



UNIVERSIDAD MIGUEL HERNÁNDEZ

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y JURÍDICAS DE ELCHE

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS, INFORMÁTICA Y ESTADÍSTICA

TRABAJO DE FIN DE GRADO

**ANÁLISIS DEL PROBLEMA DE
LOCALIZACIÓN DE PLANTAS MÓVIL**

Natalia Gavaldá Lizán
Grado en Estadística Empresarial

Tutorizado por:
Mercedes Landete



Índice general

1. Introducción	5
1.1. Preliminares	5
1.2. Las empresas y cuestiones de localización	6
1.3. Ejemplos de problemas de localización	7
1.3.1. Nomenclatura	8
1.3.2. Problema de Localización de Plantas Simple (SPLP)	9
1.3.3. El problema de la p-mediana	10
1.3.4. Bietapico	11
1.4. Objetivos	13
2. Problema de localización de plantas móvil	15
2.1. Origen	15
2.2. Descripción del problema	16
2.3. Formulación	17

2.4. Bases de datos y software	20
2.5. Análisis descriptivo	20
3. Generalizaciones	29
3.1. Motivación	29
3.1.1. El problema de localización móvil libre	30
3.1.2. Problema de localización móvil limitado a r divisiones	38
3.1.3. Los costes del empresario y el cliente como condición del problema	46
3.1.4. Conclusiones generales	50
4. Anexo	51



Capítulo 1

Introducción

1.1. Preliminares

Los problemas de localización discretos se caracterizan porque se debe ubicar un número de instalaciones en ubicaciones potenciales con el objetivo de dar servicio a un conjunto finito de clientes. Las ubicaciones se distribuirán en función de ciertos criterios, bien establecidos por un investigador o por el interesado en la resolución, que han de cumplirse expresados como restricciones en el problema.

Existe un gran interés en el estudio de problemas de localización debido al impacto que tiene la ubicación de los servicios de las compañías en sus clientes y posibles clientes potenciales. Por lo que, las empresas e instituciones, tanto públicas como privadas, sienten la necesidad de optimizar la localización de los puntos de producción y servicios ya que se encuentran en mercados expansivos donde los clientes pueden encontrarse en diversas ubicaciones alejadas de los puntos de servicio empresariales tradicionales.

Normalmente, invierten grandes cantidades de recursos monetarios y bienes en llevar a cabo una toma de decisiones estratégicas o a largo plazo en cuanto a sus infraestructuras. Las decisiones sobre localizaciones se comienzan a plantear en políticas de crecimiento y expansión de la propia empresa. Por ejemplo, imaginemos que se desean redistribuir los hospitales o escuelas de una ciudad puesto a que esta misma ha ido creciendo y con el objetivo de dar un mejor servicio a los ciudadanos, se

plantea dónde ubicar los servicios públicos.

Además, también se dan situaciones en la que se tiene que tomar una decisión acerca de una nueva implantación de ubicaciones de servicio tanto en nuevas empresas como en las más tradicionales. Por ejemplo, una nueva entidad bancaria tiene que tomar decisiones acerca de donde ubicar los cajeros automáticos o una empresa de carburantes ha de decidir qué gasolineras ha de tener asociadas para distribuir su producto para que pueda dar servicio a su consumidor final.

1.2. Las empresas y cuestiones de localización

La decisión acerca de donde ubicar las infraestructuras operativas de la empresa es de gran importancia por el impacto que supone en su calidad de servicio. Normalmente son decisiones que se toman desde la dirección o el comité estratégico. Además, a consecuencia de la globalización de la economía y la mayor conciencia social acerca del medio ambiente, los diferentes regímenes políticos también se ven influenciados, de manera que han de interferir a nivel social, económico y político sobre la toma de decisiones acerca de las localizaciones, como por ejemplo, ubicación de servicios públicos o plantas nucleares. Aunque también existen empresas pequeñas que han de tomar decisiones de localización, como por ejemplo, un horno de panadería debe saber en qué puntos distribuir el pan u otros productos para poder llegar a sus clientes.

La importancia económica se justifica porque la reubicación o nueva apertura de infraestructuras conlleva movilizar recursos financieros a largo plazo, pues las instalaciones son muy costosas generalmente. Además, no solo podemos medir su parte económica, sino también la perspectiva organizativa. Existirá una transformación o ampliación empresarial en la que se encontraran involucrados todos los empleados que forman la empresa, los cuales tendrán que dedicar tiempo y esfuerzo para adaptarse a su nueva situación empresarial.

La movilización de las plantas se realiza para mejorar la competitividad de las empresas, y lograr sus objetivos de expansión. Otra motivación muy común es la ampliación de su cartera de clientes, la mejorara en el servicio a sus consumidores o la reducción de tiempos en poner en marcha un servicio.

Los problemas de localización se pueden plantear de diversas formas, hallar el punto del plano tal que la suma de las distancias a tres puntos fijos sea mínima o hallar el centro de círculo de mínimo radio que encierra a un conjunto de puntos. Actualmente se han aumentado la variedad de problemas a plantear debido a gran la diversidad de situaciones en las que se pueden encontrar las diferentes empresas. La empresa puede querer minimizar el coste total de transporte a los plantas de servicio o ubicar un número conocido establecimientos con la máxima separación posible entre ellos.

1.3. Ejemplos de problemas de localización

Existe una gran variedad de problemas que, desde una perspectiva diferente, abordan la mejor localización de plantas de producción o centros de producción. A continuación, se describen algunos de ellos. En concreto el problema de localización de plantas simple, el problema de la p -mediana y el problema en dos etapas o bietápico.

Otros que no se ilustrarán en el capítulo sobre los que el lector podrá consultar información adicional sobre los mismos serán, por ejemplo, el problema de localización de concentradores, localización de incertidumbre sobre la demanda o localización multi-nivel en el que todas las etapas están concentradas. Se tratan de modelos desarrollados a través del campo de la investigación operativa que dan solución a escenarios particulares sobre la localización de plantas.

- Investigación de operaciones, Hamdy A. Taha.
- Investigación de operaciones, Hillier Lieberman.
- Localización, distribución en planta y manutención. Josep M. Vallhonrat, Josep María Vallhonrat Bou, Albert Corominas Subias, Albert Corominas.

1.3.1. Nomenclatura

Para la descripción de los problemas de localización anteriormente mencionados se establecerá definiciones de variables y parámetros comunes que servirán para la interpretación y modelización de dichos problemas.

Para los problemas de localización en los que se ven implicados clientes y plantas o puntos de servicio se denotarán como conjuntos, de manera que el conjunto de todos los puntos de servicio de la compañía o institución será I y el conjunto de todos los clientes será J . Por lo que cada cliente j se encuentra en el conjunto J y cada planta o punto de servicio se encuentra en el conjunto I . El número de plantas será $|I|$ y, por analogía, el número de clientes será $|J|$

Los parámetros que se representarán en la función objetivo, por lo general, serán el coste de apertura, y de proporcionar servicio. Se representará como f_i al coste de apertura de cada planta i , donde $i \in I$, y como c_{ij} al coste de dar servicio al cliente j por la planta i , donde $i \in I$ y $j \in J$.

Además, también se definirán una serie de variables binarias para la resolución de los problemas en cuestión. Serán las siguientes:

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{si la planta } i \text{ esta abierta, para } \forall i \in I \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la planta } i \text{ sirve al cliente } j, \text{ para } \forall i \in I \text{ y } \forall j \in J \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Una vez definidos los puntos en común que comparten los problemas, se profundizará en sus propias particularidades como restricciones o funciones objetivo.

1.3.2. Problema de Localización de Plantas Simple (SPLP)

El modelo de Localización de Plantas Simple trata de ayudar a la toma de decisiones en cuanto a qué plantas deben abrirse y qué plantas darán servicio a qué clientes. Se tendrán en cuenta los costes de apertura de cada planta así como los costes referentes a dar servicio a cada cliente por cada planta.

Apoyándonos en la nomenclatura, ilustraremos la función objetivo y las restricciones del problema.

Por un lado, en función objetivo (1.1) se encontraran los costes de servicio y apertura sumándose y formando el coste total a minimizar por el problema de optimización.

$$(P_1) \quad \text{Min} \quad \sum_{i \in I} f_i \cdot y_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (1.1)$$

sujeto a las restricciones:

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \quad \forall j \quad (1.2)$$

$$x_{ij} \leq y_i, \quad \forall i, j \quad (1.3)$$

$$y_i, x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \quad (1.4)$$

La restricción 1.2 significa que todo cliente debe estar servido por una planta, de manera que no se permite que ningún cliente carezca de servicio.

La restricción 1.3 quiere decir que si un cliente tiene que estar servido por una planta determinada, dicha planta debe encontrarse abierta. Por lo que no puede darse el caso de que a un cliente le tenga que servir una planta determinada y ésta no se encuentre abierta.

La restricción 1.4 recoge el carácter de las variables. Las variables, como anteriormente hemos indicado, son binarias, por lo tanto sus valores solo pueden ser 1 o 0.

1.3.3. El problema de la p-mediana

El modelo de localización de la p-mediana trata de dar solución a las situaciones en las que debe abrir exactamente un número determinado (p) de plantas y todas estas plantas deberán dar servicio a los clientes. El número de plantas a abrir es definido por el investigador.

Se denotará p como el número de plantas exacto a abrir en las restricciones del problema, de manera que se abrirán exactamente p plantas.

Apoyándonos en la nomenclatura, ilustraremos la función objetivo y las restricciones del problema.

Observese que en la función objetivo (1.5) no se tienen en cuenta los costes de apertura de las plantas ya que son constantes al conocerse su número (p) exacto, es decir, el coste no variará porque determinamos previamente el número de plantas a abrir y estas tienen un coste que conocemos. Por lo tanto, únicamente se minimizarán los costes de servicio a los clientes.

$$(P_2) \quad \text{Min} \quad \sum_{i \in C} \sum_{j \in F} c_{ji} x_{ji} \quad (1.5)$$

sujeto a

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \quad \forall j \quad (1.6)$$

$$\sum_{i \in I} y_i = p \quad \forall i \quad (1.7)$$

$$x_{ij} \leq y_i \quad \forall i, j \quad (1.8)$$

$$y_i, x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \quad (1.9)$$

La restricción 1.6 ilustra que todo cliente debe estar servido por una planta, todos los clientes deberán tener servicio.

La restricción 1.7, la cual es característica del problema de la p-mediana, nos indica que el número de plantas que deben abrirse debe ser p .

La restricción 1.8 de equilibrio, como en el problema de localización de plantas simple, obliga a que si un cliente debe ser servido por una planta, dicha planta obligatoriamente debe encontrarse abierta.

Por último, la restricción 1.9 define el carácter de las variables, que al ser binarias, restringe los valores que puede tomar a 1 o 0.

1.3.4. Bietapico

Y por último, el modelo de dos etapas o bietápico de localización trata de minimizar los costes asociados a la apertura de almacenes y puntos de servicio en dos periodos.

Los almacenes servirán a los puntos de servicio y éstos a los clientes finales. Los almacenes se abrirán en primera etapa, y a continuación, los puntos de servicio, de manera que existirán almacenes que sirvan a determinados puntos y, en la segunda etapa, los puntos a los que acudirán determinados clientes para ser servidos.

Como ejemplo ilustrativo para el modelo de dos etapas, imaginemos una cadena de supermercado que dispone de almacenes en los que se encuentran todas sus existencias y éstos tratan de aprovisionar a las tiendas donde acude el cliente a realizar la compra de productos. Se tendrá que determinar qué almacenes tendrán que servir a determinadas tiendas, y además, en una segunda etapa, se tendrá que decidir sobre qué tiendas tendrán que servir a determinados clientes.

Matemáticamente, para poder modelizar dicha situación, tendremos que añadir un tipo de variable más al problema, así como restricciones adicionales además de las ya vistas anteriormente. Por otro lado, se tendrá que tener en cuenta un conjunto de *almacenes* que en los anteriores problemas no existía y se denotará a cada uno de los *almacenes* como k , de manera que el total de *almacenes* de los que se dispone será $|K|$.

La modificación en la variable definida en la nomenclatura será añadir el subíndice referido a los *almacenes*.

$$x_{kij} \quad k \in K, i \in I, j \in J$$

$$x_{kij} = \begin{cases} 1 & \text{fracción de la demanda del cliente } j \text{ que es servido por el } \textit{almacén} \textit{ } k \text{ y la planta } i \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Y como nueva variable debida a la creación del nuevo conjunto K

$$z_k = \begin{cases} 1 & \text{si el } \textit{almacén} \textit{ } k \text{ esta abierto, para } \forall k \in K \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Por lo tanto, el modelo de localización en dos etapas quedaría matemáticamente de la siguiente forma:

$$(P_3) \quad \text{Min} \quad \sum_{i \in C} \sum_{j \in F} c_{kji} x_{kji} + \sum_{i \in C} f_j y_j + \sum_{k \in K} g_k z_k \quad (1.10)$$

sujeto a

$$\sum_{i \in I} \sum_{i \in K} x_{ijk} = 1 \quad \forall j \in J \quad (1.11)$$

$$\sum_{i \in I} x_{kij} \leq z_k \quad \forall k, j \quad (1.12)$$

$$\sum_{i \in K} x_{kij} \leq y_i \quad \forall k, i \quad (1.13)$$

$$x_{ijk} \geq 0 \quad \forall i, j, k \quad (1.14)$$

$$z_k, y_i \in \{0, 1\} \quad \forall i, k \quad (1.15)$$

La restricción 1.11 nos indica que cada uno de los clientes tiene que tener asociado un punto de servicio y este mismo punto de servicio, debe ser servido por un *almacén* determinado.

La restricción 1.12 define que todos aquellos clientes tendrán que tener asignado un *almacén* que se encuentre abierto.

La restricción 1.13 define que todos los clientes tendrán que tener una *planta* de producción asociada que se encuentre abierta.

La restricción 1.14, que debe estar para que sean coherentes las soluciones, obliga a que todas aquellas fracciones de demanda que solicite el cliente deben ser positivas.

La restricción 1.15 marca el carácter de las variables que como se trata de un problema de localización discreta, éstas deben declararse como variables binarias.

1.4. Objetivos

Los objetivos que se persiguen se pueden dividir en dos niveles. Por una parte, el estudio y conocimiento de los problemas de localización discreta en el campo de la investigación operativa, así como, concretamente, el problema de localización de plantas móvil como se analizará en el capítulo 2. Y no solo trataremos el problema original, sino que también seremos capaces de proponer modificaciones sobre las restricciones que ayuden a ampliar su campo de resolución de casos y situaciones que se pueden encontrar en la realidad. Una vez realizada esta parte de propuesta, el objetivo será profundizar mediante un análisis gráfico en la interpretación de las soluciones obtenidas. En consecuencia, ello nos llevará a conocer y tratar los problemas de programación discreta que es el fin más genérico del trabajo realizado.

Por otro lado, como objetivos secundarios será el trabajo y el manejo del software de optimización CPLEX, el cual utilizaremos para la resolución de problemas de programación lineal entera. Además, también se deberá ahondar en la utilización de un editor de texto como es TeXstudio utilizando lenguaje Latex. Dicho editor será utilizado para la maquetación y edición del trabajo de fin de grado.



Capítulo 2

Problema de localización de plantas móvil

2.1. Origen



El problema de localización de plantas móvil originalmente fue propuesto por primera vez en *Demaine ED, Hajiaghayi M, Mahini H, Sayedi-Roshkhar AS, Oveisgharan S, Zadimoghaddam M. Minimizing movement. ACM Trans Algorithms 2009;5(3):28*

El problema se plantea sobre una serie de clientes y plantas que se encuentran inicialmente en vértices conocidos. El conjunto de ubicaciones potenciales se comparte entre clientes y plantas, incluso por ubicaciones que no tienen la obligación de ser de clientes o plantas. Lo que quiere decir, que podemos establecer ubicaciones potenciales según un análisis de mercado en las que pueden encontrarse nuestros puntos de servicio. Por ejemplo, si tras un análisis geográfico descubrimos que unos terrenos son muy competitivos económicamente.

En cuanto a las aplicaciones de problema de localización móvil, ha sido determinar donde se deben ubicar los puntos de distribución que deberán ser en función de todas las ubicaciones conocidas que se disponen. Dicha aplicación es la que marcará la dirección que se seguirá en el presente capítulo y la que trataremos de analizar y variar.

2.2. Descripción del problema

En el problema localización de plantas móvil contamos con un conjunto de ubicaciones potenciales en las que pueden ser ocupadas por plantas de producción o puntos de servicio. Se considera un número finito de plantas y clientes. El problema tratará posicionar las plantas en la ubicación óptima para que los costes asociados a sus ubicaciones sean mínimos. Dichos costes se encontrarán relacionados con las ubicaciones, que podrán ser proporcionales a la distancia, o previamente calculados bajo otros criterios. Generalmente dependerá del caso de estudio.

De forma ilustrativa y con el fin de mejorar la comprensión del problema de localización que tratamos, imaginemos que tenemos nuestro negocio y nos dedicamos a la elaboración de productos de amasado como puede ser el pan. Disponemos de determinados hornos que elaboran nuestros productos y debemos que tomar decisiones acerca de la ubicación de nuestros puntos de servicio. Como opciones tendríamos que podríamos dar servicio a nuestros clientes en los mismos hornos de pan o determinar otros puntos que sean más adecuados.

Partimos de una situación inicial en la que todos nuestros hornos se encuentran como se muestra en la Figura 2.1. Las elipses será el lugar en el plano donde se encuentra cada cliente y los triángulos serán donde se ubican los hornos de producción. Aparentemente, los hornos se encuentran ubicados en la parte superior, alejados de muchos clientes, pero muy cercanos de otros.

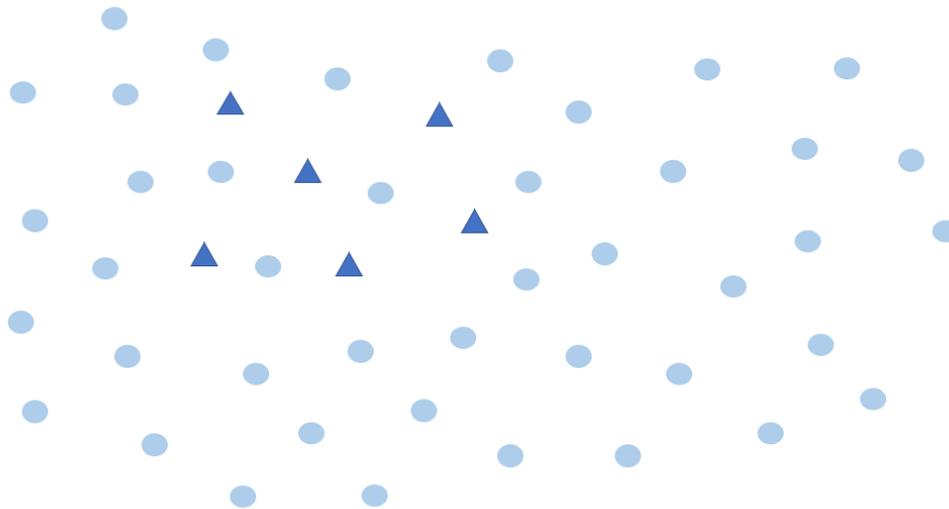


Figura 2.1: Situación inicial de hornos y clientes

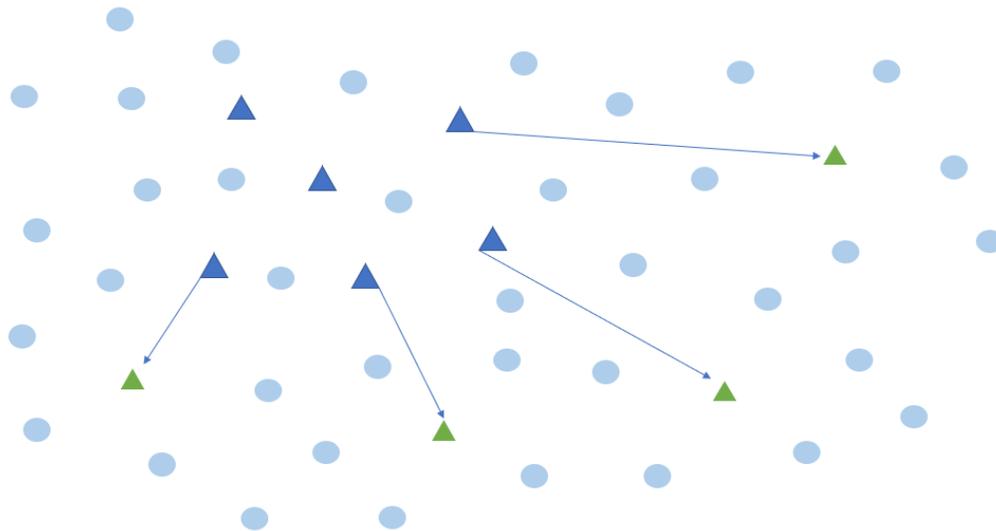


Figura 2.2: Situación final según la resolución del problema de localización

Intuitivamente podemos pensar que los puntos de servicio o panaderías que tendrán nuestro producto deberían encontrarse más cercanas a todos los clientes para facilitar su adquisición de pan. Tal y como se ilustra en la Figura 2.2, los triángulos verdes coincidirán con los puntos de servicio o panaderías que se han establecido por considerarse más adecuados según la resolución del problema de localización.

Observese, en la Figura 2.2, que no de todos los hornos de pan se han desplegado panaderías, solo de cuatro de ellos, los cuales darán servicio en las nuevas ubicaciones que se han establecido. Con los dos restantes, no se ha considerado que deban servir en otras ubicaciones, sino que lo harán en el mismo horno de pan, por lo que coincidirá el horno de pan con la *panadería* que vende los productos a los consumidores. Por lo que, en la definición del problema no obligamos a que exista siempre al menos un movimiento de todas las ubicaciones ocupadas por plantas de producción.

2.3. Formulación

Se denotará al conjunto de clientes como C y al conjunto de plantas o puntos de servicio como F . Por tanto, el número total de clientes del problema será $|C|$ y el número total de plantas iniciales será $|F|$.

A diferencia de los problemas de localización introducidos en el *capítulo 1*, existirá un tercer conjunto denotado como V que serán todas las posibles ubicaciones donde podrán ser redirigidas las plantas. V se planteará como el total de ubicaciones potenciales.

Cabe destacar que siempre se cumplirá $C \subseteq V$ y $F \subseteq V$, es decir, todas las ubicaciones de los clientes y de las plantas, son las ubicaciones que recoge V . Por lo que, $|V| = |C| + |F|$

Para la modelización del problema se planteran una serie de parámetros, variables, función objetivo y restricciones para resolución óptima. En el problema de localización de plantas móvil se utilizará una nomenclatura distinta al *capítulo 1*

En cuanto a la definición de los parámetros a utilizar será u_i como el peso positivo que representa el coste de satisfacer la demanda por cada uno de los clientes, $\forall i \in C$, w_j como peso positivo que representa el coste de movilidad de cada una de las plantas, $\forall j \in F$, d_{jv} como el coste de mover la planta j a la ubicación v , $\forall j \in F$ y $\forall v \in V$, y, por último d_{iv} como el coste de mover el cliente i a la ubicación v , $\forall i \in C$ y $\forall v \in V$

Por otro lado, se definirán tres tipos de variables, z_v , y_{jv} y x_{ij} , con distinto significado para la resolución del problema. Serán las siguientes:

$$z_v = \begin{cases} 1 & \text{si la ubicación } v \text{ es el destino de alguna planta, para } \forall v \in V \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$y_{jv} = \begin{cases} 1 & \text{si la ubicación } v \text{ es el destino de la planta } j, \text{ para } \forall j \in F \text{ y } v \in V \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la ubicación } v \text{ sirve al cliente } i, \text{ para } \forall i \in C \text{ y } \forall v \in V \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Una vez definidos los parámetros y las variables, el modelo matemático quedaría de la siguiente manera:

$$(P_4) \quad \text{Min} \quad \sum_{j \in F} \sum_{v \in V} w_j \cdot d_{jv} \cdot y_{jv} + \sum_{i \in C} \sum_{v \in V} u_i \cdot d_{iv} \cdot x_{iv} \quad (2.1)$$

sujeto a las restricciones:

$$\sum_{v \in V} x_{iv} = 1, \quad \forall i \in C \quad (2.2)$$

$$\sum_{v \in V} y_{jv} = 1, \quad \forall j \in F \quad (2.3)$$

$$\sum_{j \in F} y_{jv} - z_v = 0, \quad \forall v \in V \quad (2.4)$$

$$x_{iv} - z_v \leq 0, \quad \forall i \in C, \forall v \in V \quad (2.5)$$

$$z_v, y_{jv}, x_{iv} \in [0, 1] \quad \forall j \in F, \forall v \in V, \forall i \in C \quad (2.6)$$

La función objetivo (2.1) recoge los costes asociados a dotar de servicio a los clientes desde las plantas, y, además los costes asociados a la puesta en marcha de las plantas o puntos de servicio en las nuevas ubicaciones. Éstos últimos costes podrían ser, por ejemplo, costes de transporte de mercancías o proporcionales a la distancia entre ubicaciones.

La restricción 2.2 nos indica que todos los clientes deben estar asignados a una planta. No se permite que clientes no dispongan de una planta de servicio a la que dirigirse.

La restricción 2.3 nos indica que todas las plantas deben encontrarse en una ubicación. Además implica que no se podrán abrir más plantas ni cerrarse de las que inicialmente han sido declaradas, por ejemplo, si inicialmente contamos con 5 plantas de servicio el problema asignará la ubicación óptima para esas 5 plantas en el espacio V .

La restricción 2.4 es de equilibrio, todas aquellas plantas que sean asignadas a una ubicación v tendrán que quedar reflejadas en la variable z_v .

La restricción 2.5 es de equilibrio, igual que la anterior, refleja que si algún cliente esta asignado a una ubicación, ello debe reflejarse en la variable z_v .

Por último, la restricción 2.6 obliga a que todas las variables que previamente hemos definido como binarias únicamente puedan tomar valor 1 o 0.

2.4. Bases de datos y software

Se utilizarán diferentes bases de datos para la validación del modelo matemático e interpretación de resultados. Éstas se descargarán en formato de *ficheros .txt* de la página web <http://redloca.ulpgc.es/>

La Red de Localización es un grupo de investigadores de varias universidades que trabajan en el campo de la localización y problemas relacionados. Además de los modelos de localización, se estudian modelos de rutas y transporte, diseño de redes y logística, entre otros temas. (<http://redloca.ulpgc.es/>)

Las bases de datos se componen de 3 columnas. La primera y la segunda corresponden con las coordenadas de las ubicaciones de las plantas y los clientes. La tercera columna refleja el coste total que supone el desplazamiento o transporte de la planta j a ubicación v y el coste de desplazarse el cliente desde su ubicación i a la ubicación v . Finalmente se escogerán un total de 30 bases de datos para proceder a su análisis de resultados en la siguiente sección.

Después, para que el script de trabajo que hemos creado lea correctamente los datos, en la parte superior del fichero se indicará la dimensión del problema. En todas las bases de datos escogidas será 100x100, por lo que $|V| = N = 100$, existirán 100 puntos en los que se encuentran plantas y clientes y problema decidirá qué ubicaciones darán servicio.

El software empleado para la resolución del problema de localización con las diferentes bases de datos ha sido CPLEX. Se trata de un optimizador de programación matemática de alto rendimiento para problemas de programación lineal, programación entera mixta y programación cuadrática.

2.5. Análisis descriptivo

Para la interpretación de las soluciones y resultados del problema se elaborará un análisis descriptivo. Para ello, se ha resuelto el problema de localización móvil alternando el número de plantas y fijando el número de clientes. Además, se ha

supuesto en todas las bases de datos utilizadas que los primeras n coordenadas son plantas y que los restantes $N - n$ son clientes.

Con cada base de datos se ha resuelto el problema desde 3 hasta 20 plantas y fijando un número de clientes de 95. De cada una de las ejecuciones del problema se obtienen diferentes parámetros como el número de plantas, clientes, objetivo, número de plantas nuevas, porcentaje de transición y otros.

La resolución utilizando las 30 bases de datos disponibles alternando el número de plantas iniciales y el número de clientes, ha sido de la siguiente forma:

- Datos-1.txt suponiendo 3 plantas 95 clientes.
- Datos-2.txt suponiendo 3 plantas 95 clientes.
- Datos-3.txt suponiendo 3 plantas 95 clientes.
- ...
- Datos-30.txt suponiendo 3 plantas 95 clientes.

- Datos-1.txt suponiendo 4 plantas 95 clientes.
- Datos-2.txt suponiendo 4 plantas 95 clientes.
- Datos-3.txt suponiendo 4 plantas 95 clientes.
- ...
- Datos-30.txt suponiendo 4 plantas 95 clientes.

etc.

Valor de la función objetivo, el coste total

Para los descriptivos que se mostrarán a continuación se ha calculado *Solución media* y *Disminución*. *Solución media* será la media de los valores objetivos de todas

las bases de datos que hayan sido resueltas con el mismo número de plantas y con número de clientes 95. *Disminución* será la diferencia porcentual de *Solución media* con n_j plantas y 95 clientes con *Solución media* con n_{j-1} plantas. Por lo tanto, no existirá *Disminución* para n_1 .

n_j será el número de plantas j utilizado para la resolución del problema que coincidirá con la primera columna del cuadro 2.1.



Número de plantas	Solucion media	Disminucion porcentual
3	148436.50	-
4	123126.80	-17.05
5	108681.07	-11.73
6	97483.80	-10.30
7	88804.77	-8.90
8	82362.03	-7.25
9	77222.33	-6.24
10	72493.97	-6.12
11	68264.53	-5.83
12	64630.73	-5.32
13	61568.45	-4.74
14	58841.53	-4.43
15	56317.86	-4.29
16	54221.67	-3.72
17	51882.77	-4.31
18	49902.67	-3.82
19	48005.40	-3.80
20	46285.70	-3.58

Cuadro 2.1: Coste medio por número de plantas y su disminución porcentual

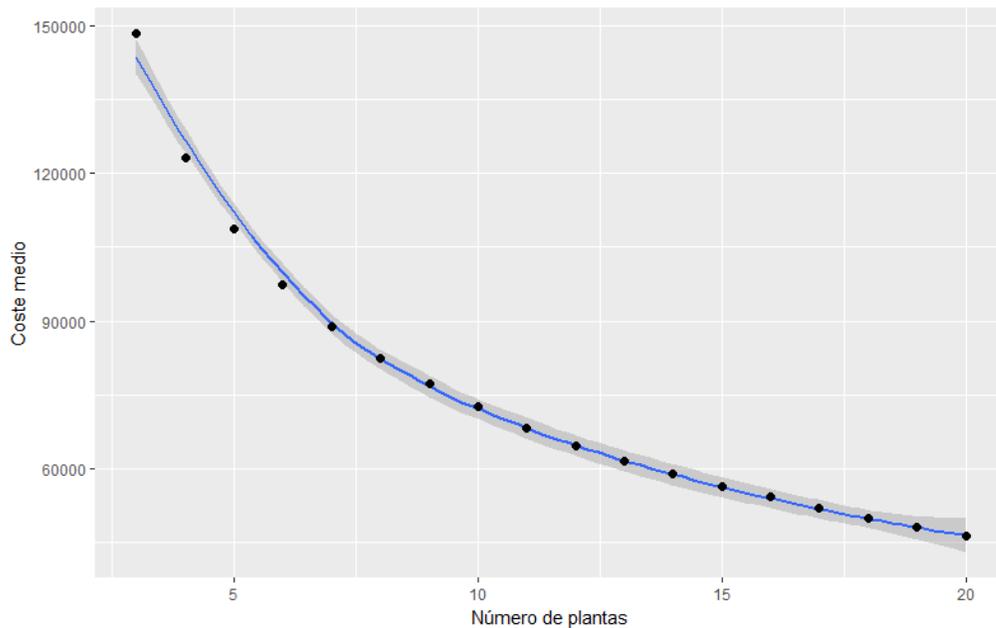


Figura 2.3: Coste medio según el número de plantas

Como podemos observar en la Figura ?? y en el Cuadro 2.1, según aumenta en número de plantas, disminuye el valor medio de la función objetivo, es decir, los costes. Por lo que, a medida que se tiene mayor número de plantas abiertas en el momento inicial, en menos costes se incurren para establecer los puntos de servicio.

Cabe destacar que según el Cuadro 2.1, cuando el número de plantas inicialmente es pequeño, reubicar puntos de servicio supone soportar grandes costes. Ello no ocurre cuando inicialmente el número de plantas es mayor. Reubicar puntos de servicio con un número de plantas alto, no supone costes menores.

Respecto a la *disminución* observamos que no llega a ser 0 cuando el número de plantas es 20, por lo que es señal de que no se ha llegado al número de plantas óptimo, pues si lo fuera, la *disminución* respecto a la apertura de una planta más sería nula. La solución óptima será establecer más de 20 puntos de servicio.

Costes soportados por el cliente o el empresario

A continuación realizaremos una distinción entre los costes que se abordan en la función objetivo en función de quién tiene que soportarlos. Existirán dos tipos

de costes, aquellos que son asociados al cliente, que coincidirán con los costes de asignación o desplazamiento, y los que son asociados al empresario, que coincidirán con los costes de transporte o movilidad de instalaciones.

El coste asociado al cliente reflejado en el segundo sumando de la función objetivo (P_4)

$$\sum_{i \in C} \sum_{v \in V} u_i \cdot d_{iv} \cdot x_{iv}$$

El coste asociado al empresario reflejado en el primer sumando de la función objetivo (P_4)

$$\sum_{j \in F} \sum_{v \in V} w_j \cdot d_{jv} \cdot y_{jv}$$

Se procederá a realizar un análisis descriptivo del comportamiento y distribución de los costes anteriormente descritos.

Como podemos observar en la Figura ?? podemos apreciar a cuanto ascienden los costes soportados por el cliente según el número de plantas de producción iniciales. Apreciamos que a medida que el número de plantas iniciales aumenta, el coste soportado por el cliente es cada vez menor.

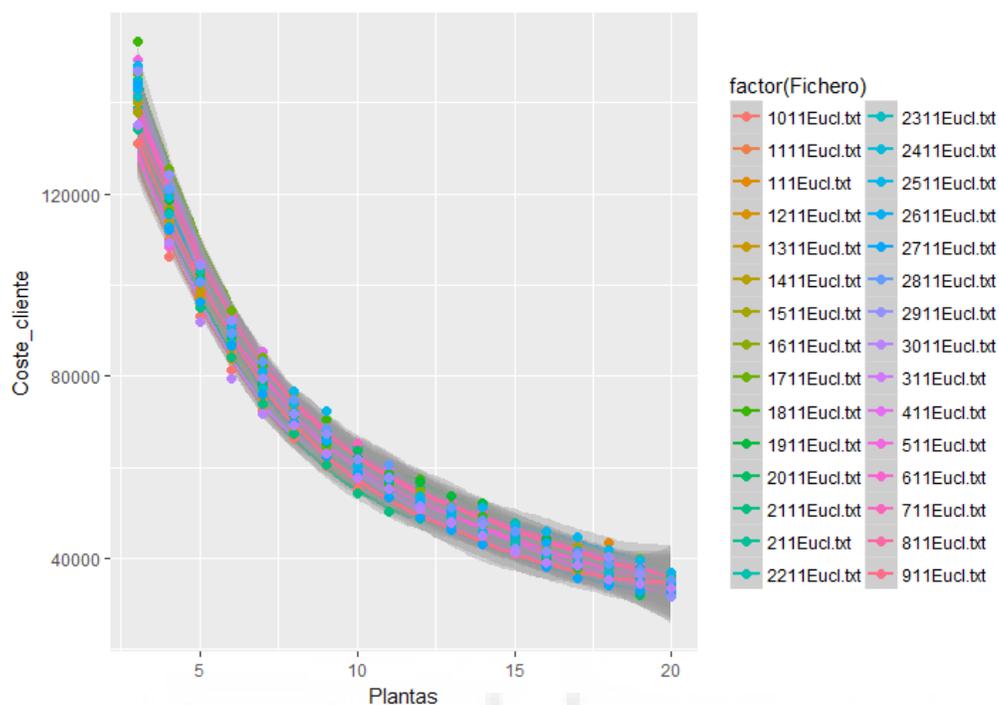


Figura 2.4: Coste soportado por el cliente

Respecto al porcentaje de coste total que soporta el cliente, observese el Cuadro 2.2, como mínimo llega a costear el 63 % hasta como máximo el 97 %. Además, el 50 % de los casos, llaga a soportar el 83 % sobre el total. Por lo que en general, el cliente siempre llega a soportar más de la mitad de los costes ante la reubicación de los puntos de servicio.

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
0.63	0.78	0.83	0.83	0.90	0.97

Cuadro 2.2: Cuartiles del coste del cliente

Por otro lado, podemos observar en la Figura ?? los costes asociados al empresario por cada número de plantas iniciales. Podemos apreciar que cuando el número de plantas iniciales es pequeño, el coste soportando por el cliente es menor que si el número de plantas iniciales es grande. Por lo que, a medida que el número de plantas iniciales que se han de reubicar según el problema de localización, más importe tendrá que costear el empresario.

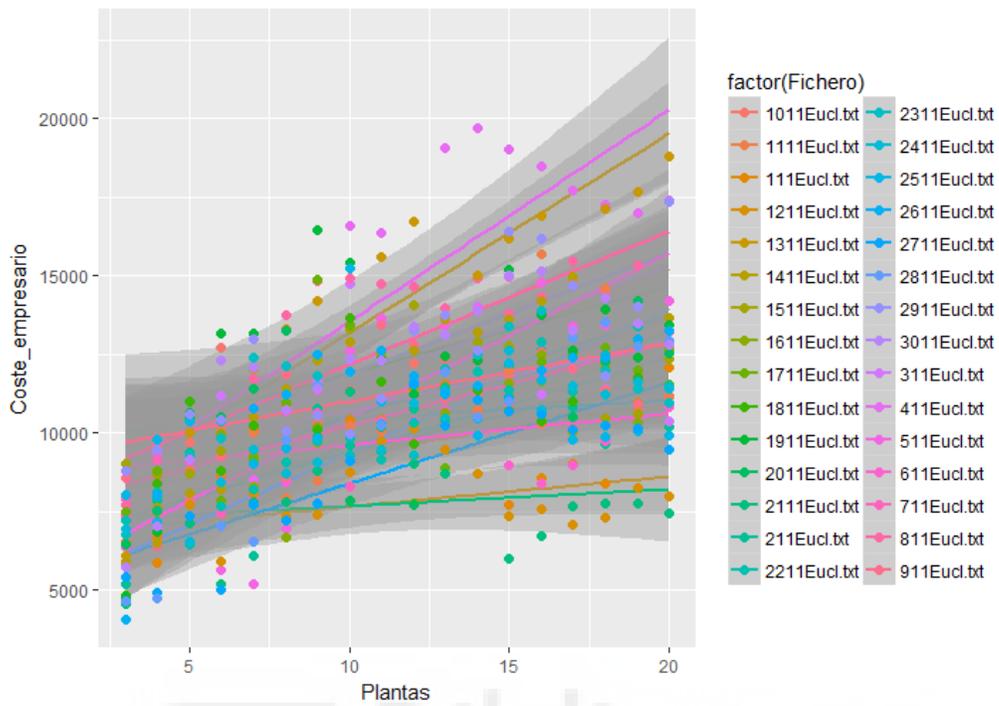


Figura 2.5: Coste soportado por el empresario

Respecto al porcentaje de coste total que soporta el empresario, como mínimo soportará el 3% y como máximo el 37%. El 50% de las veces únicamente costea el 17%. Por lo tanto el empresario es el que sale beneficiado al abonar porcentajes tan pequeños sobre el coste total comparados con los que soporta el cliente. Obsérvese el Cuadro 2.3.

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
0.03	0.10	0.17	0.17	0.22	0.37

Cuadro 2.3: Cuartiles del coste del empresario

Distribución de las nuevas ubicaciones

En cada uno de los problemas de localización de plantas móvil, se trasladarán o no los puntos de servicio a los clientes. Cuando nos referimos a *nuevas ubicaciones* serán aquellas ubicaciones en las que antes no habían plantas de producción, es decir, si en una planta decide localizar el punto de servicio en una ubicación distinta a la de la planta de producción, ello será lo que denotamos como una *nueva ubicación*.

En la Figura ?? podemos observar el número de plantas inicialmente abiertas y el número de *nuevas ubicaciones*. Se aprecia que a medida que, cuando inicialmente tenemos pocas plantas de producción, el número de ubicaciones nuevas es igual al número de plantas. Ello ocurre a consecuencia de que todas las plantas de producción tendrán localizados sus lugares de servicio en ubicaciones distintas a las ubicaciones que tienen las plantas de producción. Por el contrario, a medida que el número de plantas de producción inicial aumenta, las *nuevas ubicaciones* que se determinan son ligeramente menores, es decir, cuando disponemos de un número de plantas de producción alto al inicio, no es necesario reubicar todos los puntos de servicio.

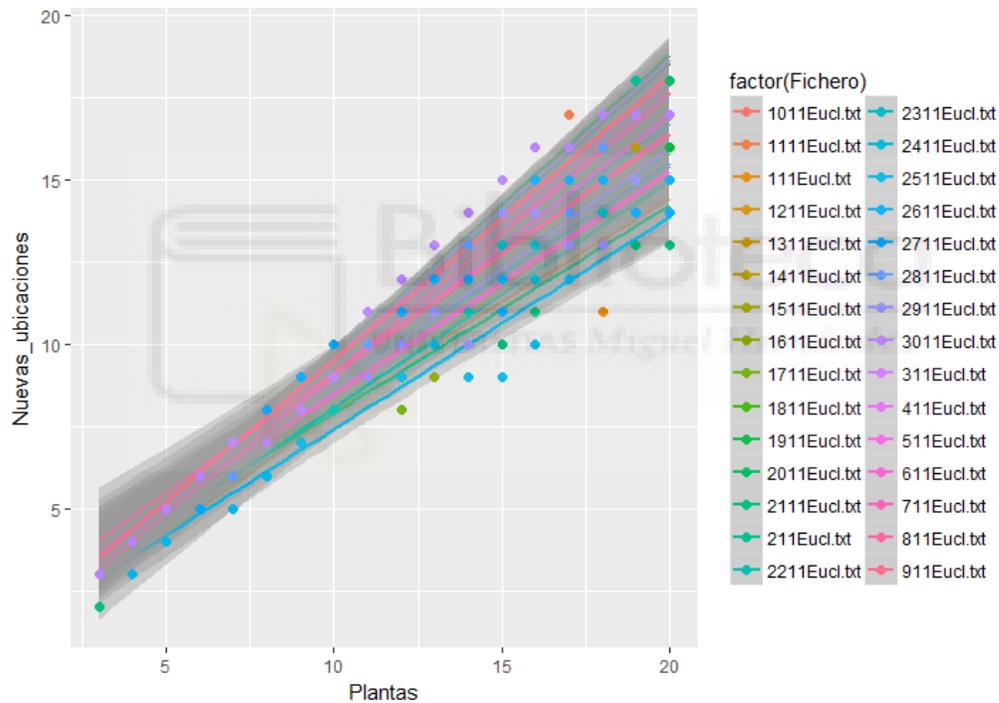


Figura 2.6: Número de ubicaciones nuevas ocupadas por plantas

Transición

Entenderemos *transición* como el cociente entre el número de *nuevas ubicaciones* y el número de plantas iniciales. Por lo tanto, si cociente de transición obtiene el valor de 1, significará que se han elegido nuevas ubicaciones más óptimas para todos los puntos de servicio, es decir, no se ha ubicado ningún punto de servicio en las localizaciones de las plantas de producción iniciales.

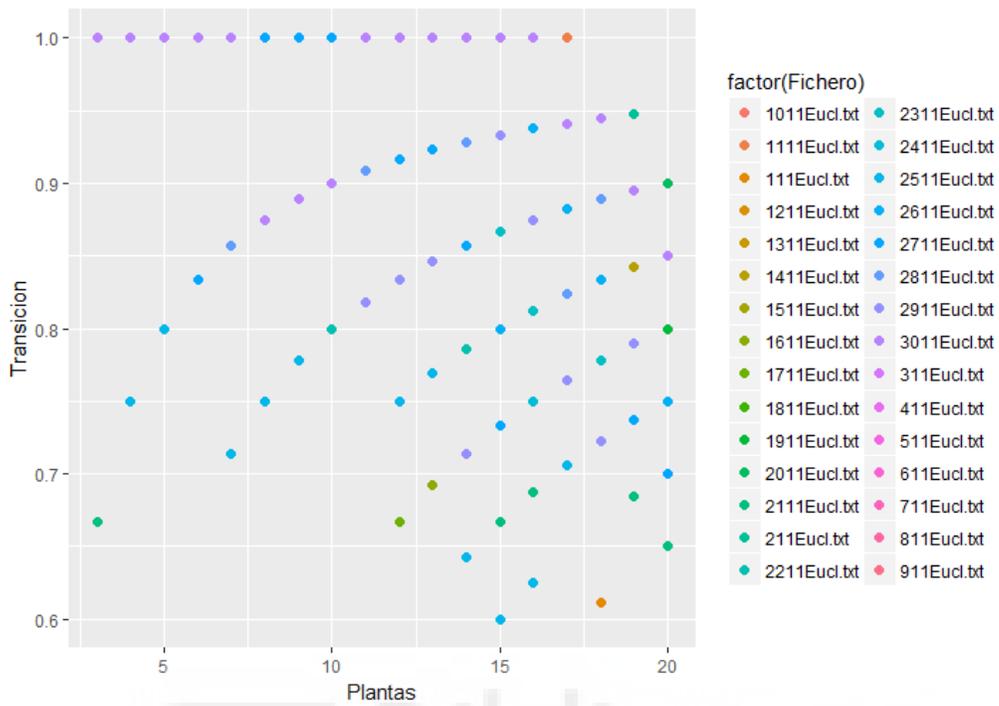


Figura 2.7: Porcentaje de transición

Observamos en la Figura ?? el porcentaje de transición en función del número de plantas de producción iniciales. Apreciamos que el cuando el número de plantas inicialmente es menor, la transición llega a tomar el valor 1, en cambio, cuando el número de plantas iniciales es mayor, el porcentaje de transición es menor aunque sigue siendo, como mínimo del 60 %. Por lo que, se puede interpretar, que en general, las ubicaciones de las plantas de producción iniciales no son las más adecuadas para instalar los puntos de servicio a los clientes.

Capítulo 3

Generalizaciones

3.1. Motivación

El problema de localización de plantas móvil queda restringido a que se muevan el mismo número de plantas o puntos de servicio que se disponían inicialmente, sin dejar *libertad* a que se puedan mover menos o mas número de plantas dependiendo de la situación en la que nos encontremos.

La restricción que modeliza dicha situación en el problema original es:

$$\sum_{v \in V} y_{jv} = 1, \forall j \in F \quad (3.1)$$

La restricción 3.1 nos indica que cada planta que se encuentran en una ubicación j tendrán que ser trasladadas a una única ubicación v .

En el presente capitulo se tratará de suavizar dicha restricción y de ampliar la variedad de situaciones posibles a abordar para el problema de localización móvil. La finalidad será poder dar soluciones a problemas según las necesidades particulares de las instituciones o empresas.

Razonando matemáticamente se expondrán una serie de modificaciones realiza-

das sobre el problema de localización móvil original que abarcaran la modificación de restricciones y una nueva interpretación de resultados. Se planteará una propuesta de cambio y la justificación de la misma.

- **El problema de localización móvil libre**

Problema en el que dejaremos total libertad a que el problema pueda escoger la ubicación óptima de los puntos de servicio sin limitación en número o en *expansión*.

- **Problema de localización móvil limitado a r divisiones.**

Problema en que limitaremos la *expansión* de los puntos de servicio según el criterio del investigador o interesado en la resolución del problema.

- **¿Coste del empresario o coste del cliente?.**

Analizaremos y trataremos de proponer alguna restricción que limite la distribución de los costes según la opinión del interesado y en función del que debe incurrir en ellos.

3.1.1. El problema de localización móvil libre

El problema de localización móvil libre se inspira en aquellas situaciones en las que las empresas no tienen limitaciones en cuanto a la movilidad de los puntos de servicio. Se encuentran con la necesidad de ubicar óptimamente los lugares de servicio a sus clientes en función de sus condiciones y no ponen tanto énfasis en los costes que puede suponer.

Por continuar con la analogía respecto a nuestro negocio de hornos de pan, tenemos que decidir qué panaderías tendrán que tener nuestros productos dejando total libertad a que se tenga que elegir tantas panaderías como se requiera. Por lo que, si en una fase inicial disponemos de 5 hornos, podrán disponerse de como mínimo 5 panaderías que sirvan el pan en las mismas o en distintas ubicaciones. Por lo que se dejará totalmente libertad para que el problema elija el número de panaderías a determinar según la ubicación de los clientes y coincidiendo con el objetivo de la minimización de los costes que suponen el transporte y la asignación.

Para poder escribir matemáticamente esta nueva condición se deberán realizar

cambios en una restricción del problema de localización de plantas móvil original.

La restricción quedaría de la siguiente forma:

$$\sum_{v \in V} y_{jv} \geq 1, \forall j \in F \quad (3.2)$$

Dicha restricción (3.2) sustituirá a la original:

$$\sum_{v \in V} y_{jv} = 1, \forall j \in F \quad (3.3)$$

Con el cambio en la restricción conseguiremos que se dispongan de tantos puntos de servicio como se requieran, será el problema el que finalmente elegirá. El problema dejará de estar restringido a que el número de plantas inicialmente abiertas sea el mismo que el número de lugares de servicio. Como mínimo, deberán ser el mismo número de puntos de servicio que plantas de producción originalmente se disponían.

Las restantes restricciones y función objetivo serán iguales a las originales del problema de localización de plantas móvil.

Análisis descriptivo

Para el análisis descriptivo del problema de localización de plantas móvil libre se utilizarán las mismas bases de datos anteriormente descritas para el problema de localización de plantas móvil original y el mismo procedimiento para la obtención de resultados, soluciones así como los cálculos que se describían en el apartado 2.5 del capítulo segundo.

Valor de la función objetivo, el coste total

Con respecto a el Cuadro de resultados 3.1, se puede observar que el coste total es menor cuando el número de plantas de producción iniciales es mayor, por lo que,

cuando inicialmente disponemos de pocas plantas de producción, se incurre en costes mayores. Ello puede ocurrir porque se necesita establecer más puntos de servicio a los clientes con el objetivo de minimizar costes y las ubicaciones de las plantas de producción iniciales no son las más adecuadas para establecerlos.

Por otro lado, observese también el Cuadro de resultados 3.1, respecto a la disminución porcentual del coste por una planta más es menor cuanto mayor es el número de plantas. Por disponer de una planta más abierta al inicio, no supone que vaya a existir un gran ahorro en costes.

Número de plantas	Solución media	Disminución porcentual
3	76568.73	-
4	71891.63	-6.11
5	67298.03	-6.39
6	62939.27	-6.48
7	59608.67	-5.29
8	57129.87	-4.16
9	55172.47	-3.43
10	53018.53	-3.90
11	51001.70	-3.80
12	49604.07	-2.74
13	48065.60	-3.10
14	46588.03	-3.07
15	45322.20	-2.72
16	44195.23	-2.49
17	42798.00	-3.16
18	41511.27	-3.01
19	40304.20	-2.91
20	39264.60	-2.58

Cuadro 3.1: Coste medio por número de plantas y su disminución porcentual

Gráficamente en la Figura ??, observamos el mismo patrón se repite indistintamente del fichero de datos en el que se trabaje. Se puede apreciar que los costes totales que se incurren para la ubicación de los puntos de servicio son mayores cuando se dispone de un número de plantas de producción iniciales menor. En cambio, los costes totales son menores cuando se disponen de un mayor número plantas de producción iniciales.

Graficamente se puede apreciar decrecimiento lineal de los costes en función del número de plantas iniciales.

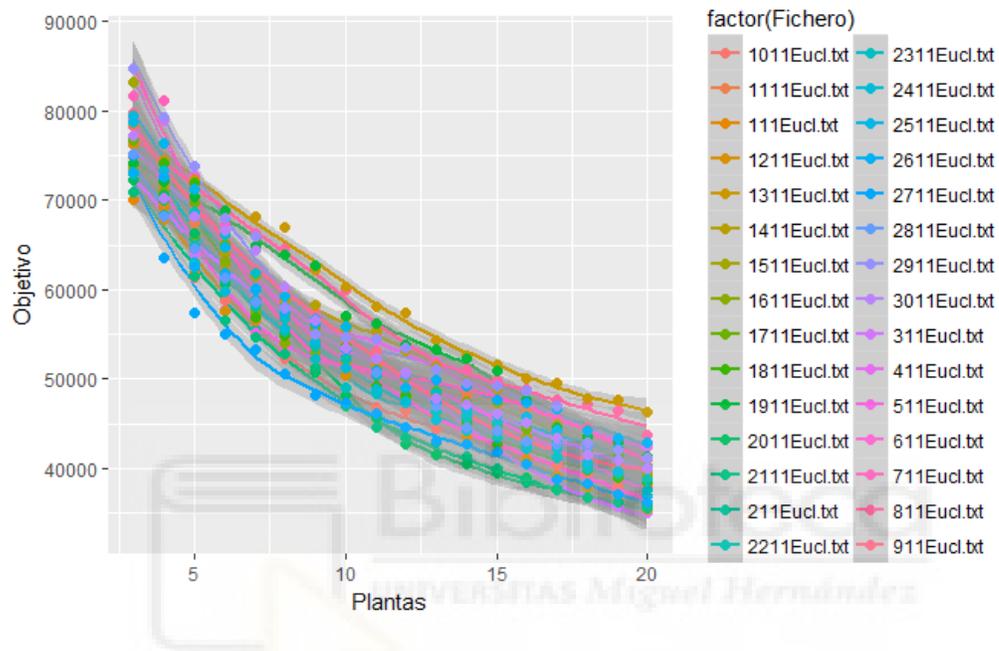


Figura 3.1: Coste medio según el número de plantas para todos los ficheros de datos

Costes soportados por el cliente o por el empresario

La función objetivo del problema se encuentra formada por costes relacionados con el empresario y costes relacionados con el cliente, es decir, aquellos que tienen que ser soportados por el empresario o por el cliente. Para proceder al análisis descriptivo se han separado y se elaborará un estudio para cada uno de ellos.

En lo referente al coste soportado por el empresario, en la Figura ?? apreciamos que conforme el número de plantas iniciales aumenta, el coste del empresario cada vez es menor, es decir, si se dispone de un número de plantas de producción iniciales mayor, el empresario incurrirá en costes menores.

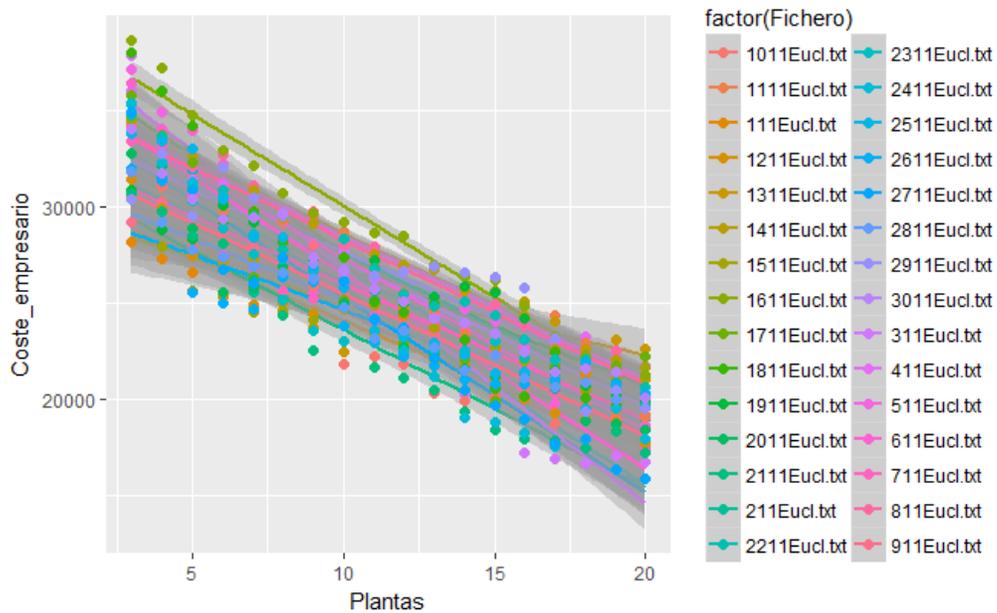


Figura 3.2: Costes asociados a la empresa para todos los ficheros de datos

Respecto al porcentaje en el que incurre el empresario, como mínimo costeará el 36 % del coste total y como máximo el 57 %. En el 75 % de los casos como máximo costeará el 51 %. Por lo que se interpreta como que en la mayoría de los casos, el empresario soportará menor coste o igual coste que el que tiene que ser soportado por el cliente.

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
0.36	0.46	0.48	0.48	0.51	0.57

Cuadro 3.2: Cuartiles de los costes a soportar por el empresario

En lo referente al coste soportado por el cliente que se puede observar en la Figura ?? apreciamos el cliente incurrirá en menores costes si el número de plantas de producción iniciales es mayor, por el contrario, cuando inicialmente se disponen de un número de plantas pequeño, el cliente deberá soportar mayores costes asociados.

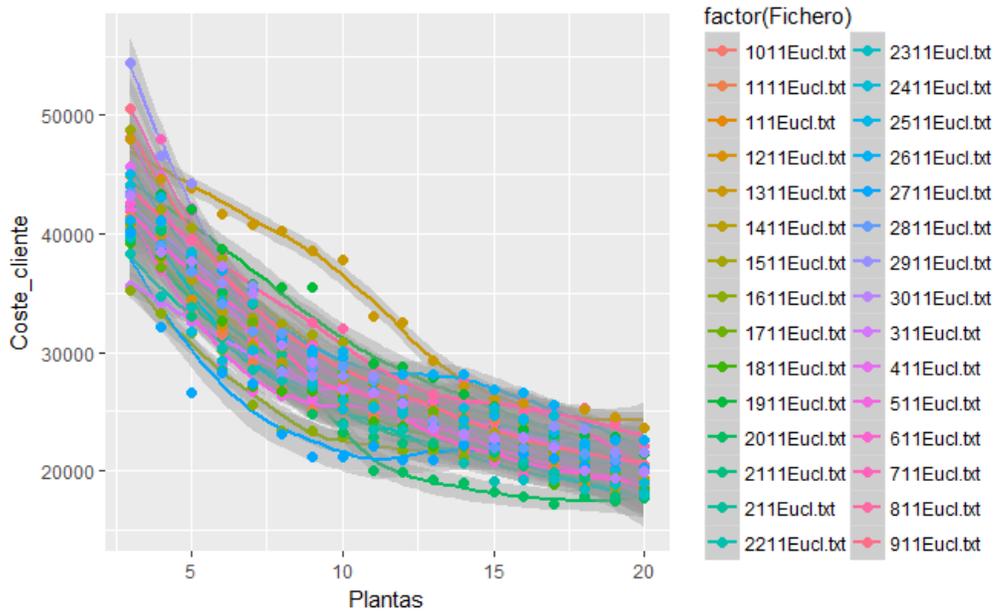


Figura 3.3: Costes asociados al cliente según el número de plantas

Por otro lado, en cuanto al porcentaje del coste en el que tiene que incurrir el cliente, observese en el Cuadro 3.3, apreciamos que como mínimo deberá incurrir en el 43% del coste total y como máximo en el 64%. El 75% de las veces ha incurrido en el 54%, más de la mitad del coste total. Por lo tanto, el cliente, en general, siempre incurrirá en más costes que el empresario, pero en la mitad de las veces, compartirán el 50%.

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
0.43	0.49	0.52	0.52	0.54	0.64

Cuadro 3.3: Cuartiles de los costes a soportar por el cliente

Distribución de las nuevas ubicaciones

Cuando nos referimos a *nuevas ubicaciones* serán aquellas ubicaciones en las que antes no habían plantas de producción, es decir, si en una planta decide localizar el punto de servicio en una ubicación distinta a la de la planta de producción, ello será lo que denotamos como una *nueva ubicación*.

En la Figura ?? podemos observar el número de plantas iniciales y el número de

nuevas ubicaciones que se generan una vez aplicado el modelo.

Apreciamos que bajo todos los conjuntos de datos que disponemos, ocurre el mismo suceso. Ante un número de plantas de producción inicialmente abiertas, se determinan muchos más puntos de servicio, por lo que quiere decir, que es necesario un mayor número de puntos de servicio que el número de plantas de producción inicialmente abiertas. Esta diferencia se va suavizando, pero no desapareciendo, cuando el número de plantas de producción inicialmente abiertas es mayor. Sigue siendo necesario un número de lugares de servicio mayor a las plantas de producción pero no es tan alta la diferencia.

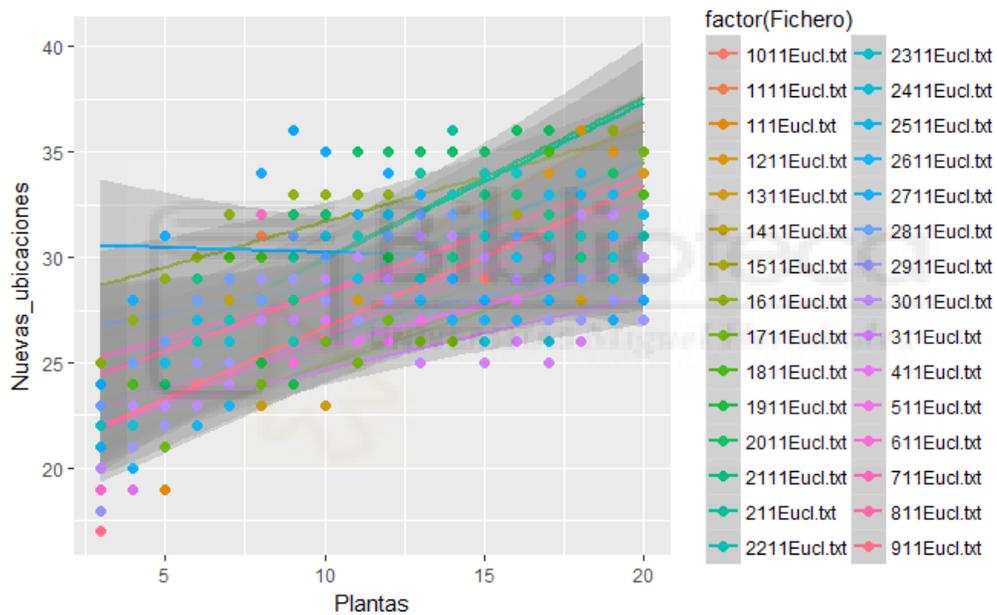


Figura 3.4: Número de *nuevas ubicaciones* y número de plantas iniciales para todos los ficheros de datos

Transición

La transición se definirá de nuevo como en el apartado 2.5 del capítulo segundo. Será el cociente del número de *nuevas ubicaciones* y el número de plantas de producción iniciales

Al igual que en el problema original de localización de plantas móvil, en cada una de las soluciones del problema nos podremos encontrar con que se ubican los puntos de servicio en ubicaciones en las que anteriormente no habían plantas de

producción o se podría determinar como lugares de servicio las mismas ubicaciones de las plantas de producción.

Gráficamente en la Figura ?? se aprecia que existe un porcentaje de transición mucho mayor cuando nos encontramos con un número bajo de plantas abiertas que cuando el número de plantas iniciales es mayor. Por ejemplo, en el caso en que el número de plantas es mayor que 5, existe una transición de más de 6, por lo que se interpreta como que, además de cambiar la ubicación de las plantas iniciales, se abren muchas más.

En el caso en el que el número de plantas de producción iniciales es mayor, aproximadamente entre 15 y 20, observamos que aproximadamente la transición asciende a 2. Se interpretaría como que reubican todos los puntos de servicio en diferentes localizaciones y se abren el doble de puntos de servicio.

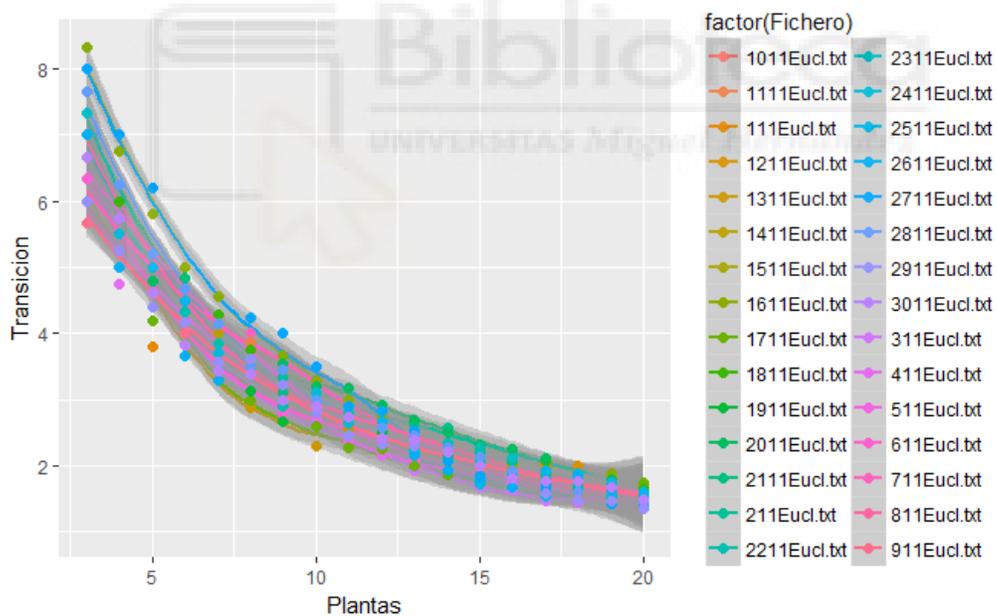


Figura 3.5: Transición de ubicaciones para todos los ficheros de datos

3.1.2. Problema de localización móvil limitado a r divisiones

En el problema de localización móvil limitado a r divisiones, es decir, ahora se limitará al problema a que de una planta solo se puedan establecer hasta r puntos de servicio. El parámetro r será una cota superior para los lugares de servicio.

Por lo que r será el número máximo de puntos de servicio exactos a instaurarse por cada una de las plantas de producción. r también podrá ser diferente dependiendo de si es una limitación para todas las plantas por igual o si es particular para cada una. En este caso, si existiese una limitación para cada planta, sería $r_j \forall j \in F$. El valor del parámetro será elegido subjetivamente en función del investigador o del problema en cuestión.

Si contextualizamos esta condición con el ejemplo de los hornos de pan y existiera un número máximo de panaderías a distribuir por cada uno de los hornos de 3, significaría, que cada horno únicamente podría establecer hasta 3 (r) puntos de servicio. En el segundo caso, imaginemos que disponemos únicamente de 2 hornos y para el primero se requiere una limitación máxima de hasta 5 (r_1) puntos de servicio y para el segundo de hasta 3 (r_2) puntos de servicio.

Cabe destacar que si establecemos la misma limitación para todas las plantas de producción indistintamente se cumplirá $r_j = r$

Para poder añadir esta nueva casuística al problema matemáticamente, deberemos añadir una nueva restricción y una modificación respecto al problema original.

La nueva restricción () a añadir marcará el máximo de divisiones para cada una de las plantas de producción. También realizaremos la modificación en la restricción () la cual deja libertad de expansión a las plantas a más de una localización de servicio.

$$\sum_{v \in V} y_{jv} \leq r_j, \quad \forall j \in F \quad (3.4)$$

$$\sum_{v \in V} y_{jv} \geq 1, \quad \forall j \in F \quad (3.5)$$

Todas las restricciones restantes que faltan para completar el modelo de optimización coincidirán con las del problema de localización de plantas móvil original.

Análisis descriptivo

Para el análisis descriptivo del problema de localización de plantas móvil de r divisiones se utilizarán las mismas bases de datos descritas para el problema de localización de plantas móvil original y el mismo procedimiento para la obtención de resultados, soluciones así como los cálculos que se describían en el apartado 2.5 del capítulo segundo.

Definición del parámetro r_j

Para el análisis descriptivo estableceremos un $r_j \forall j \in F$ constante para todas las industrias de producción y procederemos a analizar como influye en los resultado del problema.

Por lo que $r_1, r_2, \dots, r_{|J|}$ tomará el valor de 4, es decir, $r = 4$ y la restricción quedaría de la siguiente forma:

$$\sum_{v \in V} y_{jv} \leq 4, \quad \forall j \in F \quad (3.6)$$

Valor de la función objetivo, el coste total

Para homogeneizar los análisis descriptivos se utilizarán los campos calculados de *solución media* y la *disminución* explicados en el capítulo segundo.

Como podemos observar en el Cuadro 3.4, los costes totales en los que se incurren son cada vez menores conforme inicialmente se dispone de un número de plantas de producción mayor. Por lo que disponer de un número de plantas de producción mayor, supone que se costeen menores importes globales.

Respecto a la disminución porcentual, que se puede observar a su vez en el Cuadro 3.4, apreciamos que cuando el número de plantas es pequeño, disponer de una planta de producción más al inicio sí que supone costes globales menores. Pero conforme el número de plantas inicial es mayor, disponer de una planta de producción más, no supone ahorros en costes importantes, aproximadamente entre el 3% y el 3%, mientras que con un número pequeño de plantas de producción, el ahorro en costes supone entre el 6% y el 8% por disponer de únicamente una planta más.

Número de plantas	Solucion media	Disminucion porcentual
3	82741.30	-
4	75337.97	-8.95
5	69598.20	-7.62
6	64473.03	-7.36
7	60587.73	-6.03
8	57835.37	-4.54
9	55734.50	-3.63
10	53420.73	-4.15
11	51317.17	-3.94
12	49785.50	-2.98
13	48189.73	-3.21
14	46658.57	-3.18
15	45388.77	-2.72
16	44248.63	-2.51
17	42819.03	-3.23
18	41535.57	-3.00
19	40322.80	-2.92
20	39271.13	-2.61

Cuadro 3.4: Costes totales medios por cada número de plantas de producción iniciales y disminución porcentual

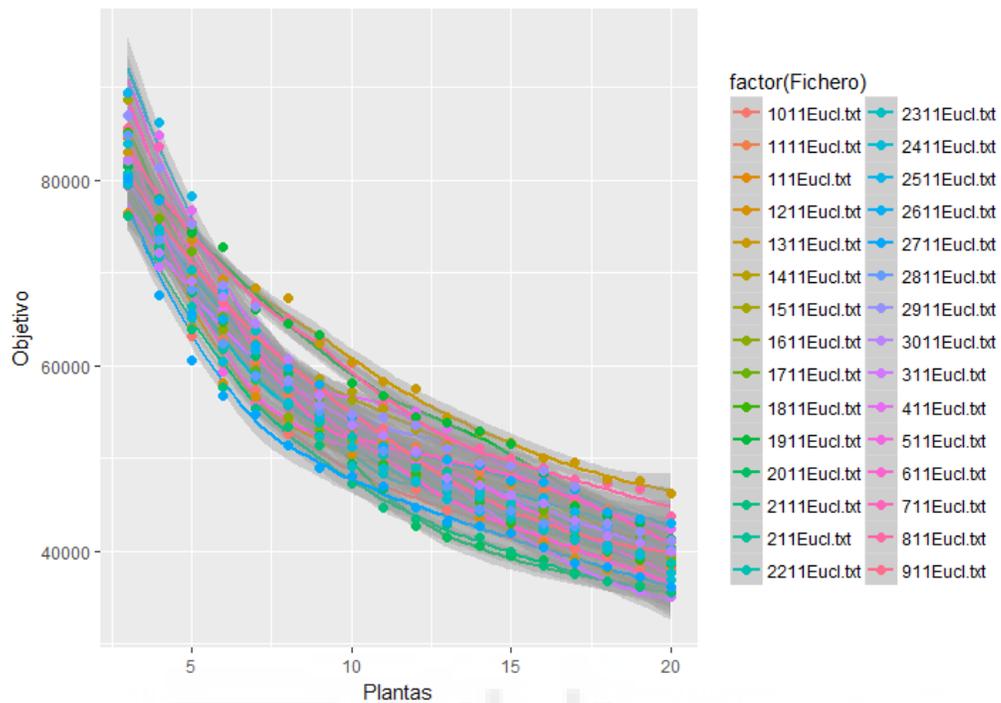


Figura 3.6: Costes totales por cada número de plantas de producción iniciales

Costes soportados por el cliente o por el empresario

La función objetivo del problema se encuentra formada por costes relacionados con el empresario y costes relacionados con el cliente, es decir, aquellos que tienen que ser costeados por parte del empresario o por parte del cliente. Para proceder al análisis descriptivo se han separado y se elaborará un estudio para cada uno de ellos.

Con respecto a los costes que tienen que ser solventados por parte del cliente, que se visualizan en la Figura ??, éstos son muy elevados cuando se disponen de un número bajo de plantas de producción en un momento inicial, en cambio, cuando el número de plantas inicial es mayor, éstos van estabilizándose entre las 20000 y 30000 unidades monetarias.

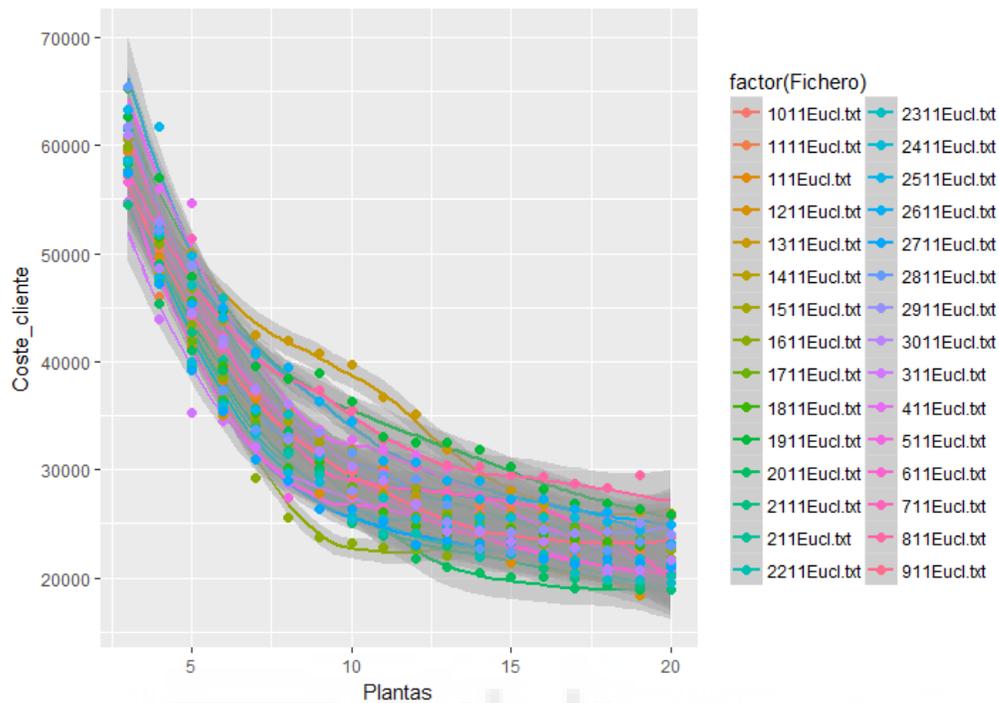


Figura 3.7: Costes incurridos por el cliente según el número de plantas

En lo referente a la proporción del coste total en la que debe incurrir el cliente, observese el Cuadro 3.5, como mínimo aportará el 45 % sobre el total y como máximo el 77 %. En el 75 % de los casos, incurre en el 60 %. Por lo tanto, al restringir la distribución de los puntos de servicio con el parámetro r el cliente incurre en más costes porque es él el que ha de incurrir en lo que podrían ser, por ejemplo, costes de desplazamiento a los puntos de servicio.

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
0.45	0.53	0.57	0.58	0.60	0.77

Cuadro 3.5: Cuartiles de los costes del cliente

Por otro lado, con respecto a los costes que tienen que ser abonados por el empresario, observese la Figura ??, comienzan a ser generalmente menores a partir de las 15 plantas de producción inicialmente abiertas, en los casos anteriores, los costes se mantienen altos. Ello puede explicarse porque el parámetro r limita la movilidad o división de los puntos de servicio y no se encuentran soluciones con costes menores. Para que ello no ocurriera, se debería establecer un parámetro r menos restrictivo.

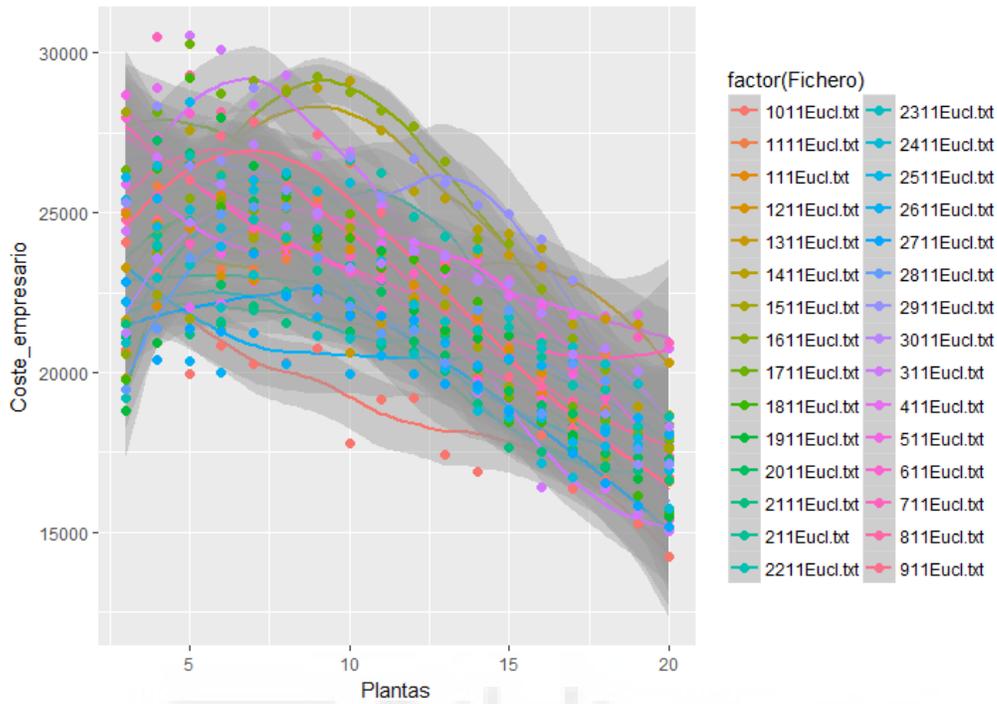


Figura 3.8: Costes totales por cada número de plantas de producción iniciales

En lo referente a la proporción del coste total en la que debe incurrir el empresario, observese el Cuadro 3.6, como mínimo aportará el 23 % sobre el total y como máximo el 55 %. En el 75 % de los casos, únicamente aportará el 47 %. Por lo que se interpreta que al restringir con el parámetro r el problema, el empresario se vuelve más conservador y esta dispuesto a incurrir en costes menores por la reubicación de los puntos de servicio al cliente.

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
0.23	0.40	0.43	0.42	0.47	0.55

Cuadro 3.6: Cuartiles de los costes del empresario

Distribución de las nuevas ubicaciones

A modo de recordatorio, se entenderá por *nueva ubicación* aquella ubicación que se asigne a un punto de servicio en el que anteriormente no estaba ubicada una planta de producción.

Como podemos observar en la Figura ?? se ha representado el número de plantas abiertas inicialmente y las *nuevas ubicaciones* que se generan tras la resolución del problema.

Apreciamos que a medida que si dispusiéramos de un número pequeño de plantas de producción iniciales, él número de nuevas ubicaciones es mucho mayor que si el número de plantas de producción iniciales es grande. Por ejemplo, cuando el número de plantas es 5, se llegan a abrir entre 15 y 20 puntos de servicio nuevos, y cuando el número de plantas es 20, se abren de entre 24 y 31 puntos de servicio nuevos. Por lo que parece que existen un mayor número de *nuevas ubicaciones* cuando contamos con pocas plantas de producción en un momento inicial.

El efecto del parámetro r se aprecia a partir de las 10 plantas, el número de nuevas ubicaciones es muy parecido en el caso en el que disponemos de 20 plantas de producción en un inicio. Por lo tanto, parece que existen, aproximadamente, el mismo número de *nuevas ubicaciones* a partir de las 10 plantas de producción.

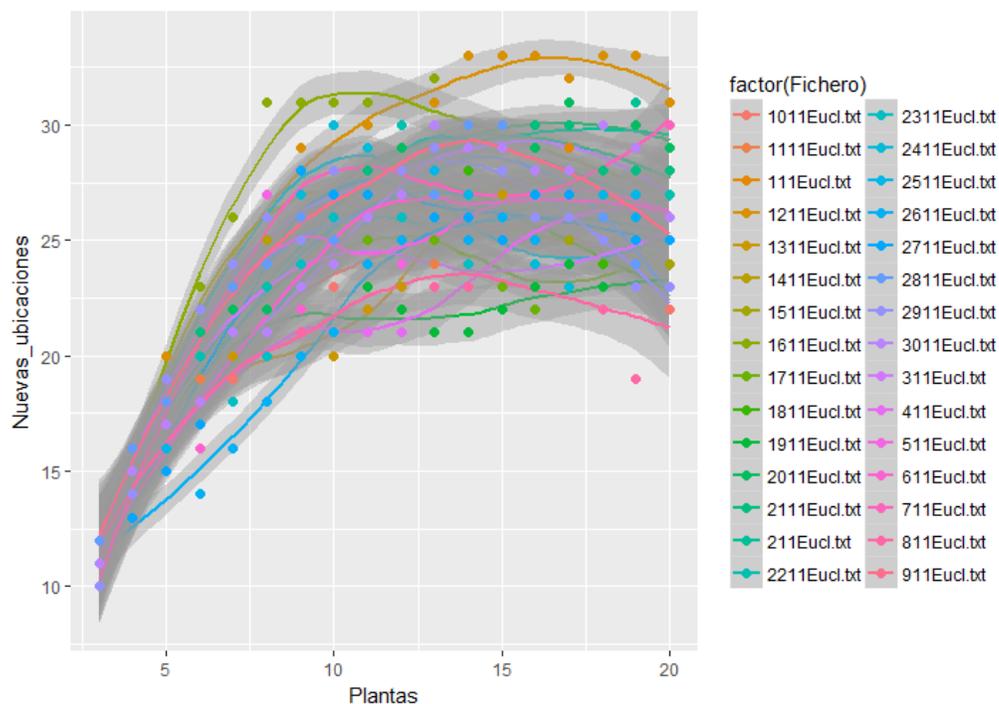


Figura 3.9: *Nuevas ubicaciones* según el número de plantas de producción abiertas inicialmente

Transición

La transición se definirá de nuevo como en el apartado 2.5 del capítulo segundo. Será el cociente del número de *nuevas ubicaciones* y el número de plantas de producción iniciales.

Puede observarse en la Figura ?? que cuando el número de plantas de producción iniciales es pequeño, la transición es mayor. Por lo que en estos casos se requieren más puntos de servicio para lograr disminuir la distancia a los clientes.

Cuando el número de plantas de producción iniciales es grande, la transición llega a ser mucho menor ya que cada una de las plantas solo podrá desplazarse hasta en r puntos de servicio, condición que limita la movilidad.

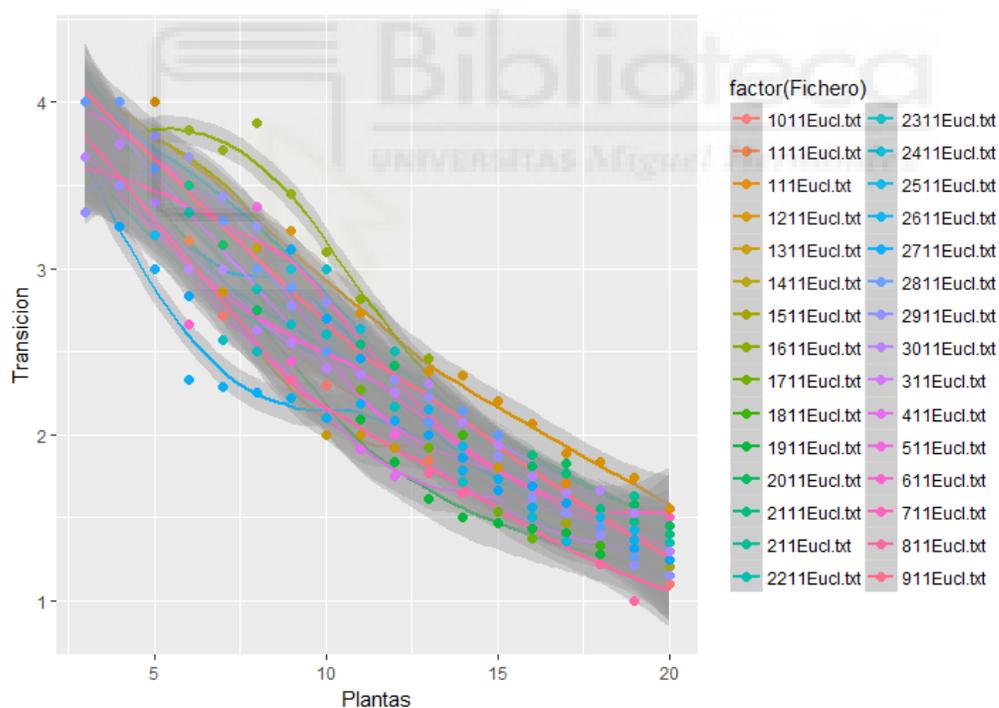


Figura 3.10: Transición según el número de plantas de producción abiertas inicialmente

3.1.3. Los costes del empresario y el cliente como condición del problema

En las anteriores capítulos y secciones se se ha comentado como se distribuían los costes en global y en función del pagador, y nos hemos preocupado, en general, de saber cuántas y en qué medida íbamos a tratar los puntos de servicio, pero no hemos prestado atención a la proporción de los costes más que a su interpretación como resultados. Éstos solo han sido tratados desde la perspectiva de su minimización para el movimiento de las plantas, pero no ha existido anteriormente alguna condición que los limite de forma alguna.

De esta manera, trataremos de orientar el problema desde otro punto de vista. Podría plantearse la situación de limitar el coste soportado por el empresario o el coste soportado por el cliente, porque por política empresarial o institucional se quiera establecer una cota, o simplemente por motivos económicos. En consecuencia, matemáticamente deberíamos materializarlo en el modelo de localización de plantas móvil en forma de restricción.

Tendremos en cuenta cómo se distribuye, quién es el que soporta normalmente la mayoría de los costes y cómo le podemos indicar al modelo alguna limitación en forma de restricción que antes se ha analizado en los capítulos.

A modo de recordatorio, los costes de los que disponemos en la función objetivo del problema original de localización de plantas móvil son:

- El coste asociado al cliente reflejado en la función objetivo que son los asociados al desplazamiento de los clientes a los puntos de servicio.

$$\sum_{i \in C} \sum_{v \in V} u_i \cdot d_{iv} \cdot x_{iv} \quad (3.7)$$

- El coste asociado al empresario reflejado en la función objetivo que son los asociados al transporte de los puntos de servicio.

$$\sum_{j \in F} \sum_{v \in V} w_j \cdot d_{jv} \cdot y_{jv} \quad (3.8)$$

Si deseamos formar una restricción que lo limite bajo una cota que llamaremos c que será aquel porcentaje de coste total que como mínimo tendrá que soportar o abonar el empresario, entonces, c podrá tomar un valores dentro del intervalo $[0,1]$. Por lo que se estará imponiendo al empresario a que soporte un porcentaje del coste total que supone la resolución del problema de localización y que condicionará las soluciones que se obtengan.

La elección del valor de este nuevo parámetro será a elección del investigador o del interesado en cuestión.

Una vez que ya hemos recordado que coste se encuentra asociado al cliente y cual al empresario, podríamos definir la nueva restricción que se añadirá al problema como la siguiente:

$$(1 - c) \sum_{i \in C} \sum_{v \in V} u_i \cdot d_{iv} \cdot x_{iv} \leq c \sum_{j \in F} \sum_{v \in V} w_j \cdot d_{jv} \cdot y_{jv} \quad (3.9)$$

Por lo que esta nueva restricción (3.9) hará que c marque el mínimo porcentaje del coste total a abonar por el empresario, por lo que $(1-c)$ en la restricción será la máxima proporción de coste en el que deberá incurrir el cliente.

Definición del parámetro c

Para poder ilustrar cómo afecta la restricción al problema de optimización, se asignará un valor determinado al parámetro c .

Podría darse la situación en la que el empresario quisiera abonar como mínimo el 10% de los costes totales que supone el establecimiento de los puntos de servicio. Por lo que, c pasaría a valer 0.10, es decir, $\frac{10}{100}$. La restricción que limita los costes quedaría de la siguiente forma:

$$(0,90) \sum_{i \in C} \sum_{v \in V} u_i \cdot d_{iv} \cdot x_{iv} \leq (0,10) \sum_{j \in F} \sum_{v \in V} w_j \cdot d_{jv} \cdot y_{jv} \quad (3.10)$$

Entonces esta restricción (3.10) también obligará a que el coste asignado al cliente tendría que suponer como máximo el 90 % sobre el coste total.

Analisis descriptivo

Una vez definido el parámetro c nos disponemos a comprobar que la restricción cumple con las condiciones y especificaciones que se describen.

Por ejemplo, utilizaremos la base de datos alojada en el archivo 111Eucl.txt resolviendo el problema suponiendo que nuestro negocio dispone 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, y 20 plantas. Por lo tanto, resolveremos el problema 18 suponiendo condiciones distintas.

Cuando se utiliza el software CPLEX para la resolución nos indica que no encuentra una solución factible para las situaciones en que el número de plantas iniciales es 3 o 4. Por lo que, no resulta factible el problema al añadir la nueva restricción al problema original de localización de plantas móvil.

Para el resto de soluciones si que hayamos una solución factible del problema y con ellas procederemos a analizar los resultados obtenidos en forma de tablas y descriptivos gráficos.

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
0.10	0.14	0.16	0.15	0.17	0.19

Cuadro 3.7: Distribución de los costes del empresario

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
0.81	0.83	0.84	0.85	0.86	0.89

Cuadro 3.8: Distribución de los costes del cliente

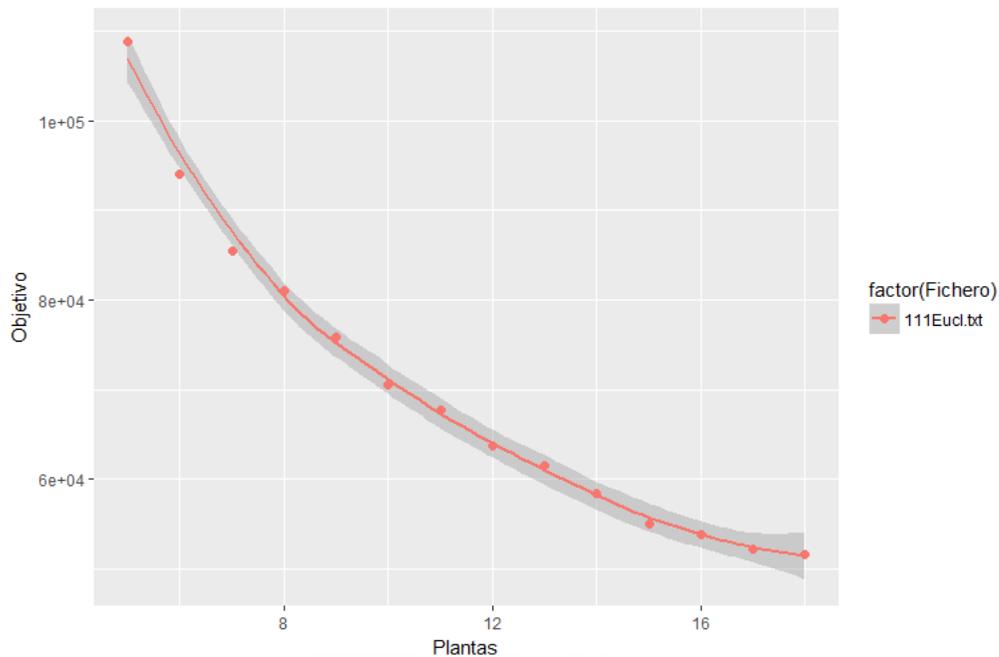


Figura 3.11: Costes totales por número de plantas de producción mediante la resolución del problema con la base de datos 111Eucl.txt

Como nos indica el Cuadro 3.7, como mínimo el porcentaje sobre el coste total que abonará el cliente será del 10%, tal y como indicábamos en la restricción, y como máximo el 19%. En consecuencia, el cliente deberá incurrir en los costes mucho mayores respecto al empresario. Como mínimo deberá abonar el 81% y como máximo el 89%.

Por lo tanto, la restricción limita las soluciones obtenidas al criterio del empresario indicándolo en el parámetro c .

3.1.4. Conclusiones generales

Debido a la importancia que suponen las decisiones de localización para las empresas o instituciones y la gran influencia en el comportamiento de sus clientes, se ha abordado el problema de localización de plantas móvil original y con las modificaciones adaptadas a posibles situaciones reales con el objetivo de ampliar la capacidad resolutoria del problema.

Por ello, hemos trabajado en que el problema sea capaz de dar soluciones a particularidades distintas que supone la localización de plantas con el objetivo de valorar y analizar las soluciones que se proponen. Y en consecuencia, hemos ahondado en el campo de la investigación operativa. Campo que se caracteriza por ser amplio y diverso en el que se puede profundizar y seguir dando resoluciones óptimas ante las situaciones que vayan aflorando como se ha realizado en el trabajo.



Capítulo 4

Anexo

A continuación se mostrará el código empleado para la resolución de los problemas descritos en los capítulos anteriores. El código se ha utilizado para el software de optimización CPLEX.

```
/** gcc -fPIC -I/usr/ilog/cplex91/  
include octubre6b.c -L/usr/ilog/cplex91/lib/x86_RHEL3.0_3.2/  
static_pic -lcplex -lm -lpthread -o octubre6b**/  
  
#include <ilcplex/cplex.h>  
#include <ctype.h>  
#include <stdio.h>  
#include <string.h>  
#include <stdlib.h>  
#include <time.h>  
#include <math.h>  
  
CPXENVptr      env = NULL;  
CPXLPptr      lp = NULL;  
  
/***** Funciones para memoria de matrices int  
*****/  
  
int **matpuntero(int nfil,int ncol)  
{  
int i;  
int **a;
```

```

a= (int **) malloc(nfil*sizeof(int));
for (i=0;i<nfil;i++)
{
a[i]=(int *) malloc(ncol*sizeof(int));
}
return a;
}

void liberar(int **a,int nfil)
{
int i;
for (i=0;i<nfil;i++)
{
free(a[i]);
}
free(a);
return;
}

/***** Funciones para memoria de matrices double
*****/

double **matpunteroD(int nfil,int ncol)
{
int i;
double **a;

a= (double **) malloc(nfil*sizeof(double));
for (i=0;i<nfil;i++)
{
a[i]=(double *) malloc(ncol*sizeof(double));
}
return a;
}

void liberarD(double **a,int nfil)
{
int i;
for (i=0;i<nfil;i++)
{
free(a[i]);
}
free(a);
return;
}

```

```

/*****/

int main (int argc, char* argv[])
{

/***** Definición de variables
*****/

/** SUBINDICES Y CONJUNTOS
i - client (C)
j - facility (F)
v - vertex (V)

VARIABLES
Zv, Yjv, Xiv
**/

int plants;
int users;
int i,j,k,n,v,infactible,numcols,F,C,m,a;
int *W, *D, *U, **c;
float res;
double iobjvall,b;
double *s=NULL;
double t1,t2;
int *vecinos;
double porcentaje;
int **Y;

FILE *puntRED;
FILE *puntLEC;
FILE *puntRES;
char *ficheroL=argv[1];
puntRED=fopen("mobile.lp","w");
puntLEC=fopen(ficheroL,"r");
puntRES=fopen("ResultsMobile.txt","a+");

F=atoi(argv[2]);
C=atoi(argv[3]);
a=atoi(argv[4]);

b=a;
porcentaje=b/100;

```

```

fscanf (puntLEC , "%d" ,&n);
fscanf (puntLEC , "%d" ,&m);
c=matpuntero (n+1, n+1);
Y=matpuntero (F+1, n+1);

for (i=1; i<n+1; i++)
{
for (j=1; j<n+1; j++)
{
fscanf (puntLEC , "%d" ,&m);
fscanf (puntLEC , "%d" ,&m);
fscanf (puntLEC , "%d" ,&k);
c[i][j]=k;
}
}

W=(int *)malloc((F+1)*sizeof(int));

for (j=1; j<F+1; j++)
{
W[j]=1;
}

U=(int *)malloc((C+1)*sizeof(int));
for (i=(F+1); i<C+1; i++)
{
U[i]=1;
}

/***** ABRIMOS CPLEX *****/
int status = 0;
env = CPXopenCPLEX (&status);
status = CPXsetintparam (env, CPX_PARAM_SCRIND, CPX_ON);
lp= CPXcreateprob (env, &status, "prob");
/*****/

// FUNCIÓN OBJETIVO

fprintf (puntRED , "Minimize\n");
fprintf (puntRED , "obj: ");

for (j=1; j<F+1; j++)

```

```

{
for (v=1; v<n+1; v++)
{
fprintf (puntRED, "+%d Yj%dv%d",W[j]*c[j][v],j,v);
}
}

for (i=(F+1); i<C+1; i++)
{
for (v=1; v<n+1; v++)
{
fprintf (puntRED, "+%d Xi%dv%d",U[i]*c[i][v],i,v);
}
}

fprintf(puntRED,"\n");
fprintf(puntRED,"Subject To\n");

// RESTRICCIONES

for (i=(F+1); i<C+1; i++)
{
fprintf (puntRED, "R1i%d: ", i);
for (v=1; v<n+1; v++)
{
fprintf (puntRED, "+ Xi%dv%d",i,v);
}
fprintf (puntRED, " = 1\n");
}

for (j=1; j<F+1; j++)
{
fprintf (puntRED, "R2j%d: ", j);
for (v=1; v<n+1; v++)
{
fprintf (puntRED, "+ Yj%dv%d",j,v);
}
fprintf (puntRED, " = 1\n");
}

for (v=1; v<n+1; v++)
{

```

```

fprintf (puntRED, "R3v%d: - Zv%d", v, v);

for (j=1; j<F+1; j++)
{
fprintf (puntRED, "+ Yj%dv%d", j, v);
}
fprintf (puntRED, " = 0\n");
}

for (i=(F+1); i<C+1; i++)
{
for (v=1; v<n+1; v++)
{
fprintf (puntRED, "R4i%dv%d: + Xi%dv%d - Zv%d <= 0\n", i, v, i, v, v)
;
}
}

// SEPARACIÓN COSTE EMPRESARIO-CLIENTE
for (j=1; j<F+1; j++)
{
for (v=1; v<n+1; v++)
{
fprintf (puntRED, "-%f Yj%dv%d", (1-porcentaje)*W[j]*c[j][v], j, v)
;
}
}
fprintf(puntRED, "<=0\n");

// Restricción COSTE EMPRESARIO-CLIENTE

for (j=1; j<F+1; j++)
{
for (v=1; v<n+1; v++)
{
fprintf (puntRED, "-%f Yj%dv%d", (1-porcentaje)*W[j]*c[j][v], j, v)
;
}
}

for (i=(F+1); i<C+1; i++)
{
for (v=1; v<n+1; v++)
{
fprintf (puntRED, "+%f Xi%dv%d", (porcentaje)*U[i]*c[i][v], i, v);

```

```

}
}

fprintf(puntRED, "<=0\n");

// DECLARACIÓN DE VARIABLES
fprintf(puntRED, "Binaries\n");

for (i=(F+1); i<C+1; i++)
{
for (v=1; v<n+1; v++)
{
fprintf (puntRED, " Xi%dv%d\n",i,v);
}
}

for (j=1; j<F+1; j++)
{
for (v=1; v<n+1; v++)
{
fprintf (puntRED, " Yj%dv%d\n",j,v);
}
}

for (v=1; v<n+1; v++)
{
fprintf (puntRED, " Zv%d\n",v);
}

fprintf (puntRED, "End\n");
fclose(puntRED);

/*****LO LEEMOS
*****/

status = CPXreadcopyprob(env, lp, "mobile.lp", NULL);
if (status!=0) printf ("\n Un error se ha producido al leer el
    fichero ");

/*****LO RESOLVEMOS
*****/

t1=time(0);

```

```

status=CPXmipopt(env,lp);
t2=time(0);
status=CPXgetmipobjval(env,lp,&iobjval1);
printf("El valor objetivo es: %f \n",iobjval1);
printf("Las plantas del problema Yjv: \n");

numcols=CPXgetnumcols(env,lp);
s = (double *)malloc(numcols*sizeof(double));
status= CPXgetx(env,lp,s,0,CPXgetnumcols(env,lp)-1);

// SOLUCIÓN DE LAS PLANTAS
int indice = 0;
int contar_y=0;
int nuevas_y=0;
int vector[F];
int **X;
X=matpuntero(C+1, n+1);

for (i=(F+1); i<C+1; i++)
{
for (v=1; v<n+1; v++)
{
X[i][v]=0;
}
}
for (j=1; j<F+1; j++)
{
for (v=1; v<n+1; v++)
{
Y[j][v]=0;
}
}

for (j=1;j<F+1;j++)
{
for (v=1;v<n+1;v++)
{
if(s[indice]>0)
{
printf(" Y%dj%dv es %f \n",j,v,s[indice]);
Y[j][v]=s[indice];
//printf("Y[%d][%d]=%d \n",j,v,Y[j][v]);
contar_y=contar_y+1;
vector[j]=v;
}
}
}

```

```

if (j!=v)
{
nuevas_y=nuevas_y+1;
}
}
indice=indice+1;
}
}
printf("Numero de plantas %d \n",contar_y);
printf("Nuevas ubicaciones %d \n",nuevas_y);

// GUARDAMOS LA SOLUCIÓN DE LAS X
for (i=(F+1); i<C+1; i++)
{
for (v=1; v<n+1; v++)
{
if(s[indice]>0)
{
X[i][v]=s[indice];
//printf("X[%d][%d]=%d \n",i,v,X[i][v]);
}
indice=indice+1;
}
}

// LAS PLANTAS QUE PASAN A OCUPAR V
printf("Comprobación con las Zv: \n");

//indice=indice+((C-F)*n);
int contar_z=0;

for (v=1;v<n+1;v++)
{
if(s[indice]>0)
{
printf("Zv%d es %f \n",v,s[indice]);
contar_z=contar_z+1;
}
indice=indice+1;
}
printf("Numero de ubicaciones %d \n",contar_z);

double falsa1, falsa2;
falsa1=nuevas_y;
falsa2=F;

```

```

// INFORMACIÓN DEL COSTE DEL EMPRESARIO Y DEL CLIENTE
int coste_empresario , coste_cliente;
coste_cliente=0;
coste_empresario=0;

for (i=(F+1); i<C+1; i++)
{
for (v=1; v<n+1; v++)
{
coste_cliente=coste_cliente+X[i][v]*U[i]*c[i][v];
}
}

for (j=1; j<F+1; j++)
{
for (v=1; v<n+1; v++)
{
coste_empresario=coste_empresario+Y[j][v]*W[j]*c[j][v];
}
}

printf("El coste del empresario es %d y el del cliente es %d \n"
      ,coste_empresario ,coste_cliente);

// DATOS DEL PROBLEMA
// LOS DATOS QUE SE MUESTRAN EN LA CONSOLA
printf ("Formulacion %s %d %d obj=%f LP=%f ubi_nuevas=%d
      trans=%f ce=%d cc=%d\n",
ficheroL,F,C,iobjval1,t2-t1,nuevas_y,(falsa1/falsa2),
      coste_empresario ,coste_cliente);

// DATOS DEL PROBLEMA
// LOS DATOS SE ESCRIBEN EN EL FICHERO TXT
fprintf (punterRES,"Formulacion %s %d %d %f %f %d %f %d %d\n",
ficheroL,F,C,iobjval1,t2-t1,nuevas_y,(falsa1/falsa2),
      coste_empresario ,coste_cliente);

return 0;
}

```

Bibliografía

- [1] HILLIER, FREDERICK S., LIEBERMAN, GERALD J. y NG, W., *Investigación de operaciones*, Madrid[etc.] McGraw-Hill 2010.
- [2] RUSSELL HALPER, S. RAGHAVAN, MUSTAFA SAHIN C , *Local search heuristics for the mobile facility location problem* Computers & Operations Research Volume 62, October 2015, Pages 210-223
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054814002512?via%3Dihub>
- [3] HAMDY A. TAHA, *Investigación de operaciones*
- [4] ALCARAZ, J., *Investigación operativa en administración y dirección de empresas*, Valencia Universitat Politècnica 2012
- [5] CPLEX
<http://www-01.ibm.com/support/docview.wss?uid=swg21503602>
- [6] LOCALIZACIÓN DE INSTALACIONES
<http://personales.upv.es/jpgarcia/linkedddocuments/5%20localizacion%20instalaciones.pdf>
- [7] L^AT_EX
<http://metodos.fam.cie.uva.es/~latex/curso-2015/apuntes3.pdf>
<https://www.latex-project.org/help/documentation/>
<https://es.sharelatex.com/learn/>