Universidad Miguel Hernández

Facultad de Ciencias Sociales y Jurídicas de Orihuela

Grado en Administración y Dirección de Empresas

Trabajo Fin de Grado

LA INFORMACIÓN ASIMÉTRICA EN ECONOMÍA Y LOS JUEGOS CON INFORMACIÓN INCOMPLETA

Curso académico 2015/2016

Realizado por Patricia Mellado Berenguer

Tutor: José Antonio García Martínez

ÍNDICE

RESUMEN

El objetivo del presente Trabajo Fin de Grado es conocer cómo la teoría de juegos es capaz de modelar y analizar las situaciones de conflicto cuyos agentes implicados disponen de cierta información asimétrica.

En primer lugar, el trabajo comienza introduciendo al lector en el campo de estudios de la teoría de juegos explicando brevemente cuál ha sido su evolución a lo largo de los años y mostrando la diferente tipología de juegos existente. Posteriormente, se explica en qué consiste el fenómeno de la información asimétrica y se analizan cuáles son algunas de las posibles consecuencias que puede generar en la sociedad, como son la selección adversa y el riesgo moral. Además, dado que estas consecuencias son de carácter negativo, se expone una posible solución para evitar la generación de dichas consecuencias, como es la introducción de señales en los mercados. En último lugar, se estudia la parte de teoría de juegos que se encarga de analizar los conflictos que disponen de información asimétrica, la cual es denominada como juegos bayesianos. Dentro de este apartado se diferenciará entre los juegos bayesianos estáticos y dinámicos, ya que es necesario realizar esta distinción para que el estudio de este fenómeno se pueda realizar de forma correcta.

1. INTRODUCCIÓN

En nuestra vida cotidiana es habitual encontrarse con diversas situaciones en las que dos o más individuos, cuyos intereses son contrapuestos, se encuentran involucrados en un determinado conflicto con la finalidad de intentar conseguir sus propios objetivos particulares. Para poder analizar este tipo de situaciones se ha desarrollado lo que denominamos teoría de juegos. La teoría de juegos trata de analizar los comportamientos estratégicos de los agentes implicados en un determinado conflicto con la finalidad de intentar hallar cuál sería la acción óptima que debería llevar a cabo cada jugador, teniendo en cuenta que las acciones que ejecuten el resto de implicados también afectarán al resultado final.

Sin embargo, es necesario exponer que no todos los conflictos que pueden darse en una sociedad son iguales. Cada conflicto dispone de ciertas características propias, lo que provoca que todos los conflictos no puedan ser analizados a través de un único modelo. Por este motivo, el campo de estudio de la teoría de juegos estará formado por una amplia tipología de juegos, los cuales serán capaces de recoger las particularidades de cada conflicto, con la finalidad de poder analizarlos de una forma adecuada.

El presente trabajo se centrará en analizar las situaciones de conflicto cuyos agentes implicados disponen de cierta información privada. Este fenómeno, conocido como información asimétrica, es caracterizado por el hecho de que ciertos individuos pertenecientes a un determinado conflicto disponen de mejor información que otros. La presencia de la asimetría informativa en campos como la economía, provoca la generación de ciertos fallos en los mercados, los cuales generan a su vez ineficiencias en los mismos. Debido a las elevadas consecuencias negativas que se pueden derivar de este tipo de situaciones, es importante examinar la forma en la que la teoría de juegos se encarga de buscar soluciones óptimas a este tipo de conflictos.

El principal objetivo de este trabajo es conocer cómo la teoría de juegos se encarga de modelar y analizar situaciones de conflicto cuyos agentes implicados disponen de cierta información asimétrica.

Además, para apoyar al objetivo principal se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Conocer el papel que tiene la teoría de juegos como elemento modelador de conflictos.
- Aumentar el conocimiento adquirido durante el grado en materia de teoría de juegos, con la finalidad de obtener las capacidades necesarias para analizar este tipo de situaciones.
- Analizar en profundidad el fenómeno de la información asimétrica, así como sus posibles consecuencias en la sociedad.

2. TEORÍA DE JUEGOS

La teoría de juegos constituye, según San Román (2002), una de las principales innovaciones del pensamiento económico del siglo XX, y puede definirse como una técnica utilizada para la toma de decisiones en situaciones de conflicto. Para ello, la teoría de juegos trata de analizar todas las estrategias posibles que disponen cada uno de los individuos que comprenden un determinado conflicto con la finalidad de hallar cuál es la estrategia óptima que debe ejecutarse.

Según Arozamena y Weinschelbaum (2007), la teoría de juegos fue desarrollada principalmente como una herramienta susceptible de analizar el comportamiento de la economía. Sin embargo, no fue hasta la época de la Guerra Fría donde cobró mayor importancia debido a su importante implicación en las estrategias militares. Actualmente, la teoría de juegos también es aplicada en diversos campos de estudio como la biología, la psicología, la filosofía o la política.

Las primeras contribuciones a este fenómeno pueden observarse en el año 1838, donde Cournot muestra una solución a un conflicto formado por dos empresas que deciden sus acciones de forma simultánea, lo cual constituye un caso particular del que hoy día se conoce como equilibrio de Nash. Sin embargo, la teoría de juegos no es considerada como una área de estudio hasta 1944, año en el que Vonn Neumann publicó junto con Oskar Morgenstern la obra *"Theory of games and economic behaviour"*. En esta obra se introduce la idea de analizar matemáticamente los conflictos, así pues se especifica un método que permite hallar soluciones óptimas para juegos de suma cero de dos individuos, es decir, juegos en los que las ganancias de un agente son exactamente idénticas a las pérdidas del otro, por lo que el beneficio total del juego es cero. Durante este período, la teoría de juegos se centró principalmente en la resolución de juegos cooperativos, los cuales se caracterizan por la posibilidad de establecer coaliciones entre los jugadores con la finalidad de conseguir una ganancia superior conjunta.

Años más tarde, en la década de los 50, la teoría de juegos experimentó un desarrollo importante. En 1950 Albert William Tucker desarrolló las principales cuestiones sobre el dilema del prisionero. Ese mismo año, y bajo la supervisión de Tucker, John Nash estableció la definición de estrategia óptima para juegos formados por múltiples jugadores, definiendo así el equilibrio de Nash. Un equilibrio de Nash está formado por un perfil de estrategias de equilibrio. Este perfil de estrategias estará compuesto por una estrategia de cada jugador de un juego determinado, las cuales deberán constituir las estrategias de mejor respuesta de cada jugador con respecto a cada posible jugada en el juego. Estos jugadores, cuando ejecuten dicha estrategia de equilibrio, no se verán incentivados a modificarla, ya que ésta será la que les proporcione mayores beneficios dado lo que hacen los otros jugadores. Este nuevo método para la resolución de conflictos permitió adentrarse en el análisis de los juegos no cooperativos. Además, durante estos años se desarrollaron los juegos repetitivos y los juegos en forma extensiva, así como las primeras contribuciones de la teoría de juegos en materias como la filosofía y las ciencias políticas.

En 1968, John Harsanyi desarrolló en su obra los conceptos de información completa e incompleta y, por tanto, también los conocidos juegos bayesianos. Hasta el momento, todos los juegos analizados disponían de información completa respecto a la función de utilidad del resto de jugadores. Sin embargo, este autor estableció la forma de desarrollar juegos cuyos jugadores no disponen de dicha información. Estos juegos, también son llamados juegos bayesianos debido al análisis probabilístico que debe llevarse a cabo para la resolución de los mismos.

En la actualidad, la teoría de juegos todavía sigue siendo un campo muy investigado. En el año 2012 las importantes contribuciones a este fenómeno mediante el algoritmo de Gale-Shapley provocaron que los autores Lloyd Stowell Shapley y Alvin E. Roth fueran galardonados con el Premio Banco de Suecia en Ciencias Económicas en Memoria de Alfred Nobel “por la teoría de las asignaciones estables y la práctica del diseño de mercado”.

Para resolver un determinado conflicto, la teoría de juegos utiliza los denominados juegos. Pero, ¿qué es un juego? Un juego es un instrumento utilizado para reflejar una situación en la que dos o más individuos con intereses contrapuestos, son sometidos a una serie de reglas preestablecidas y deben tomar una serie de decisiones, las cuales nos conducen al resultado final del juego. Para Gibbons (1993), los elementos de un juego son:

- El conjunto de jugadores.
- Todas las acciones o estrategias posibles para cada jugador.
- La función de ganancias de cada jugador, esto es, la función que determina cuál es la ganancia recibida por cada jugador en consecuencia de la combinación de todas estrategias elegidas por el resto de jugadores.

Por otro lado, existen dos formas de representar un juego: la representación normal y la representación extensiva.

Un juego representado en forma normal establece toda la información acerca del número de jugadores del juego, las estrategias que pueden llevar a cabo cada jugador y la función de ganancias de cada jugador.

Esta forma de representación se realizará mediante una matriz en la cual se especifica toda la información detallada. En la tabla 1.1 se puede observar cómo las estrategias del Jugador 1 están representadas en las filas y las estrategias del Jugador 2 en las columnas. Ambos jugadores reciben las ganancias en función de las estrategias elegidas, las cuales están representadas en las celdas de la matriz en función de las intersecciones entre las diferentes estrategias, correspondiendo el número de la izquierda al resultado obtenido por el Jugador 1 y el de la derecha al del Jugador 2.

Tabla 1.1

		Jugador 2	
		Estrategia A (Jugador 2)	*Estrategia B (Jugador 2)*
Jugador 1	*Estrategia 1 (Jugador 1)*	u_1, u_2	u_1, u_2
	Estrategia 2 (Jugador 1)	u_1, u_2	u_1, u_2

Por otro lado, según Gibbons (1993), si un juego es representado de forma extensiva se debe especificar la siguiente información:

1) El número de jugadores y el momento en el que tiene que jugar cada uno de ellos.
2) Las distintas acciones que puede llevar a cabo cada jugador cuando le toque jugar.
3) La información que tiene cada jugador en cualquier momento del juego.
4) La función de ganancias de cada jugador teniendo en cuenta la combinación de todas las posibles jugadas.

Para la representación en forma extensiva se utilizan los conocidos árboles de decisión. En dichos árboles de decisión se representan los denominados nodos de decisión. Cada nodo de decisión constituye un momento en el juego en el cual el jugador en cuestión debe escoger cuál será la estrategia que quiere jugar. Todos los juegos acaban con varios nodos terminales, en los cuáles será donde se reflejen las ganancias correspondientes a cada jugador en función de las estrategias elegidas durante el juego. En la figura 1.1 se observa cómo del nodo inicial surgen las distintas estrategias que puede llevar a cabo el Jugador 1, las cuales dan lugar nuevamente a otros nodos de decisión donde será el Jugador 2 el que deba escoger su estrategia. Finalmente, en los nodos terminales aparecen las ganancias obtenidas por cada jugador en función del recorrido realizado en el juego.

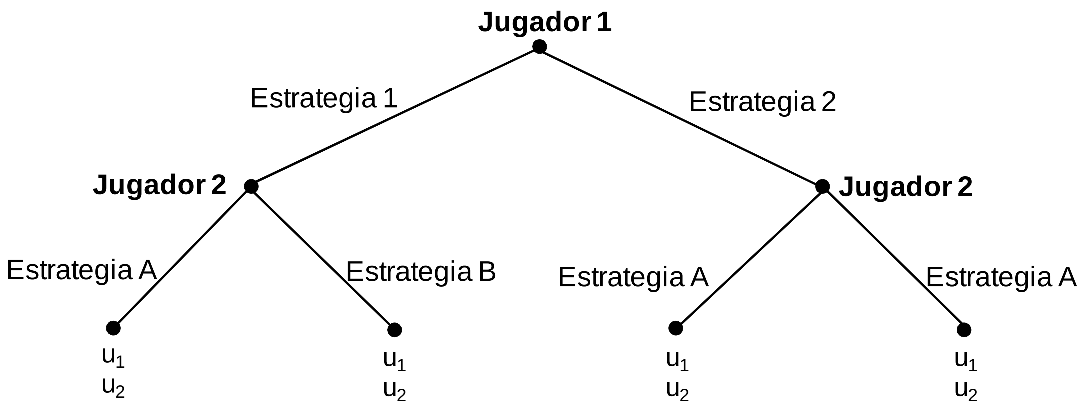


Figura 1.1

Aunque todos los juegos pueden representarse tanto en forma normal como en forma extensiva, es más frecuente utilizar la representación en forma normal para los juegos estáticos y la representación en forma extensiva para los juegos dinámicos.

Por último, dado que existen multitud de conflictos con características diferentes entre ellos, es necesario establecer una tipología de juegos con la finalidad de poder identificar qué tipo de juegos se debe escoger para plantear y resolver un determinado conflicto. Para ello, se utiliza la tipología establecida por Gibbons (1993) en su libro.

En primer lugar, se especifica cuál es la diferencia entre los juegos estáticos y dinámicos. Los juegos estáticos son aquellos cuyos jugadores escogen sus acciones de forma simultánea o, aunque se realicen en momentos distintos, son conocidas al mismo tiempo. Por otro lado, en el caso de los juegos dinámicos, las decisiones de los jugadores son tomadas a lo largo del tiempo.

En segundo lugar, se distinguen entre juegos con información completa o incompleta. Los juegos con información completa se caracterizan por que la función de ganancias de cada jugador es conocida por todos. Sin embargo, en los juegos con información incompleta (también denominados juegos bayesianos) al menos uno de los jugadores no conoce la función de ganancias de otro.

En último lugar, la diferencia entre los juegos con información perfecta e imperfecta radica en que los juegos con información perfecta, en cada momento del juego, el jugador al que le corresponda jugar conocen cuáles han sido todas las decisiones tomadas hasta el momento. Sin embargo, en el caso de los juegos con información imperfecta los jugadores no disponen de dicha información.

Dado que la finalidad de este trabajo es conocer cómo la teoría de juegos modela y analiza situaciones en las que los individuos de un determinado conflicto no están igualmente informados, es decir, situaciones en las que existe información asimétrica, deberemos centrar este estudio en conocer y examinar en profundidad la parte de la teoría de juegos que se dedica a analizar este tipo de fenómenos, esto es, los juegos con información incompleta (o juegos bayesianos). Sin embargo, para mostrar la importancia que poseen este tipo de conflictos en la sociedad, en el siguiente apartado se explicará en qué consiste el fenómeno de la información asimétrica, así como sus posibles consecuencias en la efectividad de los mercados y qué instrumentos se pueden llevar a cabo para evitar la generación de efectos negativos en la sociedad.

3. INFORMACIÓN ASIMÉTRICA

La información asimétrica es un fenómeno que tiene lugar cuando los agentes implicados en un determinado conflicto no disponen de la misma información. Este hecho implica que al menos uno de los agentes partícipes de un conflicto dispone de mayor información que el resto, por lo que le posiciona, en muchos casos, en una situación de ventaja respecto a los demás implicados.

Es frecuente observar la presencia de este fenómeno en numerosas áreas. En primer lugar, según Acosta Ballesteros, J. *et al,* 2000, uno de los campos en los que se puede observar la existencia de asimetrías informativas es el de los mercados financieros. El estudio de la formación de los precios de los activos financieros no solo se basa en aspectos relacionados con su oferta y su demanda, sino también en la estructura y regulación de los mercados donde se normalizan estos activos.

En segundo lugar, según Pindyck y Rubinfeld (2011), la presencia de información asimétrica en el mercado de trabajo se genera debido a que, en muchas ocasiones, las empresas no disponen de información fiable acerca de la productividad de sus trabajadores.

Del mismo modo, Bardey (2008) establece que la presencia de este fenómeno en el mercado de seguros se origina por la diferencia informativa existente entre los asegurados y los aseguradores, ya que únicamente los asegurados disponen de información acerca de su estado de salud o sus habilidades para conducir.

Otro de los mercados en los que se puede observar información asimétrica es el crediticio. Según Bebczuck (2003), esta asimetría se produce debido a que el acreedor no dispone de suficiente información ni control sobre el uso que le dará el deudor a los fondos.

La presencia de este fenómeno en numerosos campos generó un creciente interés a diversos investigadores en la década de los 70. Es por ello por lo que diferentes autores como George Akerlof, Michael Spence y Joseph Stiglitz dedicaron sus obras a analizar en profundidad la importancia que posee la información asimétrica, así como sus consecuencias en el funcionamiento de los mercados. Sus importantes contribuciones a este estudio han provocado que en el año 2001 recibieran el Premio Banco de Suecia en Ciencias Económicas en Memoria de Alfred Nobel, "por sus análisis de los mercados con información asimétrica".

Tradicionalmente, antes de conocer la existencia de este fenómeno, los economistas establecían sus modelos suponiendo la presencia de información completa en el mercado. Sin embargo, hoy en día y gracias a los avances realizados en esta materia, se ha establecido la creencia de que resulta más sensato establecer modelos que recojan situaciones en las que no existe información completa, dado que es lo más frecuente. Según The Royal Swedish Academy of Sciences (2001), "los avances producidos en el análisis de la asimetría informativa han transformado la manera en la que los economistas entienden el funcionamiento de los mercados, de tal manera que constituyen el núcleo de la economía moderna de la información."

La presencia de información asimétrica en la sociedad genera ciertos fallos en los mercados debido a la falta de información de sus integrantes. Los principales fallos que se pueden formar son la selección adversa y el riesgo moral. La selección adversa es un fenómeno que puede aparecer cuando en un determinado mercado se venden dos tipos de productos de diferente calidad a un mismo precio en consecuencia de la asimetría informativa de los consumidores. Asimismo, el riesgo moral es un fallo de mercado que puede producirse cuando las acciones de un determinado individuo no son observables por el resto y éstas influyen en la probabilidad de que el individuo en cuestión salga favorecido en el conflicto. Estos fenómenos resultan muy importantes en materia de economía debido a las grandes consecuencias que generan, por lo que serán analizados en profundidad en apartados posteriores.

Por último, cabe destacar la existencia de ciertos mecanismos para evitar la generación de consecuencias negativas por la aparición de estos fallos de mercado. Uno de estos mecanismos se realiza a través del uso de señales en el mercado. Para poder llevarlo a cabo, es necesario aplicar un proceso mediante el cual la parte más informada de un determinado conflicto envía señales a la parte menos informada, con la finalidad de que ambos puedan disponer de la misma información. De esta manera, dado que todos los individuos implicados en el conflicto poseen la misma información, se obtendrán resultados más eficientes. Del mismo modo, este proceso será estudiado en los siguientes apartados.

3.1. FALLOS DE MERCADO: SELECCIÓN ADVERSA Y RIESGO MORAL

En este apartado se analizarán en profundidad los principales fallos que se generan en los mercados debido a la presencia de información asimétrica en los mismos, como son la selección adversa y el riesgo moral.

3.1.1. SELECCIÓN ADVERSA

Según Pindyck y Rubinfeld (2011), la selección adversa se trata de un tipo de fallo de mercado que se puede producir, entre otras circunstancias, cuando se venden productos de diferente calidad a un único precio debido a la presencia de información asimétrica en el mercado. Este hecho conllevará a que se venda una cantidad excesivamente alta del producto de baja calidad y una cantidad demasiado pequeña del producto de buena calidad.

Para poder estudiar este fenómeno, se deberá primeramente enunciar el modelo de Akerloff elaborado en su obra "*The Markets for Lemons: Qualitative Uncertaintyand the Markets Mechanism*" (1970) acerca de su estudio sobre el mercado de "cacharros".

Este mercado estará compuesto por los vendedores de automóviles de segunda mano y por los posibles compradores del vehículo. El vendedor del automóvil conoce el estado real del coche, mientras que el comprador potencial no conocerá cual será la calidad real del vehículo hasta que lo adquiera. Como se puede observar, en este mercado el vendedor del automóvil dispone de más información que el comprador, por lo que existe información asimétrica.

Debido a que el comprador no puede conocer la calidad real del vehículo hasta que lo ha comprado, éste se formará una creencia sobre cuál sería la posible calidad del vehículo que pretende comprar, ya que el vendedor puede engañarle e intentar colocarle un vehículo defectuoso por el precio de un vehículo de buena calidad. Por lo tanto, el comprador decidirá pagar por el vehículo un precio medio correspondiente a una calidad intermedia.

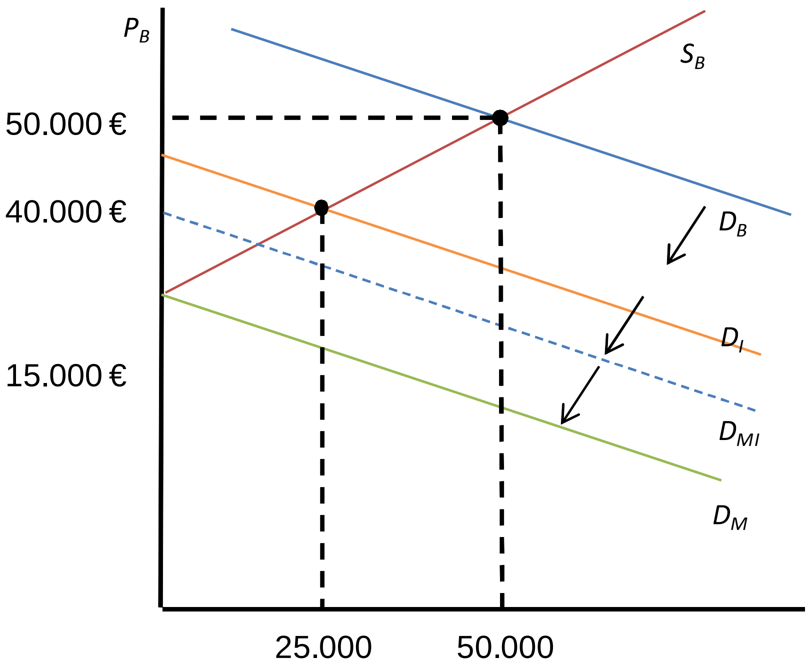
Este hecho provocará que en el mercado de vehículos de segunda mano la proporción de coches vendidos de mala calidad sea mayor a la de los coches de buena calidad, ya que el número de vendedores de vehículos de buena calidad que estén dispuestos a vender su vehículo a un precio inferior que el que les correspondería será menor. A medida que los compradores van adquiriendo vehículos de mala calidad, aumentará su creencia de que en el mercado únicamente hay vehículos de este tipo, por lo que estarán dispuestos a ofertar por dichos coches un precio inferior al inicial. Este proceso continuará hasta que los vehículos de mala calidad expulsan del mercado a los vehículos de buena calidad, ya que éstos solo se podrían vender a un precio tan reducido que el vendedor no estaría dispuesto a venderlo.

A continuación, se enuncia un ejemplo elaborado por Pindyck y Rubinfeld (2011) con el fin de visualizar numéricamente este proceso.

Inicialmente, supone que tanto los compradores como los vendedores de vehículos de segunda mano disponen de información acerca de la calidad de los vehículos. En este caso, existen dos mercados:

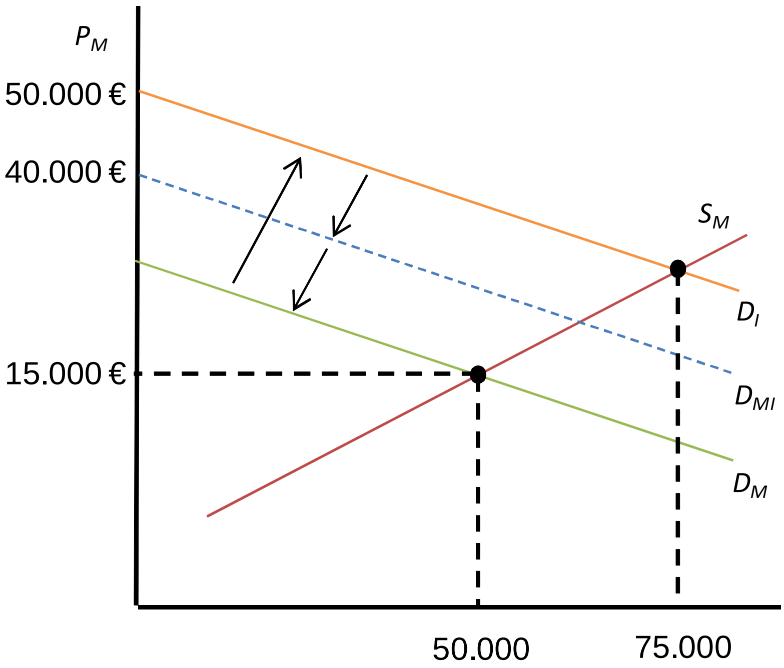
Por un lado, el mercado de automóviles de buena calidad representado en la gráfica 3.1, donde S_B corresponde a la curva de oferta de automóviles de buena calidad y D_B a la curva de demanda de automóviles de buena calidad.

Gráfica 3.1. Automóviles de buena calidad



Y por otro lado, el mercado de automóviles de mala calidad, representado en la gráfica 3.2, donde S_M corresponde a la curva de oferta de automóviles de mala calidad y D_M a la curva de demanda de automóviles de mala calidad.

Gráfica 3.2. Automóviles de mala calidad



Como se puede observar en la gráfica 3.1. el precio al que se venden los automóviles de buena calidad es de 50.000€ y se venden 50.000 vehículos. Por otro lado, en el gráfico 3.2. se aprecia que el precio al que se venden dichos vehículos es 25.000€ y también se venden 50.000 vehículos.

Sin embargo, esta situación no es real dado que los compradores de vehículos de segunda mano no conocen la calidad real del vehículo hasta que lo adquieren. Por lo tanto, los compradores deben pensar lo siguiente: si en el supuesto de que ambos conociéramos la calidad del vehículo, se venderían 50.000 vehículos de cada tipo, por lo que la proporción de coches de cada tipo será del 50%. Esto les llevaría a estar dispuestos a pagar un precio medio suponiendo que los vehículos son de calidad “intermedia”. La curva de demanda de automóviles de calidad intermedia está representada como D_I en ambos gráficos. Por lo tanto, como se puede observar en dicha curva en ambos gráficos, el número de vehículos vendidos de mala calidad aumentará (75.000), mientras que se venderán menos vehículos de buena calidad (25.000).

Con el paso del tiempo, cuando los compradores descubran que hay más vehículos de mala calidad en el mercado, la curva de demanda se desplazará hacia abajo (representada como D_{MI}), ya que los compradores estarán dispuestos a pagar un precio inferior. Esto provocará que la proporción de vehículos vendidos de mala calidad aumente todavía más, lo que llevará a que nuevamente se desplace la curva de demanda, ya que los compradores pretenderán pagar un precio inferior. Este desplazamiento continuará hasta que en este mercado únicamente se vendan vehículos de mala calidad, dado que en ese punto el precio de mercado es demasiado bajo para que se pongan a la venta vehículos de buena calidad. Es decir, la presencia de información asimétrica en un mercado determinado provoca que los productos de mala calidad existentes en dicho mercado expulsen a los de buena calidad.

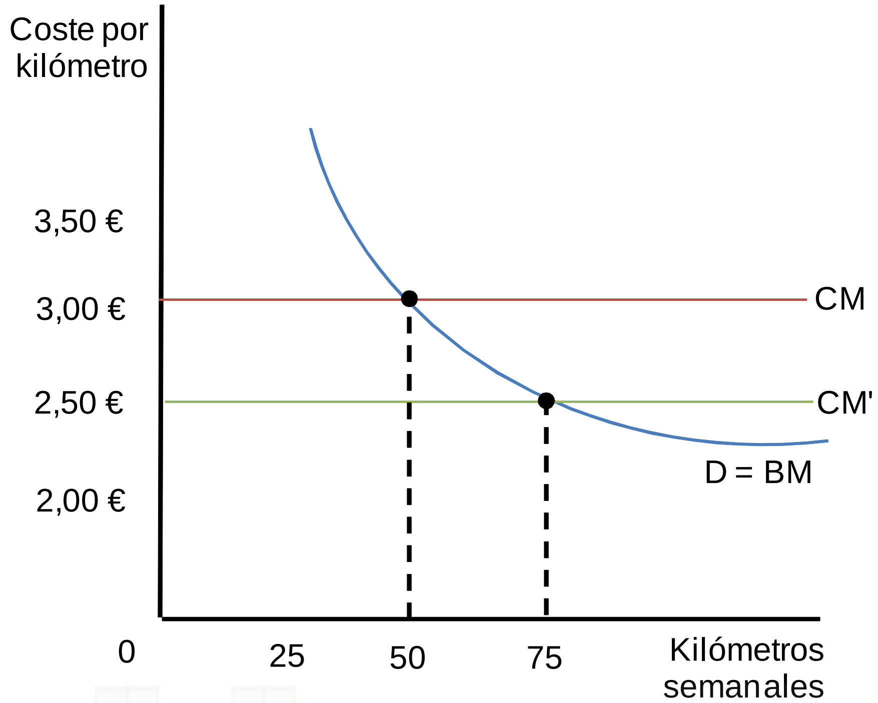
3.1.2. RIESGO MORAL

En segundo lugar, se analizará el fallo de mercado denominado como riesgo moral. El riesgo moral se produce cuando en un determinado conflicto en el que los agentes no pueden conocer cuáles son las acciones llevadas a cabo por el otro, una de las partes utiliza su posición para cambiar su conducta habitual y conseguir así cierta ventaja respecto al otro. Según Pindyck y Rubinfeld (2011, p.727) “existe riesgo moral cuando la persona cuya conducta no se observa influye en la probabilidad de recibir una indemnización o en su cuantía”.

La existencia el riesgo moral en la sociedad provoca que los mercados no puedan asignar eficientemente los recursos. Para ilustrar este hecho, se utilizará un ejemplo preparado por Pindyck y Rubinfeld (2011).

En este ejemplo, el gráfico 3.3 ilustra la curva de demanda de la utilización de un automóvil en kilómetros semanales. Dicha curva de demanda mide los beneficios marginales de utilizar el automóvil, y tiene pendiente negativa dado que los individuos prefieren utilizar otro medio de transporte conforme aumenta el coste de utilización del mismo.

Gráfica 3.3. Utilización del automóvil



Supóngase inicialmente que el coste de utilización del automóvil está compuesto únicamente por el coste del seguro y que las compañías aseguradoras pueden conocer el número de kilómetros recorridos por el vehículo, en función del cual estará fijada la prima. En este caso no existe riesgo moral, dado que las partes del conflicto están igualmente informadas. En esta situación, el coste marginal (CM) por recorrer un kilómetro más a la semana será 3 € y los individuos recorrerán 50 kilómetros semanales. Sin embargo, este caso no es real ya que las compañías aseguradoras no pueden conocer el número de kilómetros recorridos por los asegurados, por lo que las primas de seguro no se fijarán en función de esta variable, sino de otras.

Por lo tanto, dado que la prima del seguro no variará en función del número de kilómetros recorrido, los individuos tenderán a utilizar más el coche, por lo que el coste marginal de recorrer un kilómetro más a la semana será de 2’5 €, como se muestra en el gráfico 3.3 en la curva CM’. En este punto el número de kilómetros recorridos semanalmente será de 75 km.

Este hecho provoca que disminuya el nivel de eficiencia en los mercados. Bajo el supuesto de que tanto la compañía de seguro como el asegurado están igualmente informados, el nivel de eficiencia se puede visualizar en el gráfico 3.3 en el punto de intersección entre la curva de beneficio marginal BM y la de coste marginal CM. Sin embargo, cuando estos individuos no están igualmente informados el nivel de eficiencia se encuentra en la intersección entre las curvas de beneficio marginal BM y de coste marginal CM'. En este último caso, el número de kilómetros recorridos (75 km) es superior al del nivel eficiente del mercado (50 km) que son los que se recorren cuando ambos están igualmente informados.

Con todo ello, se demuestra que el riesgo moral no solo altera la conducta de los individuos como se ha mencionado anteriormente, sino que también provoca una cierta ineficiencia en el mercado.

3.2. POSIBLES SOLUCIONES: SEÑALES DEL MERCADO

En este apartado se analizará uno de los principales mecanismos que se pueden llevar a cabo para evitar la generación de efectos negativos en los mercados debido a la presencia de información asimétrica en los mismos.

3.2.1. SEÑALES DEL MERCADO

El primero en analizar la posibilidad de utilizar ciertos mecanismos para eliminar el efecto negativo que produce la información asimétrica en los mercados fue el autor Michael Spence en su obra "*Market Signaling*" (1974). En dicha obra, Spence enunció el modelo de señalamientos del mercado. Dicho modelo consiste, principalmente, en llevar a cabo un proceso mediante el cual la parte más informada de un determinado conflicto envía señales a la parte menos informada con el fin de hacer desaparecer la asimetría informativa entre ellos. De esta forma, todos los agentes implicados en el conflicto dispondrían de la misma información por lo que se obtendrán resultados más eficientes. En dicho modelo, Spence utilizó como elemento de análisis el mercado de trabajo para estudiar cómo influye en él la presencia de información asimétrica y cómo podrían eliminarse los efectos negativos generados a través del uso de señales.

Para enunciar este modelo, se utilizará un ejemplo elaborado por Pindyck y Rubinfeld (2011).

Supóngase el caso de una determinada empresa que pretende ampliar el personal de su plantilla. Los aspirantes al puesto disponen de más información que la empresa acerca de la calidad del trabajo que ofrecen, es decir, saben cuanto pueden llegar a esforzarse o cuán responsables son. Sin embargo, la empresa no dispondrá de esta información hasta que no los haya contratado y estén un tiempo trabajando.

Este conflicto podría resolverse si las empresas contrataran a los trabajadores y se limitaran a despedir a aquellos que no fuesen productivos. Pero, en muchas ocasiones, esta solución no se puede llevar a cabo debido a que en muchos casos no se conoce la verdadera productividad de un empleado hasta llevados al menos seis meses en el puesto de trabajo, ya que es necesario un periodo de formación. Por ello, resultaría mucho más eficiente para la empresa el disponer de dicha información antes de realizar la contratación.

Pero, ¿de qué forma pueden los trabajadores alertar a la empresa de que sí son realmente productivos? Los trabajadores deberán enviar señales a la empresa con el fin de que ésta pueda identificarlos y contratarlos. Pero, ¿qué señal deberán lanzar los trabajadores a los empresarios? Para que una señal sea capaz de reflejar la verdadera productividad de un empleado deberá ser poderosa. Tal y como establece Pindyck y Rubinfeld (2011, p. 721), "para que una señal sea poderosa en el mercado de trabajo, debe ser más fácil de transmitir para las personas de elevada productividad que para las de baja productividad, por lo que es más probable que la transmitan las personas de elevada productividad".

Un ejemplo de señal poderosa en este mercado es la educación. La educación es una señal de la productividad debido a que las personas más productivas disponen de mayor facilidad a la hora de conseguir un elevado nivel de estudios. Del mismo modo, las personas productivas tienden a ser más inteligentes, así como a estar más motivadas, las cuales también resultan características útiles para obtener un alto nivel académico.

A continuación, se explicará con un ejemplo numérico el funcionamiento de las señales en el mercado de trabajo. Para ello, se debe suponer la existencia de dos tipos de trabajadores en el mercado: trabajadores de poca productividad (Grupo A), cuyo producto medio y marginal es 1; y trabajadores de alta productividad (Grupo B) cuyo producto medio y marginal es 3. Éstos se reparten de forma proporcional entre toda la población, es decir, la mitad de la población será poco productiva y el resto será muy productiva. Por último, se supone que estos trabajadores serán contratados por empresas cuyos productos se venden a 50.000€ en el mercado y se espera que cada empleado permanezca en la sociedad una media de 20 años.

Si las empresas pudieran identificar al grupo que pertenece cada trabajador antes de contratarlo les ofrecería un salario igual a su ingreso marginal, es decir, a los trabajadores poco productivos les pagaría 50.000€ (1 x 50.000€ = 50.000€), mientras que los empleados muy productivos obtendrían 150.000€ (3 x 50.00€ = 150.000€). Sin embargo, las empresas no disponen de dicha información, por lo que éstas estarían dispuestas a pagarles un salario medio (100.000€) a sus trabajadores, ya que suponen que la productividad que obtendrán de sus empleados será media. En este caso, los empleados poco productivos obtendrán un salario mayor que el que les corresponde (100.000€ en vez de 50.000€) a costa del salario obtenido por los empleados muy productivos, que obtendrían 100.000€ en lugar de los 150.000€ que les corresponden.

Sin embargo, si se incorporaran al mercado de trabajo el uso de ciertas señales como la educación ocurriría el siguiente proceso. En primer lugar, supóngase que todos los atributos de la educación (titulación, calificación media, etc.)

pueden resumirse a través del índice “*y*”, el cual representa el número de años estudiados en la universidad. La educación tiene un coste (que corresponde al precio de la matrícula, los libros, las fotocopias…), el cual es proporcional a “*y*”. Pero, este coste variará en función de la productividad de cada individuo, ya que las personas poco productivas necesitarán más años para obtener el mismo resultado que las más productivas, por lo que el coste de la educación será mayor para las personas poco productivas.

En este caso, el coste de obtener un determinado nivel de estudios “*y*” por el Grupo A será:

$$C_A(y) = 60.000\ y$$

Mientras que para el Grupo B será:

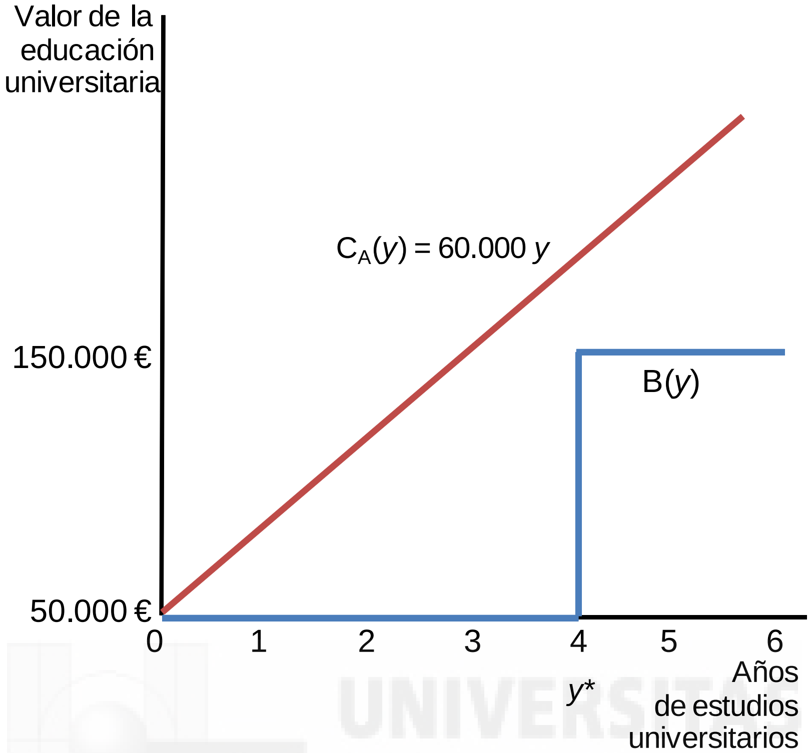
$$C_B\ (y) = 30.000\ y$$

Además, en este ejemplo la empresa en cuestión decide que todos los individuos que dispongan de un nivel de estudios igual o superior a *y** son considerados trabajadores productivos, por lo que pertenecerán al Grupo B y se les ofrecerá un salario de 150.000€. Por otro lado, todos aquellos que posean un nivel de estudios inferior a *y** serán considerados trabajadores poco productivos, por lo que pertenecerán al Grupo A y recibirán un salario de 50.000€. Asimismo, la empresa establece que el índice *y** es igual a cuatro años de estudios universitarios.

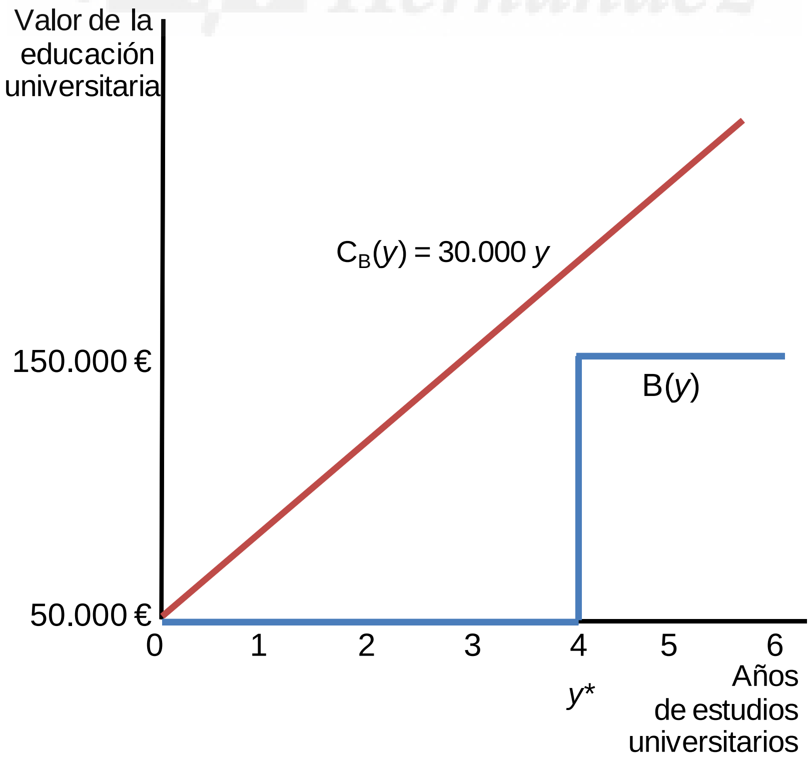
Para que esta regla se pueda cumplir, las empresas deberán identificar correctamente a los trabajadores. Para ello, basta con que las empresas identifiquen el nivel de educación de cada individuo.

Si se representa gráficamente la función de beneficios B(*y*) de cada individuo, así como su propia función de costes, se obtienen las siguientes gráficas.

Gráfica 3.4. Curvas de coste y beneficio Grupo A



Gráfica 3.5. Curvas de coste y beneficio Grupo B



Como se puede observar, el gráfico 3.4. muestra las curvas de coste y beneficio referentes al Grupo A, mientras que el gráfico 3.5. representa las mismas curvas para el Grupo B. La función de beneficios para ambos grupos está representada de forma idéntica, ya que en ambos casos, los empleados que disponen de cero a cuatro años de estudios perciben un salario de 50.000€ anuales, por lo que B(*y*) = 50.000€. Sin embargo, cuando el nivel de estudios llega a *y** (en nuestro caso el cuarto año), el salario anual aumenta hasta 150.000€, por lo que B(*y*) se convierte en 150.000€.

Por lo tanto, ¿cómo podrían las empresas identificar al grupo que pertenece cada individuo? Para resolver esta cuestión, las empresas deberán resolver en primer lugar cuál sería el nivel de estudio óptimo elegido por cada grupo. Lógicamente, el nivel óptimo de educación para ambos grupos será *y*=0 o *y*=*y**. Esto es debido a que cualquier nivel de estudios comprendido entre 0 y 4 percibirá un salario de 50.000€, por lo que no tendrán incentivos para elegir un nivel superior a cero pero inferior a cuatro. Además, el nivel óptimo máximo de estudios será de 4 años, ya que el salario que percibirá dicho empleado será de 150.000€ anuales, con independencia del incremento del número de años de estudio que disponga superior al cuarto año.

Cada individuo realizará una comparación coste-beneficio en función de sus propias características (es decir, si es productivo o no), en el caso de obtener un nivel de estudios *y**. En *y**, los individuos pertenecientes al Grupo A obtendrían un beneficio de 50.000€, mientras que sus costes serían 60.000€ *y*, por lo que el nivel óptimo de estudio para este grupo será de 2,5 años de estudio.

$150.000 = 60.000\, y^*$, por lo que $y^* = 2{,}5$ años.

Por otro lado, en *y**, los trabajadores que pertenezcan al Grupo B percibirán un beneficio de 100.000€ y sus costes serán de 30.000€ *y*, por lo que su nivel óptimo de estudio será de 5 años de estudio.

$150.000 = 30.000\, y^*$, por lo que $y^* = 5$ años.

Por lo tanto, los individuos pertenecientes al Grupo A, decidirán no cursar estudios universitarios, ya que el nivel óptimo de estudios de dicho grupo, comparando los costes y los beneficios obtenidos, es de dos años y medio, por lo que al ser inferior a 4 no les compensará cursar ningún año de estudio. Sin embargo, los individuos que pertenezcan al Grupo B observarán que sí que les es rentable estudiar, por lo que decidirán obtener un nivel de estudios y=4.

Por todo ello, cuando las empresas entrevisten a los candidatos y observen que carecen de estudios universitarios, supondrán con razón que se trata de empleados poco productivos, por lo que su salario será de 50.000€. Pero, cuando éstas entrevisten a otros candidatos que sí dispongan de un nivel de estudios igual a cuatro años universitarios, las empresas interpretarán esta señal y deducirán que son personas productivas, por lo que decidirán pagarles un salario de 150.000€.

4. JUEGOS BAYESIANOS

Una vez ha sido examinado en profundidad el fenómeno de la información asimétrica, así como sus posibles consecuencias en la sociedad y en los mercados, se mostrará cómo la teoría de juegos se plantea la resolución de este tipo de conflictos a través de los denominados juegos bayesianos. Los juegos bayesianos, también llamados juegos con información incompleta, constituyen la parte de la teoría de juegos que se encarga de analizar situaciones de conflicto en las cuales los agentes disponen de información asimétrica. Para poder realizar en apartados posteriores un estudio exhaustivo de este tipo de juegos, es necesario mostrar en este primer capítulo la notación necesaria para representar y comprender cualquier juego bayesiano.

En primer lugar, es importante manifestar que existen multitud de juegos cuyos jugadores pueden carecer de diferente información. En algunas ocasiones, es posible que algunos desconozcan el número total de individuos que componen el juego. Del mismo modo, algunos jugadores también pueden no conocer cuáles son las posibles estrategias de cada jugador o cómo afectan estas estrategias al resultado final del juego. Por último, también es posible que desconozcan cuáles son las preferencias de cada jugador. Sin embargo, según Harsanyi (1968), todas estas incertidumbres pueden reducirse al desconocimiento sobre las funciones de utilidad realizando el siguiente planteamiento.

El desconocimiento sobre el número de jugadores puede convertirse en incertidumbre acerca de la cantidad posible de estrategias que pueden ejecutarse introduciendo una estrategia adicional a cada jugador correspondiente a “no participar en el juego”. Del mismo modo, esta incertidumbre sobre el conjunto de estrategias puede transformarse en el desconocimiento de las funciones de resultado estableciendo que las estrategias que no son factibles disponen de un pago asociado de valor negativo muy elevado. Por último, el desconocimiento sobre la función de resultados junto con el desconocimiento de las preferencias de los jugadores puede modelarse conjuntamente con el fin de definir el espacio de las funciones de utilidad de los jugadores. Por lo tanto, se puede establecer que la inexistencia de información sobre los diversos elementos del juego puede reducirse al desconocimiento de la función de utilidad de los jugadores.

Según Sánchez-Cuenca (2004), en el estudio de este tipo de juegos es esencial el papel representado por las creencias de los jugadores. Dicha creencia se refiere a la probabilidad subjetiva que asigna un determinado jugador sobre las posibles funciones de utilidad del resto de jugadores. La influencia de éstas sobre el resultado final del juego es el motivo por el que se ha tratado de averiguar cuáles son los criterios que influyen en los jugadores para que éstos formen sus propias creencias, así como la forma en la que éstas intervienen en el equilibrio de un determinado juego.

Con el fin de modelar tanto la incertidumbre como las creencias de cada jugador, Ricart (1988) muestra en su obra el concepto elaborado por Harsanyi (1968) en cuanto a la representación de estos dos fenómenos en una sola variable, llamada "tipo". El tipo de un determinado jugador representa toda la información exclusiva que dispone dicho jugador acerca del juego, la cual es desconocida para el resto de jugadores. Es decir, únicamente el jugador i conoce su tipo, t_i, el cual pertenece al conjunto de todos los tipos posibles T_i, siendo el tipo del jugador i desconocido para el resto de jugadores, lo cual es denotado por t_{-i}. Sin embargo, el resto de jugadores sí disponen de información acerca de T_i, así como de la función de probabilidad $p(t)$ a través de la cual se escoge a priori el tipo de cada jugador. Por lo tanto, cabe establecer que todos los jugadores conocen el conjunto de tipos T_i de todos los jugadores que componen el juego, así como la distribución de probabilidad $p(t)$ a través de la cual se elige el tipo de cada jugador, pero una vez ha sido escogido el tipo de cada jugador, éste será de información privada para cada uno de ellos.

Para conocer las presunciones realizadas por el jugador i sobre los posibles tipos del resto de jugadores, t_{-i}, se utiliza la conjetura $p_i\,(t_{-i} \mid t_i)$. Esta conjetura puede calcularse utilizando la regla de Bayes. La regla de Bayes, según Gibbons (1993) se trata de una fórmula que permite calcular la probabilidad condicionada de que un determinado suceso ocurra (t_{-i}), dado que otro suceso ha ocurrido con anterioridad (t_i). Dicha fórmula es la siguiente:

$$p_i(t_{-i} \mid t_i) = \frac{p_i(t_{-i} \mid t_i)}{p_i(t_i)} = \frac{p_i(t_{-i} \mid t_i)}{\sum_{t_{-i} \in T_{-I}} p_i(t_{-i} \mid t_i)}$$

Con la finalidad de aplicar la notación que acaba de exponerse y, de esta forma poder comprenderla mejor, se enunciará un breve ejemplo de un juego a la Cournot con información asimétrica, elaborado por Gibbons (1993).

Supóngase un mercado oligopolístico compuesto únicamente por dos empresas que ofrecen productos homogéneos, cuya función de demanda inversa es $P(Q) = \alpha - Q$, *donde* $Q = q_1 + q_2$.

La función de costes de la Empresa 1 es $C_1(q_1) = cq_1$, mientras que la de la Empresa 2 es $C_2(q_2) = c_A q_2$ con probabilidad θ y $C_2(q_2) = c_B q_2$ con probabilidad $(1\text{-}\theta)$, donde $c_B < c_A$. La Empresa 2 conoce su propia función de costes y la de la Empresa 1, mientras que la Empresa 1 únicamente conoce su propia función de costes y que el coste marginal de la Empresa 2 es c_A con probabilidad θ y c_B con probabilidad $(1\text{-}\theta)$. Toda esta información es de dominio público, es decir, la Empresa 1 sabe que la Empresa 2 posee mejor información que ella, y que la Empresa 2 sabe que la Empresa 1 lo sabe.

Por lo tanto, la Empresa 1 dispone únicamente de una acción factible $\{c\}$, por lo que el espacio de tipos de dicha empresa estará compuesto por un solo tipo, $T_1 = \{t_{1C}\}$. Mientras que la Empresa 2 dispone del conjunto de acciones factibles $\{c_A, c_B\}$, por lo que el espacio de tipos que posee está compuesto por dos tipos, $T_2 = \{t_{2A}, t_{2B}\}$.

Por lo tanto, la Empresa 2 conoce cuál es su verdadero tipo t_2 además de conocer el tipo de la Empresa 1, t_{1C} (dado que solo dispone de éste). Sin embargo, la Empresa 1 sabe cuál es su propio tipo t_{1C}, pero desconoce el verdadero tipo de la Empresa 2, t_{-2}, dado que únicamente sabe que la probabilidad de que tenga lugar el tipo de la Empresa 2 t_{2A} es de θ, mientras que la de que se lleve a cabo el tipo t_{2B} es de *(1-þ)*. Por lo tanto, las conjeturas que se forma la Empresa 1 sobre los tipos de la Empresa 2 son: $p_1(t_{2A})$ = *þ* y $p_1(t_{2B})$ = (*1-þ*).

Por último, es necesario manifestar que los juegos bayesianos, al igual que cualquier otro tipo de juego, se plantean y resuelven de forma distinta en función de cómo escogen los jugadores sus decisiones. Es decir, en los juegos cuyos jugadores ejecuten sus acciones de forma simultánea, tratarán de resolverse a través del planteamiento recogido en los juegos bayesianos estáticos. Sin embargo, los juegos cuyos jugadores lleven a cabo sus acciones a lo largo del juego, serán planteados como un juego bayesiano dinámico. Por lo tanto, en los siguientes capítulos se expondrá, en función de estas características, cómo se deberán representar estos juegos, así como la manera de hallar la solución de los mismos.

4.1. JUEGOS BAYESIANOS ESTÁTICOS

Los juegos bayesianos estáticos tratan de dar solución a ciertos conflictos en los que, existiendo asimetría informativa entre los jugadores, las acciones llevadas a cabo por cada uno de ellos se realizan de forma simultánea.

Tal y como se mencionó en el primer capítulo, la forma más adecuada para representar cualquier juego estático es mediante la forma normal, ya que constituye la forma de representación que mejor permite visualizar toda la información necesaria para la resolución del juego al encontrarse recogida en una única matriz. La información que se requiere para elaborar una matriz que represente un juego bayesiano estático ha sido recogida por Gibbons (1993, p.148), al establecer que: "la representación en forma normal de un juego bayesiano estático de n jugadores exige concretar los espacios de acciones de los jugadores $A_1,\ldots,A_n$, sus espacios de tipos $T_1,\ldots T_n$, sus conjeturas $p_1,\ldots p_n$, y sus funciones de ganancias $u_1,\ldots u_n$. El tipo del jugador i, t_i, es conocido sólo por el jugador i, determina la función de ganancias del jugador i, $u_i(a_1,\ldots,a_n;t_i)$, y es un elemento del conjunto de tipos posibles T_i. La conjetura del jugador i,

$p_i(t_{-i} | t_i)$, describe la incertidumbre de i respecto a los posibles tipos de otros $n – 1$ jugadores, t_{-i}, dado el propio tipo de i, t_i. Denotamos este juego como $G = \{A_1,…,A_n;T_1…T_n;p_1…p_n;u_1…u_n\}$."

Para poder definir correctamente el espacio de acciones de cada jugador A_i, es necesario mostrar que en los juegos bayesianos estáticos, al contrario que en los juegos estáticos con información completa, los espacios de estrategias se construyen a partir de los tipos y acciones de cada jugador. Por lo tanto, las estrategias s_i del jugador i serán determinadas en función de t_i donde, para cualquier tipo t_i dentro de T_i, $s_i (t_i)$ determina cuál será la acción que llevaría a cabo el jugador i dentro del conjunto factible A_i, en función del tipo que le determine el azar al jugador i.

Del mismo modo, también resulta imprescindible conocer el desarrollo temporal de un juego bayesiano estático para poder comprender el funcionamiento de los mismos. Es por ello por lo que Harsanyi (1967) mostró en su obra que el desarrollo temporal de un juego bayesiano estático es el siguiente:

1. El azar determina el tipo de cada jugador t_i, el cual pertenece al conjunto de tipos posibles T_i, de acuerdo con la probabilidad a priori $p(t)$.
2. El azar muestra t_i únicamente al jugador i, siendo t_i la información que desconocen el resto de jugadores.
3. Todos los jugadores toman sus decisiones de forma simultánea, siendo la decisión del jugador i cualquier a_i perteneciente al conjunto factible A_i.
4. Todos los jugadores perciben sus ganancias $u_i(a_1, … a_n; t_i)$ en función de las acciones ejercidas por todos los jugadores, así como sus tipos correspondientes.

El hecho de introducir el azar en los apartados uno y dos provoca la transformación de un juego bayesiano estático en un juego estático con información imperfecta. Esto es debido a que en los juegos con información imperfecta, en alguna etapa del juego el jugador que le toca decidir desconoce cuál ha sido la historia completa del juego hasta ese momento. Del mismo modo, en el caso de los juegos bayesianos estáticos, como el azar revela el tipo t_i únicamente al jugador *i*, el resto de jugadores cuando deben tomar la decisión en la etapa tres desconocen cuál ha sido la historia completa del juego.

En último lugar, se enunciará un ejemplo que recoge las características propias de un juego bayesiano estático, elaborado por Cerdá, E. *et al*, 2003, cuyo equilibrio se calculará en el siguiente apartado.

Supongamos el ejemplo clásico del dilema del prisionero, aunque con algunas modificaciones. La policía ha detenido a dos sospechosos de un delito, los cuales han sido encerrados por separado de tal forma que no pueden mantener contacto alguno. La policía les explica a ambos las consecuencias de sus actos: si los dos sospechosos confiesan, ambos serán condenados a 4 años de prisión. Por otro lado, si uno decide confesar y el otro no, únicamente el sospechoso que haya confesado será puesto en libertad, mientras que el otro será condenado a 5 años de prisión. Sin embargo, si los dos sospechosos deciden no confesar, ambos serán condenados con una probabilidad de p=3/4 a un delito menor y deberán permanecer 1 año en prisión, existiendo la posibilidad de que no se pueda probar el delito menor y sean puestos en libertad recibiendo una indemnización (representada con valor 5), con una probabilidad de (1-p)=1/4. Además, cabe destacar que será el azar el que determine cuál de estos dos escenarios será el que tenga lugar realmente. Por otro lado, debido a la existencia de asimetría informativa entre los jugadores, únicamente el Preso 1 observará cuál es el resultado del azar, mientras que el Preso 2 solo conocerá cuáles son las probabilidades de ocurrencia de cada suceso.

La información que se debe apreciar del juego planteado para su representación en forma normal es la siguiente:

El número de jugadores es dos, por lo que J = {1,2}. Además, el espacio de acciones del Jugador 1 es A_1 = {*Confesar*, *Callar*}, y es idéntico al del Jugador 2, A_2 = {*Confesar*, *Callar*}. Por otro lado, dado que el Preso 1 conoce lo que ha determinado el azar, las estrategias que lleve a cabo dependerán de dicho resultado, por lo que el Jugador 1 escogerá *Confesar* si la puntuación de la jugada del azar es ALTA (es decir, *þ*≥3/4, situación en la que ambos serán condenados a un delito menor si deciden callar), sin embargo, elegirá *Callar* si la puntuación de la jugada del azar es BAJA (es decir, (*1*-*þ*)≤1/4, situación en la que ambos jugadores son puestos en libertad si deciden callar). Por lo tanto, dado que el Jugador 1 dispone de información privada sobre la jugada del azar, su conjunto de tipos será T_1 = {ALTA, BAJA}. Sin embargo, dado que el Preso 2 no dispone de dicha información, únicamente dispondrá de un tipo T_2 = {ÚNICO}.

Por lo tanto, si se aplican los tipos de cada jugador a su propio espacio de estrategias, se obtiene que: el conjunto de estrategias del Jugador 1, aplicando el conjunto de tipos T_1 y el espacio de acciones A_1, será S_1 = {*Confesar-Confesar, Confesar-Callar, Callar-Confesar, Callar-Callar*}. Mientras que el conjunto de estrategias del Jugador 2, aplicando su propio tipo T_2 y su espacio de acciones A_2, será S_2 = {*Confesar, Callar*}.

Por otro lado, la probabilidad a priori de la jugada del azar es *þ* (ALTA) = 3/4 y *þ* (BAJA) = 1/4. Además, las conjeturas del Jugador 1 sobre el tipo del Jugador 2 será nula, dado que el Jugador 2 únicamente dispone de un único tipo, por lo que p_1 (ÚNICO/ALTA) = p_1 (ÚNICO/BAJA) = 1. Sin embargo, las conjeturas del Jugador 2 sobre el tipo del Jugador 1 será p_2 (ALTA/ÚNICO) = *þ* (ALTA) = 3/4, o bien, p_2 (BAJA/ÚNICO) = *þ* (BAJA) = 1/4.

Por último, las funciones de ganancias de cada jugador son representadas en las matrices 4.1.1 y 4.1.2. Por un lado, en la tabla 4.1.1 se muestran todas las posibles combinaciones de resultados tanto del Jugador 1 como del Jugador 2 en el caso de que la jugada del azar fuera ALTA, es decir, si *þ*≥3/4. Por otro lado, la tabla 4.1.2 refleja todas las posibles combinaciones de resultados si la jugada del azar fuera BAJA, esto es, si (*1*-*þ*)≤1/4.

En este caso, dado que únicamente el Preso 1 conoce cuál es la jugada del azar, solo será este el que conozca cuál es el juego en el que verdaderamente se está jugando (es decir, solo él sabrá si los beneficios que obtenga procederán de la tabla 4.1.1 o de la tabla 4.1.2). Sin embargo, dado que el Preso 2 no dispone de dicha información sobre la jugada del azar, únicamente sabrá que están jugando en el primer juego con una probabilidad de þ=3/4, o bien el segundo con una probabilidad de (1-þ)=1/4.

Tabla 4.1.1

		Preso 2	
		Callarse	*Confesar*
Preso 1	*Callarse*	-1,-1	-5,0
	Confesar	0,-5	-4,-4

Tabla 4.1.2

		Preso 2	
		Callarse	*Confesar*
Preso 1	*Callarse*	5,5	-5,0
	Confesar	0,-5	-4,-4

4.1.1. EQUILIBRIO BAYESIANO DE NASH

El equilibrio de Nash es en un elemento fundamental en teoría de juegos debido a su gran aplicación para la resolución de cualquier tipo de conflicto. Este equilibrio trata de hallar un perfil de estrategias óptimo el cual está formado por aquellas estrategias que constituyan una mejor respuesta de cada jugador ante cualquier posible jugada del resto de jugadores. Cuando un determinado jugador utiliza su estrategia de equilibrio no tiene incentivos para elegir cualquier otra estrategia, ya que ésta es la que le permite maximizar su propio beneficio.

Por lo tanto, al igual que en cualquier equilibrio de Nash, un equilibrio bayesiano de Nash estará compuesto por un perfil de estrategias, las cuales constituyen una mejor respuesta a las estrategias del resto de jugadores. Por lo que, tal y como establece Gibbons (1993), un equilibrio bayesiano de Nash es simplemente un equilibrio de Nash en un juego bayesiano.

Para Gibbons (1993), en cualquier juego bayesiano estático $G = \{A_1 \ldots A_n;\ T_1 \ldots T_n;\ p_1 \ldots p_n;\ u_1 \ldots u_n\}$, las estrategias $s_i^* = (s_1^*, \ldots, s_n^*)$ forman un equilibrio bayesiano de Nash (con estrategias puras) si para cada jugador *i* y para cada uno de sus tipos t_i en T_i, $s_i^*(t_i)$ es una solución de:

$$\max_{a_i \in T_{-I}} \sum_{t_{-i} \in T_{-i}} u_i(s_i^*(t_1), \ldots, s_{i-1}^*(t_{i-1}), a_i, s_{i+1}^*(t_{i+1}), \ldots, s_n^*(t_n); t)\, p_i(t_{-i} \mid t_i)$$

Es decir, el perfil de estrategias $s_i^* = (s_1^*, \ldots, s_n^*)$ debe ser capaz de maximizar la función de utilidad de cada jugador componente del juego, teniendo en cuenta todos los posibles tipos y estrategias del resto, así como las conjeturas de cada jugador sobre el tipo del resto de jugadores y su propio tipo. Por lo tanto, todos los jugadores decidirán utilizar su propia estrategia óptima s_i^*, ya que si utilizara cualquier otra estrategia, obtendría una ganancia inferior.

A continuación, se hallará el equilibrio bayesiano de Nash para el supuesto planteado en el apartado anterior, elaborado por Cerdá, E. *et al*, 2003. Para facilitar el cálculo, se transformarán todos los pagos en un valor positivo sumando cinco puntos a cada uno de los pagos asociados.

Por lo tanto, la matriz representada en la tabla 4.1.1 se transformará en la matriz 4.1.3, así como la tabla 4.1.2 se convertirá tras haber realizado dicha suma en la tabla 4.1.4.

Tabla 4.1.3

		Preso 2	
		Callarse	*Confesar*
Preso 1	*Callarse*	4,4	0,5
	Confesar	5,0	1,1

Tabla 4.1.4

		Preso 2	
		Callarse	*Confesar*
Preso 1	*Callarse*	10,10	0,5
	Confesar	5,0	1,1

Para hallar todos los posibles equilibrios bayesianos de Nash de este juego, se deberá estimar cuál sería la estrategia de mejor respuesta tanto del Preso 1 como del Preso 2 ante cada posible jugada que pudiera darse.

En primer lugar, supóngase que la estrategia óptima del Preso 2, s_2*, fuese *Callar*. En este caso, la respuesta óptima del Preso 1 dependerá de su tipo, por lo que se obtendrían dos circunstancias. Si el tipo fuese T_1 = {ALTA}, el Preso 1 decidirá usar la estrategia de *Confesar*, dado que obtendría una utilidad superior a la que obtendría si escogiera *Callar* (5 puntos frente a 4). Sin embargo, si el tipo fuese T_1 = {BAJA}, el Preso 1 preferirá utilizar la estrategia *Callar*, ya que de esta forma obtendría una utilidad mayor (10 puntos) a la que obtendría si escogiera *Confesar* (5 puntos). Por lo tanto, la estrategia de equilibrio del Preso 1 será (*Confesar*-*Callar*).

Del mismo modo, se deberá calcular cuál es la estrategia de mejor respuesta del Preso 2 ante la estrategia óptima del Preso 1 s_1* = (*Confesar*-*Callar*). Por un lado, en el caso de que el Preso 2 usara la estrategia *Callar,* obtendría una utilidad asociada de 10/4, procedente de multiplicar el beneficio obtenido en cada circunstancia con su probabilidad de ocurrencia (3/4 * 0 + 1/4 * 10 = 10/4). Por otro lado, si el Preso 2 utilizara la estrategia *Confesar* recibiría una utilidad de 8/4, procedente de la operación (3/4 * 1 + 1/4 * 5 = 8/4). Por lo tanto, la estrategia óptima del Preso 2 ante la estrategia de equilibrio s_1* = *Confesar, Callar* del Preso 1 será *Callar*, ya que recibe una utilidad asociada mayor.

Concluyendo, el perfil de estrategias (*Confesar-Callar*, *Callar*) es considerado un equilibrio bayesiano de Nash, dado que ambas constituyen las estrategias de mejor respuesta para ambos jugadores ante cualquier posible jugada.

En segundo lugar, supóngase que la estrategia óptima del Preso 2, s_2*, fuera *Confesar*. En este caso, la respuesta óptima del Preso 1 sería: si su tipo fuese T_1 = {ALTA}, el Preso 1 elegirá *Confesar*, ya que utilizando esta estrategia obtendría una utilidad superior (1 utilizando *Confesar* frente a 0 utilizando *Callar*). Del mismo modo, si su tipo fuese T_1 = {BAJA}, el Preso 1 también escogerá la estrategia *Confesar* ya que, al igual que en el caso anterior, obtendría una utilidad asociada mejor a la que obtendría si utilizara la estrategia *Callarse*. Por lo tanto, la estrategia de mejor respuesta del Preso 1 ante la estrategia óptima del Preso 2 s_2* = *Confesar será* s_1* = (*Confesar-Confesar)*.

Al igual que en el caso anterior, se deberá calcular la estrategia de mejor respuesta del Preso 2 ante la estrategia de equilibrio del Preso 1 s_1* = (*Confesar-Confesar*). Esta estrategia podrá ser: si eligiera la estrategia *Confesar*, obtendrá una ganancia de 1 (3/4 * 1 + 1/4 * 1 = 1), mientras que si escogiera la estrategia *Callar* obtendría un resultado esperado de 0 (3/4 * 0 + 1/4 * 0 = 0). Por ello, la estrategia de mejor respuesta del Preso 2 ante la estrategia de equilibrio del Preso 1 s_1* = (*Confesar-Confesar)* es *Confesar.*

Por lo tanto, el perfil de estrategias (*Confesar-Confesar*, *Confesar*) también es considerado un equilibrio bayesiano de Nash.

Tras haber realizado todos los cálculos, cabe destacar que en este juego existen dos perfiles de estrategias que cumplen los requisitos para formar un equilibrio bayesiano de Nash, los cuales son: {(*Confesar-Confesar*, *Confesar*), (*Confesar-Callar*, *Callar*)}.

4.2. JUEGOS BAYESIANOS DINÁMICOS

Los juegos bayesianos dinámicos tienen la función de modelar y analizar los conflictos caracterizados por la existencia de asimetría informativa entre los jugadores en los casos en los que, además, se llevan a cabo las diferentes acciones de forma prolongada a lo largo del tiempo.
Al igual que ocurre en los juegos bayesianos estáticos, en los que el azar revela únicamente el tipo t_i del jugador *i* al propio jugador *i*, pero no al jugador *j*, en los juegos bayesianos dinámicos se dan situaciones en las que, un determinado jugador *i* no conoce cuál ha sido la acción que ha llevado a cabo otro jugador *j* en la etapa anterior, por lo que éste jugador no conoce cuál es la historia completa del juego. Para poder representar la falta de información que dispone un determinado jugador *i* sobre cuál ha sido la historia completa del juego hasta un momento determinado se utilizará el concepto de conjunto de información. Un conjunto de información, denotado por la variable H_i, está a su vez formado por diferentes nodos de decisión (x_i), por lo que H_j {x_1, x_2,…, x_n}. Cada nodo de decisión muestra un momento del juego en el que a un determinado jugador le toca escoger cuál será la acción que lleve a cabo. Por lo tanto, un conjunto de información recoge todos los posibles nodos de decisión que tiene un mismo jugador en un momento determinado. Por lo tanto, cuando el transcurso del juego llega a cualquiera de los nodos de decisión que componen el conjunto de información H_i, el jugador *i*, al no conocer cuál ha sido la historia del juego hasta ese momento, no sabe cuál es el verdadero nodo de decisión al que se ha llegado en el juego.

Además, del mismo modo en el que en los juegos bayesianos estáticos los jugadores crean sus propias conjeturas sobre los tipos del resto de jugadores, en los juegos bayesianos dinámicos los jugadores formarán sus propias conjeturas sobre cuál es el verdadero nodo de decisión en el que puede encontrarse dentro del conjunto de información, en función de cuál haya sido la acción escogida por el jugador en la etapa anterior. Por lo tanto, las conjeturas que se forme el jugador *i* para cualquier nodo de decisión dentro de un conjunto de información, se representarán a través del parámetro p_i.

Por otro lado, para poder analizar en el siguiente capítulo el concepto de equilibrio bayesiano perfecto es importante conocer si un determinado conjunto de información H_i se encuentra o no dentro de la trayectoria de equilibrio. Tal y como establece Gibbons (1993), un conjunto de información H_i está dentro de la trayectoria de equilibrio si su probabilidad de ocurrencia es positiva con respecto a las estrategias de equilibrio de un juego determinado. Por el contrario, un conjunto de información estará fuera de la trayectoria de equilibrio si su probabilidad de ocurrencia con respecto a las estrategias de equilibrio es negativa.

La forma más adecuada de representación para cualquier juego dinámico es mediante los árboles de decisión, debido a que ésta constituye la forma que mejor permite visualizar la trayectoria completa del juego, así como el desarrollo temporal del mismo. La manera en la que se representa en cualquier árbol de decisión la falta de información que tiene un determinado jugador sobre el verdadero nodo de decisión que se encuentra, será a través de una línea discontinua que una los diferentes nodos de decisión que componen el conjunto de información.

Por último, a continuación se enunciará un ejemplo el cual recoge todas las características propias de un juego bayesiano dinámico, con la finalidad de poder aplicar todos los conceptos que se acaban de exponer en un caso práctico. Para ello, se utilizará un ejemplo elaborado por Cerdá, E. *et al*, 2003.

Supóngase que la Empresa A ejerce un poder de monopolio sobre un determinado mercado, lo cual le genera unos beneficios de 3. Por otro lado, existe la Empresa B la cual opera en un mercado diferente, pero está planteándose la posibilidad de entrar en el mercado monopolizado por la Empresa A realizando una inversión pequeña ya que sabe que, en este caso, podría aumentar sus beneficios de 1 a 2, siempre y cuando la reacción de la Empresa A sea utilizar una estrategia de Competencia Débil, lo cual le provocaría también a la Empresa A unos beneficios de 1. Sin embargo, si la empresa A decidiera utilizar una estrategia de Competencia Fuerte y entraran en guerra de precios, provocaría que ambas empresas obtuvieran un beneficio de 0. Por otro lado, también existe la posibilidad de que la Empresa B entre en el mercado realizando una inversión más elevada, lo cual le provocaría en el caso de que la Empresa A decidiera utilizar Competencia Débil un beneficio de 2 a la Empresa A y de 0 a la Empresa B. Pero, si la Empresa A decide utilizar una Competencia Fuerte, la Empresa A obtendría un beneficio de 1, mientras que la Empresa B obtendría un beneficio de 0.

Se extrae la siguiente información referente al juego que se acaba de plantear:

El número de jugadores es dos, por lo que J = {Empresa A, Empresa B}. Además, el conjunto de estrategias que dispone la Empresa B está compuesto por tres, por lo que A_B = {*No entrar*, *Inversión pequeña*, *Inversión elevada*}. Por otro lado, el conjunto de estrategias que tiene la Empresa A está compuesto por dos estrategias, A_A = {*Competencia Fuerte*, *Competencia Débil*}.

Además, el desarrollo temporal del juego es el siguiente: en la primera etapa del juego, la Empresa B escoge su estrategia s_A dentro del conjunto de estrategias posibles A_B = {*No entrar*, *Inversión pequeña*, *Inversión elevada*}. En segundo lugar, será la Empresa A la que decidirá su estrategia s_B dentro del conjunto de estrategias posible A_A = {*Competencia Fuerte*, *Competencia Débil*}. Además, en esta etapa del juego, cuando a la Empresa A le toca escoger su acción, no conoce cuál ha sido la estrategia elegida por la Empresa B en la etapa anterior. Por último, ambas empresas reciben los pagos asociados en función de las estrategias elegidas.

Por otro lado, cabe destacar que este juego está compuesto por dos conjuntos de información. Por un lado, a Empresa B dispone del conjunto de información H_B, el cual está formado por un único nodo de decisión x_1, representado en la figura 4.2.1 en la primera etapa del juego. Por otro lado, la Empresa A posee el conjunto de información H_A, el cual está formado por dos nodos de decisión (x_2 y x_3), los cuales están representados igualmente en la figura 4.2.1 en la etapa dos. Dado que únicamente la Empresa B conoce cuál es la decisión que lleva a cabo en la primera etapa del juego, cuando a la Empresa A le toca decidir su acción en la segunda etapa, no sabe si realmente se encuentra en el nodo x_2 o

x_3. Esta falta de información se representa en la figura 4.2.1 con una línea discontinua que une ambos nodos de decisión.

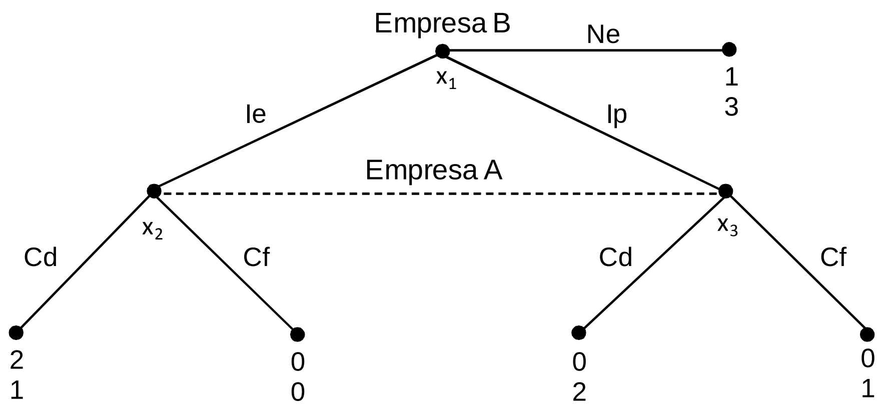


Figura 4.2.1

4.2.1. EQUILIBRIO BAYESIANO PERFECTO

Un equilibrio bayesiano perfecto está compuesto por un perfil de estrategias, las cuales constituyen las estrategias de mejor respuesta para todos los jugadores de un determinado juego bayesiano dinámico.

Gibbons (1993) muestra la idea de que un equilibrio bayesiano perfecto no es más que un refinamiento al concepto de equilibrio bayesiano de Nash. Este mismo planteamiento es el que se utiliza para exponer que un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos perfecciona el equilibrio de Nash, ya que éste último no es capaz de identificar las posibles amenazas que pudieran lanzar algunos jugadores al resto. Sin embargo, en el caso de los juegos bayesianos dinámicos, se sustituirá la idea de subjuego por otra idea más general de "juego de continuación", en la que se entiende juego de continuación como un juego que puede comenzar en cualquier conjunto de información, el cual puede estar formado por uno o varios nodos de decisión.

Según Gibbons (1993), para que un perfil de estrategias sea considerado un equilibrio bayesiano perfecto, es necesario que cumplan una serie de requisitos que se expondrán a continuación.

El Requisito 1 muestra que el jugador que le toque jugar en un momento determinado deberá formarse una conjetura sobre cada uno de los nodos que formen parte del conjunto de información en el que se encuentra en ese momento. Además, cabe destacar que en el caso de que el conjunto de información únicamente esté formado por un solo nodo, la conjetura que se forme dicho jugador será igual a 1. Sin embargo, cuando un conjunto de información esté compuesto por varios nodos, dicha conjetura será una distribución de probabilidad sobre cada uno de los nodos del conjunto de información.

El Requisito 2 establece que una vez se han formado las conjeturas de cada jugador, las estrategias que lleven a cabo deberán ser sucesivamente racionales. Este hecho significa que, cuando a un determinado jugador le toque jugar, tanto la acción que escoja en ese momento como el plan de acción completo que tenga previsto en función de todas las posibles contingencias que pudieran darse, deberán ser óptimas, es decir, deberán corresponder a aquellas acciones o planes de acción que maximicen su propia función de utilidad, dadas todas las conjeturas del jugador en ese conjunto de información y las subsiguientes estrategias del resto de jugadores.

El Requisito 3 pone de manifiesto que en los conjuntos de información que se encuentren sobre la trayectoria de equilibrio, es necesario que las conjeturas que se forme un determinado jugador sobre los nodos que componen un determinado conjunto de información, $p_i\ (x_i)$, sean coherentes con las estrategias de equilibrio y se creen conforme a la regla de Bayes. Es decir,

$$p\ (x_i) = \frac{prob\ (x_i\ /\ s)}{prob\ (H_i\ /\ s)}$$

Por último, el Requisito 4 expone que en los conjuntos de información que se encuentren fuera de la trayectoria de equilibrio, las conjeturas que se forme un determinado jugador deberán ser consistentes con las estrategias de equilibrio y deberán formarse conforme a la regla de Bayes.

A continuación, se comprobará la existencia de algún posible equilibrio bayesiano perfecto para el ejemplo enunciado en el apartado anterior. Para ello, se deberá primeramente demostrar la existencia de un perfil de estrategias que forme un equilibrio de Nash y, posteriormente, comprobar si dicho perfil de estrategias cumple los requisitos que se acaban de enunciar para poder ser considerado un equilibrio bayesiano perfecto.

Para facilitar la búsqueda de los perfiles de estrategias de equilibrio, se representará este juego en forma normal en la tabla 4.2.1.

Tabla 4.2.1

		Empresa A	
		Cd	*Cf*
Empresa B	*Ne*	1,<u>3</u>	<u>1</u>,<u>3</u>
	Ie	<u>2</u>,<u>1</u>	0,0
	Ip	0,<u>2</u>	0,1

Para hallar las estrategias de equilibrio que componen un equilibrio de Nash es necesario buscar la estrategia de mejor respuesta para cada jugador ante cada posible jugada del resto de jugadores, tal y como se hace a continuación.

Si la Empresa A decidiera elegir su estrategia *Competencia débil*, la mejor respuesta de la Empresa B será utilizar su estrategia *Inversión elevada*, dado que de esta forma obtiene un beneficio de 2, frente al beneficio de 1 o 0 que le provocaría utilizar las estrategias *No entrar* o *Inversión pequeña*. Del mismo modo, si la Empresa A utilizara su estrategia *Competencia fuerte*, la mejor respuesta de la Empresa B será *No entrar* a competir.

Por otro lado, si la Empresa B escogiera *No entrar* a competir, la mejor respuesta de la Empresa A podría ser *Competencia débil* o *Competencia fuerte*, dado que ambas le generan el mismo beneficio. Del mismo modo, si la Empresa B escogiera utilizar su estrategia *Inversión elevada*, la mejor repuesta de la Empresa A será *Competencia débil*, dado que de esta forma obtiene un beneficio superior al que obtendría si utilizara *Competencia fuerte*. Por último, si la Empresa B decidiera llevar a cabo una *Inversión pequeña*, la Empresa A escogería *Competir débil*.

Todas las estrategias de mejor respuesta que acabamos de identificar han sido representadas en la matriz 4.2.1 mediante una línea. Sin embargo, solo constituirán un equilibrio de Nash los perfiles de estrategias que estén compuestos por todas las estrategias de mejor respuesta de cada jugador. Por lo tanto, las estrategias de equilibrio que forman un equilibrio de Nash en este juego serán los perfiles de estrategias (*Inversión elevada*, *Competencia débil*) y (*No entrar*, *Competencia fuerte*).

En segundo lugar, es necesario comprobar si los requisitos expuestos anteriormente se pueden aplicar a los perfiles de estrategias (*Inversión elevada*, *Competencia débil*) y (*No entrar*, *Competencia fuerte*) para verificar si verdaderamente pueden considerarse equilibrios bayesianos perfectos.

En primer lugar, se cumplirá el Requisito 1 de la siguiente forma:

Dado que la Empresa A dispone del conjunto de información H_A, formado por dos nodos de decisión (x_2 y x_3), ésta crea su propia conjetura sobre el nodo que ha sido alcanzado atribuyendo la probabilidad de p al nodo de decisión x_2, y una probabilidad de (1-p) al nodo x_3. Del mismo modo, dado que la Empresa B tiene el conjunto de información H_B, formado únicamente por el nodo de decisión x_1, la conjetura que atribuye la Empresa B al nodo de decisión x_1 será la probabilidad de ocurrencia de dicho nodo, es decir, de 1, por lo que este caso no se tendrá en cuenta para definir los sistemas de conjeturas.

En segundo lugar, para que este juego cumpla el Requisito 2 es necesario que tanto las estrategias como los planes de acción completos que lleve a cabo la Empresa A en función de las conjeturas que se acaba de formar sean racionales. Por lo tanto, para la Empresa A el beneficio esperado de escoger la estrategia *Competir Débil* es de 2-*p* (*p* * 1 + (1-*p*) * 2 = 2-*p*), mientras que la ganancia esperada si eligiera llevar a cabo la estrategia *Competir Fuerte* es de 1-*p* (*p* * 0 + (1-*p*) * 1 = 1-*p*). Por lo tanto, para cumplir con este requisito la Empresa 2 deberá escoger la estrategia *Competir Débil*, ya que es la que mayor utilidad le reporta (2-*p*>1-*p*). De este modo, se eliminará el equilibrio de Nash compuesto por el par de estrategias (*No entrar*, *Competencia fuerte*) dado que, sean cuales fueren las conjeturas que se forme la Empresa A sobre los nodos x_2 y x_3, nunca elegirá utilizar la estrategia *Competir fuerte*, por lo que éste equilibrio nunca llegará a formarse.

Por otro lado, para cumplir el Requisito 3, dado que el conjunto de información H_A se encuentra dentro de la trayectoria de equilibrio por tener una probabilidad de ocurrencia positiva con respecto a la estrategia de equilibrio, es necesario que las conjeturas que pueda formarse la Empresa A sobre los nodos de decisión x_2 y x_3 sean coherentes con las estrategias de equilibrio.

En el caso de que la Empresa A se formara una conjetura p = 1 sobre el nodo de decisión x_2, y una conjetura de p = 0 sobre x_3, obtendríamos que:

$$p\ (x_2) = \frac{prob\ (x_2\ /\ s)}{prob\ (H_A\ /\ s)} = \frac{1}{1} = 1$$

$$p\ (x_3) = \frac{prob\ (x_3\ /\ s)}{prob\ (H_A\ /\ s)} = \frac{0}{1} = 0$$

En este caso, si la Empresa A se formara dichas conjeturas sobre los nodos x_2, y x_3 se cumpliría el Requisito 3.

Por último, dado que en este juego no existe ningún conjunto de información que se halle fuera de la trayectoria de equilibrio, se cumple de forma trivial el Requisito 4.

Por lo tanto, dado que se han cumplido los cuatro requisitos planteados, el perfil de estrategias (*Inversión elevada*, *Competencia débil*), constituirá un equilibrio bayesiano perfecto para este juego, siempre y cuando las conjeturas que se forme la Empresa A sean $p = 1$ para x_2, y $p = 0$ para x_3.

5. CONCLUSIONES

Como conclusión, cabe destacar que gracias al trabajo elaborado se ha conseguido cumplir el objetivo principal en cuanto a conocer cómo la teoría de juegos se encarga de modelar y analizar situaciones de conflicto en la que los agentes implicados disponen de información asimétrica.

Además, en el presente trabajo se ha mostrado la importancia de los juegos de información asimétrica en la economía y se ha presentado de forma sistemática la manera en la que la teoría de juegos modela dichos conflictos generados por la presencia de información asimétrica a través de los conocidos juegos bayesianos. De esta forma, se ha obtenido el conocimiento necesario para poder formalizar este tipo de conflictos con la finalidad de poder hallar posibles soluciones a través del uso de los diferentes conceptos de equilibrio que se utilizan para resolver este tipo de problemas como son el equilibrio bayesiano de Nash y el equilibrio bayesiano perfecto.

6. BIBLIOGRAFÍA

SAN ROMAN, Antonio Pulido. Posibilidades y limitaciones de las Matemáticas en la economía. *Cuadernos del fondo de investigación Richard Stone*. (2002)

AROZAMENA, Leandro; WEINSCHELBAUM, Federico. Cincuenta años de Teoría de los Juegos y sus aplicaciones a la economía. *Medio siglo de Economía*. Ed. Temas. 2007.

NEUMANN, Vonn; MORGENTERN, Oskar. "*Theory of games and economic behaviour*". Princeton University Pres. 1944.

HARSANYI John Charles. *Games with Incomplete Information Played by "Bayesian" Players.* Management Science. (1968). Vol. 14.

The Official Web Site of the Nobel Prize: The Royal Swedish Academy of Sciences (2012), Alvin E. Roth, Lloyd S. Shapley. Popular Information

GIBBONS, Robert. *Un primer curso de teoría de juegos*. Ed. Antoni Bosch. 1993.

BALLESTEROS ACOSTA Juan, *et al*. Información asimétrica en los mercados bursátiles: una guía breve de la literatura. *Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa*. (2000). Vol 6. No. 3.

PINDYCK, Robert; RUBINFELD, Daniel. *Microeconomía*. 7ª. Ed. España. Prentice Hall. 2011.

BARDEY David. Asimetrías de la información en los mercados de seguros: teoría y evidencia. *Fasecolda (Unión de Aseguradoras Colombianos).* (2008) No. 125.

BEBCZUCK Ricardo. *Información Asimétrica en Mercados Financieros.* Ed. Cambridge University Press. 2003.

The Official Web Site of the Nobel Prize: The Royal Swedish Academy of Sciences (2001), George A. Akerlof, A. Michael Spence, Joseph E. Stiglitz. Popular Information

AKERLOF George Arthur. *The Markets for Lemons: Qualitative Uncertaintyand the Markets Mechanism*. Quarterly Journal of Economics. 1970.

SPENCE Michael. *Market Signaling*. Harvard University Press. 1974.

SANCHEZ-CUENCA Ignacio. *Cuadernos metodológicos Nº 34: Teoría de juegos.* Ed. Centro de Investigaciones Sociológicas. 2004.

RICART Joan. *Juegos con información incompleta*. IESE Business School Universidad de Navarra*.* 1988.

CERDA Emilio; PEREZ Joaquín; JIMENO José Luis. *Teoría de Juegos.* Ed. Pearson Educación. 2003.