominamos “en Z”. Este sistema permite controlar de forma independiente dos componentes de la polarización lineales ortogonales, y es útil para generar elementos difractivos con variación espacial de la polarización. La primera aplicación de este sistema es el desarrollo de un polarímetro completo, puntual e instantáneo, basado en redes de difracción de polarización. Estas redes de polarización se generan mediante dos redes puras de fase que se implementan en cada modulador. Su combinación crea diferentes órdenes de difracción que actúan como analizadores de la polarización. La segunda aplicación del sistema en Z es la generación de haces vectoriales y elementos de luz estructurada. Empleando lentes de multifocalización implementadas en los moduladores espaciales de luz y un analizador es posible elegir distintos patrones de focalización. Además, combinando una focalización anular con fases espirales se obtuvieron haces vectoriales.

Finalmente, se ha desarrollado un tercer sistema basado en una lente de fase geométrica y láminas-q. Estos son novedosos elementos ópticos de fase geométrica que se emplearon para realizar un divisor longitudinal de polarización circular. Este sistema nos ha permitido visualizar fácilmente vórtices ópticos y haces vectoriales y determinar sus características.

En conjunto, estas cuatro publicaciones constituyen un avance en la investigación en los métodos para generar o detectar haces de luz con control estructurado del estado de polarización.

Abstract

This Doctoral Thesis presents, in the form of a compendium of articles, the development of different optical systems for the realization of advanced diffractive optics with polarization control.

The first system uses a twisted nematic spatial light modulator (TN-SLM), which is previously calibrated following a proposal based on the precise determination of its physical parameters. This calibration allows identifying elliptical polarization states that provide two pure phase modulation regimes, a binary regime and a continuous regime based on a triplicator phase profile. The results allowed to generate diffraction gratings, diffractive lenses and optical vortices.

The second optical system is based on two liquid crystal in silicon spatial light modulators (LCoS-SLM) arranged in a "Z" configuration. This system allows the independent control of two orthogonal linear polarization components, and it is useful to generate diffractive elements with spatial variation of state of polarization. The first application of this system is the development of a complete, punctual and instantaneous polarimeter, based on polarization diffraction gratings. These polarization diffraction gratings are generated by the combination of two pure phase gratings implemented in each modulator. Their combination creates different diffraction orders that act as different polarization analyzers. The second application of the "Z" system is the generation of vector beams and elements of structured light. Using multifocalization lenses implemented in the spatial light modulators and an analyzer it is possible to choose different targeting patterns. In addition, by combining an annular focus with spiral phases, different vector beams were obtained.

Finally, a third system was created based on a geometric phase lens and q-plates. These novel optical elements were used to create a longitudinal circular polarization split system, useful to analyze optical vortices and vector beams.

In summary, these four papers constitute an advance in the field of methods for the generation or detection of light beams with structured polarization control.

Índice

| | |
|---|------------|
| Agradecimientos | iii |
| Resumen | v |
| Abstract | vii |
| Índice | ix |
| | |
| 1. Introducción general | 13 |
| 1.1 Resumen global de materiales métodos empleados | 14 |
| 1.2 Objetivos | 17 |
| 1.3 Estructura de la Tesis | 18 |
| | |
| 2. Moduladores espaciales de luz | 19 |
| 2.1. Moduladores basado en cristal líquido | 20 |
| 2.1.1. LCD nemático con giro (TN) | 21 |
| 2.1.2. LCD nemático de alineamiento paralelo (PAL) | 23 |
| 2.1.3. LCD nemático de alineamiento vertical (VAN) | 24 |
| 2.2. LCD ferroeléctrico (FLCD) | 24 |
| 2.3. SLM de cristal líquido sobre silicio (LCoS-SLMs) | 25 |
| 2.4. SLMs de micro-espejos (DMD) | 26 |
| 2.5. Parámetros de calidad de los SLM | 27 |
| 2.6. Mercado de los moduladores | 29 |
| | |
| 3. Elementos ópticos difractivos | 33 |
| 3.1. Óptica difractiva | 34 |
| 3.2. Funciones de fase | 37 |
| 3.3. Perfiles de fase y órdenes armónicos | 40 |

| | |
|---|-----------|
| 3.3.1. Perfil de fase binaria | 42 |
| 3.3.2. Perfil de fase triplicador | 42 |
| 3.4. Diseño de perfiles de fase con respuesta arbitraria de amplitud y fase | 44 |
| 3.5. Elementos difractivos implementados en SLMs | 46 |
| 4. Vórtices ópticos y haces cilíndricamente polarizados | 47 |
| 4.1. Vórtices ópticos escalares..... | 48 |
| 4.2. Generación de vórtices ópticos..... | 49 |
| 4.3. Haces vectoriales | 51 |
| 4.4. Generación de haces vectoriales..... | 55 |
| 5. Luz estructurada y polarimetría..... | 57 |
| 5.1. Luz estructurada | 58 |
| 5.2. Lentes divididas..... | 59 |
| 5.3. Luz con polarización estructurada | 60 |
| 5.4. Polarimetría..... | 61 |
| 5.4.1. Polarímetros de Stokes y polarímetros de Mueller | 61 |
| 5.4.2. Polarímetros completos e incompletos | 62 |
| 5.4.3. Polarímetros de división de amplitud y de frente de onda | 63 |
| 5.5. Calibración de un polarímetro | 64 |
| 5.6. Determinación de un SOP | 65 |
| 5.7. Número condicional de un polarímetro..... | 66 |
| 6. Resumen general de las publicaciones | 69 |
| 6.1. Artículo 1 | 71 |
| 6.2. Artículo 2 | 97 |
| 6.3. Artículo 3 | 117 |

| | |
|---|------------|
| 6.4. Artículo 4..... | 129 |
| 7. Conclusiones y proyecciones | 151 |
| Anexos..... | |
| Anexo A.1 | 155 |
| Anexo A.2 | 158 |
| Referencias | 161 |



Capítulo 1

Introducción general

La Tesis Doctoral se ha centrado en el campo de los dispositivos optoelectrónicos moduladores espaciales de luz y su uso para el control dinámico de elementos ópticos difractivos con control del estado de polarización de la luz. Por ello, en estos capítulos previos a las publicaciones resultado del trabajo de la Tesis Doctoral, se revisan conceptos básicos sobre moduladores ópticos, la óptica difractiva y su empleo en los sistemas ópticos que controlan la polarización de la luz.

A continuación, en este primer capítulo, se presenta la motivación, el contexto de la investigación realizada y se enuncian los objetivos principales que se han propuesto al inicio del programa de estudio doctoral.

1.1 Resumen global de materiales y métodos empleados

El desarrollo tecnológico en el área de la óptica y la fotónica ha venido creciendo de forma exponencial en las últimas décadas y en campos tan diversos como la producción de energía, aplicaciones bio-médicas, aplicaciones industriales o la agricultura de precisión [Wil-2012]. Este carácter tan relevante de esta disciplina se ha puesto de manifiesto en el hecho de que la Unión Europea declarase la fotónica como una de las Tecnologías Facilitadoras Esenciales (KET, *Key Enabling Technology*) [Eur-2009], o que la UNESCO declarase el año 2015 como el Año Internacional de la Luz y de las Tecnologías asociadas a la Luz, y posteriormente haya declarado el día 16 de mayo como Día Internacional de la Luz, como su legado permanente [Une-2017], con el objetivo de que la sociedad mundial sea consciente del papel primordial que las tecnologías de la luz tiene en nuestras vidas hoy en día.

En las telecomunicaciones, las tecnologías ópticas se han venido empleando como un sistema para la transmisión de datos a alta velocidad mediante fibras ópticas [Bas-1986]. No obstante, el flujo de datos que se transmite tiene un constante aumento, por lo que es necesario transmitir más información por los mismos canales ópticos. Ante esto, se han desarrollado y perfeccionado nuevos métodos y técnicas para aumentar la capacidad de transmisión de datos [Ess-2012, Pol-2013]. Técnicas nuevas como el multiplexado de la luz por medio del momento angular orbital se han planteado para aumentar esta capacidad de transferencia de datos, siendo esto de un enorme interés para las comunicaciones [Hua-2015].

Otra área que tradicionalmente se ha visto beneficiada con los avances de la óptica y la fotónica es la microscopía. El desarrollo de las pinzas ópticas permitió realizar la manipulación de partículas de diversos tamaños, llegando a extenderse hasta el atrapamiento de átomos individuales [Xu-2010]. En biología, el interés de estas pinzas ópticas no se reduce solamente en atrapar y manipular células vivas, sino que también se pueden realizar mediciones de las fuerzas a nivel celular y/o molecular [Ble-2013], claves en la comprensión del metabolismo celular. Una de las técnicas más exitosas es la llamada microscopía de alta resolución por fluorescencia inhibida (*Stimulated Emission Depletion STED microscopy*) [Hel-1994, Oto-2014, Zho-2016] técnica que recibió el premio Nobel de química en el 2014. En esta técnica un láser ilumina una muestra con una cierta longitud de onda que estimula la fluorescencia, y un segundo láser con otra longitud de onda inhibe la fluorescencia. Si este segundo láser se modifica de modo que la

focalización adopte la forma de un anillo (por ejemplo, mediante la generación de un vórtice óptico), se consigue superar el límite clásico de resolución espacial [Sin-2017].

En todos los casos mencionados anteriormente, uno de los aspectos clave y que está recibiendo un enorme desarrollo en los últimos años es la realización de métodos para la generación de vórtices ópticos [Tor-2011]. La generación de vórtices ópticos ha encontrado una variedad de aplicaciones en otros diversos campos, como en astronomía, empleándolos para detectar planetas extrasolares de forma directa, por medio de la técnica conocida como coronógrafo de vórtices ópticos [Ser-2010]. Otra área que se está explorando, es el uso de los vórtices ópticos para el desarrollo de la computación cuántica. La computación clásica está basada en dos estados: cero y uno, pero la computación cuántica requiere una infinidad de estados y para ello es posible emplear los vórtices ópticos que aportan un grado de libertad, el momento angular orbital de los fotones, que pueden adoptar valores enteros arbitrarios [Gar-2008]. La fotolitografía láser también se ha beneficiado al emplear los vórtices ópticos, ya que han permitido realizar grabados por debajo de la longitud de onda del láser [Sak-2018].

En general todas estas aplicaciones tienen un elemento clave, los moduladores espaciales de luz (SLM, por sus siglas en inglés *Spatial Light Modulator*) [Yan-2015]. Éstos son dispositivos optoelectrónicos que producen la modulación espacial de un haz de luz que incide sobre él, permitiendo el control sobre la intensidad, la fase, o el estado de polarización. Este control permite obtener luz con distintas características deseadas o corregir defectos que el frente de onda puede traer. Los SLM constan de una matriz de celdas moduladoras (píxeles) que se controlan por medio de un voltaje que se aplica a cada celda de forma independiente, donde el operador mediante un ordenador proyecta la función óptica en forma de una imagen en escala de grises. En función de la tecnología que se emplee los SLM pueden operar por reflexión o por transmisión. Los SLM empleados en esta Tesis han sido siempre basados en tecnología de cristal líquido, por lo que centraremos la discusión a esta tecnología.

En un principio, el principal propósito de los dispositivos SLM fue emplearlos en sistemas de proyección de imágenes, siendo pieza clave en los proyectores como diapositiva electrónica. La tecnología de cristal líquido se emplea de manera generalizada en todos los dispositivos de visualización de imágenes (*displays*) como televisores, monitores, teléfonos móviles, etc. Sin embargo, el potencial de los moduladores es enorme, por su capacidad de generar óptica adaptativa, incluir la corrección de aberraciones o la generación de hologramas

calculados digitalmente por computadora. La diversidad de aplicaciones posibles de estos dispositivos ha motivado un desarrollo tecnológico de SLMs más sofisticados y precisos. No obstante, algunas de las limitaciones que aún se encuentran es la falta de poder controlar estados de polarización de forma arbitraria, ya que la modulación de la luz que hace un SLM de cristal líquido es sobre una sola componente del estado de polarización. Otra limitación es que no todas las tecnologías son directamente aptas para la modulación pura de fase. A pesar de estas limitaciones, el mercado de los moduladores crece con un ritmo sostenido y firme, ampliando la oferta y disponibilidad en los últimos años, haciéndolos más accesibles, tanto para la investigación, como en la industria [Mrf-2017].

Por otro lado, en los últimos años hemos asistido a un creciente interés por el control espacial del estado de polarización de la luz. Los llamados haces de luz vectoriales, o haces cilíndricamente polarizados, son haces de luz cuyo estado de polarización tiene una simetría en torno al eje del sistema [Zha-2009]. Estos haces vectoriales tienen propiedades que los hacen especialmente interesantes, como puede ser la focalización en áreas menores con respecto a los obtenidos en los haces con polarización uniforme, o generar un campo eléctrico longitudinal cuando se focalizan con una apertura numérica grande [You-2000].

Otra forma particular de control de la luz que ha sido de interés son los haces de luz estructurada. Estos haces forman arreglos 2-D o 3-D mediante sistemas complejos de lentes, con aplicaciones tales como el análisis de superficies o realizar exploraciones de profundidad. Combinando diferentes elementos es posible generar jaulas que permitan confinar partículas [Xu-2010]. La luz con polarización estructurada es luz en la que el estado de polarización adopta un patrón espacial deseado (los haces vectoriales serían un caso particular) [Rub-2017].

En este aspecto, los llamados elementos ópticos de fase geométrica están recibiendo un gran interés tanto a nivel teórico, como en el desarrollo de técnicas para su fabricación. Se trata de desfasadores de media onda en los que la orientación del eje óptico no es homogénea, sino que sigue un patrón espacial definido. Estos elementos de fase geométrica pueden emplearse para transferir una función de fase a la luz circularmente polarizada, pero también para generar patrones espaciales del estado de polarización.

Por último, el análisis de la polarización de la luz ha permitido obtener información que a simple vista no son apreciables, ya que la polarización es una propiedad de la luz que no puede ser percibida por nuestros ojos. No obstante, instrumentos como los polarímetros nos permiten

caracterizar la luz polarizada [Chi-1995]. Estos instrumentos, compuestos de diferentes elementos polarizantes como láminas retardadoras o polarizadores, permiten realizar la caracterización tanto de la luz polarizada, como de los materiales cuando se iluminan bajo luz polarizada. Estos instrumentos, implementados en diferentes sistemas ópticos tales como telescopios, cámaras y microscopios, permiten seleccionar la información percibida. Esta información, se puede emplear por ejemplo para identificar concentraciones de gases en la atmósfera, eliminar el exceso de luz reflejada para observar con mayor detalle, realizar una distinción de materiales por el grado de polarización, etc. [Tyo-2006]. Los elementos para la generación de luz con polarización estructurada utilizados en sentido inverso pueden aplicarse para la realización de diversos analizadores de polarización requeridos en los polarímetros.

1.2 Objetivos

Considerando todas estas ideas previamente descritas, en esta Tesis Doctoral se ha planteado como objetivo general la comprensión del funcionamiento de los dispositivos SLM de cristal líquido, sus limitaciones y su uso para la correcta implementación de elementos difractivos y además, el desarrollo de nuevas herramientas ópticas para la generación haces de luz de mayor complejidad.

Los objetivos de forma más concreta son:

- La correcta calibración de moduladores de tecnología LCD, identificando configuraciones para su uso como modulador de fase y encontrar configuraciones de luz polarizada para mejorar la limitación de modulación.
- Una vez identificados los distintos regímenes de modulación de fase, generar con precisión diversos elementos de óptica difractiva para la generación de vórtices tales como fases espirales y su combinación con redes de difracción de fase y lentes difractivas para disminuir la cantidad de elementos físicos del sistema al incorporarlos en el modulador de cristal líquido.
- Desarrollar un sistema óptico basado en dos moduladores SLM de tipo LCoS, en una arquitectura en “Z” para modular de manera independiente dos estados de polarización ortogonales y de esa forma obtener un control para la generación de elementos difractivos con control de polarización.

- Estudiar la generación de perfiles de fase, para el diseño de redes de difracción de fase con selección arbitraria de órdenes y control de intensidades y fase relativas.
- Utilizar estas técnicas de diseño de redes de fase para generar redes de polarización junto con el sistema en “Z”, para generar diferentes órdenes de difracción con diferentes estados polarización
- Aplicar el diseño de las redes de difracción por polarización para la realización de un polarímetro puntual e instantáneo para determinar de forma precisa el estado de polarización de un haz incidente.
- Desarrollar lentes difractivas para la realización de patrones de focalización arbitrarios en control del estado de polarización.
- Estudiar el diseño de un sistema óptico basado en lentes de fase geométrica como elementos para la separación axial de los estados de luz polarizada circular, y su aplicación al análisis de haces vectoriales.

1.3 Estructura de la Tesis

Así pues, tomando en cuenta estas consideraciones y objetivos, la memoria de esta Tesis Doctoral se ha estructurado en 7 capítulos. Tras este primer capítulo introductorio, en el capítulo 2 profundizamos sobre los SLMs, indicando las diferentes tecnologías existentes. Posteriormente en el capítulo 3, revisamos los elementos de óptica difractiva que pueden realizarse con los SLMs. En particular, se describen las técnicas de diseño de perfiles de fase para el control de diferentes componentes armónicas de la función de fase diseñada. A continuación, en el capítulo 4 se presentan las consideraciones generales sobre los vórtices ópticos y los haces vectoriales. El capítulo 5 nos referimos a los métodos para generar haces de luz estructurada en general, y en cuando al estado de polarización en particular, así como su aplicación a la polarimetría. El capítulo 6 realiza un resumen de los artículos publicados y, por último, en el capítulo 7 se presentan las conclusiones y líneas futuras de la Tesis.

Capítulo 2

Moduladores espaciales de luz

En el presente capítulo se expone una descripción general sobre los moduladores espaciales de luz (SLM). Se revisan las diversas tecnologías que pueden emplearse para la modulación óptica, con la descripción de las ventajas y desventajas para cada uno de los casos. Finalmente, se añade una breve descripción de las características que poseen los principales proveedores existentes actualmente en el mercado.

Son dos las principales tecnologías empleadas en los SLM: 1) los moduladores de cristal líquido (LCD, *Liquid Crystal Display*); 2) los moduladores de micro-espejos (DMD, *Digital Micro-mirror Devices*). Si bien los SLM de cristal líquido se usan de manera generalizada, los DMD están encontrando un espacio importante en aplicaciones que requieran altas velocidades de conmutación. A continuación, se describen ambas tecnologías.

2.1 Moduladores basados en cristal líquido

Los cristales líquidos son compuestos químicos polares que se encuentran en un estado intermedio entre el líquido y el sólido. Este estado intermedio les permite poseer un cierto orden o una estructura de forma estable, lo que les proporciona la propiedad óptica de birrefringencia. A la vez, este estado permite un movimiento molecular limitado debido a la naturaleza polar de las moléculas, por lo que es posible controlarlas cuando se aplica un campo eléctrico externo.

Las moléculas de cristal líquido dentro de las pantallas (LCD, del inglés *Liquid Crystal Display*) se orientan en una dirección preferente denominado eje director, que coincide con el eje óptico de la anisotropía en el índice de refracción del material. Además, dependiendo del tipo de ordenación molecular se distinguen tres fases principales que se indican en la Figura 2.1: la fase nemática, la fase esméctica y la fase colestérica. En la fase nemática el director molecular está orientado en una dirección preferencial, pero éstas se distribuyen de forma aleatoria. En la fase esméctica las moléculas están también alineadas en la dirección preferencial determinada por el director, pero sus centros de masa quedan organizados agrupados en capas paralelas entre sí, perpendiculares a la dirección del director. Por último, en la fase colestérica las moléculas están paralelas respecto a la capa, pero el eje director describe un giro sucesivo en las capas.

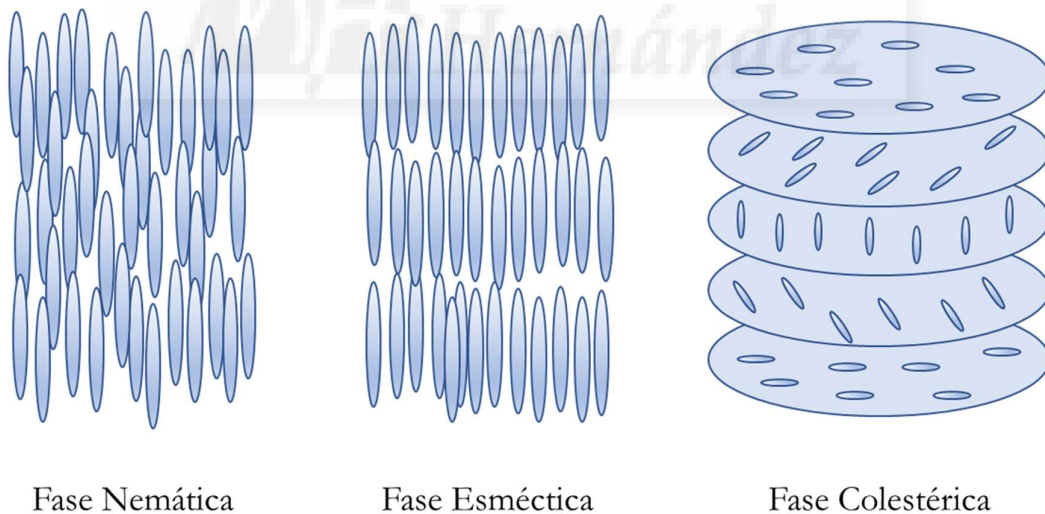


Figura 2.1. Esquema de la distribución de las moléculas en las diferentes fases de cristal líquido.

Las fases más comunes empleadas en los moduladores ópticos son la nemática y la esméctica. La pantalla de cristal líquido más común, que se usa de manera generalizada en los dispositivos de visualización, es la configuración de dispositivo de cristal líquido nemático con

giro (TN-LCD del inglés *Twisted Nematic Liquid Crystal Display*). También es la fase nemática la que se emplea para las pantallas con alineamiento paralelo (PAL-LCD, del inglés *Parallel Aligned*) y en las pantallas de alineamiento vertical (VAN-LCD, del inglés *Vertically Aligned Nematic*). La fase esmética se emplea en las pantallas de cristal líquido ferroeléctrico (FLCD, del inglés *Ferroelectric Liquid Crystal Display*).

La Figura 2.2 muestra dos ejemplos de SLMs de este tipo, que se han usado en esta Tesis, el modulador TN-LCD de Holoeye, modelo LC-2012, y el modulador PAL-LCD de Hamamatsu, modelo X10468-01.

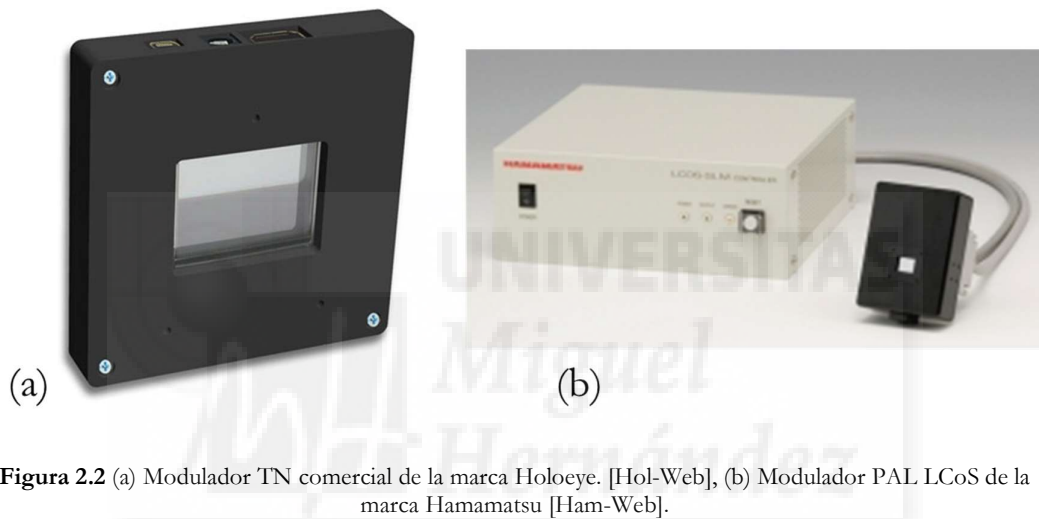


Figura 2.2 (a) Modulador TN comercial de la marca Holoeye. [Hol-Web], (b) Modulador PAL LCoS de la marca Hamamatsu [Ham-Web].

Los SLMs de cristal líquido nemático permiten una modulación continua de la fase de la luz, a diferencia de otros moduladores de tipo binario. Por el contrario, son moduladores de una respuesta muy lenta. A continuación, se describen las diferentes características de estas configuraciones.

2.1.1 LCD nemático con giro (TN)

Bien mediante técnicas de micrograbado para crear micro-rugosidades o bien mediante fotoalineamiento, es posible alinear el director molecular del cristal líquido en una dirección preferencial con respecto al sustrato que constituye las caras transversales del modulador. La Figura 2.2 muestra un esquema de los tipos de alineamiento, que determinan los tipos de LCDs de tipo nemático. En los moduladores de tipo TN-LCD, el director de las moléculas en la cara de entrada y en la de salida del modulador se disponen perpendicularmente, de modo que el

director molecular se dispone girando 90° ambas superficies (Figura 2.3(a)). Esta configuración tiene la propiedad de girar la dirección de vibración del campo eléctrico de la luz desde la cara de entrada hasta la salida, un ángulo aproximadamente igual al ángulo de giro del director molecular, esto es, 90° . Esta rotación se produce de manera muy aproximada en todas las longitudes de onda, siempre que se cumpla que la capa de cristal líquido tiene un grosor mayor al denominado primer punto adiabático (o condición de Mauguin) [Mor-1998]. Esto asegura un comportamiento aproximadamente acromático en cuanto a la rotación de la polarización de la luz, lo que resulta muy útil en la realización de displays.

Para conseguir la modulación de la luz se aplica un voltaje controlado a través de electrodos transparentes en la capa transversal. La aplicación de voltaje genera un campo eléctrico en la capa de cristal líquido, que provoca el alineamiento del director molecular con la dirección del campo eléctrico creado. El modulador TN se emplea de manera habitual entre polarizadores lineales. Si no se aplica voltaje a la celda, el haz de luz incidente gira en la dirección de vibración del campo eléctrico incidente a medida que avanza por la capa de cristal líquido hasta completar el giro y salir por la cara opuesta (Figura 2.3 (a)). A medida que aumenta el voltaje la estructura de giro molecular del cristal líquido va disminuyendo debido a que las moléculas comienzan a inclinarse sobre la dirección longitudinal. En el caso límite, el director molecular queda completamente alineado y desaparece la propiedad de giro del estado de polarización (Figura 2.3 (b)). De esta manera se consigue fácilmente una transición continua entre dos estados de polarización lineal perpendiculares entre sí. Un polarizador lineal situado a la salida permite entonces producir variaciones de la intensidad de la luz transmitida. En las Figuras 2.3(a) y (b) se pueden apreciar estos dos casos extremos, cuando está apagado y cuando está al máximo voltaje.

Los moduladores TN no pueden emplearse directamente como SLMs puros de fase, ya que llevan acoplada una modulación de amplitud. No obstante, pueden aplicarse configuraciones con luz elípticamente polarizada, que permiten obtener una respuesta pura de fase. La descripción detallada de estos procedimientos se incluye en el primer artículo que constituye esta Tesis.

En general, los dispositivos SLM en transmisión emplean la configuración TN, configuración que no alcanzan grandes valores de fase. Los SLM en transmisión introducen mayores pérdidas de energía, ocasionadas por la difracción producida por la red de píxeles, ya que el tamaño de píxeles es considerablemente más grande que en los SLMs de reflexión y su factor de llenado (cociente entre el tamaño de los píxeles y la distancia entre ellos es significativamente menor. Además, requieren trabajar con una polarización elíptica. No obstante,

su reducido coste en comparación con los SLMs diseñados para producir modulación pura de fase los hace todavía muy interesantes para su aplicación en óptica difractiva.

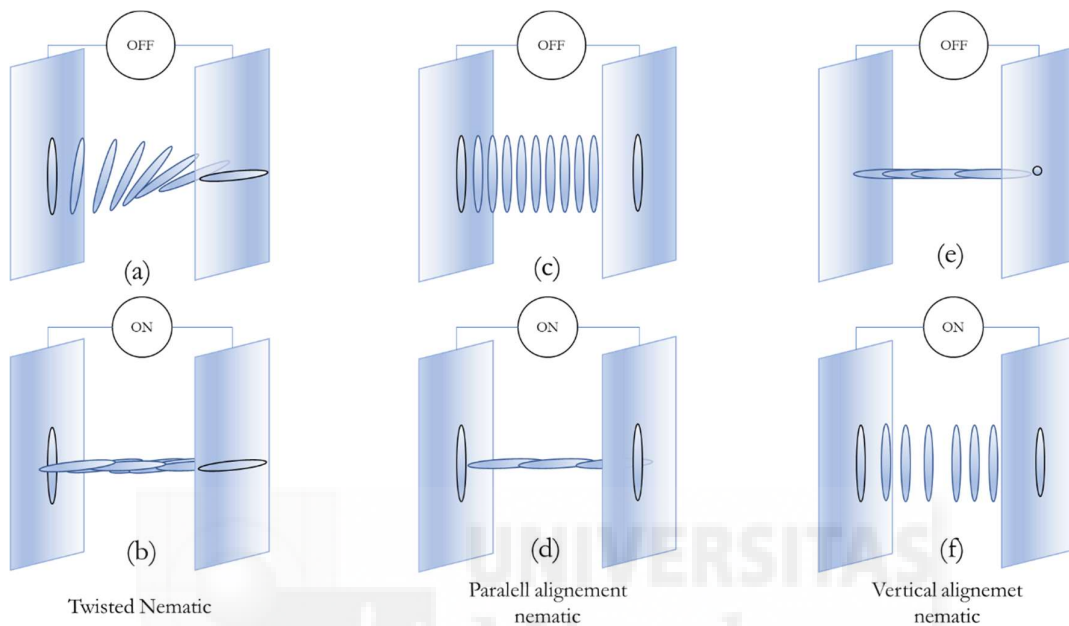


Figura 2.3. Esquema de la alineación molecular en pantallas LCD de tipo TN, PAL y VAN. Se indica las dos situaciones extremas, cuando el sistema está apagado y cuando está encendido al máximo voltaje.

2.1.2 LCD nemático de alineamiento paralelo (PAL)

Las pantallas con alineamiento paralelo funcionan de forma similar a las TN-LCD. Sin embargo, la orientación de las moléculas a lo largo del camino que recorre la luz no realiza ningún tipo de torsión o giro, manteniendo el mismo ángulo del eje director a lo largo de todo el recorrido (Figura 2.3(c)). Este tipo de ordenamiento de las moléculas implica que el modulador actúa como una lámina retardadora lineal variable, donde el desfase depende de la inclinación de las moléculas del cristal líquido y, por tanto, puede controlarse mediante el voltaje aplicado a la celda [Var-2013]. En esta disposición, cuando la pantalla se encuentra apagada el desfase resulta ser el máximo. A medida que se aplica el voltaje, las moléculas se van reclinando a lo largo del camino óptico y con ello disminuye el desfase de la luz (Figura 2.3(d)).

Este tipo de moduladores son muy útiles como moduladores puros de fase. Basta iluminar con luz linealmente polarizada con orientación paralela al director. A la salida no se producen cambios en la polarización y sí en la fase. Por el contrario, si se ilumina en la dirección

perpendicular al director (eje ordinario) no se produce variación alguna. No son dispositivos muy útiles para visualización de imágenes, pues la dispersión característica del desfase provoca la aparición de colores de birrefringencia [Mes-2016]. No obstante, estas propiedades de dispersión son muy útiles para caracterizar los dispositivos, ya que el desfase espectral puede ser deducido al observar el desplazamiento de las oscilaciones en el espectro de luz blanca transmitido entre polarizadores [Mor-2014].

2.1.3 LCD nemático con alineamiento vertical (VAN)

Esta alineación es muy similar al caso del PAL-LCD pues las capas de alineación de las moléculas del cristal líquido están orientadas en la misma dirección. Sin embargo, la orientación del eje director de la molécula es longitudinal al camino óptico (lo que se conoce como alineamiento homeotrópico). En esta situación, cuando la pantalla no recibe voltaje, da un desfase nulo. Esta situación tiene la ventaja de que, situado entre dos polarizadores cruzados, la transmisión es nula dado que el desfase es cero (Figura. 2.3(e)). Al incrementar el voltaje, el campo eléctrico inclina las moléculas, de modo que aumenta el desfase. Para el voltaje máximo el eje director queda perpendicular al camino óptico, resultando en este caso el máximo desfase.

2.2 LCD ferroeléctrico (FLCD)

Los moduladores de tipo FLCD emplean cristal líquido en fase esméctica. En estos dispositivos el director molecular es capaz de orientarse en dos posiciones estables en función de la polaridad del campo eléctrico. El resultado es que actúan como una lámina desfasadora de desfase fijo, pero cuya orientación cambia entre estas dos posiciones estables en función del signo del voltaje aplicado [Mar-2006]. Generalmente presentan un desfase correspondiente a media longitud de onda y las posiciones estables del director molecular están separadas en un ángulo $\theta = 45^\circ$, tal y como se indica en la Figura 2.4. De esta forma se consigue, para un mismo estado de polarización incidente, dos estados de polarización ortogonales entre sí a la salida, uno para cada una de las dos posiciones del director.

Estos moduladores pueden emplearse como moduladores binarios de la amplitud (situando el analizador paralelo a uno de los dos estados de salida), o binarios de fase (situando el analizador perpendicular a la bisectriz de los estados de salida del modulador). Si se emplean como moduladores de amplitud, la generación de valores intermedios se puede realizar mediante

promedios temporales entre los dos estados binarios. Por contra, estos moduladores presentan la ventaja de tener una alta tasa de cambio entre los dos estados, de alrededor de 50 μs .

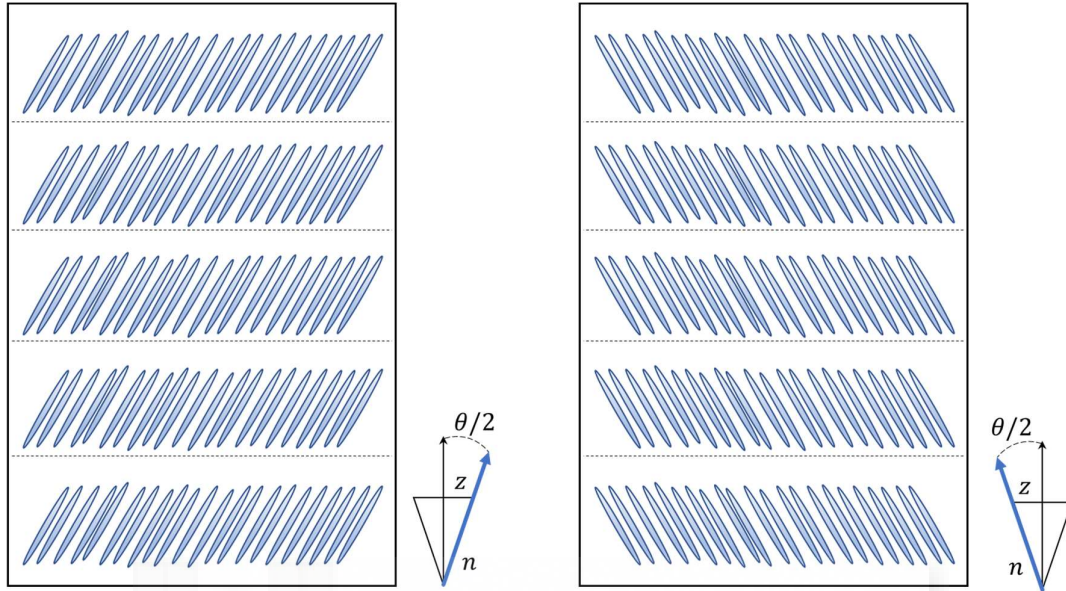


Figura 2.4. Esquema de alineación del modulador FLC donde representamos los dos estados estables de la capa esméctica del cristal líquido.

2.3 SLM de cristal líquido sobre silicio (LCoS-SLMs)

En este momento, la tecnología dominante en los dispositivos SLM de cristal líquido es la de reflexión, en la que la capa de cristal líquido se deposita sobre un chip de silicio. Esta tecnología se conoce como LCoS (del inglés, *Liquid Crystal on Silicon*) [Zha-2014], y presenta la gran ventaja frente a los dispositivos de transmisión de poder utilizar píxeles con un elevado factor de llenado. El tamaño de los píxeles es significativamente menor, lo que ha permitido desarrollar mejores resoluciones, llegando actualmente a modelos 4K (3840×2160 píxeles). Además, presentan la ventaja de que la luz pasa dos veces por la capa de cristal líquido, por lo que se obtiene el doble de modulación de fase. La Figura 2.5 ilustra este tipo de dispositivos.

Por el contrario, la reducción en el tamaño de los píxeles lleva aparejado un importante efecto denominado en inglés como “*fringing*” [Hai-2015], consistente en que la señal de un píxel puede afectar a los píxeles adyacentes. Este efecto puede limitar a la máxima frecuencia espacial de los elementos difractivos de fase que se implementen en el SLM. Otro problema que suelen presentar los dispositivos LCoS es la presencia de deformaciones mayores a las de los SLMs en transmisión, por lo que las aberraciones ópticas suelen ser más significativas.

En el mercado, los dispositivos LCoS se emplean en las distintas configuraciones presentadas previamente TN, PAL, VAN o FLC.

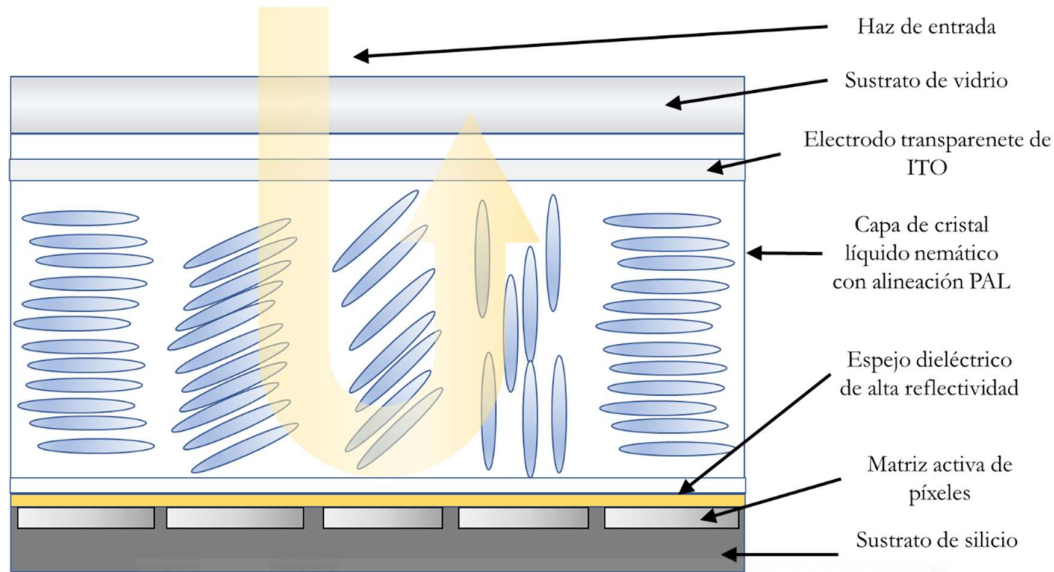


Figura 2.5. Representación de un corte transversal, donde se indican las diferentes capas que componen un modulador LCoS.

2.4 SLMs de micro-espejos (DMD)

La segunda tecnología dominante en el mercado de los dispositivos SLM es la de pantallas de micro-espejos (DMD, del inglés *Digital Micromirror Device*). Esta tecnología fue inventada por el L. Hornbeck en 1987 para la empresa Texas Instruments [Hor-1997]. Estas pantallas DMD están compuestas por cientos de miles de micro-espejos de tamaño entre 8 a 14 micrómetros. Cada micro-espejo está montado sobre soporte de torsión que permite una inclinación entre dos estados, el “ON” y el “OFF”. Para obtener estos dos estados, los DMD emplean la tecnología MEMS (*Micro-Electrical-Mechanical-Systems*) para controlar la inclinación de cada micro-espejo.

La Figura 2.6(a) muestra un esquema de los elementos que componen el sistema MEMS. Este sistema trabaja como un balancín inclinando el micro-espejo entre dos ángulos, uno positivo y uno negativo, con respecto al estado de reposo. Estos ángulos suelen ser entre 10° y 15° , donde uno se suele definir el estado “ON” indicando la dirección donde saldrá la imagen que proyectamos. En el ángulo opuesto del estado “OFF” se direcciona la luz sobrante formando

una imagen complementaria a la proyectada. Al tener sólo estos dos estados, los objetos formados suelen estar codificados en una configuración binaria. Sin embargo, es posible obtener valores intermedios de intensidad realizando una integración en el tiempo, controlando los tiempos de exposición en cada uno de los estados.

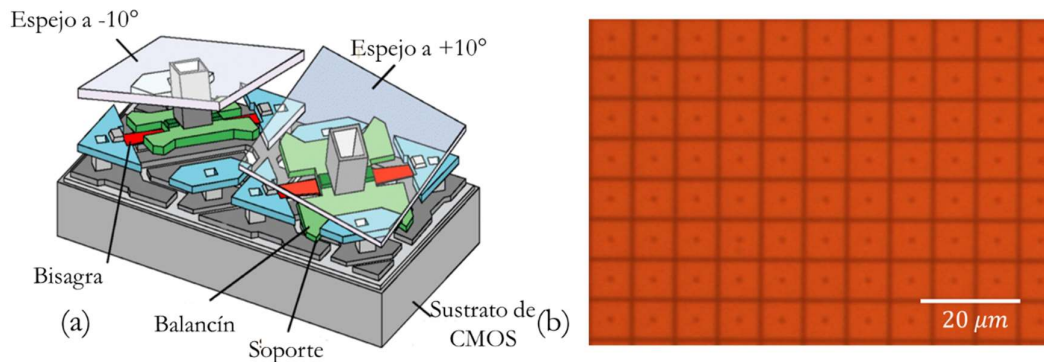


Figura 2.6. (a) Esquema del funcionamiento del sistema DMD. (b) Fotografía de una pantalla de DMD donde podemos observar la distribución de los micro-espejos. Cada micro-espejo mide alrededor de 8 μm. La fotografía fue capturada en un microscopio con un objetivo de 20x.

Los DMD poseen la ventaja de tener una mejor resistencia, una mayor durabilidad en las horas de uso con respecto a los LCD, un mejor contraste al emplearlo como modulador de amplitud, una menor susceptibilidad a las vibraciones y poseen una respuesta muy rápida, superando los 30 kHz. Por el contrario, para aplicaciones de óptica difractiva tienen el gran inconveniente de que no pueden modular la fase de la luz. Ello implica que deben emplearse técnicas de codificación de hologramas en sustratos de amplitud [Goo-2014], con la consiguiente pérdida de eficiencia de difracción y de anchura de banda espacial.

2.5 Parámetros de calidad de los SLM

En general, los SLMs poseen ciertas especificaciones que los fabricantes suelen proporcionar y que deben considerarse en función de la aplicación que se considere para su uso. A continuación, se describen algunas de las más relevantes:

a) Longitud de onda de operación: Corresponde al rango del espectro en la que el modulador puede ser utilizado de forma óptima. Cuando el SLM se va a emplear con una única longitud de onda, el dispositivo lleva un recubrimiento antirreflectante para minimizar las pérdidas por reflexión. Este filtro puede afectar severamente si se emplean otras longitudes de

onda diferentes a las del diseño. Cuando el SLM se va a utilizar en un rango amplio de longitudes de onda, este recubrimiento no se aplica, y entonces las pérdidas por reflexión son mayores.

En general, los SLM operan mayoritariamente en el rango visible, donde las propiedades de los cristales líquidos han sido optimizadas. No obstante, en los últimos años el mercado de los SLM se ha ido adaptando a las necesidades y actualmente proveedores como Holoeye, Hamamatsu o Santec ofrecen modelos en el rango infrarrojo, hasta más allá de los 1550 nm, principalmente por las importantes aplicaciones en comunicaciones ópticas. Aún más recientemente, nuevos modelos son capaces de operar también en el rango ultravioleta, rango hasta hace poco inaccesible, puesto que los cristales líquidos suelen degradarse con iluminación en ese rango.

b) Resolución de la pantalla: Corresponde al número de píxeles que constituyen la pantalla. Generalmente se denota numéricamente como el número de píxeles en dirección horizontal por el número de píxeles en dirección vertical. Se aplica la nomenclatura de acrónimos típicos de los monitores, que permite identificar la resolución de forma más rápida: por ejemplo, VGA (Video Graphics Array) equivale a 640×480 píxeles, SVGA (Super Video Graphics Array) equivale a 800×600 píxeles, HDTV (High Definition Television) equivale a 1920×1080 píxeles, y por último el rango más reciente UHD TV (Ultra High Definition Television) comúnmente conocida como 4K, con una resolución de 3840×2160 píxeles.

c) Tamaño de píxel: Generalmente son píxeles cuadrados, con tamaños desde los 3.74 μm , empleados en los SLM de reflexión de mejor resolución (Thorlabs, Holoeye), hasta valores entre 30 y 40 μm habituales en los SLM de transmisión.

d) Factor de llenado: Corresponde a la relación entre el área efectiva de píxeles y el área total de la pantalla, teniendo valores típicos alrededor del 90% en los SLM de reflexión (LCoS), en contraste con los modelos de transmisión que poseen un factor del 50-60%. Estas limitaciones se ocasionan por las denominadas zonas muertas de la pantalla producidas por las conexiones electrónicas. Además, el factor de llenado determina la intensidad relativa entre el orden cero y los órdenes de difracción generados por el arreglo cuadrado de difracción que los propios píxeles constituyen [Dav-2008]. A mayor factor de llenado, mayor es la eficiencia del orden cero y menor es la energía difractada a órdenes laterales.

e) Velocidad de refresco-fotogramas de video: Es la cantidad de cuadros que puede mostrar el modulador por segundo. Esta información se puede entregar en fotogramas por

segundo (FPS), o bien en tasa de cuadros o de refresco (Hz). Los SLM basados en cristales líquidos nemáticos tienen una tasa de cuadros que oscila entre 30 Hz y 60 Hz. Los moduladores FLCN y los DMD poseen tasas de cuadros en el orden de los kHz.

f) Fluctuación de fase: Indica la estabilidad del sistema en mantener un valor cuando se emplea como modulador de fase. Estos valores se pueden indicar en radianes o en porcentajes. En la tecnología LCoS este parámetro puede ser un factor limitante importante [Liz-2008], pues reduce de manera significativa la eficiencia de difracción, aunque los dispositivos sean puros de fase. Los SLM más modernos han conseguido reducir estos efectos, sin embargo, no son nulos.

g) Umbral de daño: Este parámetro entrega el valor de la energía máxima por área que puede tolerar la pantalla sin afectar la estructura e integridad de las moléculas de cristal líquido. Es importante conocer este valor especialmente cuando se trabajan con láseres ultravioleta, láseres pulsados, o láseres muy energéticos.

h) Profundidad de bit: Indica los valores digitales que pueden aplicarse para la conversión de voltajes. Esta profundidad de bit determina los niveles de cuantización del voltaje aplicado y, por tanto, los valores de cuantización de la modulación de fase. Es común emplear el valor de 8 bits o 256 niveles de gris, pero moduladores más recientes llegan a 10 bits o 1024 niveles de gris, como es el caso de los moduladores Santec.

2.6 Mercado de los moduladores

Actualmente, el mercado de los moduladores se ha ido ampliando con diferentes proveedores, debido a la mayor demanda de estos dispositivos por parte de centros de investigación y la industria. Para el año 2015 el mercado global de los SLM estaba valorizado en 215 millones de dólares aproximadamente, cifra que se prevé que crezca hasta 553 millones al año 2022 con un ritmo de crecimiento del 15% anual [Mrf-2017]. Además, como consecuencia de esta demanda, los diferentes proveedores van mejorando las tecnologías para ofrecer moduladores con mayor resolución espacial, más estables en las fluctuaciones de fase y a menores costos.

La Tabla 2.1 es una lista de los diferentes SLM que se han empleado en el trabajo de esta Tesis Doctoral. Dentro los moduladores de transmisión destacamos: CRL-OPTO, modelo XGA-3 TN-LCD, con 1074×768 píxeles de resolución y el Holoeye, modelo LC-2012, con una

resolución de 1024×768 píxeles. Para ambos moduladores el valor de fase máximo alcanzado para la longitud de onda de 633 nm habitual de un láser de He-Ne no alcanza los 2π radianes requeridos en aplicaciones de fase. Esta limitación en la fase, sumado a un bajo factor de llenado con respecto a los SLM-LCoS han hecho que este tipo de SLM estén en retroceso. Actualmente, el modelo LC-2012 de Holoeye es de los pocos que todavía están disponibles comercialmente.

Por otro lado, los SLM-LCoS han tenido un gran auge, siendo los que dominan el mercado. El modulador de la marca Hamamatsu que ha sido empleado en esta Tesis es el modelo X10468-01, destacando su gran estabilidad en modulación de fase y alto factor de llenado. El modulador modelo SLM-100 de la marca Santec, es uno de los pocos moduladores actuales con una profundidad de bit de 10 teniendo un total de 1024 valores del nivel de fase. La empresa Thorlabs ha desarrollado su propia línea de moduladores, los modelos Exulus-HD1, destacando por su alta resolución (1920×1080 píxeles para el modelo disponible en la UMH, pero llegando hasta otros modelos con una resolución de UHDTV). Su baja fluctuación de fase y la incorporación de un sistema mecánico para alinear la pantalla de forma precisa los hace muy prácticos.

| Fabricante | Resolución (n° píxeles) | Área efectiva (tamaño píxeles) | Tamaño del pixel | Longitud de onda admitida | Factor de llenado |
|-------------------------------|-------------------------|--------------------------------|-------------------|---------------------------|-------------------|
| Hamamatsu X10468-01 | 792x600 | 16x12 mm | 20 μm | 400-700 nm | 98% |
| Holoeye Pluto | 1920x1080 | 15,36x8,64 mm | 8 μm | 400-1100 nm | 93% |
| Santec SLM-100 | 1440x1050 | 14,98x10,92 mm | 10 μm | 515-585 nm | 92% |
| Thorlabs Exulus-HD1 | 1920x1080 | 12,5x7,1 mm | 6,4 μm | 400-850 nm | >93% |
| Holoeye LC-2012 | 1024x768 | 36,9x27,6 mm | 36 μm | 400-1000 nm | 55% |
| CRL-OPTO XGA3 | 1024x768 | 18,45x13,8 mm | 36 μm | 400-1000 nm | 64% |

Tabla 2.1. Lista de SLMs que se han empleado en esta Tesis Doctoral. Los primeros cinco modelos corresponden a modelos reflectivos, y los últimos dos modelos transmisivos.

Los moduladores modelo Pluto de la empresa Holoeye, son una línea de moduladores ampliamente difundida dentro del mercado, destacando el tamaño compacto y la alta resolución de sus pantallas. Otras empresas que compiten en el mercado son Fourth Dimension, que desarrolla SLMs de tipo ferroeléctrico, o Meadowlark que ha desarrollado diferentes modelos en reflexión y de forma peculiar, modelos transmisivos con arreglos hexagonales en los píxeles, obteniendo pantallas circulares, o Jasper Display que destaca por su alta resolución.

Por último, la empresa Texas Instruments es la única que ha desarrollado los SLM basados en DMD. Estos SLM están incorporados en su línea comercial de DLP (*Digital Light Projection*) centrándose en la visualización de imágenes, en sus modelos para proyectores caseros y proyectores para salas de cine, destacando su alta velocidad de frecuencia, resistencia ante vibraciones y alta definición de sus imágenes.



Capítulo 3

Elementos ópticos difractivos

En este capítulo se realiza una revisión sobre los conceptos clave, diseños y ejemplos de la óptica difractiva. Se introducen las técnicas usuales para la generación de los elementos ópticos difractivos, centrándonos en los patrones generados por medio de los SLMs. Se revisarán algunos ejemplos clásicos de elementos difractivos, que hemos venido empleando en esta Tesis, como redes de difracción, lentes difractivas, axicones y fases espirales. Se explica un método para diseñar perfiles continuos de fase con una selección arbitraria de características en los órdenes de difracción. Por último, se analizan algunas consideraciones y efectos al implementar elementos difractivos en los SLMs.

3.1. Óptica difractiva

La difracción es un fenómeno propio de la propagación de las ondas. Históricamente ha sido un factor limitante de los sistemas ópticos, donde impone un límite a la resolución que los sistemas de formación de imágenes pueden alcanzar. Sin embargo, los avances tecnológicos a finales del siglo XX permitieron utilizar el fenómeno de la difracción para implementar elementos ópticos que realicen determinadas funciones, llevando a un nivel práctico e industrial los desarrollos de la óptica difractiva, cuyas bases científicas estaban ya bien establecidas desde mucho antes [Loh-2008]. Las técnicas de micro-óptica, adaptadas de las tecnologías de la microelectrónica, proporcionaron las herramientas tecnológicas necesarias para este desarrollo.

Nos referimos como óptica difractiva al área de la óptica basada en el control del fenómeno de la difracción. Los elementos ópticos difractivos (DOE, del inglés *Diffractive Optical Elements*) son aquellos elementos que utilizan la difracción para generar diversas funciones ópticas. Podemos mencionar como principales DOEs las redes de difracción, las lentes difractivas, los axicones difractivos, las fases espirales y los hologramas generados por computador (CGH, del inglés *Computer Generated Holograms*).

De manera general son dos los aspectos que deben tenerse en cuenta al realizar los DOEs: 1) el diseño de la función óptica que debe realizar, y 2) la implementación real en un elemento físico que reproduzca el elemento diseñado.

Las diversas formas de fabricar estos elementos han ido evolucionando con el desarrollo de la tecnología. Si bien inicialmente se desarrollaron DOE con variaciones en la intensidad transmitida (DOE de amplitud), resulta evidente que los DOE puros de fase dan lugar a elementos más eficientes desde el punto de vista energético, pues idealmente no hay pérdidas. Una referencia reciente [Des-2016] sugiere dividir en cuatro generaciones los métodos para la implementación de los DOE. Esta división es basada de acuerdo con la propiedad óptica que se modifica para realizar el control de la difracción. A continuación, adoptamos estas denominaciones.

La primera generación (DOE-1G) implementa los elementos difractivos por medio de una variación física del espesor de una lámina delgada, que puede ser un vidrio o un plástico. Las técnicas actuales permiten hacer grabados con una resolución lateral muy variable, desde los 200 nm hasta los 2 μm [Pra-2016]. Una particularidad importante de estos elementos es que su

respuesta no depende significativamente del estado de polarización ya que el mecanismo físico que produce la difracción es la variación del camino óptico entre las diferentes zonas grabadas en el DOE. Para realizar los grabados difractivos sobre los diferentes materiales, existen diversas técnicas. Una de las primeras técnicas básicas consistía en la realización de surcos sobre la superficie del material, logrando hacer un cambio en el espesor. La eficiencia de este tipo de grabado aumenta conforme disminuye el espaciado entre los surcos. Otro método es la realización de fotolitografía por medio de láseres ultravioletas. El método emplea patrones sobre una lámina fotosensible, formados por la interferencia entre el haz del diseño y un haz de referencia. La resolución espacial resulta más alta comparado con el sistema de surcos.

La segunda generación (DOE-2G) emplea la variación del índice de refracción como propiedad moduladora para la obtención de los DOE. Una forma de obtener variaciones espaciales del índice de refracción fue por medio de la interferencia de dos haces de luz sobre una lámina fotorefractiva. Esta lámina cambia el índice de refracción en función a la intensidad de luz que le incide, obteniendo así el grabado del patrón difractivo. Un dispositivo programable que emplea la técnica de alterar el índice de refracción es el modulador acusto-óptico. Estos moduladores varían el índice de refracción con una onda estacionaria generada por la vibración de un piezoeléctrico aplicado al cristal. Estos moduladores tienen un tiempo de respuesta muy corta, del orden de los nanosegundos, en comparación con los moduladores espaciales de luz de cristal líquido que son del orden de los milisegundos. Sin embargo, gran limitación de estos moduladores acusto-ópticos es que no pueden generar patrones arbitrarios, sino que están limitados a redes de difracción y a trabajar con la luz láser de forma puntual, por lo que no son aplicables a la utilización de DOEs en general.

La tercera generación (DOE-3G) de la óptica difractiva emplea materiales anisotrópicos, típicamente cristales líquidos, para la generación de elementos difractivos. Es en esta generación donde el desarrollo de los SLM toma un gran protagonismo. Los dispositivos SLM que hoy en día son empleados en óptica difractiva son típicamente dispositivos puros de fase (principalmente tecnologías VAN o PAL), en los que se producen variaciones del índice de refracción efectivo extraordinario en función del voltaje aplicado. Esto provoca que sean moduladores sensibles al estado de polarización y requieren trabajar con luz linealmente polarizada. La utilización de los SLM permitió el desarrollo de la óptica difractiva programable. Los primeros DOE generados en SLM estaban limitados principalmente por el tamaño de los píxeles y las resoluciones de las micropantallas. Pero el desarrollo de las tecnologías de cristal líquido logró aumentar la

resolución de las pantallas y reducir el tamaño de los píxeles, y por ende mejorar la calidad de los elementos generados.

Por último, actualmente estamos asistiendo al desarrollo de la cuarta generación (DOE-4G), que permite obtener los elementos difractivos de forma directa realizando arreglos anisotrópicos en el propio material. Esta técnica ordena la orientación del eje rápido (o lento) de una lámina desfasadora siguiendo patrones espaciales, y reciben el nombre de elementos de fase geométrica. Se trata típicamente de desfasadores de media onda. Este arreglo del material permite observar patrones de elementos difractivos puros de fase cuando se iluminan con luz circularmente polarizada. Al tratarse de una lámina retardadora de media onda, el estado de polarización a la salida posee un estado circular opuesto al de entrada. Pero la fase que gana el haz es igual al doble del ángulo de orientación del eje del desfasador. Si se ilumina con la polarización circular opuesta, el elemento de fase geométrica proporciona a la salida nuevamente la polarización circular opuesta, pero la función de fase introducida es la compleja-conjugada.

En la actualidad existen ya elementos comerciales de este tipo, como las lentes planas de la marca Edmund Optics [Edm-2017]. La Figura 3.1 muestra un esquema de la actuación de una lente de fase geométrica de este tipo. Al iluminar con un haz colimado de polarización circular a izquierdas (LCP), se obtiene a la salida luz circularmente polarizada a derechas (RCP), pero convergente, debido a la actuación de la lente de focal positiva. Si iluminamos con luz circular a derechas (RCP), obtenemos el cambio a luz LCP a la salida, pero ahora el haz es divergente, correspondiente a la actuación de la lente focal negativa. En ambos casos la lente posee la misma distancia focal.

Actualmente, existen dos técnicas para la implementación física de los elementos ópticos de fase geométrica. La primera consiste en orientar los ejes directores de una capa fina de cristal líquido siguiendo el patrón espacial diseñado, por medio de una técnica de fotolitografía. La segunda técnica es emplear metasuperficies consistentes en una matriz de nanoantenas en patrones espaciales con una determinada estructura y de tamaños inferiores a los de la longitud de onda de la luz. Estas estructuras de metamateriales emplean técnicas muy rigurosas de cálculo de la propagación electromagnética para realizar su diseño.

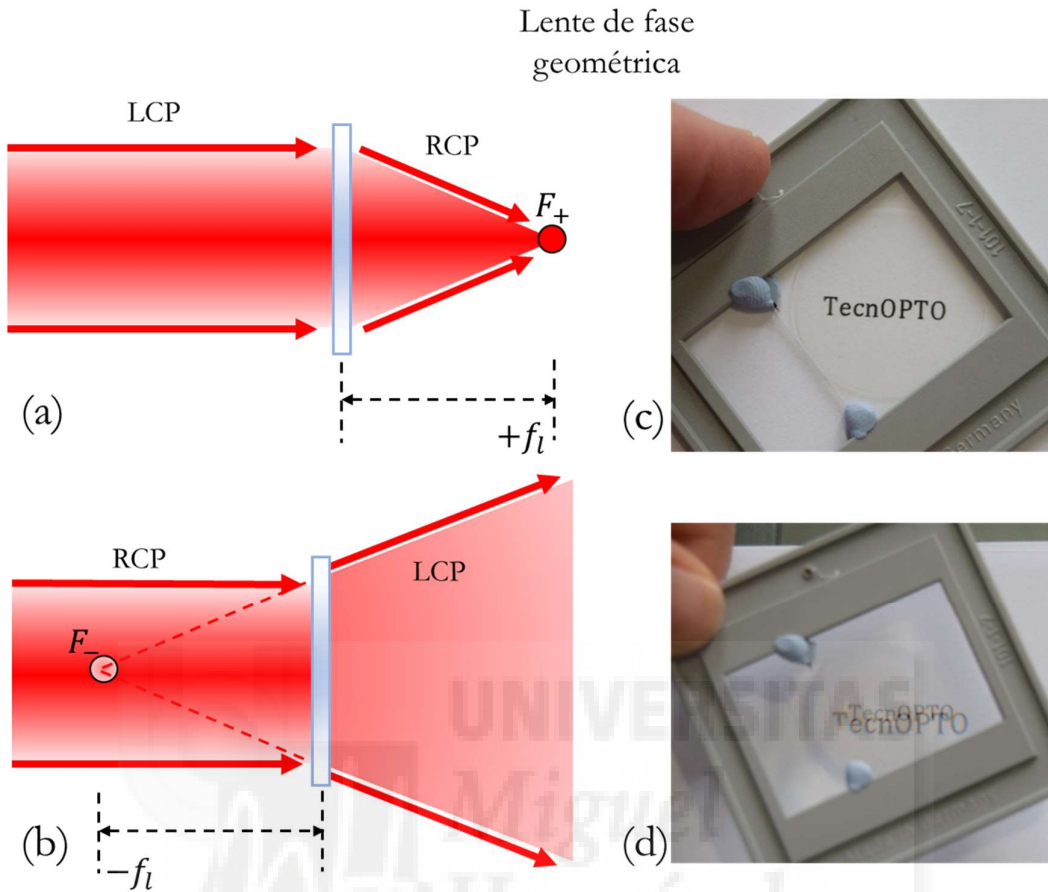


Figura 3.1. Esquema de la actuación de una lente de fase geométrica. (a) Actúa como lente convergente para luz LCP, y (b) como lente divergente para luz RCP. Fotografía de la lente de fase geométrica con un texto. (c) La lente encima del texto da una única imagen, (b) la lente separada del texto genera dos imágenes virtuales con distinto aumento.

3.2. Funciones de fase

Independientemente de la técnica o de los materiales que se empleen para realizar los DOEs, éstos se describen mediante una función $g(x, y)$ que representa la transmisión compleja del elemento óptico. Por lo general, la función $g(x, y)$ corresponde a una función pura de fase, ya que así se proporciona una mayor eficiencia. Por tanto, adoptamos de forma genérica esta función de transmisión que queda descrita como,

$$g(x, y) = \exp(i\phi(x, y)), \quad (3.1)$$

donde la función $\phi(x, y)$ representa la distribución de fase del elemento difractivo ideal y continuo, que toma valores dentro del intervalo de $\phi \in [-\pi, \pi]$. Esta función puede verse afectada en su implementación ya que regularmente es necesario discretizarla, tanto en niveles de fase, como en muestreo espacial. No obstante, por simplicidad, limitaremos el análisis a elementos de fase continua.

La Figura 3.2 muestra algunos DOEs básicos que empleamos en esta Tesis, correspondientes a una red de fase lineal, a una lente difractiva, a un axicon o lente cónica y a una fase espiral.

- Una red de fase lineal es una función definida como,

$$g(x) = \exp\left(i\frac{2\pi x}{P}\right), \quad (3.2)$$

donde P indica el periodo, y donde la red se considera orientada en dirección X .

- Una lente difractiva está definida como:

$$\phi(x, y) = \frac{\pi}{\lambda f}(x^2 + y^2) = \frac{\pi r^2}{\lambda f}, \quad (3.3)$$

donde λ indica la longitud de onda para la que se diseña la lente, f es la distancia focal de la lente y $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ en la coordenada radial en el plano del elemento difractivo.

- El axicon es una lente cónica que permite convertir un haz gaussiano en un haz de Bessel. También sirve para generar un anillo de luz en el plano de la transformada de Fourier. Su función de fase puede verse como una red lineal con una distribución radial y queda definida como:

$$g(r) = \exp\left(i\frac{2\pi r}{P}\right), \quad (3.4)$$

donde nuevamente P indica el periodo de la red.

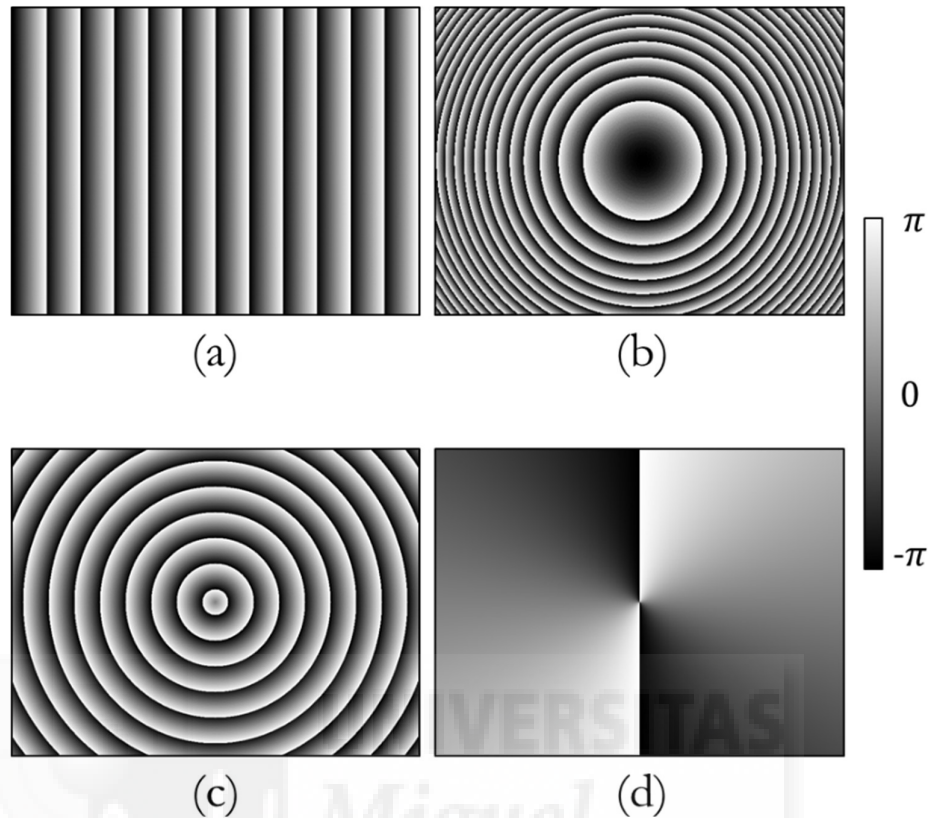


Figura 3.2. Elementos difractivos básicos: (a) red de fase lineal, (b) lente difractiva, (c) axicon o lente cónica y (d) fase espiral con carga topológica $\ell = 2$.

- Finalmente, la función de fase espiral es una distribución de fase que crece de forma lineal en función de la coordenada angular θ , definida por $\tan\theta = y/x$. Este elemento produce un vórtice óptico ocasionado por la singularidad de la función de fase en el origen. La función que define la fase espiral es:

$$g(\theta) = \exp(i\ell\theta), \quad (3.5)$$

en donde ℓ se conoce como la carga topológica del vórtice. Esta función aporta momento angular orbital a la luz (de magnitud $\ell\hbar$ por fotón) y convierte un frente de onda plano en uno de forma espiral.

Los patrones de la Figura 3.2 muestran la característica periodicidad 2π de las funciones de fase. Las imágenes muestran la versión módulo 2π de las funciones matemáticas en las

Ecuaciones (3.2)–(3.5). Podemos considerar estas imágenes como funciones de fase lineal en función de diversas coordenadas (x , r^2 , r ó θ respectivamente).

3.3. Perfiles de fase y órdenes armónicos

Todos los elementos anteriores pueden considerarse como elementos de fase lineal, cuyos valores de fase se distribuyen de manera uniforme en el rango de $-\pi$ a $+\pi$ radianes. Su respuesta se produce en el primer orden de difracción e, idealmente la eficiencia de difracción sería del 100%. Sin embargo, cuando se producen variaciones del perfil de fase del elemento óptico, bien porque se diseñan elementos en un perfil diferente, o bien porque el método para su implementación física tiene alguna limitación en la capacidad de modular la fase de manera continua y lineal, se produce la generación de órdenes armónicos, diferentes al orden 1 del diseño propio del elemento de fase lineal. Este efecto fue analizado inicialmente, cuando el método para implementar físicamente esta distribución de fase no reproduce fielmente la fase lineal, y la generación de otros órdenes de difracción se percibió inicialmente como una degradación del DOE generado. Este efecto fue analizado especialmente en el caso de hologramas o lentes implementadas en SLMs [Mor-1995]. Defectos tales como que la modulación de fase no fuese lineal, o no alcanzase 2π radianes, o llevase acoplada una modulación de amplitud, generaba la aparición de estos otros órdenes no deseados.

Este efecto, inicialmente analizado como una deficiencia, puede explotarse para generar DOEs con una generación voluntaria de órdenes de difracción con características elegidas. Podemos mencionar como ejemplo las redes de Dammann [Dam-1977], redes de difracción binarias de fase, diseñadas para producir un número determinado de órdenes de difracción con la misma intensidad. El proceso de transformar una red de fase lineal, de un cierto periodo P , en una red de Dammann del mismo periodo, puede interpretarse como una tabla de conversión de niveles de fase (LUT, del inglés *Look-Up Table*), lo que hace que el procedimiento pueda aplicarse a otros DOEs de fase lineal, tal y como se puso de manifiesto con lentes difractivas o las fases espirales [Dav-2016]. Este procedimiento puede extenderse a otros diseños diferentes a las redes de Dammann; en todos los casos se diseñan redes de difracción con un perfil continuo y lineal de fase. Para obtener elementos que hagan uso de un determinado perfil de fase, resulta muy práctico hacer uso de una tabla LUT que permite realizar un cambio correlativo de valores de una distribución de fase existente con los de un nuevo perfil de fase.

Este efecto puede explicarse como un desarrollo en serie de Fourier de la función de fase ϕ , dada la periodicidad de 2π que tiene la fase. Así, si se diseña un DOE como una función de fase lineal de la forma $g'(x, y) = \exp(i\phi(x, y))$, consideramos un perfil de fase que modifica el diseño a una nueva función compleja $g(x, y) = |g|e^{i\varphi}$, cuyos valores de módulo $|g|$ y la fase φ son función directa del valor de ϕ . Esto es, g' es una función $g'(\phi)$ que depende del valor de ϕ asignado en cada punto. Entonces puede hacerse el siguiente desarrollo en serie de Fourier:

$$g'(x, y) = |g|e^{i\varphi(x, y)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} G_n e^{in\phi(x, y)}, \quad (3.6)$$

donde los coeficientes G_n del desarrollo en serie vienen dados por

$$G_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} g(\phi) e^{-in\phi} d\phi \quad (3.7)$$

Este desarrollo es válido siempre que la función de fase lineal $\phi(x, y)$ tenga los valores de fase uniformemente distribuidos en el rango de $-\pi$ a $+\pi$ radianes, tal y como es el caso de las funciones mostradas en la Figura 3.2. La Ecuación 3.7 muestra que cuando se produce alguna modificación del perfil de fase del elemento difractivo, se producen componentes armónicos $e^{in\phi(x, y)}$ de la función originalmente diseñada $e^{i\phi(x, y)}$, donde n toma valores enteros $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. La intensidad relativa de cada componente armónico viene dado por el valor del coeficiente del desarrollo en serie de Fourier de la función realmente implementada por el modulador.

Dependiendo del tipo de elemento originalmente diseñado $\phi(x, y)$, los términos armónicos tienen diferente efecto. Así, para el caso de la red de fase lineal, $e^{i\gamma x}$ donde $\gamma = 2\pi/P$ los órdenes armónicos corresponden a fases lineales con diferentes ángulos, $e^{i\gamma_n x}$ donde $\gamma_n = n\gamma$. Por tanto $g'(x, y)$ da lugar a diferentes órdenes de difracción, en el sentido clásico correspondiente a una red de difracción.

En cambio, cuando la función originalmente codificada es una lente difractiva, $\phi(x, y) = \pi r^2 / \lambda f$, la función $g(x, y)$ contiene entonces armónicos cuya fase tiene la forma:

$$\phi_n = n\phi(x, y) = n \frac{\pi r^2}{\lambda f} = \frac{\pi r^2}{\lambda (f/n)} \quad (3.8)$$

Esto indica que los diferentes términos armónicos corresponden en este caso a múltiples lentes difractivas de distancia focal $f_n = f/n$.

Para el caso de los axicones, los términos armónicos suponen funciones de fase del tipo:

$$\phi_n = n\phi(x, y) = \frac{2\pi nr}{P} = \frac{2\pi r}{P'_n} \quad (3.9)$$

esto es, axicones de orden superior de periodo $P'_n = P/n$.

Finalmente, los términos armónicos correspondientes a las fases espirales dan lugar a fases del tipo

$$\phi_n = n\phi(x, y) = n\ell\theta = \ell_n\theta \quad (3.10)$$

esto es, cargas topológicas superiores iguales a $\ell_n = n\ell$.

3.3.1. Perfil de fase binaria

El ejemplo más simple de este procedimiento es el perfil de fase binario. Este perfil de fase transforma el perfil de fase lineal en una fase de dos valores, uno que habitualmente es el 0 y el otro valor que es está comprendido entre $]0, \pi]$. Normalmente se escoge este segundo nivel con un valor de fase π , ya que es la situación que proporciona la máxima eficiencia de difracción (Figura 3.3.) Partiendo de un elemento de fase lineal se realiza la siguiente transformación:

$$\varphi = \begin{cases} 0 & -\pi \leq \varphi < 0 \\ \pi & 0 < \varphi \leq +\pi \end{cases} \quad \text{ó} \quad g(x, y) = \begin{cases} 1 & -\pi \leq \varphi < 0 \\ -1 & 0 < \varphi \leq +\pi \end{cases} \quad 3.11$$

Al realizar este cambio, la eficiencia de los elementos disminuye, obteniendo un valor de alrededor del 80.6% para los órdenes ± 1 . El casi 20% de intensidad restante se distribuye entre los órdenes impares superiores ($\pm 3, \pm 5, \dots$) [Mar-2007]. A pesar de la menor eficiencia, permite codificar los DOE en sistemas, que trabajen en dos estados fijos y binarios, como son los moduladores DMD y los FLC. La Figura 3.3 ilustra cómo se transforma la función de fase lineal en una fase binaria, para el caso de una red unidimensional y para el caso de la lente difractiva. La Figura 3.3(a) ilustra la LUT de fase aplicable en este caso.

3.3.2. Perfil de fase triplicador

Este perfil de fase fue derivado analíticamente por el Prof. Franco Gori y sus colaboradores [Gor-1998], y permite obtener tres órdenes de difracción, 0 y ± 1 , con la misma intensidad y con la máxima eficiencia global en estos tres órdenes. El perfil de fase que proporciona esta situación se obtiene como:

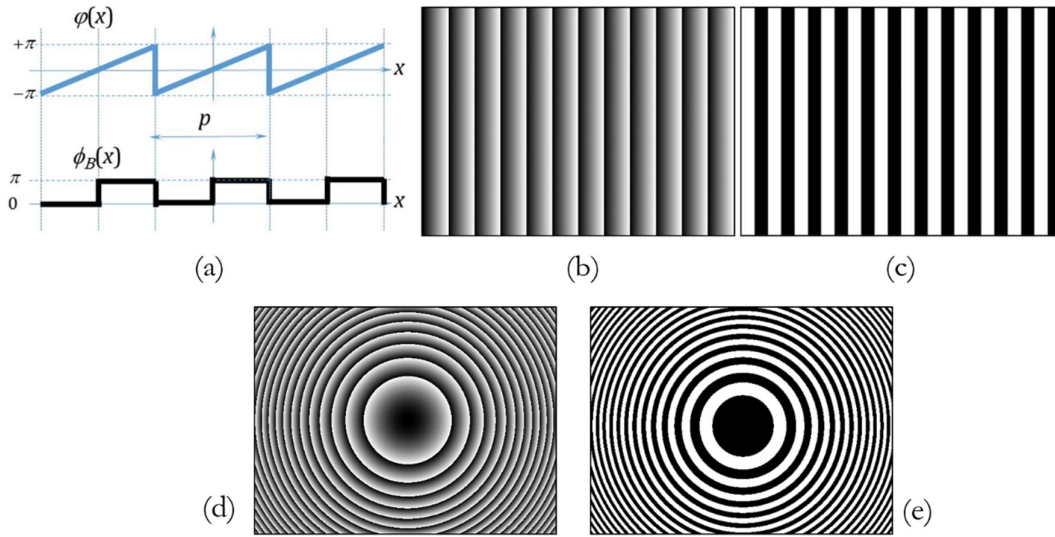


Figura 3.3. Ejemplo de LUT de binarización de un DOE. (a) muestra el LUT a realizar sobre una función de fase lineal. (b)-(c) Transformación de la red de fase lineal a perfil binario de fase; (d)-(e) Transformación para una lente difractiva.

$$\varphi(x, a) = \tan^{-1}[a \cdot \sin(2\pi x)], \quad (3.12)$$

donde el valor a es un parámetro que se obtiene al imponer la condición de igualdad para las intensidades de los órdenes 0 y ± 1 , y que tiene el valor numérico de

$$a = 2,65718 \dots \quad (3.13)$$

La eficiencia del triplicador, η , se define como la suma de las intensidades en los órdenes de difracción objetivo, esto es los tres órdenes 0 y ± 1 y, según el análisis en [Gor-1998] alcanza a ser:

$$\eta = I_{-1} + I_0 + I_{+1} = 0,92556 \dots \quad (3.14)$$

La Figura 3.4 ilustra el caso de una red unidimensional de fase lineal que se transforma en la fase triplicadora. Resulta interesante notar que el perfil de la fase del triplicador requiere una modulación de fase solamente entre los valores $[-0.39\pi, 0.39\pi]$ esto es, solamente requiere una profundidad de fase de 0.78π radianes para su implementación. Las Figuras 3.4(d) y (e) ilustran la transformación de la lente difractiva de fase lineal en la lente de perfil triplicador. Esta lente genera tres haces cuando se ilumina con una onda plana: 1) una onda convergente que focaliza a distancia f , 2) una onda divergente que parte de una distancia $-f$ de la lente, y que corresponde al orden -1 , y 3) una onda que sigue plana, sin modificarse, y que corresponde al orden cero. Se trata por tanto de una lente trifocal.

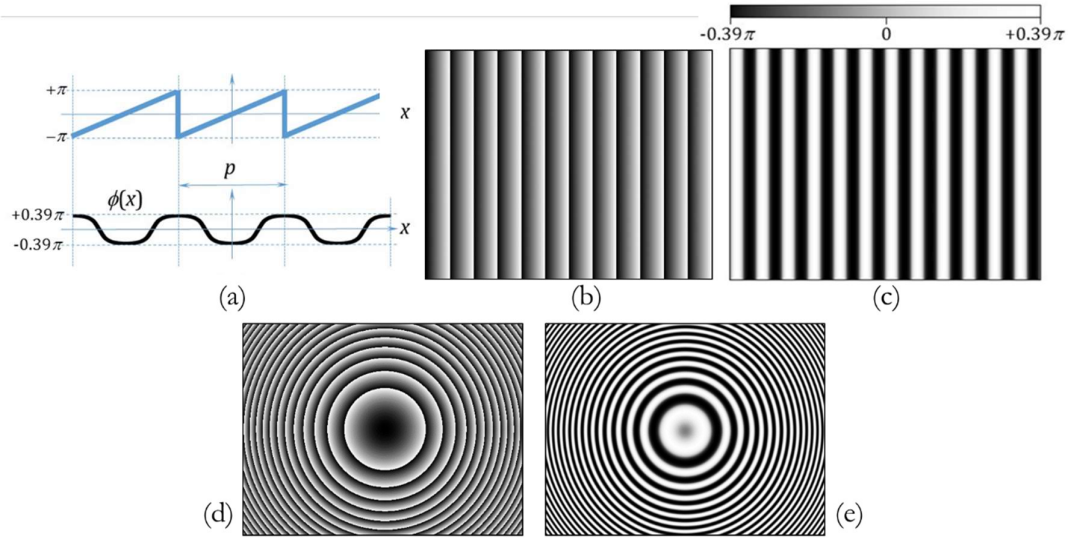


Figura 3.4. LUT para la generación de una red triplicadora. (a) Comparación del perfil de fase lineal arriba, con una fase de triplicador abajo. (b) red unidimensional de fase triplicador. (d)-(e) Transformación para una lente difractiva.

3.4. Diseño de perfiles de fase con respuesta arbitraria

Este procedimiento puede extenderse para diseñar perfiles de fase donde se pueda elegir de forma arbitraria el número de órdenes de difracción y la intensidad relativa entre estos órdenes, así como el valor de la fase relativa. El procedimiento fue diseñado por Romero y Dickey [Rom-2007] y posteriormente desarrollado experimentalmente en moduladores de fase en [Alb-2012, Alb2-2012, Alb-2013].

Se empieza con definir el conjunto \mathcal{K} de órdenes de difracción objetivo que se desean obtener en la red. A continuación, se construye una función $g(x)$ dada por la relación:

$$g(x) = \sum_{k \in \mathcal{K}} \mu_k \exp(i\alpha_k) \exp(ik\gamma x), \quad (3.15)$$

donde el sumatorio se extiende solamente sobre los órdenes de difracción deseados $k \in \mathcal{K}$. Cada orden de difracción deseado tiene asociada una fase lineal $k\gamma x$.

Los valores μ_k y α_k son parámetros numéricos que se asocian a la magnitud y a la fase respectivamente de cada término de fase lineal k . Por último, $\gamma = 2\pi/P$, donde P define el periodo de la red. La función $g(x)$ tiene en general una forma compleja. Por tanto, para poder reproducirla en un dispositivo puro de fase es necesario realizar una operación del tipo:

$$\exp[i\varphi(x)] = \frac{g(x)}{|g(x)|}, \quad (3.16)$$

donde $|g(x)|$ representa el módulo de la función.

Al realizar esta operación de perfil puro de fase, el resultado contiene componentes armónicas inicialmente no pertenecientes al conjunto \mathcal{K} de diseño. Entonces la función pura de fase puede ser expresada como una serie de Fourier de la forma:

$$\exp[i\phi(x)] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_m \exp(im\gamma x), \quad (3.17)$$

donde el sumatorio es ahora sobre todos los términos. Los coeficientes de Fourier se obtienen como:

$$G_m = \frac{1}{2\pi/P} \int_{-\frac{\pi}{P}}^{+\frac{\pi}{P}} \exp[i\phi(x)] \exp(-im\gamma x) dx. \quad (3.18)$$

Observamos la analogía completa entre estas 2 ecuaciones y las Ecuaciones (3.6) y (3.7).

Estos coeficientes de Fourier en la Ecuación (3.18) son valores complejos de la forma $G_m = |G_m| \exp(i\beta_m)$, asociados a cada uno de los órdenes de difracción que se obtienen por la Ecuación (3.17). $|G_m|^2$ y β_m son la intensidad y fase relativa en cada orden. Su valor queda determinado por la elección de los valores numéricos μ_k y α_k en la Ecuación (3.15).

La eficiencia total η del perfil de fase se define como el cociente entre la suma de la intensidad todos los órdenes deseados $|G_k|^2$ y la suma de la intensidad en todos los órdenes:

$$\eta = \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} |G_k|^2}{\sum_{m=-\infty}^{\infty} |G_m|^2}. \quad (3.19)$$

Por lo tanto, según el procedimiento expuesto en [Alb-2012] los pasos para diseñar un perfil de fase con respuesta arbitraria de órdenes de difracción son los siguientes:

- 1) Definir los órdenes k que se deseen.
- 2) Definir los valores relativos de magnitud de $|G_k|$ y de fase β_k , para los órdenes de difracción deseados.
- 3) Encontrar los mejores valores para los parámetros numéricos μ_k y α_k de los órdenes que se quieren obtener, de tal forma que la eficiencia η del perfil sea la máxima posible.

La optimización de las Ecuaciones 3.15 a la 3.18 con las respectivas restricciones se pueden resolver mediante alguna herramienta de optimización numérica [Alb-2012]. Este proceso para generar un perfil de fase de órdenes selectivo da como resultado una función de fase que puede considerarse como una tabla LUT de valores de fase a aplicar a la función de fase lineal, y que da como resultado el DOE de fase con la respuesta deseada.

El perfil triplicador de Gori [Gor-1998] es por tanto solamente un caso particular de este procedimiento. En [Alb2-2012] se demostró su aplicación al obtener órdenes con una intensidad relativa definida a voluntad, y en [Alb-2013] se generalizó a controlar también los valores de fase en cada orden de difracción.

3.5. Elementos difractivos implementados en SLMs

La generación de DOE por medio de los SLMs requiere ciertas consideraciones. Primero, la mayoría de los SLMs no pueden reproducir DOE puros de fase con una luz arbitraria. Para ello es necesario que la luz incidente al dispositivo sea polarizada. En SLMs del tipo PAL o VAN se requiere que su orientación sea paralela a la orientación del eje director de la pantalla. En SLMs de tipo TN se requiere emplear luz elípticamente polarizada en alguna configuración especial. Los SLM de tipo FLCN solamente pueden producir funciones binarias de fase o amplitud, y los DMDs solamente funciones binarias de amplitud.

Otro factor para considerar en los SLM es la estructura pixelada de las pantallas. Debido a esta estructura, la función a implementar debe ser discretizada, lo que disminuye la eficiencia del elemento a implementar y añade otros efectos no deseados. El primero de estos efectos no deseados lo produce la estructura pixelada de la pantalla, que actúa como una red de difracción bidimensional, generando una matriz bidimensional de órdenes de difracción en el plano de observación. En general, solamente el orden cero es de utilidad. Además, este mismo efecto causa réplicas del patrón del elemento óptico en cada uno de estos órdenes. El segundo efecto no deseado está relacionado con el tamaño del píxel individual, que actúa como una apertura rectangular, donde el valor de fase es constante. Esto genera una envolvente en cada uno de los órdenes observados. Debido al pequeño tamaño de los píxeles, la envolvente varía muy lentamente, pero tiene el efecto de reducir la intensidad del haz a medida que nos alejamos del centro. Por último, debe tenerse en cuenta que los SLMs convencionales presentan otros efectos secundarios como la fluctuación de fase, el efecto de *fringing*, o efectos de tipo Fabry-Perot, que hacen que la respuesta no sea estrictamente pura de fase.

Capítulo 4

Vórtices ópticos y haces cilíndricamente polarizados

En este capítulo se hace una breve revisión de los aspectos más importantes relacionados con los vórtices ópticos. La generación y/o detección de este tipo de haces de luz ha recibido un notable interés en los últimos 35 años [Fra-2017], sobre todo desde el descubrimiento de que poseen momento angular orbital (OAM, *Orbital Angular Momentum*) [All-1992]. A continuación, se describen los haces cilíndricamente polarizados, o haces vectoriales [Zha-2009]. Éstos son haces en los que el estado de polarización varía espacialmente de acuerdo con la coordenada azimutal, y también han recibido un gran interés en los últimos años gracias a sus propiedades como por ejemplo focalizar en puntos por debajo del límite clásico de resolución [Dor-2003], o la generación de un campo eléctrico longitudinal.

4.1. Vórtices ópticos escalares

En su definición clásica, los vórtices corresponden a una región donde un fluido gira en torno a un eje central. En óptica, un vórtice corresponde a un cero en el campo eléctrico de la luz, ocasionado por una fase espiral como las que se han descrito en el Capítulo 3. La indeterminación de la función de fase en el punto alrededor del cual gira la fase origina una singularidad o una zona con intensidad cero, también denominado dislocación en tornillo (*Screw Dislocation*). En los vórtices, el frente de onda de la luz se propaga girando de forma helicoidal alrededor de un eje en la dirección de propagación como se esquematiza en los casos de la Figura 4.1(a) y (b).

La carga topológica de un vórtice, indica el número ℓ de giros que realiza la fase entorno a la singularidad. Este valor entero puede ser positivo o negativo, indicando el sentido de giro del vórtice. Usualmente el sentido levógiro es el negativo y el sentido dextrógiro es el positivo. El vórtice aporta momento angular orbital a la luz en una cantidad $\ell\hbar$ por fotón [Yao-2011]. Fue la identificación de esta propiedad en [All-1992] la que dio el punto de inicio a todo el campo actual de uso del momento angular orbital (OAM) de la luz. Desde entonces ha habido una gran actividad en la generación y uso de los vórtices ópticos, como un nuevo canal para multiplexar información [Will-2015] en la generación de trampas ópticas [Cur-2002], o en su aplicación en la microscopía de alta resolución [Tan-2010], por mencionar las más relevantes.

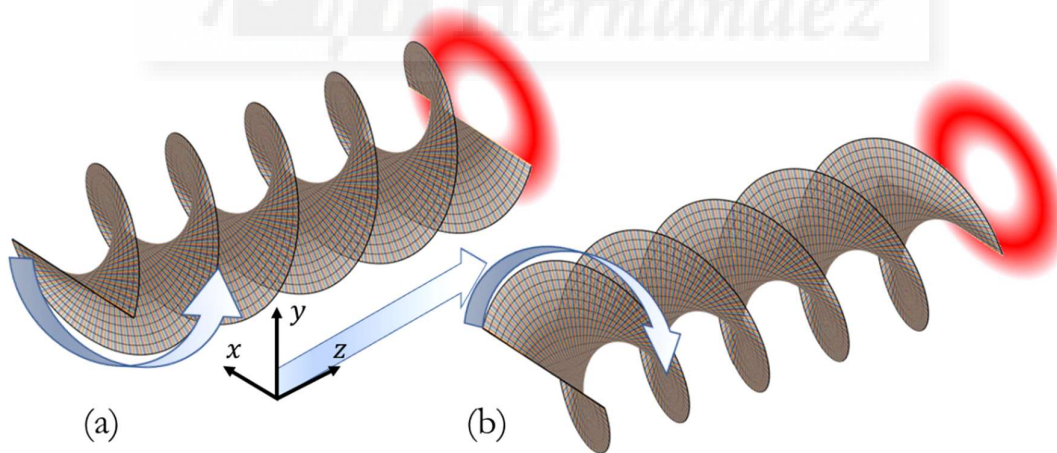


Figura 4.1. Frente de onda de luz helicoidal, característico de los vórtices. Ambos casos corresponden a una carga topológica $\ell = 2$ pero en sentidos de giro opuestos. (a) Levógiro y (b) Dextrógiro.

4.2. Generación de vórtices ópticos.

Los vórtices ópticos se pueden generar de diferentes formas. A continuación, explicaremos los dos métodos que empleamos en esta Tesis para la generación de estos elementos.

- **Mediante DOE de fase:** Tal y como se indicó en el Capítulo 3, para generar vórtices se emplea una función espiral, siguiendo una simetría angular. Por tanto, se requiere generar una función de fase espiral de la forma:

$$g(\theta) = \exp(i\ell\theta), \quad (4.1)$$

donde ℓ es un número entero que indica la carga topológica. La implementación física de esta fase espiral puede realizarse mediante elementos difractivos, como los descritos en el capítulo 3, tanto en forma de máscaras de fase espiral, como en SLMs. El valor de la carga topológica puede ser positivo o negativo, y se han llegado a fabricar láminas de fase espiral de cargas superiores a 10.000 [Fig.2016]. Con frecuencia, para observar el vórtice es conveniente focalizar el haz. Para ello se emplea una lente física, o bien se puede agregar la función de una lente difractiva obteniendo así una función de lente espiral [Cra-2004]. Otra alternativa es agregar la función espiral en una red de difracción. Al agregar una fase lineal a una fase espiral, el patrón adopta la forma característica de la red “tenedor” (*Fork Grating*). El primer orden de difracción reproduce un vórtice óptico. La Figura 4.2 muestra estos dos ejemplos de DOE de fase lineal, combinación de la fase espiral en otros elementos difractivos. El resultado se muestra como la función de fase módulo 2π resultado de la suma de las dos distribuciones de fase.

- **Mediante láminas-Q:** Las láminas-q (en inglés *q-plates*) son la versión de fase geométrica de una función de fase espiral [Mar2-2006]. Estas láminas están basadas en un retardador de fase lineal de media onda, cuyo eje óptico sigue una orientación de q veces el ángulo azimutal θ como se ilustra en la Figura 4.3. Esto queda expresado en matrices de Jones como el siguiente producto:

$$M_q = R(-q\theta) \cdot W(\phi) \cdot R(q\theta) \quad (4.2)$$

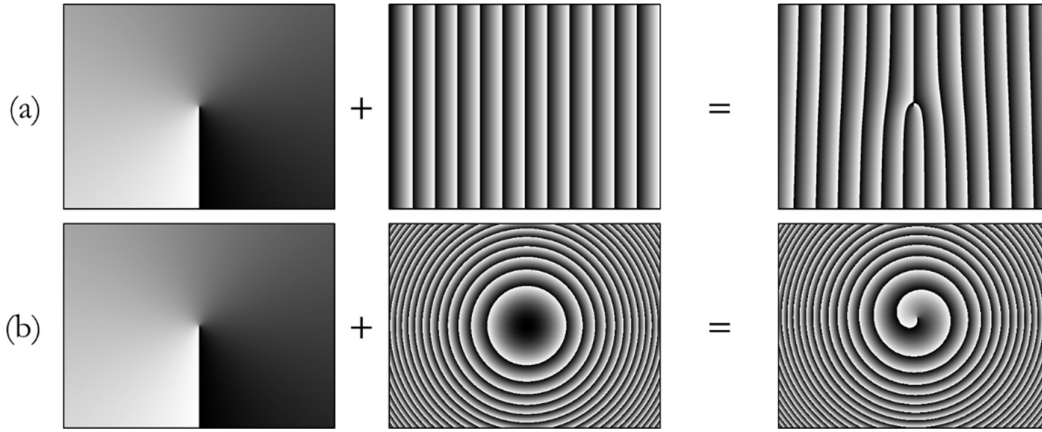


Figura 4.2. DOEs de fase lineal para la generación de vórtices. (a) La red de tenedor es la combinación de una red lineal con una fase espiral. (b) La lente espiral es la combinación de una fase espiral con una función de lente.

donde $R(q\theta)$ es la matriz de rotación definida como:

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(q\theta) & \sin(q\theta) \\ -\sin(q\theta) & \cos(q\theta) \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

y donde la matriz de Jones del retardador de media onda $W(\phi)$ se define como:

$$W(\phi = \pi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Por lo tanto, una lámina- q queda caracterizada por la matriz de Jones:

$$M_q = \begin{pmatrix} \cos(2q\theta) & \sin(2q\theta) \\ \sin(2q\theta) & -\cos(2q\theta) \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Si esta lámina- q se ilumina con luz circularmente polarizadas, representadas por los vectores de Jones $\begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix}^t$, donde t indica el vector transpuesto, el resultado a la salida es una polarización circular opuesta, pero gana una fase espiral, ya que

$$M_q(\phi = \pi) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix} = e^{\pm i2q\theta} \begin{pmatrix} 1 \\ \mp i \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

La Ecuación (4.6) indica que el signo de la carga topológica del vórtice generado depende de la helicidad de la luz circular incidente. También indica que la carga topológica del vórtice que genera queda como $\ell = 2q$.

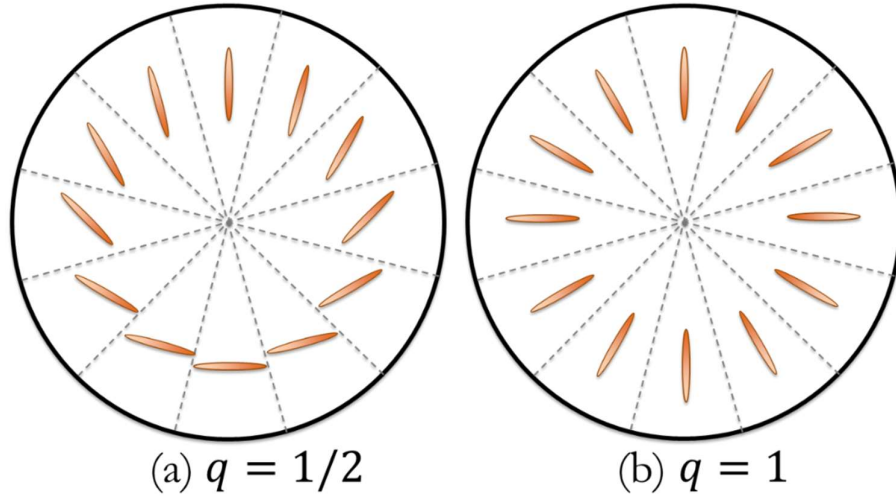


Figura 4.3. Esquema de la orientación del eje óptico de las láminas-q para (a) $q = 1/2$ y (b) $q = 1$.

4.3. Haces vectoriales

Los haces vectoriales (VB, *Vector Beams*) o haces cilíndricamente polarizados son aquellos haces que presentan una variación espacial del estado de polarización en la sección transversal del haz de luz que sigue la coordenada azimutal [Zha-2009]. Actualmente, hay un gran interés por este tipo de haces, por las nuevas propiedades que se pueden obtener y el potencial para nuevas aplicaciones, como jaulas ópticas o transferir OAM a la luz [Wan-2014].

Una forma de generar VB consiste en superponer dos haces, típicamente dos haces gaussianos, con polarizaciones circulares opuestas, y cada uno con un vórtice de carga topológica de signo opuesto como se aprecia en la Figura 4.4. El siguiente cálculo simple de vectores de Jones muestra esta situación ya que:

$$\frac{1}{2}e^{-i\ell\theta} \begin{pmatrix} 1 \\ +i \end{pmatrix} + \frac{1}{2}e^{+i\ell\theta} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\ell\theta) \\ \sin(\ell\theta) \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

La parte de la izquierda de la Ecuación 4.7 corresponde a la suma coherente de un haz de polarización circular RCP, $(1 \ +i)^t$, con un vórtice de carga $-\ell$, y el otro haz a una polarización circular LCP, $(1 \ -i)^t$, con un vórtice de carga $+\ell$. El resultado es un vector de Jones que corresponde a luz linealmente polarizada, pero cuya orientación depende de la coordenada azimutal θ . Por ejemplo, si $\ell = 1$, corresponde a la luz radialmente polarizada. Si además se incorpora un desfase entre los dos vórtices, es posible cambiar la dirección de la polarización, y generar así VBs con distribución espiral o azimutal. Si ℓ es mayor a 1, se obtienen VBs de orden superior, donde el estado de polarización gira más rápidamente con θ .

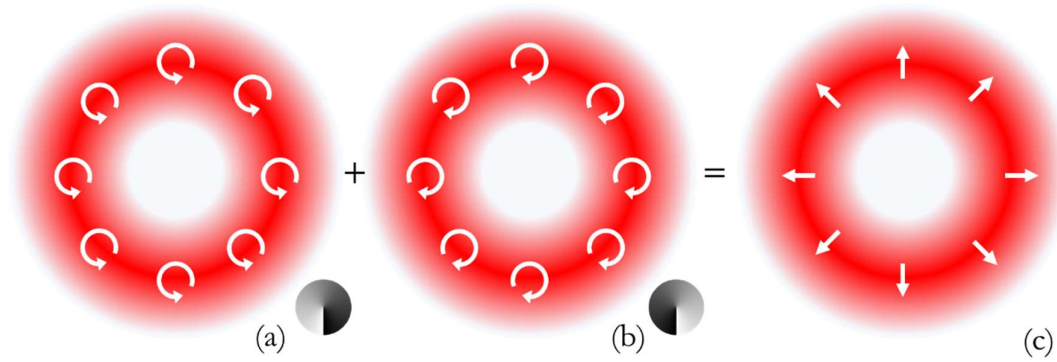


Figura 4.4. La figura muestra la generación de luz radialmente polarizada por medio de vórtices con: (a) El vórtice con carga topológica -1 y polarización RCP y (b) El vórtice con carga topológica +1 y polarización LCP. (c) Luz radialmente polarizada.

Este haz vectorial generado presenta una singularidad en el eje. Por lo tanto, como en el caso de los vórtices ópticos, la intensidad del haz en el centro es nulo.

Otra forma de generar VBs consiste en la superposición de los modos Hermite-Gauss HG_{01} y HG_{10} con estados de polarización ortogonales. Así en la ref. [Zha-2009] se demuestran las siguientes relaciones:

$$\vec{E}_r = HG_{10}\vec{e}_x + HG_{01}\vec{e}_y \quad (4.8)$$

$$\vec{E}_\phi = HG_{01}\vec{e}_x + HG_{10}\vec{e}_y, \quad (4.9)$$

donde E_r y E_ϕ denotan las polarizaciones radiales y azimutal, respectivamente y donde \vec{e}_x y \vec{e}_y indican los vectores de polarización lineal en dirección vertical y horizontal. La Figura 4.5 muestra un esquema de estas combinaciones de modos, donde se observa que la superposición genera el patrón con forma de anillo característico, pero con la polarización radial o azimutal según el caso.

Existen diversas formas de generar esta combinación de modos Hermite-Gauss. Sin embargo, este método está limitado a la generación de estos haces vectoriales de primer orden, pero no es posible aplicarlo de manera general a cualquier valor de la carga topológica.

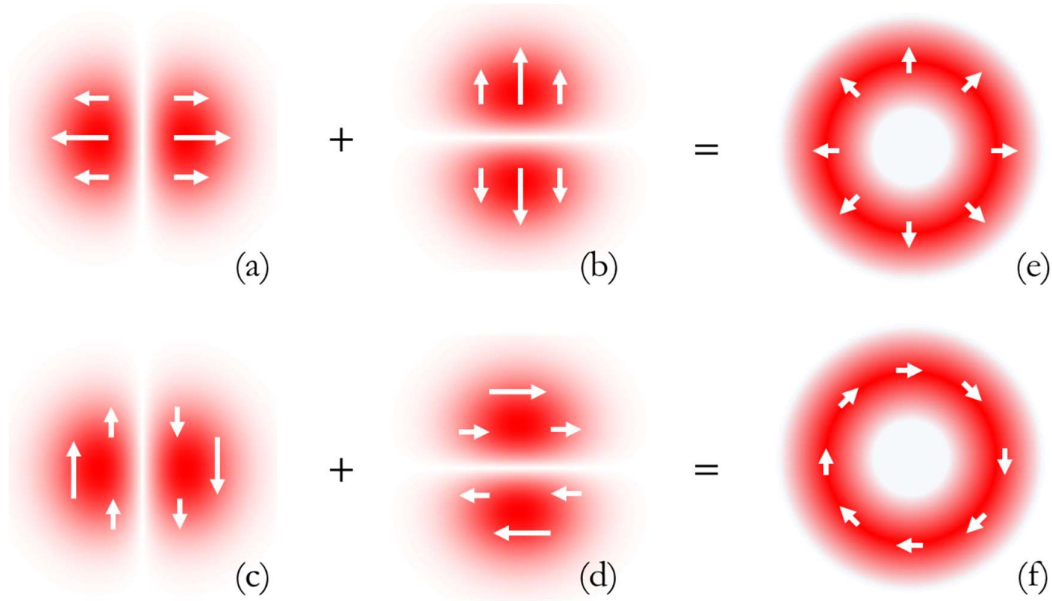


Figura 4.5. Combinación de los modos Hermite-Gauss HG_{10} y HG_{01} , para la generar los haces con polarización radial y azimutal (a) modo HG_{10} con polarización en x; (b) modo HG_{01} con polarización en y; (c) modo HG_{01} con polarización en y; (d) modo HG_{10} con polarización en x; (e) polarización radial; (f) polarización azimutal.

Una forma de representar las diferentes formas de los haces vectoriales es realizar una analogía con la esfera de Poincaré, empleada habitualmente para describir la polarización homogénea (Anexo A.1). La Figura 4.6(b) muestra la esfera de Poincaré habitual y su generalización a la esfera de Poincaré de orden superior [Mil-2011]. En la esfera de Poincaré normal, los estados de luz linealmente polarizada se sitúan en el plano ecuatorial. Los polos de la esfera de Poincaré indican los estados de luz circularmente polarizada. La latitud y longitud de un punto de la esfera de Poincaré corresponden directamente al doble del ángulo de elipticidad (2ϵ) y al doble del ángulo de azimut (orientación) (2α) de la elipse de polarización (Figura 4.6(a)).

La Figura 4.6(c) muestra la esfera de Poincaré de primer orden, correspondiente a los haces vectoriales con carga $\ell = 1$. Esta esfera tiene una correspondencia punto a punto con la esfera de Poincaré habitual, pero ahora cada punto corresponde a un haz vectorial [Mar-2012]. Esta correspondencia se obtiene asociando el haz vectorial con el correspondiente haz de polarización homogéneo mediante la ecuación:

$$E_{VB}^{\ell} = \begin{pmatrix} \cos(\ell\theta) & \sin(\ell\theta) \\ -\sin(\ell\theta) & \cos(\ell\theta) \end{pmatrix} E_0 = M_{\theta} \cdot E_0 \quad (4.10)$$

en donde E_0 indica un vector de Jones que describe una polarización homogénea, M_θ es la matriz de rotación, pero cuyo argumento ahora no es un ángulo constante sino el ángulo azimutal θ , y E_{VB}^ℓ es el haz vectorial generado.

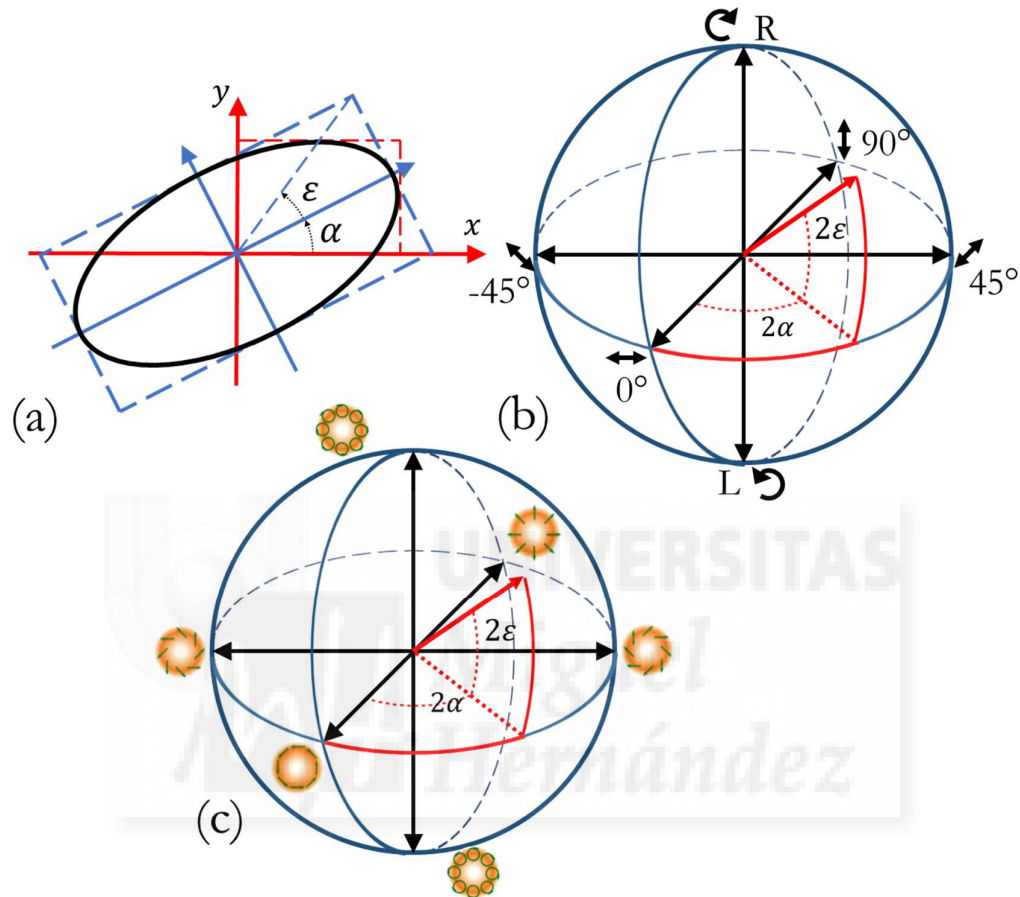


Figura 4.6. (a) Elipse de polarización. (b) Esfera de Poincaré para polarización homogénea. (c) Esfera de Poincaré de primer orden $\ell = 1$ [Mor-2016].

Este haz vectorial generado de esta forma tiene la misma elipse de polarización que la del haz incidente en el origen de la coordenada azimutal ($\theta = 0$) y, para otras orientaciones de la coordenada θ , se mantiene la misma elipticidad, pero rotada una cantidad $\ell\theta$. Si $\ell = 1$ se obtienen los haces vectoriales de primer orden (Figura 4.6(c)). Los diferentes métodos para generar los haces vectoriales corresponden a diversas formas de producir la matriz de Jones M_θ de en la ecuación anterior.

4.4. Generación de haces vectoriales

Existen numerosos métodos para generar haces vectoriales. De manera general, estos se pueden dividir en dos grandes categorías: los métodos activos y los métodos pasivos.

- **Métodos Activos:** Estos métodos involucran el uso de la cavidad del láser y su modificación para forzar su oscilación directamente en los modos VB. Por lo general, estos están basados en elementos birrefringentes dispuestos en forma axial, insertado en la cavidad del láser [Mac-2007]. En algunos casos, puede incluso emplearse un modulador tipo LCoS como uno de los espejos del resonador láser y producir así modos del láser a demanda [Ngc-2013].
- **Métodos Pasivos:** Son los métodos más comunes. Se usan para convertir un haz de polarización homogénea en un haz VB. Existen numerosas técnicas, sin embargo, observamos que la Ecuación (4.10) es prácticamente la operación que realiza la matriz de rotación Ecuación (4.3) cuyo eje sigue el patrón azimutal. Esto muestra una relación con la lámina-q de la Ecuación (4.5). Hay una sutil diferencia que se plasma en un cambio de signo entre la matriz M_θ de la Ecuación 4.10 y la M_q de la Ecuación 4.5. Esto corresponde a la siguiente equivalencia,

$$\begin{aligned} M_\theta &= \begin{pmatrix} \cos(\ell\theta) & \sin(\ell\theta) \\ -\sin(\ell\theta) & \cos(\ell\theta) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(2q\theta) & \sin(2q\theta) \\ \sin(2q\theta) & -\cos(2q\theta) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.11)$$

mostrando que la matriz M_θ equivale a la lámina-q seguida de un desfase de media onda. Es por ello por lo que las láminas-q se han convertido en el método típico para la generación de VB. Basta iluminarlas con un haz de polarización uniforme para que a su salida se obtenga un haz de polarización cilíndrica (VB). La carga topológica del VB generado es $\ell = 2q$, y el estado de polarización cilíndrico particular generado depende directamente del estado de polarización incidente en la lámina-q.

Capítulo 5

Luz estructurada y polarimetría

Los haces con vórtices o los haces vectoriales que se han introducido en el capítulo anterior no son más que un caso particularmente importante de lo que podemos denominar como haces de luz estructurada. El término luz estructurada se ha venido empleado en diversos ámbitos. Pero, en general, se refiere a la posibilidad de controlar la forma de un haz de luz y poder modificar arbitrariamente su patrón de intensidad en el espacio. Sin embargo, la estructuración espacial de un haz de luz no se limita únicamente a la intensidad, sino que en los últimos años ha habido un creciente interés en producir estructuración en la fase y, sobre todo, en el estado de polarización.

En este capítulo se revisan estos aspectos relacionados con la luz estructurada, especialmente aquellos relacionados con su aplicación a la polarimetría óptica.

5.1. Luz estructurada

La luz estructurada, o también conocida con otros nombres exóticos como luz compleja, luz a medida, luz esculpida (*complex light, tailored light, sculpted light*) se refiere a la producción a voluntad de un patrón espacial de la intensidad, fase y/o estado de polarización de la luz [Rub-2017].

En el contexto de los sistemas de procesado de imagen la luz estructurada se ha usado en procesos de proyección de patrones conocidos sobre una escena [Cam-2006]. Esta idea permite usar luz estructurada, para medir deformaciones, profundidades y obtener información de la superficie o de la escena que se ilumina [Tsa-2005]. Los patrones proyectados son por lo general, arreglos ópticos, conos de luz o vórtices portadores de OAM [Sun-2017]. En los sistemas de microscopía se pueden utilizar para generar múltiples trampas ópticas o también para iluminar muestras con varios ángulos simultáneamente y realizar así sistemas de super-resolución [Gus-2004].

Sin embargo, el concepto de luz estructurada no sólo considera patrones bidimensionales. En tres dimensiones se han utilizado herramientas como los haces de botella (*Bottle Beams*), que producen una región del espacio de intensidad nula, rodeada por una región de alta luminosidad, y que han permitido confinar y atrapar átomos individuales [Xu-2010].

La luz estructurada se suele generar por medio de DOEs que se implementan en SLMs. La flexibilidad que proporcionan los SLMs permite cambiar en tiempo real el DOE implementado y variar así la estructuración de la luz en el tiempo. Asimismo, la gran resolución espacial de los modernos SLMs permite diseñar y realizar funciones arbitrarias de fase, útiles para generar luz estructurada de muy diversas formas.

Uno de los campos donde la generación de luz estructurada tiene un mayor interés es en microscopía. A pesar de ser técnicas muy asentadas, la iluminación oblicua, la microscopía Schlieren, la microscopía de campo oscuro, o la microscopía de contraste de fase, pueden considerarse como formas de luz estructurada. El uso de SLMs para realizar estas operaciones ha permitido extender estos métodos a configuraciones más avanzadas y hacerlos además programables [Mau-2011, Mar-2017].

Una forma especialmente relevante de microscopía con luz estructurada es la microscopía de fluorescencia STED (*Stimulated Emission Depletion*) [Hel-1994, Bin-2011]. Esta técnica, que recibió el Premio Nobel de Química en 2014, utiliza dos láseres, uno para estimular la fluorescencia y otro de otra longitud de onda para inhibirla. Este segundo láser se focaliza en

forma de anillo (habitualmente mediante la generación de un vórtice), de modo que solamente la fluorescencia en la zona oscura se observa. De esta manera es posible superar el límite clásico de resolución de los microscopios ópticos.

5.2. Lentes divididas

Un caso particular para la generación de luz estructurada son las denominadas lentes divididas (*Split Lens*), debido a su potencial para la generación de patrones arbitrarios. Estas lentes están basadas en la bi-lentes de Billet [Che-2010, Che2-2010], consistentes en una lente convergente, dividida en dos mitades a lo largo del centro y separadas una distancia desde el centro. El resultado es una doble focalización en dos puntos focales separados espacialmente en el mismo plano focal. Las lentes divididas son una generalización de las lentes de Billet. La Figura 5.1 muestra la implementación y el resultado experimental de las lentes divididas, las que pueden darse en dos casos. El primer caso (Figura 5.1(a)), el caso discreto consiste en dividir la lente en N sectores. En el segundo caso (Figura 5.1(b)), este desarrollo se hace continuo ($N \rightarrow \infty$). Para ambos casos se sigue la referencia [Che-2010] para el diseño de estas lentes. Partiendo de la ecuación de distribución de fase de una lente difractiva vista en el capítulo 3, se realiza una división de N sectores de una lente, cada uno de los sectores es desplazado una distancia d_m desde el centro de la lente para un ángulo θ_m , donde m toma valores $m = 0, 1, \dots, N - 1$. La ecuación de la amplitud compleja para una de estas secciones puede ser escrita de la forma:

$$U_m(r, \theta) = \exp \left[i \frac{\pi}{\lambda f} (r^2 + d_m^2 - 2rd_m \cos(\theta - \theta_m)) \right], \quad (5.1)$$

donde d_m es el desplazamiento lateral del centro de la lente, $\theta_m = (2\pi/N)(m + 1/2)$ es la posición angular de los diferentes sectores, λ es la longitud de onda de la luz incidente y f es la distancia focal de la lente. Por lo tanto, sumando todos los sectores, obtenemos la distribución de amplitud compleja de una lente dividida discretamente,

$$U_N(r, \theta) = \sum_{m=0}^{N-1} \exp \left[i \frac{\pi}{\lambda f} (r^2 + d_m^2 - 2rd_m \cos(\theta - \theta_m)) \right]. \quad (5.2)$$

Finalmente, se puede crear esta lente de forma continua mediante una infinita distribución de lentes divididas, haciendo el límite $N \rightarrow \infty$, aproximando los valores discretos de θ_m por la coordenada θ . En este límite la Ecuación (5.2) pasa a ser:

$$U_{N \rightarrow \infty}(r, \theta) = \exp \left[i \frac{\pi}{\lambda f} (r - d_m(\theta))^2 \right]. \quad (5.3)$$

donde ahora la función $d_m(\theta)$ indica la posición del centro de la lente por cada ángulo θ . Así el caso mostrado en la Figura 5.1 (b) corresponde a un ejemplo en el que $d_m(\theta)$ se mantiene constante con θ , de modo que su focalización es en su forma de un anillo. Este y otros ejemplos se muestran en la referencia [Liz-2016].

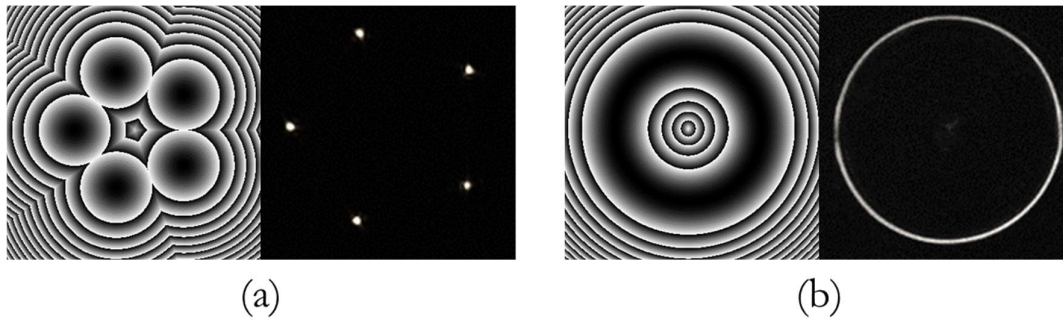


Figura 5.1. Dos casos de lente dividida y sus respectivos resultados experimentales de la intensidad en el plano focal. (a) Lente dividida en 5 sectores. (b) Lente dividida en el caso continuo con desplazamiento lateral $d_m(\theta)$ constante.

5.3. Luz con polarización estructurada

Otro aspecto donde la generación de luz estructurada ha recibido gran interés es en el uso de luz polarizada [Mal-2013]. La posibilidad de generar luz con polarización estructurada, esto es con una variación espacial del estado de polarización, da lugar a diferentes tipos de aplicaciones. Los haces de polarización cilíndrica descritos en la sección anterior son solamente un caso particular. Diferentes técnicas se han usado para generar distribuciones de polarización espaciales más complejas usando sistemas de filtrado de transformada de Fourier [Chen-2011, Mor-2011]. El uso de algoritmos iterativos como los que se emplean en el diseño de hologramas de fase, adaptados a patrones vectoriales, ha permitido generar también distribuciones espaciales arbitrarias del estado de polarización [Chen-2010].

Por ejemplo, en el campo de las trampas ópticas, tiene interés el generar múltiples trampas, pero cada una con diferente estado de polarización [Zhu-2015]. En el campo de la holografía es conocida la posibilidad de generar redes holográficas sensibles a la polarización [Sas-2014]. Los elementos de fase geométrica descritos en el capítulo 3 permiten también realizar luz con polarización estructurada. Elementos cruzados de fase geométrica que combinan tanto una orientación con variación espacial del eje óptico, con una distribución espacial de fase adicional, han permitido generar DOEs con sensibilidad a la polarización incidente [Mue-2017].

5.4. Polarimetría

Todo este potencial para generar luz estructurada en el estado de polarización puede emplearse para desarrollar polarímetros. Los polarímetros son instrumentos ópticos cuya finalidad es identificar el estado de polarización de un haz de luz o la caracterización de las propiedades polarimétricas de un medio o material de una muestra. Los polarímetros operan a partir de medidas de la intensidad de la luz transmitida a través de diversos analizadores de polarización [Chip-1995]. Algunos instrumentos polarimétricos dan una información parcial, como por ejemplo los polarímetros que miden la rotación de una sustancia ópticamente activa, o los elipsómetros que permiten realizar polarimetría en superficies y películas delgadas [Liz-2013]. Pero, en general, se distinguen los siguientes tipos de instrumentos polarimétricos [Tyo-206].

5.4.1. Polarímetros de Stokes y polarímetros de Mueller.

De acuerdo con su utilidad, podemos distinguir los polarímetros: de Stokes y los de Mueller (Figura 5.2). Para determinar el estado de polarización de un haz de luz se emplea un polarímetro de Stokes. Éste consiste básicamente en detector de estados de polarización (PSD, del inglés *Polarization State Detector*), constituido por alguna combinación de polarizadores lineales y láminas retardadoras. A continuación, un detector detrás del PSD toma las medidas de intensidad de la luz. El detector bien puede ser puntual o bien matricial, para realizar polarímetros de imagen. Con el PSD se realizan varias configuraciones para la transmisión de estados conocidos, y se relacionan con la medida de intensidad detectada [Pei-2015, Gor-1999]. Una vez calibrado, el instrumento puede usarse para tomar medidas equivalentes con una luz en un estado de polarización desconocido, y determinar los parámetros de Stokes del haz de luz incidente y, de esa forma, obtener su estado de polarización.

Alternativamente, un polarímetro de Mueller permite caracterizar las propiedades de polarización de una muestra. Para ello, este tipo de polarímetro requiere que el haz que ilumina la muestra pueda configurarse en distintos estados de polarización conocidos. Para esto, delante de la muestra se sitúa un sistema generador de estados de polarización (PSG, del inglés *Polarization State Generator*), donde se configuran diferentes estados de polarización definidos a conveniencia. Esta luz, con el estado de polarización definido por la configuración del PSG, ilumina la muestra a estudiar. Al interactuar con la muestra, la luz cambia su estado de polarización, y la luz de salida se analiza por medio de un sistema PSD [Kud-2012, Chi-1995]. Como resultado es posible

determinar las propiedades de la muestra a través de la determinación de la matriz de Mueller, que determina sus propiedades de polarización.

Destaquemos que un PSG y un PSD son básicamente sistemas equivalentes, pero la disposición de los elementos es en sentido inverso.

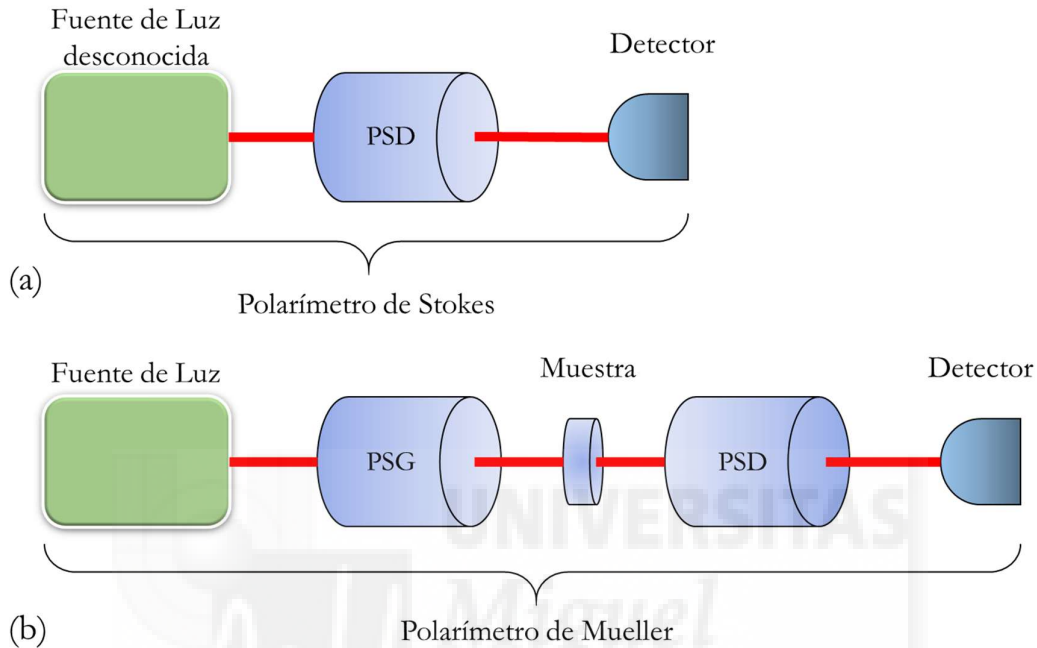


Figura 5.2. Esquema de medida. (a) un polarímetro de Stokes y (b) un polarímetro de Mueller.

5.4.2. Polarímetros completos e incompletos

Un polarímetro incompleto se denomina a aquel sistema que no permite determinar todos los parámetros de Stokes del haz y, por tanto, tampoco puede medir todos los elementos de la matriz de Mueller en una muestra. No obstante, en ciertas ocasiones no es necesario determinar todos los elementos o parámetros. En muchos casos es suficiente medir las componentes de polarización lineal. Por ejemplo, en ciertas muestras algunas birrefringencias pueden ser despreciadas frente a otras formas de polarización.

En cambio, un polarímetro completo determina todos los parámetros de un vector de Stokes o todos los elementos en una matriz de Mueller. Se emplean para la caracterización completa de muestras desconocidas de las que no se tiene información polarimétrica [Sav-2006]. El rápido desarrollo de los elementos de fase geométrica ha motivado el desarrollo de instrumentos como el *Birefringence Imaging System* [Tho-Web]. Este instrumento, que se muestra

en la Figura 5.3 parte del supuesto de que las muestras son retardadores, y solamente determina el desfase y orientación del eje óptico de las muestras, por lo que no requiere utilizar polarimetría completa.



Figura 5.3. El *Birefringence Imaging System* de la compañía Thorlabs, es un ejemplo de un polarímetro incompleto [Tho-Web].

5.4.3. Polarímetros de división de amplitud y del frente de onda

Cuando se realiza una medición polarimétrica en tiempo real, es necesario realizar una medida instantánea. Para ello se emplean polarímetros que dividen el haz [Els-1996, Com-1998], de modo que se pueda proyectar por medio de la división de la intensidad del haz sobre diferentes analizadores. Estos sistemas dividen el haz en distintos caminos en los que se colocan distintos analizadores de polarización, cada uno compuesto con diferente combinación de elementos polarizadores y desfasadores, para medir un estado de polarización en particular. Para ello, necesita de al menos 4 analizadores independientes [Pei-2010], resultando ser sistemas bastantes grandes.

Por otro lado, en los polarímetros de división de frente de onda, el haz incidente es dividido actuando como un interferómetro, en donde un camino sirve de referencia y el otro es analizado por un PSD. Finalmente, en el detector se realiza una superposición de los dos frente

de onda permitiendo analizar por medio de la interferencia el estado de polarización. Una limitación es la necesidad de tener una polarización uniforme en la sección transversal [Azz-1988, Ach-2015].

5.5. Calibración de un polarímetro

Uno de los aspectos relevantes en el uso práctico de los polarímetros es el de la precisión de la medida. Tomando en cuenta que los elementos retardadores y polarizadores que se usan para configurar los PSD y PSG nunca son ideales, sus deficiencias afectan a la medida. Para determinar la precisión del proceso de la medida polarimétrica se define la denominada matriz de análisis \mathbf{A} , que corresponde a todos los estados de polarización involucrados en la detección de la luz polarizada y , que se generan en el PSD [Gar-2013]. Siguiendo este procedimiento, configuramos en el PSG k diferentes estados y , para cada uno de ellos, medimos con los n diferentes estados de detección que podemos configurar en el PSD.

En primer lugar, se define la denominada matriz \mathbf{S} que corresponde a los parámetros de Stokes de los estados que se transmiten idealmente en los n estados analizadores. Se trata por tanto de una matriz de 4 filas y n columnas en la forma

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{1,0} & S_{2,0} & \cdots & S_{n,0} \\ S_{1,1} & S_{2,1} & \cdots & S_{n,1} \\ S_{1,2} & S_{2,2} & \cdots & S_{n,2} \\ S_{1,3} & S_{2,3} & \cdots & S_{n,3} \end{pmatrix}. \quad (5.4)$$

Cada columna corresponde a los parámetros de Stokes de uno de los estados que se transmiten por cada analizador. Por ejemplo, si los analizadores corresponden a los 6 estados típicos de la polarimetría (lineales a 0° , 90° , $\pm 45^\circ$ y circulares RCP y LCP), la matriz \mathbf{S} es:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (5.5)$$

A continuación, el polarímetro se ilumina con cada uno de los k estados, que podemos generar en el PSG, y que usamos como estados de calibración. Para cada estado de entrada, el polarímetro proporciona n medidas de intensidad, correspondientes a los n analizadores. Estas medidas definen la denominada matriz \mathbf{I} , o matriz de flujo, definida en cada fila por las n medidas que entrega el polarímetro por cada estado de entrada, esto es:

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} I_{1,1} & I_{1,2} & \cdots & I_{1,n} \\ I_{2,1} & I_{2,2} & \cdots & I_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{k,1} & I_{k,2} & \cdots & I_{k,n} \end{pmatrix}. \quad (5.6)$$

Es por tanto una matriz de $k \times n$ elementos. El número n de analizadores determina las columnas, y el número k de estados de entrada usados en la calibración determina el número de filas. Si usamos los 6 estados típicos, tanto en la entrada como en el análisis, será una matriz de 6×6 medidas.

Las matrices \mathbf{I} y \mathbf{S} se relacionan mediante la denominada matriz de análisis o matriz \mathbf{A} [Var-2013] con la relación:

$$\mathbf{I} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}. \quad (5.7)$$

La matriz \mathbf{A} , por tanto, tiene dimensiones de $N \times 4$, esto es:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A_{1,0} & A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,0} & A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{n,0} & A_{n,1} & A_{n,2} & A_{n,3} \end{pmatrix}. \quad (5.8)$$

Esta matriz \mathbf{A} define la acción de los analizadores reales del polarímetro, y sirve por tanto para su evaluación.

La matriz \mathbf{A} puede determinarse explícitamente mediante el cálculo matricial siguiente:

$$\mathbf{A} = \mathbf{I} \cdot \mathbf{S}^t \cdot (\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^t)^{-1} = \mathbf{I} \cdot \tilde{\mathbf{S}}^{-1} \quad (5.9)$$

donde t indica la matriz transpuesta y $\tilde{\mathbf{S}}^{-1}$ es la denominada matriz pseudo-inversa de \mathbf{S} . Una vez la matriz \mathbf{A} se ha determinado experimentalmente, sirve para determinar la medida polarimétrica de otros estados diferentes de los de calibración.

5.6. Determinación de un SOP

Las intensidades medidas I_1, I_2, \dots, I_n con cada uno de los diferentes analizadores del polarímetro determinan un vector \mathbf{I} que se relaciona con los parámetros de Stokes del estado de polarización de entrada desconocido $\mathbf{S}_{in} = (S_0, S_1, S_2, S_3)_{in}^t$ por medio de la matriz de análisis \mathbf{A} como:

$$\mathbf{I} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}_{in} \Rightarrow \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{1,0} & A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,0} & A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{N,0} & A_{N,1} & A_{N,2} & A_{N,3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}_{in} \quad (5.10)$$

Para que el sistema tenga solución única y realizar una polarimetría completa, se requiere al menos realizar una medida con 4 estados diferentes que, además, tengan un volumen en su representación en la esfera de Poincaré [Pei-2010]. Resulta habitual utilizar más de 4 estados para la detección, con el fin de cubrir de mejor forma la esfera de Poincaré, obteniendo así un sistema redundante [Pei-2010]. El cálculo de los parámetros se realiza solamente con la inversa de la matriz de análisis. Para el caso de usar solamente 4 analizadores en la matriz \mathbf{A} cuadrada de 4×4 elementos y los parámetros de Stokes de la luz incidente se calculan como:

$$\mathbf{S}_{in} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{I}, \quad (5.11)$$

donde \mathbf{A}^{-1} es la matriz inversa de \mathbf{A} . Para casos donde la matriz posee más estados de detección, es decir \mathbf{A} es una matriz de $N \times 4$ elementos, por tanto, la solución para obtener los parámetros de Stokes de la luz incidente consiste en calcular la matriz pseudo-inversa de la matriz \mathbf{A} , esto es:

$$\mathbf{S}_{in} = (\mathbf{A}^t \cdot \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^t \mathbf{I} = \tilde{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{I}, \quad (5.12)$$

donde \mathbf{A}^t y $\tilde{\mathbf{A}}^{-1}$ son la matriz transpuesta y la matriz pseudo-inversa de \mathbf{A} respectivamente.

5.7. Número condicional de un polarímetro

La matriz \mathbf{A} proporciona además un indicador numérico que evalúa la calidad de la medida del polarímetro. Dos indicadores comúnmente empleados para la optimización de los polarímetros son el número condicional (*Conditional Number, CN*) y la varianza igualmente ponderada (*Equally Weighted Variance, EWW*) [Tay-1974, Zal-2006, Pei-2010]. El *CN* proporciona una medida de qué tan sensible es el sistema de ecuaciones (en nuestro caso la matriz \mathbf{A}), debido a la amplificación de los errores. El parámetro *EWW* está relacionado con la propagación de errores causado por la redundancia de datos.

En esta Tesis empleamos el valor de *CN* para evaluar la optimización del polarímetro. El *CN* se define como:

$$CN(\mathbf{A}) = \|\mathbf{A}\| \|\tilde{\mathbf{A}}^{-1}\| = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} \quad (5.13)$$

donde $\|\mathbf{A}\|$ equivale a la norma de la matriz \mathbf{A} , $\|\tilde{\mathbf{A}}^{-1}\|$ es la norma de la matriz pseudoinversa de \mathbf{A} , y σ_{max} y σ_{min} son los valores singulares máximos y mínimos distintos de cero.

El mínimo valor teórico que se puede obtener es $CN = 1$, caso que corresponde a una matriz unitaria que no amplifica los errores. Debido que la matriz de análisis \mathbf{A} nunca será una matriz unitaria, este mínimo teórico nunca se alcanza. Sin embargo, es posible minimizar el valor CN eligiendo adecuadamente el conjunto de estados

Para el caso de un polarímetro donde los estados de detección son exactamente los estados lineales $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ y -45° y los estados circulares RCP y LCP, CN toma el valor teórico de 1,7321. No obstante, los valores experimentales del CN obtenidos con polarímetros reales que usan polarizadores y retardadores reales suelen estar entre 2 y 3 [Var-2014, Pei-2010].



Capítulo 6

Resumen general de las publicaciones

En este capítulo se presenta un resumen de las publicaciones que constituyen esta Tesis Doctoral. Las publicaciones abarcan los temas expuestos anteriormente, teniendo como eje principal el uso de los moduladores de cristal líquido para el control de haces de luz estructurada con variación espacial del estado de polarización. A continuación, se presenta un resumen de las aportaciones de cada uno de estos artículos, acompañada de su correspondiente publicación.

6.1 Artículo 1

Vortex beam generation and other advanced optics experiments reproduced with a twisted-nematic liquid-crystal display with limited phase modulation.

A. Cofré, P. García-Martínez, A. Vargas, and I. Moreno.

European Journal of Physics **38** (1), 014005 (2017).

En este trabajo presentamos el uso de un SLM del tipo TN-LCD como una herramienta para la manipulación de haces de luz por medio de máscaras puras de fase y, en concreto, para la generación de vórtices ópticos con diversos diseños de redes de difracción. Tal y como se ha mencionado en los capítulos anteriores, es bien conocido que los moduladores de cristal líquido de tipo TN no son capaces de producir modulación pura de fase usando configuraciones con luz linealmente polarizada. No obstante, en los años 90s se desarrollaron varios trabajos que demostraron cómo se podían operar en un régimen puro de fase mediante configuraciones con luz elípticamente polarizada. [Dav-1998, Nic-2002, Mar-2010].

La popularización de la tecnología LCoS con alineamiento paralelo en los últimos 20 años, mucho más simple de operar al requerir solamente luz linealmente polarizada, paralela al director, ha hecho que el uso de los dispositivos TN se haya descartado de forma generalizada para aplicaciones puras de fase.

Sin embargo, los dispositivos TN siguen teniendo un precio sensiblemente inferior al de los dispositivos PAL o VAN ya que siguen siendo la tecnología que se usa en los dispositivos de visualización de cristal líquido. Es por ello por lo que en este trabajo planteamos “sacar el polvo” a los dispositivos TN y emplearlos de nuevo, especialmente en el ámbito de un laboratorio educativo, enfocado hacia la generación y experimentación de los vórtices ópticos, tema de gran actualidad en este momento. Este tipo de experiencias educativas basados en SLM se han propuesto en varios trabajos recientes [Mar-2006, Bor-2009, Hua-2012, Dud-2016].

El artículo está dividido en dos etapas: 1) una primera sección donde revisamos los métodos de la calibración y configuración del TN-SLM para que actúe en un régimen puro de fase por medio de diferentes configuraciones de luz elípticamente polarizada; 2) otra sección donde, empleando estos regímenes, diseñamos distintos elementos difractivos de fase para la generación de vórtices ópticos.

En la primera parte, se presentó la calibración completa y configuración para emplear el TN-SLM como modulador puro de fase. Como se ha mencionado, estos moduladores poseen limitaciones ya que, con luz linealmente polarizada, la modulación de fase lleva inevitablemente asociada una modulación de amplitud. Una forma de superar esta limitación es emplear luz con polarización elíptica. Pero emplear este tipo de polarización requiere de una precisa calibración de las propiedades de modulación del dispositivo. Para ello empleamos una técnica clásica basada en determinar los parámetros físicos de la distribución del director del cristal líquido. Debido a que esta información no está disponible en los moduladores comerciales, seguimos las propuestas de una ingeniería inversa expuestas en [Dav-1999, Mar-2001, Mor-2008]. La propuesta para identificar los parámetros se divide en: 1) una calibración sin voltaje para determinar la orientación del eje director, el ángulo de giro y el retardo máximo en función de la longitud de onda; 2) una segunda calibración del retardo efectivo en función del voltaje y la longitud de onda. Se consideran dos parámetros de retardo β y δ , asociados respectivamente a la zona central y a las paredes internas del modulador. La calibración y el cálculo de los parámetros se realizó en un SLM en transmisión, marca CRL-Opto, modelo XGA-3 TN-LCD, con una resolución de 1024 x 768 píxeles, de un tamaño de 13 μm x 10 μm . Como la calibración requiere el uso de distintas longitudes de onda, se usaron las de 488 y 568 nm de un láser de Ar-Kr, 633 nm de un láser He-Ne y 980 nm del infrarrojo cercano de un diodo láser.

Realizada la calibración del TN-SLM, empleamos el láser de He-Ne para producir una modulación pura de fase. Para ello realizamos una evaluación numérica de la matriz de Jones del sistema para encontrar los estados de polarización más adecuados para el sistema compuesto por el modulador, situado entre un par polarizador – retardador de cuarto de onda. En las configuraciones puras de fase continuas, se requiere que la intensidad de transmisión sea constante, mientras la modulación de fase crece monótonamente. La primera configuración de estas características mantiene una alta intensidad. Sin embargo, el rango de modulación que se obtuvo fue de solamente 0.6π radianes, lo que inhabilita al SLM para aplicaciones difractivas por su baja eficiencia de difracción. Para sortear el problema de la baja modulación de fase, una solución consiste en disminuir la intensidad media [Mar-2010]. En nuestro caso buscamos una configuración de los polarizadores y retardadores de cuarto de onda que redujese la transmisión hasta un 20%, lo que permite incrementar la modulación hasta 0.78π . Aunque pueda resultar poco incremento, el rango de fase alcanzado es justamente el requerido para emplear el perfil de fase de un triplicador [Gor-1998]. La última configuración empleada fue para producir una modulación binaria de fase. Para este perfil de fase sólo se requiere encontrar dos valores del

nivel de gris que generan una diferencia de fase de π , y que posean la misma intensidad en la transmisión.

A pesar de no alcanzar la modulación ideal de 2π radianes, fue posible reproducir elementos difractivos empleando los perfiles de fase triplicadora y de fase binaria π . Para el primer perfil de fase realizamos una red de difracción normal, y una red “tenedor” (*Fork Grating*), una red de fase lineal con una fase espiral. En ambos casos generamos en primer lugar el perfil de fase lineal y posteriormente, empleamos una tabla LUT para reemplazar los valores a un perfil de triplicador de acuerdo con el procedimiento descrito en el Capítulo 3.

Para el perfil binario empleamos los mismos elementos. Una red binaria y una red tenedor. En ambos casos empleamos una lente para producir la transformada de Fourier para observar los órdenes de difracción.

La parte final del artículo ilustra el tipo de experiencias relacionadas con la generación de vórtices ópticos que pueden realizarse. El primer elemento difractivo fue una lente, con el fin prescindir de la lente física que suele emplearse en sistemas de producción de vórtices e incorporarla en los siguientes elementos a crear. Se reprodujo una red triplicadora bidimensional, obteniendo un arreglo de 3×3 órdenes de difracción de igual intensidad. A esta red le incorporamos una fase espiral global, lo que da como resultado un arreglo de 3×3 vórtices de igual carga topológica. Por último, en contraste al caso anterior, la fase espiral fue adicionada en cada red, obteniendo una red tenedor vertical y otra horizontal, ambas con igual carga topológica igual a 1. Después de generar estas redes aplicamos la tabla LUT del triplicador. El resultado es una red que genera 3 órdenes, pero con carga topológica -1 , 0 y $+1$ en los órdenes de difracción -1 , 0 y $+1$ respectivamente. Al combinar ambas redes tenedor, el resultado es un arreglo de 3×3 vórtices con carga topológica variable igual a la suma de las cargas en dirección x e y .

En resumen, el trabajo ha mostrado la utilidad de los SLM de tipo TN como elementos prácticos para la realización de óptica avanzada o en laboratorios docentes. Elementos difractivos tan interesantes como las redes triplicadoras, o las redes generadoras de vórtices pueden reproducirse fácilmente una vez se han configurado convenientemente los dispositivos.

Vortex beam generation and other advanced optics experiments reproduced with a twisted-nematic liquid crystal display with limited phase modulation

Aaron Cofré⁽¹⁾, Pascuala García-Martínez⁽²⁾, Asticio Vargas⁽³⁾ and Ignacio Moreno⁽¹⁾

1. Departamento de Ciencia de Materiales, Óptica y Tecnología Electrónica, Universidad Miguel Hernández, 03202 Elche, Spain.
2. Departament d'Òptica, Universitat de València, 46100 Burjassot, Spain.
3. Departamento de Ciencias Físicas, Universidad de La Frontera, Temuco, Chile.

Abstract

In this work we propose the use of the twisted-nematic liquid-crystal spatial light modulators (TNLC-SLM) as a useful tool for students to get trained in manipulation of light beams with phase-only masks. In particular, we focus the work on the realization of phase only gratings and phase-only spiral phases for the generation of vortex beams, beams carrying orbital angular momentum (OAM). Despite the extensive activity in this field, its experimental implementation for educational purposes is limited because it requires the use of very expensive high-resolution liquid-crystal on silicon (LCOS) SLMs. Here, we show that a low cost experimental implementation can be done with older TNLC technology. However, these devices, intended for display applications, exhibit rather limited optical phase modulation properties in comparison with modern LCOS devices, such as a very low range of phase modulation, and a general coupled intensity modulation. However, we show that a precise characterization of their retardance parameters permits to operate them in useful modulation configurations. As examples, we include one continuous phase-only configuration useful to reproduce the optimal triplicator phase grating, and a binary π -phase modulation. We include experiments with the realization of different phase diffraction gratings, and their combination with spiral phase patterns and lens functions to generate a variety of vortex beams.

Keywords: Liquid crystal displays, polarization, diffraction, vortex beams.

1. INTRODUCTION

Spatial light modulators (SLM) have become very popular optical devices in many different advanced fields optics due to their ability to manipulate light waves [1]. Since their introduction in the mid eighties [2], liquid crystal (LC) based SLMs have been the most useful technology. Current LC-SLM technology is mostly based on liquid-crystal on silicon (LCOS) devices [3], due to the improved resolution and modulation efficiency. Typically, parallel-aligned (PA) or vertically aligned (VAN) LCOS devices act as pixelated programmable retarders, and they operate as phase-only modulators for linearly polarized light oriented parallel to the LC director. Although the related scientific community nowadays uses regularly such LCOS displays, they are considered as expensive equipment and its use is mostly assigned to advanced scientific research, and their use in educational projects or students laboratories, although perceived as extremely interesting, is rather limited [4].

On the other hand, the twisted-nematic (TN) configuration continues to be extensively employed in LC display applications [5], and they can be widely found in smartphones, tablets and LCD televisions. Therefore, TNLC-SLM are considerably less expensive than LCOS-SLM. However, they have been abandoned for research projects due to two important limitations in their operation as phase-only modulators: 1) a strong coupling happens between amplitude and phase modulation, and 2) they present a very reduced range phase modulation (much less than the required 2π phase modulation). Although TNLC-SLM can be also be used as polarization-selective devices [6], they have been in general also abandoned for this application due to the simplicity of LCOS devices.

However, the purpose of this work is to highlight that TNLC-SLMs can still be extremely useful devices, but they must be properly operated. In particular, their use for educational projects is very interesting because of their low cost [7]; they can even be extracted from projection devices [8]. We present an educational system that we have developed at the students' optical lab, where a TNLC-SLM is configured to reproduce different phase-only masks. Students learn and experience about the design and realization of diffractive elements. We use a low power He-Ne laser, since it is a cheap laser, widely used in educational laboratories. But its wavelength of 633 nm is a handicap, since this long wavelength provides even reduced phase modulation (typically, shorter wavelengths have been utilized to try to compensate this effect [9]). However, as we show next, the proposed educational system based on this highly limited TN-LC-SLM is able to reproduce results of perfect phase-only SLMs.

The work contains two different parts: 1) The configuration of the TN-LC-SLM as a phase-only SLM by means of an elliptically polarized light configuration and; and 2) its use to display different phase diffractive elements and experimentally verify the design properties. Therefore, students at different levels can accomplish different tasks with different degree of complexity. The first task requires a number of different experiments. Therefore, it can be considered as part of the experimental arrangement that the teacher prepares, but also can serve as a very illustrative experiment for advanced students with experience in optics and photonics. The

second task is more appropriate for students initiating their education in optics, where they can start experiencing diffraction and interference by different phase-only masks, with the great flexibility that SLM provide. In particular, we present a set of experiments that includes different designs of diffraction gratings, and their combination with spiral phase patterns to generate different types of vortex beams, light beams carrying orbital angular momentum. This is one topic that it is receiving a great deal of attention in optics and photonics due to its large number of applications in many different fields [10]. Some educational systems have been proposed using computer-generated holograms to introduce it in optics teaching labs [11-13].

The paper is organized as follows. In Section 2 we include the calibration procedure to achieve the correct settings and polarization configuration of the TNLC-SLM. We show that only a limited phase-only modulation is achievable with this device, but with the aid of the presented precise calibration technique it is possible to find other useful and illustrative configurations. Next, Section 3 describes the procedure to properly encode phase-only diffractive mask designs, and the corresponding experimental result that demonstrate the usefulness of the developed system. Finally, conclusions are given in Section 4.

2. CALIBRATION OF THE TN-LC MODULATOR

As mentioned earlier, a TN-LC-SLM is not, in general, directly useful to provide a phase-only modulation response. However, when properly operated with elliptically polarized light, they can be useful devices for this task. But this requires a precise calibration of the polarization modulation properties of the device. Several techniques have been proposed in the literature. Some use a “black box” calibration [9], but a calibration based on the physical parameters of the LC distribution is preferably because provides the insights of the optical modulation [14]. Since the information about these parameters is usually not available in commercial displays, a number of reverse engineering experiments have been proposed to measure such parameters. In this work we follow the technique proposed in Refs. [15-17]. This procedure involves two steps: 1) a calibration in the off-state, without applied voltage, that determines the LC director orientation (Ψ_D), the twist angle (α) and the maximum retardance $\beta_{\max}(\lambda)$ as a function of wavelength, and 2) a calibration of the variation of the effective retardance $\beta_{\text{ef}}(V, \lambda)$ of the LC layer as a function of wavelength and applied voltage, and a second effective retardance parameter $\delta_{\text{ef}}(V, \lambda)$, that also depends on the wavelength and the voltage, and that accounts for the phase shift introduced by the LC layers at the cell edges, which are not able to tilt with applied voltage as the central layers do.

Although this procedure has been reported earlier, next we briefly review it for completeness and to show its application to the specific display we are using for this work. We then illustrate how it can be applied to operate the TN-LC-SLM in various modulation regimes.

2.1 Mathematical description based on the Jones matrix formalism

The polarization properties of a TN-LC modulator can be quantitatively described with a Jones matrix \mathbf{M}_{LCD} as [16]:

$$\mathbf{M}_{\text{LCD}}(\alpha, \beta_{ef}, \delta) = e^{-i(\beta_{ef} + 2\delta_{ef})} \mathbf{R}(-\alpha) \cdot \mathbf{M}(\alpha, \beta_{ef}, \delta_{ef}), \quad (1)$$

where $\mathbf{R}(-\alpha)$ is the 2x2 rotation matrix

$$\mathbf{R}(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

and $\mathbf{M}(\alpha, \beta_{ef}, \delta_{ef})$ is given by

$$\mathbf{M}(\alpha, \beta_{ef}, \delta_{ef}) = \begin{pmatrix} X - iY & Z \\ -Z & X + iY \end{pmatrix}, \quad (3)$$

with

$$X = \cos(\gamma) \cos(2\delta_{ef}) - \frac{\beta_{ef}}{\gamma} \sin(\gamma) \sin(2\delta_{ef}), \quad (4a)$$

$$Y = \cos(\gamma) \sin(2\delta_{ef}) + \frac{\beta_{ef}}{\gamma} \sin(\gamma) \cos(2\delta_{ef}), \quad (4b)$$

$$Z = \frac{\alpha}{\gamma} \sin(\gamma), \quad (4c)$$

$$\gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta_{ef}^2}. \quad (4d)$$

The retardance parameters β_{ef} and δ_{ef} depend on the wavelength, being greater as the wavelength decreases, and with the applied voltage. The effective retardance of the central layer, β_{ef} achieves the maximum value (β_{max}) when $V=0$ that is given by

$$\beta_{\text{max}} = \frac{\pi}{\lambda} \Delta n \cdot d, \quad (5)$$

where Δn denotes the birefringence of the LC material, and d is the thickness of the LC layer. β_{ef} is reduced monotonically as V increases. The effective retardance of the edge LC layers is $\delta_{ef} = 0$ when $V=0$ and increases with voltage, typically to small but not negligible values [16,17]. When different voltages are applied to the device, the parameters β_{ef} and δ_{ef} change due to the tilt of the LC director, and so do the X , Y , Z parameters in Eqs. (3)-(4), accounting for the polarization modulation properties of the modulator.

The Jones matrix provides related expressions for the normalized intensity transmission of the TN-LC modulator inserted between two polarizers as [17]:

$$\tau(\varphi_1, \varphi_2) = [X \cos(\varphi_1 - \varphi_2 + \alpha) + Z \sin(\varphi_1 - \varphi_2 + \alpha)]^2 + [Y \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \alpha)]^2. \quad (6)$$

where φ_1 and φ_2 denote the angles of the two polarizers respectively. The phase modulation of the polarizer-TNLC-polarizer system is also derived from the Jones calculus as [17]:

$$\Gamma(\varphi_1, \varphi_2) = \beta_{ef} + 2\delta_{ef} + \tan^{-1} \left[\frac{Y \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \alpha)}{X \cos(\varphi_1 - \varphi_2 + \alpha) + Z \sin(\varphi_1 - \varphi_2 + \alpha)} \right]. \quad (7)$$

The Jones matrix in Eq. (1) assumes that the LC director at the input surface is aligned with the x -coordinate axis. Since this is not usually the case, the polarizer angles ϑ_1 and ϑ_2 in the laboratory framework are related as $\varphi_1 = \vartheta_1 - \Psi_D$ and $\varphi_2 = \vartheta_2 - \Psi_D$, where Ψ_D represents the orientation of the LC director at in the input surface in the laboratory framework.

Once the device has been calibrated, Eqs. (6) and (7) serve to numerically evaluate the optical modulation properties of the modulator, and to seek for a desired modulation regime.

2.2. Determination of the physical parameters of the TN-LC modulator

The first step in the TN-LC modulator calibration is the determination of the parameters in the off state (no applied voltage). For this calibration, we follow Ref. [15], where the two polarizers are oriented parallel, $\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta$, and are simultaneously rotated. For parallel polarizers, Eq. (6) turns to

$$\tau(\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi) = [X \cos(\alpha) + Z \sin(\alpha)]^2 + [Y \cos(2\vartheta - \alpha - 2\Psi_D)]^2. \quad (8)$$

This equation shows the intensity oscillates with ϑ , with a base constant term and the amplitude of oscillations depending on the parameters of the device: the twist angle α , the orientation of the LC director Ψ_D , and the retardance β_{\max} .

We calibrated the physical parameters of our display, a SLM from CRL-Opto, model XGA-3 TN-LCD, with 1074x768 pixels. In order to avoid ambiguities, it is convenient to use various wavelengths. We used four wavelengths: 488 and 568 nm from an Ar-Kr laser, 633 nm from a He-Ne laser, and 980 nm from a near infrared (IR) diode laser. Note that, if different lasers are not available, a regular tungsten lamp, and a spectrometer could be used instead [17].

In Fig. 1(a), the dots show the experimental normalized intensity transmission of the TN-LC-SLM in the off-state for the four wavelengths as both input polarizer and output analyzer are set parallel and rotated simultaneously. These curves show the expected oscillation, but the amplitude and base of the oscillation depends on the wavelength. Fitting these four curves to Eq. (8) permits to obtain the parameters Ψ_D , α , and the retardances $\beta_{\max}(\lambda)$ for the four calibration wavelengths. The condition $\beta_{\max}(\lambda=980 \text{ nm}) < \beta_{\max}(\lambda=633 \text{ nm}) < \beta_{\max}(\lambda=568 \text{ nm}) < \beta_{\max}(\lambda=488 \text{ nm})$ is imposed, since the retardance must increase as the wavelength decreases, in agreement with Eq. (5).

The fit is made simultaneously for all four curves and the best result is obtained for values $\Psi_D=3^\circ$, a twist angle $\alpha=93^\circ$, and retardance values $\beta_{\max}(\lambda=980 \text{ nm})=76^\circ$, $\beta_{\max}(\lambda=633 \text{ nm})=121^\circ$, $\beta_{\max}(\lambda=568 \text{ nm})=141^\circ$ and $\beta_{\max}(\lambda=488 \text{ nm})=171^\circ$. Note the low values of the maximum retardance, due to the tendency to fabricate display devices with very thin LC layers, in order to achieve faster switching. Indeed, these low values cause very low phase-modulation range, much less than the 2π phase modulation required in diffractive applications.

Figure 1(b) shows these retardance values as a function of wavelength, together with an interpolation curve. This permits to extend the calibration to other wavelengths not used in the calibration process.

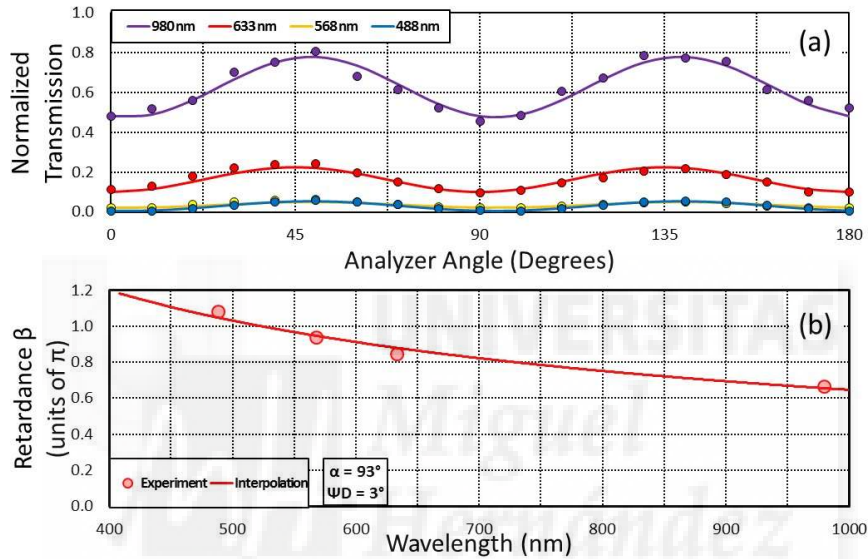


Fig. 1. (a) Transmission of the TN-LCSLM in the off state in between parallel polarizers as a function of the input polarizer. (b) Maximum retardance as a function of wavelength.

2.3 Determination of the effective retardance variation with voltage

The final calibration step is designed to measure the effective retardance parameters (β_{ef} and δ_{ef}) as a function of the applied voltage. The voltage applied to each pixel of the display is determined by the addressed gray level (g), which ranges from 0 to 255. Maximum voltage is applied with zero gray level, and the voltage decreases as g increases.

For this calibration we follow Ref. [16], and an initial configuration of the polarizers is selected with the first polarizer oriented parallel to the LC director at the input surface, $\varphi_1 = 0$, and the output analyzer is crossed to the output orientation of the LC director, i.e. $\varphi_2 = \alpha + 90^\circ$. The normalized intensity transmission for this configuration is

$$\tau_1(\varphi_1 = 0, \varphi_2 = \alpha + 90^\circ) = Z^2 \quad (9)$$

Note that this relation does not depend on the retardance δ_{ef} of the edge layers, so it permits to measure the voltage dependence of the retardance parameter $\beta_{ef}(\lambda, g)$ for the four wavelengths. Figure 2(a) shows the experimental data captured, and the continuous curves show the numerical intensity transmission fitted with Eq. (9) to obtain the evolution of $\beta_{ef}(g)$. In the fitting process we impose the condition that the effective retardance for different wavelengths maintain the same ratio as they present for the $\beta_{\max}(\lambda)$ values obtained in the off-state calibration as in Section 2.1. Note that the intensity variation ranging from a maximum transmission value equal to one to a zero transmission value is only complete for the lower wavelength of 488 nm.

Two additional configurations of the polarizers are used for the calibration procedure, with the following angles of the polarizers and the corresponding intensity relations derived from Eq. (6):

$$\tau_2(\varphi_1 = 45^\circ, \varphi_2 = \alpha - 45^\circ) = 1 - X^2, \quad (10a)$$

$$\tau_3(\varphi_1 = 22.5^\circ, \varphi_2 = \alpha + 112.5^\circ) = Z^2 + \frac{1}{2}Y^2. \quad (10b)$$

Figures 2(b) and 2(c) show the corresponding experimental intensity transmission for these three configurations. These two relations are used to measure the values of the retardance in the edge layers, $\delta_{ef}(\lambda, g)$ as a function of the gray level, assuming the values of $\beta_{ef}(\lambda, g)$ measured from the data in Fig. 2(a). Note that all three curves in Fig. 2 show rather similar evolution, since the LC layer is very thin. Nevertheless, they provide the required information to operate the display.

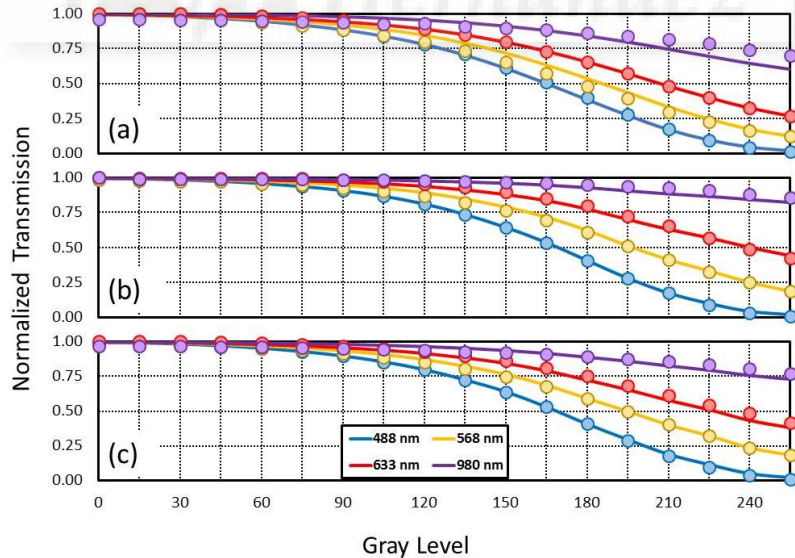


Fig. 2. Experimental intensity transmission and corresponding numerical fit for the three polarization configurations used for the calibration of the retardance parameters (Eqs. (9) and (10)).

Figure 3 shows the variation with gray level of the two retardance parameters $\beta_{ef}(\lambda, g)$ and $\delta_{ef}(\lambda, g)$. Retardance β_{ef} is the main parameter that causes the optical modulation. It has the maximum value for $g=255$, and monotonically decreases as the gray level is reduced. The values of δ_{ef} are very small. Normally those edge layers were simply neglected in many calibration models. However, they remarkably contribute to accurately describe the optical modulation and it is relevant to take them into account [16].

These results show how reduced is the retardance variation in this display. In the results in Fig. 2 it is clear that the polarization rotation characteristic of the TN configuration is only fully obtained for the lower wavelength of 488 nm. Therefore, one would initially discard this display for phase-only operation with red light (633 nm).

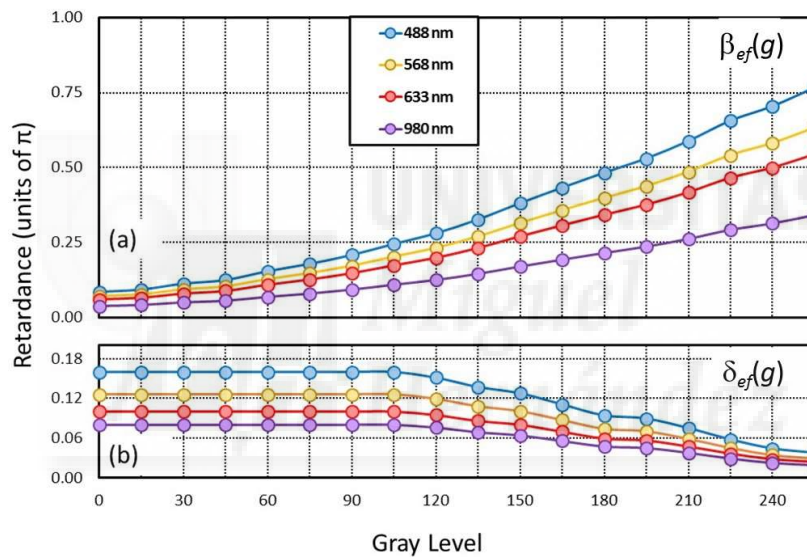


Fig. 3. Dependence of the effective retardances with gray level and with wavelength: (a) $\beta_{ef}(g)$ and (b) $\delta_{ef}(g)$.

3. OPTICAL MODULATION OPTIMIZATION

For the rest of the paper, we present results only with the He-Ne laser with 633 nm wavelength. Although this is a rather long wavelength, and it provides extremely limited phase modulation for this display, we show next that it is still useful for interesting advanced optical experiments. Furthermore, it is a very common and available laser, widely used for educational laboratories.

Once the TN-LC modulator calibration has been completed, it is possible to numerically evaluate the optical modulation through Eqs. (6) and (7), in order to find polarization configurations that are useful. In particular, a technique that has been demonstrated to be very

useful to achieve a phase-only modulation is based on using elliptically polarized light configurations [18]. For that reason, we incorporate two quarter-wave retarders (QWR) to create a polarizer -QWR - TNLC-SLM - QWR - polarizer system. Therefore, we have four variables to play with to change the optical modulation: the orientation of the two linear polarizers, and the orientation of the two QWRs.

We are interested in operating the display as a phase-only modulator. As a first example, Fig. 4(a) shows the intensity transmission and the phase modulation for a configuration based on the rotated eigenvector concept [19]. Here the relative intensity transmission remains almost constant at one (blue curves), whereas the phase modulation increases monotonically (red curves). Here the continuous curves denote the numerical calculation derived from Eqs. (6) and (7), while the points and crosses correspond to the experimentally measured data. The phase modulation has been measured using the technique presented in Ref. [20], which uses the relative intensity of the zero and first diffraction orders generated by a binary grating displayed on the SLM. The numerical and experimental results show an excellent agreement, which validates the calibration detailed in Section 2. However, the range of phase modulation is very low, of only 0.6π radians and apparently this device is useless for diffractive applications. However, different approaches can be followed to solve this situation. The modulation in Fig. 4(a) is obtained by rotating the linear polarizers and QWRs as $\vartheta_{1P} = 110^\circ$, $\vartheta_{1R} = 51^\circ$, $\vartheta_{2R} = 53^\circ$ and $\vartheta_{2P} = 174^\circ$, where subindices P/R correspond to the polarizers and the retarder respectively, and subindices 1/2 correspond to before and after the TN-LC modulator.

A first strategy to increase the range of phase modulation consists in reducing the mean intensity value [21]. This is not usually a problem, since in most of the cases the laser must be attenuated to avoid saturation of the CCD output detector that it is used. The results shown in Fig. 4(b) correspond to a case where the relative intensity transmission remains constant, but at the mean value of only 0.2. Now the phase modulation range increased up to 0.78π radians. This still seems to be a very small range, but it corresponds exactly to the range required to reproduce the optimal triplicator diffraction grating [22]. This modulation is obtained by configuring the linear polarizers and QWRs as $\vartheta_{1P} = 101^\circ$, $\vartheta_{1R} = 22^\circ$, $\vartheta_{2R} = 78^\circ$ and $\vartheta_{2P} = 157^\circ$.

Finally, Fig. 4(c) corresponds to another configuration where we seek for a binary phase modulation regime. This configuration is obtained for angles $\vartheta_{1P} = 104^\circ$, $\vartheta_{1R} = 39^\circ$, $\vartheta_{2R} = 83^\circ$ and $\vartheta_{2P} = 153^\circ$. Although it is only a small variation with respect to the previous one, Fig. 4(c) clearly shows that the phase modulation is increased, and a non-negligible coupled amplitude modulation appears. However, gray levels $g=0$ and $g=240$ show almost the same intensity transmission, and a phase difference of π radians. The two arrows in the figure indicate these values. Therefore, this configuration is useful for binary phase modulation. As in the previous configuration, it shows very low values of intensity transmission, but again, this is not a problem in many cases, where the laser beam must be attenuated to avoid saturation in the CCD detector.

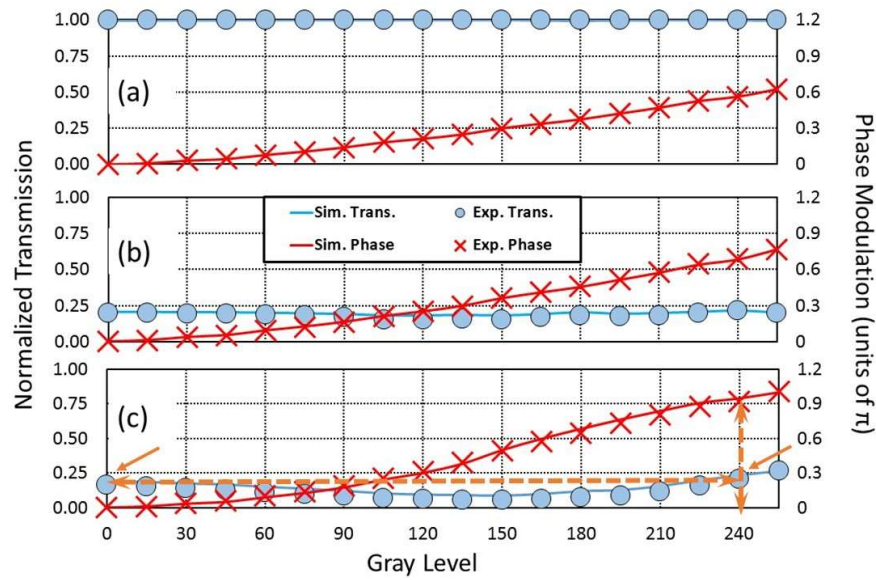


Fig. 4. Intensity transmission and phase modulation as a function of the addressed gray level for: (a) a phase-only configuration with maximum intensity, (b) a phase-only configuration with increased phase range, and (c) a binary π phase-only modulation.

4. EXPERIMENTAL GENERATION OF DIFFERENT GRATINGS AND VORTEX BEAMS

The experiments above demonstrate that the TN-LC-SLM employed here is not capable to produce a phase-only modulation reaching a range of 2π radians. However, as we show next, this does not mean that it is not a useful device for showing diffractive effects. In this section we present two different set of experiments that make use of the modulation configurations shown in Figs. 4(b) and 4(c) respectively to reproduce: a) optimal phase triplicator gratings, and 2) binary gratings. In both cases, we show that the proper coding of ideal blazed diffractive elements (with phases from 0 to 2π) still can be experimentally reproduced, thus representing a very useful educational tool.

4.1 Optical system

In order to show these diffraction experiments, the optical system in the laboratory is the following (Fig. 5): the TNLC-SLM is illuminated with the He-Ne laser beam of 633 nm, which has been spatially filtered and collimated. The SLM is placed in between the linear polarizer – QWP pair, and in each case the angles are configured as indicated in the previous section. A converging lens is included after the last polarizer, with a focal length of 1000 mm, to focus the Fourier transform pattern onto CCD camera, (Basler, model scA1390-17fc, with 1392×1040 pixels).

The pixelated structure of the SLM adds additional orders. Here we are isolating the zero order. Since the SLM has a pixel spacing of $\Delta=18\ \mu\text{m}$, and a pixel active area of $13\ \mu\text{m} \times 10\ \mu\text{m}$, its fill factor is $F\approx 40.1\%$. Therefore, the energy going to the zero order is equal to $F^2\approx 16.1\%$.

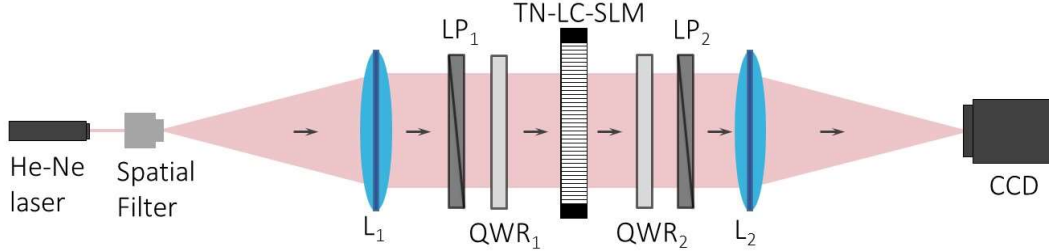


Fig. 5. Scheme of the optical system.

4.2 Diffraction gratings in the triplicator modulation regime

The continuous phase modulation in the configuration in Fig. 4(b) provides a range of only 0.78π radians. However, this reduced value of phase modulation is enough to reproduce the optimal phase triplicator grating derived by Gori *et al* [22]. The diffraction pattern created by this grating has three equally intense diffraction orders, the zero order and the minus and plus one diffraction orders, with the optimal diffraction efficiency. This triplicator phase grating profile $\phi_T(x)$ is given by the relation

$$\tan[\phi_T(x)] = a \cos(x), \quad (11)$$

where $a=2.65718$, and its global diffraction efficiency (i.e., the total relative intensity in the zero and ± 1 diffraction orders) is about 93% [22].

Figure 6(a) compares the phase profile of a blazed phase grating, with a linear phase profile going from $-\pi$ to $+\pi$ radians in each period (three periods are shown), with the triplicator phase profile $\phi(x)$, which only ranges from -0.39π to $+0.39\pi$ radians. Therefore, it requires a total phase modulation of 0.78π radians, which is fulfilled by our SLM in the configuration in Fig. 4(b). Figure 6(b) shows the gray level image that is addressed to the TN-LC-SLM to generate this grating. A relatively large period of $p=86$ pixels is selected in order to reproduce correctly the continuous phase profile, and to avoid additional effects due to spatial discretization and phase quantization. Figure 6(c) shows the experimental diffraction pattern captured with the CCD, which successfully reproduces three equally intense diffraction orders.

Figure 6(a) also illustrates how the triplicator grating can be viewed as a phase look-up table (LUT) applied the blazed phase profile to obtain the triplicator phase profile. Viewed this way, it can be generalized to other blazed diffractive elements, such as spiral phases or diffractive lenses. For instance, Fig. 6(d) illustrates the forked blazed grating that is obtained

after adding mod 2π the phases of a linear blazed phase grating and a spiral phase pattern. This phase-only profile is described by the following complex transmittance:

$$g(x, \theta) = \exp[-i\phi(x, \theta)] = \exp\left[-i\left(\frac{2\pi x}{p} - \ell\theta\right)\right], \quad (12)$$

where $\theta = \arctan(y/x)$ is the azimuth angle, p is the period of the grating, and $\ell = 1$ is the topological charge. The phase profile $\phi(x, \theta)$ is a blazed profile, in the sense that the phase histogram shows a uniform distribution of phase values from $-\pi$ to $+\pi$ radians. This grating creates a single first diffraction order, carrying $\ell\hbar$ orbital angular momentum (OAM) per photon, with topological charge $\ell = 1$ [23]. However, a phase-only SLM with a 2π phase modulation range is required for its correct reproduction.

Instead, the blazed grating to triplicator grating phase LUT indicated in Fig. 6(a) can be applied to the phase image in Fig. 6(d). The result is a new phase image shown in Fig. 6(e), which has phase values in the range from -0.39π to $+0.39\pi$ radians that we can reproduce. The resulting phase mask can be expanded in a Fourier series as [24,25]

$$g'(x, \theta) = \exp[-i\phi_T(x, \theta)] = \text{LUT}[g(x, \theta)] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \exp\left[-in\left(\frac{2\pi x}{p} - \ell\theta\right)\right], \quad (13)$$

where c_n are the Fourier coefficients related to phase profile. In the case of the triplicator profile, the intensity is basically concentrated on the orders $n=0$, and $n=\pm 1$ since $|c_0|^2 = |c_{+1}|^2 = |c_{-1}|^2 = 31\%$. But according to the Fourier series in Eq. (13), each order n carries a topological charge $n\ell$. This is verified in the experimental result observed in Fig. 6(f). Again basically only three diffraction orders are generated, with a zero order that remains a bright diffraction order, while orders $n=\pm 1$ reproduce the typical doughnut shape characterizing topological charges $\ell = \pm 1$.

These results show therefore the utility of the highly limited modulation SLM that we are using for reproducing interesting OAM gratings. In particular, note that this vortex triplicator design achieves the maximum diffraction efficiency, even improving other designs based on Dammann gratings [26,27]. Therefore, it can be very useful as a vortex sorter as required in optical communications system encoding information in the OAM content of the beam [27,28].

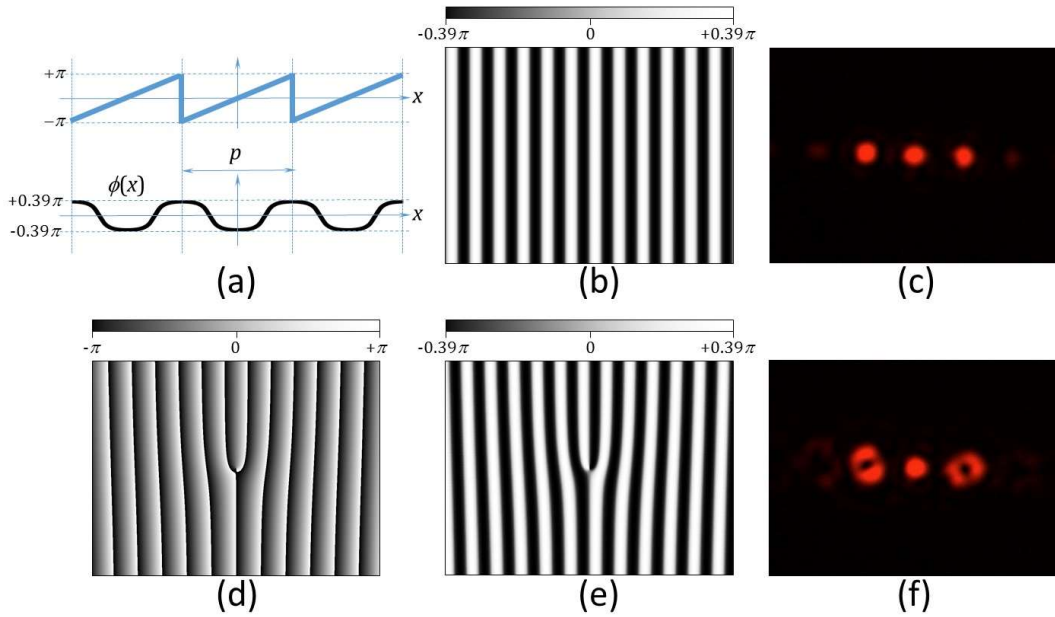


Fig. 6. (a) Comparison of the phase profile for a blazed grating and a triplicator grating. (b) Triplicator grating addressed to the TN-LC-SLM. (c) Experimental diffraction pattern obtained with (b). (d) Blazed pattern resulting from adding a linear phase and a spiral phase. (e) Triplicator version of (d). (f) Experimental diffraction pattern obtained with (e).

4.3 Generalized diffraction patterns in the binary π -phase modulation regime

While the profile defined by Eq. (11) is the optimal for a triplicator (three equally intense orders), the optimal profile for a duplicator (two equally intense diffraction orders) is obtained with the binary π -phase profile [22]. For this grating, when the duty cycle is of 50%, the diffraction efficiency diffraction orders $n=\pm 1$ each receives 40.5% of the total energy [29]. Since we can reproduce this profile using the polarization configuration in Fig. 4(c), in this subsection we present additional results with this type of modulation.

Figure 7 illustrates the results equivalent to those in Fig 6, but obtained with binary phase masks implemented in the TN-LC-SLM operating in the binary modulation mode described in Fig. 4(c). Here we use a simple conversion from a blazed phase element into the corresponding binary phase element can also be viewed as a phase LUT, transforming the phase levels of $\varphi(x)$ into the binary profile $\phi_B(x)$ (Fig. 7(a)). However, note that other different algorithms to produce binary encoding from complex distributions can be found in Refs. [13,30]. After the mask binarization, the two phase levels are assigned to gray levels $g=0$ and $g=240$, corresponding to a phase difference of π radians. The experimental result with the binary phase grating verifies the correct modulation (Fig. 7(c)). Two bright $n=\pm 1$ diffraction orders appear, while the zero diffraction order has disappeared. Because the duty cycle of the grating is of 50%, the $n=\pm 2$ also

vanish, and the next orders that receive intensity are $n=\pm 3$, but so weak that can be considered as negligible.

Figures 7(d), 7(e) and 7(f) illustrate the generation of the vortex fork grating in this binary mode. Again the same Fourier series decomposition as in Eq. (13) can be applied, but now the Fourier coefficients change to be $|c_{+1}|^2 = |c_{-1}|^2 = 40.5\%$ while $|c_0|^2 = 0$. The experimental result in 7(f) verifies the production of the vortex beams with topological charges $\ell = \pm 1$. Again the zero order is absent, due to the π -phase between the two levels in the grating.

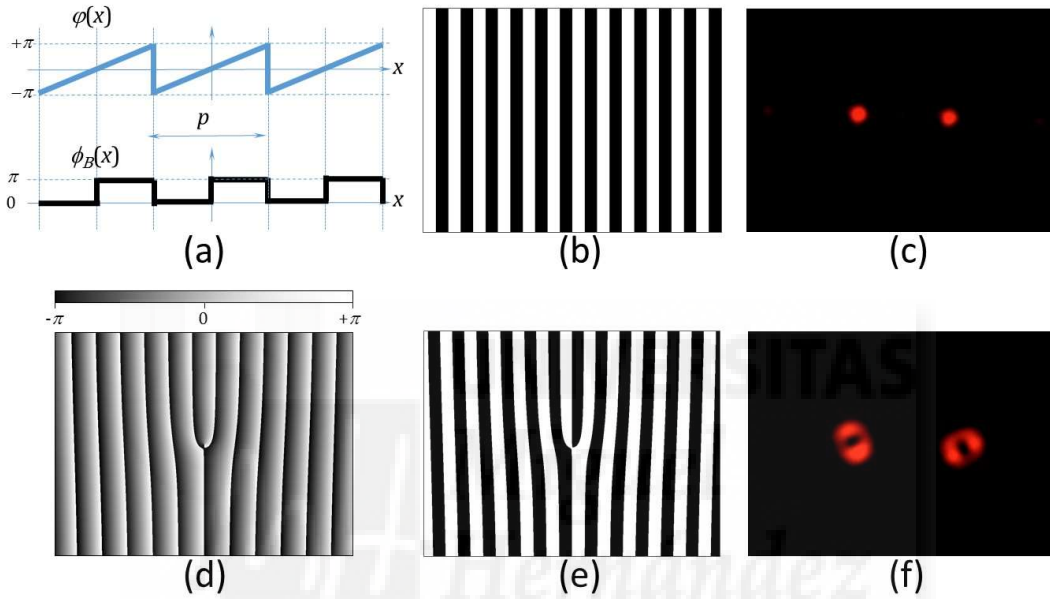


Fig. 7. (a) Comparison of the phase profile for a blazed grating and a binary grating. (b) Binary phase grating addressed to the TN-LC-SLM. (c) Experimental diffraction pattern obtained with (b). (d) Blazed pattern resulting from adding a linear phase and a spiral phase. (e) Binary version of (d). (f) Experimental diffraction pattern obtained with (e).

However, the binary modulation regime can be much more exploited if a diffractive lens is also encoded in the SLM. A diffractive lens is defined by a phase-only transmittance characterized by a quadratic phase factor

$$l(r) = \exp(-i\pi r^2 / \lambda f), \quad (14)$$

where f denotes the lens focal length, λ is the wavelength, and $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ is the radial coordinate. This blazed diffractive lens focuses a collimated beam into a single plane located a distance f from the SLM. However, if this blazed phase profile is modified with a given phase

LUT, multiple focal planes appear corresponding to the different harmonic terms in the Fourier expansion as:

$$I'(r) = \exp[-i\phi_B(r)] = \text{LUT}[I(r)] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \exp\left[-in\left(\frac{\pi r^2}{\lambda f}\right)\right]. \quad (15)$$

This relation shows that the modified version consists in a series of lenses, corresponding to the diffraction orders n , each one with focal length $f_n = f/n$ and a weight defined by the corresponding Fourier coefficient c_n [24].

The π -binarization case is of special interest, since most of the energy is distributed among orders $n=\pm 1$. The order $n=1$ corresponds to the real focalization with a positive lens, while the order $n=-1$ corresponds to a negative lens. Therefore, a lens encoded on the SLM in this binary modulation mode basically creates two beams, one that can be focused on the CCD detector, and another with the same energy but diverges from the SLM, thus reaching the CCD completely out of focus. This is illustrated in Fig. 8, which is the same initial system as in Fig. 5, but where lens L_2 has been removed and instead has been replaced by a lens encoded on the SLM.

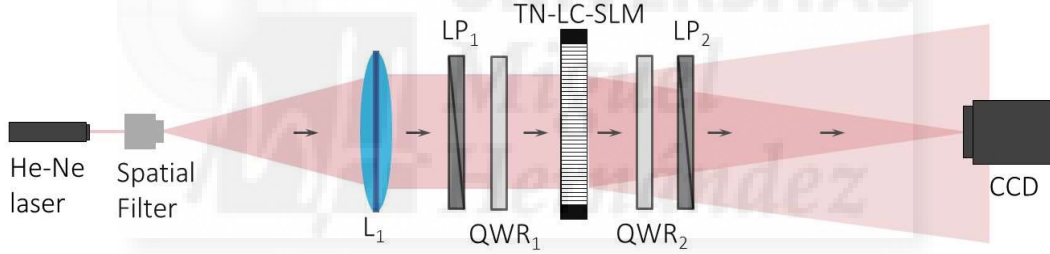


Fig. 8. Scheme of the modified optical system when a diffractive lens is encoded onto the TNLC-SLM.

Operating in this way it is possible to reproduce experiments with any ideal phase-only function $\exp[i\phi(x, y)]$ in the range 0 to 2π . All that is necessary to do is to codify this function together with a diffractive lens in the form of a new phase only function $g(x, y) = \exp\left[i\left\{\phi(x, y) - \frac{\pi r^2}{\lambda f}\right\}\right]$, and then binarize the resulting phase pattern. The application of the Fourier expansion to this binarized phase pattern can be approximated as:

$$\begin{aligned} g'(x, y) &= \text{LUT}[g(x, y)] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \exp\left[in\left(\phi(x, y) - \frac{\pi r^2}{\lambda f}\right)\right] \cong \\ &\cong c_1 \exp(i\phi(x, y)) \exp\left(-i\frac{\pi r^2}{\lambda f}\right) + c_{-1} \exp(-i\phi(x, y)) \exp\left(+i\frac{\pi r^2}{\lambda f}\right). \end{aligned} \quad (16)$$

This shows that the light emerging the SLM basically contains two beams, one that is focused a distance f from the SLM, which reproduces the diffraction pattern created by the phase function $\varphi(x, y)$, and another beam diverging from the SLM that is spatially modulated by the complex conjugated version of $\varphi(x, y)$.

Therefore, a CCD detector located at the focusing plane in Fig. 8 captures the diffraction patterns as if the ideal phase mask had been displayed in a perfect $0-2\pi$ phase-only modulator, since the diverging beam appears only contributes to some negligible noise. The only disadvantage compared to an ideal phase modulator is a reduction of the efficiency to a factor of only 40.5%. However, as mentioned before, this is not a problem in most of the cases.

Note that the selection of the binary modulation mode in Fig. 4(c) is more appropriate to apply this technique than the selection of the triplicator modulation configuration in Fig. 4(b). The first-order component is less intense in the triplicator mode (31%) than in the binary mode (40.5%). But more important, the zero order component present in the triplicator would contribute to a non-diffracted beam that traverses the SLM without being affected ($n=0$ provides an infinite focal length in the decomposition in Eq. (15)). Therefore, this beam would not be as weak as the diverging beam, and contributes to create a background noise.

Figure 9 illustrates the experimental realization of various cases producing vortex beams in different ways. In each case we show the binary phase mask that is displayed on the TN-LC-SLM (here black and white correspond to phases 0 and π respectively) and the experimental diffraction pattern captured by the CCD detector. We selected a focal length of $f = 1500\text{mm}$ in the encoded lens, to maintain fixed the position of the CCD, and to ensure that we do not reach the sampling Nyquist limit for the lens [24].

Figure 9(a) corresponds to the realization of a spiral phase with topological charge $\ell = 1$ combined with the lens pattern, creating a spiral diffractive lens (left side of Fig. 9(a)), that focuses in the form of a single vortex (doughnut) beam (right side of Fig. 9(a)). In Fig. 9(b) we designed a diffractive pattern that creates an array of 3×3 equally intense diffraction orders. This is done by the product of two triplicator gratings, one in the x -direction, and another in the y direction (note that this combined grating could not be displayed with the triplicator modulation mode, since the product of the two triplicators give phase values that exceed the phase modulation range in Fig. 4(b)). Then, this product of triplicators is multiplied by the lens function, and the final phase pattern is binarized, providing the mask in Fig. 9(b). The corresponding experimental result shows an excellent generation of the 9 orders with the same intensity.

Figures 9(c) and 9(d) show two different combinations of this previous 3×3 grating with spiral phases. In Fig. 9(c), the product of the x -triplicator, the y -triplicator and the spiral phase of $\ell = 1$ is created. This product of three functions creates a convolution of the corresponding diffraction patterns in the Fourier plane, thus creating an array of 3×3 vortex beams, all of charge $\ell = 1$. The product with the lens function and the binarization of the final phase pattern provides

the mask in Fig. 9(c). The corresponding experimental captured pattern verifies the generation of these 9 vortex beam.

On the contrary, in Fig. 9(d) we changed the order in which the mask is designed, to generate a different array of vortex beams with variable topological charge [31]. Here, first a blazed linear grating in the x -direction is multiplied by spiral phase of charge $\ell = 1$, and then the triplicator LUT is applied. The result is therefore equivalent that in Fig. 6(f), thus generating beams with charges $\ell = n_x$, $n_x = 0, \pm 1$ denoting the order index in the x direction. Then, this grating is multiplied by another grating designed in the same manner, but oriented in the y -direction. This second grating again creates three beams with topological charges given by $\ell = n_y$, $n_y = 0, \pm 1$ denoting the order index in the y direction. The product of these two gratings creates the array of 3×3 beams, but now the total topological charge is given by the addition of the corresponding charge in each direction, i.e., $\ell = n_x + n_y$. This is why the doughnut focalization appears in orders $(n_x, n_y) = (\pm 1, 0)$ and $(0, \pm 1)$. The anti-diagonal orders in locations $(n_x, n_y) = (1, 1)$ and $(-1, -1)$ have topological charges $\ell = +2$ and $\ell = -2$ respectively, and the doughnut focalization appears with larger diameter. Finally, the diagonal orders, $(n_x, n_y) = (1, -1)$, $(0, 0)$ and $(-1, 1)$ they all show a bright diffraction peak, corresponding to the cancellation of the topological charge.

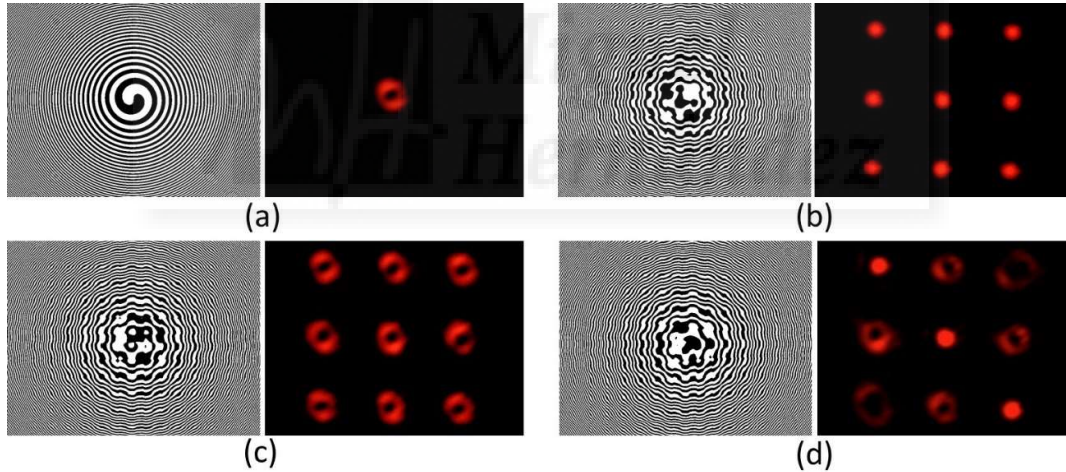


Fig. 9. Binary phase masks and their corresponding experimental results: (a) Vortex lens, (b) 3×3 array, (c) 3×3 vortex array with constant topological charge and (d) 3×3 vortex array with variable topological charge.

5. CONCLUSIONS

In summary, we showed that low cost TNLC-SLMs can be used to learn many subjects in advanced optics. Although their use for research laboratories became obsolete after the advent of modern LCOS displays, we show that TNLC-SLMs can be very useful. Polarization, anisotropic

optical materials, diffraction and the generation of optical vortices are all subjects with very high interest to undergraduate, graduate and doctorate students in physics. Here we proposed “removing the dust” from our old TNLC-SLM and use them to teach all those subjects. This kind of experimentation based on LC-SLM serves to complement other kind of experiments where LC materials are studied from a more fundamental point of view [32], and helps to understand one of the main uses of LC nowadays and advanced photonics, as it is the production of SLMs for the control of laser beams in OAM systems.

After a calibration procedure to determine the microscopic parameters of the device, specific configurations of the polarizer-QWR-TN-LC-SLM-QWR-polarizer system can be found to reproduce some useful optical modulation regimes. We have been able to obtain a phase-only modulation with enough phase range to experimentally reproduce triplicator gratings. In a second configuration, we have been able to reproduce binary π -phase-only modulation. This second configuration has been exploited to display different variants of vortex generating diffraction gratings. In combination with an encoded diffractive grating, it is possible to reproduce ideal phase-only masks, simply with a reduction of efficiency.

Moreover, these two modulation regimes have been obtained with the red wavelength of 633 nm from a He-Ne laser, which in principle is a bad option due to the smaller retardance that the SLM presents to this long wavelength. Therefore, the system permits to generate many different light patterns with a simple technique that offers a great versatility. Using TNLC-SLM and a He-Ne laser makes its cost affordable for educational optical laboratories. All the experiments presented here illustrate the excellent results that can be obtained with a TNLC-SLM, in spite of their strong modulation limitations. Note for instance the complete absence of the zero diffraction component that is strongly present when the polarization configuration has not been selected properly [8]

Vortex beams gives rise to very interesting properties with application in optical trapping and manipulation. Other potential applications include transfer of optical angular momentum, spiral phase image processing to be incorporated into optical microscopes and optical imaging systems and additional ones are sure to emerge. Moreover, the combination of the triplicator with vortex beams gives high capabilities to any optical system requiring a certain multiplicity of vortex beams, specially if high diffraction efficiency is required.

Acknowledgements

We acknowledge financial support from Ministerio de Economía y Competitividad of Spain and FEDER funds (grant ref.: FIS2015-66328-C3-3-R). A. Cofré acknowledges a grant from Generalitat Valenciana, Santiago Grisolia Program ref. 2015/073. A. Vargas acknowledges financial support from Fondecyt (grant ref.: 1151290).

References

- [1] Yang D K and Wu S-T, *Fundamentals of Liquid Crystal Devices*, 2015 Wiley 2nd Ed.
- [2] Liu H K, Davis J A, and Lilly R A, Optical-data-processing properties of a liquid-crystal television spatial light modulator, 1985 *Opt. Lett.* **10**, 635–637.
- [3] Zhang Z, You Z, and Chu D, Fundamentals of phase-only liquid crystal on silicon (LCOS) devices, 2014 *Light: Science & Applications* **3**, e213.
- [4] Gossman D, Perez-Garcia B, Hernandez-Aranda R I and Forbes A, Optical interference with digital holograms, 2016 *Am. J Phys.* **84**, 508-516.
- [5] Davis J A and Moreno I, Generation of Laser Beams by Digital Holograms, 2014 Chapter 6 in *Laser Beam Propagation: Generation and Propagation of Customized Light*, A. Forbes Editor, CRC Press, Taylor & Francis. ISBN13: 978-1-4665-5439-9.
- [6] Guo C-S, Yue S-J, Wang X-L, Ding J and Wang H-t, Polarization-selective diffractive optical elements with twisted-nematic liquid-crystal display, 2010 *Appl. Opt.* **49**, 1069-1074.
- [7] Boruah B R, Dynamic manipulation of a laser beam using a liquid crystal spatial light modulator, 2009 *Am. J. Phys.* **77**, 331-336.
- [8] Huang D, Timmers H, Roberts A, Shivaram N and Sandhu A S, A low-cost spatial light modulator for use in undergraduate and graduate optics labs, 2012 *Am. J. Phys.* **80**, 211-215.
- [9] Martínez J L, Moreno I and Ahouzi E, Diffraction and signal processing experiments with a liquid crystal microdisplay, 2006 *Eur. J. Phys.* **27** 1221–1231.
- [10] Yao A M and Padgett M J, Orbital angular momentum: origins, behavior and applications, 2011 *Adv. Opt. Photon.* **3**, 161–204.
- [11] Carpentier A V, Michinel H and Salgueiro J R, Making optical vortices with computer-generated holograms, 2008 *Am. J. Phys.* **76**, 916-921.
- [12] Dudley A, Majola N, Chetty N and Forbes A, Implementing digital holograms to create and measure complex-plane optical fields, 2016 *Am. J. Phys.* **84**, 106-112.
- [13] Soifer, V. A. ed. 2012 *Computer Design of Diffractive Optics*, Cambridge International Science Publishing Limited & Woodhead Publishing Limited.
- [14] Tang S T and Kwok H-S, Characteristics parameters of liquid crystal cells and their measurements, 2006 *J. Displ. Technol.* **2**, 26.
- [15] Davis J A, Allison D B, D'Nelly K. G, Wilson M L and Moreno I, Ambiguities in measuring the physical parameters for twisted-nematic liquid crystal spatial light modulators, 1999 *Opt. Eng.* **38**, 705–709.

- [16] Márquez A, Lemmi C, Moreno I, Davis J A, Campos J and Yzuel M J, Quantitative prediction of the modulation behavior of twisted nematic liquid crystal displays, 2001 *Opt. Eng.* **40**, 2558–2564.
- [17] Moreno I, Cutillas A M, Sánchez-López M M, Velásquez P and Mateos F, Full prediction of the broadband optical modulation performance of a twisted nematic liquid crystal cell, 2008 *Opt. Commun.* **281**, 5520–5526.
- [18] Nicolás J, Campos J and Yzuel M J, Phase and amplitude modulation of elliptic polarization states by non-absorbing anisotropic elements: application to liquid-crystal devices, 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19**, 1013–1020.
- [19] Davis J A, Moreno I and Tsai P, Polarization eigenstates for twisted-nematic liquid crystal displays, 1998 *Appl. Opt.* **37**, 937–945.
- [20] Zhang Z, Lu G. and Yu F T S, Simple method for measuring phase modulation in liquid crystal televisions, 1994 *Opt. Eng.* **33**, 3018–3022.
- [21] Martínez J L, Moreno I, Davis J A, Hernandez T J and McAuley K P, Extended phase modulation depth in twisted nematic liquid crystal displays, 2010 *Appl. Opt.* **49**, 5929–5937.
- [22] Gori F, Santarsiero M, Vicalvi S, Borghi R, Cincotti G, Di Fabrizio E and Gentili M, Analytical derivation of the optimum triplicator, 1998 *Opt. Commun.* **157**, 13–16.
- [23] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C and Woerdman J P, Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes, 1992 *Phys. Rev. A* **45**(11), 8185–8189.
- [24] Moreno I, Lemmi C, Márquez A, Campos J and Yzuel M J, Modulation light efficiency of diffractive lenses displayed onto a restricted phase-modulated display, 2004 *Appl. Opt.* **43**, 6278–6284.
- [25] Albero J, Davis J A, Cottrell D M, Granger C E, McCormick K R and Moreno I, Generalized diffractive optical elements with asymmetric harmonic response and phase control, 2013 *Appl. Opt.* **52**, 3637–3644.
- [26] Lei T, Zhang M, Li Y, Jia P, Liu G N, Xu X, Li Z, Min C, Lin J, Yu C., Niu H and Yuan X, Massive individual orbital angular momentum channels for multiplexing enabled by Dammann gratings, 2015 *Light: Science & Applications* **4**, e257.
- [27] Chen P, Ge S-J, Ma L-L, Hu W, Chigrinov V and Lu Y-Q, Generation of equal-energy orbital angular momentum beams via photopatterned liquid crystals, 2016 *Phys. Rev. Appl.* **5**, 044009.
- [28] Huang H, Milione G, Lavery M P J, Xie G, Ren Y, Cao Y, Ahmed N, Nguyen T A, Nolan D A, Li M-J, Tur M, Alfano R R and Willner A E, Mode division multiplexing using an orbital angular

momentum mode sorter and MIMO-DSP over a graded-index few-mode optical fibre, 2015 *Sci. Rep.* **5**, 14931.

[29] Martínez A, Sánchez-López M M and Moreno I, Phasor analysis of binary amplitude gratings with different fill factor, 2007 *Eur. J. Phys.* **28**, 805-816.

[30] Khonina S N, Balalayev S A, Skidanow R V, Kotlyar V V, Paivanranta B and Turunen J Encoded binary diffractive element to form hyper-geometric laser beams 2009 *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **11**, 065702.

[31] Davis J A, Cottrell D M, McCormick K R, Albero J and Moreno I, Arithmetic of focused vortex beams in three-dimensional optical lattice arrays, 2014 *Appl. Opt.* **53**, 2040-2050.

[32] Pavlin J, Vaupotic N and Cepic M, Liquid crystals: a new topic in physics for undergraduates, 2013 *Eur. J. Phys.* **34**, 745-761.



6.2 Artículo 2

Quantitative performance of a polarization diffraction grating polarimeter encoded onto two liquid-crystal-on-silicon displays.

A. Cofré, A. Vargas, F. Torres-Ruiz, J. Campos, A. Lizana, M. M. Sánchez-López, and I. Moreno

Optics and Laser Technology **96** (1), 219-226 (2017).

Tal y como se ha comentado en capítulos anteriores, uno de los aspectos interesantes en polarimetría es la posibilidad de realizar medidas simultáneas de las diferentes componentes de polarización, de cara a poder realizar polarímetros instantáneos, capaces de medir rápidas variaciones temporales de la polarización de la luz.

En este trabajo se ha presentado la realización de un polarímetro instantáneo de haz puntual, basado en la realización de una red de difracción de polarización. La red de polarización se reproduce en un sistema consistente en un interferómetro de polarización de camino común, en forma de “Z”, donde empleamos dos SLM de tipo PAL-LCoS para codificar dos redes de fase, una actuando sobre una polarización y la segunda sobre la polarización ortogonal. De esta forma, las dos redes de fase conforman la red de polarización. El diseño de la red de polarización es el ya empleado en la referencia [Dav-2004]; este diseño genera seis órdenes de difracción, con seis estados de polarización diferentes. Si se ilumina con luz linealmente polarizada a 45° , éstos seis órdenes tienen la misma intensidad, pero en cada uno la polarización es diferente, siendo las polarizaciones lineales a 0° , 45° , 90° y 135° , así como con polarizaciones circulares a derechas e izquierdas. Por tanto, la red de polarización permite tener un generador de polarización (PSG) instantáneo de seis estados. En consecuencia, operado en forma inversa, permite detectar de forma simultánea por medio de los diferentes órdenes de difracción, los diferentes estados de polarización y generar también de forma un PSD instantáneo.

Sin embargo, el sistema experimental realizado en la referencia [Dav-2004] tiene el problema de emplear un cubo divisor en una arquitectura de reflexión. Esto implica una pérdida de al menos el 75% de la energía incidente en el proceso final de detección, lo que supone una baja relación señal-ruido en la medida polarimétrica.

El sistema óptico del polarímetro que se ha desarrollado consta de dos SLM para modular las componentes ortogonales de polarización y se evita así el uso de un cubo divisor,

siendo una arquitectura mucho más eficiente energéticamente, para las medidas polarimétricas. Ambos moduladores forman planos conjugados por medio de un sistema $4f$ con dos lentes de igual focal para no alterar la magnificación. Los moduladores poseen ambos el eje director alineado de forma horizontal. Una lámina retardadora de media onda, orientada a 45° de la vertical se ubica entre los dos SLM-LCoS, permitiendo transformar la componente horizontal de la polarización a vertical y viceversa. Así pueden ser moduladas ambas componentes de forma independiente.

Las redes de fase han sido diseñadas de acuerdo con lo indicado en el capítulo 3. Son dos redes de difracción de un perfil continuo, basadas en el método expuesto en la ref. [Rom-2010]. Las dos redes de fase corresponden al diseño ya publicado anteriormente en la ref. [Dav-2004]. Una red modula la componente horizontal del campo eléctrico incidente y la otra red la componente vertical.

Además, el polarímetro que hemos desarrollado incluye una calibración precisa de acuerdo con procedimiento descrito en la ref. [Gar-2013], basado en la determinación de la matriz de analizadores. Para la calibración del sistema, seleccionamos los mismos seis estados de polarización de base que genera la red de difracción. Cada uno de los estados empleados produce cambios en la intensidad de los órdenes difractados que son registrados por una cámara. Con estos datos se calcula la matriz de análisis \mathbf{A} descrita en el Capítulo 5, que define la acción del polarímetro en los seis órdenes de difracción generados en el sistema. Esta matriz se emplea para estudiar la calidad del polarímetro mediante la métrica conocida como número condicional (*Conditional Number*). El valor que se ha obtenido experimentalmente es $CN=2.97$, que es comparable con otros polarímetros de este tipo [Var-2014], donde el valor mínimo posible para esta configuración es $CN=1.73$.

Realizada la calibración, empleamos el sistema polarímetro para realizar la medida de polarización para estados desconocidos obteniendo los parámetros de Stokes correspondientes. De estos parámetros se obtienen los ángulos de azimut y el ángulo de la elipticidad. Adicionalmente se calculan los valores de ángulo y de fase relativos entre las componentes del campo eléctrico. Los resultados que se muestran indican un excelente acuerdo entre el estado de polarización generado como entrada al polarímetro, y la medida obtenida en el sistema.

En resumen, en este artículo presentamos un nuevo tipo de polarímetro puntual basado en redes de difracción de polarización. Por su arquitectura óptica, el sistema puede realizar

medidas de forma instantánea de los parámetros de Stokes, solventando los problemas de eficiencia del sistema en la referencia [Dav-2004]. Las dos pantallas de los SLM reproducen cada una, una red de difracción con polarización de forma independiente para dos componentes ortogonales de la polarización. Los resultados obtenidos al identificar los estados de polarización entregan valores precisos. Una ventaja adicional de emplear este tipo de sistema con SLMs programables es que puede adaptarse fácilmente para operar a distintas longitudes de onda simplemente reescalando los valores de gris que generan en las redes de fase.



6.3 Artículo 3

Dual polarization split lenses.

A. Cofré, A. Vargas, F. Torres-Ruiz, J. Campos, A. Lizana, M. M. Sánchez-López, and I. Moreno
Optics Express **25** (20), 23773-23783 (2017).

En este trabajo presentamos la generación de lentes con focalización de luz estructurada y control del estado de polarización. Adicionalmente, incorporamos en estas lentes de fase espiral para la generación de haces vectoriales, obteniendo una distribución espacial del estado de polarización. La implementación de todos estos elementos se lleva a cabo en un sistema basado en dos SLM de tipo PAL-LCoS, equivalente al empleado en el trabajo anterior. En este caso, en lugar de las redes de difracción, se codifican dos hologramas generados por ordenador, cada uno en uno de los SLMs del sistema, obteniendo así un control independiente en cada SLM y en dos componentes de polarización lineal ortogonales.

Las diferencias con respecto al sistema del trabajo anterior es que, en este caso, seleccionamos la iluminación de entrada al sistema con una polarización lineal a 45° para tener siempre la misma intensidad en las componentes horizontal y vertical del campo eléctrico. Además, en la parte final del trabajo se incorpora un retardador de cuarto de onda a la salida del sistema, con objeto de que las dos funciones de fase que introducen los SLMs queden codificadas en los estados circulares (RCP y LCP). De este modo, la superposición de los dos vectores RCP y LCP con igual intensidad generan un patrón espacial de estados lineales.

En la primera parte del trabajo se ha demostrado la capacidad del sistema para generar hologramas generados por ordenador con control del estado de polarización. Este tipo de hologramas ya se presentan en trabajos previos, como por ejemplo en la referencia [Mor-2012]. Sin embargo, el sistema en “Z” presenta una mejor eficiencia energética al evitar el uso de un cubo divisor, tal y como ya ocurría en el artículo anterior. Este tipo de hologramas con control de polarización, también se han demostrado con elementos difractivos de fase geométrica [Bal-2017]. Éstos presentan la importante ventaja de ser elementos compactos, pero la utilización de un sistema con SLMs como el que hemos realizado que permite un control dinámico que no puede realizarse en metasuperficies.

A continuación, en la segunda parte del trabajo, se desarrolla la generación de las lentes de Billet. Este tipo de lentes fueron propuestas teóricamente en las referencias [Che-2010, Che2-

2010], y su primera realización experimental fue presentada en el artículo [Liz-2016]. Tal y como se ha explicado en el Capítulo 5, se trata de lentes compuestas por diferentes regiones, cada una de las cuales presenta lentes de diferente centro, de modo que se puede generar una focalización estructurada espacialmente. Sin embargo, estos trabajos previos siempre han considerado lentes escalares. En este artículo extendemos estas propuestas previas a poder hacer lentes divididas de este tipo, pero además con control del estado de polarización.

Aquí los resultados obtenidos se dividen en tres partes: lentes con multifocalización, lentes de focalización anular y lentes con focalización anular con polarización variable.

En las lentes de multifocalización se diseña una lente que actúa de referencia o de control. Esta primera lente de referencia se implementa en el primer SLM del camino óptico. En el segundo modulador generamos distintas lentes. En un primer grupo realizamos una variación en el parámetro de separación y en el segundo grupo realizamos una variación angular.

Para las lentes de focalización anular, se realizaron dos casos. El primer caso fue realización de un anillo único, donde codificamos dos mitades de anillos en cada SLM. Al observar con el analizador rotado a 45° o 135° tenemos el anillo completo, pero al orientarlo en posición horizontal o vertical observamos una de las dos mitades. El segundo caso fue la codificación de dos anillos completos en cada modulador. Cada anillo tiene distinto parámetro de separación, por lo que al observarlo con orientación $\pm 45^\circ$ tenemos los anillos concéntricos. Pero con las orientaciones horizontal o vertical, observamos solamente uno de los dos anillos.

Finalmente, diseñamos lentes que incorporan haces vectoriales. Para ello, realizamos una combinación lineal de dos estados de polarización circular, que llevan cargas opuestas de fase azimutal. Al sistema se le incorpora una lámina de cuarto de onda posterior al segundo SLM, convirtiendo las polarizaciones lineales vertical y horizontal en estados circulares a derechas e izquierdas. Los resultados obtenidos muestran una polarización azimutal a lo largo del anillo de focalización. El tipo de polarización azimutal se obtiene al combinar distintas cargas topológicas en los vórtices.

Como conclusiones podemos destacar las distintas combinaciones de lentes divididas en un sistema de polarización capaz de modular de forma independiente dos polarizaciones ortogonales. Así hemos logrado obtener haces estructurados con características muy particulares y además extenderlos a una descripción con haces vectoriales.

Dual polarization split lenses

AARÓN COFRÉ,^{1,2,*} ASTICIO VARGAS,² FABIÁN A. TORRES-RUIZ,²
JUAN CAMPOS,³ ANGEL LIZANA,³ MARÍA M. SÁNCHEZ-LÓPEZ,⁴ AND
IGNACIO MORENO¹

¹*Departamento de Ciencia de Materiales, Óptica y Tecnología Electrónica, Universidad Miguel Hernández de Elche, 03202 Elche, Spain*

²*Departamento de Ciencias Físicas, Universidad de La Frontera, Temuco, Chile*

³*Departamento de Física, Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona, Spain*

⁴*Instituto de Bioingeniería, Departamento de Física y Arquitectura de Computadores, Universidad Miguel Hernández de Elche, 03202 Elche, Spain*

*acofre@umh.es

Abstract: We report the realization of polarization sensitive split lens configurations. While split lenses can be used to easily generate different types of controlled structured light patterns, their realization has been limited so far to scalar beams. Here we propose and experimentally demonstrate their generalization to vectorial split lenses, leading to light patterns with customized intensity and state of polarization. We demonstrate how these polarization split lenses can be experimentally implemented by means of an optical system using two liquid crystal spatial light modulators, each one phase modulating one orthogonal polarization component. As a result, we demonstrate the experimental generation of vectorial beams with different shapes generated with these dual polarization split lenses. Excellent experimental results are provided in each case. The proposed technique is a simple method to generate structured light beams with polarization diversity, with potential applications in polarimetry, customized illuminators or quantum optics.

© 2017 Optical Society of America

OCIS codes: (260.5430) Polarization; (050.1965) Diffractive lenses; (070.6120) Spatial light modulators.

References and links

1. J. Leach, B. Jack, J. Romero, A. K. Jha, A. M. Yao, S. Franke-Arnold, D. G. Ireland, R. W. Boyd, S. M. Barnett, and M. J. Padgett, "Quantum correlations in optical angle-orbital angular momentum variables," *Science* **329**(5992), 662-665 (2010).
2. M. McLaren, M. Agnew, J. Leach, F. S. Roux, M. J. Padgett, R. W. Boyd, and A. Forbes, "Entangled Bessel-Gaussian beams," *Opt. Express* **20**(21), 23589-23597 (2012).
3. R. Fickler, R. Lapkiewicz, S. Ramelow and A. Zeilinger, "Quantum entanglement of complex photon polarization patterns in vector beams," *Phys. Rev. A* **89**(6), 060301(R) (2014).
4. T. Müller, C. Schumann and A. Kraegeloh, "STED microscopy and its applications: new insights into cellular processes on the nanoscale," *Chem. Phys. Chem.* **13**(8), 1986-2000 (2012).
5. T. Vettenburg, H. I. C. Dalgarno, J. Nylk, C. Coll-Lladó, D. E. K. Ferrier, T. Čížmár, F. J. Gunn-Moore and K. Dholakia, "Light-sheet microscopy using an Airy beam", *Nat. Methods* **11**(5), 541-544 (2014).
6. K. Henderson, C. Ryu, C. MacCormick and M. G. Boshier, "Experimental demonstration of painting arbitrary and dynamic potentials for Bose-Einstein condensates," *New J. Phys.* **11**, 043030 (2009).
7. A. Turpin, J. Polo, Y. V. Loiko, J. Küber F. Schmaltz, T. K. Kalkandjiev, V. Ahufinger, G. Birkl and J. Mompart, "Blue-detuned optical ring trap for Bose-Einstein condensates based on conical refraction," *Opt. Express* **23**(2), 1638-1650 (2015).
8. P. J. Rodrigo, V. R. Daria and J. Glückstad, "Four dimensional optical manipulation of colloidal particles," *Appl. Phys. Lett.* **86**(7), 074103 (2015).
9. D. B. Phillips, M. J. Padgett, S. Hanna, Y.-L. Do, D. M. Carberry, M. J. Padgett and S. H. Simpson, "Shape-induced force fields in optical trapping," *Nat. Photon.* **8**(5), 400-405 (2014).
10. J. A. Rodrigo and T. Alieva, "Freestyle 3D laser traps: tools for studying light-driven particle dynamics and beyond," *Optica* **2**(9), 812-815 (2015).
11. V. G. Shvedov, A. V. Rode, Y. V. Izdebskaya, A. S. Desyatnikov, W. Krolikowski and Y. S. Kivshar, "Selective trapping of multiple particles by volume speckle field," *Opt. Express* **18** (3) 3137-3142 (2010).
12. C. J. Cheng and J. L. Chern, "Symmetry property of a generalized Billet's N-split lens," *Opt. Commun.* **283**(19), 3564-3568 (2010).
13. C. J. Cheng and J. L. Chern, "Quasi Bessel beam by Billet's N-split lens," *Opt. Commun.* **283** (24), 4892-4898 (2010).
14. A. Lizana, A. Vargas, A. Turpin, C. Ramirez, I. Estevez and J. Campos, "Shaping light with split lens configurations," *J. Opt.* **18**(10), 105605 (2016).
15. H. Rubinsztein-Dunlop, A. Forbes, M. V. Berry, M. R. Dennis, D. L. Andrews, M. Mansuripur, C. Denz, C. Alpmann, P. Banzer, T. Bauer, E. Karimi, L. Marrucci, M. Padgett, M. Ritsch-Marté, N. M. Litchinitser, N. P. Bigelow, C. Rosales-Guzmán, A. Belmonte, J. P. Torres, T. W. Neely, M. Baker, R. Gordon, A. B. Stilgoe, J. Romero, A. G. White, R. Fickler, A. E. Willner, G. Xie, B. McMorran and A. M. Weiner, "Roadmap on structured light," *J. Opt.* **19**(1), 013001 (2017).
16. A. Cofré, A. Vargas, F. A. Torres-Ruiz, J. Campos, A. Lizana, M. M. Sánchez-López and I. Moreno, "Quantitative performance of a polarization diffraction grating polarimeter encoded onto two liquid-crystal-on-silicon displays," *Opt. Laser Technol.* **96**, 219-226 (2017).

17. B. Khajavi and E. J. Galvez, "High-order disclinations in space-variant polarization," *J. Opt.* **18**(8), 084003 (2016).
18. I. Moreno, J. A. Davis, D. M. Cottrell and R. Donoso, "Encoding high order cylindrically polarized light beams," *Appl. Opt.* **53**(24), 5493-5501 (2014).
19. I. Moreno, J. A. Davis, T. Hernandez, D. M. Cottrell and D. Sand, "Complete polarization control of light from a liquid crystal spatial light modulator," *Opt. Express* **20**(1), 364-376 (2012).
20. D. Maluenda, I. Juvells, R. Martínez-Herrero, A. Carnicer. "Reconfigurable beams with arbitrary polarization and shape distributions at a given plane," *Opt. Express* **21**(5), 5432-5439 (2013).
21. X. Zheng, A. Lizana, A. Peinado, C. Ramírez, J. L. Martínez, A. Márquez, I. Moreno and J. Campos, "Compact LCOS-SLM based polarization pattern beam generator," *J. Lightwave Technol.* **33**(10), 2047-2055 (2015).
22. M. M. Sánchez-López, A. Vargas, A. Cofré, I. Moreno, J. Campos, "Simple spectral technique to identify the ordinary and extraordinary axes of a liquid crystal retarder", *Opt. Commun.* **349**, 105–111 (2015).
23. F. J. Martínez, A. Márquez, S. Gallego, J. Francés, I. Pascual, A. Beléndez, "Effective angular and wavelength modeling of parallel aligned liquid crystal devices," *Opt. Laser Eng.* **74**, 114–121 (2015).
24. J. P. B. Mueller, N. A. Rubin, R. C. Devlin, B. Groever and F. Capasso, "Metasurface polarization optics: Independent phase control of arbitrary orthogonal states of polarization," *Phys. Rev. Lett.* **118**(11) 113901 (2017).
25. F. Wyrowski, "Diffractive optical elements: iterative calculation of quantized, blazed phase structures", *J. Opt. Soc. Am.* **7**, 961-969 (1990).
26. J. A. Davis, W. V. Brandt, D. M. Cottrell, and R. M. Bunch, "Spatial image differentiation using programmable binary optical elements," *Appl. Opt.* **30** (32), 4610-1614 (1991).
27. D. M. Cottrell, J. A. Davis, T. R. Hedman, R. A. Lilly, "Multiple imaging phase-encoded optical elements written as programmable spatial light modulators," *Appl. Opt.* **29**, 2505-2509 (1990).
28. M. W. Beijersbergen, R. P. C. Coerwinkel, M. Kristensen and J. P. Woerdman, "Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate," *Opt. Commun.* **112** (5-6), 321-327 (1994).
29. A. Peinado, A. Lizana, A. Turpin, C. Iemmi, T. K. Kalkandjiev, J. Mompart and J. Campos, "Optimization, tolerance analysis and implementation of a Stokes polarimeter based on the conical refraction phenomenon," *Opt. Express* **23** (5), 5636–5652 (2015).
30. Q. Zhan, "Cylindrical vector beams: From mathematical concepts to applications," *Adv. Opt. Photon.* **1** (1), 1–57 (2009).
31. W. Shu, X. Ling, X. Fu, Y. Liu, Y. Ke, and H. Luo, "Polarization evolution of vector beams generated by q-plates", *Photonics Res.* **5**, 64-72 (2017).
32. X. Yi, Y. Liu, X. Ling, X. Zhou, Y. Ke, H. Luo, S. Wen and D. Fan, "Hybrid-order Poincaré sphere," *Phys. Rev. A* **91** (2), 023801 (2015).
33. I. Moreno, M. M. Sánchez-López, K. Badham, J. A. Davis and D. M. Cottrell, "Generation of integer and fractional vector beams with q-plates encoded onto a spatial light modulator," *Opt. Lett.* **41** (6), 1305-1308 (2016).
34. P. Li, Y. Zhang, S. Liu, C. Ma, L. Han, H. Cheng and J. Zhao, "Generation of perfect vectorial vortex beams," *Opt. Lett.* **41** (10), 2205-2208 (2016).

1. Introduction

The generation of structured light has become a very relevant topic in a number of different areas including quantum optical experiments [1–3], microscopy systems with enhanced resolution [4,5] or in optical trapping [6–11]. Structured light is typically achieved by properly designing computer generated holograms (CGH), which are then displayed onto spatial light modulators (SLM). However, the design of such CGH usually involves iterative processes, required to take into account the usual modulation limitations of SLM (phase-only displays are commonly employed as SLMs). Recently, a powerful strategy to design CGH for structured light generation without iterative methods was proposed, based on the concept of split lens configurations [12,13]. The experimental realization of split-lens using a phase-only SLM has been demonstrated recently, and various different optical elements have been shown to highlight the interest of the method [14].

Moreover, in the last years there is a great interest in producing vector beams and achieving polarization control [15]. In this work, we apply an optical arrangement that uses two SLMs to independently control two linear polarizations with two independent phase-only CGHs. Then, we apply this system to generate different kinds of polarization selective split lenses, as well as to demonstrate the generation of vector beams encoded onto such lenses. Therefore, this combined method leads to a simple method to generate customized light distributions with polarization control.

The paper is organized as follows: after this introduction, Section 2 describes the optical system, and presents a first set of experimental results that demonstrate the realization of polarization CGHs. Then, in Section 3 we review the split lens concept, and in Section 4 we generalize them to vectorial lenses and present different cases with different polarization diversity. Section 5 present the combination of split lenses with spiral phases in order to generate vector beams. Finally, Section 6 present the conclusions of the work.

2. Optical system

Figure 1 shows the optical setup, which was previously introduced in [16]. It uses two phase-only parallel-aligned LCoS-SLMs, arranged in a Z architecture, in order to independently modulate two orthogonal polarization components, as introduced in [17]. Such modulation capability can be achieved with other

SLM based optical arrangements [18-21]. However, this Z optical architecture is very robust, stable, and efficient since it has a common path for both polarization components, and no beam splitters are required.

The system is illuminated with a He-Ne laser $\lambda=633$ nm, which is spatially filtered and collimated through lens L_1 . A first polarizer (P_1) controls orientation of the electric field of the light incident on the system. In each LCoS device, the incident ray and the reflected ray form an angle of around 11° . Although non-normal incidence affects the modulation provided by the display, such small angle of incidence produces only a very small variation [22,23]. Both LCoS displays are located in conjugated planes through a $4f$ system, composed of two lenses L_2 and L_3 , both with a focal length of $f=200$ mm. Thus, the pattern addressed to LCoS1 display is imaged onto LCoS2 display with minus one magnification. This inversion must be compensated in the phase-only masks design, in order to obtain the expected results.

The SLMs are parallel-aligned LCoS displays from Holoeye, model Pluto, with 1920×1080 pixels, with an $8 \mu\text{m}$ pixel pitch. In both displays, the liquid crystal director is aligned horizontally with respect to laboratory framework. The retardance was calibrated at room temperature as a function of the addressed gray level in both modulators for the operating wavelength of 633 nm [16]. The phase modulation produced in both displays is only for the linear polarization component parallel to LC director, and therefore only modulates the horizontal component of polarization. Thus, LCoS1 modulates the horizontal polarization component of the incident initial beam, leaving the vertical component unaffected. Then, the reflected beam goes through a half-wave-plate retarder (HWP) placed after L_3 , and oriented at 45° relative to the horizontal. This HWP transforms the input horizontal polarization component into vertical polarization component and vice versa. Thus, the LCoS2 display phase modulates the initially vertical polarization component of the incident beam, leaving unaffected the initially horizontal polarization component (which was previously modulated by LCoS1). This way, we can modulate independently both polarization components with two different phase masks addressed to LCoS1 and LCoS2 respectively. The use of the HWP in the system avoids the rotation of LCoS2 display, as it was done in [17] by Khajavi and Galvez. The input polarizer (P_1) is selected oriented at 45° , so the vertical and horizontal components of the light beam have the same magnitude.

Finally, a lens L_4 located on the beam reflected from LCoS2 is placed to focus the back focal plane onto a CCD camera, Basler piA1000 60gm. A second polarizer (P_2) is used as an analyzer, placed in front to the camera. When P_2 is oriented at 0° , the pattern encoded on LCoS1 is the one that is transmitted, while the pattern encoded on LCoS2 is transmitted when P_2 is oriented at 90° . When P_2 is oriented at $\pm 45^\circ$ both patterns are visible and, if they overlap, they are added coherently.

In some experiments (only those shown in Section 5), we also include a quarter-wave plate (QWP) in the beam reflected from LCoS2 display. This is useful when we want to generate vector beams combined with the encoded split lenses. In this situation, spiral phase patterns must be encoded onto circularly polarized beams. We use this QWP, oriented at 45° , to transform the linear vertical and horizontal polarization states into the two circular states, following a scheme similar to that in [18].

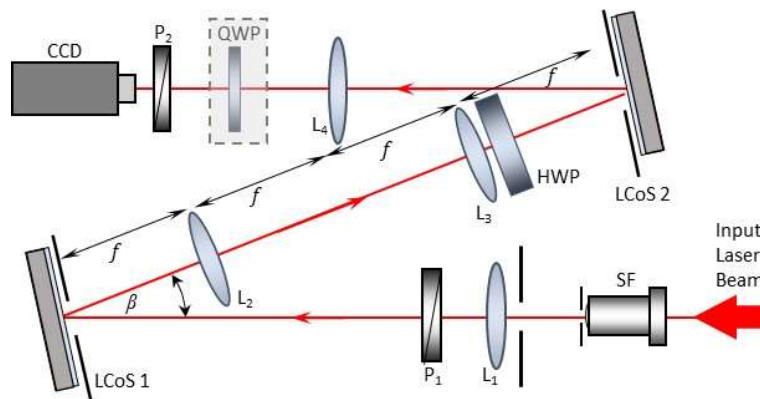


Fig. 1. Optical system. SF is a spatial filter. P_1 and P_2 are linear polarizers. LCoS1 and LCoS2 are liquid-crystal on silicon displays, both with the LC director oriented horizontally. L_1 collimates the input beam. L_2 and L_3 compose a $4f$ system where both displays are in conjugated planes. L_4 is used to focus the final plane on the CCD camera. In some experiments, a quarter-wave plate (QWP) is also included in the system.

In order to prove the polarization control achieved with this system, we first demonstrated a polarization CGH, where the response is different depending on the input state of polarization. Polarization sensitive holograms that show a different response for different input polarizations have been demonstrated with meta-surfaces [24], as well as with a different SLM based optical arrangement [19]. Here we use the above-described optical arrangement in Fig. 1. For that purpose, two phase-only Fourier transform CGHs were designed and implemented by LCoS1 and LCoS2 displays respectively. The CGH encoded in the LCoS1 display encodes the texts UFRO and UAB. This CGH therefore affects only the incident horizontal linear polarization, which emerges the system vertically polarized. On the contrary, the CGH displayed on LCoS2 display encodes the texts UFRO and UMH on the initially vertical linear polarization, which emerges the system horizontally polarized.

The experimental results in Fig. 2 confirm the capability to produce polarized CGHs with the system in Fig. 1. The input polarizer P_1 is oriented at 45° , so the horizontal and vertical components have the same weight. Therefore, the pattern UFRO gets contributions from both holograms, thus getting twice the intensity of the UAB and UMH patterns. In Figs. 2(a) and 2(c) the analyzer P_2 is oriented vertical and horizontal respectively. In these cases, the patterns UMH and UAB are extinguished in one case respectively. On the contrary, in Figs. 2(b) and 2(d) P_2 is oriented at $\pm 45^\circ$. Then all three patterns are present in both images. The patterns UMH and UAB appears with half intensity, since they are horizontally and vertically polarized. The pattern UFRO projects in all cases with the same intensity since it is circularly polarized. The speckle that appears on these reconstructions is due to random noise that was added to the letters when designing the CGH, in order to avoid the edge enhancement characteristic of a phase-only hologram [25].

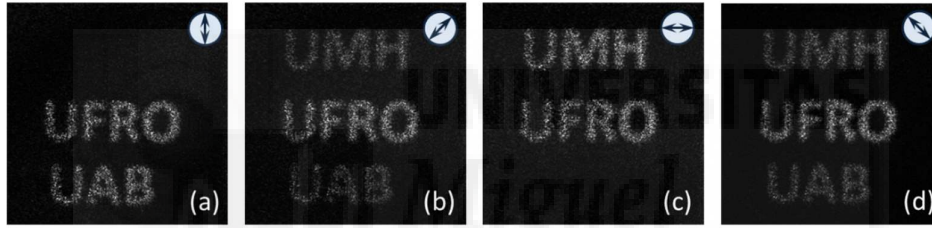


Fig. 2. Demonstration of the polarization CGH. LCoS1 and LCoS2 SLMs display two different holograms, encoding the words UFRO - UAB and UMH - UFRO respectively. The CGH reconstruction is shown for different orientations of the analyzer (P_2), indicated on top.

3. Split lens design

As mentioned in the introduction, the split lens concept has been recently introduced [12-14]. With this approach, a composite diffractive lens is generated as the combination of multiple individual lenses, each one having a different location of its center. Note that a similar approach was introduced much earlier, to produce image differentiation [26]. In a split lens composed of a discrete number of lenses, the center of each individual lens is defined by a vector with coordinates $\mathbf{d}_m=(d_{mx},d_{my})$, where the index m denotes each of the individual lenses. But the split lens can be made more general by generating a continuous variation of the lens center location, in order to create an arbitrary light distribution. The split lens complex amplitude can be written in a general form $U(r,\theta)$ as [14]:

$$U(r,\theta)=\exp\left[i\frac{\pi}{\lambda f}|\mathbf{r}-\mathbf{d}_m(\theta)\right], \quad (1)$$

where $\mathbf{r}=(x,y)$ is the vector denoting the spatial coordinates in the lens plane (in our case the SLM plane). θ denotes the azimuthal coordinate, $\tan\theta=y/x$, and f denotes the lens focal length. In this work, we restrict the results for a single focal plane, and therefore we employ this single constant focal length, but in general, a variable focal length can be also applied, as demonstrated in [14]. Finally, the function \mathbf{d}_m is a continuous function that defines the location of the center of the split lenses encoded onto each azimuthal direction θ .

Figure 3 shows three different examples. In Figs. 3(a) and 3(b), the split lens is discrete, with 5 sectors (thus Eq. (1) becomes a piecewise-defined function). Therefore, the function $\mathbf{d}_m(\theta)$, $m=0,1,2,3,4$ for these two phase masks is given by

$$\mathbf{d}_m(\theta) = (d \cos(\theta_m), d \sin(\theta_m)), \quad (2)$$

where $d=0.235$ mm for Fig. 3(a) and $d=0.600$ mm for Fig. 3(b). The five sectors cover angular ranges of 72° , with the lens centers located at angles $\theta_1=36^\circ$, $\theta_2=108^\circ$, $\theta_3=180^\circ$, $\theta_4=252^\circ$ and $\theta_5=324^\circ$ respectively. Therefore, these split lenses will produce five different focal spots at the same focal plane, displaced from the center in angles defined by Eq. (2).

Finally, Fig. 3(c) shows a continuous version, where now the location of the center of the lens is maintained at a fixed radius, $d=0.6$ mm, but the angular position varies continuously as the azimuthal coordinate, i.e., now the function $\mathbf{d}_m(\theta)$ is given by $\mathbf{d}_m=(d \cos \theta, d \sin \theta)$. This lens produces a focalization in the form of a ring of light, as presented by Lizana *et al* in [14]. However, all the results presented there were scalar lenses. What we present next is the combination of such novel types of lenses in the polarization system in Fig. 1, to generate customized polarized structured light.

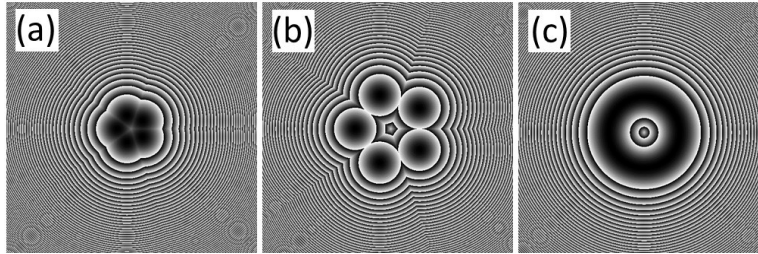


Fig. 3. Three different example designs of split lenses. (a) Segmented lens with 5 sectors with the centers located with equi-angular separation and small radius separation. (b) Segmented lens with the same 5 sectors and angular directions, but with larger radial separation. (c) Split lens with continuous angular rotation of the center.

4. Polarization split lenses

In this section, we present the experimental realization of different types of structured light patterns with polarization diversity, based on the implementation of split lenses in the system in Fig. 1. We design a different lens configuration for each display, so a different lens affects the vertical and the horizontal linear polarizations. As a result, we obtain interesting cases with different polarization and intensity distributions in the focal plane. Let us note that, since now we encode lenses directly on the LCoS displays, we do not need to use the physical lens L_4 in Fig. 1. A focal length $f=100$ mm is encoded for all the results presented next. Although this long focal length makes the system long and more sensitive to vibrations, we selected this value to avoid secondary focalizations arising from aliasing effects [27]. In addition, alignment of the split lenses in each SLM is easier since the phase profiles vary slowly.

4.1 Multi-focalization with polarization diversity

The first case we show consists in a multiple focalization a discrete split lens composed of 5 angular sectors, creating a multiple focalization on the vertices of a pentagon, but with polarization control over the size of the shape. For this purpose, we generated two segmented split lenses as those in Fig. 3(a) and 3(b). Figure 4 presents the central part of the gray-level masks addressed to LCoS1 and LCoS2 displays and their corresponding experimental images captured at the CCD detector for four different orientations of the final polarizer (P_2).

Moreover, three cases are studied. Whereas the split lens addressed to LCoS1 display (modulating the vertical polarization) remains constant during all the experiments, with a constant value $d=0.6$ mm, we set three different split lenses on the LCoS2 display (modulating the horizontal polarization), with values $d=0.2$ mm, $d=0.5$ mm and $d=1.0$ mm respectively. The images in the three rows in Fig. 4 correspond to these three cases.

For instance, when the analyzer is oriented vertically [Figs.4(c), 4(i) and 4(o)], the pattern always shows the same size. However, when the analyzer is oriented horizontally [Figs.4(e), 4(k) and 4(q)], we reproduce the same pattern, but with different size. When the analyzer is oriented at $\pm 45^\circ$, then the two patterns are visible with equal intensity. Note that the relative intensity of the vertical and horizontal polarizations structures can be adjusted simply by properly orienting the polarizers P_1 or P_2 .

Figure 5 shows some equivalent results, but now we encode the same radius d for the two split lenses, but change the angular orientation of the lenses encoded in the horizontal polarization. The angular separation between the lenses encoded in LCoS1 and LCoS2 displays is of $\alpha=12^\circ$, $\alpha=30^\circ$ and $\alpha=60^\circ$ in the

results in the first, second and third rows in Fig. 5. Again, when the analyzer is oriented either vertical [Fig. 5(c), 5(i) and 5(o)] or horizontal [Fig. 5(e), 5(k) and 5(q)], only one set of focalizations is observed, corresponding to a split lens with five sectors. On the contrary, when the analyzer is oriented at $\pm 45^\circ$, the two patterns are visible with equal intensity, and we get 10 focal spots.

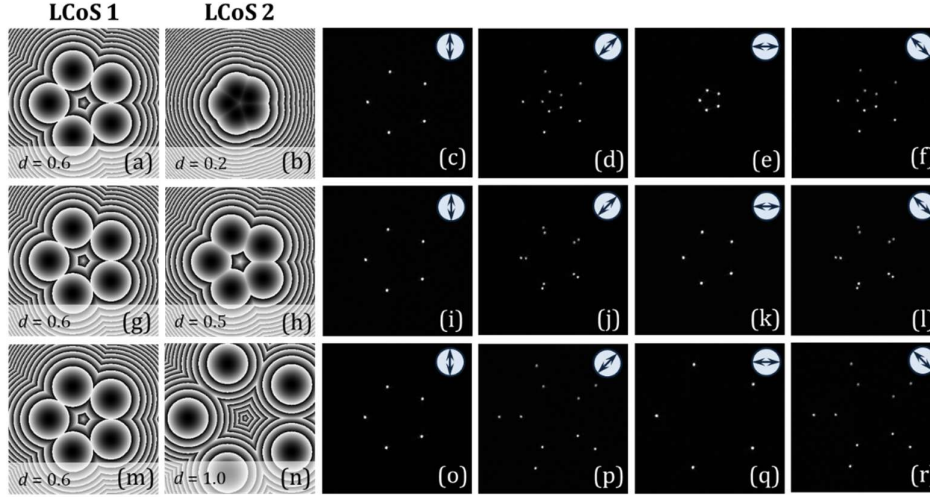


Fig. 4. Results with segmented polarization Billet split lenses with five focal spots distributed angularly. Here the vertical polarization component encodes a separation $d=0.6$ mm, while the horizontal polarization component encodes a separation of $d=0.2$ mm (first row), $d=0.5$ mm (second row) and $d=1.0$ mm (third row) (see Visualization 1). The symbol over the experimental captures indicates the orientation of the analyzer.

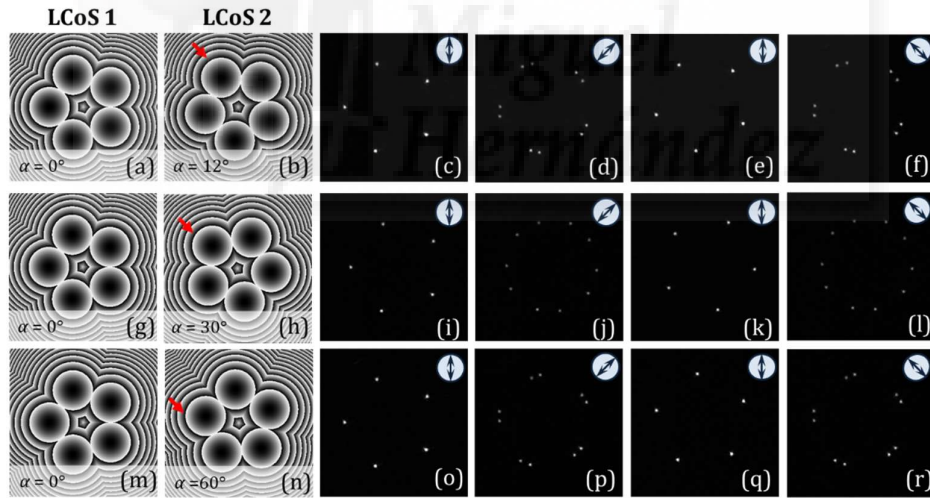


Fig. 5. Results with segmented polarization split lenses with five focal spots distributed angularly. Here both polarization components encode the same separation $d=0.6$ mm, but there is an angular separation $\alpha=12^\circ$ (first row), $\alpha=30^\circ$ (second row) and $\alpha=60^\circ$ (third row). The red arrows marked in (b), (h) and (n) indicate the center of one specific lens, to easily visualize this rotation (see Visualization 2). The symbol over the experimental captures indicates the orientation of the analyzer.

4.2 Annular focalization with two polarizations

The next case we show consists in creating a focalization in the form of a ring of light. This type of shape has been extensively studied for applications in STED microscopy or in optical trapping, and they have been generated in a variety of techniques including vortex creating spiral phase masks [28], or conical refraction [29]. Here we create such type of focalization employing a continuous split lens, as those demonstrated previously in [14] for the scalar case. The novelty here is that we generate such pattern but

adding control of the state of polarization. Figure 6 shows the two phase-masks addressed to LCoS1 and LCoS2 displays, and the corresponding experimental results.

The first row in Fig. 6 corresponds to a case where a single circle of light is generated. This is achieved by designing phase masks like those in Fig. 6(a) and 6(b), where continuous split lenses are encoded, but only on half plane. The other half-plane encodes a random pattern. This way each display generates only half circle of light. The diameter of the split lens displacement is selected equal for both masks, $d=0.6$ mm. The combined result is a focalization in the form of the complete circle of light, but half circle of light is polarized in the vertical direction, while the other half is polarized in the horizontal direction. This is verified when the analyzer P_2 is rotated. When it is oriented horizontal, only the upper half of the circle appears [Fig. 6(c)], and when it is oriented vertical, the other half circle appears [Fig. 6(e)]. As expected, when the analyzer is oriented at $\pm 45^\circ$, the circle appears complete, as shown in Figs. 6(d) and 6(f)

The second row shows a different case where we implemented two continuous split lenses, now covering the complete lens plane, but with different displacement parameter d for each polarization. The lens in LCoS1 display is selected with $d=0.6$ mm [Fig. 6(g)], while the lens in LCoS2 display is selected with $d=0.8$ mm [Fig. 6(h)]. The focalization now shows two rings with different diameter. When the analyzer is either vertical or horizontal, only one ring appears. When the analyzer is oriented at $\pm 45^\circ$, then the two rings of light are visible.

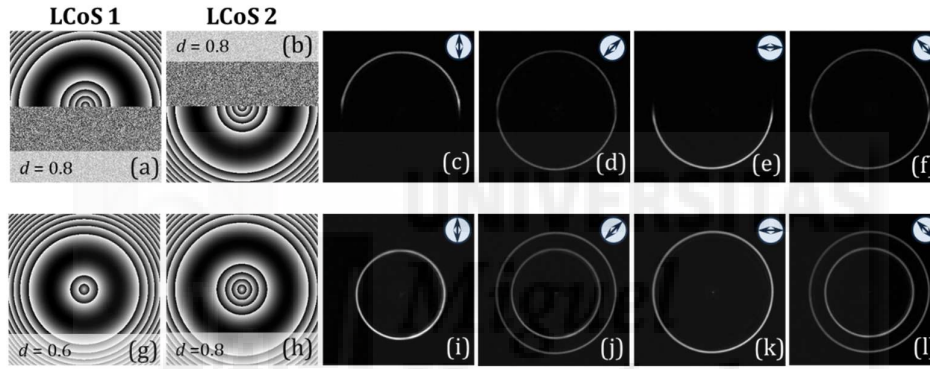


Fig. 6. Results with continuous polarization split lenses. The first row shows results for half-plane lenses with the same displacement $d=0.6$ mm (see Visualization 3). The second row shows results for two complete lenses with different displacements $d=0.6$ mm for the vertical polarization and $d=0.8$ mm for the horizontal polarization. The symbol over the experimental captures indicates the orientation of the analyzer.

5. Split lenses for the generation of vector beams

This last section of the paper is devoted to the design of split lenses that additionally encode vector beams. Recently, there has been a great amount of works dealing with the generation of such vector beams with different techniques [30,31]. Here we present additional relevant results where we show the potential of the split lenses when combined with vector beams.

In particular, we exploit the fact that pure vector beams are obtained as the linear combination of two circularly polarized light beams carrying opposite azimuthal phase patterns $\exp(\pm i\ell\theta)$, where ℓ is known as the topological charge. If azimuthal (spiral) phases with different charge are encoded onto the two circular states, then hybrid vector beams are obtained [32]. As mentioned in Section 2, we modify the optical system by adding a QWP on the beam reflected from LCoS2 display. This QWP is oriented with the principal axis oriented at 45° to the horizontal direction. This way, the phase patterns addressed to the LCoS1 and LCoS2 displays, initially encoded on the linear vertical and horizontal polarization components, are now encoded onto the final right handed and left handed circular polarization components. This way, we are able to combine the dual polarization Billet split lenses with spiral phases generating vector beams. The result can be written in a vectorial form as the following Jones vector:

$$\mathbf{v} = U_R(r, \theta) \exp(i\ell_R \theta) |R\rangle + U_L(r, \theta) \exp(i\ell_L \theta) |L\rangle, \quad (3)$$

where $|R\rangle$ and $|L\rangle$ are the Jones vectors corresponding to right and left circularly polarized light, $U_R(r, \theta)$ and $U_L(r, \theta)$ are the split lenses encoded onto LCoS1 and LCoS2 displays, that now are encoded in the

right and left circular states, ℓ_R and ℓ_L are the topological charges encoded onto the right and left circular states. If the values of ℓ_R and ℓ_L are equal but with opposite sign, the system is then encoding an equivalent q -plate element [33] combined with the encoded split lens.

Figure 7 shows an example of this powerful combination. Here we generate the same continuous split lens for both displays, with constant displacement $d=0.6$ mm, in order to generate a circle of light. However, we now combine it with spiral phases of different topological charges. The phase masks shown on top of Fig. 7 correspond to charges $\ell=\pm 2, \pm 4$. These masks show the pattern of the continuous split lens, but it is modified with a spiral pattern. The experimental results shown in different rows of Fig. 7 correspond to different combinations of these masks when displayed onto the two LCoS displays.

As noted in [32], the different spiral phases encoded onto the circular polarization components induces an azimuthal rotation on the linear polarization, and the rotation along the complete circle is proportional to the difference $\ell_R - \ell_L$. This is shown for instance in the results in the first row in Fig. 7, where $\ell_R=2$ and $\ell_L=4$. A continuous polarization rotation of 180° is expected along the circle of light. This expected pattern is shown in Fig. 7(c), where the red arrows indicate the expected local state of polarization. The experimental result in Figs. 7(d) and 7(e) verify this result. Here for simplicity we present only the results with the analyzer oriented at $\pm 45^\circ$. Note the equivalence of the polarization pattern in Fig. 7(c) with that generated by conical refraction [28].

The additional cases shown in Fig. 7 are variations of this case using different values of the topological charges. In the cases shown in the second and fourth rows, the encoded charges are $\ell=\pm 2$ and $\ell=\pm 4$ respectively, thus generating a pure vector beam. For instance, the expected pattern drawn in Fig. 7(h) follows an azimuthal polarization along the circle of light generated by the split lens, since the polarization rotation completes 360° along the azimuthal coordinate. Note that a constant phase can be added to one of the phase masks addressed to each LCoS display in order to change the origin of rotation, and therefore change the polarization pattern. For instance the azimuthal polarization in Fig. 7(h) can be changed to a radial polarization simply by adding a constant phase of 180° to the mask displayed in Fig. 7(g). The number of cycles of polarization rotation along the circle of light varies proportional to $\ell_R - \ell_L$. In the four rows in Fig. 7, the values of the difference in topological charges change as $\ell_R - \ell_L=2, 3, 4$ and 8 respectively. Note how the corresponding number of dark lobes along the circle of light in the experimental results in the last two columns is half the value of $\ell_R - \ell_L$.

This above-discussed method leads to a larger versatility and control in comparison to other techniques such as q -plates [33], conical refraction [29], or perfect vectorial vortex beams [34]. Since the function $\mathbf{d}_m(\theta)$ in Eq. (1) can be customized to generate different shapes, this approach allows the generation of vector beams with focalization shapes that can be different to the typical circular shapes achieved with these above-mentioned techniques.

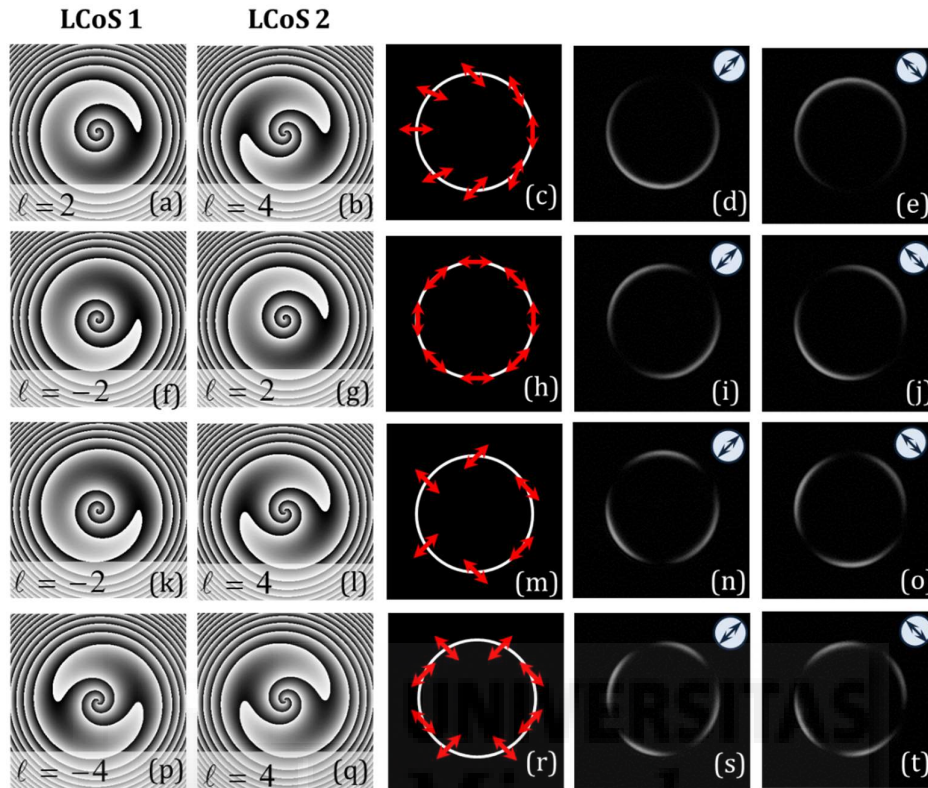


Fig. 7. Results with a continuous polarization split lens with $d=0.6$ mm, combined with spiral phases of different topological charges to generate vector beams. The two left columns shows the two phase-masks displayed in each case, the central column shows the expected polarization pattern, and the two right columns show the corresponding experimental result obtained with the analyzer oriented at $\pm 45^\circ$.

6. Conclusions

In summary, we have combined the technique of split lenses with a dual polarization system capable to independently modulate two orthogonal polarizations. This way we are able to extend the split lens concept to a more general vectorial light beam description, and design customized structured polarized light patterns.

We first demonstrated the realization of polarization diffractive elements with the proper combination of two phase-only CGHs. Then, we showed how the same system is useful for generating different simple structured light patterns with polarization diversity. We demonstrated some simple cases of discrete and continuous split lenses, with polarization control. Next, we have combined the split lenses with spiral phase patterns, to show the experimental realization of light intensity patterns with structured vector polarization. Note that this proof of concept provided in this work is a very versatile tool for light control. Split lenses allow creating arbitrary intensity patterns. Moreover, the dual polarization modulation provided by the two SLMs allows a full control of the state of polarization on these patterns.

Thus, this approach can be very useful for the generation of arbitrary light patterns, and can be easily extended to other shapes different to those here presented, including 3D intensity and polarization profiles around the focal plane, that could be employed for applications such as in optical microscopy, optical trapping, and optical polarimetry, among others.

Funding: Ministerio de Economía, Industria y Competitividad of Spain and European Union (MIMECO/FEDER, grants FIS2015-66328-C3-3-R and FIS2015-66328-C3-1-R). Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico, Chile (FONDECYT, grant 1151290). Generalitat Valenciana, Santiago Grisolia Program (grant 2015/073).

6.4 Artículo 4

Geometrical-phase lens based optical system for the spin-splitting of vector beams.

A. Cofré, A. Vargas, F. Torres-Ruiz, M. M. Sánchez-López, and I. Moreno.

[En proceso de revisión en Optics and Lasers in Engineering]

En este trabajo presentamos la combinación de dos tipos de elementos ópticos de fase geométrica: una lámina- q y una lente de fase geométrica. Tal y como se ha descrito en el Capítulo 3, ambos elementos son retardadores de media onda, donde el ángulo del eje rápido sigue el patrón de un elemento óptico difractivo. Estas láminas son planas y delgadas, permitiendo reducir el tamaño de los sistemas ópticos. Al mismo tiempo mantiene una alta eficiencia, por lo que son útiles para realizar sistemas ópticos. Además, las láminas están diseñadas para trabajar con los estados de polarización circular. Al iluminar la lámina con un estado de polarización a izquierdas (LCP) obtenemos a la salida, el diseño del elemento óptico difractivo, pero con el estado de polarización a derechas (RCP). Y al iluminar con RCP, a la salida obtenemos el elemento óptico difractivo conjugado, y con el estado LCP.

En este trabajo, en primer lugar, hemos analizado experimentalmente una lente de fase geométrica, que permite separar en dos focalizaciones distintas las componentes de la luz circularmente polarizada. Esta lámina actúa como lente convergente focalizando la luz incidente con el estado LCP a una distancia focal f y transformando el estado de polarización en RCP. Al iluminar con un estado RCP, el haz de salida diverge con un estado LCP, con, el foco virtual a distancia $-f$ de la lámina.

La lámina- q permite obtener haces vectoriales (cilíndricamente polarizados) y también sirve para transferir OAM cuando se ilumina con los estados circulares, tal y como hemos explicado en el capítulo 3.

La utilización de separadores de las componentes circulares de la polarización tiene gran importancia en el campo de los haces vectoriales, puesto que éstas son las dos componentes base sobre las que se generan los vórtices de carga opuesta, y cuya superposición genera el haz vectorial. Por tanto, disponer de un mecanismo de separar las componentes circulares de la polarización es un aspecto muy interesante para el análisis de estos haces vectoriales. Dado que las lentes de fase geométrica hacen directamente esta función, se ha propuesto recientemente su uso para separar longitudinalmente las dos componentes de un haz vectorial [Liu-2016].

Sin embargo, dado que la lente de fase geométrica tiene uno de los dos focos imagen virtual (correspondiente a la focal negativa), es necesario combinarla con otras lentes para obtener los dos focos reales. En la Referencia [Liu-2016] se usó simplemente una lente convergente de mayor potencia que la lente de fase geométrica. El problema que persiste en ese caso es que el tamaño de la focalización es diferente en cada foco, porque la distancia focal del sistema compuesto es diferente en cada caso. En este trabajo, combinamos la lente de fase geométrica con un sistema telescópico, lo que nos permite obtener los focos imagen reales, ambos del mismo tamaño, haciendo la medida comparable en ambos planos.

La primera experiencia consistió en la verificación de la dependencia de los focos con el estado de polarización. Para ello iluminamos la lente de fase geométrica con un estado lineal y los estados circulares RCP y LCP generados mediante un PSG situado a la entrada del sistema. El PSG está compuesto por un polarizador lineal y una lámina de cuarto de onda. Como PSD empleamos los polarizadores circulares; y un resultado sin analizador. Los resultados verificaron el intercambio de polarización circular en cada foco, observando que al iluminar con RCP se obtiene el foco correspondiente a la lente divergente con el estado LCP, y el correspondiente a la lente convergente, tiene un estado RCP.

En la segunda experiencia, entre el PSG y la lente de fase geométrica situamos una lámina- q para iluminar el sistema con haces vectoriales. Realizamos dos medidas con dos láminas- q de valores $q = 1/2$, y de $q = 1$ respectivamente. Iluminamos nuevamente el sistema con un estado lineal y con los estados LCP y RCP. En ambos casos observamos generación de una singularidad en ambos focos, que ahora adopta la forma característica de un anillo de luz. La diferencia de tamaño de la singularidad es proporcional al valor q de cada lámina. Sin embargo, los estados de polarización de los focos se invierten respecto al caso primero. Esto debido al cambio de polarización adicional que introduce la lámina- q , convirtiendo la iluminación RCP/LCP a los estados LCP/RCP respectivamente.

En los resultados anteriores no es posible observar el signo de la carga topológica. Para poder realizar la distinción entre estos signos realizamos una observación en el plano intermedio de los focos obtenidos por el sistema telescópico. En este plano ambos haces tienen el mismo diámetro y, por tanto, ambos tienen la misma intensidad si las dos componentes circulares tienen el mismo peso. Las láminas se iluminan con un estado lineal justamente para que las componentes circulares tengan la misma intensidad. Para observar el patrón de interferencia es necesario usar un analizador delante de la cámara. Al iluminar el sistema con un haz de polarización homogénea

(sin lámina- q), el patrón de difracción que se observa corresponde a la fase radial cuadrática característica de la interferencia de una onda convergente y otra divergente. A continuación, se incluyen las láminas- q de valores de $q = 1/2$ y $q = 1$, y observamos que el patrón de interferencia se transforma en una espiral en la que el giro crece con q , y con un sentido de giro levógiro o dextrógiro dependiendo del signo de la lámina- q . Insertando una lámina retardadora de media onda entre ambas láminas- q , obtenemos la suma de las cargas topológicas, y de esa forma obtenemos haces vectoriales de orden aún mayores [Del-2017].

Como conclusión podemos destacar que el sistema óptico combinado de la lente de fase geométrica con el sistema telescópico permite tener un sistema de división longitudinal y selección de los estados circulares, que permite analizar fácilmente haces vectoriales.



Capítulo 7

Conclusiones y proyecciones

En esta Tesis Doctoral, presentada en esta memoria en la modalidad de compendio de artículos, se ha desarrollado diversos trabajos relacionado con el uso de moduladores espaciales de luz para la generación y control de vórtices ópticos y haces vectoriales. En esta memoria, se ha puesto de manifiesto, primeramente, los aspectos claves para entrar en el contexto de las publicaciones.

La comprensión del funcionamiento de los SLM de cristal líquido son claves para su uso en los temas de óptica avanzada, específicamente el de los elementos ópticos difractivos. Se demostró que a pesar de que los TN-SLM, por sus limitaciones, puedan ser considerados dispositivos “antiguos,” siguen siendo una valiosa herramienta en la integración y experimentación de los DOEs, la generación de vórtices ópticos y el control de la polarización. Calibrar un TN-SLM es de gran importancia puesto que son dispositivos que requieren de un control muy preciso de los modelos descriptivos y de las propiedades de modulación para poder realizar una correcta modulación de fase. Gracias a la calibración realizada, siguiendo modelos previos en la literatura, fue posible encontrar un estado elíptico de polarización para generar dos regímenes de modulación de fase, uno continuo basado en un perfil de triplicador y uno binario

de fase π . Ambas configuraciones se emplearon para la realización de diferentes experimentos de óptica difractiva como redes de difracción, lentes difractivas y vórtices ópticos.

Por otro lado, se logró desarrollar e implementar un sistema óptico en “Z” basado en dos LCoS-SLMs, que permite el control independiente de dos componentes de la polarización lineales ortogonales, útil para la generación de DOEs con variación espacial de la polarización. Al incorporar los SLM del tipo LCoS, se obtiene un control adaptable sobre la luz polarizada de forma independiente, accediendo a un gran potencial para diversas aplicaciones y usos que requieran este tipo de control preciso.

La primera aplicación fue la creación de un novedoso polarímetro puntual basado en redes de difracción de polarización. La arquitectura del sistema permite realizar una polarimetría completa e instantánea. Para ello se combinan dos redes de difracción puras de fase, pero con diferente polarización, donde cada una de ellas es implementada en su correspondiente SLM, logrando controlar de forma independiente las dos componentes ortogonales de la polarización. La combinación de ambas redes permite crear órdenes de difracción diferentes que actúan como analizadores de la polarización. El sistema propuesto tiene la ventaja de ofrecer una baja pérdida en la intensidad, obteniendo así valores muy precisos al momento de identificar el estado de la polarización. Al emplear SLMs, podemos programar y adaptar fácilmente las redes de difracción para que se ajusten a otras longitudes de onda.

La segunda aplicación del sistema en “Z” desarrollado ha sido la generación de haces vectoriales con un diseño de características muy especiales de patrones de luz estructurada con polarización. Empleando lentes de multifocalización (lentes divididas), implementadas en los SLMs y un analizador, es posible seleccionar por medio de la polarización distintos patrones en los focos. Por otro lado, al combinar las lentes con focalización anular con fases espirales de cargas topológicas variadas, se obtienen diferentes haces vectoriales con polarización.

Estos resultados muestran la versatilidad del sistema propuesto para desarrollar óptica difractiva avanzada, particularmente en la generación de vórtices ópticos, haces vectoriales y elementos de luz estructurada. El alto grado de control de la polarización permite seguir explorando diferentes aristas como la generación de luz despolarizada donde sea el grado de polarización el parámetro que se controla. También, el diseño de elementos más complejos con luz estructurada o la generación de múltiples vórtices con control independiente de la polarización. El sistema en “Z” permite replicar de forma programable diseños de elementos de fase geométrica como láminas-q o lentes difractivas y, además, poder diseñar elementos propios.

Esto puede ser especialmente relevante para poner de manifiesto el interés de los nuevos diseños, previo a su fabricación con elementos de fase geométrica. A pesar de no disponer en nuestro laboratorio de técnicas para realizar el grabado de elementos de fase geométrica, actualmente comienzan a aparecer y adaptarse empresas para facilitar este procedimiento [Ima-web, Tho-web].

Por último, se desarrolló un sistema basado en una lente de fase geométrica y láminas-q, que permite explorar las propiedades de estos elementos. El sistema se empleó como un divisor longitudinal de la polarización circular. En este momento, los elementos de fase geométrica están comenzado su incursión dentro de las aplicaciones comerciales, particularmente las lentes de fase geométrica que concentran el mayor interés comercial. Este interés se debe principalmente a que pueden ser una pieza clave en la miniaturización de los sistemas ópticos. Tradicionalmente las tecnologías que emplean lentes en su funcionamiento se ven limitadas, puesto que las lentes siguen siendo grandes y poco eficientes al introducir tener problemas con aberraciones. Por esto las lentes de fase geométrica pueden permitir desarrollar sistemas ópticos más pequeños y compactos, ya que se pueden crear en láminas muy delgadas, ya sea usando metamateriales o polímeros de cristal líquido, además de mantener una alta eficiencia. Un problema que las frenaba era la importante aberración cromática. A comienzos de este año se dio a conocer el desarrollo de lentes basadas en metasuperficies que superaban este problema [Che-2018], abriendo definitivamente esta tecnología para aplicaciones en sistemas de realidad virtual, realidad aumentada, microscopios o cámaras, por mencionar algunos.

En resumen, se ha presentado un panorama de la generación de óptica difractiva avanzada por medio de una tecnología madura y bien asentada como son los SLMs y, una tecnología en auge con grandes proyecciones y expectativas como son los elementos de fase geométrica.

Anexos

Este anexo resume los formalismos matemáticos de Jones y de Stokes-Mueller, que se han empleado en esta Tesis para el análisis de los estados de polarización de la luz.

A.1 Cálculo de Jones y parámetros de Stokes

Los estados de polarización de la luz (SOP, del inglés *States of Polarization*) describen la orientación y geometría de la oscilación del vector campo eléctrico de la luz. En el desarrollo de la Tesis se han empleado indistintamente dos formalismos para tratar los SOP, el cálculo de Jones y los parámetros de Stokes [Gol-2003].

El cálculo de Jones describe el comportamiento de la polarización en términos de la amplitud y fase de la onda de la luz. Este formalismo resulta aplicable directamente a luz coherente y totalmente polarizada. El vector de Jones queda definido como:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\phi_x} \\ E_{0y} e^{i\phi_y} \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

donde E_{0x} y E_{0y} son las amplitudes y ϕ_x y ϕ_y las fases del campo eléctrico en las orientaciones x e y respectivamente. Esta descripción del campo eléctrico se puede relacionar directamente con los ángulos de la elipse de polarización, el ángulo de elipticidad (ε), y el ángulo de orientación o azimut (α), que se definen en la Figura A.1. El vector de Jones en términos de los valores de la elipticidad ε y el azimut α se expresa como:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \cos(\varepsilon) - i \sin(\alpha) \sin(\varepsilon) \\ \sin(\alpha) \cos(\varepsilon) + i \cos(\alpha) \sin(\varepsilon) \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Por otro lado, los parámetros de Stokes representan una forma alternativa conveniente para describir el SOP, especialmente en los casos donde se emplea luz parcialmente polarizada. Los parámetros de Stokes quedan definidos como:

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ pI \cos(2\alpha) \cos(2\varepsilon) \\ pI \sin(2\alpha) \cos(2\varepsilon) \\ pI \sin(2\varepsilon) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

donde I corresponde a la intensidad total, p indica el grado de polarización y por último α y ε corresponden a los ángulos de azimut y elipticidad respectivamente.

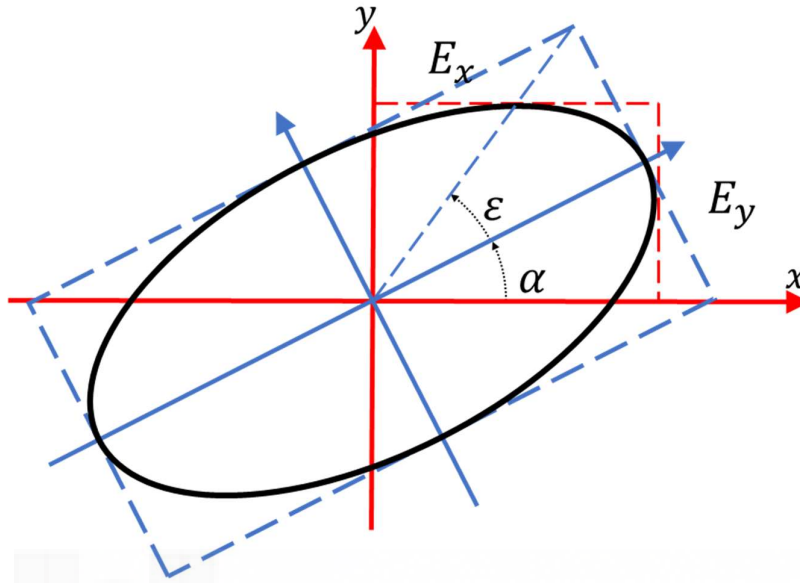


Figura A.1 Elipse de polarización.

El grado de polarización de la luz determina que tan polarizada es la luz y queda determinada por la siguiente relación de los parámetros de Stokes:

$$p = \frac{I_{polarizada}}{I_{total}} = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0^2}, \quad 0 \leq p \leq 1, \quad (A.4)$$

Los valores del azimut y la elipticidad quedan relacionados con los parámetros de Stokes por las siguientes relaciones:

$$2\alpha = \text{atan}\left(\frac{S_2}{S_1}\right), \quad (A.5)$$

$$2\varepsilon = \text{atan}\left(\frac{S_3}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}\right), \quad (A.6)$$

Ambos formalismos (Jones y Stokes) permiten describir la polarización de la luz. Es común emplear el formalismo de Jones en sistemas donde el grado de polarización es cercano a 1 (luz totalmente polarizada) y en sistemas con elementos ópticos que no introducen despolarización (polarizadores, retardadores, materiales birrefringentes, etc.). Los parámetros de Stokes se suelen emplear para la caracterización general de SOP, y es especialmente útil para analizar muestras que presentan fenómenos de despolarización o diatenuación.

La Tabla A.1 muestra los SOP más habituales descritos en formalismo de Jones y Stokes.







| Estado de polarización | Lineal 0° | Lineal 90° | Lineal +45° | Lineal -45° | Circular RCP | Circular LCP |
|------------------------|---|---|---|---|---|---|
| Representación |  |  |  |  |  |  |
| Vector de Jones | $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ +i \end{pmatrix}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$ |
| Parámetros de Stokes | $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ |

Tabla A.1 El sexteto de estados de polarización más comunes en su representación como vectores de Jones normalizados y parámetros de Stokes normalizados geoméricamente.

Los parámetros de Stokes proporcionan una forma de representar todos los estados de polarización por medio de una analogía con las coordenadas esféricas (Figura A.2). La esfera que describe el espacio de los estados de polarización se conoce como esfera de Poincaré. Esta analogía resulta evidente para los vectores de Stokes, puesto que los parámetros de Stokes se relacionan con las coordenadas esféricas como:

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} pI \cos(2\alpha) \cos(2\varepsilon) \\ pI \sin(2\alpha) \cos(2\varepsilon) \\ pI \sin(2\varepsilon) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cos(\theta) \cos(\varphi) \\ r \sin(\theta) \cos(\varphi) \\ r \sin(\varphi) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.7})$$

donde el radio de la esfera se relaciona con el grado de polarización $r = pI$, la longitud queda definida como $\theta = 2\alpha$ y la latitud se relaciona con la elipticidad. $\varphi = 2\varepsilon$.

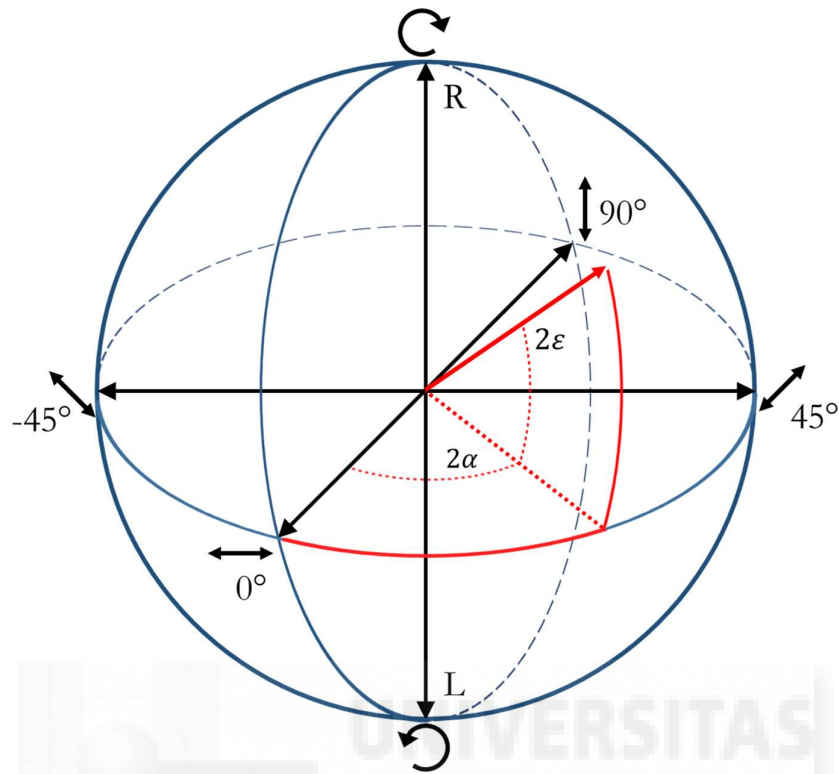


Figura A.2 Esfera de Poincaré y los puntos coordenados de los estados más comunes.

A.2 Matrices de Jones y matrices de Mueller

En general, la interacción de los materiales con la luz puede producir un cambio de SOP, que puede ser de diversos tipos: modificación de las amplitudes (polarizador o diatenuador), o cambio en la fase de las componentes (retardador), rotación de las componentes del campo (rotador) o transferir energía de un estado polarizado a uno despolarizado (despolarizador). Las muestras o elementos ópticos que transforman el estado de polarización se describen con matrices.

En el formalismo de Jones son matrices 2×2 , mientras que en el formalismo de Stokes son las matrices de Mueller, matrices 4×4 .

La matriz de Jones, \mathbf{J} , relaciona el vector de Jones de salida, \mathbf{E}_{out} con el vector de Jones de entrada de acuerdo con:

$$\mathbf{E}_{out} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}_{in} \Rightarrow \begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix}_{out} = \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} \\ J_{yx} & J_{yy} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}_{in} \quad (\text{A.7})$$

Los elementos J_{ij} de la matriz son, en general, números complejos.

Para el caso de los parámetros de Stokes, empleamos las matrices de Mueller. Esta matriz relaciona los parámetros de Stokes de la luz de salida del elemento o muestra que modifica el SOP como:

$$\mathbf{S}_{out} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{S}_{in} \Rightarrow \begin{pmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{pmatrix}_{out} = \begin{pmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}_{in} \quad (\text{A.8})$$

La Tabla A.2 muestra algunos ejemplos correspondientes a algunos elementos básicos de polarización de las matrices de Jones y Mueller.

| Elemento | Matriz de Jones | Matriz de Mueller |
|---|--|--|
| Polarizador lineal a 0° | $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ |
| Polarizador orientado en un ángulo θ | $\begin{pmatrix} \cos^2(\theta) & \cos(\theta)\sin(\theta) \\ \cos(\theta)\sin(\theta) & \sin^2(\theta) \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 & \cos(2\theta) & \sin(2\theta) & 0 \\ \cos(2\theta) & \cos^2(2\theta) & \cos(2\theta)\sin(2\theta) & 0 \\ \sin(2\theta) & \cos(2\theta)\sin(2\theta) & \sin^2(2\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ |
| Lámina desfasadora de $\lambda/4$ | $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ |
| Lámina desfasadora de $\lambda/2$ | $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ |
| Rotador | $\begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\theta) & \sin(2\theta) & 0 \\ 0 & -\sin(2\theta) & \cos(2\theta) & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ |

Tabla A.2. Matrices de Jones y de Mueller, correspondiente a algunos elementos comunes de polarización.

Referencias

- [Ach-2015] O. Acher, S. Richard y T. L. Nguyen, “Wavefront-division polarimetric analysis method and device, spectropolarimeter, polarimetric camera and optical microscope using such a device,” US patent US20150204724 A1, (2015).
- [Alb-2012] J. Albero e I. Moreno, “Gratings beam splitting with liquid crystal adaptive optics,” *J. Opt.* **14**, 075704 (2012).
- [Alb2-2012] J. Albero, I. Moreno, J. A. Davis, D. M. Cottrell y D. Sand, “Generalized phase diffraction gratings with tailored intensity,” *Opt. Lett.* **37** (20), 4227-4229 (2012).
- [Alb-2013] J. Albero, J. A. Davis, D. M. Cottrell, C. E. Granger, K. R. McCormick e I. Moreno, “Generalized diffractive optical elements with asymmetric harmonic response and phase control,” *Appl. Optics* **52** (15), 3637-3644 (2013).
- [All-1992] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw y J. P. Woerdman, “Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes,” *Phys. Rev. A* **45** (11), 8185-8190 (1992).
- [Azz-1988] R. M Azzam, E. Masetti, I. M. Elminyawy y F. G. Grosz, “Construcion, calibration, and testing of a 4-detector photopolarimeter,” *Rev. Sci. Instrum.* **59** (1), 84-88 (1988).
- [Bal-2017] J. P. Balthasar Mueller, N. A. Rubin, R. C. Devlin, B. Groever, y F. Capasso, “Metasurface polarization optics: Independent phase control of arbitrary orthogonal states of polarization,” *Phys. Rev. Lett.* **118** (11), 113901 (2017).
- [Bas-1986] E. B. Basch, “Optical-Fiber Transmission”, *Sams Technical Publishing*, (1986).
- [Bin-2011] P. Bingen, M. Reuss, J. Engelhardt y S. W. Hell, “Parallelized STED fluorescence nanoscopy,” *Opt. Express* **19** (24), 23716-23726 (2011).

- [Ble-2013] B. H. Blehm T. A. Schroer, K. M. Trybus, Y. R. Chemla y P. R. Selvin, “In vivo optical trapping indicates kinesin’s stall force is reduced by dynein during intracellular transport,” *PNASUSA* **110** (9), 3381-3386 (2013).
- [Bor-2009] B. R. Boruah, “Dynamic manipulation of a laser beam using a liquid crystal spatial light modulator,” *Am. J. Phys.* **77**, 331–336 (2009).
- [Cam-2006] J. Campos, O. López-Coronado, C. Iemmi, J. C. Escalera, R. Gimeno y M. J. Yzuel, “Multiplexed lenses written onto a liquid crystal display to increase depth of focus,” *Proc. SPIE* **6311**, 63110Q (2006).
- [Che-2010] C. J. Cheng y J. L. Chern, “Symmetry property of a generalized Billet’s N-split lens,” *Opt. Commun.* **283** (19), 3564–3568 (2010).
- [Che2-2010] C. J. Cheng y J. L. Chern, “Quasi Bessel beam by Billet’s N-split lens,” *Opt. Commun.* **283**(24), 4892–4898 (2010).
- [Chen-2010] H. Chen, Z. Zheng, B. Zhang, J. Ding y H. Wang, “Polarization structuring of focused field through polarization-only modulation of incident beam,” *Opt. Lett.* **35** (16), 2825-2827 (2010).
- [Chen-2011] H. Chen, J. Hao, B. Zhang, J. Xu, J. Ding y H. Wang, “Generation of vector beam with space-variant distribution of both polarization and phase,” *Opt. Lett.* **36** (16), 3179-3181 (2011).
- [Chi-1995] R. A. Chipman, “Polarimetry”, *Handbook of Optics*, McGraw-Hill (1995).
- [Com-1998] E. Compain y B. Drevillon, “Broadband division-of-amplitude polarimeter based on un coated prisms,” *Appl. Optics* **37** (25), 5938-5944 (1998).
- [Cra-2004] K. Crabtree, J. A. Davis e I. Moreno, “Optical processing with vortex-producing lenses,” *Appl. Opt.* **43**(6), 1360-1367 (2004).

-
- [Cur-2002] J. E. Curtis, B. A. Koss y D. G. Grier, "Dynamic holographic optical tweezers," *Opt. Commun.* **207**, 169-175 (2002).
- [Dam-1977] H. Dammann y E. Klotz, "Coherent optical generation and inspection of two-dimensional periodic structures," *Opt. Acta* **24**, 505-515 (1977).
- [Dav-1998] J. A. Davis, I. Moreno y P. Tsai, "Polarization eigenstates for twisted-nematic liquid crystal displays," *Appl. Opt.* **37**, 937-945 (1998).
- [Dav-1999] J. A. Davis, D.B. Allison, K. G. D'Nelly, M. L. Wilson e I. Moreno, "Ambiguities in measuring the physical parameters for twisted-nematic liquid crystal spatial light modulators," *Opt. Eng.* **38**, 705-709 (1999).
- [Dav-2004] J. A. Davis y G. H. Evans, "Polarizing binary diffraction grating beam splitter," *Opt. Lett.* **29** (13), 1443-1445 (2004).
- [Dav-2008] J. A. Davis, J. B. Chambers, B. A. Slowick e I. Moreno, "Wavelength-dependent diffraction patterns from a liquid crystal display," *Appl. Optics* **47** (24), 4375-4380 (2008).
- [Dav--2015] J. A. Davis, N. Hashimoto, M. Kurihara, E. Hurtado, M. Pierce, M. M. Sánchez-López, K. Badham e I. Moreno, "Analysis of a segmented q-plate tunable retarder for the generation of first-order vector beams," *Appl. Optics* **54** (32), 9583-9590 (2015).
- [Dav-2016] J. A. Davis, I. Moreno, M.M. Sánchez-López, K. Badham, J. Albero y D. M. Cottrell, "Diffraction gratings generating orders with selective states of polarization," *Optics Express* **24** (2), 907-917 (2016).
- [Del-2017] S. Delaney, M. M. Sánchez-López, I. Moreno y J. A. Davis, "Arithmetic with q-plates," *App. Opt.* **56** (3), 596-600 (2017).

- [Des-2016] L. De Sio, D. E. Roberts, Z. Liao, S. Nersisyan, O. Uskova, L. Wickboldt, N. Tabiryan, D. M. Steeves y B. R. Kimball, “Digital polarization holography advancing geometrical phase optics,” *Optics Express* **24** (16), 18297-18306 (2016).
- [Dor-2003] R. Dorn, S. Quabis y G. Leuchs, “Sharper focus for a radially polarized light beam,” *Phys. Rev. Lett.* **91** (23), 233901(2003).
- [Dud-2016] A. Dudley, N. Majola, N. Chetty y A. Forbes, “Implementing digital holograms to create and measure complex-plane optical fields,” *Am. J. Phys.* **84**, 106–112 (2016).
- [Els-1996] M. El-Saba, R. M. A. Azzam y M. A. G. Abushagur, “Parallel-slab division-of-amplitude photopolarimeter,” *Opt. Lett.* **21** (21), 1709-1711 (1996).
- [Ess-2012] R. J. Essiambre y R. W. Tkach, “Capacity trends and limits of optical communication networks,” *Proc. IEEE* **100** (5), 1035–1055 (2012).
- [Fic-2016] R. Fickler, G. Campbell, B. Buchler, P. K. Lam y A. Zeilinger, “Quantum entanglement of angular momentum states with quantum number up to 10,010,” *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **113** (48), 13642-13647 (2016).
- [Fra-2017] S. Franke-Arnold y N. Radwell, “Light Served with a Twist,” *Optics & Photonics News* Junio, 29-35 (2017).
- [Foo-2005] G. Foo, D. M. Palacios, y G. A. Swartzlander, “Optical vortex coronagraph,” *Optics Letters* **30**(24), 3308–3310 (2005).
- [Gar-2008] J. C. García-Escartín y P. Chamorro-Posada, “Quantum multiplexing with the orbital angular momentum of light,” *Phys. Rev. A* **78** (6), 062320 (2008).

-
- [Gar-2013] E. Garcia-Caurel, R. Ossikovski, M. Foldyna, A. Pierangelo, B. Drévilion y A. De Martino, “Advanced Mueller Ellipsometry Instrumentation and Data Analysis,” *Ellipsometry at Nanoscale*, Springer, 31–143 (2013).
- [Gol-2003] D. Goldstein, *Polarized Light*, Marcel Dekker (2003).
- [Goo-2014] S. A. Goorden, J. Bertolotti y A. P. Mosk, “Superpixel-based spatial amplitude and phase modulation using a digital micromirror device,” *Opt. Express* **22** (15), 17999-18009 (2014).
- [Gor-1998] F. Gori, M. Santarsiero, S. Vicalvi, R. Borghi, G. Cincotti, E. Di Fabrizio y M. Gentili, “Analytical derivation of the optimum triplicator,” *Opt. Commun* **157**, 13–6 (1998).
- [Gor-1999] F. Gori, “Measuring Stokes parameters by means of a polarization grating,” *Opt. Lett.* **24**(9), 584-586 (1999).
- [Gus-2004] M. G. L. Gustafsson, “Nonlinear structured-illumination microscopy: Wide-field fluorescence imaging with theoretically unlimited resolution,” *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **102** (37), 13081-13086 (2004).
- [Hai-2015] T. Haist y W. Osten, “Holography using pixelated spatial light modulators – part 1: theory and basic considerations,” *J. Micro-Nanolithogr. MEMS MOEMS* **14** (4), 041310 (2015).
- [Hel-1994] S. W. Hell y J. Wichmann, “Breaking the diffraction resolution limit by stimulated emission: stimulated-emission-depletion fluorescence microscopy,” *Opt. Lett.* **19** (11), 780-782 (1994).
- [Hor-1997] L. J. Hornbeck, “Digital Light Processing™ for high-brightness, high-resolution applications,” *SPIE* (1997).

- [Hua-2012] D. Huang, H. Timmers, A. Roberts, N. Shivaram y A. S. Sandhu, “A low-cost spatial light modulator for use in undergraduate and graduate optics labs,” *Am. J. Phys.* **80**, 211–215 (2012).
- [Hua-2015] H. Huang, G. Milione, M. P. J. Lavery, G. Xie, Y. Ren, Y. Cao, N. Ahmed, T. A. Nguyen, D. A. Nolan, M. Li, M. Tur, R. R. Alfano y A. E. Willner, “Mode division multiplexing using an orbital angular momentum mode sorter and MIMO-DSP over a graded-index few-mode optical fibre,” *Sci. Rep.* **5**, 14931 (2015).
- [Kud-2012] M. W. Kudenov, M. J. Escuti, N. Hagen, E. L. Dereniak, y K. Oka, “Snapshot imaging Mueller matrix polarimeter using polarization gratings,” *Opt. Lett.* **37**(8), 1367-1369 (2012).
- [Laz-2012] G. Lazarev, A. Hermersmidt, S. Krüger y S. Osten, “LCoS Spatial Light Modulators: Trends and Applications,” *Optical imaging and Metrology: Advanced Technologies*, Wiley, (2012).
- [Liu-2016] S. Liu, P. Li, Y. Zhang, X. Gan, M. Wang y J. Zhao, “Longitudinal spin separation of light and its performance in three-dimensionally controllable spin-dependent focal shift,” *Sci. Rep.* **6**, 20774 (2016).
- [Liz-2008] A. Lizana, I. Moreno, A. Márquez, C. Iemmi, E. Fernández, J. Campos y M. J. Yzuel, “Time Fluctuations of the phase modulation in a liquid crystal on silicon display: characterization and effects in diffractive optics,” *Opt. Express* **16** (21), 16711-16722 (2008).
- [Liz-2013] A. Lizana, M. Foldyna, M. Stchakovsky, B. Georges, N. David y E. Garcia-Caurel, “Enhanced sensitivity to dielectric function and thickness of absorbing thin film by combining total internal reflection ellipsometry with standard ellipsometry and reflectometry,” *J. Phys. D Appl. Phys.* **46** (10), 105501 (2013).

-
- [Liz-2015] A. Lizana, I. Estevez, A. Turpin, C. Ramirez, A. Peinado y J Campos, "Implementation and performance of an in-line incomplete Stokes polarimeter based on a single biaxial crystal," *Appl. Opt.* **54** (29), 8758-8765 (2015).
- [Liz-2016] A. Lizana, A. Vargas, A. Turpin, C. Ramirez, I. Estevez y J. Campos, "Shaping light with split lens configurations," *J. Opt.* **18** (10), 105605 (2016).
- [Loh-2008] A. W. Lohmann, "A pre-history of computer-generated holography," *Optics & Photonics News* **19**, 26-41 (2008).
- [Mac-2007] G. Machavariani, Y. Lumer, I. Moshe, A. Meir, S. Jackel y N. Davidson, "Birefringence-induced bifocusing for selection of radially or azimuthally polarized laser modes," *Appl. Optics* **46** (16), 3304-3310 (2017).
- [Mal-2010] B. H. Malik y G. L. Cote "Real-time, closed-loop dual-wavelength optical polarimetry for glucose monitoring," *J Biomed. Opt.* **15** (1), 017002 (2010).
- [Mal-2013] D. Maluenda, I. Juvells, R. Martinez-Herrero y A. Carnicer. "Reconfigurable beams with arbitrary polarization and shape distributions at a given plane," *Opt. Express* **21** (5), 5432-5439 (2013).
- [Mar-2001] A. Márquez, C. Jemmi, I. Moreno, J. A. Davis, J. Campos y M. J. Yzuel, "Quantitative prediction of the modulation behavior of twisted nematic liquid crystal displays," *Opt. Eng.* **40**, 2558–2564 (2001).
- [Mar-2006] A. Martínez, N. Beaudoin, I. Moreno, M. M. Sánchez-López y P. Velásquez, "Optimization of the contrast ratio of a ferroelectric liquid crystal optical modulator," *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **8**, 1013-1018 (2006).
- [Mar2-2006] L. Marrucci, C. Manzo y D. Paparo, "Optical Spin-to-Orbital Angular Momentum Conversion in Inhomogeneous Anisotropic Media," *Phys. Rev. Lett.* **96**, 163905 (2006).

- [Mar-2007] A. Martínez, M. M. Sánchez-López e I. Moreno, "Phasor analysis of binary diffraction gratings with different fill factors," *Eur. J. Phys.* **28**, 805-816 (2007).
- [Mar-2010] J. L. Martínez, I. Moreno, J. A. Davis, T. J. Hernandez y K. P. McAuley, "Extended phase modulation depth in twisted nematic liquid crystal displays," *Appl. Opt.* **49** 5929–5937 (2010).
- [Mar-2012] L. Marrucci, "Liquid crystal "q-plate": classical and quantum photonic applications," *Proc. of SPIE* **8475**, 84750P (2012).
- [Mar-2017] J. L. Martínez, P. García-Martínez e I. Moreno, "Microscope system with on axis programable Fourier transform filtering," *Opt. Lasers Eng.* **89**, 116-122 (2017).
- [Mau-2011] C. Maurer, A. Jesacher, S. Bernet y M. Ritsch-Marte, "What spatial light modulators can do for optical microscopy," *Laser Photon. Rev.* **5** (1), 81-101 (2011).
- [Mes-2016] A. Messadi, M. M. Sánchez-López, P. García-Martínez, A. Vargas e I. Moreno, "Optical system for measuring the spectral retardance function in an extended range," *J. Eur. Opt. Soc.-Rapid Publ.* **12**, 21 (2016).
- [Mil-2011] G. Milione, H. I. Sztul, D. A. Nolan y R. R. Alfano, "Higher-Order Poincaré, Stokes Parameters, and the Angular Momentum of Light," *Phys. Rev. Lett.* **107** (5), 053601 (2011).
- [Mor-1995] I. Moreno, J. Campos, C. Gorecki y M. J. Yzuel, "Effects of Amplitude and Phase Mismatching Errors in the Generation of a Kinoform for Pattern Recognition," *Jpn. J. Appl. Phys.* **34** (12A), 6423-6432 (1995).
- [Mor-1998] I. Moreno, N. Bennis, J. A. Davis y C. Ferreira, "Twist angle determination in liquid crystal displays by location of local adiabatic points," *Opt. Commun.* **158**, 231-238 (1998).

- [Mor-2008] I. Moreno, A. M. Cutillas, M. M. Sánchez-López, P. Velásquez y F. Mateos, “Full prediction of the broadband optical modulation performance of a twisted nematic liquid crystal cell,” *Opt. Commun.* **281**, 5520–5526 (2008).
- [Mor-2011] I. Moreno, C. Iemmi, J. Campos y M. J. Yzuel, “Jones matrix treatment for optical Fourier processors with structured polarization,” *Opt. Express* **19** (5), 4583-4594 (2011).
- [Mor-2012] I. Moreno, J. A. Davis, T. M. Hernandez, D. M. Cottrell, y D. Sand, “Complete polarization control of light from a liquid crystal spatial light modulator,” *Opt. Express* **20** (1), 364–376 (2012).
- [Mue-2017] J. P. B. Mueller, N. A. Rubin, R. C. Devlin, B. Groever y F. Capasso, “Metasurface Polarization Optics: Independent Phase Control of Arbitrary Orthogonal States of Polarization,” *Phys. Rev. Lett* **118** (11), 113901 (2017).
- [Nai-2016] D. Naidoo, F. S. Roux, A. Dudley, I. Litvin, B. Piccirillo, L. Marrucci y A. Forbes, “Controlled generation of higher-order Poincaré sphere beams from a laser,” *Nat. Photonics* **10** (5) 327-332 (2016).
- [Ngc-2013] S. Ngcobo, I. Litvin, L. Burger y A. Forbes, “A digital laser for on-demand laser modes,” *Nat. Commun.* **4**, 2289 (2013).
- [Nic-2002] J. Nicolás, J. Campos y M. J. Yzuel, “Phase and amplitude modulation of elliptic polarization states by non-absorbing anisotropic elements: application to liquid-crystal devices,” *J. Opt. Soc. Am. A* **19**, 1013-1020 (2002).
- [Oto-2014] K. Otomo, T. Hibi, Y. Kozawa, M. Kurihara, N. Hasimoto, H. Yokoyama, S. Sato y T. Nemoto, “Two-photon excitation STED microscopy by utilizing transmissive liquid crystal devices,” *Opt. Express* **22** (23), 28215-28221 (2014).

- [Pei-2010] A. Peinado, A. Lizana, J. Videl, C. Iemmi y J. Campos, “Optimization and performance criteria of a Stokes polarimeter based on two variable retarders,” *Opt. Express* **18** (10), 9815-9830 (2010).
- [Pei-2015] A. Peinado, A. Lizana, A. Turpin, C. Iemmi, T. K. Kalkandjiev, J. Mompart, y J. Campos, “Optimization, tolerance analysis and implementation of a Stokes polarimeter based on the conical refraction phenomenon,” *Opt. Express* **23**, 5636–5652 (2015).
- [Pol-2013] F. Poletti, N. V. Wheeler, M. N. Petrovich, N. Baddela, E. Numkam Fokoua, J. R. Hayes, D. R. Gray, Z. Li, R. Slavík y D. J. Richardson, “Towards high-capacity fibre-optic communications at the speed of light in vacuum,” *Nature Photonics* **7**, 279-284 (2013).
- [Pra-2016] K. Prate, J. Dukwen, T. Scharf, H. P. Herzig, S. Plöger y A. Hermerschmidt,, “Precision glass molding of high-resolution diffractive optical elements” *Proc. of SPIE* **9888**, 9888U (2016).
- [Rom-2007] L. A. Romero y F. Dickey,” Theory of optimal beam splitting by phase gratings. I. One-dimensional gratings,” *J. Opt. Soc. Am. A* **24** (8), 2280-2295 (2007).
- [Rom-2010] L. A. Romero y F. M. Dickey, “The mathematical theory of laser beam-splitting gratings,” *Prog. Optics* **54**, 319–386, (2010).
- [Rub-2017] H. Rubinsztein-Dunlop, A. Forbes, M. V. Berry, M. R. Dennis, D. L. Andrews, M. Mansuripur, C. Denz, C. Alpmann, P. Banzer, T. Bauer, E. Karimi, L. Marrucci, M. Padgett, M. Ritsch-Martel, N. M. Litchinister, N. P. Bigelow, J. P. Torres, T. W. Neely, M. Baker, R. Gordon, A. B. Stilgoe, J. Romero, A. G. White, R. Flickler, A. E. Willner, G. D. Xie, B. McMorrin y A. M. Weiner, “Roadmap on structured light,” *J. Opt.***19** (1), 013001 (2017).

- [Sak-2018] M. Sakamoto, T. Hizatsuki, K. Noda, T. Sasaki, N. Kawatsuki, K. Goto y H. Ono, "Fabrication of fine metal structures based on laser drawing method using interference pattern from co-propagating optical vortices," *Appl. Phys. Lett.* **112** (2), 021106 (2018).
- [Sas-2014] T. Sasaki, T. Wada, K. Noda, N. Kawatsuki y H. Ono, "Merged vector gratings recorded in a photocrosslinkable polymer liquid crystal film for polarimetry," *J. Appl. Phys.* **115**, 023110 (2014).
- [Sav-2007] S. N. Savenkov, Y. A. Oberemok, A. S. Klimov, Y. A. Skoblya y N. A. Obukhov, "Complete an incomplete imaging Mueller matrix polarimetry of homogeneous anisotropic media," *Proc. SPIE* **6536**, 65360J (2007).
- [Ser-2010] E. Serabyn, D. Mawet y R. Burruss, "An image of an exoplanet separated by two diffraction beamwidths from a star," *Nature* **464**, 1018-1020 (2010).
- [Sin-2017] B. K. Singh, H. Nagar, Y. Roichman y A. Arie, "Particle manipulation beyond the diffraction limit using structured super-oscillating light beams," *Light: Science & Applications* **6**, e17050 (2017).
- [Sun-2017] X. B. Sun, L. Q. Liu, W. Q. Huang, Y. Zhang, W. Y. Wang, T. R. Zheng, X. Feng, Y. C. Geng y Q. H. Zhu, "Generation of the periodically polarized structured light beams," *Opt. Express* **25** (18), 21460-21470 (2007).
- [Tan-2010] P. S. Tan, X. C. Yuan, G. H. Yuan y Q. Wang, "High-resolution wide-field standing-wave surface plasmon resonance fluorescence microscopy with optical vortices," *Appl. Phys. Lett.* **97**, 241109 (2010).
- [Tay-1974] P. Taylor, Theory and Applications of Numerical Analysis, Academic Press, London (1974).
- [Tor-2011] J. P. Torres, Twisted Photons Applications of Light with Orbital Angular Momentum, Wiley, (2011).

- [Tsa-2005] M. J. Tsaj y C. C. Hung, “Development of a high-precision surface metrology system using structured light projection,” *Measurement* **38** (3), 236-247 (2005).
- [Tyo-2006] J. S. Tyo, D. L. Goldstein, D. B. Chenault y J. A. Shaw, “Review of passive imaging polarimetry for remote sensing applications,” *Appl. Optics* **45** (22), 5453-5469 (2006).
- [Var-2013] A. Vargas, R. Donoso, M. Ramírez, J. Carrión, M. M. Sánchez-López e I. Moreno, “Liquid crystal retarded spectral retardance characterization based on a cauchy dispersion relation and a voltage transfer function,” *Opt. Rev.* **20** (5), 378-384 (2013).
- [Var-2014] A. Vargas, F. A. Torres-Ruiz, J. Campos, R. Donoso, J. L. Martínez e I. Moreno, “Flexible polarimeter architecture based on a birefringent grating,” *Appl. Opt.* **53** (25), 5585–5592 (2014).
- [Wan-2014] H. T. Wang, “Chapter 2: Vector optical fields and their novel effects”, Vectorial Optical Fields Fundamentals and Applications, World Scientific, 27-72 (2014)
- [Wil-2015] A. E. Willner, H. Huan, Y. Yan, Y. Ren, N. Ahmed, G. Xie, C. Bao, L. Li, Y. Cao, Z. Zhao, J. Wang, M. P. J. Lavery, M. Tur, S. Ramachandran, A. F. Molisch, N. Ashrafi y S. Ashrafi, “Optical Communications using orbital angular momentum beams,” *Adv. Opt. Photonics* **7**, 66-106 (2015).
- [Xu-2010] P. Xu, X. He, J. Wang y M. Zhan, “Trapping a single atom in a blue detuned optical bottle beam trap,” *Opt. Lett.* **35**, 2164 (2010).
- [Yan-2015] D. K. Yang y S. T. Wu, Fundamentals of Liquid Crystal Devices, Wiley, (2015).
- [Yao-2011] A. M. Yao y M. J. Padgett, “Orbital angular momentum: origins, behavior y applications,” *Adv. Opt. Photon.* **3**, 161-204, (2011).

- [You-2000] K. S. Youngworth y T. G. Brown, "Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams," *Opt. Express* **7** (2), 77-87 (2000).
- [Zal-2006] J. Zallat, S. Ainouz y M. P. Stoll, "Optimal configurations for imaging polarimeters: impact of image noise and systematic errors," *J. Opt. A-Pure Appl. Opt.* **8** (9), 807-814 (2006).
- [Zha-2009] Q. Zhan, "Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications," *Adv. Opt. Photon.* **1** (1), 1-57 (2009).
- [Zha-2014] Z. Zhang, Z. You y D. Chu, "Fundamentals of phase-only liquid crystal on silicon (LCoS) devices," *Light-Sci. Appl.* **3**, e213, (2014).
- [Zho - 2016] Z. Zhou y L. Zhu, "STED microscopy based on axially symmetric polarized vortex beams," *Chin. Phys. B* **25** (3) 030701, (2016).
- [Zhu-2015] L. Zhu, M. Sun, D. Zhang, J. Yu, J. Wen y J. Chen, "Multifocal array with controllable polarization in each focal spot," *Opt. Express* **23** (19), 24688-24698 (2015).

Referencias Web.

- [Edm-2017] <https://www.edmundoptics.com/optics/optical-lenses/specialty-lenses/Polarization-Directed-Flat-Lenses/>
- [Eur-2009] <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/PDF/?uri=CELEX:52009DC0512&from=EN>
- [Ham-Web] <http://www.hamamatsu.com/eu/en/index.html>
- [Hol-Web] <https://holoeye.com/spatial-light-modulators/lc-2012-spatial-light-modulator/>
- [Ima-Web] <http://www.imagineoptix.com/>

[Mrf-2017] <https://www.marketresearchfuture.com/reports/spatial-light-modulator-market-1721>

[Tho-Web] https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=9861

[Tho2-Web] https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=8043

[Une-2017] <https://en.unesco.org/events/international-day-light>

