



Universidad Miguel Hernández - Facultad de Ciencias Sociales y Jurídicas

Grado en Estadística Empresarial

Curso Académico: 2020/2021



**FORMULACIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE
OPTIMIZACIÓN COMBINATORIA**

Autor: Pablo Pagés Plaza

Directora: Mercedes Landete Ruiz

ÍNDICE

1. RESUMEN.....	4
2. INTRODUCCIÓN.....	4
3. OBJETIVOS Y RECOPIACIÓN DE INFORMACIÓN	6
3.1. Objetivos generales	6
3.2. Recopilación de información.....	6
4. MODELOS DE OPTIMIZACIÓN APLICADOS	17
4.1. Máquinas de vectores de soporte: crédito bancario	17
4.1.1. Resumen	17
4.1.2. Metodología y solución.....	18
4.2. Localización de servicios: lockers.....	21
4.2.1. Resumen	21
4.2.2. Metodología.....	21
4.2.3. Modelo y su aplicación a Lingo	24
4.2.4. Solución	27
4.3. Problema de cubrimiento: cámaras de seguridad	28
4.3.1. Resumen	28
4.3.2. Metodología.....	29
4.3.3. Modelo y su aplicación a Lingo	30
4.3.4. Solución	33
4.4. Problema del transporte: envíos de almacenes a farmacias o puntos de entrega.....	34
4.4.1. Resumen	34
4.4.2. Metodología.....	35
4.4.3. Modelo y su aplicación a Lingo	37
4.4.4. Solución	40

5. CONCLUSIONES	41
5.1. Análisis de los problemas y la situación actual	41
5.2. Aplicación a una empresa real	42
5.3. Relación del TFG con el grado de Estadística Empresarial	43
6. ANEXOS	45
6.1. ANEXO I. Tabla de distancias en R para el problema de localización de servicios: lockers (Imagen 10)	45
6.2. ANEXO II. Tabla de distancias en Excel para el problema de cubrimiento: cámaras de seguridad (Tabla 4)	46
6.3. ANEXO III. Matrices de capacidad y distancias en Lingo para el problema de cubrimiento: cámaras de seguridad (Imagen 17)	47
7. BIBLIOGRAFÍA	48



1. RESUMEN

El presente trabajo se basa en la formulación y resolución de problemas que pueden surgir en cualquier tipo de compañía mediante optimización combinatoria. Para ello, se ha efectuado un análisis basado en 4 ejemplos prácticos donde estudiaremos como buscar la mejor solución posible a distintas problemáticas: la predicción sobre la devolución de un crédito bancario a conceder en función de diversas características del solicitante, la localización óptima de diversos puntos de entrega que maximicen el número de clientes atendidos, la mejor distribución de cámaras de seguridad que minimice la capacidad máxima de control de la cámara que más clientes vigila o la ruta óptima de envíos almacén-vendedor que minimice costes de transporte. Una vez planteados los problemas, se han escrito los modelos matemáticos pertinentes, contando con las siguientes secciones: conjuntos, parámetros, variables, función objetivo y restricciones. Posteriormente, se han trasladado a diferentes softwares informáticos para su resolución: en la mayoría de los casos, primero se ha realizado un proceso de limpieza y/u ordenación de datos en Microsoft Excel, para después utilizar la información en Lingo, donde se han extraído las soluciones que optimizan de una manera u otra el conflicto de cada caso práctico. Como explicaremos a continuación, mediante este trabajo es fácil demostrar la importancia que puede llegar a tener un simple análisis predictivo para una empresa o, de manera más general, el uso de la investigación operativa y la inteligencia artificial. Gracias a la multitud de técnicas analíticas existentes hoy en día que se derivan de estas ramas, podemos realizar estudios que ocasionen un gran beneficio o una gran reducción de costes de operación para nuestra empresa.

2. INTRODUCCIÓN

En la actualidad es fundamental el uso de las tecnologías como medio de mejora. Cada vez más empresas dedican capital y esfuerzo a diseñar un plan de mejora o un departamento de investigación operativa que les permita dar un salto de calidad en su sector, diferenciándose así de su competencia. Esta diferenciación puede conseguirse principalmente a través de dos caminos: una mejora de la calidad o una disminución de costes, y para lograr estos objetivos es necesario o al menos, recomendable, realizar un

previo análisis y una modelización matemática que nos permita conocer con una gran probabilidad de éxito el mejor camino a tomar.

El término de inteligencia artificial, definido como “inteligencia llevada a cabo por máquinas”, surgió en 1956, durante la conferencia de Dartmouth. No obstante, a lo largo de la historia muchos personajes han diseñado artilugios o realizado obras que hoy en día podrían denominarse inteligencia artificial. Algunos ejemplos son el de Aristóteles (384-322 a. C.), que fue el primero en redactar una serie de reglas que resumen el funcionamiento de la mente humana para obtener conclusiones racionales, o el de Alan Turing, con su máquina universal en 1936.

Tras muchos años de innovación, a finales del siglo XX, con el uso cada vez más común y más próximo a la población de Internet y en pleno estallido de las tecnologías, la Inteligencia Artificial vivió su época dorada. De esta manera, fue en 1997 cuando tuvo lugar su consagración, cuando la compañía IBM diseñó “Deep Blue”, un ordenador que fue capaz de vencer a Gari Kaspárov en una partida igualada de ajedrez. Desde entonces, la IA ha experimentado un crecimiento sin precedentes en los últimos años, permitiendo a las “máquinas” realizar cosas cada vez de forma más similar a como las haría un humano.

Este avance tecnológico y científico, ha llegado también al mundo empresarial, donde acompañada de un enorme mar de datos y técnicas analíticas cada vez más avanzadas, ha creado en las compañías e instituciones la necesidad de incorporar departamentos de mejora continua o de investigación operativa con el fin de perfeccionar algún aspecto de su operación empresarial: optimizar costes, ahorro de capital, mejora de la calidad, reducción de desperdicios, etc.

En este trabajo, se expondrán 4 supuestos ficticios que podrían surgir en cualquier tipo de empresa que quiera hacer uso de la investigación operativa y la IA para mejorar en alguno de sus ámbitos de operación. Los problemas planteados son:

1. Clasificación de clientes: categorizar a clientes demandantes de un crédito entre futuros buenos o malos pagadores en función de diversas variables.
2. Problema de localización de servicios: buscar la mejor ubicación posible para situar paquetes de lockers de manera que se maximicen los clientes atendidos.

3. Problema de cubrimiento: en qué establecimientos de un centro comercial es recomendable ubicar las cámaras de seguridad si queremos minimizar la capacidad de control máxima de aquella cámara que más clientes vigila.
4. Problema del transporte: encontrar la ruta almacén-cliente que minimiza los costes de operación de la empresa sabiendo que aquellos clientes que tengan un punto de entrega común cercano deberán efectuar allí la recogida.

3. OBJETIVOS Y RECOPIACIÓN DE INFORMACIÓN

3.1. Objetivos generales

El objetivo de este trabajo es mostrar a la comunidad la importancia de estudiar analíticamente los frecuentes problemas que pueden darse en cualquier organización. Resolviendo cualquier problema matemáticamente seremos capaces de tomar decisiones con mucho mayor porcentaje de éxito, y podremos hacer de nuestra empresa una organización mucho más eficaz y competitiva.

Respecto a los problemas que en este documento se abordan, todos presentan un objetivo común que consiste en buscar la solución óptima que minimice o maximice una característica del modelo que nos permita ahorrar en costes de operación, aumentar nuestros ingresos, reducir riesgos, etc. Además, cada uno presenta diferentes objetivos específicos, que se comentarán en el punto 4.

3.2. Recopilación de información

La recopilación de la información y de la literatura relacionada con nuestro trabajo es fundamental para adquirir conocimientos y un mejor contexto sobre la temática. Se ha realizado una búsqueda intensiva sobre documentos tanto de años anteriores como recientes que estén estrechamente relacionados con este trabajo y los problemas que en él se resuelven. A continuación, se resumen algunos de ellos:

Juliana, N., & Henry, L. (2014). *Modelo matemático para determinar la ubicación de Centros de Distribución en un contexto. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.*

El trabajo comentado trata de realizar un análisis de localización de servicios de una de las comercializadoras más representativas del sector textil en Colombia. El propósito es, por tanto, definir una red de distribución estudiando un modelo matemático que determine la ubicación de centros de distribución (en adelante CEDI) teniendo en cuenta los costes que el proyecto abarca: almacenamiento, operación y fiscal.

En cuanto al modelo matemático, se observa que se han formado 3 conjuntos esenciales para la resolución del problema: I; el índice empleado para identificar los productos donde $i \in I$, J; el índice que representa a los clientes donde $j \in J$, y K; el índice que identifica a cada una de las candidatas para la ubicación de los centros de distribución donde $k \in K$.

Para construir la función objetivo y las restricciones del modelo, se emplearon las variables y parámetros presentados a continuación:

- D_{ij} : Demanda del producto i para cada cliente j .
- C_{ijk} : Costo de transportar una unidad de producto i , hasta el cliente j desde el CEDI k .
- F_k : Costo fijo de instalación, servicios públicos e impuesto de Industria y Comercio, asociado al CEDI k .
- N : Número de CEDI que serán abiertos.
- M : Parámetro denominado “número muy grande”. $M = |I| * |J| * |K|$ aproximadamente.
- X_{ijk} : 1 si el producto i que demanda el cliente j se despacha desde el CEDI k ; 0 en caso contrario.
- Y_k : 1 si se abre el CEDI en k ; 0 en caso contrario.

Con esto, la función objetivo que el problema pretende resolver consiste en la minimización del total de los costes de transporte, instalación y servicios públicos. Dicha función tiene algunas limitaciones ya que sabemos que solo existe una ruta para enviar el producto i al cliente j desde el CEDI k , que existe un número determinado de CEDI a instalar y que se debe garantizar que los pedidos sean despachados únicamente desde los CEDI operativos.

Una vez construido el modelo teórico, se pasó a la aplicación práctica del caso de la comercializadora textil mediante el software CPLEX de GAMS. Para ello, se

recogieron datos de un año de operación de la empresa que contenía información sobre los productos, los CEDI candidatos, las ventas y los costes anteriormente mencionados.

Tras la implementación, se concluyó, además de que la opción que minimiza el coste total es la de instalar un solo CEDI en la ciudad de Candelaria, que se conseguiría un ahorro económico mayor recibiendo todas las importaciones en el puerto de Buenaventura.

A través de este estudio e instaurando las decisiones estratégicas aportadas, la compañía conseguiría reducir en más del 29% el coste logístico total de la red de distribución actual.

Joaquín, B. & Sergio, F. (1995). Modelos de localización-asignación y Evaluación Multicriterio para la localización de instalaciones no deseables, Serie Geográfica, 1995, n° 5, pp. 97-112

En el documento actualmente comentado, se ha realizado un análisis de los diversos modelos de localización-asignación establecidos para situar de manera óptima, las instalaciones de servicios no deseables para la población.

Se pueden clasificar las instalaciones de servicios en dos grandes tipos: a) las deseables, aquellas en las que predominan efectos positivos para la población cercana (externalidades espaciales positivas), como puede ser una escuela o un hospital y b) las no deseables, aquellas en las que predominan las externalidades espaciales negativas, como es el caso de un vertedero o de una prisión.

En este caso nos centraremos en las de segundo tipo, ya que la importancia cada vez mayor de las reacciones y resistencias de la población ante estas instalaciones ha generado la necesidad de distribuir las de la mejor manera posible a través de modelos de localización-asignación y técnicas de evaluación multicriterio que evalúen riesgos y costes y aporten una solución capaz de minimizar los perjuicios de los ciudadanos.

Para elaborar dichos modelos, los principales criterios que se deben tener en cuenta son la eficiencia y la justicia espacial. En los problemas de localización de instalaciones de servicios no deseables, la eficiencia es una cuestión multicriterio que

debe buscar la mejor solución entre la minimización de las distancias entre productores e instalaciones y la maximización de las distancias entre estas y la población, que quiere estar lo más lejos posible de ellas. Por otra parte, la justicia espacial se mide, básicamente, por el grado en que la población de una región determinada comparte los riesgos y molestias que dichas instalaciones representan.

La mayoría de los modelos realizados en este campo, parten del supuesto de "cuanto más lejos se localice una instalación con respecto a la población, mejor", omitiendo el objetivo de minimizar la distancia respecto a los productores de residuos que tantos problemas puede ocasionar. En este tipo de modelos, hay dos variantes: modelos anti-cobertura, que establecen límites mínimos de distancia que permiten definir la alternativa de localización que incluye a la menor población posible; y los modelos de maximización, que buscan maximizar las distancias, mínimas o promedio, entre la población y las instalaciones no-deseables.

Además de mencionar y mostrar diversos modelos de localización para instalaciones no deseables que no tienen en cuenta la distancia y modelos multicriterio en relación con la eficiencia espacial, el artículo trata de cerca el problema que ocasiona el transporte de mercancías como los residuos, ya que hace replantearse de nuevo la relación entre justicia y eficiencia espacial, que deberán estimarse tomando en consideración las características de la red de transporte utilizada. Dentro de este problema, surgen dos criterios importantes a tener en cuenta: la búsqueda del camino más corto; que asume que la localización de las instalaciones ha sido previamente definida y a partir de esto, busca determinar la ruta más corta que conecta los puntos de demanda, y la ruta óptima; que constituye un conflicto entre la ruta con menor costo (ruta práctica) y la que impone el menor riesgo a la mayor población posible (ruta menos peligrosa).

Por último, después de comentar diversos modelos y problemas encargados de minimizar la repercusión negativa de la población frente a este tipo de instalaciones, el documento concluye con la proposición de un procedimiento a seguir en estos casos organizado en las siguientes etapas: 1º) utilizar el Análisis del punto ideal considerando para ello criterios ambientales, medidores de la eficiencia espacial y otros criterios que consideran la posible interacción entre las instalaciones no deseables y otros tipos de centros sensibles; 2º) determinar la combinación de instalaciones más correcta de un conjunto reducido de lugares candidatos a recibir los centros mediante modelos de

localización-asignación y a partir de los movimientos de los residuos, y 3º) ayudar, a través de las valoraciones de cada ubicación obtenidas en el apartado 2, y añadiendo otras cuestiones que se consideran de interés (costes de construcción, expropiaciones de los terrenos, problemas políticos de la ubicación, etc.), a la diferenciación entre los lugares candidatos usando de nuevo las técnicas de evaluación multicriterio.

El procedimiento planteado proporciona diversos resultados y ordenaciones cuantitativas de los distintos puntos del espacio que puede resultar clave en la selección de las localizaciones en las que situar las instalaciones de servicios no deseables.

Georges J., Renny M., Lisabeth R. & Luciano M. (2009). Reconocimiento de firmas off-line mediante máquinas de vectores de soporte, Universidad de los Andes (ULA), Mérida, Venezuela.

Existen dos vertientes principales en la identificación de las firmas manuscritas. Estas son el reconocimiento de firmas; que consiste en identificar al autor de una firma, y la verificación de firmas, que trata de examinar una firma para comprobar si realmente pertenece a una persona en particular o no. Centrándonos en la primera vertiente, el reconocimiento puede realizarse a través de técnicas online, que requieren la presencia del firmante y el uso de dispositivos especiales que permitan estudiar las características correspondientes, y de técnicas offline, que se basan en una firma estampada en un documento y a partir de ahí, tratan de extraer características geométricas de la firma para verificar la identidad del autor. Se trata de una tarea muy interesante y complicada por la gran variabilidad que presenta cada una de las firmas (estilo, caligrafía, bolígrafo, etc.).

Como veremos a continuación, el objetivo de este artículo es evaluar el funcionamiento de las máquinas de vectores de soporte (MVS) y estudiar el posible beneficio que podría aportar la incorporación de redes neuronales (RNA) al proceso de reconocimiento de firmas. En nuestro caso, haremos hincapié en las primeras, puesto que guardan una relación más estrecha con este trabajo.

Las máquinas de vectores de soporte (MVS) surgieron como método de clasificación basado en la teoría del riesgo estructural de Vapnik. El proceso de clasificación comienza con una etapa de aprendizaje que consiste en encontrar el hiperplano $h(x_i) = \omega^T x_i + b = 0$ que mejor separe un conjunto de datos $\{(x_1, y_1);$

$(x_2, y_2); \dots; (x_n, y_n)$. Según la teoría de Vapnik, el separador lineal $h(x)$ que maximiza el margen es el que da la mayor capacidad de clasificar correctamente los patrones que no forman parte del conjunto de entrenamiento.

Una vez resuelto el problema de optimización con sus correspondientes restricciones, el modelo se debe llevar a un modelo irrestricto a través de multiplicadores de Lagrange. Para cada patrón de entrenamiento habrá un multiplicador que en la solución del problema indicará si el patrón es de soporte (si está situado sobre el margen) o no lo es. Si no lo es, su multiplicador de Lagrange será $\alpha = 0$, ya que sus restricciones no se cumplen en la frontera.

Para un nuevo patrón x no utilizado en la fase de entrenamiento, la MVS proporcionará su clase según la regla de clasificación establecida y se comparará con su verdadera clase, obteniendo así la tasa de aciertos del modelo.

Todo lo planteado hasta ahora sirve siempre y cuando los patrones sean linealmente separables. En caso de que no lo sean, deberemos o bien elaborar una transformación de los datos a un espacio de mayor dimensión donde sí sean separables por un hiperplano (función kernel), o bien introducir variables de holgura no negativas que indiquen si el patrón ha violado o no el margen y la medida en la que lo ha hecho, permitiendo así un “ablandamiento” de los márgenes.

En el problema del reconocimiento de firmas, la clasificación no será únicamente entre dos clases, por lo que habrá que adaptar las MVS para que permitan realizar una clasificación multiclase. Algunos de los métodos más empleados en este ámbito son la clasificación 1-v-r (one versus rest) y la clasificación 1-v-1 (one versus one).

Puesto que una firma no es más que un conjunto de tinta en un papel, debemos seguir un proceso por el que los trazados de las firmas se transformen en patrones compatibles con el formato del modelo de clasificación de la MVS. Para ello, después de digitalizar la firma, se adelgazará el trazado a 1 píxel de ancho, obteniendo así su esqueleto. Más tarde se transformará la imagen a una matriz de valores binarios (blanco y negro) y, tras dividir la firma en diferentes celdas (ver Imagen 1), se

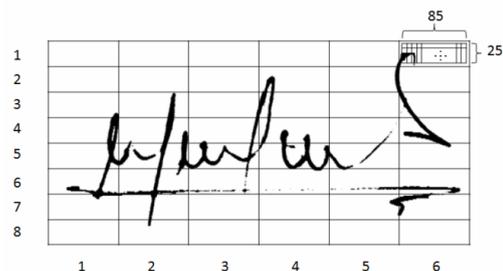


Imagen 1

extraerán las siguientes características: número de píxeles en la cuadrícula, centro de gravedad relativo, curvatura promedio del segmento e inclinación predominante.

Para realizar el reconocimiento de firmas, existen 3 métodos principales;

- Arquitectura MVS pura bajo el enfoque 1-v-r: debemos crear K MVS (una para cada firmante) donde la i-ésima MVS se entrenará con patrones divididos entre la clase +1 y la clase -1. Para clasificar las firmas, se suministra el respectivo patrón a cada una de las K MVS y se interpretan los resultados.
- Arquitectura MVS pura bajo el enfoque 1-v-r: en este caso cada MVS va a servir de modelo discriminante entre dos clases, por lo que el resultado siempre va a ser una de estas. Este enfoque funciona como un sistema de votación donde cada MVS es un votante y cada clase es un candidato.
- Modelo MVS/RNA: este modelo también utiliza las MVS de la misma manera que en el caso anterior, pero la identificación la hace una red neuronal en lugar de seleccionar la firma asociada a la mayor salida de las MVS. De esta manera, la RNA se encarga de aprender cómo responde cada MVS para cada firmante y así corregir los errores que presenten.

En este estudio, es el último el modelo que mejor resultados proporciona, puesto que con el mismo porcentaje de firmas bien clasificadas que la arquitectura MVS pura bajo el enfoque 1-v-r (70,5 %), consigue reducir en 6.6 puntos el porcentaje de firmas mal clasificadas (16,4%).

Rafael, P. & Albert, C., (2003). Estrategias de resolución del problema de cubrimiento de mínima cardinalidad, en el marco de los procedimientos branch and bound, Universidad Politécnica de Cataluña (UPC), Barcelona, España.

En el trabajo que a continuación se comenta, se prueban dos estrategias generales para la resolución exacta del problema de cubrimiento de mínima cardinalidad en el marco de los procedimientos “Branch and Bound”. Se ensaya tanto la efectividad de realizar un preproceso en todos los vértices como el uso de cotas en cascada en orden creciente de su calidad.

Como introducción al problema de cubrimiento, aunque tiene diferentes variantes, cabe decir que no es más que buscar aquellas ubicaciones en las que instalar un servicio que atienda a todos los clientes con el mínimo número de instalaciones posibles. También puede enfocarse desde un punto de vista presupuestario, donde con un número limitado de instalaciones, buscamos dar cobertura al máximo número de clientes posible. En este caso, nos centraremos en el primero, el problema de cubrimiento de mínima cardinalidad.

Con la finalidad de unificar la diversidad de procedimientos enumerativos de búsqueda para resolver problemas de optimización combinatoria, Pastor (1999) presenta el procedimiento Branch and Win, un metalgoritmo de resolución de problemas de optimización combinatoria mediante la exploración de árboles de estados. B&W presenta las siguientes características:

- Integra la mayoría de las técnicas enumerativas de búsqueda proveniente de la investigación operativa y de la IA.
- Presenta una fácil aplicabilidad práctica.
- Introduce el concepto de dinamismo en los diferentes procedimientos que lo conforman.
- Propone una nueva función de evaluación y selección
- Permite utilizar procedimientos de reducción y de resolución heurísticos.
- Incorpora nuevas técnicas de reducción procedentes del campo de la IA.
- Permite diseñar nuevos procedimientos híbridos entre los ya existentes y los elementos integrados en el metalgoritmo.

Para la resolución del experimento, en primer lugar, se ha realizado un procedimiento de ramificación y acotación (Branch and Bound) implantado en un software ad hoc. Sin embargo, antes de comenzar la búsqueda se intenta reducir las dimensiones del problema a resolver. Esta fase de preproceso consiste en comprobar la existencia de clientes que solo pueden ser atendidos desde una ubicación, además de las relaciones de dominancia (eliminar aquellas ubicaciones o clientes que pueden ser suprimidas puesto que otra u otro ya realiza su función y añade otras). Aquellas ubicaciones que son las únicas sirvientes de un cliente formarán parte de la solución óptima y los clientes a los que esta sirve quedan eliminados de la matriz de cubrimiento. Además, sabemos que la solución preferible en el procedimiento Branch and Bound se

obtiene seleccionando dinámicamente la ubicación que atiende a más clientes todavía no servidos.

Para generar ejemplares aleatoriamente, se han creado las coordenadas de un conjunto de poblaciones (P) en un área cuadrada. Estas poblaciones deben ser servidas, y para ello se deben fijar unos centros de distribución de forma que la distancia entre toda la población y al menos uno de los centros no sea superior a un valor dado. Para trabajar con conjuntos de ejemplares similares, se adoptan las distancias de influencia de los centros para conservar así el número medio de poblaciones servidas desde cada ubicación (N).

A partir de aquí, se han generado 100 ejemplares de varias combinaciones P/N y se han analizado diferentes características en cada una de ellas. El análisis de los resultados obtenidos permite entrever que el hecho de utilizar técnicas de preproceso en todos los vértices generados puede resultar muy positivo principalmente si la cota utilizada es de baja calidad, ya que se resuelven de forma óptima más ejemplares, en menos tiempo medio y con menor necesidad de memoria.

En definitiva, se ha realizado una implementación informática de Branch and Win para resolver el problema de cubrimiento de mínima cardinalidad, que ha permitido validar su generalidad y obtener diversas recomendaciones sobre la conveniencia de probar la adecuación de un conjunto de estrategias de exploración en el momento de solucionar un problema de optimización combinatoria.

Cristóbal, C., Arturo, G. & Francisco, V. *Localización de nuevos centros de servicio y minimización de la distancia recorrida (Localización-Asignación)*, Dpt. Economía Aplicad I Facultad de C.E.Y.E., Sevilla, España.

En los últimos años se ha escrito mucha literatura relacionada con la localización de instalaciones y actividades. Si se trata de dar una idea general y resumida de la tendencia en la localización, podemos decir que cualquier actividad tiende a localizarse en aquellos lugares donde se obtienen máximos beneficios y/o menores costes cuando estos reflejan los niveles de satisfacción social máxima. Además, un problema añadido en la localización de centros de interés público (colegios, hospitales, etc.) es el reparto de

la demanda o su asignación, ya que el máximo beneficio social y/o los menores costes no tienen por qué coincidir con el máximo de satisfacción individual.

Para plantear un modelo adecuado de localización de actividades, comentaremos primero las variables y sus métodos de medición:

- Demanda: la forma habitual de obtener la demanda y la localización de los puntos en que se origina es utilizar censos de población.
- Distancia real: su obtención se ha conseguido utilizando para su medición la red de infraestructuras existente.
- Distancia en km recorridos: la valoración de los t_{ij} finalmente escogida ha sido aquella de valorar la distancia en kilómetros recorridos, ya que se disponía de datos estadísticos exactos y no se desvirtuaba la toma de decisiones.

A partir de aquí, el objetivo en este caso es plantear un modelo que sea capaz de minimizar la distancia en kilómetros entre los colegios y los puntos de la demanda, permitiendo así mejorar el nivel de bienestar desde varias ópticas: se disminuye el peligro del viaje al reducir la distancia, se aumenta la disponibilidad de tiempo libre al reducir el tiempo de desplazamiento y se reducen los costes de transporte de los usuarios, lo que a su vez determinará una maximización de beneficio individuales; en caso de que dichos costes los paguen a cuenta propia, o sociales; si lo hace la Administración.

El modelo que a continuación se desarrolla tratará de resolver la localización de los centros y la asignación de la demanda. Para $i=1, \dots, m$ y $j=1, \dots, n$, se utilizan los siguientes parámetros y variables binarias:

- P_i : puntos de demanda
- Q_j : lugares que potencialmente pueden albergar un centro de servicio
- w_i : número de usuarios de los centros que viven en el lugar de la demanda P_i
- t_{ij} : tiempo medio estimado que emplean los usuarios que van del lugar P_i al centro Q_j
- X_{ij} : 1 si la demanda procedente de i es satisfecha por el centro situado en j ; 0 en caso contrario.
- Y_j : 1 si existe un centro en el lugar j ; 0 en caso contrario.

En el problema de localización que se plantea la función objetivo representa la minimización del tiempo empleado por todos los usuarios que van del lugar i al centro situado en j . Además, teniendo en cuenta que la demanda debe ser satisfecha, obtenemos la primera restricción. También sabemos que no podrá ser satisfecha la demanda que va de i a j , si en j no hay centro, por lo que se debe dar la segunda restricción. Por último, suponemos que se quieren instalar p centros, luego se ha de cumplir la última restricción:

$$\begin{array}{l}
 \text{Min}_{X_{ij}, Y_j} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w_i t_{ij} X_{ij} \\
 \text{s. a.} \\
 \sum_{j=1}^n X_{ij} = 1, \quad i=1, \dots, m \\
 X_{ij} \leq Y_j, \quad i=1, \dots, m, j=1, \dots, n \\
 \sum_{j=1}^n Y_j = p, \quad X_{ij} = 0 \text{ ó } 1, Y_j = 0 \text{ ó } 1
 \end{array} \quad (A)$$

Imagen 2

En cuanto al modelo de asignación, únicamente se han modificado las variables y las restricciones. Ahora la variable X_{ij} va a representar la cantidad de usuarios del lugar i que van al centro j y vamos a introducir nuevas restricciones de capacidad máxima y mínima de los centros. El modelo de asignación queda planteado de la siguiente forma:

$$\begin{array}{l}
 \text{Min}_{X_{ij}} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n t_{ij} X_{ij} \\
 \text{s. a.} \\
 \sum_{j=1}^n X_{ij} = w_i, \quad i=1, \dots, m \\
 k_j \leq \sum_{i=1}^m X_{ij} \leq c_j, \quad j=1, \dots, n \\
 X_{ij} \geq 0
 \end{array} \quad (B)$$

Imagen 3

Poniendo en práctica los problemas mencionados, se han ejemplificado buscando la localización óptima para un centro de educación secundaria entre diversos pueblos del norte de Sevilla. La solución obtenida en el problema de localización indica que se debe abrir el nuevo centro en Guadalcanal. Para el de asignación, la conclusión es que los otros dos centros ya existentes deben ampliarse en 319 y 64 puestos escolares respectivamente, y que el nuevo centro debe tener al menos 185.

Por último, se ha querido estudiar si las soluciones obtenidas serán óptimas también a medio y largo plazo. Para ello se ha modificado la edad de la población en estudio y se han considerado los rangos de edad de entre 5 y 9 años y entre 10 y 14. De

esta manera, podemos hacernos una idea aproximada de la población que requerirá los servicios en cuestión de aquí a 10 años.

4. MODELOS DE OPTIMIZACIÓN APLICADOS

En este apartado realizaremos el análisis práctico del trabajo. Como ya hemos comentado anteriormente, este se basa en la formulación y resolución de cuatro problemas que pueden darse habitualmente en diferentes tipos de empresas. Las herramientas principales empleadas en su resolución han sido Microsoft Excel y Lingo, de los cuales se aportarán capturas de pantalla para visualizar técnicamente el procedimiento que se ha seguido.

4.1. Máquinas de vectores de soporte: crédito bancario

4.1.1. Resumen

El primer problema trata el conflicto dado en un banco que recibe 82 solicitudes de préstamos en el mes de febrero de 2020. Con un gran número de impagos en su archivo, contrata nuestros servicios de analista para realizar un estudio que permita conocer si los solicitantes serán buenos pagadores de sus deudas o no en función de varias características que se presentan a continuación:

- MontoCredito: cantidad económica solicitada (1=Muy Bajo, 2=Bajo, 3=Medio, 4= Alto).
- MontoCuota: cuota de intereses que se asociará a su préstamo (1=Muy Bajo, 2=Bajo, 3=Medio, 4= Alto).
- IngresoNeto: volumen de ingresos neto que recibe el interesado (1=Muy Bajo, 2=Bajo, 3=Medio, 4= Alto).
- GradoAcademico: nivel de estudios del solicitante (1=Bachiller, 2=Licenciatura, 3=Maestría, 4=Doctorado).
- CoeficienteCreditoAvaluo: calidad del aval del solicitante (1=Muy Bajo, 2=Bajo, 3=Medio, 4= Alto).
- BuenPagador: variable de respuesta que clasifica al solicitante entre pagador del préstamo o no pagador.

La base de datos cuenta con más de 4900 clientes, y se nos pide elaborar un algoritmo de optimización que nos permita conocer aquellos futuros clientes que, por sus características, tienen más probabilidades de devolver la deuda y sus respectivos intereses. Para ello, reduciendo la base de datos a una muestra de 20 individuos, trataremos de realizar un análisis a través de máquinas de vectores de soporte (Support Vector Machine) que nos indique cuantas de las 82 solicitudes de préstamo predecimos que serán devueltas exitosamente.

De esta manera, el objetivo principal del banco es minimizar riesgos y capital, mientras que de manera más específica se busca predecir, en base a las variables comentadas, qué individuos devolverán el dinero prestado y quiénes no. Gracias a este estudio, el banco podría reducir sus pérdidas considerablemente al evitar conceder créditos a aquellas personas que, a priori, se pronostica que no devolverán el crédito.

4.1.2. Metodología y solución

Para la resolución de este problema, ha sido necesario el uso de Microsoft Excel y Lingo.

En primer lugar, tras limpiar y ordenar la base de datos, se han escogido aleatoriamente 10 clientes que finalmente devolvieron el crédito y 10 que no lo hicieron, con el fin de crear un algoritmo que aprenda y ejecute basándose en estos individuos de muestra. De esta manera, se ha formulado un programa en Lingo con 5 columnas de información que corresponden a las variables resumidas en el punto 4.1.1. y vienen denotadas como w_1 , w_2 , w_3 , w_4 y w_5 respectivamente.

Posteriormente, se ha generado una restricción para cada usuario con sus correspondientes valores de las variables, sabiendo que la suma de los coeficientes de aquellos que sí devuelven el préstamo debe ser superior a 1, mientras que la de aquellos que no lo hacen deberá ser inferior a -1. Por ejemplo, en el caso de que un cliente que sí termina devolviendo el crédito presente los valores $w_1=2$, $w_2=2$, $w_3=5$, $w_4=4$ y $w_5=2$, su restricción correspondiente quedará denotada por $b+2*w_1+2*w_2+5*w_3+4*w_4+2*w_5 \geq 1$, donde b es una intersección. Observamos la modelización en la imagen 4.

```

Lingo Model - Modelo definitivo

MODEL:

[OBJ] MIN = (w1^2+w2^2+w3^2+w4^2+w5^2)/2;

[Res1] b + 2*w1 + 2*w2 + 5*w3 + 4*w4 + 2*w5 >= 1;
[Res2] b + w1 + 2*w2 + 4*w3 + 4*w4 + 2*w5 >= 1;
[Res3] b + w1 + 2*w2 + 6*w3 + 4*w4 + 2*w5 >= 1;
[Res4] b + 2*w1 + 2*w2 + 11*w3 + 4*w4 + 2*w5 >= 1;
[Res5] b + w1 + w2 + 11*w3 + 4*w4 + 2*w5 >= 1;
[Res6] b + w1 + 2*w2 + 12*w3 + 2*w4 + 1*w5 >= 1;
[Res7] b + w1 + 2*w2 + 11*w3 + 2*w4 + 2*w5 >= 1;
[Res8] b + w1 + 2*w2 + 5*w3 + 4*w4 + 2*w5 >= 1;
[Res9] b + 2*w1 + 2*w2 + 12*w3 + 4*w4 + 2*w5 >= 1;
[Res10] b + w1 + w2 + 12*w3 + 4*w4 + 2*w5 >= 1;

[Res11] -b -4*w1-w2-11*w3-3*w4-w5 >= 1;
[Res12] -b -w1-2*w2-11*w3-w4-w5 >= 1;
[Res13] -b -3*w1-2*w2-11*w3-2*w4-w5 >= 1;
[Res14] -b -2*w1-w2-4*w3-2*w4-2*w5 >= 1;
[Res15] -b -w1-2*w2-5*w3-4*w4-w5 >= 1;
[Res16] -b -w1-2*w2-5*w3-4*w4-w5 >= 1;
[Res17] -b -w1-2*w2-5*w3-4*w4-w5 >= 1;
[Res18] -b -w1-w2-4*w3-2*w4-w5 >= 1;
[Res19] -b -3*w1-w2-11*w3-4*w4-2*w5 >= 1;
[Res20] -b -3*w1-w2-11*w3-4*w4-2*w5 >= 1;

@free(w1);
@free(w2);
@free(w3);
@free(w4);
@free(w5);
@free(b);

END

```

Imagen 4

Ejecutamos el algoritmo una vez construido y obtenemos la solución óptima que genera el vector de soporte adecuado para la clasificación entre los que cumplirán su obligación crediticia y los que no. Dicha solución es la siguiente:

Variable	Value	Reduced Cost
W1	-1.333172	0.1611990E-03
W2	4.666828	0.1611861E-03
W3	0.6666667	-0.6071422E-07
W4	1.333333	-0.2832661E-06
W5	3.333172	-0.1610637E-03
B	-21.00032	0.000000

Imagen 5

Observamos que Lingo nos proporciona el valor de cada una de las variables que conforma el vector. A partir de esta solución y trasladándola a Excel, se ha formulado una función que clasificará a aquellos cuyo criterio sea mayor a 1 como buenos pagadores, y a aquellos cuyo criterio sea inferior a -1 como no pagadores (ver Imagen 6). No obstante, el modelo no permite clasificar a la totalidad de los clientes, si no que aquellos con coeficientes comprendidos entre -1 y 1 quedarán sin categorizar, aunque es posible considerar una aproximación sobre su predicción.

	B	C	D	E	F	G	H	I
1	MontoCredito	IngresoNeto	CoefCreditoAvaluo	MontoCuota	GradoAcademico	BuenPagador	Criterio	Predicción
2	2	2	5	4	2	Sí	1.0000015	Sí
3	1	2	4	4	2	Sí	1.6665068	Sí
4	1	2	6	4	2	Sí	2.9998402	Sí
5	2	2	11	4	2	Sí	5.0000017	Sí
6	1	1	11	4	2	Sí	1.6663457	Sí
7	1	2	12	2	1	Sí	1.0000024	Sí
8	1	2	11	2	2	Sí	3.6665077	Sí
9	1	2	5	4	2	Sí	2.3331735	Sí
10	2	2	12	4	2	Sí	5.6666684	Sí
11	1	1	12	4	2	Sí	2.3330124	Sí
12	4	1	11	3	1	No	-6.9996753	No
13	1	2	11	1	1	No	-0.9999973	-
14	3	2	11	2	1	No	-2.3330083	No
15	2	1	4	2	2	No	-7.0001592	No
16	1	2	5	4	1	No	-0.9999985	-
17	1	2	5	4	1	No	-0.9999985	-
18	1	2	5	4	1	No	-0.9999985	-
19	1	1	4	2	1	No	-9.0001592	No
20	3	1	11	4	2	No	-0.9999983	-
21	3	1	11	4	2	No	-0.9999983	-

Imagen 6

Como conclusión, resulta destacable observar que el algoritmo ha acertado la predicción en todos los casos que ha podido realizarla. Además, en aquellos en los que no ha sido factible la clasificación, se observa que el estadístico queda muy próximo a -1, por lo que parece ser que también habría resultado exitosa la consideración como malos pagadores de aquellos clientes cuyo criterio, a pesar de no ser inferior a -1, se encuentra muy próximo a este. Cabe decir, que existe otro modelo popular en el que varía la función objetivo respecto a la utilizada en este caso, y es que además de elevar al cuadrado todas las variables, presenta un sumando que trata de minimizar el número de mal clasificados, es decir, aquellos cuyo criterio queda comprendido entre -1 y 1.

4.2. Localización de servicios: lockers

4.2.1. Resumen

La empresa Amazon desea realizar un nuevo plan de organización y distribución de sus productos a través de novedosas formas de entrega para evitar así un gran coste de logística, el contacto físico entre repartidores y clientes y la dependencia horaria de los mismos. Es por esto por lo que la compañía apuesta por la instalación de paquetes de lockers (compuesto cada uno por 10 taquillas), ya que les permitiría conseguir los objetivos mencionados además de descongestionar el servicio a domicilio.

A través de un estudio previo, se ha concluido que el mejor lugar en el que implantar las taquillas de lockers es en las gasolineras, ya que se trata de espacios bastante bien distribuidos en la ciudad de Elche, accesibles las 24 horas del día y para todo el mundo, y donde no hay un tránsito de gente demasiado grande que incomode o incumpla las medidas COVID-19 entre los usuarios.

Una vez conocido esto, la empresa nos contrata para diseñar un modelo de localización de servicios con el objetivo de investigar la mejor ubicación posible en la que instalar sus paquetes de “lockers” para la recogida de los productos por parte de los usuarios. El objetivo es distribuir dichos paquetes entre las gasolineras de la ciudad de Elche de manera que se maximicen los clientes totales “atendidos” por lockers.

Mediante un análisis, se ha concluido que la manera óptima de distribuir los lockers se consigue estableciendo un radio de cubrimiento de clientes de 1 km para aquellas gasolineras que solo tienen un paquete de lockers instalado. No obstante, el radio no se duplica al hacerlo el número de paquetes, sino que aquellas gasolineras que tengan dos paquetes de lockers abarcarán un rango de 1.5 km. Además, por razones presupuestarias, la empresa ha decidido no instalar más de 10 paquetes.

4.2.2. Metodología

Para resolver este problema, en primer lugar, se ha insertado una cuadrícula sobre mapa de gasolineras de Elche, donde los cruces entre filas y columnas de la cuadrícula representan las ubicaciones a estudiar. Con esto, aquellos puntos situados encima de una gasolinera representarán las ubicaciones de estas, los que no están en una zona habitable han sido eliminados y el resto, serán las ubicaciones de los potenciales clientes.

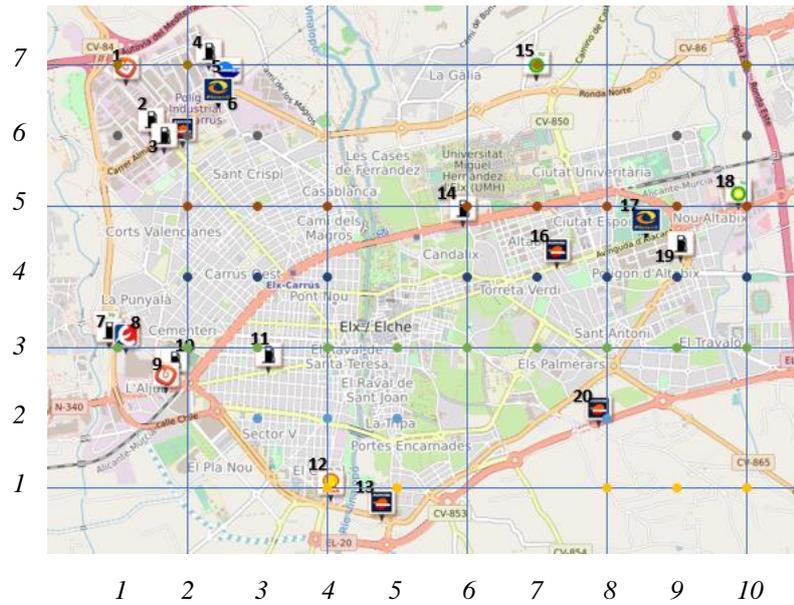


Imagen 7

A partir de ahí, se ha creado un archivo en Excel donde se han resumido todos los clientes y gasolineras y se han añadido sus coordenadas en el mapa:

Cliente	X	Y
1	5	1
2	8	1
3	9	1
4	10	1
5	3	2
6	4	2
7	5	2
8	4	3
9	5	3
10	6	3
11	7	3
12	8	3
13	9	3
14	10	3
15	2	4
16	3	4
17	4	4
18	6	4
19	7	4
20	8	4
21	9	4
22	10	4
23	2	5
24	3	5
25	4	5
26	7	5
27	8	5
28	9	5
29	1	6
30	3	6
31	9	6
32	10	6
33	2	7

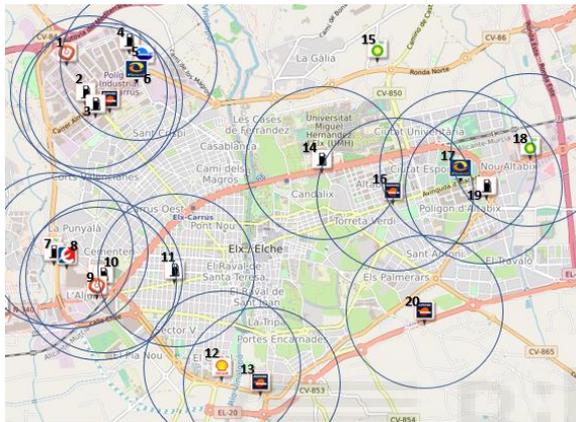
Tabla 1

Gasolinera	X	Y
1	1	7
3	2	6
8	1	3
10	2	3
11	3	3
12	5	1
14	6	5
15	7	7
18	10	4
20	8	2

Tabla 2

Una vez conocidas las coordenadas, se han creado dos gráficos del radio que abarcarían las gasolineras si se instalasen 1 o 2 paquetes de lockers en cada una de ellas para visualizar de mejor manera el problema. Como hemos mencionado anteriormente, se ha tenido en cuenta que aquellas en las que la instalación sea de un único paquete cubrirán un radio de 1 km y aquellas cuya instalación sea de 2 paquetes cubrirán un radio de 1,5 km:

1 paquete por gasolinera



2 paquetes por gasolinera

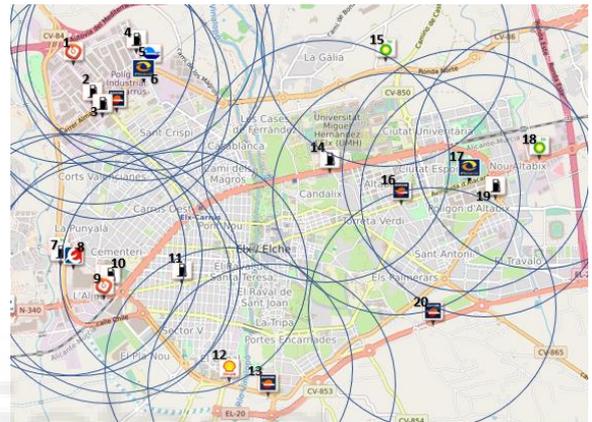


Imagen 8

Imagen 9

Por último, tras leer la matriz de coordenadas en R, se han calculado las distancias entre todos los puntos del modelo a través de la función `dist()` (se encuentra completa en ANEXO I):

```
> dist<-as.matrix(dist(cbind(coordenadas$X,coordenadas$Y)));dist
      1      2      3      4      5      6      7      8
1  0.000000  1.414214  4.000000  4.123106  4.472136  6.708204  5.385165  6.000000
2  1.414214  0.000000  3.162278  3.000000  3.162278  5.385165  4.123106  5.099020
3  4.000000  3.162278  0.000000  1.000000  2.000000  3.605551  5.385165  7.211103
4  4.123106  3.000000  1.000000  0.000000  1.000000  2.828427  4.472136  6.403124
5  4.472136  3.162278  2.000000  1.000000  0.000000  2.236068  3.605551  5.656854
6  6.708204  5.385165  3.605551  2.828427  2.236068  0.000000  4.472136  6.708204
7  5.385165  4.123106  5.385165  4.472136  3.605551  4.472136  0.000000  2.236068
8  6.000000  5.099020  7.211103  6.403124  5.656854  6.708204  2.236068  0.000000
9  9.486833  8.246211  9.055385  8.062258  7.071068  6.708204  4.123106  4.242641
10 8.602325  7.211103  7.071068  6.082763  5.099020  4.123106  3.605551  5.099020
11 7.211103  5.830952  4.472136  3.605551  2.828427  1.000000  4.123106  6.324555
12 9.219544  7.810250  7.280110  6.324555  5.385165  4.000000  4.472136  6.082763
13 10.000000  8.602325  8.246211  7.280110  6.324555  5.000000  5.000000  6.324555
14 10.816654  9.433981  9.219544  8.246211  7.280110  6.000000  5.656854  6.708204
15  5.385165  4.123106  2.236068  1.414214  1.000000  1.414214  4.242641  6.403124
16  5.830952  4.472136  3.162278  2.236068  1.414214  1.000000  3.605551  5.830952
17  6.403124  5.000000  4.123106  3.162278  2.236068  1.414214  3.162278  5.385165
18  5.000000  3.605551  3.000000  2.000000  1.000000  2.000000  2.828427  5.000000
19  5.656854  4.242641  4.000000  3.000000  2.000000  2.236068  2.236068  4.472136
20  6.403124  5.000000  5.000000  4.000000  3.000000  2.828427  2.000000  4.123106
```

...

Imagen 10

Seleccionando las que nos interesan (distancias gasolinera-cliente), se ha añadido la matriz de distancias a Lingo, donde modelizando el problema, se buscará la solución óptima sobre donde debemos ubicar los paquetes de lockers para minimizar los costes. Dicho modelo queda planteado a continuación:

4.2.3. Modelo y su aplicación a Lingo

➤ Conjuntos:

I : Conjunto de clientes

J : Conjunto de gasolineras

➤ Parámetros:

p_{ij} : distancia entre el cliente i y la gasolinera j

➤ Variables:

X_i : Variable Binomial, es 1 si el cliente i está cubierto por una gasolinera a un radio de 1 km, es 0 en caso contrario, para $i \in I$.

W_i : Variable Binomial, es 1 si el cliente i está cubierto por una gasolinera a un radio de 1.5 km, es 0 en caso contrario, para $i \in I$.

Y_j : Variable Binomial, es 1 si la gasolinera j tiene algún paquete de lockers instalado, es 0 en caso contrario, para $j \in J$.

Z_j : Variable Binomial, es 1 si solo se instala un paquete de lockers en la gasolinera j , es 0 en caso contrario, para $j \in J$.

R_j : Variable Binomial, es 1 si se instalan dos paquetes de lockers en la gasolinera j , es 0 en caso contrario, para $j \in J$.

➤ Función objetivo: Maximizar el número total de clientes atendidos por los lockers.

$$\text{Max} \sum_{i=1}^n (X_i + W_i)$$

➤ Restricciones:

1. La gasolinera debe tener instalado uno o dos paquetes de lockers.

$$Z_j + R_j \leq Y_j, \quad \forall j \in J$$

2. Un cliente está cubierto si tiene una gasolinera con un paquete de lockers a 1 km o menos.

$$X_i \leq \sum_{j:p_{ij} \leq 1} Z_j, \quad \forall i \in I$$

3. Un cliente está atendido si tiene una gasolinera con dos paquetes de lockers a 1.5 km o menos.

$$W_i \leq \sum_{j:p_{ij} \leq 1.5} R_j, \quad \forall i \in I$$

4. Se dispone de 10 paquetes de lockers.

$$\sum_j Z_j + 2 \sum_j R_j \leq 10$$

Como hemos comentado en el punto anterior, el modelo ha sido escrito en Lingo con su correspondiente lenguaje de modelización. Para la resolución del problema, en primer lugar, definimos los conjuntos primitivos y derivados y los relacionamos con los parámetros correspondientes:

```
!MODELO DE LOCKERS;
MODEL:
SETS:
    !Conjuntos primitivos;
    CLIENTE/C1..C33/:X, W;
    GASOLINERA/G1..G10/:Y, Z, R;
    !Conjuntos derivados;
    CLIENTE_GASOLINERA(CLIENTE, GASOLINERA) :p;
ENDSETS
```

Imagen 11

Continuamos introduciendo los parámetros del problema, que no es más que la matriz de distancias entre gasolineras y clientes, calculada previamente en R.

```

DATA:
p=
3.61, 2.92, 2.24, 1.80, 1.41, 0.50, 2.06, 3.16, 2.92, 1.58,
4.61, 3.91, 3.64, 3.16, 2.69, 2.00, 2.24, 3.04, 1.80, 0.50,
5.00, 4.30, 4.12, 3.64, 3.16, 2.50, 2.50, 3.16, 1.58, 0.71,
5.41, 4.72, 4.61, 4.12, 3.64, 3.00, 2.83, 3.35, 1.50, 1.12,
2.69, 2.06, 1.12, 0.71, 0.50, 0.71, 2.12, 3.20, 3.64, 2.50,
2.92, 2.24, 1.58, 1.12, 0.71, 0.50, 1.80, 2.92, 3.16, 2.00,
3.20, 2.50, 2.06, 1.58, 1.12, 0.71, 1.58, 2.69, 2.69, 1.50,
2.50, 1.80, 1.50, 1.00, 0.50, 1.00, 1.41, 2.50, 3.04, 2.06,
2.83, 2.12, 2.00, 1.50, 1.00, 1.12, 1.12, 2.24, 2.55, 1.58,
3.20, 2.50, 2.50, 2.00, 1.50, 1.41, 1.00, 2.06, 2.06, 1.12,
3.61, 2.92, 3.00, 2.50, 2.00, 1.80, 1.12, 2.00, 1.58, 0.71,
4.03, 3.35, 3.50, 3.00, 2.50, 2.24, 1.41, 2.06, 1.12, 0.50,
4.47, 3.81, 4.00, 3.50, 3.00, 2.69, 1.80, 2.24, 0.71, 0.71,
4.92, 4.27, 4.50, 4.00, 3.50, 3.16, 2.24, 2.50, 0.50, 1.12,
1.58, 1.00, 0.71, 0.50, 0.71, 1.80, 2.06, 2.92, 4.00, 3.16,
1.80, 1.12, 1.12, 0.71, 0.50, 1.58, 1.58, 2.50, 3.50, 2.69,
2.12, 1.41, 1.58, 1.12, 0.71, 1.50, 1.12, 2.12, 3.00, 2.24,
2.92, 2.24, 2.55, 2.06, 1.58, 1.80, 0.50, 1.58, 2.00, 1.41,
3.35, 2.69, 3.04, 2.55, 2.06, 2.12, 0.71, 1.50, 1.50, 1.12,
3.81, 3.16, 3.54, 3.04, 2.55, 2.50, 1.12, 1.58, 1.00, 1.00,
4.27, 3.64, 4.03, 3.54, 3.04, 2.92, 1.58, 1.80, 0.50, 1.12,
4.74, 4.12, 4.53, 4.03, 3.54, 3.35, 2.06, 2.12, 0.00, 1.41,
1.12, 0.50, 1.12, 1.00, 1.12, 2.24, 2.00, 2.69, 4.03, 3.35,
1.41, 0.71, 1.41, 1.12, 1.00, 2.06, 1.50, 2.24, 3.54, 2.92,
1.80, 1.12, 1.80, 1.41, 1.12, 2.00, 1.00, 1.80, 3.04, 2.50,
3.16, 2.55, 3.16, 2.69, 2.24, 2.50, 0.50, 1.00, 1.58, 1.58,
3.64, 3.04, 3.64, 3.16, 2.69, 2.83, 1.00, 1.12, 1.12, 1.50,
4.12, 3.54, 4.12, 3.64, 3.16, 3.20, 1.50, 1.41, 0.71, 1.58,
0.50, 0.50, 1.50, 1.58, 1.80, 2.92, 2.55, 3.04, 4.61, 4.03,
1.12, 0.50, 1.80, 1.58, 1.50, 2.55, 1.58, 2.06, 3.64, 3.20,
4.03, 3.50, 4.27, 3.81, 3.35, 3.54, 1.58, 1.12, 1.12, 2.06,
4.53, 4.00, 4.74, 4.27, 3.81, 3.91, 2.06, 1.58, 1.00, 2.24,
0.50, 0.50, 2.06, 2.00, 2.06, 3.16, 2.24, 2.50, 4.27, 3.91;
ENDDATA

```

Imagen 12

Por último, tras crear las variables binarias, la función objetivo y las restricciones del modelo, le pedimos a Lingo que nos indique la suma tanto de los clientes atendidos por gasolineras en las que se instala un paquete de lockers, como la de aquellas en las que se instalan 2. De esta manera, conoceremos el número total de clientes cubiertos con la distribución que, precisamente, maximiza esta cantidad.

```

ENDDATA

@FOR (CLIENTE(I) : @BIN(X(I)));
@FOR (CLIENTE(I) : @BIN(W(I)));
@FOR (GASOLINERA(J) : @BIN(Y(J)));
@FOR (GASOLINERA(J) : @BIN(Z(J)));
@FOR (GASOLINERA(J) : @BIN(R(J)));

!FUNCION OBJETIVO;

[OBJ] MAX=@SUM(CLIENTE(I) : X(I)+W(I));

!RESTRICCIONES;

!1. La gasolinera debe tener instalado o uno, o dos paquetes de lockers;
@FOR (GASOLINERA(J) : Z(J)+R(J) <= Y(J));

!2. Un cliente está cubierto si tiene una gasolinera con un paquete de lockers a lkm o menos;
@FOR (CLIENTE(I) : X(I) <= @SUM(GASOLINERA(J) | p(I, J) #LE#1 : Z(J)));

!3. Un cliente está cubierto si tiene una gasolinera con dos paquetes a 1.5km o menos;
@FOR (CLIENTE(I) : W(I) <= @SUM(GASOLINERA(J) | p(I, J) #LE#1.5 : R(J)));

!4. Se disponen de 10 paquetes de lockers;
@SUM(GASOLINERA(J) : Z(J)) + 2 * @SUM(GASOLINERA(J) : R(J)) <= 10;

!SOLUCIÓN;

@SUM(CLIENTE(I) : X(I)) = S;
@SUM(CLIENTE(I) : W(I)) = T;

```

Imagen 13

END

4.2.4. Solución

Una vez resuelto el problema, la solución variará en función del presupuesto que la empresa quiera destinar a la instalación de lockers. Inicialmente se ha supuesto que la empresa quiere instalar como máximo 10 paquetes de lockers, obteniendo así 27 clientes atendidos, 4 gasolineras con un paquete de lockers instalado y 2 gasolineras con dos.

A continuación, en la tabla 3 se muestra como cambiaría la solución del modelo suponiendo que la empresa quiera modificar el presupuesto destinado a la instalación de lockers y, por tanto, instalar más o menos paquetes:

<i>Nº DE LOCKERS</i>	<i>CLIENTES ATENDIDOS</i>	<i>Nº DE GASOLINERAS CON UN LOCKER</i>	<i>Nº DE GASOLINERAS CON 2 LOCKERS</i>
8	27	4	2
9	27	5	2
10	30	4	3
11	28	5	3
12	31	4	4
13	31	5	4
14	31	5	4

Tabla 3

Como se ha mencionado, la opción óptima dependería del presupuesto que la empresa quisiera invertir. No obstante, vemos que instalar 9 u 11 paquetes de lockers no tendría sentido, ya que conllevaría más costes y atendería al mismo o menor número de clientes que si instalamos un número inferior en cada caso. De la misma forma, no conviene instalar más de 12 paquetes, puesto que con esta cantidad cubrimos al mismo número de clientes y ahorraremos en costes de instalación y mantenimiento. Por tanto, de las opciones estudiadas la recomendable sería instalar 12 paquetes de lockers, ya que es el número que maximiza el número de clientes atendidos con el menor número de instalaciones posibles.

Como conclusión, cabe decir que el modelo supuesto está claramente simplificado a un número muy reducido de clientes para facilitar así la comprensión y resolución del problema, pero muestra perfectamente que hemos utilizado una herramienta instrumental adecuada para poder hacer frente a este tipo de problemas. De esta manera, el modelo no presentará grandes dificultades si se desea aumentar sus dimensiones en un futuro.

4.3. Problema de cubrimiento: cámaras de seguridad

4.3.1. Resumen

El centro comercial El Aljub, nos ha contratado para colocar unas cámaras de vigilancia que permiten controlar a las masas de gente y garantizar el distanciamiento social y la salud pública ante el Covid-19. El croquis del centro comercial es el siguiente:



Imagen 14

El gerente del centro nos ha indicado una serie de condiciones de manera que, además de garantizar la salud pública, la actividad del centro se mantenga activa y sea beneficiosa para los negocios. Así, ha señalado que el presupuesto total destinado a esta operación es de 2.500€, lo que permite la instalación de un máximo de 10 cámaras de seguridad. Además, sabemos que un área está controlada si el establecimiento está situado a 40 metros o menos de aquel en el que está colocada la cámara de seguridad.

De esta manera, debemos buscar un modelo de optimización que sea capaz de minimizar la afluencia máxima de aquella cámara que más clientes controla. Minimizando esta cantidad, conseguiremos una distribución más equitativa de las personas vigiladas por cada cámara, facilitando así la labor de los empleados de seguridad.

4.3.2. Metodología

Para realizar el modelo de cubrimiento, hemos dividido el centro comercial en diferentes áreas con el propósito de dar cobertura a todas ellas colocando las cámaras de seguridad en puntos estratégicos. Esta división se ha realizado atendiendo al límite físico que generan las diferentes tiendas entre sí. Además, se ha superpuesto una cuadrícula sobre el plano para facilitar el posterior cálculo de las distancias entre establecimientos:



Imagen 15

Después, con la estimación realizada en Google Maps de que cada lado de un cuadrado representa una distancia de 15 metros, se han calculado como hemos dicho las

distancias entre establecimientos. Para ello, se han tenido en cuenta las limitaciones físicas del centro comercial (pasillos, atajos, etc.) y se ha marcado una cota superior en 40 metros, a partir de los cuales, las cámaras no pueden controlar a los clientes.

Respecto a la capacidad de cada tienda, ha sido calculada teniendo en cuenta que cada cuadrado de la cuadrícula corresponde a 225 metros cuadrados reales. A partir de ahí, contando el número o la porción de cuadrados que presenta cada establecimiento, se ha calculado el aforo máximo sabiendo que debe haber al menos 2 metros cuadrados por cada cliente que visite el establecimiento.

Todo esto se ha resumido en una tabla Excel (que posteriormente ha sido incluida en Lingo para la modelización del problema) donde queda indicada tanto la capacidad de cada establecimiento como la matriz de distancias entre tiendas. Dicha tabla se encuentra completa en el ANEXO II y se presenta a continuación de manera reducida:

CAPACIDAD	TIENDA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1013	1	0	7	22	36	46	7	15	24	37	99	99	99	99	99	99	99.0	99	99	99	99
225	2	7	0	7	22	30	10	17	25	32	40	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99
230	3	22	7	0	7	22	21	12	6	13	20	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99
230	4	36	22	7	0	7	29	23	13	6	13	30	37	99	99	99	99	99	99	99	99
230	5	46	30	22	7	0	37	29	21	13	6	22	30	99	99	99	40	99	99	99	99
56	6	7	10	21	29	37	0	6	15	26	34	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99
169	7	15	17	12	23	29	6	0	9	19	26	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99
225	8	24	25	6	13	21	15	9	0	7	15	40	99	99	99	99	99	99	99	99	99
225	9	37	32	13	6	13	26	19	7	0	7	34	40	99	99	99	99	99	99	99	99
225	10	99	40	20	13	6	34	26	15	7	0	26	34	99	99	99	99	99	99	99	99
169	11	99	99	99	30	22	99	99	40	34	26	0	6	38	33	29	21	22	37	99	99
113	12	99	99	99	37	30	99	99	99	40	34	6	0	31	25	20	15	15	22	37	99
34	13	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	38	31	0	6	10	15	30	40	99	99
23	14	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	33	25	6	0	5	11	28	37	99	99
20	15	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	29	20	10	5	0	6	22	37	99	99
32	16	99.0	99	99	99	40	99	99	99	99	99	21	15	15	11	6	0	10	24	37	99
1125	17	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	22	15	30	28	22	10	0	9	20	32
281	18	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	37	22	40	37	37	24	9	0	7	22
287	19	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	37	99	99	99	37	20	7	0	11
394	20	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99	32	22	11	0	0

Tabla 4

4.3.3. Modelo y su aplicación a Lingo

A continuación, se presenta el modelo matemático construido para la resolución de este problema:

➤ Conjuntos:

J: acceso del establecimiento

➤ Parámetros:

p : número de cámaras de seguridad disponibles

c_j : capacidad de cada tienda

d_{jh} : distancia entre establecimientos j

➤ Variables:

V_j : Variable Binomial, es 1 si la instalación se abre el acceso j , es 0 en caso contrario, para $j \in J$.

M : máxima afluencia controlada por una cámara de vigilancia.

➤ Función objetivo: minimizar la afluencia máxima de control de las cámaras.

➤ Restricciones:

1. No sobrepasar el número de cámaras disponibles.

$$\sum_{j=1} V_j \leq 10$$

2. Todos los establecimientos deben quedar controlados.

$$\sum_{h:d_{jh} \leq 40} V_h \geq 1, \quad \forall j \in J$$

3. No sobrepasar capacidad de afluencia en cada tienda.

$$V_j * \sum_{h:d_{jh} \leq 40} c_h \leq M, \quad \forall j \in J$$

permitirá evaluar el cambio de clientes vigilados si deja de estar disponible algún establecimiento como punto de instalación de cámaras:

```
@FOR (ESTABLECIMIENTO(J):@BIN(V(J)));
@FOR (ESTABLECIMIENTO(J):@GIN(M));

!FUNCION OBJETIVO;
[OBJ] MIN=M;

!RESTRICCIONES;

!1. No sobrepasar el número de cámaras disponibles;
@SUM (ESTABLECIMIENTO(J):V(J))<=10;

!2. Todos los establecimientos deben quedar controlados;
@FOR (ESTABLECIMIENTO(J):
@SUM (ESTABLECIMIENTO(H) |d(J,H) #LE#40:V(H))>=1);

!3. No sobrepasar la capacidad en cada tienda;
@FOR (ESTABLECIMIENTO(J):
V(J)*@SUM(ESTABLECIMIENTO(H) |d(J,H) #LE#40:c(H))<= M);

!4. No se puede instalar una cámara en los siguientes establecimientos;
V(1)+V(2)+V(3)+V(6)+V(7)+V(8)=0;

END
```

Imagen 18

4.3.4. Solución

La solución inicial indica que la distribución de instalaciones que minimiza el número máximo de clientes vigilados por una cámara viene dada colocando las cámaras de seguridad en los establecimientos 1, 10, 13, 15, 27, 28, 40 y 56, donde aquella con mayor número de personas controladas es la que está situada en la tienda 1 y se encarga de supervisar a 2373 clientes.

A continuación, se presenta en la tabla 5 como cambiaría el número máximo de clientes vigilados por una cámara y la distribución de las instalaciones si, por algún motivo, no se pudiesen instalar cámaras en algunos de los establecimientos en los que en un principio era óptimo hacerlo. Para su cálculo en Lingo, solo ha sido necesario añadir la cuarta restricción anteriormente mencionada y realizar diversas pruebas para comprobar, en cada caso, cual es aquella instalación que vigila a más personas. Una vez encontrada, se suma su respectiva variable a la restricción 4, eliminándola así de las posibles ubicaciones candidatas.

UBICACIONES NO DISPOBIBLES	Nº MÁXIMO DE CLIENTES VIGILADOS POR UNA CÁMARA	ESTABLECIMIENTOS DONDE SE INSTALAN LAS CÁMARAS
<i>Ninguna</i>	2373	1, 10, 13, 15, 27, 28, 40, 56
<i>Establecimiento 1</i>	2828	2, 6, 16, 17, 21, 30, 33, 39, 49, 57
<i>Establecimientos 1, 2 y 6</i>	2941	3, 7, 14, 16, 18, 28, 35, 40, 47, 56
<i>Establecimientos 1, 2, 3, 6 y 7</i>	3110	8, 18, 30, 37, 47
<i>Establecimientos 1, 2, 3, 6, 7 y 8</i>	3223	4, 18, 33, 47

Tabla 5

Como era de esperar, el número mínimo de clientes vigilados se consigue sin ningún tipo de restricción. No obstante, resulta llamativo ver un aumento 455 clientes vigilados al suprimir la posibilidad de realizar la instalación en el establecimiento número 1. Seguramente este hecho es debido a que este establecimiento es uno de los que más clientes puede llegar a acoger, con una capacidad máxima de 1013 personas.

4.4. Problema del transporte: envíos de almacenes a farmacias o puntos de entrega

4.4.1. Resumen

Una empresa distribuidora de productos farmacéuticos quiere saber cuál será la mejor ubicación posible en la que situar sus almacenes en los alrededores de Elche. Desde estos almacenes se enviarán todos los productos necesarios a las farmacias de la ciudad, teniendo en cuenta que aquellas que estén situadas a menos de 1 km de distancia de una oficina de correos deberán recoger allí sus pedidos. De esta manera, la empresa busca tanto conocer cuáles son las mejores ubicaciones en las que instalar sus almacenes como saber qué farmacias u oficinas son atendidas desde cada uno de ellos, todo con el propósito de reducir sus costes logísticos.

La distribuidora tiene pensado abrir dos almacenes, y está valorando 4 ubicaciones posibles que cumplen con los requisitos que debe cumplir la nave. Debemos investigar

qué localizaciones son las que optimizan los gastos de transporte, sabiendo que el coste estimado de envío es de 0.78 céntimos por kilómetro.

Las direcciones de las ubicaciones candidatas son las siguientes:

1. Calle Monóvar, 56 P. I, 03206 Carrus, Alicante.
2. Partida Algorós, Polígono 2, nº23 Apdo. Correos 2146, 03293 Elche, Alicante.
3. Ctra. Elche-L'Altet km. 2, Ptda. Maitino pol. 1, 4, 03295 Elche, Alicante.
4. Partida Altabix, Polígono 1, número 308, 03207 Elche, Alicante.

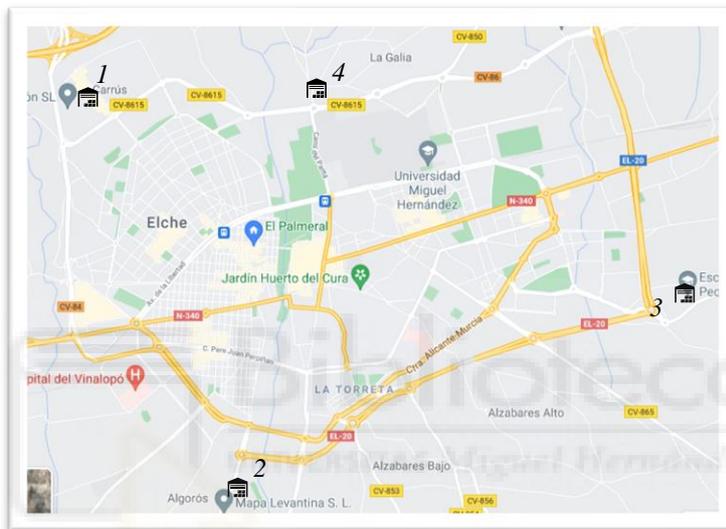


Imagen 19

4.4.2. Metodología

En primer lugar, se ha buscado tanto en Google Maps como en la página oficial de correos la ubicación de las farmacias y oficinas que se presentan en el problema. En él tenemos 20 farmacias y 4 oficinas de correos (puntos negros), y su distribución es la siguiente:



Imagen 20

Con la herramienta Google Maps, se ha calculado la distancia entre los 4 almacenes y las farmacias (solo aquellas que no están cubiertas por una oficina de correos) u oficinas correspondientes. Con esto, al multiplicar dichas distancias por el coste por km, obtenemos los costes de enviar los productos de cada almacén a cada destino:

FARMACIA/ OFICINA	ALMACEN			
	1	2	3	4
2	2.01	2.23	5.53	2.88
8	2.15	2.7	4.25	1.52
9	2.34	2.63	4.06	1.55
16	2.52	1.94	4.42	2.3
17	2.52	1.81	4.64	2.51
18	2.67	1.7	4.52	2.55
19	3.24	1.11	4.52	3.1
20	3	2.65	3.39	1.68
1	1.87	2.51	4.79	2
2	2.52	1.71	5.23	3.03
3	2.72	2.18	3.94	2.01
4	4.05	3.76	2.19	1.95

Tabla 6

FARMACIA/ OFICINA	ALMACEN			
	1	2	3	4
2	1.57	1.74	4.31	2.25
8	1.68	2.11	3.32	1.19
9	1.83	2.05	3.17	1.21
16	1.97	1.51	3.45	1.79
17	1.97	1.41	3.62	1.96
18	2.08	1.33	3.53	1.99
19	2.53	0.87	3.53	2.42
20	2.34	2.07	2.64	1.31
1	1.46	1.96	3.74	1.56
2	1.97	1.33	4.08	2.36
3	2.12	1.70	3.07	1.57
4	3.16	2.93	1.71	1.52

Tabla 7

Por otro lado, se ha estimado de manera aproximada la demanda de cada farmacia en función de su densidad de población cercana y de la cercanía a otras farmacias. Respecto a las oficinas, calculando la demanda promedio de una farmacia, se ha estimado la demanda total de cada una de las oficinas multiplicando dicha media por el número de

farmacias a las que atiende cada oficina. La demanda total de cada farmacia y oficina es la siguiente:

FARMACIA/ OFICINA	DEMANDA
2	60
8	40
9	30
16	50
17	40
18	30
19	35
20	45
1	210
2	40
3	250
4	0

Tabla 8

4.4.3. Modelo y su aplicación a Lingo

El modelo empleado en la resolución de este problema es el siguiente:

➤ Conjuntos:

I : Conjunto de almacenes

J : Conjunto de farmacias

L : Conjunto de oficinas de correos

➤ Parámetros:

$disp_i$: disponibilidad del producto en el almacén i para $i \in I$.

d_j : demanda del producto en las farmacias lejanas a una oficina de correos.

q_l : demanda del producto en las oficina de correos.

c_{ij} : coste unitario de envío entre el almacén i y la farmacia j , para $i \in I, j \in J$.

v_{il} : coste unitario de envío entre el almacén i y la oficina de correos l , para $i \in I, l \in L$.

➤ Variables:

X_{ij} : Cantidad enviada del almacén i a la farmacia j , para $i \in I, j \in J$.

Y_{ik} : Cantidad enviada del almacén i a la oficina k , para $i \in I, j \in J$.

Z_i : Variable binaria, es 1 si el almacén i está operativo, 0 en caso contrario, para $i \in I$.

➤ Función objetivo: Minimizar el coste del envío.

$$\text{Min} \sum_i (\sum_j c_{ij} * X_{ij} + \sum_l v_{il} * Y_{ik})$$

➤ Restricciones:

1. Si un almacén no está operativo, no puede servir a las farmacias.

$$\sum_j X_{ij} + \sum_l Y_{il} \leq \text{disp}_i * Z_i, \quad \forall i \in I$$

2. Solo se envían los productos desde 2 de los 5 almacenes nacionales.

$$\sum_i Z_i \leq 2$$

3. Se debe satisfacer la demanda de las farmacias lejanas.

$$\sum_i X_{ij} \geq d_j, \quad \forall j$$

4. Se debe satisfacer la demanda de las farmacias cercanas.

$$\sum_i Y_{il} \geq q_l, \quad \forall l$$

Para la aplicación del modelo anterior en Lingo, primero se han definido los conjuntos primitivos y derivados y se han relacionado con sus correspondientes parámetros:

```

!MODELO DE TRANSPORTE;

MODEL:

SETS:
    !Conjuntos primitivos;
    ALMACEN/A1, A2, A3, A4/:disp, Z;
    FARMACIASLEJANAS/F1..F8/:d;
    OFICINA/O1..O4/:q;

    !Conjuntos derivados;
    ALMACEN_FARMACIASLEJANAS (ALMACEN, FARMACIASLEJANAS) :c, X;
    ALMACEN_OFICINA (ALMACEN, OFICINA) :v, Y;

ENDSETS

```

Imagen 21

A continuación, se han definido los parámetros, compuestos por la disponibilidad de cada almacén, la demanda de farmacias y oficinas y el coste de envío desde los almacenes a las farmacias y a las oficinas.

```

DATA:

disp=1000,1000,1000,1000;

d=60,40,30,50,40,30,35,45;

q=210,40,250,0;

c=1.57,1.68,1.83,1.97,1.97,2.08,2.53,2.34,
  1.74,2.11,2.05,1.51,1.41,1.33,0.87,2.07,
  4.31,3.32,3.17,3.45,3.62,3.53,3.53,2.64,
  2.25,1.19,1.21,1.79,1.96,1.99,2.42,1.31;

v=1.46,1.97,2.12,3.16,
  1.96,1.33,1.7,2.93,
  3.74,4.08,3.07,1.71,
  1.56,2.36,1.57,1.52;

ENDDATA

```

Imagen 22

Por último, se han definido las variables, la función objetivo y las restricciones como se ha indicado en el modelo:

```

@FOR (ALMACEN_FARMACIASLEJANAS (I, J) : @GIN(X(I, J)));
@FOR (ALMACEN_OFICINA (I, L) : @GIN(Y(I, L)));
@FOR (ALMACEN (I) : @BIN(Z(I)));

!FUNCION OBJETIVO;
[OBJ] MIN=@SUM(ALMACEN (I) : @SUM(FARMACIASLEJANAS (J) : (c(I, J) * X(I, J)))) + @SUM(ALMACEN (I) : @SUM(OFICINA (L) : (v(I, L) * Y(I, L))));

!RESTRICCIONES;

!1. Si un almacén está operativo, no puede dar servicio;
@FOR (ALMACEN (I) :
@SUM (FARMACIASLEJANAS (J) : X(I, J)) + @SUM (OFICINA (L) : Y(I, L)) <= disp(I) * Z(I));

!2. Solo se envían productos desde 2 de los 4 almacenes nacionales;
@SUM (ALMACEN (I) : Z(I)) <= 2;

!3. Se debe satisfacer la demanda en las farmacias lejanas;
@FOR (FARMACIASLEJANAS (J) :
@SUM (ALMACEN (I) : X(I, J)) >= d(J));

!4. Se debe satisfacer la demanda en las farmacias cercanas;
@FOR (OFICINA (L) :
@SUM (ALMACEN (I) : Y(I, L)) >= q(L));

```

Imagen 23

END

Una vez formulado el modelo en Lingo, ejecutamos el código para conocer la solución óptima que indicará qué ubicaciones son las idóneas para instalar los almacenes y la cantidad que debemos enviar desde estos a cada farmacia u oficina.

4.4.4. Solución

Tras la resolución en Lingo del problema, el primer resultado obtenido es que se deben abrir los almacenes en las ubicaciones 2 y 4, con un coste esperado de 1222.80€. No obstante, la empresa quiere saber si les conviene hacer un esfuerzo presupuestario mayor y abrir más de dos almacenes. En ese caso, la solución variaría de la siguiente forma:

Nº DE ALMACENES	ALMACENES	COSTE ESPERADO
2	2 y 4	1222.80 €
3	1, 2 y 4	1191.60 €
4	1, 2 y 4	1191.60 €

Tabla 9

Como se puede observar, el almacén 3 no es escogido en ninguno de los casos. Esto se debe a que, como se puede apreciar en la imagen 17, está situado considerablemente más lejos de las farmacias y oficinas que el resto de los almacenes.

5. CONCLUSIONES

5.1. Análisis de los problemas y la situación actual

En este apartado realizaremos un análisis general a partir de los casos estudiados en el punto 4. Como hemos visto, gracias a la automatización y al uso de la programación y la Inteligencia Artificial, hemos conseguido un valor enorme para las empresas que han contratado nuestros servicios, pudiendo llegar a convertirse en una ventaja competitiva respecto al resto de compañías de su sector. Es posible que sin dicha predicción el banco hubiese concedido muchos créditos que nunca serían devueltos, o que la compañía de productos farmacéuticos hubiese escogido una ubicación errónea para su almacén, incurriendo así en una serie de gastos absurdos que pueden evitarse aplicando una metodología de trabajo.

El objetivo de este proyecto, como hemos señalado inicialmente, no ha sido más que el mostrar a aquellas personas y empresas que todavía no confían en el poder de las nuevas tecnologías y del análisis de los datos que realmente pueden mejorar de manera significativa sus servicios elaborando un plan de mejora y utilizando la gran cantidad de datos que tienen a su merced.

Un artículo publicado por el País el 29/07/2020, indica que “Un 78% de las empresas europeas saben lo que es la inteligencia artificial. El 15% no lo tiene claro. Y un residual 7% afirman no saber lo que es.” Resulta llamativo observar que en el mundo laboral actual y en países tan desarrollados como son los componentes de la Unión Europea, más del 20% de empresas apenas conocen esta herramienta que será fundamental en su futuro cercano. No obstante, es más llamativo aún el dato nacional: “Más de la mitad de las compañías encuestadas (un 51%) no albergan ninguna intención de subirse al carro. “Es un dato negativo y preocupante, porque es un pilar de la transformación digital y un punto de ventaja competitiva importante”, advierte Pablo Moreno, director de la Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología (ESIT) de UNIR”.

Esta información, como indica el propio Pablo Moreno, es bastante preocupante a nivel económico y competitivo del país, ya que en pocos años resultará extraño encontrar alguna empresa que no tenga presencia en el mundo digital, o que no emplee en su actividad algunas de las técnicas analíticas más frecuentes: automatización de procesos, detección de anomalías, visión artificial, etc.

5.2. Aplicación a una empresa real

Aunque los casos prácticos de este trabajo se hayan planteado como problemas reales, realmente son supuestos prácticos de grandes compañías que desean aplicar una serie de técnicas estadísticas para mejorar su posición. No obstante, no es necesario ser una empresa multinacional o tener una inmensa facturación para poder aplicarlas. Si bien es cierto que la aplicación y el uso de la Inteligencia Artificial es un proceso costoso (especialmente en el inicio), siempre que el proceso sea llevado por profesionales con un profundo estudio detrás que garantice una probabilidad de éxito considerablemente alta, este terminará proporcionando un beneficio tanto económico como competitivo para la empresa que igualará y superará los costes de la inversión.

Cuando una empresa decide invertir en la creación de un departamento de mejora continua, o en la contratación de un analista de datos, está constituyendo así el primer paso hacia la digitalización y la automatización de procesos en la compañía. Después, será el profesional quien deberá saber cuáles son los pasos a seguir para la implementación de la investigación operativa dependiendo en todo caso de la empresa en cuestión: tipo, tamaño, sector, etc.

El analista deberá hacer un estudio previo tanto de la empresa (como entidad, grupo humano y actividad), como del sector al que esta pertenece, con el fin de marcar los objetivos (si estos no vienen dados por la empresa) a perseguir. No tendrá el mismo objetivo una empresa tradicional de calzado que una multinacional de distribución y producción de cine. Probablemente en el primer caso, al tratarse de la primera llegada de la IA a la empresa, interese buscar de manera más genérica una forma de reducir los costes de operación (por ejemplo, reduciendo la cantidad de desperdicios), o por el contrario, tratar de aumentar su clientela y por tanto, sus ingresos (por ejemplo, con la creación de una página web que digitalice y automatice los pedidos). En cambio, para una empresa multinacional de distribución de contenido audiovisual que lleva años aplicando técnicas analíticas como podría ser Netflix, todo esto ya está más que estudiado, comprobado y satisfecho. Los objetivos pasarán a ser más específicos, como la mejora de los algoritmos de recomendación de los clientes o la búsqueda de algún sistema novedoso que mejore algún aspecto de la compañía.

Con todo esto, lo que buscamos es remarcar el mensaje de que cualquier empresa, en mayor o en menor medida, puede hacer uso de las nuevas tecnologías y de los datos que tiene a su disposición para crecer o para lograr una serie de ventajas competitivas que le harán destacar en su sector.

5.3. Relación del TFG con el grado de Estadística Empresarial

A lo largo de estos últimos 4 años como estudiantes del grado en Estadística Empresarial, hemos estudiado y practicado multitud de técnicas analíticas empleando diferentes softwares en muchas de las asignaturas que lo componen. Además de muchas de ellas relacionadas con la economía y la empresa, la programación o la estadística profunda, hemos cursado muchas otras que nos han permitido adquirir los conocimientos necesarios para la realización de este trabajo.

Centrándonos en las últimas mencionadas, en el primer curso nos introducíamos al mundo de la estadística con la asignatura “Análisis Exploratorio de Datos”, donde adquirimos los conocimientos básicos de la estadística y sus variables. Estudiamos durante segundo y tercero, entre otros, diversos cursos relacionados con la optimización (“Optimización de Recursos” y “Modelos de Optimización”) y el análisis de los mercados (“Técnicas Estadísticas en Análisis de Mercados”), donde aprendimos tanto a modelizar los problemas analíticamente como a resolverlos a través de diversos programas (R, Python, Lingo, Matlab, etc.). Por último, en cuarto estudiamos la asignatura de “Gestión y Planificación de la Producción”, donde culminamos el aprendizaje de modelización planteando y resolviendo, tanto de manera escrita como desarrollada en un software, diferentes problemas a los que se puede enfrentar una empresa habitualmente. Fue aquí donde aprendimos a utilizar el software que más importancia ha adquirido en este trabajo: Lingo.

Como conclusión, cabe destacar que uno de los principales objetivos de la estadística no es más que buscar la mejora de aquello a lo que se aplica, y para ello es necesario además de un plan y un equipo de mejora, saber plantear la situación o el problema de manera analítica para poder resolverlo más tarde. Es precisamente eso lo que hemos buscado mediante este proyecto, la capacidad de crear un nuevo modelo específico para cada caso concreto, ya que, aunque los problemas resueltos siguen patrones propios

de su ámbito de uso, todos ellos han sido creados desde cero formándoles de diferentes inquietudes. Esta es, por tanto, la principal relación del presente trabajo con el grado de Estadística Empresarial; la capacidad de buscar la forma optimizar un problema o una situación inédita que puede conllevar una mejora muy significativa para la empresa.



6. ANEXOS

6.1. ANEXO I. Tabla de distancias en R para el problema de localización de servicios: lockers (Imagen 10)

```
> dist<-as.matrix(dist(cbind(coordenadasSX, coordenadasSY)));dist
  1      2      3      4      5      6      7      8      9      10     11     12     13     14     15     16     17     18     19     20     21     22
1  0.000000 1.414214 4.000000 4.123106 4.472136 6.708204 5.385165 6.000000 9.486833 8.602325 7.211103 9.219544 10.000000 10.816654 5.385165 5.830952 6.403124 5.000000 5.656854 6.403124 7.211103 8.062258
2  1.414214 0.000000 3.162278 3.000000 3.162278 5.385165 4.123106 5.099020 8.246211 7.211103 5.830952 7.810250 8.602325 9.433981 4.123106 4.472136 5.000000 3.605551 4.242641 5.000000 5.830952 6.708204
3  4.000000 3.162278 0.000000 1.000000 2.000000 3.605551 5.385165 7.211103 9.055385 7.071068 4.472136 7.280110 8.246211 9.219544 2.236068 3.162278 4.123106 3.000000 4.000000 5.000000 6.000000 7.000000
4  4.123106 3.000000 1.000000 0.000000 1.000000 2.828427 4.472136 6.403124 8.062258 6.082763 3.605551 6.324555 7.280110 8.246211 1.414214 2.236068 3.162278 2.000000 3.000000 4.000000 5.000000 6.000000
5  4.472136 3.162278 2.000000 1.000000 0.000000 2.236068 3.605551 5.656854 7.071068 5.099020 2.828427 5.385165 6.324555 7.280110 1.000000 1.414214 2.236068 1.000000 2.000000 3.000000 4.000000 5.000000
6  6.708204 5.385165 3.605551 2.828427 2.236068 0.000000 4.472136 6.708204 6.708204 4.123106 1.000000 4.000000 5.000000 6.000000 1.414214 1.000000 1.414214 2.000000 2.236068 2.828427 3.605551 4.472136
7  5.385165 4.123106 5.385165 4.472136 3.605551 4.472136 0.000000 2.236068 4.123106 3.605551 4.123106 4.472136 5.000000 5.656854 4.242641 3.605551 3.162278 2.828427 2.236068 2.000000 2.236068 2.828427
8  6.000000 5.099020 7.211103 6.403124 5.656854 6.708204 2.236068 0.000000 4.242641 5.099020 6.324555 6.082763 6.324555 6.708204 6.403124 5.830952 5.385165 5.000000 4.472136 4.123106 4.000000 4.123106
9  9.486833 8.246211 9.055385 8.062258 7.071068 6.708204 4.123106 4.242641 0.000000 6.324555 5.830952 3.605551 3.162278 3.000000 7.280110 6.324555 5.385165 6.082763 5.099020 4.123106 3.162278 2.236068
10 8.602325 7.211103 7.071068 6.082763 5.099020 4.123106 3.605551 5.099020 2.828427 0.000000 3.162278 1.000000 1.414214 2.236068 5.000000 4.000000 4.000000 3.000000 4.123106 3.162278 2.236068 1.414214
11 7.211103 5.830952 4.472136 3.605551 2.828427 1.000000 4.123106 6.324555 5.830952 3.162278 0.000000 3.000000 4.000000 5.000000 2.236068 1.414214 1.000000 2.236068 2.000000 2.236068 2.828427 3.605551
12 9.219544 7.810250 7.280110 6.324555 5.385165 4.000000 4.472136 6.082763 3.605551 1.000000 3.000000 0.000000 1.000000 2.000000 5.099020 4.123106 3.162278 4.472136 3.605551 2.828427 2.236068 2.000000
13 10.000000 8.602325 8.246211 7.280110 6.324555 5.000000 5.000000 6.324555 3.162278 1.414214 4.000000 1.000000 0.000000 1.000000 1.000000 6.082763 5.099020 4.123106 5.385165 4.472136 3.605551 2.236068
14 10.816654 9.433981 9.219544 8.246211 7.280110 6.000000 5.656854 6.708204 3.000000 2.236068 5.000000 2.000000 1.000000 0.000000 0.000000 7.071068 6.082763 5.099020 6.324555 5.385165 4.472136 3.605551
15 5.385165 4.123106 2.236068 1.414214 1.000000 1.414214 4.242641 6.403124 7.280110 5.000000 2.236068 5.099020 6.082763 7.071068 0.000000 1.000000 2.000000 1.414214 2.236068 3.162278 4.123106 5.099020
16 5.830952 4.472136 3.162278 2.236068 1.414214 1.000000 3.605551 5.830952 6.324555 4.000000 1.414214 4.123106 5.099020 6.082763 1.000000 0.000000 0.000000 1.000000 1.414214 2.236068 3.162278 4.123106
17 6.403124 5.000000 4.123106 3.162278 2.236068 1.414214 3.162278 5.385165 5.385165 3.000000 1.000000 3.162278 4.123106 5.099020 2.000000 1.000000 0.000000 1.414214 1.000000 1.414214 2.236068 3.162278
18 5.000000 3.605551 3.000000 2.000000 1.000000 2.000000 2.828427 5.000000 6.082763 4.123106 2.236068 4.472136 5.385165 6.324555 1.414214 1.000000 1.414214 0.000000 1.000000 2.000000 3.000000 4.000000
19 5.656854 4.242641 4.000000 3.000000 2.000000 2.236068 2.236068 4.472136 5.099020 3.162278 2.000000 3.605551 4.472136 5.385165 2.236068 1.414214 1.000000 0.000000 0.000000 1.000000 2.000000 3.000000
20 6.403124 5.000000 5.000000 4.000000 3.000000 2.828427 2.000000 4.123106 4.123106 2.236068 2.236068 2.828427 3.605551 4.472136 3.162278 2.236068 1.414214 2.000000 1.000000 0.000000 1.000000 2.000000
21 7.211103 5.830952 6.000000 5.000000 4.000000 3.605551 2.236068 4.000000 3.162278 1.414214 2.828427 2.236068 2.828427 3.605551 4.123106 3.162278 2.236068 3.000000 2.000000 1.000000 0.000000 1.000000
22 8.062258 6.708204 7.000000 6.000000 5.000000 4.472136 2.828427 4.123106 2.236068 1.000000 3.605551 2.000000 2.236068 2.828427 5.099020 4.123106 3.162278 4.000000 3.000000 2.000000 1.000000 0.000000
23 8.944272 7.615773 8.000000 7.000000 6.000000 5.385165 3.605551 4.472136 1.414214 1.414214 4.472136 2.236068 2.000000 2.236068 6.082763 5.099020 4.123106 5.000000 4.000000 3.000000 2.000000 1.000000
  23      24      25      26      27      28      29      30      31      32      33      34      35      36      37      38      39      40      41      42      43
1  8.944272 9.848858 3.162278 3.605551 4.242641 5.830952 6.708204 7.615773 8.544004 9.486833 2.236068 2.828427 3.605551 6.324555 7.280110 8.246211 1.000000 2.236068 8.062258 9.055385 1.000000
2  7.615773 8.544004 2.000000 2.236068 2.828427 4.472136 5.385165 6.324555 7.280110 8.246211 1.000000 1.414214 2.236068 5.099020 6.082763 7.071068 1.000000 1.000000 7.000000 8.000000 1.000000
3  8.000000 9.000000 1.414214 2.236068 3.162278 5.099020 6.082763 7.071068 8.062258 9.055385 2.236068 2.828427 3.605551 6.324555 7.280110 8.246211 3.000000 3.605551 8.544004 9.486833 4.123106
4  7.000000 8.000000 1.000000 1.414214 2.236068 4.123106 5.099020 6.082763 7.071068 8.062258 2.000000 2.236068 2.828427 5.385165 6.324555 7.280110 3.162278 3.162278 7.615773 8.544004 4.000000
5  6.000000 7.000000 1.414214 1.000000 1.414214 3.162278 4.123106 5.099020 6.082763 7.071068 2.236068 2.000000 2.236068 4.472136 5.385165 6.324555 3.605551 3.000000 6.708204 7.615773 4.123106
6  5.385165 6.324555 3.605551 3.162278 3.000000 3.605551 4.242641 5.000000 5.830952 6.708204 4.472136 4.123106 4.000000 5.000000 5.656854 6.403124 5.830952 5.099020 7.071068 7.810250 6.324555
7  3.605551 4.472136 4.123106 3.162278 2.236068 1.000000 1.414214 2.236068 3.162278 4.123106 4.000000 2.000000 1.000000 1.000000 2.000000 3.000000 5.099020 3.162278 3.162278 4.123106 4.472136
8  4.472136 5.000000 5.830952 5.000000 4.242641 3.162278 3.000000 3.162278 3.605551 4.242641 5.385165 4.472136 3.605551 2.000000 2.236068 2.828427 6.082763 4.123106 2.236068 3.162278 5.000000
9  1.414214 1.000000 8.000000 7.000000 6.000000 4.000000 3.000000 2.000000 1.000000 0.000000 8.062258 7.071068 6.082763 3.162278 2.236068 1.414214 9.219544 7.280110 2.236068 2.000000 8.544004
10 1.414214 2.236068 6.324555 5.385165 4.472136 2.828427 2.236068 2.000000 2.236068 2.828427 6.708204 5.830952 5.000000 3.162278 3.000000 3.162278 8.062258 6.403124 4.123106 4.472136 7.810250
11 4.472136 5.385165 4.242641 3.605551 3.162278 3.162278 3.605551 4.242641 5.000000 5.830952 5.000000 4.472136 4.123106 4.472136 5.000000 5.656854 6.403124 5.385165 6.403124 7.071068 6.708204
12 2.236068 2.828427 6.708204 5.830952 5.000000 3.605551 3.162278 3.000000 3.162278 3.605551 7.211103 6.403124 5.656854 4.123106 4.000000 4.123106 8.602325 7.071068 5.099020 5.385165 8.485281
13 2.000000 2.236068 7.615773 6.15773 5.830952 4.242641 3.605551 3.162278 3.000000 3.162278 7.211103 6.403124 5.656854 4.123106 4.123106 4.000000 9.433981 7.810250 5.000000 5.099020 9.219544
14 2.236068 2.000000 8.544004 7.615773 6.708204 5.000000 4.242641 3.605551 3.162278 3.000000 8.944272 8.062258 7.211103 5.000000 4.472136 4.123106 10.295630 8.602325 5.099020 5.000000 10.000000
15 6.082763 7.071068 2.236068 2.000000 2.236068 3.605551 4.472136 5.385165 6.324555 7.280110 3.162278 3.000000 3.162278 5.000000 5.830952 6.708204 4.472136 4.000000 7.211103 8.062258 5.099020
16 5.099020 6.082763 2.828427 2.236068 2.000000 2.828427 3.605551 4.472136 5.385165 6.324555 3.605551 3.162278 3.000000 4.242641 5.000000 5.830952 5.000000 4.123106 6.403124 7.211103 5.385165
17 4.123106 5.099020 3.605551 2.828427 2.236068 2.236068 2.828427 3.605551 4.472136 5.385165 4.242641 3.162278 3.605551 4.242641 5.000000 5.656854 4.472136 5.656854 6.403124 5.830952
18 5.000000 6.000000 2.236068 1.414214 1.000000 2.236068 3.162278 4.123106 5.099020 6.082763 2.236068 2.000000 3.605551 4.472136 5.385165 4.242641 3.162278 5.830952 6.708204 4.472136
19 4.000000 5.000000 3.162278 2.236068 1.414214 1.414214 2.236068 3.162278 4.123106 5.099020 3.605551 2.828427 2.236068 2.828427 3.605551 4.472136 5.000000 3.605551 5.000000 5.830952 5.000000
20 3.000000 4.000000 4.123106 3.162278 2.236068 1.000000 1.414214 2.236068 3.162278 4.123106 4.472136 3.605551 2.828427 2.236068 2.828427 3.605551 5.830952 4.242641 4.242641 5.000000 5.656854
21 2.000000 3.000000 5.099020 4.123106 3.162278 1.414214 1.000000 1.414214 2.236068 3.162278 5.385165 4.472136 3.605551 2.000000 2.236068 2.828427 6.708204 5.000000 3.605551 4.242641 6.403124
22 1.000000 2.000000 6.082763 5.099020 4.123106 2.236068 1.414214 1.000000 1.414214 2.236068 6.324555 5.385165 4.472136 2.236068 2.000000 2.236068 7.615773 5.830952 3.162278 3.605551 7.211103
23 0.000000 1.000000 7.071068 6.082763 5.099020 3.162278 2.236068 1.414214 1.000000 1.414214 7.280110 6.324555 5.385165 2.828427 2.236068 2.000000 8.544004 6.708204 3.000000 3.162278 8.062258
[ reached getOption("max.print") -- omitted 20 rows ]
```


7. BIBLIOGRAFÍA

- Universidad Politécnica de Valencia (2014). *Localización de Instalaciones Modelos de Cubrimiento*. Sitio web: <https://www.youtube.com/watch?v=D4W8CkEch4g>
- Wikipedia, Wikimedia Foundation (Mayo 2021). “*Inteligencia Artificial*.” Sitio web: https://es.wikipedia.org/wiki/Inteligencia_artificial.
- Torre, Diego de la. (2019). “*¿Cómo Nació La Inteligencia Artificial? Historia De La IA*.” Blogthinkbig.com. Sitio web: <https://blogthinkbig.com/historia-como-nacio-inteligencia-artificial>.
- Pérez, Montse Hidalgo (Julio 2020). “*La Mitad De Las Empresas Españolas No Usan Inteligencia Artificial Ni Piensan Hacerlo*.” *EL PAÍS*. Sitio web: https://elpais.com/retina/2020/07/29/tendencias/1596037402_290565.html.
- Juliana, N., & Henry, L. (2014). *Modelo matemático para determinar la ubicación de Centros de Distribución en un contexto*. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- Joaquín, B. & Sergio, F. (1995). *Modelos de localización-asignación y Evaluación Multicriterio para la localización de instalaciones no deseables*, Serie Geográfica, 1995, n° 5, pp. 97-112.
- Georges, J., Renny, M., Lisabeth, R. & Luciano, M. (2009). *Reconocimiento de firmas off-line mediante máquinas de vectores de soporte*, Universidad de los Andes (ULA), Mérida, Venezuela.
- Rafael, P. & Albert, C., (2003). *Estrategias de resolución del problema de cubrimiento de mínima cardinalidad, en el marco de los procedimientos branch and bound*, Universidad Politécnica de Cataluña (UPC), Barcelona, España.
- Cristóbal, C., Arturo, G. & Francisco, V. *Localización de nuevos centros de servicio y minimización de la distancia recorrida (Localización-Asignación)*, Dpt. Economía Aplicad I Facultad de C.E.Y.E., Sevilla, España.