

JORNADAS NACIONALES DE ROBÓTICA Y BIOINGENIERÍA 2023



14 al 16 de junio de 2023

E.T.S. Ingenieros Industriales

Universidad Politécnica de Madrid

ISBN: 978-84-09-51892-0

DOI: 10.20868/UPM.book.74896

Editores:

- Óscar Reinoso García,
- Eduardo Rocon de Lima,
- Manuel Ferre Pérez,
- Paloma de la Puente Yusty,
- Daniel Galán Vicente,
- Ramón Antonio Suárez Fernández, y
- Francisco Javier Badesa Clemente.

Índice

Libro de actas	i
Índice.....	iii
Presentación.....	v
Organizadores	vii
Colaboradores	viii
Comités Organizadores	ix
Índice de comunicaciones.....	x
Listado de autores.....	xiv

Presentación

Prólogo de los coordinadores

Las Jornadas de Robótica y Bioingeniería de 2023 tienen lugar en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de la Universidad Politécnica de Madrid, entre los días 14 y 16 de junio de 2023. En este evento propiciado por el Comité Español de Automática (CEA) tiene lugar la celebración conjunta de las XII Jornadas Nacionales de Robótica y el XIV Simposio CEA de Bioingeniería.

Las Jornadas Nacionales de Robótica es un evento promovido por el Grupo Temático de Robótica (GTRob) de CEA para dar visibilidad y mostrar las actividades desarrolladas en el ámbito de la investigación y transferencia tecnológica en robótica. Asimismo, el propósito de Simposio de Bioingeniería, que cumple ahora su decimocuarta edición, es el de proporcionar un espacio de encuentro entre investigadores, desarrolladores, personal clínico, alumnos, industriales, profesionales en general e incluso usuarios que realicen su actividad en el ámbito de la bioingeniería. Estos eventos se han celebrado de forma conjunta en la anualidad 2023.

Esto ha permitido aunar y congregar un elevado número de participantes tanto de la temática robótica como de bioingeniería (investigadores, profesores, desarrolladores y profesionales en general), que ha posibilitado establecer puntos de encuentro, sinergias y colaboraciones entre ambos.

El programa de las jornadas aúna comunicaciones científicas de los últimos resultados de investigación obtenidos, por los grupos a nivel español más representativos dentro de la temática de robótica y bioingeniería, así como mesas redondas y conferencias en las que se debatirán los temas de mayor interés en la actualidad.

En relación con las comunicaciones científicas presentadas al evento, se ha recibido un total de 46 ponencias, lo que sin duda alguna refleja el alto interés de la comunidad científica en las Jornadas de Robótica y Bioingeniería. Estos trabajos serán expuestos y presentados a lo largo de un total de 10 sesiones, distribuidas durante los diferentes días de las Jornadas. Las temáticas de los trabajos cubren los principales retos científicos relacionados con la robótica y la bioingeniería: robótica aérea, submarina, terrestre, percepción del entorno, manipulación, robótica social, robótica médica, teleoperación, procesamiento de señales biológicas, neurorehabilitación etc.

Confiamos, y estamos seguros de ello, que el desarrollo de las jornadas sea completamente productivo no solo para los participantes en las Jornadas que podrán establecer nuevos lazos y relaciones fructíferas entre los diferentes grupos, sino también aquellos investigadores que no hayan podido asistir. Este documento que integra y recoge todas las comunicaciones científicas permitirá un análisis más detallado de cada una de las mismas.

Óscar Reinoso García

Coordinador de CEA – GTRob

Eduardo Rocon de Lima

Coordinador de CEA – Bioingeniería

Organiza

Comité Español de Automática



Grupo Temático de Robótica



Grupo Temático de Bioingeniería



Centro de Automática y Robótica (CAR) UPM-CSIC



Colaboradores



Comités Organizadores

Organizadores

Manuel Ferre Pérez
Oscar Reinoso García
Eduardo Rocón de Lima

Comité Científico

Pedro Albertos Pérez
Manuel Berenguel Soria
Itziar Cabanes Axpe
Víctor Fernando Muñoz Martínez
Manuel Ferre Pérez
Fernando Gómez Bravo
José María Azorín Poveda
Raúl Marín Prades
Rafael Raya López
Óscar Reinoso García
Eduardo Rocon de Lima
Matilde Santos Peñas
Ángel Valera Fernández
Eduardo Zalama Casanova

Comité organizador local

Francisco Javier Badesa Clemente
Paloma de la Puente Yusty
Manuel Ferre Pérez
Ramón Antonio Suárez Fernández
Daniel Galán Vicente

Índice de las comunicaciones

Robótica

Ensamblaje automático de juguetes de plástico mediante un robot colaborativo. <i>D. Sánchez, C. A. Jara, F. Gomez</i>	1
Arquitectura Software para el Sistema Robótico de Manipulación Dual HortiRobot. <i>R. Fernández, E. Navas, M. Ojeda, M. Armada, P. González-de-Santos</i>	7
Metodología para el desarrollo de estrategias de manipulación remota. <i>V. Redondo, M. Ferre, M. Á. Sánchez-Urán</i>	13
Teleoperación de un robot colaborativo mediante realidad virtual. <i>M. García-Gómez, E. Zalama, J. Gómez-García-Bermejo, J. Duque-Domingo</i>	21
Análisis de estabilidad de un robot caminante en terrenos naturales. <i>P. Mollá-Santamaría, A. Peidró, M. Fabregat-Jaén, L. M. Jiménez, Ó. Reinoso</i>	27
Desarrollo de robots modulares altamente configurables con capacidades de auto-ensamblado. <i>V. Gomez, M. Hernando, E. Aguado, D. Bajo, R. Sanz, C. Rossi</i>	35
Diseñar lo inesperado: experiencias en la realización de experimentos de campo realistas en robótica para emergencias. <i>J. J. Fernández Lozano, A. Mandow, J. Miranda Páez, J. Trillo Legaz, J.M. Ravina Vergara, A.J. García Cerezo</i>	41
Impresión 3D multimaterial, alternativas de diseño de componentes en sistemas robóticos. <i>J. Minguella-Canela, N. Tegas, J. Amat, A. Casals</i>	49
Robótica cuántica. Elementos principales. <i>S. Altares-López, J. J. García-Ripoll, Angela Ribeiro</i>	59
Simulación de microactuador hidráulico para la navegación de catéteres. <i>A. J. Serrano-Balbontín, I. Tejado, B. M. Vinagre</i>	65
Detección de áreas transitables en entornos no estructurados mediante un LIDAR 2D. <i>A. Olivas, F. Torres</i>	73
Evaluación de métodos de planificación de rutas de cobertura en sistemas multi-UAV para aplicaciones de teledetección. <i>M. Luna, P. Campoy, M. Molina</i>	79
Planificador global SE(2) para la navegación de robots móviles manipuladores en ROS. <i>A. De Matías-Martínez, F. J. Naranjo-Campos, J. G. Victores, C. Balaguer</i>	85
Segmentación de planos a partir de nubes de puntos 3D en estructura reticulares. <i>F. J. Soler, A. Peidró, M. Fabregat-Jaén, L. Payá, Ó. Reinoso,</i>	91
Predicción de gestos no verbales para mejorar la interacción con un robot social. <i>E. Fernández Rodicio, Á. Castro-González, J. C. Castillo, M. A. Salichs, T. Onorati</i>	99

Protocolo de evaluación para la interacción entre el robot social JARI y niños en etapa escolar. <i>E. P. Madrid Ruiz, C. E. García Cena</i>	107
Sistema de monitorización no intrusiva para vivienda de personas mayores. <i>S. Merino-Fidalgo, E. Zalama, J. Gómez-García-Bermejo, J. Duque-Domingo, R. Gómez, P. Viñas, D. García, H. Urueña</i>	115
«Ilusión de control» una estrategia para favorecer la creación del vínculo entre los usuarios y el robot social Mini. <i>S. Carrasco-Martínez, M. Maroto-Gómez, F. Alonso-Martín, M. Malfaz, M. A. Salichs</i>	123
Diseño mecánico de las transmisiones del dispositivo robótico supernumerario SecondArMS. <i>J. Álvarez-Pastor, D. Martínez-Pascual, L. D. Lledó, C. Fernández-Irles, M. Herraiz-Sala, N. García-Aracil</i>	131
Estudio de viabilidad de un nuevo concepto de actuador híbrido para robótica de rehabilitación acuática. <i>J. V. García-Pérez, E. Belmonte-Cerdán, J. Álvarez-Pastor, A. Blanco-Ivorra, J. M. Catalán, N. García-Aracil</i>	137
Actuadores blandos aplicados a robótica submarina. Una revisión. <i>G. Ferrando del Rincón, C. E. García Cena, E. Cortés Torres</i>	143
Desafíos en el desarrollo de nuevos robots submarinos bio-inspirados con morfología adaptable. <i>E. Cortés Torres, C. E. García Cena, G. Ferrando del Rincón</i>	149
Análisis de viabilidad de un robot velocista para la evaluación de la carrera deportiva. <i>A. Brunete, D. Guffanti, M. Hernando, D. Álvarez, E. Gambao, C. Ferreira</i>	155
Estrategia de caminata para el robot humanoide TEO. <i>G. Lipa, Jorge Muñoz, B. Łukawski, C. A. Monje, C. Balaguer</i>	163
Planificación de trayectorias de un robot bípedo trepador de estructuras reticulares. <i>M. Fabregat-Jaén, A. Peidró, P. Mollá-Santamaría, F. J. Soler, Ó. Reinoso</i>	171
Pruebas con simulación guiada para robots aéreos autónomos. <i>R. Pérez-Seguí, J. Melero-Deza, P. Arias-Perez, D. Perez-Saura, M. Fernandez-Cortizas, P. Campoy</i>	179
Análisis de alternativas de control para un exoesqueleto activo del codo. <i>D. Pont-Esteban, N. Barbosa, D. Cantalejo-Escobar, M. A. Sánchez-Urán, M. Ferre</i>	185
Robótica de Rehabilitación 4.0: Diseño y desarrollo del gemelo digital. <i>D. Sosa-Méndez, C. E. García-Cena, A. Martín-González, R. Saltaren-Pazmiño</i>	193
Sutura automatizada para una plataforma robótica de asistencia a la cirugía laparoscópica. <i>Á. Galán-Cuenca, D. De Luis-Moura, J. M. Herrera-López, M. Rollón, I. García-Morales, V. F. Muñoz</i>	201
Experiencias Educativas de Grado y Máster en Robótica y Automática Marina: El Robot de Superficie y la Competición MIR.	209

S. López, P. Marqués, J. Marín, C. del Olmo, S. Fornas, A. Solis, J. Echagüe, J.V. Martí, R. Marín, P.J. Sanz

Validación experimental del Robot Hexápodo Híbrido R3HC. 217
F. Gómez-Bravo, A. Garrocho, S. Rua, P. Villadóniga, G. Carbone, R. Jiménez-Naharr, R. López de Ahumada

Bioingeniería

Reconocimiento de actividades humanas aplicando modelos de Aprendizaje Profundo. 223
C. Sánchez-Girón, E. Zalama, J. Gómez-García-Bermejo, J. Duque-Domingo

Mejora en la clasificación de actividades mediante redes de convolución y CVV-SV. 231
J. Duque-Domingo, R. Gómez-Ramos, E. Zalama, J. Gómez-García-Bermejo

Biomarcador diagnóstico no invasivo para la enfermedad de Alzheimer y demencia frontotemporal basado en inteligencia artificial y movimiento ocular. 239
A. Calvo Córdoba, C. E. García Cena, C. Lage c, P. Sánchez Juan

Diseño de sensores de fuerza basados en Velostat para medida de la presión plantar. 245
J.C. Martínez-Sánchez, G. Delgado-Oleas, J. Lora-Millan, E. Rocon

Desarrollo de un exotraje basado en SMA para pacientes pediátricos. 251
P. Mansilla Navarro, D. Copaci, J. Arias Guadalupe, D. Blanco

Desarrollo de un prototipo de exo-traje para la rehabilitación de miembro superior. 259
C. A. Jara, S. Arias, B.D. Bolaños, A. Barrientos, A. Úbeda

Análisis de simulación del proceso de interacción física entre cuerpo humano y exoesqueleto basado en el software Opensim. 267
K.X. Zhang, F.J. Badesa, A. San Juan, E. Navarro, M. Ferre

Diseño conceptual de un robot de rehabilitación de la marcha pseudoestacionario. 273
J. Ramos, F. González, J.S. Lora, J.A. Castaño, S. Borromeo, R. Nieto, P. Fernández, J.M. Font, J.C. Moreno, A.J. del Ama

Medición del impacto de las vibraciones en usuarios de silla de ruedas 279
N. Perez, A. Mancisidor, I. Cabanes, P. Vermander

Impacto de las terapias de rehabilitación asistidas por robot en pacientes con alteraciones motoras graves. 285
Y. Vales, J.M. Catalán, J.V. García-Pérez, A. Blanco-Ivorra, R. Martín-Batanero, N. García-Aracil

Protocolo de adquisición de señales electroespino-gráficas en posición decúbito prono 291
D.I. Gracia, P. Soriano-Segura, L. Ferrero, M. Ortiz, E. Iañez, J.M. Azorín

Estrategia de estimulación transcraneal por corriente directa para tratamiento de la obesidad. 297
D.I. Gracia, M. Ortiz, E. Iañez, M. Herranz-Lopez, V. Micol, J.M. Azorín

La arquitectura tolerante a fallos del ventilador mecánico Andalucía Respira. 303
M. Rollon, V.F. Muñoz, I. García-Morales, M. Mengual-Mesa, V. Muñoz, A. Galán-Cuenca

Setup para la comparación de fuerzas en cirugía mínima invasiva robotizada. <i>J. Cases-Hurtado, J. Manrique-Córdoba, J.D. Romero-Ante, A. Busque-Nadal, J.M. Vicente-Samper, J.M. Sabater-Navarro</i>	309
Evaluación neuromecánica de la marcha humana en personas con síndrome de Charcot-Marie-Tooth: un estudio preliminar. <i>I. Beviá, J.M. López-Castellanos, C.A. Jara, A. Úbeda</i>	315



Jornadas de Robótica y Bioingeniería

Sesión: <P>

Análisis de estabilidad de un robot caminante en terrenos naturales

Mollá-Santamaría, P.^{a,*}, Peidró, A.^a, Fabregat-Jaén, M.^a, Jiménez, L. M.^a, Payá, L.^a, Reinoso, Ó.^{a,b}

^a Instituto de Investigación de Ingeniería de Elche (I3E), Universidad Miguel Hernández de Elche, Avda. de la Universidad s/n, Edificio Innova, 03202 Elche, Alicante, España.

^b ValgrAI: Valencian Graduate School and Research Network of Artificial Intelligence, Camí de Vera s/n, Edificio 3Q, 46022 Valencia, España.

Citar artículo: Mollá-Santamaría, P., Peidró, A., Fabregat-Jaén, M., Jiménez, L. M., Reinoso, Ó. 2023. **Análisis de estabilidad de un robot caminante en terrenos naturales.** Jornadas Nacionales de Robótica y Bioingeniería 2023, 27-34. <https://doi.org/10.20868/UPM.book.74896>

Resumen

Este artículo estudia dos métodos para analizar la estabilidad de un robot modular con múltiples patas, diseñado para moverse por entornos naturales con contactos no coplanares con distinta orientación. Para garantizar la estabilidad en un punto de contacto, la reacción del terreno debe estar contenida en un cono de fricción. Trabajos previos utilizan una aproximación lineal del cono a una pirámide, de manera que la fuerza de reacción en el punto de contacto debe ser una combinación lineal con coeficientes no-negativos de las aristas laterales que componen dicha pirámide. En este artículo, primeramente, se modela el terreno con un mallado triangular y se realiza una subdivisión de los triángulos para identificar eficientemente con k-d trees aquellos más cercanos a los pies del robot. Posteriormente, se verifica la estabilidad del robot utilizando la aproximación piramidal del cono de fricción mediante la comparación de dos métodos: el método del politopo y el nuevo método de Newton.

Palabras clave: estabilidad, robot caminante, contactos no-coplanares, cono de fricción, vuelco.

Stability analysis of a walking robot in natural terrain

Abstract

This paper studies two methods to analyze stability of a legged modular robot, designed to move through natural environments with non-coplanar contacts that have different orientations. In order to ensure stability at a contact point, the ground reaction must be contained within a friction cone. Previous works use a linear approximation of the cone to a pyramid, such that the reaction force at the contact point should be a linear combination with non-negative coefficients of the lateral edges that compose the pyramid. In this paper, firstly, the terrain is modeled with a triangular mesh and a subdivision of the triangles is performed to efficiently identify those closest to the robot's feet using k-d trees. Afterwards, the stability of the robot is verified using the pyramidal approximation of the friction cone by comparing two methods: the polytope method and the Newton's new method.

Keywords: stability, walking robot, non-coplanar contacts, friction cone, tipping.

1. Introducción

Este artículo analiza la estabilidad de un robot con múltiples patas, cuyo objetivo es moverse por entornos naturales accidentados, como montes. Uno de los métodos más extendidos para analizar la estabilidad de robots caminantes es el método del Punto de Momento Nulo o ZMP, por sus siglas en inglés: *Zero Moment Point* (Vukobratović y Borovac,

2004). Dicho punto es aquel respecto al que los momentos de las fuerzas de reacción del suelo en los puntos de contacto con el robot no tienen componente horizontal. Si dicho punto se mantiene dentro del polígono de soporte formado por los puntos de contacto, el robot no volcará. Sin embargo, el método del ZMP asume que todos los puntos de contacto son coplanares, y que el suelo ofrece la suficiente fricción para que las patas del robot no patinen o deslicen. Estas limitaciones

*Autor para correspondencia: pmolla@umh.es

Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)

impiden aplicar el método del ZMP para analizar la estabilidad de la locomoción de robots que caminan por entornos naturales como montes, que son accidentados e irregulares, donde el robot necesita apoyar sus patas en puntos que no son coplanares, ni presentan el mismo vector normal perpendicular al terreno, ni ofrecen siempre la suficiente fricción estática.

Para solucionar las limitaciones del método del ZMP, surgió el concepto de “Cono de *Wrenches* de Contacto” o CWC (Hirukawa et al., 2006), donde “*wrench*” es el término inglés que hace referencia a un vector 6D que representa una fuerza y/o un momento, donde dicha fuerza y momento pueden ser independientes o pueden estar acoplados. El concepto del CWC se basa en la idea de que, en cada punto de contacto del suelo perpendicular al plano, y cuya apertura depende del coeficiente de fricción estática entre la pata y el suelo. Por simplicidad computacional, dichos conos se suelen aproximar por pirámides. Por cada arista lateral de dicha pirámide, con origen en su ápice, se define una fuerza de contacto y, junto con el momento de dicha fuerza, se construye un *wrench* 6D. Todos estos *wrenches*, considerando todas las pirámides de todos los puntos de contacto, definen el CWC, que es un polítopo en 6 dimensiones. Si la resultante de todas las fuerzas y momentos inerciales, gravitatorias y otras fuerzas externas que actúan sobre el robot (exceptuando las fuerzas de reacción del terreno) cae dentro del CWC, el robot se mantendrá estable en su locomoción: ni volcará, ni patinará por insuficiente fricción.

El concepto de CWC se ha utilizado para planificar la locomoción estable de robots caminantes, tanto bípedos humanoides (Dai y Tedrake, 2016; Navaneeth, Sudheer, y Joy, 2022), como cuadrúpedos (Aceituno-Cabezas et al., 2017). Normalmente, estos trabajos parten de una secuencia precalculada de puntos del terreno en los que el robot deberá ir apoyando sus patas durante su travesía, y se centran en calcular la trayectoria del centro de masa del robot para garantizar que las fuerzas gravito-inerciales se mantienen dentro del CWC, maximizando cierto margen o distancia a las fronteras del CWC, y minimizando el momento angular centroidal del robot. Algunos trabajos más recientes, como (Aceituno-Cabezas et al., 2018), ni siquiera parten de una secuencia precalculada de puntos de apoyo, sino que también los determinan a la vez que planifican la locomoción global del robot, logrando así una solución más óptima, o incluyendo también el sensado y mapeado del terreno mediante sensores a bordo del robot, entre otras mejoras (Jenelten, Grandia, Farshidian, y Hutter, 2022). También son destacables trabajos como (Orsolino et al., 2018), que interseca el CWC con un polítopo que tiene en cuenta las limitaciones de par de los actuadores del robot, o (Ellenberg y Oh, 2014), que usan el concepto del CWC para analizar la estabilidad de un robot humanoide para trepar por escaleras verticales de tipo *ladder*, considerando la restricción de que las reacciones ejercidas por el entorno sobre el robot podrían, en general, no ser tan arbitrariamente grandes como se necesite para garantizar la estabilidad.

Habitualmente, el test de estabilidad mediante CWC es una operación que demanda una carga computacional notable, considerando que se debe calcular un polítopo que es la envoltura convexa de los *wrenches* 6-dimensionales de contacto (habrá M *wrenches* por cada punto de contacto, donde

M es el número de lados de la base de la pirámide que aproxima al cono de fricción en cada punto de contacto), y luego hay que comprobar si los *wrenches* gravito-inerciales que sufre el robot durante su movimiento están en el interior de dicho polítopo, evaluando el signo que resulta de evaluar dichos *wrenches* en la ecuación del hiperplano que define cada una de las numerosas caras del mencionado polítopo en un espacio de 6 dimensiones. Por ello, algunos trabajos se han esforzado en reducir el coste de estas operaciones, para reducir tiempos y poder realizar rápidamente tests de estabilidad mientras se controla el robot en tiempo real. En este sentido, Li et al. (2022) presentan un test simplificado que aproxima al polígono de contacto por un segmento efectivo, sacrificando precisión por velocidad. Caron y Kheddar (2016) formulan el test de pertenencia al CWC como un problema dual de comprobar la pertenencia de la aceleración del centro de masa del robot a un volumen tridimensional. Por último, Caron, Pham y Nakamura (2017) proyectan el CWC en un simple polígono 2D en el que debe proyectarse el centro de masa del robot para garantizar la estabilidad, generalizando el método del ZMP a las situaciones donde la fricción puede ser insuficiente o los puntos de contacto pueden no ser coplanares.

En este artículo analizamos la estabilidad de un robot caminante de 8 patas pensado para moverse por entornos naturales, de modo que el robot podría tener que apoyar distintas patas en puntos no coplanares del terreno, donde cada punto puede tener distinto coeficiente de fricción y/o distinto vector normal. En primer lugar, se describe un método para subdividir un modelo STL del terreno en triángulos más pequeños, con el fin de encontrar eficientemente, mediante *k-d trees*, el triángulo más cercano donde apoyar cada pata del robot. A continuación, se estudia la estabilidad del robot considerando diversos números de patas apoyadas en el terreno. Primero se estudia la estabilidad por el método habitual del polítopo CWC en 6 dimensiones, y después, como novedad, se resuelve el test de estabilidad por un método alternativo basado en expresar la pertenencia al polítopo como un sistema indeterminado de ecuaciones cuadráticas, que se resuelven por el método de Newton para sistemas de ecuaciones no-lineales. Diversas pruebas realizadas demuestran que el método de Newton requiere tiempos de cómputo de un orden de magnitud menores que el habitual método del polítopo en aquellas situaciones en las que el resultado del test es estable, mientras que el método de Newton resulta más lento cuando el resultado es inestable, debido a la necesidad de realizar el suficiente número de iteraciones antes de decidir que el apoyo del robot sobre el terreno es inestable.

Este artículo está organizado como sigue. En la Sección 2 se describe el robot de 8 patas que se utiliza como caso de estudio en este artículo. La Sección 3 describe cómo se modela el terreno natural por el que se mueve el robot, como un fichero STL, y se describe un método para subdividir los triángulos que modelan dicho terreno para encontrar eficientemente aquellos triángulos más cercanos en los que debe apoyarse cada pata del robot. A continuación, en la Sección 4 se analiza la estabilidad del robot, primero mediante el habitual método del polítopo, y después mediante un nuevo método que se basa en convertir inecuaciones en ecuaciones y resolverlas por el método de Newton. Ambos métodos se ilustran y comparan mediante ejemplos en la Sección 5. Por último, la sección 6

presenta las conclusiones y sugiere trabajos futuros derivados de este.

2. Descripción del robot

En esta sección se presenta el robot caminante modular que se ha utilizado para implementar los métodos estudiados en este artículo para el análisis de la estabilidad.

El robot cuadrúpedo, presentado en la Figura 1, ha sido diseñado y modelado en Siemens NX incorporando las articulaciones necesarias en cada pata para permitir que el robot se mueva de la manera más realista posible. Cada pata cuenta con tres grados de libertad, q_1 permite el movimiento hacia delante y hacia atrás de la pata, q_2 proporciona el movimiento de levantamiento y bajada de la pata, y, por último, q_3 posibilita la flexión o estiramiento de la pata (Figura 1). Además, el cuerpo central del robot puede desplazarse y orientarse en los ejes x , y , z , lo que dota al robot de un total de dieciocho grados de libertad que le permiten moverse con facilidad por entornos naturales accidentados.

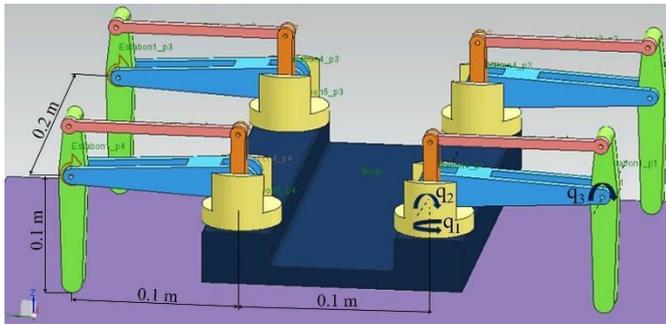


Figura 1: Robot cuadrúpedo realista elaborado en Siemens NX.

Después de diseñar el robot de manera realista en Siemens NX, se ha simplificado su representación en Matlab. El robot simplificado consta de dos módulos idénticos a los mostrados en la Figura 1 pero con forma alámbrica y unidos entre sí mediante una articulación esférica actuada, como se muestra en la Figura 2. Este robot será el que se utilice en secciones posteriores de este artículo.

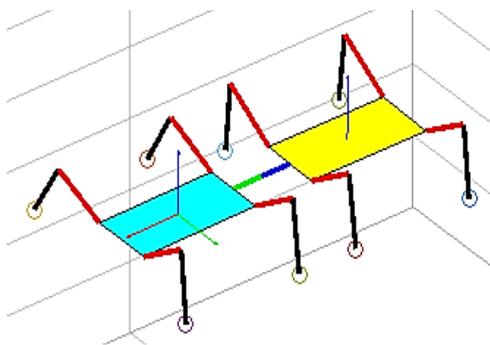


Figura 2: Robot cuadrúpedo con estructura alámbrica en Matlab.

3. Modelado y subdivisión del terreno

En esta sección, se considera que el robot propuesto tiene algunos de sus pies inicialmente apoyados en el entorno, mientras que el resto están en el aire. El objetivo de esta

sección es determinar el punto de apoyo en el terreno más cercano a cada pie del robot en el que debería apoyar las patas libres. Para lograrlo, es fundamental adaptar el terreno, lo cual facilitará también el posterior estudio de estabilidad del robot.

Cabe destacar que en el procedimiento que se describe a continuación, se asume que el terreno está definido por una malla triangular en un archivo STL, la cual puede ser modelada mediante algún software de diseño 3D o bien obtenida a partir de una nube de puntos captada por algún sensor de rango, como podría ser un láser. En el presente estudio, se modela el terreno en 3D utilizando el software Autodesk Inventor, y posteriormente se exporta en formato de archivo STL debido a su capacidad de representar gráficamente objetos sólidos mediante la aproximación de la superficie con triángulos. Esta representación gráfica mejora la eficiencia computacional y facilita la visualización y análisis de propiedades geométricas y topológicas del terreno en Matlab.

El procedimiento para identificar el punto más cercano del terreno al efector final de la pata libre del robot que se desea apoyar en el entorno consiste, en primer lugar, en determinar el triángulo que forma parte del terreno que se encuentre más cercano al pie y, en segundo lugar, en proyectar el pie en dicho triángulo. Esto se realiza para cada pata libre que se pretenda apoyar en el terreno.

Inicialmente se consideró realizar una búsqueda por fuerza bruta, es decir, buscando entre todos los triángulos del entorno, lo cual resultó computacionalmente costoso. Por lo tanto, la solución adoptada finalmente consiste en limitar la búsqueda únicamente a los triángulos que se encuentran a una distancia pequeña del hombro de la pata del robot, con el fin de mejorar la eficiencia del proceso. Para lograr esto, se subdividen los triángulos en otros más pequeños y se obtienen los centroides de cada triángulo para construir un k-d tree. Este k-d tree permite identificar eficientemente los centroides que se encuentran dentro de una esfera de radio r de 0.2m (siendo r la longitud de la pata totalmente estirada) centrada en el hombro de la pata del robot. Solo con estos centroides se obtendrá el triángulo más cercano al pie de cada pata y su proyección sobre el terreno.

Atendiendo a la subdivisión de los triángulos, se realiza una subdivisión recursiva hasta que cada triángulo del terreno quede circunscrito en un círculo de radio menor a R (en este caso, 0.5m). El método de subdivisión que inicialmente se implementó consistía en fraccionar cada triángulo mediante la unión del centro de cada lado con el vértice opuesto. No obstante, este método requería mucho tiempo y generaba triángulos con dimensiones muy distintas, ya que se tenían que realizar numerosas subdivisiones hasta lograr que aquellos triángulos con forma achatada quedaran circunscritos en una circunferencia de radio R . Con el objetivo de obtener una subdivisión del terreno con triángulos más equiaxiales, se desarrolla un nuevo método que consiste en dividir el lado más largo del triángulo en N segmentos (tomando 10 como valor de N) y luego unirlos con el vértice opuesto. A continuación, en la Figura 3 se muestra el terreno original y el terreno subdividido.

Una vez que el terreno ha sido subdividido, para el extremo final Q_i de cada pata libre i , se calcula su proyección P_i en el triángulo más cercano a Q_i , de modo que P_i sería el punto donde apoyar la pata libre (Figura 4).

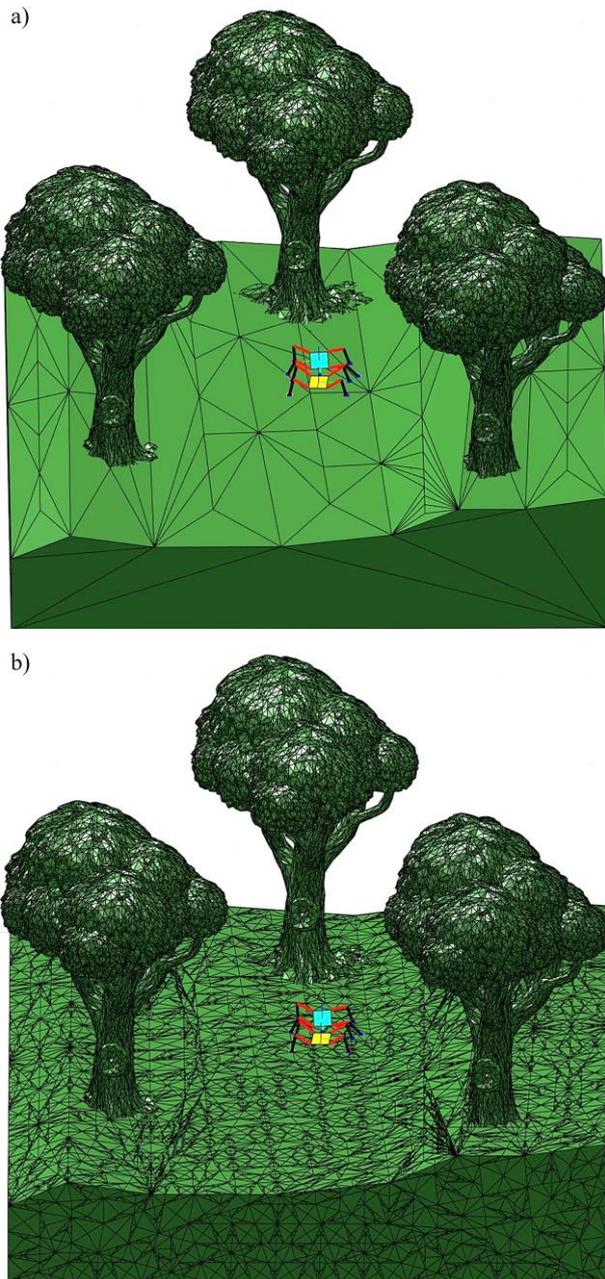


Figura 3: a) Terreno original. b) Terreno subdividido.

4. Análisis de estabilidad

El estudio de la estabilidad del robot es crucial para prevenir situaciones de vuelco y deslizamiento y asegurar su correcto funcionamiento y seguridad. Los puntos de apoyo del robot en el entorno juegan un papel fundamental en la garantía de su estabilidad. El número de apoyos y su ubicación adecuada son determinantes para mantener el equilibrio del robot y evitar caídas o movimientos indeseados que puedan comprometer su seguridad y precisión en la ejecución de tareas. Por lo tanto, un análisis detallado y minucioso de los puntos de apoyo es esencial para garantizar la estabilidad del robot. Asimismo, las superficies de contacto proporcionan suficiente fricción para mantener al robot en equilibrio durante su funcionamiento, minimizando así los posibles riesgos asociados a deslizamientos.

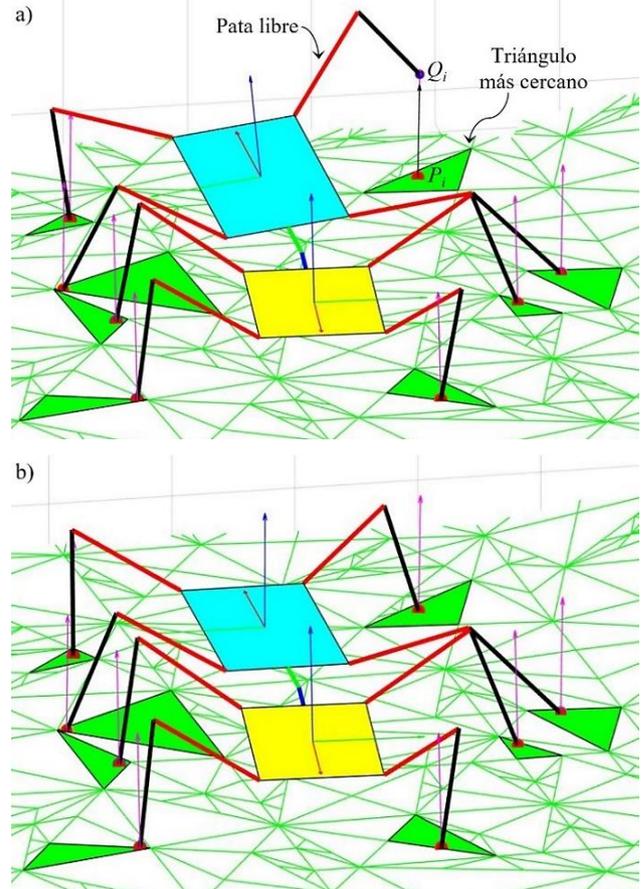


Figura 4: a) Robot con siete patas apoyadas sobre el terreno y una pata en el aire. b) Mismo robot, pero tras apoyar la pata libre en el punto P_i .

El punto de momento cero (ZMP, por sus siglas en inglés *Zero Moment Point*) es un parámetro fundamental para determinar si un robot se encuentra en equilibrio y es capaz de mantener una posición estable durante su funcionamiento. El ZMP es el punto respecto al cual las fuerzas de reacción no ejercen momentos en el plano de contacto del robot con el entorno, por ello, no existe momento de vuelco. Para asegurar la estabilidad en planos horizontales el ZMP se debe encontrar dentro de la envoltura convexa formada por los puntos de contacto del robot con su entorno. Sin embargo, el análisis de estabilidad se vuelve más complejo cuando los pies del robot están ubicados en distintos planos del terreno con diferentes inclinaciones.

El análisis de la estabilidad de robots con múltiples contactos no coplanares es un desafío importante en el campo de la robótica. El método propuesto por Hirukawa et al. (2006) aborda esta problemática considerando restricciones de fricción entre los puntos de contacto y el terreno. La estabilidad de un punto de contacto C_i se evalúa mediante la fuerza de contacto \mathbf{f}_i , que es la suma vectorial de la fuerza normal en el punto de contacto \mathbf{n}_i y la fuerza de fricción. Es ampliamente conocido que para que el punto de contacto sea considerado estable, esta fuerza de contacto debe estar dentro del cono de fricción.

El cono de fricción es una representación geométrica que describe las posibles combinaciones de fuerza normal y fuerza de fricción permitidas por las restricciones de fricción en el punto de contacto (1). El eje del cono de fricción es la normal

en el punto de contacto, mientras que la amplitud del cono de fricción está determinada por el coeficiente de fricción del terreno μ_i en el punto de contacto. Un mayor coeficiente de fricción implica una mayor amplitud del cono de fricción.

$$\|\mathbf{n}_i \times \mathbf{f}_i \times \mathbf{n}_i\|_2 \leq \mu_i(\mathbf{f}_i \cdot \mathbf{n}_i) \quad (1)$$

La inclusión del cono de fricción en el análisis de la estabilidad de robots con múltiples contactos no coplanares permite tener en cuenta las restricciones de fricción entre los puntos de contacto y el terreno, lo cual es esencial para una evaluación más precisa de la estabilidad del robot en situaciones reales con terrenos irregulares.

En numerosos artículos, como por ejemplo el artículo de Caron et al. (2017), se utiliza una aproximación lineal del cono de fricción puesto que permite obtener soluciones computacionalmente más eficientes en términos de velocidad de cálculo y procesamiento. Esta aproximación se basa en el uso de vectores que definen los límites del cono, formando una pirámide, denotados como \mathbf{f}_{ij} . Según esta aproximación, para que el punto de contacto sea estable, se debe cumplir la condición (2) que involucra los vectores \mathbf{f}_{ij} y los momentos de dichos vectores teniendo en cuenta la posición de C_i respecto al eje de coordenadas global, definido como \mathbf{p}_{Ci} . Esta condición se expresa matemáticamente de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \boldsymbol{\tau}_0 \end{bmatrix} = \sum_{ij} \lambda_{ij} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{ij} \\ \mathbf{p}_{Ci} \times \mathbf{f}_{ij} \end{bmatrix} \quad \lambda_{ij} \geq 0 \quad (2)$$

Donde el subíndice i recorre los puntos de contacto y j recorre las aristas utilizadas para aproximar los conos de fricción a pirámides.

Esta desigualdad describe que la resultante de las fuerzas y momentos (de gravedad, de inercia, ...) que pueden hacer volcar o deslizar el robot, representada por \mathbf{f} y $\boldsymbol{\tau}_0$ respectivamente, debe ser una combinación lineal de \mathbf{f}_{ij} y sus momentos, con coeficientes λ no-negativos. Esto implica que las reacciones \mathbf{f}_i están dentro de la pirámide de fricción, lo cual garantiza la estabilidad del robot. Es importante tener en cuenta que es una aproximación que está por el lado de la seguridad puesto que la pirámide está contenida dentro del cono. No obstante, en situaciones en las que se requiera un alto grado de precisión en la evaluación de la estabilidad habrá que aproximar el cono a una pirámide con más caras laterales, es decir, con más vectores \mathbf{f}_{ij} . Para los ejemplos que se exponen en este artículo se han tomado 10 vectores \mathbf{f}_{ij} .

En el presente artículo, se analizan dos procedimientos distintos para la resolución de (2): el habitual método del polítopo CWC y un nuevo método por Newton.

4.1 Método del polítopo

Para determinar si los puntos de contacto son estables, debe existir solución para (2) con $\lambda \geq 0$. Una forma habitual para comprobar esto geoméricamente es la que se presenta en esta subsección, con el método del polítopo CWC.

Este primer método establece que para que el lado izquierdo de la ecuación $\begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \boldsymbol{\tau}_0 \end{bmatrix}$, conocido como w_i^c (que puede entenderse como un punto de 6 coordenadas en un espacio 6D), sea

combinación lineal de los vectores \mathbf{f}_{ij} , con coeficientes de λ no-negativos, w_i^c debe de pertenecer al interior de un polítopo formado por la envoltura convexa de los vectores del lado derecho de la ecuación (considerados como puntos 6D) junto con el origen de coordenadas, siendo este un vector nulo de 6 dimensiones.

De este modo, teniendo en cuenta que los λ tienen que ser positivos o nulos para cumplir la condición de estabilidad, siempre que w_i^c pertenezca a algún polítopo escalado positivamente desde el origen de coordenadas, será suficiente para asegurar la estabilidad del punto de contacto. Por lo que si el segmento que une el punto w_i^c con el origen de coordenadas no contiene ningún punto dentro del polítopo, se puede afirmar que no existe un escalado del polítopo que sea capaz de encerrar el punto final del segmento, como se muestra en la Figura 5 en 2D por simplicidad. Para llevar a cabo esta comprobación, se ha acercado el punto w_i^c al origen, escalando el segmento w_i^c hasta un 1% de su tamaño. De manera que si este punto muy próximo al origen, $w_i^{c'}$, no se encuentra dentro de la envoltura convexa, aunque se escale la envoltura convexa desde el origen de coordenadas, ningún punto del segmento estará dentro de ella, lo que implica que no se cumple la condición de estabilidad (Figura 5a). Por el contrario, si $w_i^{c'}$ está dentro de la envoltura convexa, el contacto será estable, ya que, si se escala la envoltura convexa desde el origen, w_i^c quedará dentro de esta (Figura 5b).

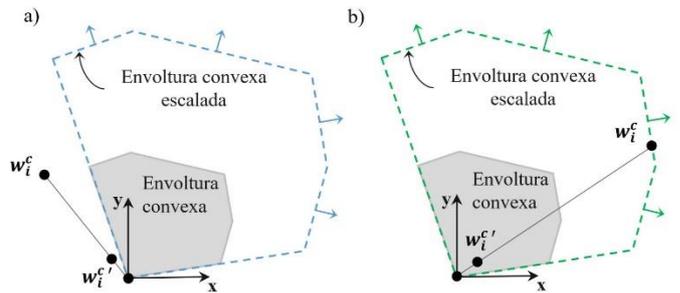


Figura 5: a) El contacto no es estable por el método del polítopo. b) Es estable por el método del polítopo.

Para determinar si w_i^c está dentro de la envoltura convexa 6D, se calculan las normales de cada cara del polítopo utilizando el método de descomposición de valores singulares y se verifica que estas apunten hacia el interior de la envoltura, comparándolas con el punto más lejano posible del polítopo mediante la ecuación del hiperplano. En caso de que las normales apunten hacia el exterior, se fuerza su dirección hacia el interior cambiando el sentido de la normal, quedando todas las normales de las caras del polítopo apuntando hacia el interior del mismo. De esta manera, atendiendo al sentido de las normales en cada cara, se puede examinar en qué lado se encuentra w_i^c y, por ende, si está dentro o fuera del polítopo, lo que permite conocer la estabilidad del robot.

4.2 Método de Newton

Por otro lado, el segundo método de resolución que se propone en este artículo se basa en utilizar el método iterativo de Newton para encontrar una solución a partir de valores aleatorios de λ en la que se cumpla (2) y así comprobar la estabilidad. Para ello, se ha convertido la desigualdad original

$\lambda_{ij} \geq 0$ en una nueva ecuación equivalente (introduciendo una variable auxiliar t_{ij} , que puede tomar cualquier valor) que permite resolver por el método de Newton el sistema de ecuaciones, y viene dada por la expresión:

$$\lambda_{ij} = t_{ij}^2 \quad (3)$$

Sustituyendo en (2) la desigualdad por (3), se tiene un sistema indeterminado de ecuaciones, que podría admitir infinitas soluciones, y se encuentra una de ellas mediante iteraciones por el método de Newton para sistemas no-lineales.

Para implementar este método, se utiliza un bucle que genera 15 valores aleatorios de λ y posteriormente se aplica el método de Newton para verificar si alguno de ellos converge, con un límite máximo de 100 iteraciones de Newton por cada valor aleatorio. Si se encuentra una solución, se considera que es estable. En caso contrario, si no se encuentra una solución, se concluye que no es estable.

5. Resultados

Con el objetivo de verificar la efectividad de los dos métodos descritos, se ha desarrollado una función en Matlab que calcula la estabilidad del robot utilizando ambos procedimientos. Esto ha permitido confirmar que ambos métodos proporcionan resultados coincidentes.

En situaciones en las que el robot se encuentra en una posición estable tanto el método de Newton como el del polítopo calculan rápidamente el análisis de estabilidad (Figura 6). Sin embargo, el método de Newton es aproximadamente 10 veces más rápido que el polítopo, con un tiempo de respuesta de 0.008 segundos en comparación con los 0.115 segundos del método del polítopo. Es importante destacar que el método de Newton para todos los casos que se han probado ha necesitado únicamente un intento (en cada intento parte de un valor inicial aleatorio de λ) para converger a la solución de estabilidad.

En casos de inestabilidad como el que se puede observar en la Figura 7, el método del polítopo demostró ser más eficiente, proporcionando una respuesta en 0.051 segundos. Por el contrario, el método de Newton agotó los 15 intentos de convergencia, donde en cada intento se realizaron 100 iteraciones de Newton hasta comprobar que no había solución para ningún valor inicial aleatorio de λ , lo que resultó en un tiempo de respuesta más lento de 1.121 segundos.

Atendiendo a estos resultados, se puede concluir que ambos métodos son eficientes. Sin embargo, cabe destacar que el método de Newton es significativamente más directo y sencillo de implementar puesto que no requiere de un procedimiento de resolución tan extenso como el método de polítopo y, además, es bastante más rápido cuando el resultado de la estabilidad del robot es estable.

6. Conclusiones

En el estudio de la locomoción de robots con múltiples patas que se desenvuelven por entornos accidentados, es fundamental asegurar la estabilidad del robot para evitar posibles deslizamientos o vuelcos.

En este artículo se presenta, por un lado, un modelo de triangulación del mallado del entorno para identificar eficien-

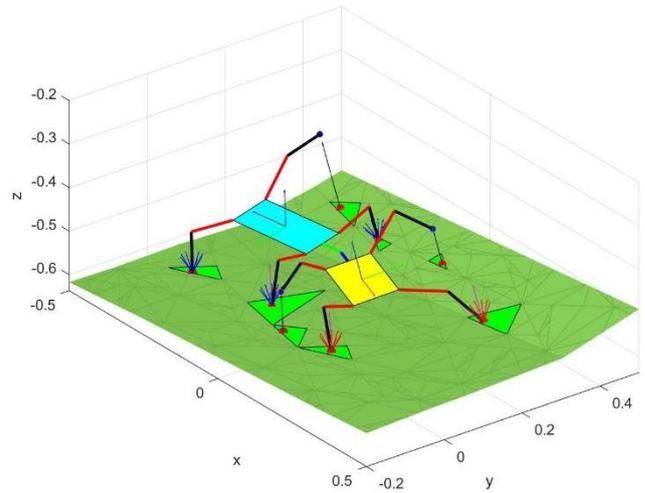


Figura 6: El robot se encuentra en una posición estable, con cuatro de sus patas apoyadas en el terreno y las otras cuatro en el aire. Se puede observar los conos de fricción aproximados por pirámides de vectores rojos (para el cuerpo amarillo) y azules (para el cuerpo cian).

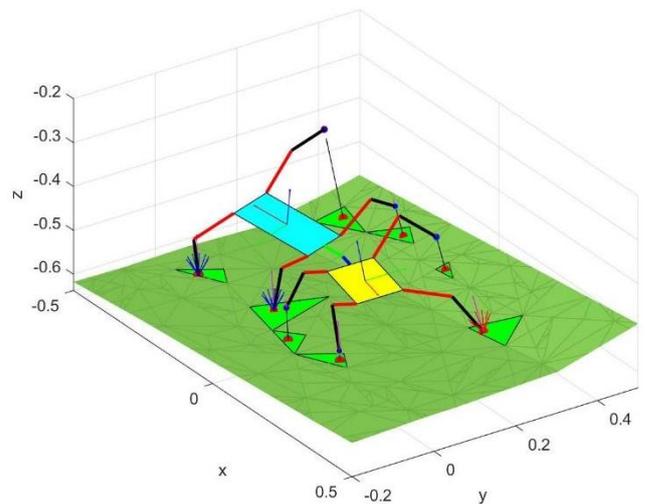


Figura 7: El robot se encuentra en una posición de inestabilidad, con cinco patas en el aire y tres de sus patas apoyadas en el terreno.

temente los posibles puntos de contacto en los triángulos más cercanos a los extremos finales de las patas. Por otro lado, se estudian dos métodos para el análisis de la estabilidad con múltiples contactos no coplanares y con distintas pendientes: el método del polítopo y el método de Newton, propuesto en este artículo. Ambos métodos proporcionan soluciones de respuesta muy rápida en situaciones de estabilidad. Pero cuando el robot se encuentra en una posición inestable, el método del polítopo es más rápido que el método de Newton, ya que este último requiere más tiempo computacional para resolver todas las iteraciones. No obstante, dado que el método de Newton, cuando converge en una situación de estabilidad, lo hace en el primer intento (o al menos así se ha observado en todas las pruebas realizadas), podría considerarse que el contacto será inestable si no converge tras el primer intento, acelerando así la respuesta del método de Newton en situaciones de inestabilidad.

En el presente artículo, se demuestra que además del método ampliamente conocido del polítopo para el estudio de la estabilidad, el método de Newton también es una opción

altamente eficiente debido a su sencilla implementación y velocidad de respuesta.

Como líneas de investigación futuras, se podría implementar los métodos propuestos para la planificación de trayectorias de un robot real con múltiples patas que vaya a moverse por entornos irregulares naturales.

Agradecimientos

Este trabajo forma parte del Programa INVESTIGO 2022 (número de expediente: INVEST/2022/432) financiado por la Conselleria de Innovación, Universidades, Investigación y Sociedad Digital, y por la Unión Europea (Next Generation EU). También es parte del proyecto PID2020-116418RB-I00, financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033, del proyecto TED2021-130901B-I00, financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033 y por la Unión Europea “NextGenerationEU”/PRTR”, y del proyecto CIGE/2021/177, financiado por la Conselleria d’Innovació, Universitats, Ciència i Societat Digital.

Referencias

- Caron, S., Pham Q. C., Nakamura Y., 2017. ZMP Support Areas for Multicontact Mobility Under Frictional Constraints. *IEEE Transactions on Robotics*, IEEE, 33 (1), pp.67-80.
- Aceituno-Cabezas, B., Dai, H., Cappelletto, J., Grieco, J. C., Fernández-López, G., 2017. A mixed-integer convex optimization framework for robust multilegged robot locomotion planning over challenging terrain. En: 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 4467–4472. DOI: 10.1109/IROS.2017.8206313
- Aceituno-Cabezas, B., Mastalli, C., Dai, H., Focchi, M., Radulescu, A., Caldwell, D. G., Cappelletto, J., Grieco, J. C., Fernández-López, G., Semini, C., 2018. Simultaneous contact, gait, and motion planning for robust multilegged locomotion via mixed-integer convex optimization. *IEEE Robotics and Automation Letters* 3(3), 2531–2538. DOI: 10.1109/LRA.2017.2779821
- Caron, S., Kheddar, A., 2016. Multi-contact walking pattern generation based on model preview control of 3D CoM accelerations. En: 2016 IEEE-RAS 16th International Conference on Humanoid Robots, pp. 550–557. DOI: 10.1109/HUMANOIDS.2016.7803329
- Caron, S., Pham, Q. C., Nakamura, Y., 2017. ZMP support areas for multicontact mobility under frictional constraints. *IEEE Transactions on Robotics* 33(1),67–80. DOI: 10.1109/TRO.2016.2623338
- Dai, H., Tedrake, R., 2016. Planning robust walking motion on uneven terrain via convex optimization. En: 2016 IEEE-RAS 16th International Conference on Humanoid Robots, pp. 579–586. DOI: 10.1109/HUMANOIDS.2016.7803333
- Ellenberg, R. W., Oh, P. Y., 2014. Contact wrench space stability estimation for humanoid robots. En: 2014 IEEE International Conference on Technologies for Practical Robot Applications, pp. 1–6. DOI: 10.1109/TePRA.2014.6869153
- Hirukawa, H., Hattori, S., Harada, K., Kajita, S., Kaneko, K., Kanehiro, F., Fujiwara, K., Morisawa, M., 2006. A universal stability criterion of the foot contact of legged robots-Adios ZMP. En: 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 1976–1983. DOI: 10.1109/ROBOT.2006.1641995
- Jenelten, F., Grandia, R., Farshidian, F., Hutter, M., 2022. TAMOLS: Terrain-aware motion optimization for legged systems. *IEEE Transactions on Robotics* 38(6), 3395–3413. DOI: 10.1109/TRO.2022.3186804
- Li, S., Chen, H., Zhang, W., & Wensing, P. M., 2022. A geometric sufficient condition for contact wrench feasibility. *IEEE Robotics and Automation Letters* 7(4), 12411–12418. DOI: 10.1109/LRA.2022.3217687
- Navaneeth, M. G., Sudheer, A. P., Joy, M. L., 2022. Contact wrench cone-based stable gait generation and contact slip estimation of a 12-DOF biped robot. *Arabian Journal for Science and Engineering* 47, 15947–15971. DOI: 10.1007/s13369-022-06763-z
- Orsolino, R., Focchi, M., Mastalli, C., Dai, H., Caldwell, D. G., Semini, C., 2018. Application of wrench-based feasibility analysis to the online trajectory optimization of legged robots. *IEEE Robotics and Automation Letters* 3(4), 3363–3370. DOI: 10.1109/LRA.2018.2836441
- Vukobratović, M., Borovac, B., 2004. Zero-moment point—thirty five years of its life. *International Journal of Humanoid Robotics* 1(1), 157–173. DOI: 10.1142/S0219843604000083