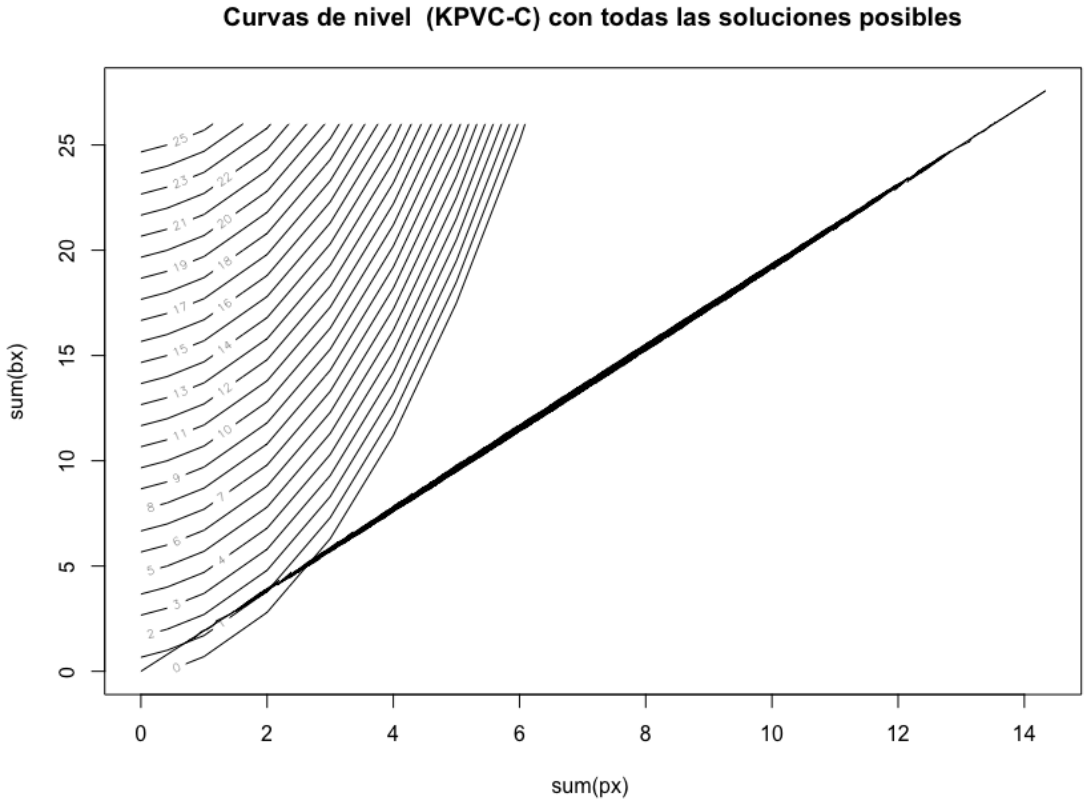
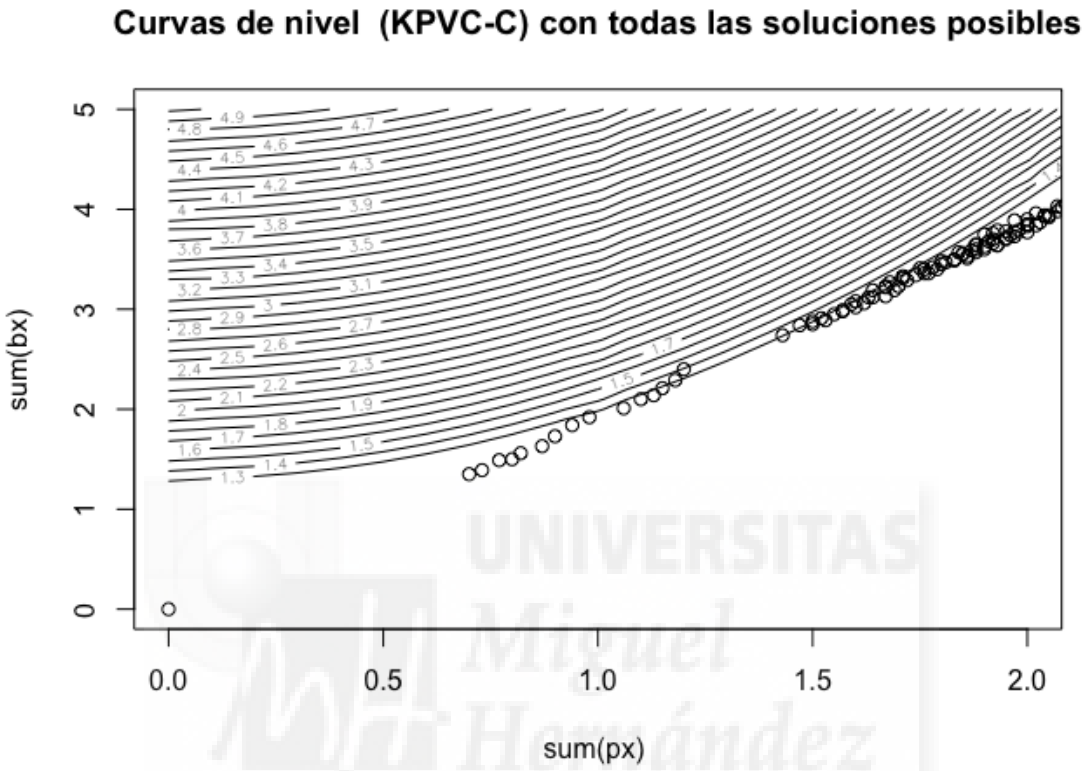


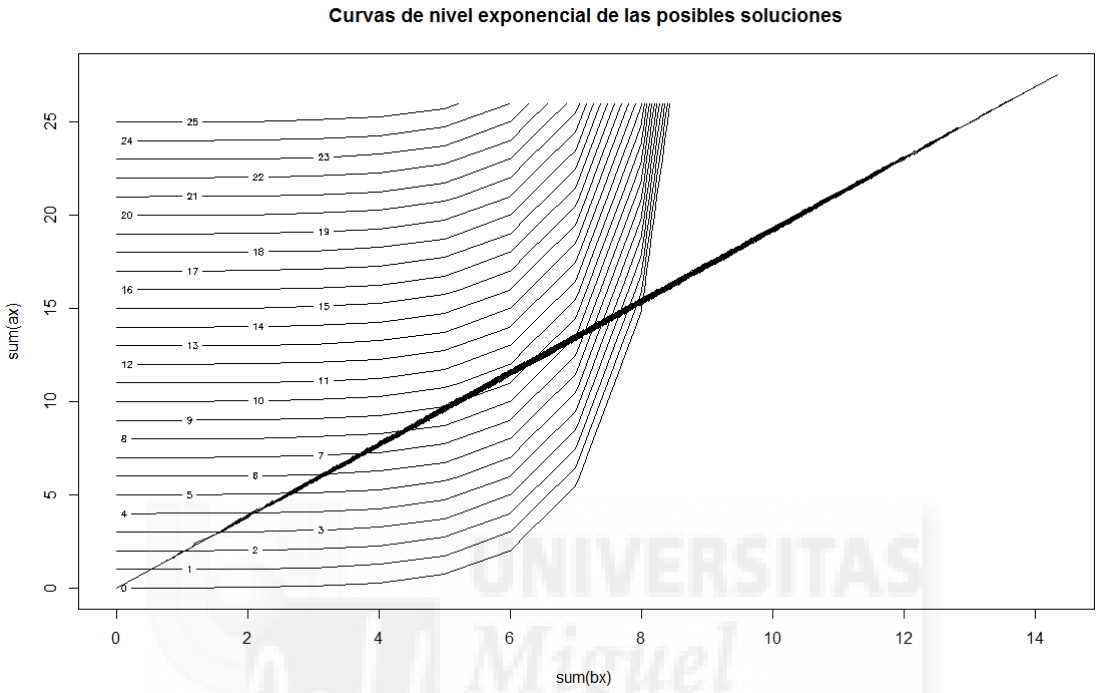
problema y obteniendo el valor máximo de dichas soluciones. Y después se ha calculado el tiempo que tarda en resolver el mismo problema con el procedimiento heurístico de aproximación. Este último se realizará por el algoritmo mostrado en la sección (2.5.1).

En cuanto al tiempo de resolución de los distintos problemas, se puede apreciar un gran cambio en el tiempo que se tarda en la resolución del problema p08 (problema con 24 paquetes). En el caso de la resolución del problema exacto, se tarda 36 segundos, en cambio con el tiempo que se tarda en obtener la solución del algoritmo es considerablemente inferior (0,036). Además seleccionamos 12 paquetes, es decir



la mitad de los paquetes a elegir. En cuanto al valor objetivo del problema es de 10,72.

El problema con 15 paquetes (p07), a elegir obtenemos una solución óptima de 0,71, seleccionamos los paquetes, (3,7,8,9,14,15), el tiempo de ejecución es de 0.017 segundos en tiempo exacto y 0,03 segundos mediante Cplex. En cuanto al valor objetivo se puede ver como en el gráfico donde se muestra las curvas de nivel y todas las posibles soluciones, aparece como solución 9,71. El λ que hemos impuesto a las curvas de nivel será de 0,005.



3.4. Resolución del modelo heurístico con capacidad variable y cardinalidad restringida

Como se ha comentado anteriormente los datos mostrados en esta sección se han resuelto a través del mismo scrip que el anterior modelo. La única novedad es la restricción de cardinalidad (3.13), en la tabla 3.5 se puede ver como los valores objetivos obtenidos son distintos a los de la sección anterior. Esto se debe a que hemos impuesto en todos los problemas, que seleccionemos un paquete menos de la solución obtenida en la sección 3.3.

$$(KPVC - ke) \equiv Max - \lambda e^P + \lambda e^P P - \frac{\lambda e^P}{2} P^2 + \tag{3.5}$$

$$+\sum_{i=1}(a_i - \lambda e^P b_i + \lambda e^P P b_i)x_i - \tag{3.6}$$

$$-\frac{\lambda e^P}{2}(V)^2 \tag{3.7}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1} p_i x_i = V \tag{3.8}$$

$$\sum_{i=1} x_i \leq K \tag{3.9}$$

$$x_i \in \{0,1\}, i = 1, ..., I. \tag{3.10}$$

En cuanto al procedimiento de la obtención del valor óptimo de los problemas se realiza entre 4 y 5 iteraciones. Además destacamos la disminución del tiempo transcurrido del problema con 24 paquetes, pasamos de obtener la solución en 34 segundos a 0,007 segundos.

A continuación se mostrará los pasos a seguir para obtener la solución óptima del problema, a través del algoritmo anteriormente mencionado. Realizaremos la comprobación con cuatro paquetes para que sea más sencillo los cálculos, los datos que proporcionaremos serán los siguientes: b=$\{0.5,1,2,4\}$, p=$\{1,2,3,5\}$ e impondremos un $\lambda = 0{,}001$. En la parte izquierda de la tabla 3.6 se mostrará todas las combinaciones posibles que se podrían dar. Además se muestran las iteraciones que se realizarán mediante la expresión de aproximación (2.45). En cada iteración se puede ver como se va cambiando la P en función de los resultados anteriores (recordemos que $P = \sum_{i=1} p_i x_i$). Comenzaremos con P=0, obtenemos que la solución óptima es de 7,428, es decir que seleccionaremos todos los paquetes. Para obtener el nuevo P sumaremos todos los pesos y obtendremos un valor de 11, es decir, nuestro P pasa a obtener un valor de 11. Volvemos a calcular a través de la expresión de aproximación el resultado óptimo, y nos aparece que debemos seleccionar todos los paquetes excepto el primero. Repetimos el procedimiento anterior hasta que en la iteración 7 encontramos el valor objetivo 4,097 que es el obtenido de forma exacta (tabla 4.8).

$$\sum_{i=1} b_i x_i - \lambda e^{\sum_{i=1} p_i x_i} \tag{3.11}$$

Esta expresión (3.11) se calcula para todas las soluciones posible y el mayor valor será el óptimo del problema, en la tabla 3.7 (Valores exactos de la función del problema $KPVC - e$), esta seleccionado en rojo.

Para concluir podemos decir que el valor obtenido mediante el algoritmo realizado con la aproximación heurística al modelo exponencial, coincide con la solución del modelo exponencial exacto. Además realizando un cambio de variable en el modelo obtenemos una mejora considerable en el tiempo de ejecución, y si añadimos la restricción de cardinalidad podemos seleccionar un número de paquetes exactos de la solución. Esto nos ayuda a conocer que paquetes nos interesaría desechar antes de la solución óptima. Todas las tablas y gráficos, realizadas en este trabajo son de elaboración propia del alumno.

3.5. Software y Hardware utilizado

Como se ha especificado antes, la librería utilizada de C++,para resolver los problemas ha sido Cplex con la versión v11.0 . En cuanto al sistema se ha realizado con el sistema operativo Linux de 64 bits, con un procesador Intel Xeon CPU E5410 de 2.33GHz y 4 núcleos, además de 7,8G de RAM total.

Tabla 3.1: Casos

Problema	**Datos**
P01	b=(0.92,0.52,0.49,0.68,0.60,0.43,0.67,0.84,0.87,0.72) p=(0.23,0.31,0.29,0.44,0.53,0.38,0.63,0.85,0.89,0.82) c=1.65
P02	b=(0.24,0.13,0.23,0.15,0.16) p=(1.20,0.70,1.10,0.80,0.90) c=0.26
P03	b=(0.50,0.50,0.64,0.46,0.50,0.05) p=(0.56,0.59,0.80,0.64,0.75,0.17) c=1,65
P04	b=(7.00,2.00,3.90,3.70,0.70,0.50,1.00) p=(3.10,1.00,2.00,1.90,0.40,0.30,0.60) c=5
P05	b=(3.50,4,00,4.50,0.20,0.70,0.08,0.05,0.05) p=(2.50,3.50,4.50,0.50,2.50,0.30,0.20,0.20) c=10.40
P06	b=(4.42,5.25,5.11,5.93,5.46,5.64,6.17) p=(0.41,0.50,0.49,0.59,0.55,0.57,0.60) c=1.70
P07	b=(1.35,1.39,1.49,1.50,1.56,1.63,1.73,1.84, 1.92,2.01,2.10,2.14,2.21,2.29,2.40) p=(0.70,0.73,0.77,0.80,0.82,0.87,0.90,0.94, 0.98,1.06,1.10,1.13,1.15,1.18,1.20) c=7.50
P08	b=(0.82,1.67,1.67,1.52,0.94,0.09,0.06,1.29,1.67,1.90,1.84,1.04, 1.25,1.31,0.95,2.06,0.67,0.85,1.82,0.06,0.90,0.57,0.46,0.36) p=(0.38,0.79,0.90,0.72,0.46,0.04,0.03,0.69,0.82,0.90,0.85,0.55, 0.61,0.67,0.48,0.95,0.32,0.44,0.93,0.03,0.49,0.26,0.22,0.16) c=6.404180
P09	b=(0.9,0.5,0.49,0.68,0.6,0.43,0.67,0.84,0.87,0.7,0.8,1.67,1.67,1.52, 0.94,0.09,0.06,1.29,1.67,1.9,1.84,1.04,1.25,1.3,0.95,2.06,0.67,0.85,1.82) p=(0.23,0.31,0.29,0.44,0.53,0.38,0.63,0.85,0.89,0.82,0.38,0.79,0.9, 0.72,0.46,0.04,0.03,0.7,0.8,0.9,0.85,0.55,0.61,0.6,0.4,0.9,0.3,0.4,0.9) c=6.404180

Nº de paquetes	Capacidad	Valor objetivo	Paquetes escogidos	Tiempo de ejecución
5	2,600	0,51	{2,3,4}	0,004955
6	1,900	1,5	{1,2,5}	0,005336
7	5,000	10,7	{1,4}	0,00495
7	1,700	17,35	{2,4,7}	0,005196
8	10,400	9	{1,3,4,5,7,8}	0,005924
10	1,650	3,09	{1,2,3,4,6}	0,005068
15	7,500	14,58	{1,3,5,7,8,9,14,15}	0,007108
24	6,404	13,549094	{1,2,4,5,6,10,11,13,16,22,23,24}	0,008588

Tabla 3.2: Modelo KP(Knapsack problem clásico) (3.1)

Nombre del problema	Nº de paquetes	Lamda	Valor objetivo	Paquetes escogidos	Tiempo Cplex	Tiempo exacto
p2	5	0,07	0,1453	{2}	0,006041	0,000056
p3	6	0,4	0,471	{1,2}	0,00468	0,000087
p4	7	0,12	8,92	{1,2,3,4}	0,004865	0,000092
p6	7	2	13,4638	{1,2,3,4,7}	0,006189	0,000089
p5	8	0,018	10,022	{1,2,3,4}	0,003936	0,000136
p1	10	0,45	1,934195	{1,2,3,4}	0,005014	0,000463
p7	15	0,7	1,392	{15}	0,006821	0,008
p8	24	0,3	3,861118	{1,6,10,16,22,24}	0,015408	36,31
p9	29	0,3	4,2955	{1,7,8,12,17,22,28}	0,005874	-

Tabla 3.3: Modelo función de peso cuadrático(KPVC-c) (3.3)

Nombre del problema	Nº de paquetes	Nº de paquetes seleccionados	Lamda	Valor objetivo exacto	Tiempo exacto	Valor obj. Heurístico	Tiempo heurístico
p02	5	{1,2,3}	0,01	0,399145	0,000043	0,399145	0.011387
p03	6	{1,2,3,4,5}	0,01	2,317809	0,000053	2,317809	0,00717
p04	7	{1,3}	0,01	9,259781	0,000064	9,259781	0,019566
p06	7	{1,2,3,4,5,7}	0,4	23,098454	0,000079	23,098454	0,011828
p05	8	{1,2}	0,001	7,096571	0,000116	7,096571	0,022827
p01	10	{1,2,3,4,5,6,7,8,9}	0,01	5,12367	0,000422	5,12367	0,007299
p07	15	{3,7,8,9,14,15}	0,005	9,712471	0,017948	9,712471	0,039272
p08	24	{1,2,4,6,10,11,13,16,17,20,22,24}	0,005	10,729855	36,007422	10,729855	0,032167
p09	29	{1,7,8,10,12,16,17,19,22,23,28}	0,005	-	-	11,189806	0,03643

Tabla 3.4: Modelo función de pesos exponencial (KPVC-e) (3.4)

Nombre del problema	Nº de Elementos	Lamda	Valor obj heuristico	Nº de artículos	Tiempo heuristico	Paquetes cogidos	*Tiempo total del proceso /s
p2	5	0,01	0,370258	2	0,00570258	{1,3}	0,00573258
p3	6	0,01	1,569713	3	0,006049	{1,2,3,4,5}	0,006089
p4	7	0,01	6,778021	1	0,00629	{1}	0,006345
p6	7	0,4	19,170229	5	0,007	{2,3,4,6,7}	0,007068
p5	8	0,001	4,409983	1	0,006279	{2}	0,006382
p1	10	0,01	4,665758	7	0,00782	{1,2,4,5,7,8,9}	0,008232
p7	15	0,005	9,554279	5	0,007706	{9,11,13,14,15}	0,024828
p8	24	0,005	8,8949	5	0,007248	{2,10,11,16,19}	35,843124
p9	29	0,005	5,725601	3	0,006966	{16,17,22}	0,006966

Tabla 3.5: Modelo de aproximación de la función de pesos exponencial con cardinalidad restringida (3.9)-(3.10)-(3.11)-(3.12)-(3.13)(3.14)(KPVC-ke)

P*=	P*=	P*=	P*=	P*=	P*=	P*=	P*=
0	11	10	9	8	7	6	

x1	x2	x3	x4	Iter. 1	Iter. 2	Iter.3	Iter.4	Iter.5	Iter.6	Iter.7
0	0	0	0	-0,001	-3023,644	-903,085	-263,350	-74,524	-20,288	-5,245
1	0	0	0	0,498	-2454,340	-715,360	-202,077	-54,648	-13,756	-2,929
0	1	0	0	0,995	-1944,910	-549,662	-148,907	-37,752	-8,321	-1,017
0	0	1	0	1,992	-1494,854	-405,490	-103,340	-23,338	-3,483	0,991
0	0	0	1	3,982	-774,364	-183,225	-36,515	-3,452	2,903	3,798
1	1	0	0	1,492	-1495,354	-405,990	-103,840	-23,838	-3,983	0,491
1	0	1	0	2,487	-1105,172	-283,844	-66,376	-12,405	-0,242	2,097
1	0	0	1	4,475	-504,430	-105,632	-15,758	1,519	**3,952**	**4,097**
0	1	1	0	2,982	-775,364	-184,225	-37,515	-4,452	1,903	2,798
0	1	0	1	4,968	-294,371	-50,066	-3,103	**3,510**	3,903	3,991
0	0	1	1	5,959	-143,685	-16,026	**1,948**	3,019	3,258	3,983
1	1	1	0	3,475	-505,430	-106,632	-16,758	0,519	2,952	3,097
1	0	1	1	6,450	-53,374	**-4,513**	-1,603	-0,952	1,017	3,071
1	1	0	1	5,459	-144,185	-16,526	1,448	2,519	2,758	3,483
0	1	1	1	6,939	**-22,937**	-15,026	-13,258	-7,905	-2,321	1,755
1	1	1	1	**7,428**	-52,374	-47,566	-33,015	-17,838	-6,756	0,037

Tabla 3.6: Iteración del algoritmo del problema KPVC-e

Tabla 3.7: Valores exactos de la función del problema KPVC-e

x1	x2	x3	x4	Solución exacta
0	0	0	0	-0,001
1	0	0	0	0,497
0	1	0	0	0,993
0	0	1	0	1,980
0	0	0	1	3,852
1	1	0	0	1,480
1	0	1	0	2,445
1	0	0	1	**4,097**
0	1	1	0	2,852
0	1	0	1	3,903
0	0	1	1	3,019
1	1	1	0	3,097
1	0	1	1	-1,603
1	1	0	1	2,519
0	1	1	1	-15,026
1	1	1	1	-52,374

Capítulo 4

Anexo

En este capítulo se plasma el código realizado para la resolución de todos los cálculos del modelo exponencial. El optimizador utilizado es el llamado Cplex y con ayuda del Notepad ++ para la elaboración del código.

En primer lugar el código nos requerirá que le introduzcamos tres ficheros de los que el primer de ellos contendrá los parámetros del problema (número de paquetes del problema, número de paquetes a seleccionar,λ,P inicial), los datos de este fichero debe estar introducido por este orden. En cuanto al segundo fichero deben ser el vector de beneficios de los paquetes, este vector debe ser introducido en columna. Por último se introducirá de la misma manera el vector de pesos que nos reporta cada paquete.

```
char *fich_TAM=argv[1];
char *fich_VECT_A=argv[2];
char *fich_VECT_B=argv[3];
FILE *param= fopen(fich_TAM,"r");
FILE *vector_a= fopen(fich_VECT_A,"r");
FILE *vector_b = fopen(fich_VECT_B,"r");
 fscanf(param,"%d",&n);
```

```
fscanf(param,"%d",&k); //numero de paquetes seleccionados
fscanf(param,"%f",&landa);
fscanf(param,"%f",&p);
a=(float *) malloc (n * sizeof(float));
for(i=0;i<n;i++){
fscanf(vector_a,"%f",&a[i]);
}
b=(float *) malloc (n *sizeof(float));
for(j=0;j<n;j++){
fscanf(vector_b,"%f",&b[j]);
}
```

Cuando tengamos todos los datos introducidos, crearemos un vector que nos calcule la parte lineal y la constante de la expresión heurística.

```
z = (float *) malloc (n *sizeof(float));
for(i=0;i<n;i++){
z[i] = a[i] - landa * exp(p) * b[i] + landa * exp(p) * p* b[i]  ;
}
alpha = (2*(landa * exp(p))/2);
cons = - landa * exp(p) + landa * exp(p) * p -((landa * exp(p)/2) * pow(p,2));
```

La siguiente parte del scrip es el cálculo de la solución exacta del modelo, es decir calculamos todas las posibles soluciones y seleccionamos la mayor.

```
if(n<25){
int iter1,band,t,cont;
t = 0;
band = 0;
int **mat = (int **)malloc(exp1 * sizeof(int *));
```

```
for (i=0; i<exp1; i++){
mat[i] = (int *)malloc(n * sizeof(int));}
iter1=exp1/2;
for(j=0;j<n;j++){
for(i=0;i<exp1;i++){
if(band==0){
mat[i][j]=0;
t++;                }
else if(band == 1){
mat[i][j] = 1;
t--;
}
if(t == iter1){
band = 1;                                    }
if(t==0){
band = 0;                  }}
iter1=iter1/2;    }
float *sol_sum_a =(float *) malloc (exp1 *sizeof(float));
float q_a;
for(i=0;i<exp1;i++){
float sol_sum=0.0;
for(j=0;j<n;j++){
q_a = (mat[i][j]*a[j]);
sol_sum=sol_sum+q_a;}
sol_sum_a[i]=sol_sum;}
float *sol_sum_b =(float *) malloc (exp1 *sizeof(float));
float q_b;
```

```
for(i=0;i<exp1;i++){
float sol_sum=0.0;
for(j=0;j<n;j++){
q_b = (mat[i][j]*b[j]);
sol_sum= sol_sum+q_b;}
sol_sum_b[i]= sol_sum;}
float *solucion_op=(float *) malloc (exp1 *sizeof(float));
for(i=0;i<exp1;i++){
solucion_op[i] = sol_sum_a[i]-landa*(exp(sol_sum_b[i]));}
for(i=0;i<exp1;i++){
if(solucion_op[i]>mayor){
mayor=solucion_op[i];
posicion = i; } }
printf("\nSolucion real optima..= %f\n",mayor);
}
```

En este periodo calculamos el tiempo que tarda en realizar los cálculos También se destaca que a partir de 25 paquetes no se ha conseguido obtener resultado de dicho problema. Esta es una de las ventajas de nuestro algoritmo, es decir, no tenemos problemas al calcular soluciones para un número de paquetes superiores a 25.

El siguiente paso que se realizará será, crear un fichero con extensión .lp donde se reflejará un fichero con un formato especifico reflejado en la web de IBM [4].En el fichero estará dividido en 3 partes: la primera vendrá dada por la función objetivo, la segunda por las restricciones y la última por la declaración de las variables binarias. Como se puede ver se ha realizado dos restricciones que son las siguiente:

$$\sum_{i=1} x_i \leq k \tag{4.1}$$

$$\sum_{i=1} b_i x_i \tag{4.2}$$

```
fprintf(model,"Maximize \n");
fprintf(model,"obj: ");
for(i=0;i<n;i++){
fprintf(model," + %f x%d",z[i],i);}
fprintf(model," + [");
fprintf(model," - %f v * v",alpha);
fprintf(model,"] /2\n");
fprintf(model,"Subject To\n");
fprintf(model,"C1: ");
for(i=0;i<n;i++){
fprintf(model,"+x%d ",i);}
fprintf(model,"<= %d\n",k);
for(i=0;i<n;i++){
fprintf(model," + %f  x%d ",b[i],i);}
fprintf(model,"-v = 0\n");
fprintf(model,"BINARY\n");
for(i=0;i<n;i++){
fprintf(model," x%d ",i);}
fprintf(model,"\nEnd");
```

Cuando tenemos todo el modelo escrito en el fichero .lp crearemos punteros y obtendremos las soluciones al problema. Recordemos que la primera solución que obtengamos será con la semilla que hemos introducido al principio, que en nuestro caso será de P=0.

```
lp= CPXcreateprob (env,&status,probname);
status = CPXreadcopyprob (env,lp,"modelo.lp",NULL);
if(status){
fprintf(stderr,"Fallo al leer el problema ....\n");}
```

```
if(lp==NULL){
fprintf(stderr,"Fallo al crear el problema.\n");}
status = CPXmipopt(env,lp);
if(status){
fprintf(stderr,"Fallo en resolver el problema ....\n");
printf("\n %d error al resolver ",status);
status = CPXwriteprob(env,lp,"Problema_error.lp",NULL);}

status=CPXgetmipx(env,lp,x,0,CPXgetnumcols(env,lp)-1);
if(status) fprintf(stderr,"Fallo en obtner la  solucion  x....\n");
status=CPXgetobjval(env,lp,&objval);

while(iter <= 30){
printf("\n Iteraccion =  %d \n",iter);
p=0.0;
sum=0.0;
iter++;
for(j=0;j<n;j++) {
sum = b[j] * x[j];
p= p+sum;}
cons = - landa * exp(p) + landa * exp(p) * p -((landa * exp(p)/2) * pow(p,2));
for(i=0;i<n;i++){
z[i] = a[i] - landa * exp(p) * b[i] + landa * exp(p) * p* b[i]  ;}
for(i=0;i<n;i++){
status=CPXchgcoef(env,lp,-1,i,z[i]);}
alpha = (-(landa * exp(p))/2)*2;
status = CPXchgqpcoef(env,lp,n,n,alpha);
status = CPXwriteprob(env,lp,"Problema_error.lp",NULL); }
```

```
if(iter==2) {status=CPXwriteprob(env,lp,"problema_Iter2.lp",NULL);}
status = CPXmipopt(env,lp);
if(status){
status = CPXwriteprob(env,lp,"Problema_error.lp",NULL);}
status=CPXgetmipx(env,lp,x,0,CPXgetnumcols(env,lp)-1);
status=CPXgetobjval(env,lp,&objval1);
printf("valor objetivo = %f\n",(objval1+cons));
obj[iter]=objval1+cons;
if(obj[iter]==obj[iter-1]){break;}
}
```

Este es el algoritmo realizado, en el que se compara la solución obtenida en el paso anterior con la nueva. Entonces si coinciden es porque hemos llegado al resultado final y podemos asegurar cual es el máximo valor objetivo y cuales son los paquetes seleccionados para obtener ese resultado.

Bibliografía

[1] Hamdy A. Taha y H.D. Sherali, *Operations Research: An Introduction*, Novena edición, Pearson, México, 2012.

[2] Kellerer, Hans , Pferschy, Ulrich y Pisinger, Davi, *Knapsack Problems*, Primera edición ,Springer, New York, 2004.

[3] Universidad de Florida

http : *//people.sc.fsu.edu/ jburkardt/datasets/knapsack_*01/*knapsack_*01.*html*

[4] Página oficial de IBM

http : *//www.ibm.com/support/knowledgecenter/es/SSSA*5$P_1$2,6,0/ *ilog.odms.cplex.help/CPLEX/FileFormats/topics/LP.html*

[5] Eduardo Stordeur *La Eficiencia de Pareto y las Teorías Deontológicas: una respuesta libertaria a Kaplow y Shavell.*