

Centro de Investigación y de Estudios
Avanzados
del Instituto Politécnico Nacional,
Unidad Monterrey



Universidad Miguel Hernández

*Desarrollo de nuevos paradigmas y algoritmos robustos para interfaces
cerebro-computadora en escenarios realistas*

Tesis que presenta:

Rocío Salazar Varas

para obtener el grado de Doctora en Ciencias en:

Ingeniería y Física Biomédicas (Cinvestav),
Tecnologías industriales y de telecomunicación (UMH)

Directores de tesis:

Dr. David Gutiérrez Ruiz

Dr. José María Azorín Poveda

Elche, Alicante, España

Noviembre, 2015

AUTORIZACIÓN DE LA PRESENTACIÓN DE LA TESIS DOCTORAL

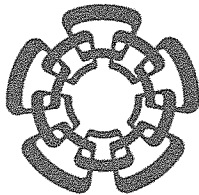
Autora: Rocío Salazar Varas
Director: Dr. José María Azorín Poveda
Programa de doctorado: Tecnologías Industriales y de Telecomunicación
(Universidad Miguel Hernández de Elche)
Título de la Tesis: Desarrollo de nuevos paradigmas y algoritmos robustos para interfaces cerebro-computadora en escenarios realistas

Como director de la tesis reseñada certifico que ha sido realizada bajo mi dirección por Dña. Rocío Salazar Varas en el Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad Miguel Hernández de Elche y autorizo su presentación.

Elche, a 20 de julio de 2015.



Fdo.: D. José María Azorín Poveda



Cinvestav
Monterrey

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD MONTERREY

Apodaca, Nuevo León, a 21 de Julio de 2015

AUTORIZACIÓN DE LA PRESENTACIÓN DE LA TESIS DOCTORAL

Autora: Rocio Salazar Varas

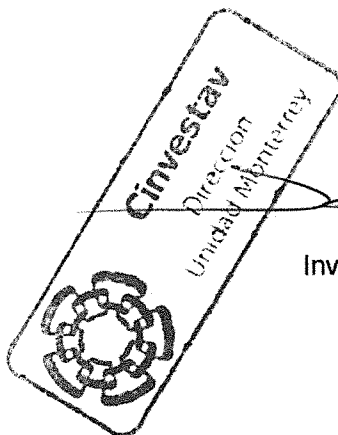
Director: Dr. David Gutiérrez Ruiz


Programa de Doctorado: Tecnologías Industriales y de Telecomunicación
(Universidad Miguel Hernández de Elche)

Título de la Tesis: Desarrollo de nuevos paradigmas y algoritmos robustos para
interfaces cerebro-computadora en escenarios realistas

Como director de la tesis reseñada certifico que ha sido realizada bajo mi dirección por Dña. Rocio Salazar Varas en el Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad Miguel Hernández de Elche y autorizo su presentación.

Atentamente,




Dr. David Gutiérrez Ruiz
Investigador Titular – Cinvestav Monterrey
<http://www.gutierrezruiz.com>
dgtz@ieee.org

**PROGRAMA DE DOCTORADO EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES Y DE
TELECOMUNICACIÓN - TECNIT**

Dr. Ignacio Moreno Soriano, Coordinador del Programa de Doctorado en Tecnologías Industriales y de Telecomunicación – TECNIT, de la Universidad Miguel Hernández de Elche,

HAGO CONSTAR,

Que el trabajo realizado por Dña. Rocío Salazar Varas titulado “Desarrollo de nuevos paradigmas y algoritmos robustos para interfaces cerebro-computadora en escenarios realistas”, ha sido dirigido por D. José María Azorín Poveda y D. David Gutiérrez Ruiz, y realizado dentro del Programa de Doctorado en Tecnologías Industriales y de Telecomunicación - TECNIT, y se encuentra en condiciones de ser leído y defendido como Tesis Doctoral ante el correspondiente tribunal en la Universidad Miguel Hernández de Elche.

Y para que así conste y surta los efectos oportunos, firmo la presente

en Elche, a 20 de julio de 2015.



Fdo. Dr. Ignacio Moreno Soriano

Agradecimientos

En este trabajo va impreso el apoyo de mucha gente que ayudó a que el camino fuera más llevadero, gracias...

Dra. Dania Gutiérrez por la confianza que me brindó al permitirme formar parte de su equipo de trabajo. Por sus enseñanzas y su apoyo incondicional a lo largo de mis estudios de maestría y doctorado.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo económico durante mis estudios de posgrado. Al CINVESTAV por las facilidades otorgadas en la realización de este posgrado.

A mis papás, por todo el amor y confianza que me manifiestan día a día. Por ser mis amigos y estar siempre conmigo, sin importar la distancia. Ayudándome a levantar cuando me creía vencida y festejando conmigo en los momentos de alegría. A mis abuelitos, Miguel y Anita, por su gran ejemplo, me enseñaron tanto... Su recuerdo estará siempre en mi corazón. A mis tíos, Laura y Fernando, por su cercanía y apoyo.

A Fr. Gabriel García, mi gran amigo, por alentarme siempre. Por su amistad incondicional, en las tristezas y alegrías, a pesar de los fuertes dolores de cabeza que le causo jeje.

A Sandra, Chayito y toda la comunidad MAR por su amistad, su apoyo y preocupación por mi bienestar y mi trabajo. A Ile, Jessy y todos mis hermanos FIATs, por su amistad, por ayudarme a crecer, y sobre todo por su oración.

Al Dr. José María Azorín, por su confianza al permitirme incorporar a su grupo de trabajo. A mis compañeros de la UMH: Edu, Álvaro, Andrés, Enrique, Dani, por ser tan hospitalarios y hacerme sentir parte del grupo desde el primer día. Gracias chicos, por hacer de mi estancia una experiencia inolvidable. ¡Sois bien guays!.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes y motivaciones	1
1.2. Objetivo general	5
1.2.1. Objetivos particulares	5
1.3. Estructura de la tesis	5
2. Interfaces cerebro-computadora	7
2.1. Generalidades del sistema nervioso	7
2.2. Técnicas para el registro de actividad cerebral	11
2.2.1. Sistema internacional 10-20	12
2.3. Actividad cerebral en aplicaciones BCI	13
2.3.1. Actividad modulada	13
2.3.2. Potenciales relacionados a eventos	15
3. Clasificación de señales de EEG basada en la coherencia	17
3.1. Antecedentes	17

3.2.	Hipótesis	20
3.3.	Marco teórico	21
3.3.1.	Coherencia	21
3.3.2.	Significancia estadística de la coherencia	22
3.4.	Metodología	23
3.4.1.	Descripción del método propuesto	23
3.4.2.	Comparación de medias	23
3.4.3.	Clasificación	24
3.4.4.	Evaluación	25
3.5.	Ejemplos numéricos	26
3.5.1.	Eventos motrices	26
3.5.2.	Eventos cognitivos	34
3.5.2.1.	Clasificación para $I = 2$	35
3.5.2.2.	Clasificación para $I = 3$	39
3.5.2.3.	Clasificación para $I = 4$	42
3.6.	Conclusiones	43
4.	Detección de obstáculos durante la marcha mediante señales de EEG	45
4.1.	Antecedentes	45
4.2.	Hipótesis	48

4.3. Metodología	49
4.3.1. Equipo	49
4.3.1.1. Registro de actividad cerebral	49
4.3.1.2. Unidades de medición inercial (<i>inertial measurement unit</i> o IMU)	49
4.3.1.3. Equipo adicional	50
4.3.2. Protocolo experimental	52
4.3.3. Procesamiento de la señal	53
4.3.3.1. Preprocesamiento	53
4.3.3.2. Visualización y evaluación del ERP	53
4.3.4. Extracción de características	55
4.3.4.1. Patrones espaciales comunes (<i>common spatial patterns</i> o CSP)	55
4.3.4.2. Energía de la señal	56
4.3.4.3. Pendiente	56
4.3.4.4. Ajuste polinomial	57
4.3.5. Clasificación	58
4.4. Resultados	59
4.4.1. Análisis de la señal de EEG	59
4.4.1.1. Stimulus-locked	59

4.4.1.2. Reaction-locked	66
4.4.2. Evaluación de características	74
4.4.3. Análisis <i>pseudo-online</i>	80
4.5. Conclusiones	84
5. Discusión	87
6. Conclusiones	91
6.1. Contribuciones de la tesis	93
6.2. Trabajos futuros	94
A. Comparación de medias	97
A.1. Dos clases	97
A.1.1. Comparación de varianzas	98
A.2. Múltiples clases	99
B. Clasificación	101
B.1. Discriminante no lineal	101
B.2. Clasificador de Mahalanobis	102
C. Evaluación	103
C.1. Evaluación basada en curvas ROC	103
C.2. Evaluación basada en el coeficiente kappa	105

Índice de figuras

1.1. Esquema general de una BCI	3
2.1. Sistema nervioso central	8
2.2. Corteza cerebral.	10
2.3. Sistema internacional 10-20	13
3.1. Valores p para las $U = 2$ combinaciones que rechazan H_o , sujeto <i>aa</i> .	28
3.2. Valores p para las $U = 23$ combinaciones que rechazan H_o , sujeto <i>al</i> .	28
3.3. Valores p para las $U = 11$ combinaciones que rechazan H_o , sujeto <i>av</i> .	29
3.4. Valores p para las $U = 18$ combinaciones que rechazan H_o , sujeto <i>aw</i> .	29
3.5. Valores p para las $U = 3$ combinaciones que rechazan H_o , sujeto <i>ay</i> .	30
3.6. Plano de características para cada sujeto, eventos motrices.	33
3.7. Comparación de resultados, eventos cognitivos.	37
3.8. Valores p para las combinaciones de electrodos que rechazan H_o , (múltiples clases)	40
4.1. Arreglo de 32 electrodos	50
4.2. Entorno experimental	51

4.3. Señal promedio en el electrodo Cz para cada sujeto, <i>stimulus-locked</i>	61
4.4. Señal promedio de todos los sujetos en el electrodo Cz, <i>stimulus-locked</i>	62
4.5. Distribución de potencial (láser), <i>stimulus-locked</i>	63
4.6. Distribución de potencial (pantalla), <i>stimulus-locked</i>	64
4.7. Registro de IMUs	66
4.8. Señal promedio en el electrodo Cz para cada sujeto, <i>reaction-locked</i>	67
4.9. Señal promedio de todos los sujetos en el electrodo Cz, <i>reaction-locked</i>	69
4.10. Distribución de potencial (láser), <i>reaction-locked</i>	70
4.11. Distribución de potencial (pantalla), <i>reaction-locked</i>	71
4.12. Porcentaje de la tasa de aciertos	77
4.13. Espacio ROC por característica.	78
4.14. Espacio ROC con todas las características	80
4.15. Prueba pseudo-online	82

Índice de tablas

3.1. Combinación de electrodos para y_{OPT} y f_{sr} , eventos motrices.	31
3.2. Área bajo la curva ROC, eventos motrices.	32
3.3. Resultados del BCI competition III, eventos motrices	34
3.4. Combinación de electrodos para y_{OPT} , eventos cognitivos.	38
3.5. Área bajo la curva ROC, eventos cognitivos.	38
3.6. Combinación de electrodos empleada para y_{OPT} y frecuencias, eventos cognitivos múltiples clases.	41
3.7. Valores de Kappa. Eventos cognitivos, múltiples clases ($I = 3$) . . .	42
3.8. Valores de Kappa. Eventos cognitivos, múltiples clases ($I = 4$) . . .	42
4.1. Total de registros por cada sujeto	59
4.2. Prueba de significancia	73
4.3. Tasa de aciertos para cada sujeto	75
4.4. Resultados pseudo-online	83



Abreviaturas

BCI	Brain-computer interface (interfaz cerebro-computadora)
EEG	Electroencefalografía
ECoG	Electrocorticografía
MEG	Magnetoencefalografía
SMR	Sensorimotor rhythms (ritmos sensitivo-motrices)
ERD	Event-related desynchronization (desincronización relacionada a evento)
ERS	Event-related synchronization (sincronización relacionada a evento)
ERP	Event related potentials (potencial relacionado a evento)
ROC	Receiver-operating characteristic (característica receptor-operador)
TPR	True positive rate (tasa de verdaderos positivos)
FPR	False positive rate (tasa de falsos positivos)
CNV	Contingent negative variation (variación contingente negativa)
CSP	Common spatial patterns (patrones espaciales comunes)
IMU	Inertial measurement unit (unidad de medición inercial)



Resumen

Una interfaz cerebro-computadora (*brain-computer interface* o BCI) es un canal de comunicación que permite el control de un dispositivo haciendo uso únicamente de la actividad cerebral. Para lograr este control se buscan características de la señal cerebral que pueden asociarse a un evento mental determinado. Así pues, esta tesis está enfocada a la extracción de características y clasificación de señales de electroencefalografía (EEG) para aplicaciones de BCI.

La primera propuesta de este trabajo es la selección, a partir de la *coherencia*, de un conjunto reducido de electrodos para formar un vector de características de dimensiones reducidas que es empleado en la etapa de clasificación. Para el caso de dos tareas mentales, la clasificación se realiza con un discriminante no lineal optimizado, cuyos parámetros de operación se seleccionan maximizando el área bajo la curva ROC (receiver operating characteristic). Para más de dos tareas se emplea un clasificador basado en la distancia de Mahalanobis y la evaluación se realiza con el coeficiente kappa. En ambos casos se utilizan mediciones de EEG provenientes de bases de datos públicas relacionadas con la ejecución de tareas motrices y cognitivas. Los experimentos muestran que el método propuesto proporciona una eficiencia similar (pero con menor complejidad) que la de otros métodos reportados en la literatura.

Así mismo se propone una aplicación innovadora de las BCIs en el campo de la rehabilitación. Para ello se estudia el cambio en la actividad eléctrica cerebral de tres sujetos sanos ante la aparición de un obstáculo inesperado que interfiere con su marcha. Una vez determinado el cambio en la actividad cerebral, se evalúan diferentes características de la señal de EEG para seleccionar la que permita una mejor detección del obstáculo instantes previos a la reacción del sujeto. Tras realizar la evaluación correspondiente, las mejores características alcanzaron tasas de aciertos promedio superiores al 75 %.



Abstract

A brain-computer interface (BCI) establishes a communication pathway between a subject and a device without the use of peripheral nerves. In order to control such device using electroencephalographic (EEG) measurements, different features of the signal must be extracted and related with a mental event. Hence, this thesis is mainly focused on developing new feature extraction and EEG signal classification techniques.

First, the connectivity between different brain areas is evaluated through the *coherence*. Based on that, a reduced number of sensors are selected, then a feature vector of few dimensions is obtained. In the case of two mental tasks, the classification of their feature vectors is performed through an optimized non-linear discriminant, where the best discriminating hyperplane is selected such that the area under the receiver operating characteristics (ROC) curve is maximized. For the case of multiple tasks, the classification is carried out with a Mahalanobis distance-based classifier and the performance is evaluated by the kappa coefficient. The proposed method was evaluated using real EEG measurements, and the results show that it can provide good efficiency rates, while reducing the numerical complexity.

Furthermore, a novel application of the BCI systems in rehabilitation is proposed, in which the behavior of the EEG signals when an obstacle suddenly appears in a subject's walking path is studied. Different features of the EEG signals are evaluated in the process of detecting a change in the brain activity of three healthy subjects due to the appearance of the obstacle. A linear discriminant analysis-based classifier is used to detect the appearance of an obstacle. The evaluation of the performance is made in terms of the accuracy, true-positive and false-positive rates. The best performance is achieved for the case of two of the different features evaluated, for which an average detection accuracy rates greater than 75 % was achieved.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes y motivaciones

Para una persona sana el control de sus extremidades es un hecho tan habitual que suele pasar inadvertido. Sin embargo, existen diversas patologías que pueden interferir en la comunicación neuromuscular, tales como la esclerosis lateral amiotrófica, daños en el cerebro o la médula espinal, distrofia muscular, esclerosis múltiple, entre otras. Estas pueden generar una disminución o ausencia total de la movilidad y, entonces, dificultar la interacción del sujeto con su entorno y provocar pérdida de independencia en el desarrollo de sus actividades cotidianas [1].

Buscando mejorar la calidad de vida de personas con este tipo de alteraciones, se han desarrollado diferentes tecnologías, como lo son las interfaces cerebro-computadora (*brain-computer interface* o BCI), siendo uno de sus principales objetivos brindar un canal de comunicación alternativo al motriz que permita el control de algún dispositivo [2]. Actualmente, existen diversas aplicaciones para las BCIs como, por ejemplo, en procesadores de texto, el control de sillas de ruedas o el control de brazos robóticos [3, 4, 5].

Independientemente de la aplicación para la cual esté destinada la BCI, para poder generar el comando de control del dispositivo a partir de la actividad cerebral de la persona, se requiere de las siguientes etapas [2]:

- *Adquisición de la señal:* Consta del registro de la actividad cerebral y puede realizarse mediante técnicas invasivas, como lo es la electrocorticografía (ECoG), o con técnicas no invasivas, como la electroencefalografía (EEG) y magnetoencefalografía (MEG). La EEG, a pesar de presentar baja resolución espacial, es una técnica ampliamente utilizada pues es de bajo costo, además de que no supone riesgos para el paciente.
- *Pre-procesamiento:* Su propósito principal es filtrar señales no deseadas tales como artefactos oculares, musculares, actividad cardiaca o actividad cerebral no relacionada con el evento estudiado. En particular, las señales de EEG son muy pequeñas (del orden de μV) y se ven afectadas por el efecto aislante del cráneo, por lo que es necesario amplificarlas.
- *Extracción de características:* Aquí el objetivo es obtener la información más relevante de la señal a fin de generar una representación reducida y significativa de la misma. A partir de esta información se construye una descripción (usualmente en forma de vector) que es empleada en la etapa de clasificación.
- *Clasificación:* Corresponde a la fase final del procesado de la señal. En esta etapa se establece la relación entre la descripción de la señal registrada y la actividad cerebral a detectar. Para esto, el sistema debe entrenarse previamente con un conjunto de datos representativos, a fin de que se genere un patrón característico para cada actividad cerebral a detectar.
- *Aplicación:* Una vez que se ha decidido a qué evento mental corresponde la señal registrada, se emite el comando de control vinculado con la actividad cerebral que se seleccionó.

- *Retroalimentación*: Esta etapa tiene la finalidad de ayudar al usuario a evaluar la efectividad del control sobre el dispositivo a través de su actividad cerebral.

La Figura 1.1 muestra las etapas antes descritas, mediante un esquema representativo de un sistema típico de BCI.

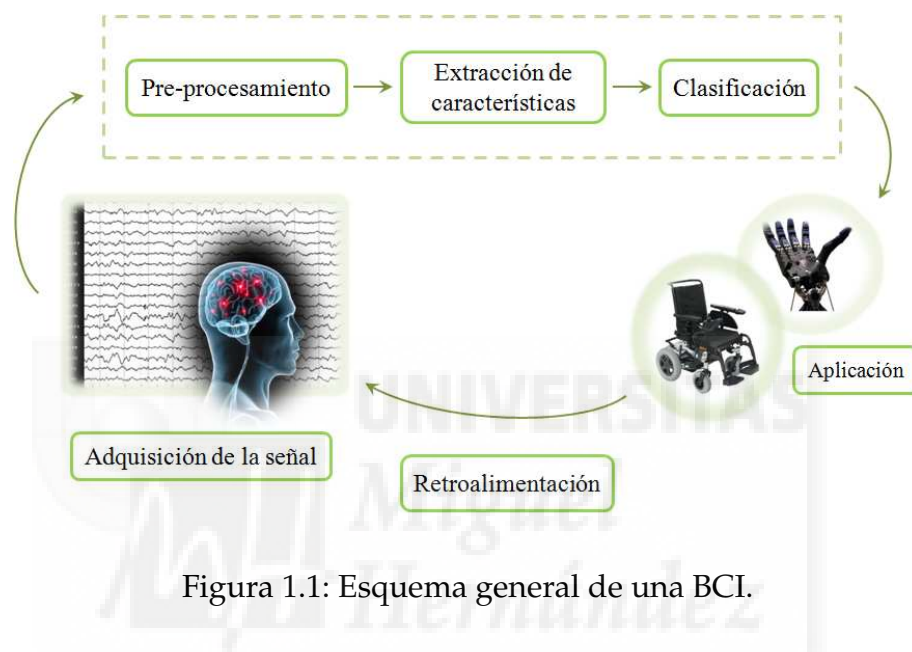


Figura 1.1: Esquema general de una BCI.

Aunque la relación entre la señal registrada y la actividad cerebral se define en la etapa de clasificación, el éxito de esta asociación no depende únicamente del clasificador utilizado. Vincular la señal registrada con la actividad cerebral correcta también está en función de la información que se ingresa al clasificador, por lo que la etapa de extracción de características se vuelve crucial.

La extracción de características puede realizarse en el dominio del tiempo o de la frecuencia [2]. En el dominio del tiempo se suele buscar cambios en la actividad cerebral producidos por la respuesta a un evento sensitivo, cognitivo o motriz. En el dominio de la frecuencia es común trabajar con el aumento o disminución de la potencia en una banda de frecuencia debido a una tarea mental determinada, siendo las tareas motrices las más usuales. Sin embargo, existen usuarios a los que se les complica modular el cambio en la actividad cerebral mediante este tipo de

tareas [6]. En lo que respecta al dominio del tiempo, resulta interesante explorar otros eventos que desaten un cambio en la actividad cerebral, con la finalidad de ampliar el campo de aplicación de las BCIs.

Junto con la extracción de características, un aspecto importante a considerar en el diseño de una BCI es el número de electrodos empleados para realizar el registro de EEG. Si bien es cierto que contar con una gran cantidad de electrodos puede brindar más información acerca de la actividad cerebral a detectar, en ocasiones puede estar obteniéndose información redundante que entorpezca la tarea de clasificación. Además, contar con un gran número de electrodos es poco comfortable para el usuario final pues se requiere más tiempo para la colocación del equipo e implica portar en la cabeza más electrodos. Por el contrario, reducir demasiado el número de electrodos puede llevar a pérdida indeseada de información [7, 8], por lo que debe buscarse un balance adecuado.

Por lo expuesto anteriormente, la principal motivación de este trabajo es desarrollar y evaluar nuevas técnicas para la extracción de características que utilicen un número reducido de electrodos. Igualmente se desea contemplar actividades mentales que no han sido exploradas o que han sido poco estudiadas, a fin de ampliar la gama de tareas que pueden ser útiles en el control de una BCI y, en su caso, darles nuevas aplicaciones. Así pues, en este trabajo se desarrolla la idea de explorar características que, además de conseguir una correcta discriminación de señales de EEG provenientes de diferentes tareas mentales, posibiliten seleccionar un conjunto reducido de electrodos relacionados con la actividad neuronal desencadenada por la tarea mental que ejecuta el usuario.

Igualmente, y con el fin de mostrar la aplicabilidad de los sistemas de BCI, es del interés de este trabajo la evaluación de diferentes características en la señal de EEG que permitan la detección de un obstáculo, instantes previos a que reaccione para evitarlo. Este trabajo forma parte del proyecto **Biomot** (*smart wearable robots with bioinspired sensorymotor skills*, financiado por la Comisión de la Unión Europea con el número de convenio IFP7-ICT- 2013-10-611695), siendo uno de sus objetivos incluir señales de EEG en el sistema de control de un exoesqueleto de miembro inferior.

1.2. Objetivo general

Desarrollar métodos de procesamiento enfocados a la etapa de extracción de características, aplicables a escenarios realistas y empleando tareas mentales poco utilizadas o que aún no hayan sido exploradas en el área de BCI.

1.2.1. Objetivos particulares

- Proponer un esquema de procesamiento que opere con un número reducido de electrodos y que esté orientado a la extracción de características, para la clasificación de señales reales de EEG asociadas a diversas tareas mentales motrices y cognitivas.
- Evaluar diferentes características en la señal de EEG para detectar la aparición repentina de un obstáculo que interfiere con la marcha de un sujeto sano, instantes previos a que el sujeto reaccione.

1.3. Estructura de la tesis

Situados en un contexto general del campo de estudio, esta tesis está conformada de la siguiente manera:

- El Capítulo 2 proporciona algunos conceptos generales dentro del área de BCI. Inicia con una breve descripción del sistema nervioso que ayudará a respaldar las observaciones hechas en esta tesis. Así mismo, se describen algunas técnicas utilizadas para el registro de la actividad cerebral. Posteriormente se habla acerca de la actividad cerebral empleada en las BCIs y sus aplicaciones actuales.

- En el Capítulo 3 se propone estudiar la conectividad existente entre diferentes áreas cerebrales y, con base en esa propiedad, se plantea un método para seleccionar un conjunto reducido de electrodos, adecuado para cada usuario, que permita discriminar entre dos o más tareas mentales. El capítulo proporciona una breve introducción acerca de tareas mentales no motrices que conducen a una variación en la potencia de la señal de EEG. Posteriormente se describen las etapas que conforman el método propuesto y los fundamentos teóricos de los que se hace uso. La aplicabilidad del método se demuestra mediante una serie de ejemplos numéricos en los que se emplean dos bases de datos de EEG de dominio público, una de ellas referente a tareas mentales relacionadas con eventos motrices y la otra relacionada a eventos cognitivos.
- En el Capítulo 4 se evalúa la factibilidad de detectar la aparición de un obstáculo mediante señales de EEG. El capítulo da una breve introducción acerca de los potenciales relacionados a eventos y hace una reseña del proyecto que enmarca al trabajo desarrollado. Posteriormente, se describe el procedimiento experimental para la adquisición de datos y se hace un análisis del cambio en la actividad cerebral debido a la aparición del obstáculo. Así mismo, se evalúan diferentes características de la señal de EEG para definir la que permita una mejor detección de la aparición del obstáculo.
- El Capítulo 6 enlista algunos comentarios finales junto con las contribuciones y perspectivas del trabajo desarrollado.

Capítulo 2

Interfaces cerebro-computadora

Formalmente una BCI es un canal de comunicación alterno al motriz, que brinda al usuario la posibilidad de controlar un dispositivo haciendo uso únicamente de la actividad cerebral, sin la participación de nervios periféricos [9].

Para comprender mejor la teoría en la que se basan las BCIs, a lo largo de este capítulo se revisarán algunos conceptos básicos.

2.1. Generalidades del sistema nervioso

Entre las funciones más importantes del sistema nervioso, se encuentra la de procesar la información del entorno para elaborar respuestas mentales y motoras adecuadas. El cerebro desecha más del 99 % de la información sensorial por carecer de importancia. Sin embargo, cuando existe información sensorial relevante, ésta se canaliza hasta las regiones motoras adecuadas del encéfalo para generar respuestas convenientes.

En el sistema nervioso existen tres niveles principales con funciones concretas [10], que se ilustran en la Figura 2.1:

- *Nivel medular*: Es la vía que conduce las señales desde la periferia del cuerpo hacia el encéfalo y viceversa. Además, los circuitos neuronales de la médula pueden originar movimientos para la marcha, reflejos de retirada cuando una parte del cuerpo recibe estímulos dolorosos, reflejos para sostener el cuerpo en contra de la acción de la gravedad, reflejos que controlan la excreción urinaria, reflejos que regulan los vasos sanguíneos locales o los movimientos gastrointestinales.
- *Nivel subcortical*: A este nivel se controlan la mayoría de las actividades que llamamos subconscientes. Por ejemplo, el control de la presión arterial y la respiración radica principalmente en el bulbo raquídeo y la protuberancia, situados por delante del cerebelo. El mantenimiento del equilibrio es una función mixta de las porciones más antiguas del cerebelo y de la sustancia reticular del bulbo, la protuberancia y el mesencéfalo.

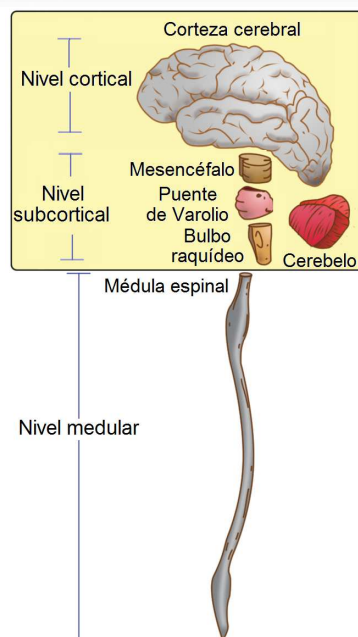


Figura 2.1: Niveles del sistema nervioso central.

- *Corteza cerebral*: Es la región a la que ascienden todas las modalidades sensitivas y donde se perciben e interpretan en relación con experiencias previas, además de ser esencial para la mayoría de los procesos mentales. Sin embargo, siempre trabaja en asociación con los centros inferiores del sistema nervioso. Así, cada parte del sistema nervioso lleva a cabo funciones específicas, pero la corteza cerebral contiene la información necesaria empleada por la mente.

La corteza cerebral se divide en cuatro partes principales, como puede apreciarse en la Figura 2.2, llamadas *lóbulos* [11]:

- *Lóbulo frontal*: La región prefrontal posterior y lateral proporciona los circuitos neurales para la formación de palabras y resulta esencial para los procesos del pensamiento. La zona frontal está implicada en la ejecución de movimientos debido a que contiene la corteza motora.
- *Lóbulo parietal*: Contiene la corteza somatosensorial primaria, por lo que tiene un papel importante en el proceso de la información sensorial procedente de varias partes del cuerpo.
- *Lóbulo temporal*: Contiene la corteza auditiva primaria, que es la responsable de la percepción consciente del sonido. La información auditiva es procesada en la corteza de asociación auditiva, que es fundamental para la comprensión del lenguaje hablado y tiene importantes conexiones con otras áreas del lenguaje del encéfalo. Así mismo, ya que el lóbulo temporal contiene al hipocampo, está relacionado con la memoria y aspectos emocionales de la conducta.
- *Lóbulo occipital*: Es responsable de la percepción visual y de la interpretación de las imágenes visuales. Además, contiene el área de comprensión del lenguaje. En sus porciones más laterales existe un área para la nominación de objetos.

Como se aprecia en la Figura 2.2b, la corteza motora se encuentra anterior al surco central y ocupa casi un tercio posterior de los lóbulos frontales. Posterior

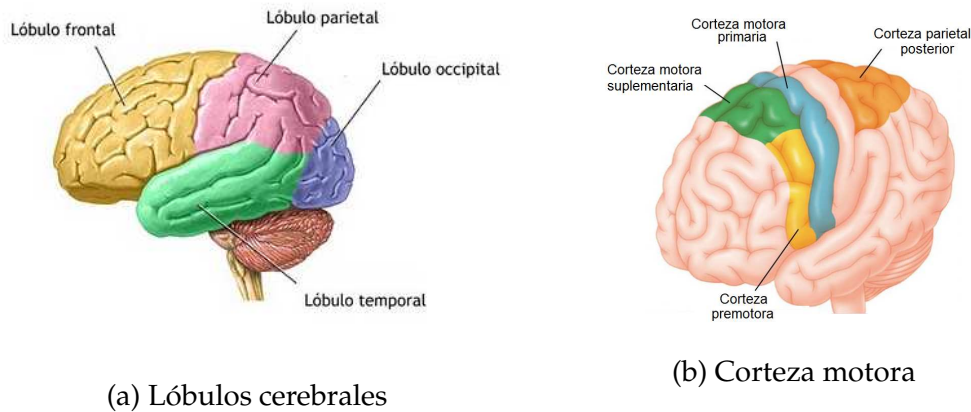


Figura 2.2: Áreas funcionales de la corteza cerebral.

al surco central se encuentra la corteza sensitiva, la cual envía señales a la corteza motora para iniciar las actividades motoras. La corteza motora se encuentra dividida en tres subáreas [10, 11]:

- *Corteza motora primaria*: Se localiza en la primera circunvolución de los lóbulos frontales, delante del surco central. Trabaja conjuntamente con las áreas premotoras para planificar y ejecutar movimientos. La estimulación de la corteza motora primaria produce la contracción de grupos musculares en el lado opuesto (contralateral) del cuerpo.
- *Corteza premotora*: Se localiza en la porción anterior a la corteza motora primaria. La estimulación de las áreas corticales premotoras induce movimientos menos focalizados que los producidos por la corteza motora primaria y afecta grupos de músculos relacionados funcionalmente. Se cree que las áreas corticales premotoras actúan en la preparación y programación del movimiento, así como en el control de la postura.
- *Área motora suplementaria*: Se localiza enfrente de la corteza motora primaria y funciona conjuntamente con el área premotora. Los movimientos evocados por esta zona son de naturaleza postural e implican a la musculatura axial y proximal de los miembros.

2.2. Técnicas para el registro de actividad cerebral

Durante la transmisión de información dentro del cerebro, se generan pequeños flujos de corriente debido a la activación de las neuronas. Estos flujos de corriente generan actividad eléctrica y campos magnéticos que pueden ser medidos mediante diversas técnicas como la magnetoencefalografía (MEG), electrocorticografía (ECoG), electroencefalografía (EEG), entre otras, obteniendo así un registro de la actividad eléctrica cerebral. Debido a su complejidad en el equipo, su elevado costo, o su baja resolución temporal, técnicas de imagenología como resonancia magnética o tomografía por emisión de positrones son poco utilizadas en el área de BCI [12, 13].

MEG es una técnica no invasiva, muy útil en el área de investigación clínica. Por medio de SQUIDS (dispositivos superconductores de interferencia cuántica) mide los campos magnéticos producidos en el cerebro debido a los flujos de corriente que existen dentro de él. Cuenta con una buena resolución temporal y espacial, sin embargo, la mayor limitante para su uso es su elevado costo.

ECoG es una técnica semi invasiva que consiste en la implantación de electrodos directamente sobre la superficie cerebral. Comenzó a utilizarse a principios de 1940 para localizar tejido epileptogénico [14]. A pesar de que expone al usuario a los riesgos propios de las intervenciones quirúrgicas, tiene como ventajas que ofrece una alta resolución espacial y menor vulnerabilidad de la señal a ser contaminada por alguna fuente de ruido como las señales oculares o electromiográficas. Además la amplitud de la señal cerebral se conserva al no ser interferida por el efecto aislante del cráneo [15]. Debido a estas características, ha encontrado cabida en el campo de las BCIs [16, 17].

Por su parte, EEG es una técnica que realiza el registro de la actividad cerebral a través de un conjunto de electrodos colocados sobre el cuero cabelludo. A pesar de que esta técnica ofrece una baja resolución espacial y las señales se ven contaminadas por interferencias, tiene a su favor que es de bajo costo, la instrumentación se lleva a cabo en poco tiempo y tiene buena resolución temporal. Aunado a esto, al ser no invasiva no pone en riesgo al usuario. Por lo anterior,

esta es la técnica más comunmente utilizada en el área de BCI [18, 19, 20].

2.2.1. Sistema internacional 10-20

Para la colocación de los electrodos utilizados en la técnica de EEG, la Federación Internacional de Sociedades de la electroencefalografía y neurofisiología clínica sugiere apegarse a lo establecido por el *Sistema Internacional 10-20* que, tomando como referencia el *nasión* (intersección del hueso frontal y los dos huesos nasales) y el *inión* (la mayor protuberancia del hueso occipital), plantea la distribución de 21 electrodos (Figura 2.3) de la siguiente manera:

- Se mide la distancia entre el nasión y el inión pasando por el *vértex* (punto más alto del cráneo). El 10 % de esta distancia sobre el nasión señala el punto de referencia fronto-parietal (Fp) y el 10 % de esta distancia sobre el inión señala el punto de referencia occipital (O).
- Entre los puntos Fp y O se sitúan, a intervalos iguales de 20 % de la distancia inión-nasión, otros tres puntos. De adelante hacia atrás, estos puntos se denominan Fz, Cz y Pz.
- Si se mide la distancia entre los puntos preauriculares (situados por delante del pabellón auditivo) pasando por el vértex, entonces el 10 % de esta distancia marca la posición de los puntos temporales mediales, T3 y T4. A un 20 % de la medida por encima de T3 y T4 se colocan los electrodos centrales C3 y C4.

Tomando como base el sistema 10–20, se han propuesto sistemas de referencia para la distribución de arreglos de electrodos más densos, como el 10–10 que sugiere el posicionamiento de 81 electrodos, o el 10–5 para colocar 329 [21]. En el caso del sistema 10–10, se colocan los puntos Fpz, AFz, Fz, FCz, Cz, Cpz, Pz, POz y Oz sobre la línea que une al nasión y al inión pasando por el vértex, a una distancia de 10 % de la distancia nasión–inión. Al 10 % de la distancia entre los puntos preauriculares, sobre la línea que los une pasando por el vértex, se colocan los puntos T7, C5, C3, C1, Cz, C2, C4, C6 y T8.

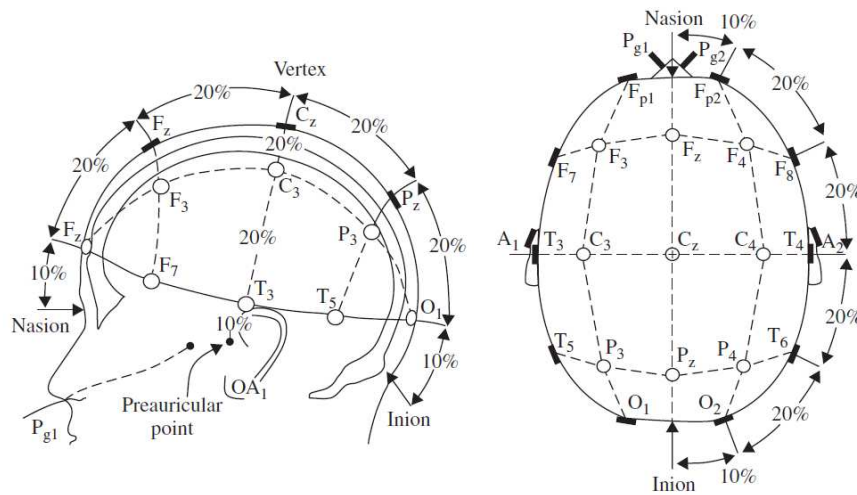


Figura 2.3: Disposición de los electrodos de acuerdo al sistema internacional 10-20. Vista lateral y vista superior (tomado de [12]).

2.3. Actividad cerebral en aplicaciones BCI

Como se mencionó en el capítulo anterior, para lograr el control del dispositivo final, es necesario relacionar la actividad cerebral registrada con un evento mental determinado. Dependiendo de la manera en que se genere dicha actividad, puede ser dividida en dos grandes grupos: actividad modulada y potenciales relacionados a eventos [12, 2].

2.3.1. Actividad modulada

Es una variación en la actividad eléctrica cerebral cuya principal característica es que el sujeto la controla (o *modula*) a voluntad, es decir, depende del usuario que exista o no. Por esta razón, una BCI basada en actividad modulada ejecutará la acción para la que esté destinada cuando el usuario así lo decida. Para lograr un buen control en la actividad cerebral, es recomendable que el usuario tenga un entrenamiento previo [22]. Algunos ejemplos de actividad modulada son:

- *Ritmos sensitivo-motrices (sensorimotor rhythms o SMRs)*: La realización de un movimiento provoca que disminuya la potencia espectral de la señal eléctrica cerebral en la banda de frecuencia de 8-12 Hz (banda μ), ubicada en la corteza motora, contralateral a la extremidad en movimiento. Este fenómeno se denomina *desincronización (event-related desynchronization o ERD)* de la banda μ . Está demostrado que imaginar un movimiento genera efectos similares de desincronización que su realización [23]. Adicionalmente, el movimiento de diferentes miembros genera diferentes distribuciones de potencial que ya se encuentran bien caracterizadas [24]. Después de la ejecución o imaginación del movimiento, se encuentra un incremento en la banda de frecuencia de 16-22 Hz (correspondiente a la denominada banda β), lo que se conoce como *sincronización (event-related synchronization o ERS)*. Entre las aplicaciones que se han dado a los SMRs están el control de teclados virtuales, el control de prótesis, el manejo de brazos robóticos, la navegación en entornos virtuales, por mencionar algunos ejemplos [25, 26, 27, 28].
- *Tareas cognitivas*: Hay diversas actividades mentales no relacionadas con el movimiento, tales como cálculos matemáticos, visualizar la escritura de números, imaginar un sonido, redactar mentalmente un texto, entre otras, que generan patrones de oscilación en determinadas zonas cerebrales dentro de una banda de frecuencia específica [29, 30]. Aunque este tipo de eventos han sido menos explorados, existen estudios preliminares para el control de BCIs basados en tareas cognitivas [29, 31]. Por ejemplo, en [27] se implementó el control de un brazo robótico usando actividad cognitiva en combinación con SMRs.
- *Potenciales corticales lentos (slow cortical potentials o SCPs)*: Cuando existe un cambio negativo en el potencial, se asocia con un incremento en la actividad neuronal, mientras que un cambio positivo se asocia con una disminución en la actividad. El tiempo de entrenamiento para el control de los SCPs suele ser mayor que el requerido para los SMRs [2]. Las BCI basadas en SCPs son un tanto deficientes en aplicaciones en tiempo real, debido a que se requiere de un registro de larga duración para advertir la existencia del SCP [2, 32].

2.3.2. Potenciales relacionados a eventos

Los potenciales relacionados a eventos (*event-related potentials* o ERP) son cambios en la amplitud del potencial eléctrico cerebral ocasionados ya sea por la recepción de un estímulo que puede ser auditivo, sensitivo o visual, o por un evento determinado (por ejemplo, iniciar un movimiento). Estos potenciales se presentan en un instante de tiempo específico y en función del estímulo recibido. Por lo tanto, su característica principal es que el sujeto no los controla a voluntad, sino que son consecuencia del estímulo o del evento involucrado, entonces el usuario no necesita de un entrenamiento para lograr su control. Algunos ejemplos de ERPs son:

- *Potenciales evocados visuales (visual evoked potentials* o VEPs): Son potenciales registrados en la corteza visual ocasionados por la recepción de un estímulo luminoso [33]. Como resultado de una estimulación visual a una frecuencia constante, en la zona occipital se tiene el registro de ondas evocadas a la misma frecuencia, lo que se conoce como *potenciales evocados visuales de estado estacionario (steady-state visual evoked potentials* o SSVEPs). Así, una BCI basada en SSVEPs consiste en dar al usuario estímulos a diferentes frecuencias y que fije su atención en aquel que esté relacionado con el comando de control deseado. Una de las principales ventajas en la aplicación de este tipo de potenciales es que se requiere un reducido número de electrodos, pues la actividad de interés está focalizada en la zona occipital. Los SSVEPs han sido aplicados en el control de prótesis y órtesis, así como en tareas de navegación y control de entornos virtuales [34, 35, 4, 36].
- *Potencial P300*: Es una deflexión positiva que se manifiesta en la señal de EEG aproximadamente 300 ms después de la aparición de un estímulo que resulta significativo para el sujeto de entre una serie de estímulos que le son presentados [37]. Se registra en la zona parieto-occipital de la corteza cerebral. Este tipo de potenciales se utilizan comunmente en los deletreadores [38, 39], aunque también han sido aplicados en el control de entornos virtuales [40].



Capítulo 3

Clasificación de señales de EEG basada en la coherencia

3.1. Antecedentes

Los eventos motrices producen una desincronización en la zona central de la corteza cerebral (desincronización de la banda μ), que puede ser controlada a voluntad mediante la imaginación o ejecución de un movimiento. Aunado a esto, el movimiento de diferentes miembros genera diferentes distribuciones de potencial. Ambas características hacen a los eventos motrices candidatos ideales para su uso en aplicaciones de BCI. Sin embargo, para algunas personas resulta difícil lograr este control a voluntad. Tal es el caso de pacientes que llevan un largo periodo de tiempo sin ejecutar un movimiento y han olvidado las sensaciones involucradas [6]. Así pues, la posibilidad de emplear tareas mentales diferentes a las motrices en aplicaciones de BCI debe ser estudiada más ampliamente.

Algunos grupos han explorado los cambios en la actividad cerebral producidos debido a tareas mentales relacionadas con eventos cognitivos. Por ejemplo en [41], utilizando un arreglo de EEG de 64 electrodos, se analizó la distribución de potencial generada por seis tareas mentales diferentes: cálculo aritmético, navegación espacial, recuerdo de una canción, recuerdo del sonido de un timbre,

imaginación del movimiento de la mano derecha e imaginación del movimiento de la mano izquierda. Como resultado se obtuvo que tareas relacionadas con audición promueven la actividad en la zona temporal, mientras que la actividad en la zona frontal se ve influenciada por tareas relacionadas con cálculos aritméticos y las tareas motrices tienen efecto en la zona central.

De una manera más específica, en [42] se estudió la actividad cerebral al momento de realizar cálculos mentales con diferentes niveles de dificultad. Mediante un análisis por resonancia magnética funcional se encontró que existe activación de la corteza dorso-lateral prefrontal cuya magnitud e instante de aparición es proporcional a la dificultad de la operación aritmética que se realiza. Además dicha activación influye en la sincronización de la onda γ (20-90 Hz).

Respecto a los resultados obtenidos al clasificar diferentes tareas mentales cognitivas, un antecedente es el trabajo en [30]. Allí se emplearon cinco eventos diferentes: actividad basal, solución de un problema matemático, visualización de la rotación de una figura geométrica en 3D, redacción mental de una carta e imaginación de la escritura secuencial de los números. La característica utilizada fue un índice de asimetría de la potencia de la señal de EEG registrada en los dos hemisferios para los rangos de frecuencia 0-3 Hz, 4-7 Hz, 8-13 Hz y 14-20 Hz. La clasificación se llevó a cabo comparando las tareas a pares y con ello se lograron tasas de acierto superiores al 80 %. Así se demostró la posibilidad de discriminar señales de EEG provenientes de las diferentes tareas.

Por otro lado, en [31] se trabajó con cuatro clases diferentes: navegación espacial, imaginación de un tono, imaginación del movimiento de la mano derecha e imaginación del movimiento de la mano izquierda. Utilizando como característica los coeficientes de un modelo autorregresivo, se compararon las clases por pares. Se concluyó que el mejor desempeño se logra al trabajar con tareas de navegación espacial y la imaginación de un tono.

En el presente trabajo se realiza la clasificación de señales de EEG provenientes de tareas mentales motrices y cognitivas, explotando el hecho de que la conectividad entre diferentes regiones cerebrales varía de acuerdo a la tarea mental

desarrollada. Una métrica de dicha interacción está dada por la *coherencia*, que expresa la correlación de dos señales en el dominio de la frecuencia [43].

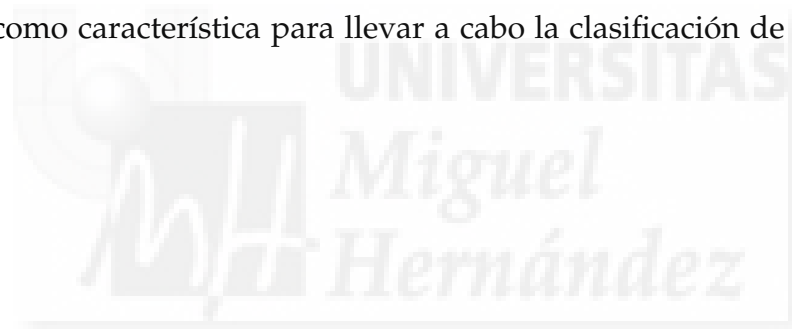
Un antecedente sobre el uso de la coherencia en el estudio de la actividad cerebral se encuentra en el trabajo desarrollado en [44]. Allí se estudió la interacción entre las áreas sensitivas motoras izquierda y derecha durante el movimiento del dedo índice derecho. Otras aplicaciones que se han dado a la coherencia se hallan en estudios sobre el flujo de información en el cerebro [45, 46, 47].

De igual modo, la coherencia se ha empleado como característica para la clasificación de señales de EEG. En [48], haciendo uso de la coherencia, modelos de Markov y redes neuronales de tipo perceptrón multicapa, se clasificaron señales de EEG relacionadas con actividad basal, imaginación de un movimiento y ejecución de un movimiento, con tasas de acierto superiores al 70 %.

Así pues, en este capítulo se propone un método de extracción de características y clasificación de señales de EEG basado en la coherencia, que selecciona un conjunto óptimo de electrodos para cada usuario, relacionado con la tarea mental desarrollada.

3.2. Hipótesis

La conectividad existente entre diferentes áreas cerebrales está en función de la tarea mental que se desarrolla, lo que ayudará a elegir un conjunto óptimo de electrodos relacionados con la tarea realizada. Dicha conectividad puede además ser utilizada como característica para llevar a cabo la clasificación de señales de EEG.



3.3. Marco teórico

En vista que el método propuesto de clasificación está basado en la coherencia, a continuación se detalla la teoría detrás de esta métrica, así como de su significancia estadística, lo que permite asociar a la coherencia con la conectividad entre procesos cerebrales.

3.3.1. Coherencia

Sea $x_m(t)$ la señal de EEG registrada en el electrodo $m \in \{1, 2, \dots, M\}$ en el instante de tiempo $t = 0, 1, 2, \dots, T - 1$. Entonces, la coherencia entre dos señales $x_j(t)$ y $x_k(t)$, con $j, k \in \{1, 2, \dots, M\}$ y $j \neq k$, está dada por [12]

$$\gamma_{j,k}^2(f) = \frac{|P_{jk}(f)|^2}{P_{jj}(f)P_{kk}(f)}, \quad (3.1)$$

donde f es la frecuencia, $P_{jk}(f)$ es el espectro cruzado de las señales $x_j(t)$ y $x_k(t)$, y $P_{jj}(f)$ y $P_{kk}(f)$ definen el autoespectro de $x_j(t)$ y $x_k(t)$, respectivamente. Hay que recordar que el espectro cruzado de dos señales puede obtenerse a través de la transformada de Fourier de la función de correlación cruzada, i.e.

$$\hat{P}_{jk}(f) = \sum_{\tau=-(T-1)}^{T-1} \hat{R}_{jk}(\tau) e^{-i2\pi f\tau}, \quad (3.2)$$

donde \hat{R}_{jk} es un estimador consistente de la correlación cruzada de las señales $x_j(t)$ y $x_k(t)$, y está dado por

$$\hat{R}_{jk}(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1-|\tau|} x_j(t)x_k(t+|\tau|). \quad (3.3)$$

La coherencia es una métrica que indica el grado de correlación de la potencia espectral de dos señales en una frecuencia específica. Su valor está dentro del intervalo de cero a uno, donde valores cercanos a uno indican que existe correlación entre las señales. Dado que en este trabajo las señales corresponden al registro de EEG proveniente de dos diferentes electrodos, un valor alto en la coherencia puede entenderse como un elevado grado de comunicación entre dos regiones cerebrales diferentes, mientras que valores bajos sugieren independencia [49].

3.3.2. Significancia estadística de la coherencia

Ahora bien, con el fin de garantizar que el valor de la coherencia expresa una verdadera conectividad entre las diferentes zonas cerebrales, es importante evaluar la *significancia estadística* de la coherencia. Para realizar esta evaluación, han surgido diversos métodos. En el presente trabajo se hace uso de lo propuesto en [50]. Dicho método consiste en generar $q = 1, 2, \dots, Q$ datos *subrogados* a partir de cada una de las señales originales, conservando las características espectrales de la señal original pero introduciendo un desfase aleatorio entre $[-\pi, \pi]$. A continuación se calcula la coherencia para cada q -ésimo par de estas nuevas señales, resultando en Q valores de coherencias, con los que se genera una distribución muestral empírica. El valor del percentil $100(1 - \alpha)$ fija el umbral a partir del cual la coherencia entre las señales $x_j(t)$ y $x_k(t)$ puede ser considerada como significativa, siendo α el nivel de significancia.

Para fines de este trabajo, dicho umbral se denota como $\eta_{j,k}$. Entonces, se considera que existe una coherencia significativa entre dos señales siempre que

$$\gamma_{j,k}^2(f) > \eta_{j,k}(f). \quad (3.4)$$

3.4. Metodología

3.4.1. Descripción del método propuesto

Partamos de la suposición de que existe un subconjunto de L electrodos, tal que $L \ll M$, y que las coherencias de todos los pares de señales de dichos L electrodos son significativas. Entonces, dichas coherencias formarán un vector de características de dimensión $D = \binom{L}{2}$ asociado a cada tarea mental (clase), e.g., $\mathbf{y} = [\gamma_{l_1, l_2}^2, \gamma_{l_1, l_3}^2, \dots, \gamma_{l_1, l_L}^2, \gamma_{l_2, l_3}^2, \gamma_{l_2, l_4}^2, \dots, \gamma_{l_2, l_L}^2, \dots, \gamma_{l_{L-1}, l_L}^2]^T$. Así pues, nuestro objetivo es encontrar el vector de características óptimo \mathbf{y}_{OPT} que permita además discriminar dichas tareas con una tasa de desempeño aceptable.

El primer paso en el método propuesto es la evaluación de la significancia de las D coherencias en cada una de las $U_0 = \binom{M}{L}$ combinaciones de electrodos. Para llevar a cabo tal evaluación, la coherencia se calcula por medio de (3.1) para una frecuencia de interés f_s que puede ser determinada de diferentes maneras (tal como la propuesta en [51]). Como se mencionó anteriormente, la significancia de dichas coherencias debe ser evaluada a partir de los umbrales definidos en (3.1). Este proceso se realiza de manera independiente para los datos de EEG correspondientes a cada una de las $i = 1, 2, \dots, I$ clases.

Hasta este punto puede asumirse verdadera conectividad entre las zonas cerebrales donde se encuentran las combinaciones de electrodos cuyas señales muestran una coherencia significativa. Ahora bien, las D coherencias que formarán el vector \mathbf{y}_{OPT} serán aquellas que además permitan la mejor discriminación de las I clases. Dichas coherencias son entonces seleccionadas mediante una prueba de hipótesis, tal como se describe en el siguiente apartado.

3.4.2. Comparación de medias

Al tener un conjunto de vectores de características \mathbf{y} formado por D coherencias significativas, se desea saber si provienen de distribuciones distintas, de

modo que las señales de EEG puedan ser correctamente discriminadas. Para esto se realiza una comparación de sus valores medios aplicando una prueba de hipótesis:

Definamos a μ_i como el valor medio de la coherencia para la i -ésima clase, entre las señales provenientes de dos electrodos l_1, l_2 de un subconjunto de L electrodos, i.e.,

$$\mu_i = \frac{1}{N_i} \sum_{n=1}^{N_i} \{\gamma_{l_1, l_2}^2(f_s)\}_{i, n}, \quad (3.5)$$

siendo $\{\gamma_{l_1, l_2}^2(f_s)\}_{i, n}$ la coherencia entre las señales $x_{l_1}(t)$ y $x_{l_2}(t)$, provenientes de la clase i en la n -ésima medición. Bajo esas condiciones se puede proponer la siguiente prueba de hipótesis:

$$\begin{aligned} H_o &: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_I, \\ H_a &: \text{cualquier negación de } H_o. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Por tanto, la combinación óptima es aquella que rechaza la hipótesis nula con un valor $p \ll \alpha$ para las D dimensiones del vector de características \mathbf{y} . Para más detalles acerca de cómo se realizó la evaluación de (3.6), consultar el Apéndice A. Así pues, \mathbf{y}_{OPT} será aquel entre los U vectores de características cuyas coherencias, además de ser significativas, tienen valores medios distintos para al menos una de las I clases.

3.4.3. Clasificación

Habiendo seleccionado la combinación óptima, el problema de clasificación consiste en asignar un nuevo vector de características \mathbf{y} a una clase determinada. Para esto se requiere de un entrenamiento previo, que puede ser supervisado o no supervisado.

El entrenamiento supervisado consiste en introducir un juego de datos conociendo *a-priori* a qué clase corresponde. A partir de estos datos, se genera un modelo específico para cada clase. Así, un nuevo dato se asigna a la clase de donde proviene el modelo con el que haya tenido más semejanza. En el entrenamiento

no supervisado la clase a la que corresponden los datos es desconocida, por lo que se requiere explorarlos para encontrar algún patrón característico entre ellos que ayude a discriminarlos. En este trabajo se realiza un entrenamiento supervisado basado en un discriminante no lineal para el caso de $I = 2$ clases, y otro basado en la distancia de Mahalanobis para el caso de $I > 2$ clases. Los detalles de la implementación de estos clasificadores se encuentran en el Apéndice B.

3.4.4. Evaluación

Finalmente, es necesario conocer la precisión que se logra con el método propuesto. Dicha evaluación puede realizarse calculando la proporción de clasificaciones correctas en función del número de clasificaciones totales. En este sentido, es importante tener en consideración la proporción de aciertos que se logran como producto del azar. En el Apéndice C se describen los métodos de evaluación empleados en este trabajo.

3.5. Ejemplos numéricos

A lo largo de esta sección se demuestra la aplicabilidad del método propuesto mediante una serie de ejemplos numéricos. Los datos utilizados proceden de dos bases de datos de EEG de dominio público, correspondientes a eventos motrices y eventos cognitivos. Estos datos fueron utilizados debido a que, al paso de los años y tras ser empleados en el desarrollo de múltiples métodos, se han convertido en el estándar para comparar el desempeño de nuevas técnicas.

3.5.1. Eventos motrices

Los datos relacionados a eventos motrices provienen del trabajo [52] y forman parte de la base de datos IVa de la tercera competición internacional “BCI Competition III” (www.bbci.de/competition/iii/). La base de datos contiene el registro de cinco sujetos sanos, denominados como *aa*, *al*, *av*, *aw* y *ay*.

Para el experimento se solicitó a los sujetos imaginar el movimiento de la mano derecha (denominado en este trabajo como *Clase 1*) y del pie derecho (*Clase 2*). El sujeto debía imaginar durante 3.5 s el movimiento indicado en una pantalla posicionada delante de él. El tiempo entre cada indicación fue aleatorio entre 1.75 y 2.25 s. Para cada sujeto se cuenta con 280 mediciones independientes (140 de cada clase).

En todos los casos, las mediciones de EEG se realizaron con un arreglo de 118 electrodos. Sin embargo, debido a que el propósito es buscar un número menor de electrodos, en este trabajo se comenzó la búsqueda a partir de los siguientes $M = 16$ canales: F7, F8, Fp1, Fp2, F3, Fz, F4, C3, Cz, C4, P3, Pz, P4, O1, Oz, y O2. La frecuencia de muestreo fue de 1000 Hz.

Como parte del preprocesamiento, la señal fue submuestreada a 250 Hz. Con el fin de mitigar el ruido, se aplicó un filtro digital paso banda tipo Butterworth de cuarto orden, con frecuencia de corte inferior de 1 Hz y superior de 100 Hz. Igualmente se aplicó un filtro notch a 50 Hz específico para la interferencia de las

líneas de transmisión eléctrica.

A manera de prueba del concepto, se decidió hacer la búsqueda de un subconjunto de $L = 3$ electrodos, ya que es el número mínimo para formar una “red” que permita estudiar las interacciones entre ellos. Así pues, el número total de combinaciones posibles es $U_0 = \binom{16}{3} = 560$ y la dimensión del vector de características resultante es $D = \binom{3}{2} = 3$, i.e. $\mathbf{y} = [\gamma_{l_1, l_2}^2, \gamma_{l_1, l_3}^2, \gamma_{l_2, l_3}^2]^T$. La evaluación de la significancia de la coherencia se realizó conforme lo descrito en el apartado 3.3.2, generando $Q = 400$ datos *subrogados* y considerando un nivel de significancia $\alpha = 0.01$. La frecuencia de interés se buscó en un rango de 8 a 18 Hz, pues es bien sabido que ésta es la banda de frecuencia en la que se registran los eventos motrices. Bajo estas condiciones se realizó el proceso iterativo descrito en la Sección 3.4.

A continuación se aplicó la prueba de hipótesis sólo a aquellas combinaciones de electrodos que hayan mostrado una coherencia significativa al menos el 70 % de las veces que fue evaluada. El resultado de la prueba de hipótesis aplicada a los datos seleccionados en el proceso iterativo se muestra en las Figuras 3.1-3.5, donde cada figura corresponde a un sujeto. El eje de las abscisas indica las combinaciones que rechazan H_0 i.e., las coherencias para la misma combinación de electrodos evaluadas para dos tareas mentales distintas difieren en la media. El eje de las ordenadas corresponde a los valores p , que para una mejor apreciación se muestran en escala logarítmica. Las marcas (\circ , \square y ∇) representan el valor p obtenido para cada una de las coherencias γ_{l_1, l_2}^2 , γ_{l_1, l_3}^2 , γ_{l_2, l_3}^2 , respectivamente. Cabe hacer notar que, a pesar de que el número total de combinaciones posibles es $U_0 = 560$, sólo un número $U \ll U_0$ de las combinaciones rechaza H_0 , de las cuales cualquiera brindará una clasificación satisfactoria. Sin embargo, debido a que se busca la combinación óptima, se elige la que presente un valor $p \ll \alpha$ en todas las dimensiones del vector de características con el fin de proporcionar la mayor certidumbre. El nivel de significancia utilizado fue de $\alpha = 0.01$, pero para los sujetos *aa* y *av* no se obtuvo ninguna combinación que rechazara H_0 a ese valor de α , por lo que $\alpha = 0.05$ para estos casos.

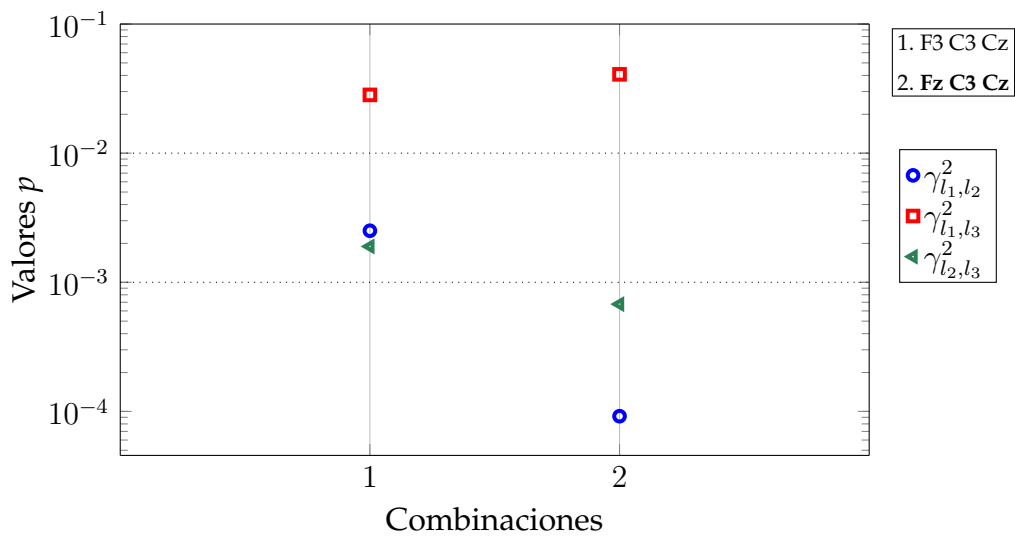


Figura 3.1: Valores p en escala logarítmica para las $U = 2$ combinaciones de electrodos que rechazan la hipótesis nula en (3.6) para los datos del sujeto *aa*.

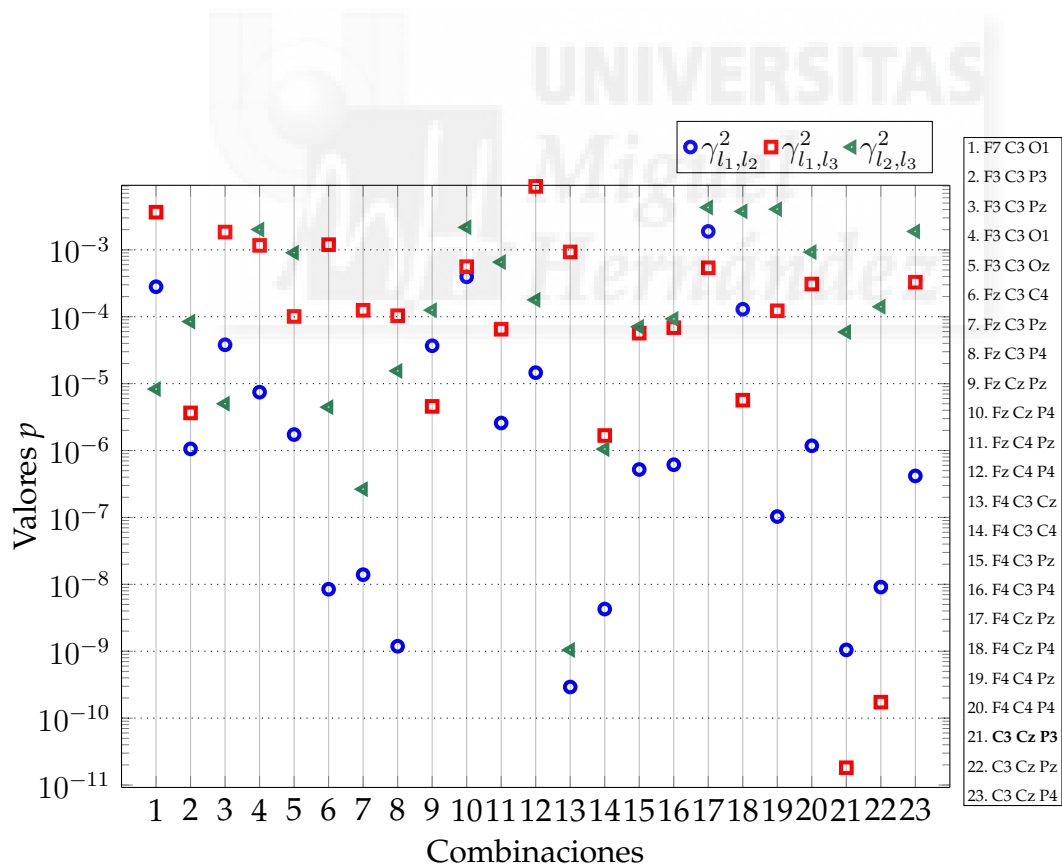


Figura 3.2: Valores p en escala logarítmica para las $U = 23$ combinaciones de electrodos que rechazan la hipótesis nula en (3.6) para los datos del sujeto *al*.

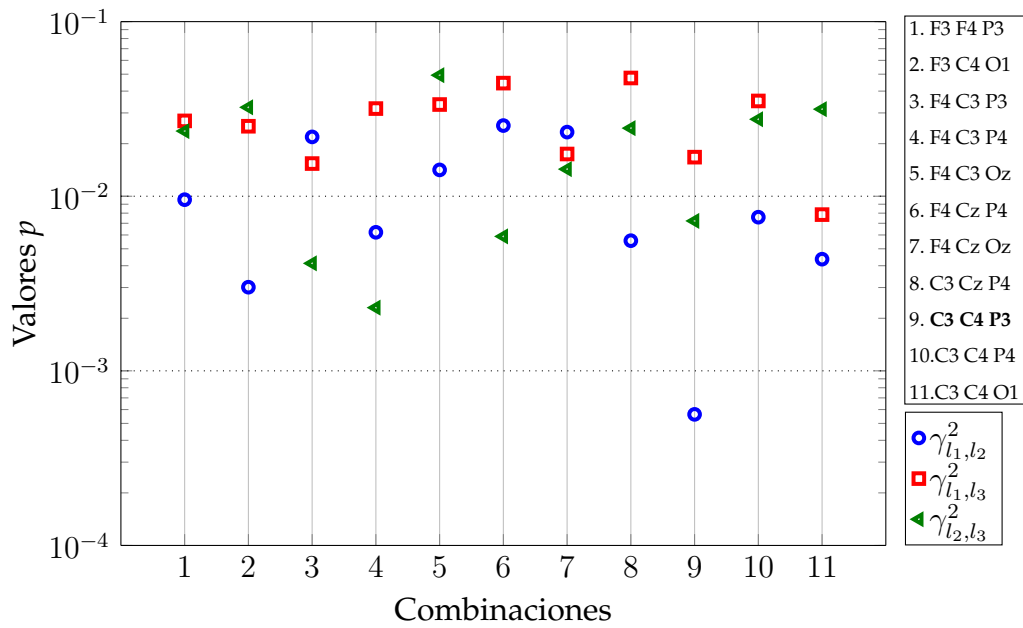


Figura 3.3: Valores p en escala logarítmica para las $U = 11$ combinaciones de electrodos que rechazan la hipótesis nula en (3.6) para los datos del sujeto av .

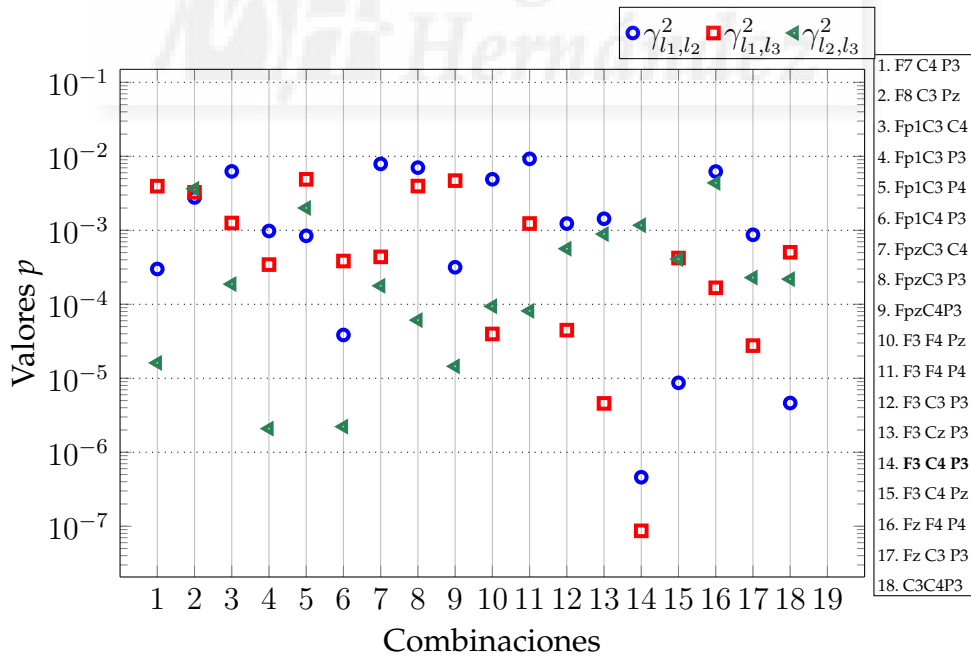


Figura 3.4: Valores p en escala logarítmica para las $U = 18$ combinaciones de electrodos que rechazan la hipótesis nula en (3.6) para los datos del sujeto aw .

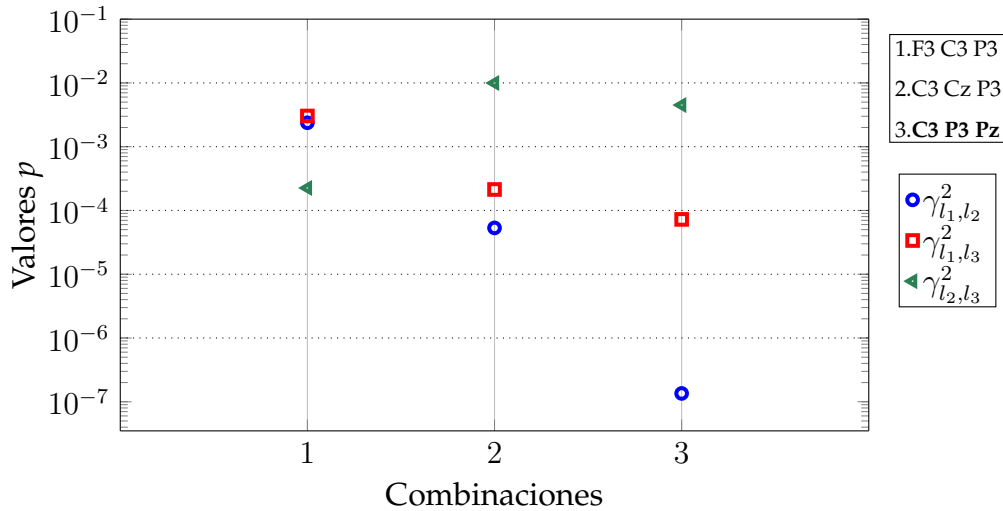


Figura 3.5: Valores p en escala logarítmica para las $U = 3$ combinaciones de electrodos que rechazan la hipótesis nula en (3.6) para los datos del sujeto *ay*.

Un análisis más profundo las Figuras 3.1- 3.5 revela, con base en los valores p obtenidos para cada una de las coherencias γ_{l_1, l_2}^2 , γ_{l_1, l_3}^2 , γ_{l_2, l_3}^2 , qué pareja de electrodos influye mayormente en la tarea de discriminación. Tomando como ejemplo el caso del sujeto *aa*, se aprecia que para la combinación seleccionada $\{Fz, C3, Cz\}$, la pareja Fz-C3 arroja el valor p mínimo, seguido de C3-Cz y al final Cz-Fz. Esto último está en concordancia con el evento neuronal generado por las tareas mentales involucradas. La justificación de esta aseveración es que los valores p más bajos son obtenidos con las parejas en las que participa el electrodo C3 posicionado en la parte izquierda de la cabeza. Recordando que esta ubicación es contralateral a las tareas mentales solicitadas (imaginación del movimiento de la mano derecha o del pie derecho). Un análisis y conclusiones similares aplican para el resto de los sujetos.

La Tabla 3.1 resume la combinación de electrodos seleccionada para cada sujeto, así como la frecuencia f_s utilizada. Es de notarse que para todos los sujetos existe un electrodo central en la combinación seleccionada. Este hecho es consistente con el conocimiento de que los eventos motrices activan la zona central de la corteza cerebral. Más aún, el electrodo involucrado en la mayoría de los sujetos fue el electrodo C3, posicionado en la parte izquierda de la cabeza. Esto sugiere que los electrodos seleccionados mediante el método propuesto están relaciona-

dos con el evento fisiológico en cuestión.

Tabla 3.1: Combinación de electrodos usada para generar \mathbf{y}_{OPT} y frecuencias seleccionadas para cada sujeto.

Sujeto	Electrodos seleccionados	f_s
<i>aa</i>	Fz, C3, Cz	17 Hz
<i>al</i>	C3, Cz, P3	15 Hz
<i>av</i>	C3, C4, P3	15 Hz
<i>aw</i>	F3, C4, P3	17 Hz
<i>ay</i>	C3, P3, Pz	15 Hz

Una vez seleccionada la combinación óptima de electrodos, se genera el vector de características \mathbf{y}_{OPT} que, al ser en este caso de $D = 3$ dimensiones, es posible graficarlo en un plano 3D como el que se muestra en la Figura 3.6. Puede observarse que los puntos obtenidos para cada clase tienden a diferenciarse no por su valor medio sino por su dispersión en el espacio de características. Esta característica fue la que nos llevó a seleccionar un discriminante no lineal, pues dada esta distribución es posible separar ambas clases mediante restricciones lineales.

En este caso el entrenamiento del clasificador consistió en calcular la matriz de covarianza $\{R_{yy}\}_i$ y la media $\bar{\mathbf{y}}_i$ de cada clase, necesarias para generar el vector normal al plano discriminante a partir de (B.1). El entrenamiento se realizó con el 50 % de los registros disponibles para cada clase y se evaluó con el 50 % restante. Los resultados de la clasificación se evaluaron mediante el área bajo la curva ROC, como se describe en el Apéndice C. A fin de garantizar que los resultados de la clasificación son independientes del conjunto de datos de entrenamiento y evaluación, se realizó una validación cruzada aleatoria de 200 iteraciones. Esta validación consiste en seleccionar aleatoriamente el conjunto de datos de entrenamiento y evaluación en cada iteración. El área bajo la curva ROC promedio de las 200 iteraciones, junto con la desviación estándar se presentan en la Tabla 3.2. Estos resultados pueden compararse con los obtenidos en [53], donde se realiza una descomposición de la señal utilizando modelos autorregresivos variantes en

el tiempo para posteriormente aplicar el método de patrones espaciales comunes.

Tabla 3.2: Área bajo la curva ROC.

Sujeto	Método propuesto	Método en [53]	Valor de M en [53]
<i>aa</i>	0.725 ± 0.027	0.813 ± 0.049	5
<i>al</i>	0.905 ± 0.020	0.958 ± 0.031	6
<i>av</i>	0.659 ± 0.028	0.694 ± 0.027	6
<i>aw</i>	0.771 ± 0.028	0.841 ± 0.022	8
<i>ay</i>	0.730 ± 0.027	0.861 ± 0.038	6

Nótese que las áreas obtenidas mediante el esquema de procesamiento descrito en este trabajo son superiores al resultado que se lograría por azar (0.5) y, en la mayoría de los casos, superan el valor de 0.7, lo que habla de una clasificación satisfactoria. En comparación con los resultados obtenidos en [53], puede observarse que las áreas son ligeramente menores. Sin embargo debe considerarse la ventaja de que en el presente método se hace uso de sólo tres electrodos que son elegidos automáticamente. En cambio, en [53] se utiliza un mayor número de electrodos que son elegidos manualmente observando la distribución del potencial.

Finalmente, el método propuesto también se evaluó en función del porcentaje de clasificaciones correctas y de acuerdo con los parámetros del BCI Competition III (www.bbcii.de/competition/iii/results/). Los resultados en términos del porcentaje de clasificaciones correctas para el Sujeto *aa*, *al*, *av*, *aw* y *ay* fueron, respectivamente, 73 %, 89 %, 63 %, 74 % y 69 %, siendo 73.6 % el porcentaje promedio de todos los sujetos. Este resultado coloca al método propuesto en la sexta posición de esta competencia, como puede corroborarse en la Tabla 3.3. Hay que destacar el hecho de que este nivel de clasificación se alcanzó utilizando únicamente tres electrodos seleccionados sin conocimiento *a-priori* de la actividad cerebral desencadenada por las tareas mentales solicitadas al usuario.

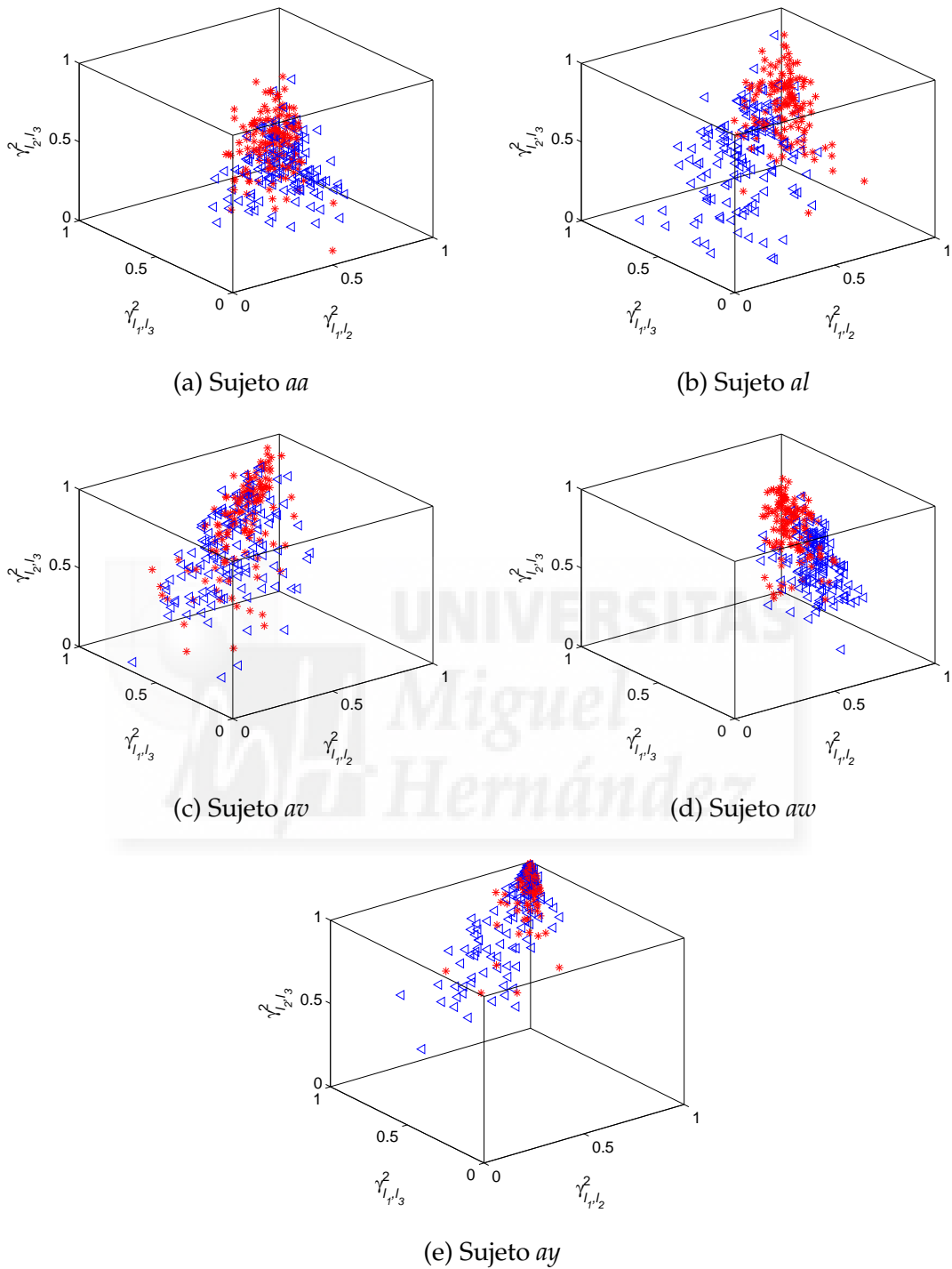


Figura 3.6: Vector de características en el plano 3D, para cada sujeto. Las marcas (+) corresponden a la clase 1 y (∇) a la clase 2.

Tabla 3.3: Resultados del BCI competition III.

Autor	aa	al	av	aw	ay	Efectividad promedio (%)
Yijun Wang	95.5	100.0	80.6	100.0	97.6	94.74
Yuanqing Li	89.3	98.2	76.5	92.4	80.6	87.4
Liu Yang	82.1	94.6	70.4	87.5	88.1	84.54
Zhou Zongtan	83.9	100.0	63.3	50.9	88.1	77.24
Michael Bensch	73.2	96.4	70.4	79.9	50.8	74.14
Cedric Simon	83.0	91.1	50.0	87.9	54.4	73.28
Elly Gysels	69.6	96.4	64.3	69.6	61.9	72.36
Carmen Viduarre	66.1	92.9	67.3	68.3	50.4	69
Le Song	66.1	100.0	63.3	64.3	54.4	69
Ehsan Arbabi	70.5	94.6	56.1	63.8	56.3	68.26
Cyrus Shahabi	57.1	76.8	57.7	64.3	54.0	61.98
Kiyoung Yang	52.7	85.7	61.2	51.8	43.7	59.02
Hyunjin Yoon	50.0	67.9	52.6	52.7	45.6	53.76
Wang Feng	50.9	53.6	54.6	56.2	46.0	52.26

3.5.2. Eventos cognitivos

Los datos corresponden al trabajo realizado en [30]. Esta base de datos está conformada por el registro de siete sujetos, denominados como $S1$, $S2$, $S3$, $S4$, $S5$, $S6$ y $S7$, a quienes se les solicitó realizar cinco tareas diferentes:

- *Reposo*: El sujeto debe permanecer relajado.
- *Tarea matemática*, que será referenciada como “MAT”: Cálculo de una operación matemática no trivial.
- *Carta* (“CAR”): Redactar mentalmente una carta para un amigo.
- *Sólido en rotación* (“ROT”): Imaginar una figura en 3D rotando.
- *Conteo* (“CON”): Visualizar la escritura secuencial de números.

Cada una de las tareas fue realizada durante 10 s y el experimento se repitió cinco veces en una sesión. Los sujetos participaron en un número diferente de sesiones: S2 y S7 en una; S1, S3, S4 y S6 en dos; S5 en tres. El registro de EEG se realizó con un arreglo de seis electrodos (C3, C4, P3, P4, O1 y O2) , y la adquisición se efectuó a una frecuencia de muestreo de 250 Hz.

3.5.2.1. Clasificación para $I = 2$

Ya que los registros tienen una duración de 10 s, la señal se dividió en ventanas de 2 s, con desplazamientos cada 500 ms. Con ello se obtuvo el siguiente número de mediciones para cada sujeto: 85 para S2 y S7; 102 para S4; 170 para S1, S3 y S6; 255 para S5. Seguido de esto se aplicó a los datos el mismo procesamiento que con las tareas motrices. En este caso el número de combinaciones analizadas fue de $U_0 = \binom{6}{3} = 20$. Debido a que se cuenta con más de dos tareas mentales, para realizar la clasificación se trabajó con parejas de tareas.

La Tabla 3.4 resume las parejas de tareas utilizadas así como el conjunto de electrodos seleccionados para cada sujeto. Como puede observarse, los electrodos que resultaron seleccionados mayoritariamente son los posicionados en la zona occipital. Una vez más los electrodos están relacionados con las tareas analizadas. La justificación es que en esta zona se halla la corteza de asociación visual, por lo que esta zona podría estar involucrada en varias tareas de las solicitadas a los voluntarios, especialmente ROT y CON. La frecuencia de interés f_s en la mayoría de los sujetos fue de 18 Hz.

En la Tabla 3.5 se muestra el área promedio bajo la curva ROC junto con la desviación estándar para cada combinación de tareas alcanzada al realizar las 200 iteraciones de la validación cruzada aleatoria. Ésta se realizó bajo las mismas condiciones que en el caso de eventos motrices (50 % de datos para entrenamiento y el resto para la evaluación). Nótese que el área obtenida en la mayoría de los casos supera el valor de 0.8, lo que sugiere que el conjunto seleccionado de electrodos así como las características extraídas mediante el método propuesto permiten una discriminación satisfactoria también para tareas cognitivas.

Adicionalmente, los resultados obtenidos mediante el método propuesto se compararon con los reportados en [54]. En ese caso la señal registrada por cada electrodo se separó en cinco componentes y para cada componente se obtuvieron seis diferentes métricas: raíz cuadrática media, varianza, entropía de Shanon, complejidad de Lempel-Ziv, frecuencia central y frecuencia máxima. El vector de características generado fue de 180 dimensiones (6 electrodos \times 5 componentes \times 6 métricas) el cual, después de aplicar una reducción de características, resultó de 16 ± 7 dimensiones. La clasificación en [54] la realizaron con un discriminante lineal y redes neuronales, esto para todas las combinaciones posibles de dos tareas mentales. La Figura 3.7 muestra el resultado de dicha comparación. Para cada sujeto, cada barra representa el promedio del porcentaje de clasificaciones correctas de todas las combinaciones de parejas de tareas. Puede notarse que para muy pocos casos, los porcentajes obtenidos mediante el método propuesto en este trabajo presentan una diferencia significativa con respecto a los reportados en [54], pero con la ventaja de que únicamente se utilizan tres electrodos, y el vector de características resultante es de sólo seis dimensiones.

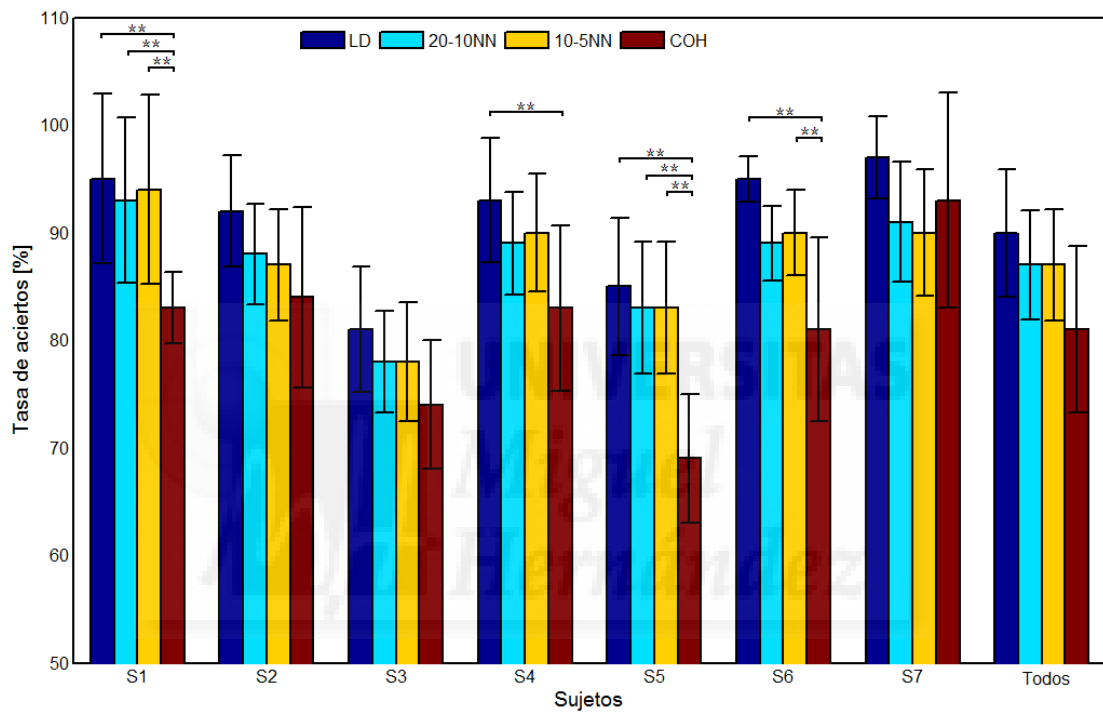


Figura 3.7: Resultados obtenidos con el método propuesto en comparación con los obtenidos en [50]. Las barras de error indican la desviación estándar y los asteriscos indican los grupos con diferencias significativas ($p < 0.01$).

Tabla 3.4: Combinación de electrodos usada para generar y_{opt} para cada sujeto.

Clases	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
MAT vs. CAR	C3 P4 O1	P4 O1 O2	C4 P3 P4	C3 O1 O2	C4 P3 O1	P4 O1 O2	C4 O1 O2
MAT vs. ROT	P3 O1 O2	C4 O1 O2	P3 P4 O1	C4 P3 O1	P4 O1 O2	C3 C4 P4	C3 C4 P3
MAT vs. CON	C4 O1 O2	C3 P3 O1	C3 C4 P4	P3 P4 O1	P3 O1 O2	P4 O1 O2	C4 O1 O2
CAR vs. ROT	P3 O1 O2	C4 O1 O2	P3 P4 O1	C4 P3 O1	P3 P4 O2	C3 P3 O1	C4 O1 O2
CAR vs. CON	C3 P4 O2	P4 O1 O2	C4 P3 O1	C3 P4 O2	C3 C4 P4	P3 P4 O2	C3 P3 O1
ROT vs. CON	C3 O1 O2	C3 O1 O2	C4 P3 P4	C3 C4 P4	P3 P4 O2	C3 P3 P4	C3 O1 O2

Tabla 3.5: Área bajo la curva ROC.

Clases	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
MAT vs. CAR	0.843±0.021	0.884±0.029	0.716±0.027	0.896±0.027	0.689±0.022	0.732±0.023	0.981±0.030
MAT vs. ROT	0.894±0.022	0.779±0.044	0.707±0.026	0.713±0.028	0.719±0.020	0.871±0.024	0.699±0.033
MAT vs. CON	0.801±0.022	0.694±0.034	0.734±0.026	0.772±0.031	0.586±0.022	0.852±0.022	0.995±0.022
CAR vs. ROT	0.837±0.022	0.878±0.030	0.699±0.022	0.869±0.027	0.742±0.022	0.822±0.025	0.920±0.033
CAR vs. CON	0.786±0.021	0.809±0.034	0.807±0.024	0.918±0.026	0.638±0.025	0.681±0.023	0.778±0.034
ROT vs. CON	0.781±0.024	0.738±0.032	0.675±0.028	0.629±0.030	0.681±0.022	0.832±0.025	0.973±0.024

3.5.2.2. Clasificación para $I = 3$

La extensión del método al caso de múltiples clases implica el mismo procesamiento que para el caso de dos clases hasta la etapa en la que se comparan las medias de las coherencias de cada clase. A partir de la prueba de hipótesis es cuando se debe introducir información adicional pues el valor p obtenido para rechazar o aceptar H_0 (todas las medias son iguales) es insuficiente debido a que ahora es necesario identificar cuáles son las coherencias γ_{l_1, l_2}^2 para las que todas las medias de las clases a discriminar son diferentes.

Entonces, al rechazar H_0 , ahora se realiza una prueba de comparación múltiple, para los valores medios de γ_{l_1, l_2}^2 obtenidos para cada una de las I clases y, en caso de que todas las medias resulten diferentes, se concede un voto a esa combinación. Esta evaluación se realiza para cada una de las D dimensiones del vector de características \mathbf{y}_{OPT} , de modo que la combinación óptima será aquella que haya recopilado más votos. Lo ideal sería obtener una combinación de electrodos que genere un vector de características que en todas sus dimensiones muestre diferencia significativa entre todas las medias, pero eso no ocurre en este trabajo, muy probablemente porque las mediciones provienen de muy pocos electrodos.

En estas condiciones se realiza una primera evaluación de la extensión del método, considerando $I = 3$ clases. Hay que hacer notar que para estos ejemplos numéricos se utilizó $L = 4$, pues al utilizar $L = 3$ los resultados de la clasificación eran muy cercanos al valor obtenido por azar. Entonces el número total de combinaciones es $U_0 = \binom{6}{4} = 15$. La Figura 3.8 muestra un ejemplo ilustrativo del resultado de la prueba de hipótesis y que corresponde al sujeto S7 cuando se comparan las tareas CAR-ROT-CON. Tras realizar el proceso de votación descrito previamente, la combinación seleccionada para este caso es $\{C3, C4, O1, O2\}$. La Tabla 3.6 resume los electrodos elegidos para cada sujeto, indicando las tareas comparadas.

Para la etapa de clasificación se utilizó un clasificador basado en la distancia de Mahalanobis, el cual se entrenó con el 50 % de los datos disponibles y fue evaluado con el 50 % restante. Al igual que en los casos anteriores, se realizó una

validación aleatoria de 200 iteraciones. Debido a que ya no se trata de una clasificación binaria, la evaluación se realizó mediante el valor κ , que es calculado por (C.1). Los valores medios junto con la desviación estándar se muestran en la Tabla 3.7. Como puede observarse, en la mayoría de los casos el valor de κ es superior a 0.6 lo cual implica un rendimiento satisfactorio del clasificador propuesto.

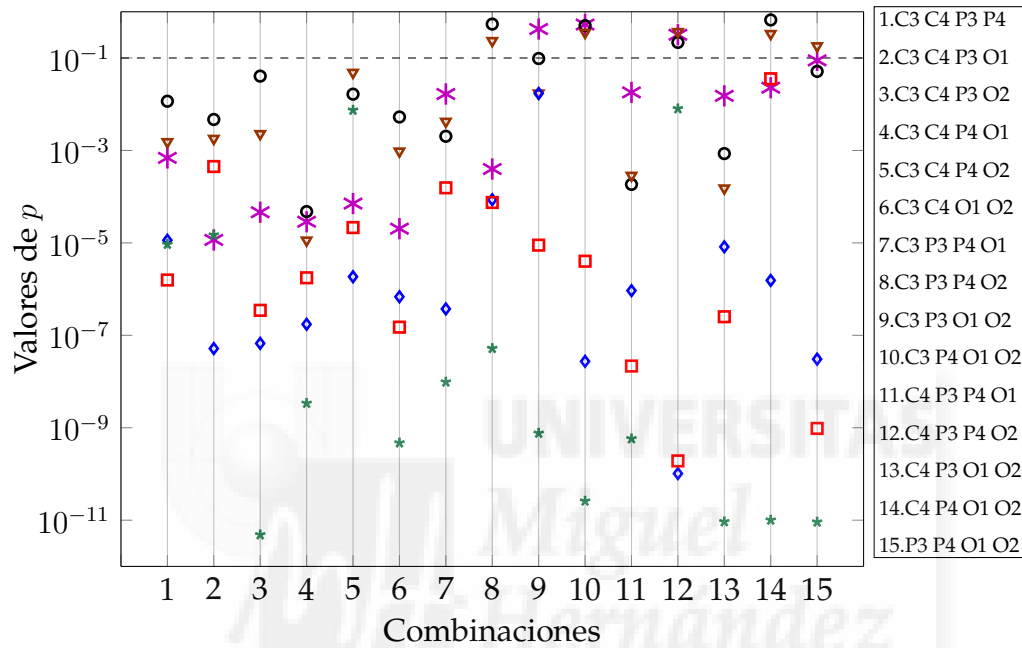


Figura 3.8: Valores p que rechazan H_0 para el sujeto S7 cuando las tareas CAR-ROT-CON son comparadas. La línea punteada indica el nivel de significancia $\alpha = 0.01$ al que H_0 es rechazada. Las marcas (*), (\circ), (∇), (\diamond), (\square) y (\star) corresponden a $p_{1,2}$, $p_{1,3}$, $p_{1,4}$, $p_{2,3}$, $p_{2,4}$, y $p_{3,4}$, respectivamente.

Tabla 3.6: Combinación óptima de electrodos y frecuencia utilizada para cada usuario en el caso de tres tareas.

Sujeto	MAT-CAR-ROT	f_s (Hz)	MAT-CAR-CON	f_s (Hz)	CAR-ROT-CON	f_s (Hz)	MAT-ROT-CON	f_s (Hz)
S1	C3,C4,O1,O2	18	C4,P3,P4,O1	18	C3,C4,O1,O2	18	C4,P3,O1,O2	16
S2	C3,P4,O1,O2	18	C4,P3,O1,O2	14	P3,P4,O1,O2	18	C4,P4,O1,O2	18
S3	C3,C4,P4,O1	16	C3,C4,P3,O2	18	C3,C4,O1,O2	18	C4,P3,P4,O2	18
S4	C3,C4,P3,O1	8	C3,C4,P3,O1	8	C3,C4,O1,O2	18	C3,C4,P3,O2	11
S5	C4,P3,O1,O2	10	C4,P3,P4,O2	18	C4,P3,P4,O2	12	C4,P3,O1,O2	18
S6	C3,P3,O1,O2	16	C4,P4,O1,O2	18	C3,C4,P4,O2	16	C3,P3,P4,O1	18
S7	C4,P3,P4,O1	18	C4,P3,O1,O2	15	C3,C4,O1,O2	15	C4,P4,O1,O2	18

Tabla 3.7: Valores de κ resultantes de la clasificación de tres tareas mentales.

Sujeto	MAT-CAR-ROT	MAT-CAR-CON	CAR-ROT-CON	MAT-ROT-CON
S1	0.76±0.03	0.57±0.04	0.72±0.03	0.70±0.03
S2	0.83±0.04	0.66±0.05	0.84±0.05	0.68±0.04
S3	0.53±0.05	0.63±0.03	0.33±0.03	0.57±0.06
S4	0.69±0.04	0.90±0.04	0.74±0.04	0.66±0.05
S5	0.43±0.03	0.39±0.03	0.39±0.03	0.44±0.04
S6	0.58±0.02	0.48±0.04	0.46±0.04	0.47±0.04
S7	0.72±0.04	0.79±0.05	0.91±0.03	0.71±0.05

3.5.2.3. Clasificación para $I = 4$

Para finalizar la evaluación del método se aplicó el mismo procedimiento que en la sección anterior para la clasificación de las cuatro tareas. La selección de electrodos y los valores obtenidos para κ se reportan en la Tabla 3.8. Nuevamente puede observarse que los electrodos O1 y O2 son seleccionados para la mayoría de los sujetos, y que el valor de κ continúa reportando un grado de consistencia moderado entre los resultados obtenidos y los resultados esperados.

Tabla 3.8: Valores de κ y electrodos seleccionados para la clasificación de cuatro tareas mentales.

Sujeto	Electrodos seleccionados	Valor de kappa
S1	C4, P3, O1, O2	0.62±0.03
S2	C3, P4, O1, O2	0.75±0.04
S3	C3, C4, P3, O2	0.46±0.05
S4	C3, P3, P4, O1	0.62±0.06
S5	C4, P3, O1, O2	0.40±0.03
S6	C3, P3, O1, O2	0.53±0.04
S7	C3, C4, O1, O2	0.78±0.04

3.6. Conclusiones

En este capítulo se propuso un método para la extracción de características y clasificación de señales de EEG basado en la coherencia a partir del cual es posible utilizar un número reducido de electrodos. En primera instancia, el método selecciona, para cada usuario, el conjunto óptimo de electrodos que serán utilizados para la clasificación de señales de EEG. Debe destacarse que para la selección de los electrodos no es necesario introducir previamente alguna información relacionada con las tareas a discriminar. Sin embargo, los electrodos que resultan seleccionados están relacionados con la tarea mental solicitada al usuario.

A través de una serie de ejemplos numéricos se demostró la aplicabilidad del método propuesto para la clasificación de dos tareas mentales, tanto motrices como cognitivas, demostrando que la coherencia es una característica útil en este proceso de discriminación. Las tasas de acierto obtenidas mediante este método son bastante cercanas a las obtenidas por otros grupos de investigación, con la ventaja de que se emplea un número reducido de electrodos y el vector de características generado es también de dimensiones reducidas. Este hecho hace del método propuesto una opción atractiva para aplicaciones reales de BCI, donde es deseable trabajar con sistemas de adquisición simples y con intervalos de tiempo razonables para que el sistema pueda tomar decisiones en tiempo real.

Aunque la coherencia demostró ser una característica que permite la discriminación de señales de EEG, para trabajos futuros puede realizarse un estudio más profundo, empleando la coherencia parcialmente dirigida [55], que considera la dirección en que se da la interacción de las señales. Por medio de un análisis empleando esta métrica será posible obtener un conocimiento más detallado acerca de la conexión entre las diferentes áreas cerebrales. Así mismo, un análisis de este tipo permitirá estudiar redes de electrodos de diferentes características, sin la limitante de asumir que existe conexión entre todos los elementos de la red.

A manera de prueba del concepto, en esta tesis el análisis se realizó partiendo de arreglos con pocos electrodos ($M = 16$ y $M = 6$). Sin embargo, si se desea trabajar con arreglos más densos, hallar la combinación óptima requerirá de una

búsqueda exhaustiva que exige una elevada carga computacional. Por ejemplo, para seleccionar tres electrodos de un arreglo de 64 se requiere evaluar 41,664 combinaciones, y con un arreglo de 118 el número asciende a 266,916. Para enfrentar esta situación debe estudiarse la posibilidad de realizar una búsqueda aleatorizada o mediante métodos heurísticos.



Capítulo 4

Detección de obstáculos durante la marcha mediante señales de EEG

4.1. Antecedentes

Con el desarrollo tecnológico que se ha tenido en las últimas décadas, ya no resulta inimaginable el hecho de que una persona que ha visto menguada su capacidad de sostenerse en pie para ejecutar la marcha, pueda volver a andar, siendo asistida por un dispositivo, por ejemplo un *exo esqueleto*. Un exoesqueleto es una estructura robótica externa que es portada por una persona con la finalidad de que le auxilie en la ejecución de movimientos. Específicamente, los exoesqueletos de miembro inferior brindan soporte y/o ayudan al usuario durante la marcha.

Actualmente, en el mercado pueden encontrarse diferentes compañías que ponen a la venta esta tecnología, pensada principalmente para fines de rehabilitación y de asistencia. Algunos ejemplos son: Rewalk (www.rewalk.com), Cyberdyne (www.cyberdyne.jp/english/), Eksobionics (intl.eksobionics.com/). Buscando incrementar la autonomía en este tipo de dispositivos surge el proyecto europeo **BioMot** (*smart wearable robots with bio-inspired sensory-motor skills*, financiado por la Comisión de la Unión Europea con el número de convenio IFP7-ICT-2013-10-611695, www.biomotproject.eu/).

Este proyecto está encaminado a mejorar los exoesqueletos actuales explotando las interacciones dinámicas sensitivo–motoras y buscando que la combinación de la capacidad residual del paciente en el proceso de la marcha, con la capacidad que pueda aportar el exoesqueleto, se lleve a cabo de una manera simbiótica de modo que el usuario logre una marcha armónica y natural. Uno de los retos es utilizar las señales de EEG como parte del sistema de control, a fin de que el paciente se vea más involucrado en la terapia de rehabilitación. Por ejemplo, se desea, a partir de señales de EEG, detectar perturbaciones en el entorno, como lo es la aparición repentina de un obstáculo que interfiere en la marcha, instantes previos a la reacción del sujeto.

En [56] se evaluó la interacción entre el cerebro y la médula espinal ante la aparición de un obstáculo durante la marcha. En el experimento el sujeto es advertido, mediante un estímulo auditivo, de la proximidad del obstáculo. En este trabajo se desea explorar el cambio en la actividad cerebral debido a la aparición repentina del obstáculo.

Se sabe que el cerebro se encuentra en actividad continua, procesando información referente al medio o al individuo mismo. Sin embargo, existen situaciones que desatan cambios específicos en la actividad cerebral, como la recepción de un estímulo o la preparación para un evento. Estos cambios son conocidos como *potenciales relacionados a eventos*, que en el caso concreto de ser generados por la recepción de un estímulo externo se conocen como *potenciales evocados*.

Más específicamente, existen ERP relacionados con un estado de alerta. Un ejemplo es el potencial relacionado a errores, el cual es un cambio en la actividad cerebral generado cuando un sujeto comete un error o advierte que el sistema no responde conforme a lo esperado. Este potencial es registrado principalmente en la zona fronto-central de la corteza cerebral, y consiste en una deflexión negativa que se manifiesta aproximadamente 80 ms después de que el usuario percibe el error. Esta caída en el potencial puede ir seguida de una onda positiva que no necesariamente se visualiza en todos los casos [57].

Otro ERP relacionado con un estado de alerta es la variación contingente nega-

tiva (*contingent negative variation* o CNV) [58]. Ésta se presenta cuando un estímulo de alerta (denotado por W1) precede a un estímulo imperativo (W2) que exige una respuesta mental o motriz por parte del sujeto. Cuando el intervalo de tiempo entre W1 y W2 es mayor a dos segundos, es posible distinguir dos etapas:

1. La primera etapa es registrada sobre la zona fronto-central, presentando su amplitud máxima entre 550 ms y 700 ms después de la aparición del estímulo de alerta W1. Esta etapa está relacionada con el procesamiento del estímulo de alerta y con la anticipación al evento que está por venir.
2. La segunda etapa se registra en la zona centro-parietal y alcanza su amplitud máxima 200 ms previos al estímulo imperativo W2. Esta segunda etapa involucra la actividad neurológica relacionada con la preparación para ejecutar la acción solicitada [59, 60].

En [61], se evaluó la CNV bajo las condiciones de inicio de marcha y dorsiflexión, y se observó que la CNV se manifiesta con mayor amplitud en el electrodo Cz. Adicionalmente, la CNV tiene una mayor amplitud para el caso de inicio de marcha que para el de dorsiflexión.

Con base en todo lo descrito anteriormente, se desea estudiar el cambio que se genera en la actividad cerebral cuando un obstáculo aparece repentinamente interfiriendo con la marcha de un sujeto que se encuentra andando de manera normal. Ésto con la finalidad de develar la existencia de algún ERP que permita detectar la aparición de un obstáculo instantes previos a la reacción del sujeto para enviar un comando de control al exoesqueleto y, por seguridad del usuario, detener la marcha.

Por todo lo anterior, en este capítulo se presenta el análisis de la actividad cerebral ante la aparición repentina de un obstáculo durante la marcha de una persona, evaluando diferentes reacciones. Una vez caracterizado el cambio en la actividad cerebral, se estudian algunas características de la señal extraídas en distintos intervalos de tiempo, a fin de seleccionar las que permitan una mejor detección del obstáculo, previa a la reacción del usuario.

4.2. Hipótesis

La aparición inesperada de un obstáculo durante la marcha genera en el sujeto un estado de alerta para esquivar dicho obstáculo, ocasionando un cambio en la actividad cerebral. Mediante este cambio en la actividad cerebral, puede advertirse la presencia del obstáculo instantes previos a la reacción del sujeto.



4.3. Metodología

En esta sección se describe la metodología desarrollada para estudiar el cambio en la actividad cerebral generado por la aparición del obstáculo y la evaluación de diferentes características de la señal de EEG.

4.3.1. Equipo

4.3.1.1. Registro de actividad cerebral

El registro de la actividad cerebral se realizó con el equipo de EEG de la compañía g.Tec, mediante dos amplificadores g.USBamp, cada uno de 16 canales, y el gorro de electrodos g.GAMMAcap. Se utilizó un arreglo de 32 electrodos: Fz, FCz, FC5, FC3, FC1, FC6, FC4, FC2, Cz, C5, C3, C1, C6, C4, C2, CPz, CP5, CP3, CP1, CP6, CP4, CP2, Pz, P3, P1, P4, P2, POz, PO7, PO3, PO8 y PO4, dispuestos conforme al Sistema Internacional 10/10 [21]. En la Figura 4.1 se muestran sombreados los electrodos que fueron utilizados. El registro se llevó a cabo con una frecuencia de muestreo de 1200 Hz.

4.3.1.2. Unidades de medición inercial (*inertial measurement unit* o IMU)

A fin de tener un registro relacionado con la marcha del sujeto y conocer el momento en que se detiene, se utilizaron siete IMUs que fueron colocadas en las extremidades inferiores, tres en cada extremidad (tobillo, pantorrilla y cuádriceps), y una en la zona lumbar. Cada IMU registra 19 parámetros: rotación en *rad* (9 parámetros, 3 por cada eje Cartesiano); aceleración en m/s^2 (3 parámetros, uno por cada eje Cartesiano); velocidad angular en rad/s (3 parámetros, uno por cada eje Cartesiano); campo magnético en μT (3 parámetros, uno por cada eje Cartesiano) y temperatura en grados Celsius. La frecuencia de muestreo fue de 30 Hz.

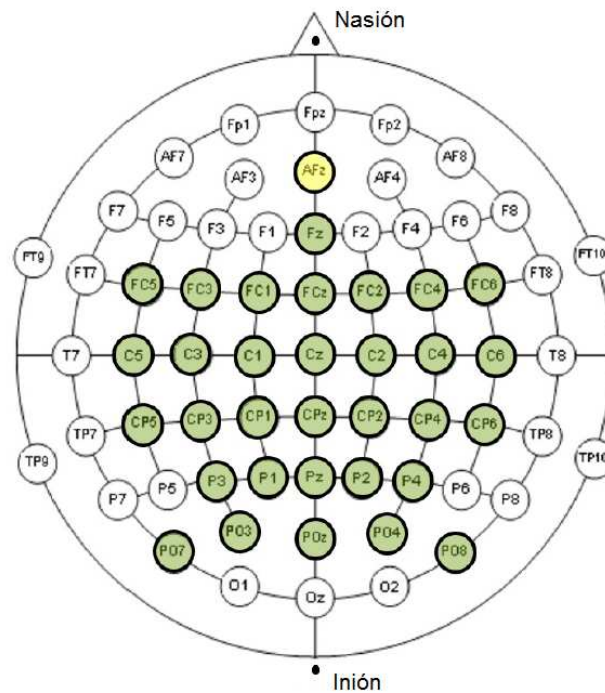


Figura 4.1: Arreglo de electrodos utilizados para el registro de la señal EEG. El electrodo AFz es usado como referencia.

4.3.1.3. Equipo adicional

Para construir el entorno experimental se hizo uso del siguiente equipamiento:

- Cinta de andar de la marca Pro-form Performance 750, que permite ajustar la velocidad y el grado de inclinación que se tendrá durante la marcha.
- Monitor VGA, para simular la aparición del obstáculo.
- Proyector de láser de línea con longitud de onda de 635 nm (color rojo) con una potencia de salida de 3 mW, utilizado también para simular la aparición del obstáculo.

La Figura 4.2 es una representación gráfica del entorno experimental.

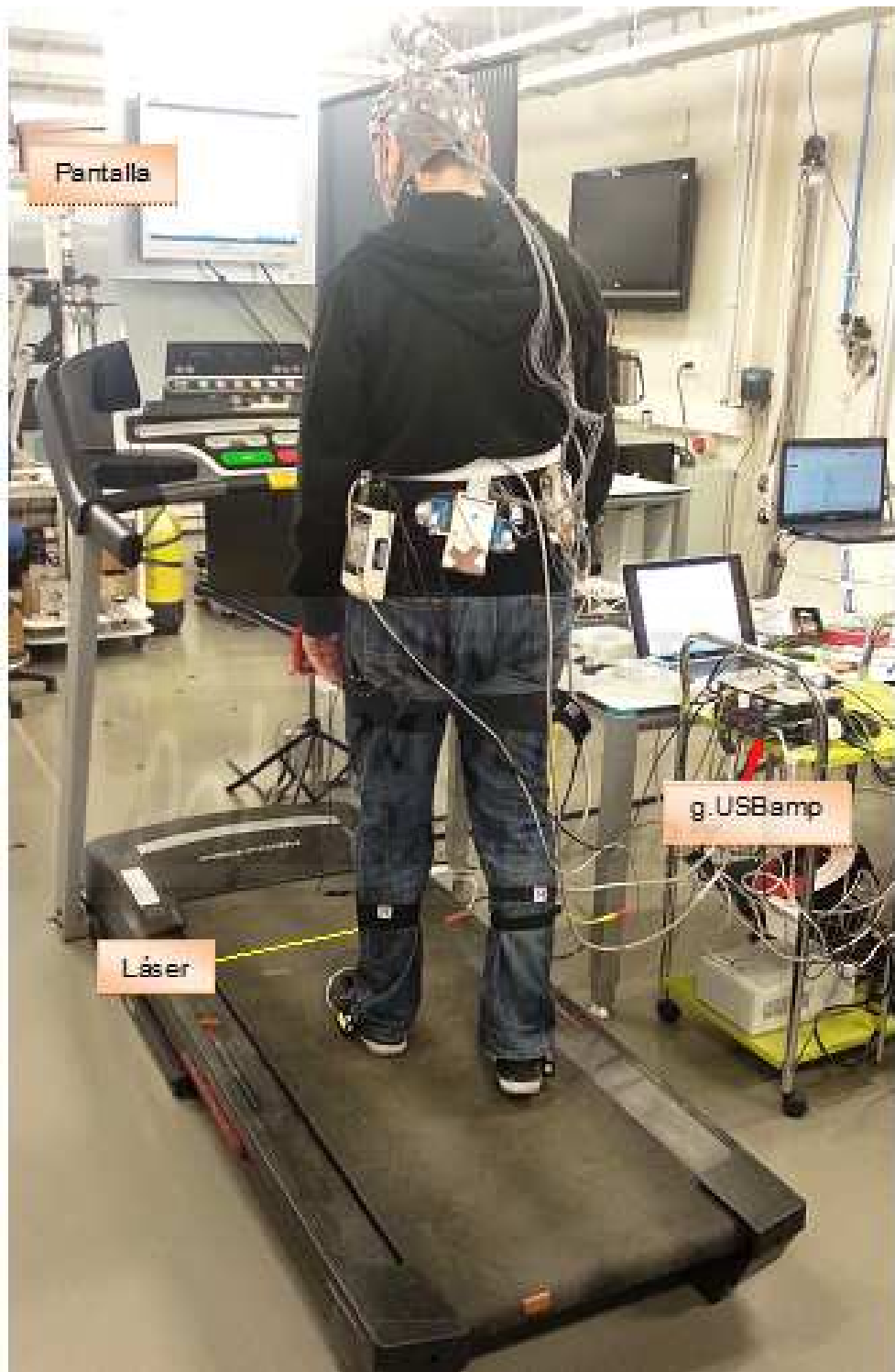


Figura 4.2: Entorno experimental.

4.3.2. Protocolo experimental

Al iniciar la prueba se solicitó al voluntario permanecer de pie sobre la cinta de andar durante unos segundos para calibrar las IMUs. Enseguida, el voluntario inició la marcha a una velocidad constante de 2 km/h con una inclinación de cero grados. La aparición del obstáculo se simuló de dos maneras:

1. Una línea proyectada por un láser sobre la cinta de andar, interfiriendo en la marcha del sujeto.
2. El cambio de color del fondo de una pantalla colocada en frente del sujeto.

Ante la aparición del obstáculo se solicitaron diferentes respuestas:

- *Reacción*: El sujeto reacciona al obstáculo deteniendo la marcha un momento (aproximadamente un segundo) y enseguida la reanuda.
- *Reacción retardada*: El sujeto da dos o tres pasos más después de la aparición del obstáculo, detiene la marcha un momento y enseguida la reanuda.
- *No reacción*: El sujeto ignora la aparición del obstáculo y continúa con la marcha de manera normal.
- *Reacción libre*: El sujeto detiene la marcha a voluntad un momento y enseguida la reanuda. Esto lo realiza varias veces durante el registro.

Para el caso de *reacción* y *no reacción*, el obstáculo se simuló durante 5 s, y para el caso de *reacción retardada*, durante 10 s.

Bajo esas condiciones se obtuvo el registro de tres voluntarios sanos de género masculino, con edades entre 24 y 29 años. Cada uno realizó cuatro repeticiones, donde una repetición se compone de: *reacción* por 180 s, *no reacción* por 180 s, *reacción retardada* por 240 s y *reacción libre* por 120 s. En todos los casos el obstáculo apareció al menos siete veces en cada repetición, para cada una de las representaciones (láser o pantalla). El tiempo entre apariciones tuvo un valor aleatorio entre 2-5 s con el objetivo de evitar cualquier predisposición por parte del sujeto ante la aparición del obstáculo.

4.3.3. Procesamiento de la señal

4.3.3.1. Preprocesamiento

Los canales FC5, FC6, CP5, CP6, PO3, PO4, PO7, PO8, C5 y C6 no se consideraron en el análisis pues en una inspección visual se observaron altamente contaminados por artefactos de movimiento. Las señales de los canales utilizados se procesaron con un filtro pasa banda tipo Butterworth de cuarto orden, con frecuencia de corte inferior de 0.4 Hz y superior de 3 Hz. Para mejorar la relación señal a ruido, se utilizó un filtro espacial CAR (*common average reference*), definido por [62] como:

$$\tilde{x}_i(t) = x_i(t) - \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M x_m(t), \quad (4.1)$$

siendo $\tilde{x}_i(t)$ la señal filtrada, $x_i(t)$ la señal registrada en el i -ésimo canal y M el número de canales.

Para realizar el análisis de la actividad cerebral y estudiar la existencia del ERP, se extrajeron segmentos de la señal de 4 s de longitud compuestos por 2 s previos a la aparición del obstáculo y 2 s posteriores. Aquellos con desviación estándar mayor a $40 \mu\text{V}$ se descartaron.

4.3.3.2. Visualización y evaluación del ERP

Como se mencionó anteriormente, un ERP es una deflexión, positiva o negativa, del potencial eléctrico cerebral en un instante de tiempo determinado con referencia al instante en que se recibe el estímulo o al instante en que ocurre el evento [12]. Así pues, un ERP puede ser definido mediante tres características principales:

- *Latencia*: Es el instante de tiempo en el que ocurre el pico en el potencial y por tanto expresa el tiempo de activación neuronal.
- *Amplitud*: Provee un índice del grado de actividad neuronal.

- *Distribución del potencial*: Corresponde al patrón del gradiente de voltaje sobre el cuero cabelludo en un instante de tiempo determinado.

Adicionalmente, si el ERP presenta más de un componente, puede definirse también la latencia entre componentes.

Dado que la amplitud de los ERP está en el rango de $1 - 30 \mu V$, resulta muy pequeña en comparación con la actividad basal, lo que frecuentemente hace necesario promediar varios registros de la señal a fin de atenuar las contribuciones de la actividad basal y resaltar el ERP. En este sentido, el promedio de las señales puede realizarse utilizando como referencia el instante de tiempo en el que aparece el estímulo, lo que se conoce como *stimulus-locked*, o tomando como referencia el instante de tiempo en el que se da la reacción del sujeto *reaction-locked* [63].

Sin embargo, la visualización del ERP no es suficiente para asegurar que exista una diferencia significativa entre la señal registrada en el intervalo de tiempo en que se visualiza el ERP y la señal en cualquier otro intervalo en el que exista actividad basal. Para probar la significancia de esta diferencia, en el presente trabajo se hace uso de la técnica descrita en [64], que está basada en la teoría de las pruebas de permutación. Esta técnica establece la hipótesis nula de que no existe diferencia entre la señal que contiene el ERP y la señal de actividad basal. Entonces no habrá diferencia entre los conjuntos de datos formados al asignar aleatoriamente las señales a una condición u otra (ERP o actividad basal). La mayoría de estos conjuntos tendrán observaciones grandes y pequeñas asignadas a cada condición, es decir, la amplitud media de la señal en las dos condiciones sería parecida. Por otro lado, si la amplitud de la señal en la condición ERP es mayor, entonces las observaciones más grandes tenderían a ocurrir en esta condición. Así pues, se evalúa la diferencia de todos los conjuntos generados al hacer todas las permutaciones posibles (2^N , siendo N el número de registros para cada condición) para generar entonces una distribución del estadístico de prueba. A partir de la distribución generada se calcula la probabilidad de obtener un valor mayor al obtenido con el conjunto original, según este valor, la hipótesis nula será o no rechazada.

4.3.4. Extracción de características

Dado un registro de EEG en una matriz espacio-temporal X de tamaño $M \times T$, donde M es el número total de canales de EEG y T el número total de muestras en el tiempo, pueden obtenerse las siguientes características:

4.3.4.1. Patrones espaciales comunes (*common spatial patterns* o CSP)

Es un filtro espacial basado en la diagonalización mutua de las matrices de covarianza de cada clase a discriminar. El objetivo es la descomposición de señales extraídas de dos clases diferentes en patrones espaciales que maximicen las diferencias entre las clases, permitiendo así discriminarlas [65]. La covarianza de la matriz X está dada por

$$C = \frac{XX^T}{\text{tr}\{XX^T\}}, \quad (4.2)$$

donde el superíndice T indica la transpuesta de la matriz y $\text{tr}\{\cdot\}$ la traza. Esta covarianza debe obtenerse para cada una de las clases. La covarianza espacial compuesta sería $C_C = C_1 + C_2$, que puede factorizarse como:

$$C_C = U_C D_C U_C^T, \quad (4.3)$$

donde U_C es la matriz de eigenvectores y D_C es una matriz diagonal que contiene los eigenvalores. Esta eigendescomposición permite definir la siguiente *transformación de blanqueado*:

$$P = D_C^{-1/2} U_C^T, \quad (4.4)$$

la cual normaliza las varianzas en el espacio descrito por U_C . Si C_1 y C_2 son transformadas por $S_1 = PC_1P^T$ y $S_2 = PC_2P^T$, entonces S_1 y S_2 tendrán eigenvectores comunes. Además, si $S_1 = BD_1B^T$, entonces $S_2 = BD_2B^T$ y $D_1 + D_2 = I$. Con base en las transformaciones anteriores, es posible definir la *matriz de proyección* como:

$$W = B^T P, \quad (4.5)$$

con lo que la descomposición de la matriz X está dada por:

$$Z = WX, \quad (4.6)$$

donde Z corresponde a la señal X filtrada espacialmente y maximiza la diferencia en la varianza de las dos poblaciones. Las filas de W corresponden a los *filtros espaciales* y están diseñadas tal que la varianza de la primera y última fila de Z den la máxima discriminación entre dos clases.

De la matriz filtrada Z se genera una nueva matriz Z_p que contiene las r primeras y las r últimas filas de Z pues son las filas asociadas con los máximos eigenvalores de D_1 y D_2 y por lo tanto brindan mayor información para la discriminación de las dos clases. Finalmente se construye el vector de características \mathbf{y} a partir de

$$\mathbf{y} = \text{var}(Z_p). \quad (4.7)$$

4.3.4.2. Energía de la señal

Debido a que el ERP es una fluctuación en la amplitud de la señal en un tiempo determinado, ante la presencia del ERP la energía de la señal EEG se ve modificada. Así pues, considerando la energía media de la señal en un intervalo de tiempo determinado, se obtiene el siguiente vector de características:

$$\mathbf{y}(m) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_m^2(t), \quad (4.8)$$

donde T representa el número de muestras en el tiempo y x_m la señal registrada en el electrodo m .

4.3.4.3. Pendiente

Como se sabe, la pendiente de una recta en el plano xy refleja la relación entre la variación en el eje x y la variación en el eje y , que en este caso corresponden al tiempo y a la amplitud de la señal respectivamente. Dado que la amplitud y la latencia son características propias de cada ERP, en este trabajo se emplea la pendiente de la línea recta que une el valor del voltaje máximo (V_{\max}) y el voltaje mínimo (V_{\min}) de la señal de EEG en un intervalo de tiempo determinado,

calculada como

$$\mathbf{y}(m) = \frac{V_{\min_m} - V_{\max_m}}{T_{\min_m} - T_{\max_m}}, \quad (4.9)$$

donde T_{\min_m} y T_{\max_m} son los instantes de tiempo en que se presentan V_{\min_m} y V_{\max_m} respectivamente, en el electrodo m .

4.3.4.4. Ajuste polinomial

Dado un fragmento de la señal EEG $x(t)$, se busca la función $\hat{x} = f(t)$ que logre la mejor aproximación de la señal por medio de un ajuste polinomial de orden K empleando el criterio de mínimos cuadrados, de modo que $\hat{x} = \alpha_0 + \alpha_1 t_1 + \alpha_2 t_2 + \dots + \alpha_k t_k$. Así, el vector de características está dado por

$$\mathbf{y} = [\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K]^T. \quad (4.10)$$

En este caso la señal $x(t)$ es el promedio de las señales registradas sobre una determinada zona de interés.

Las características descritas fueron extraídas de diferentes intervalos de tiempo a fin de seleccionar el mejor intervalo para cada una de ellas. Siendo $t = 0$ ms el instante en el que aparece el obstáculo, los intervalos considerados son:

- *Intervalo 1:* 0-500 ms,
- *Intervalo 2:* 150-650 ms,
- *Intervalo 3:* 300-800 ms, y
- *Intervalo 4:* 0-800 ms.

Así, se formó la clase *reacción* por los segmentos de la señal registrados en los intervalos de tiempo mencionados, y la clase *marcha normal* se construyó de segmentos de la señal de la misma longitud, registrados mientras el sujeto anda normalmente.

4.3.5. Clasificación

El problema de la detección del obstáculo consiste en discriminar de qué clase proviene un segmento dado de la señal, siendo *reacción* y *marcha normal* las clases a considerar. La clasificación se realizó mediante un análisis de discriminante lineal [66], entrenando con el 60% de los registros disponibles de cada clase y evaluando con el 40% restante. Al igual que en la Sección 3.5, para asegurar que en la clasificación no influye el conjunto de datos seleccionado, se realizó una validación cruzada aleatoria de 100 iteraciones.



4.4. Resultados

4.4.1. Análisis de la señal de EEG

Después de realizado el preprocesamiento de la señal, el número de registros que se tienen de ambas representaciones del obstáculo (láser o pantalla) por cada sujeto, para cada una de las respuestas solicitadas se resume en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Total de registros de cada sujeto, para cada una de las respuestas solicitadas.

Sujeto	Reacción		Reacción retardada		No reacción		Reacción libre
	Láser	Pantalla	Láser	Pantalla	Láser	Pantalla	
S1	26	27	27	28	27	29	27
S2	24	28	24	28	25	29	26
S3	18	16	24	23	23	27	27

4.4.1.1. Stimulus-locked

La señal promedio del registro realizado en el electrodo Cz para cada sujeto durante las respuestas *reacción*, *reacción retardada* y *no reacción* se muestra en la Figura 4.3. Se expone el registro en el electrodo Cz porque es en el que se tiene mejor apreciación del cambio en la señal. El instante $t = 0$ ms indica la aparición del obstáculo.

En la Figura 4.3a, que corresponde al caso en que el obstáculo es presentado por el láser, puede observarse que, para los tres sujetos, la señal tiene una morfología muy similar. Para las respuestas *reacción* y *reacción retardada* existe una deflexión positiva alrededor de los 300 ms que es poco perceptible en la respuesta *no reacción*. Más aún, para la respuesta *reacción*, esta cresta es seguida por una deflexión negativa que ocurre poco después de los 500 ms para S2 y S3, y aproximadamente a los 800 ms para S1. Por otro lado, en la Figura 4.3b, la cual corresponde al obstáculo presentado en pantalla, la señal manifiesta el mismo comportamiento,

con la diferencia de que la deflexión positiva se genera alrededor de los 200 ms. La señal promedio de todos los sujetos se muestra en la Figura 4.4, en la que se deja ver más claramente la deflexión positiva presente para *reacción* y *reacción retardada*, y la deflexión negativa en la respuesta *reacción*.

Para analizar la distribución que sigue el potencial sobre la corteza cerebral a lo largo del tiempo, en la Figura 4.5 se muestra una aproximación correspondiente al promedio de la señal EEG registrada para todos los sujetos cuando el obstáculo es representado por el láser. Se observa que a partir de que el obstáculo aparece, la zona fronto-central comienza a presentar actividad positiva para la respuesta *reacción*, estando totalmente clara y focalizada en el instante $t = 300$ ms. Dicha actividad se torna negativa en instantes posteriores (600 ms, 750 ms y 900 ms). Para *reacción retardada* también se observa actividad positiva sobre la zona fronto-central a los 300 ms y, en comparación con lo que ocurre en *reacción*, la actividad negativa que se presenta en los instantes de tiempo $t = 600$ ms, $t = 750$ ms y $t = 900$ ms tiene una amplitud disminuida. Finalmente, el potencial para *no reacción* comparte el patrón de distribución de la actividad positiva en el instante $t = 300$ ms con las dos respuestas anteriores, aunque con menor amplitud, y para los instantes posteriores (600 ms, 750 ms y 900 ms) no existe un patrón claro que pueda ser descrito.

En la Figura 4.6 puede observarse que la distribución del potencial para *reacción* cuando el obstáculo se presenta en pantalla tiene un comportamiento semejante a lo que ocurre con la representación mediante el láser, con la diferencia de que la actividad se presenta con menor amplitud y mayormente focalizada en la zona central. Lo mismo ocurre para la respuesta *reacción retardada*, donde la actividad positiva se muestra focalizada en la zona central pero con una amplitud disminuida.

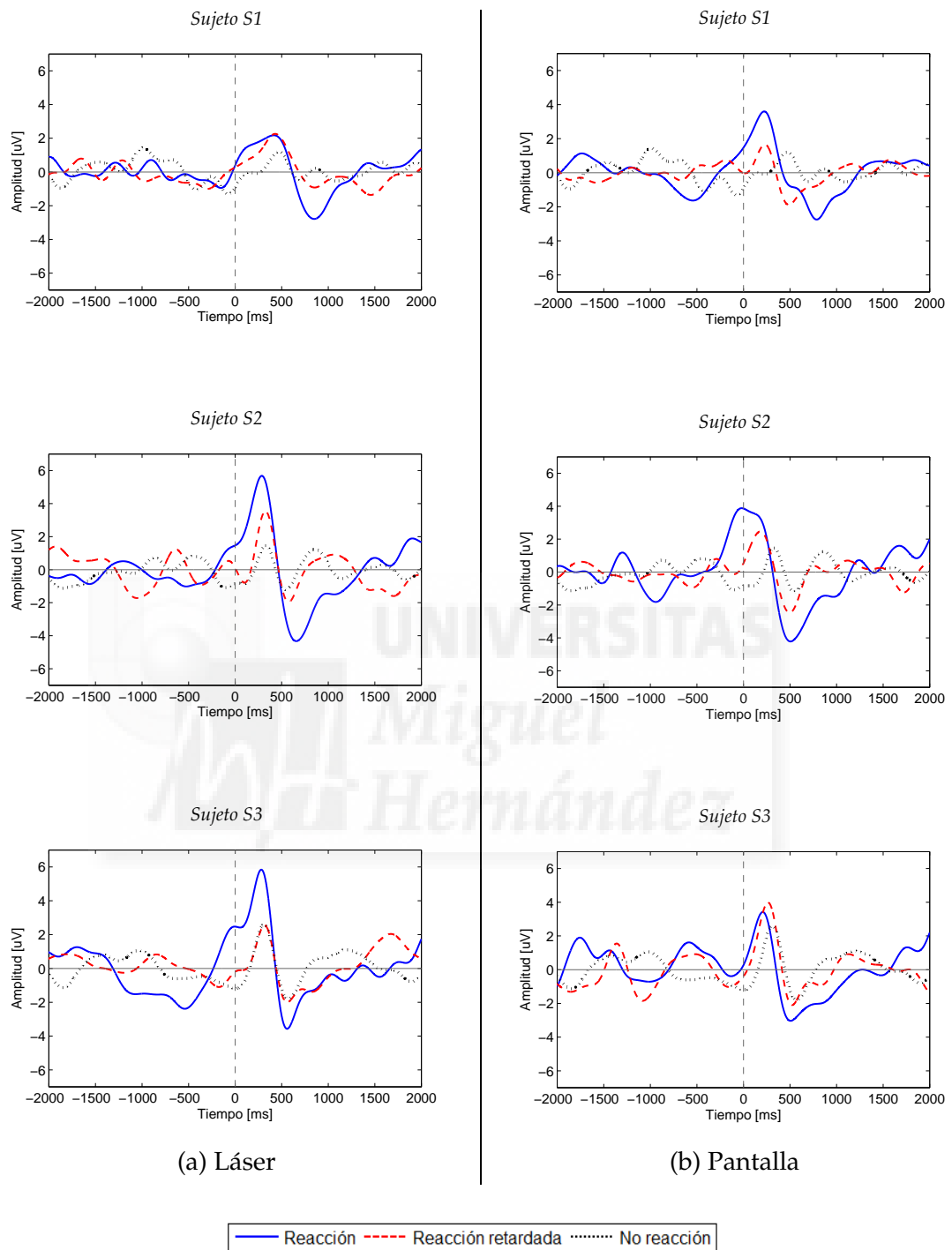
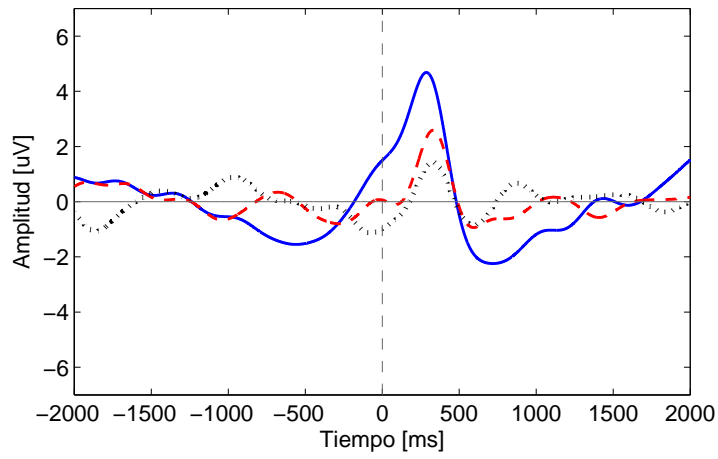
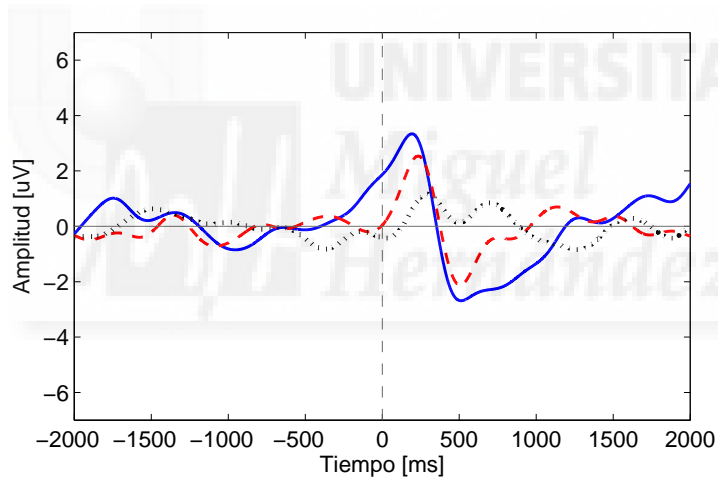


Figura 4.3: Señal promedio registrada en el electrodo Cz para cada sujeto durante las respuestas *reacción*, *reacción retardada* y *no reacción*. El instante $t = 0$ ms es cuando aparece el obstáculo.



(a) Láser



(b) Pantalla

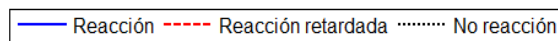


Figura 4.4: Señal promedio de todos los sujetos registrada en el electrodo Cz, durante las respuestas *reacción*, *reacción retardada* y *no reacción*. El instante $t = 0$ ms es cuando el obstáculo aparece.

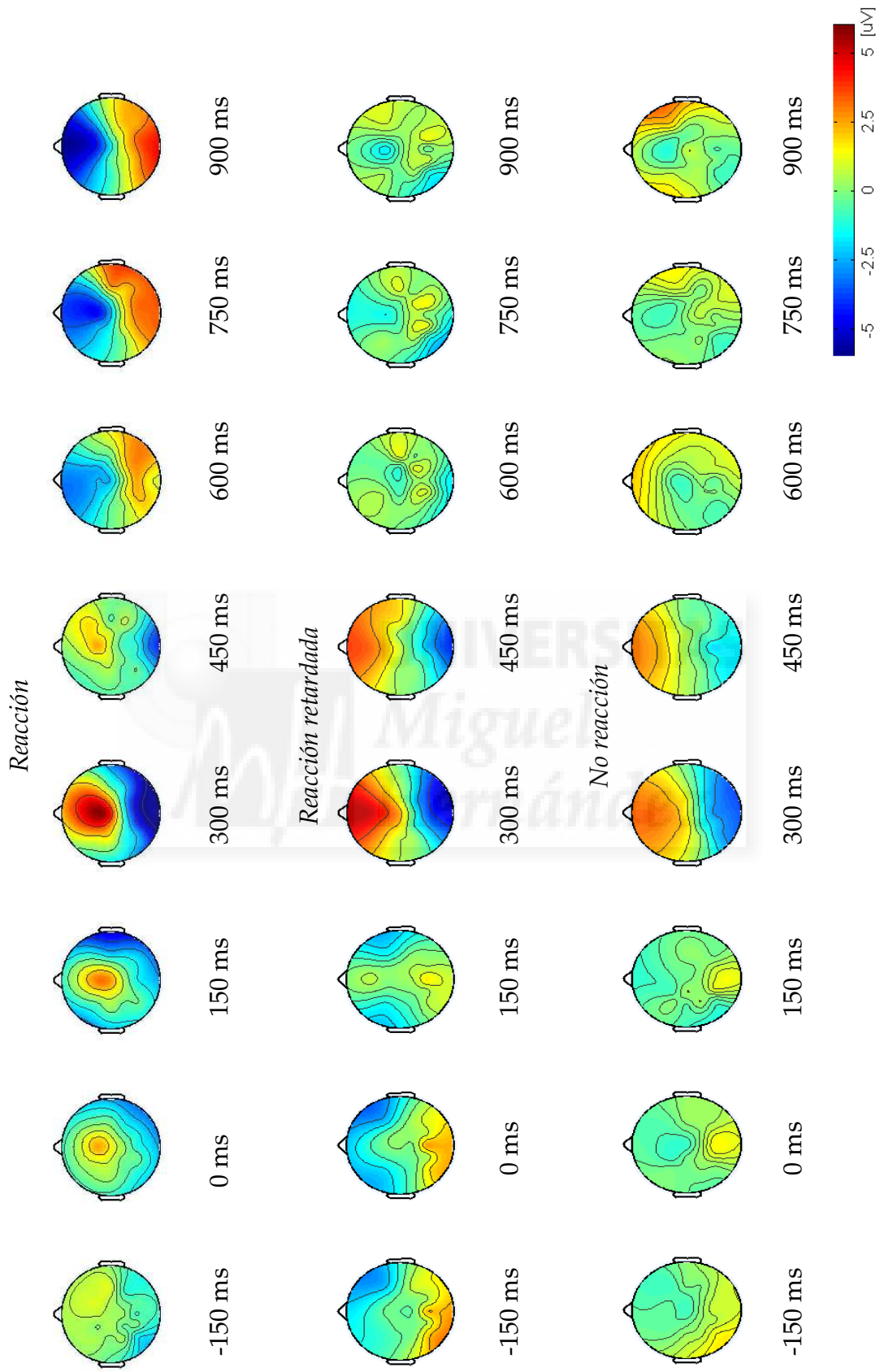


Figura 4.5: Distribución del potencial promedio de todos los sujetos para diferentes instantes de tiempo cuando el obstáculo es re-
presentado por el láser, durante las respuestas *reacción*, *reacción retardada* y *no reacción*. La aparición del obstáculo se da en el instante
 $t = 0$ ms.

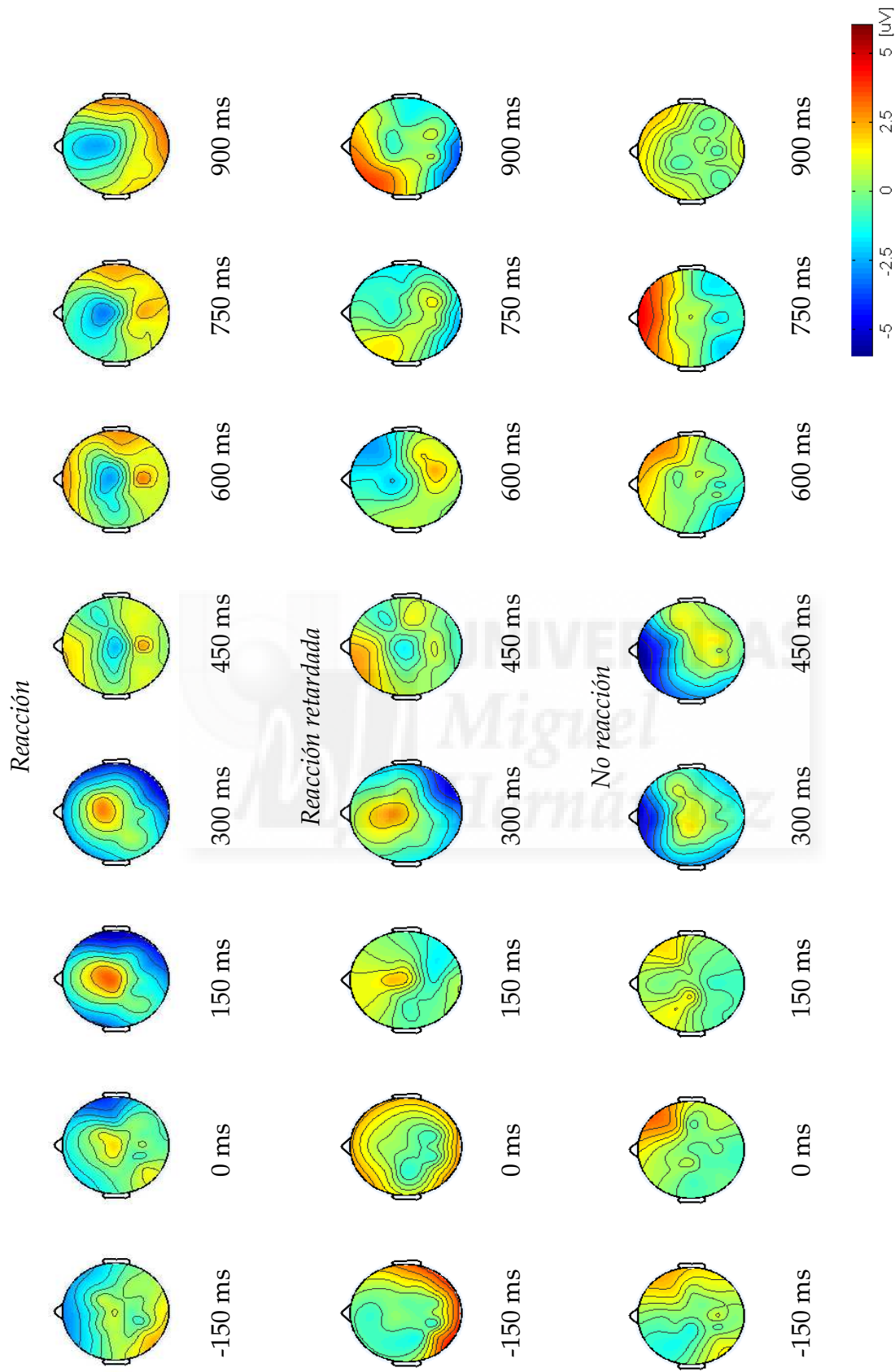


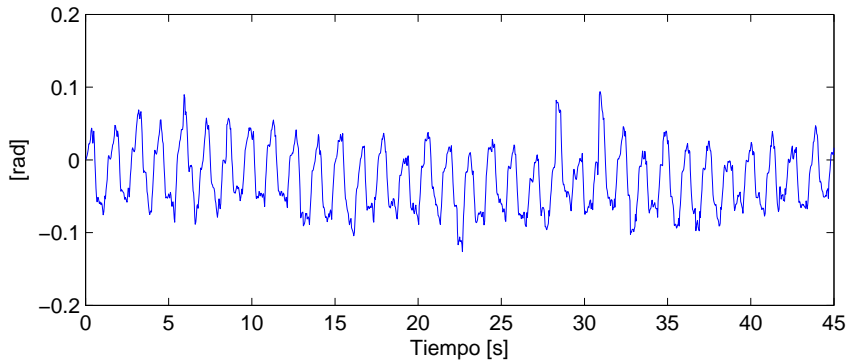
Figura 4.6: Distribución del potencial promedio de todos los sujetos para diferentes instantes de tiempo cuando el obstáculo se presenta en pantalla, durante las respuestas *reacción*, *reacción retardada* y *no reacción*. La aparición del obstáculo se da en el instante $t = 0$ ms.

Para la respuesta *no reacción*, al igual que en la representación con el láser, en el instante $t = 300$ ms se observa una ligera actividad positiva focalizada sobre la zona central. Sin embargo para instantes posteriores, la actividad cerebral no describe el mismo patrón encontrado para las otras dos respuestas.

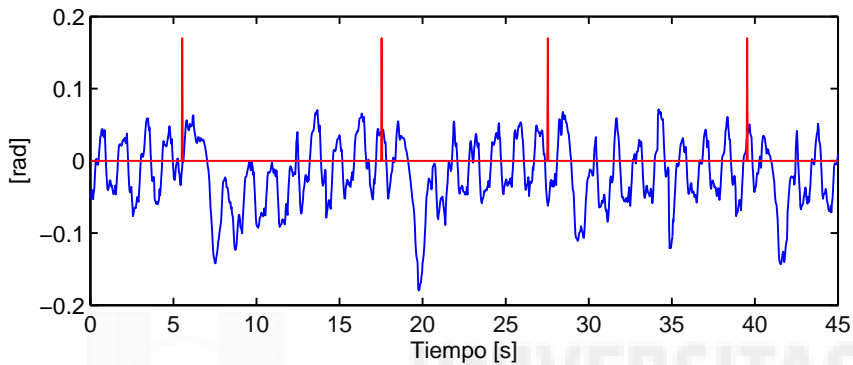
Los resultados obtenidos hasta ahora permiten hacer la conjetura de que la deflexión positiva podría estar relacionada con el estado de alerta que genera la aparición del obstáculo, pues se presenta con mayor amplitud cuando se solicita al sujeto reaccionar inmediatamente. Por su parte, el pico negativo en el potencial estaría relacionado con el procesamiento del evento ocurrido (aparición del obstáculo) y la preparación a reaccionar ante él. Este comportamiento es similar al observado en la primera etapa de la CNV, en que la deflexión negativa se debe a la anticipación del evento que está por ocurrir.

Mediante el registro obtenido con las IMUs, es posible conocer el instante de tiempo en el que el sujeto reacciona. La Figura 4.7a muestra un segmento de la señal registrada por la IMU colocada en la zona lumbar, mientras el sujeto camina normalmente. La Figura 4.7b muestra un registro obtenido con la misma IMU durante la respuesta *reacción*, las líneas verticales rojas indican el momento en que el obstáculo aparece.

Como se observa en la Figura 4.7 la señal, cuando el sujeto realiza una marcha normal, mantiene un comportamiento periódico a lo largo del tiempo. No así para el caso en el que se solicita al sujeto detener la marcha ante la aparición del obstáculo, donde se observan perturbaciones en la señal instantes posteriores a la aparición del obstáculo. Con esta información se calculó el tiempo de respuesta, y el promedio para los tres sujetos es de 1056 ± 246 ms para la representación láser y 1032 ± 306 ms para la representación en pantalla. Por lo tanto, el cambio en la actividad cerebral descrito anteriormente se presenta antes de que el sujeto reaccione. Esto es un resultado muy alentador, pues abre la puerta a utilizar el cambio en la actividad cerebral debido a la aparición repentina de un obstáculo como comando de control del exoesqueleto.



(a) Registro durante marcha normal



(b) Registro durante la respuesta *reacción*

Figura 4.7: Señal registrada por la IMU colocada en la zona lumbar durante (a) la marcha normal y (b) en la respuesta *reacción*.

4.4.1.2. Reaction-locked

En la Figura 4.8 se muestra el promedio de la señal en el electrodo Cz para cada sujeto durante las respuestas *reacción*, *reacción retardada* y *reacción libre*, en $t = 0$ ms es cuando el sujeto detiene la marcha como respuesta a la aparición del obstáculo. Para ambas representaciones del obstáculo y durante la respuesta *reacción*, la señal presenta (para todos los usuarios) una deflexión positiva alrededor del instante $t = -700$ ms, seguida de una caída en el potencial aproximadamente al instante $t = -400$ ms. La Figura 4.9 muestra el promedio de la señal para todos los sujetos. Nuevamente, de manera más clara, se visualiza el cambio en el potencial para la respuesta *reacción*.

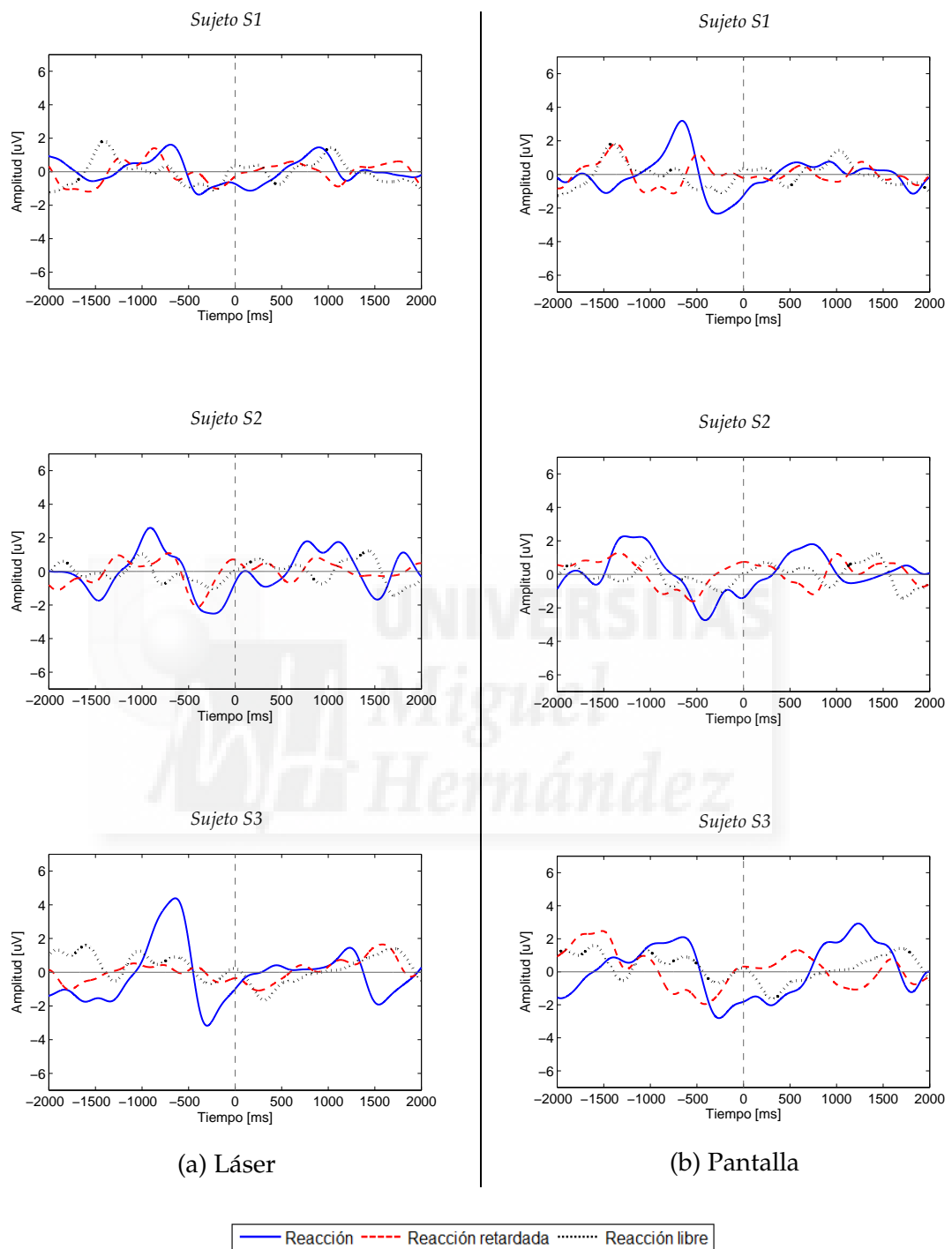
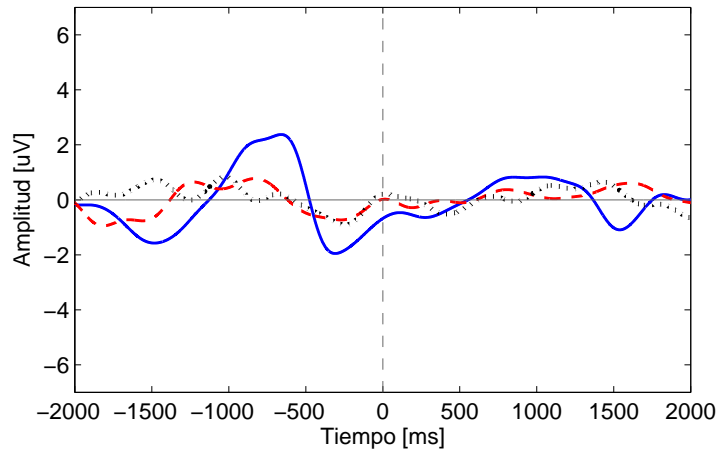


Figura 4.8: Señal promedio registrada en el electrodo Cz para cada sujeto durante las respuestas *reacción*, *reacción retardada* y *reacción libre*. El instante $t = 0$ ms es cuando el sujeto responde.

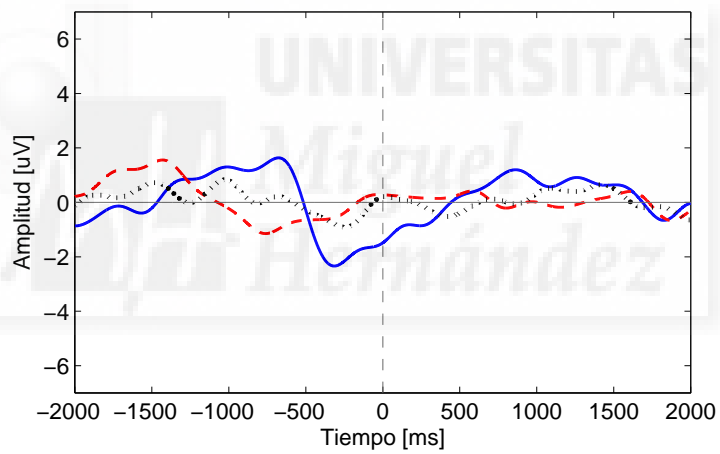
En cuanto a la distribución del potencial (Figura 4.10 y Figura 4.11) se observa, para la respuesta *reacción* en ambas representaciones del obstáculo, un potencial positivo focalizado en la zona central en el instante $t = -700$ ms. Esta misma zona presenta valores negativos para $t = -400$ ms e instantes posteriores. Para las otras dos respuestas no se encuentra ningún patrón común que pueda ser descrito.

Con base en estas observaciones se puede asumir que la actividad positiva continúa estando relacionada con el estado de alerta que genera la aparición del obstáculo, mientras que la actividad negativa está involucrada con la preparación para detener la marcha, pero sólo en el caso de que esta acción esté condicionada por un estímulo externo. Por esta razón, la actividad negativa no se visualiza durante las respuestas *reacción retardada* y *reacción libre* pues, aunque el sujeto detiene la marcha, él decide cuándo hacerlo. De igual modo, el cambio en la actividad cerebral no es debido a artefactos de movimiento, pues sólo se presenta para el caso en el que se solicita al sujeto reaccionar de manera inmediata ante la aparición del obstáculo.

Considerando conjuntamente las observaciones hechas mediante *stimulus-locked* y *reaction-locked* puede decirse que la parte positiva del ERP observado es producto de la aparición repentina del obstáculo y alcanza una mayor amplitud cuando el sujeto debe reaccionar ante él. Adicionalmente, cuando el sujeto debe reaccionar inmediatamente ante la aparición del obstáculo, es posible visualizar una deflexión negativa que estará relacionada con la reacción de detener la marcha.



(a) Láser



(b) Pantalla

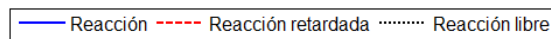


Figura 4.9: Señal promedio de todos los sujetos registrada en el electrodo Cz, durante las respuestas *reacción*, *reacción retardada* y *reacción libre*. El instante $t = 0$ ms es cuando el sujeto responde.

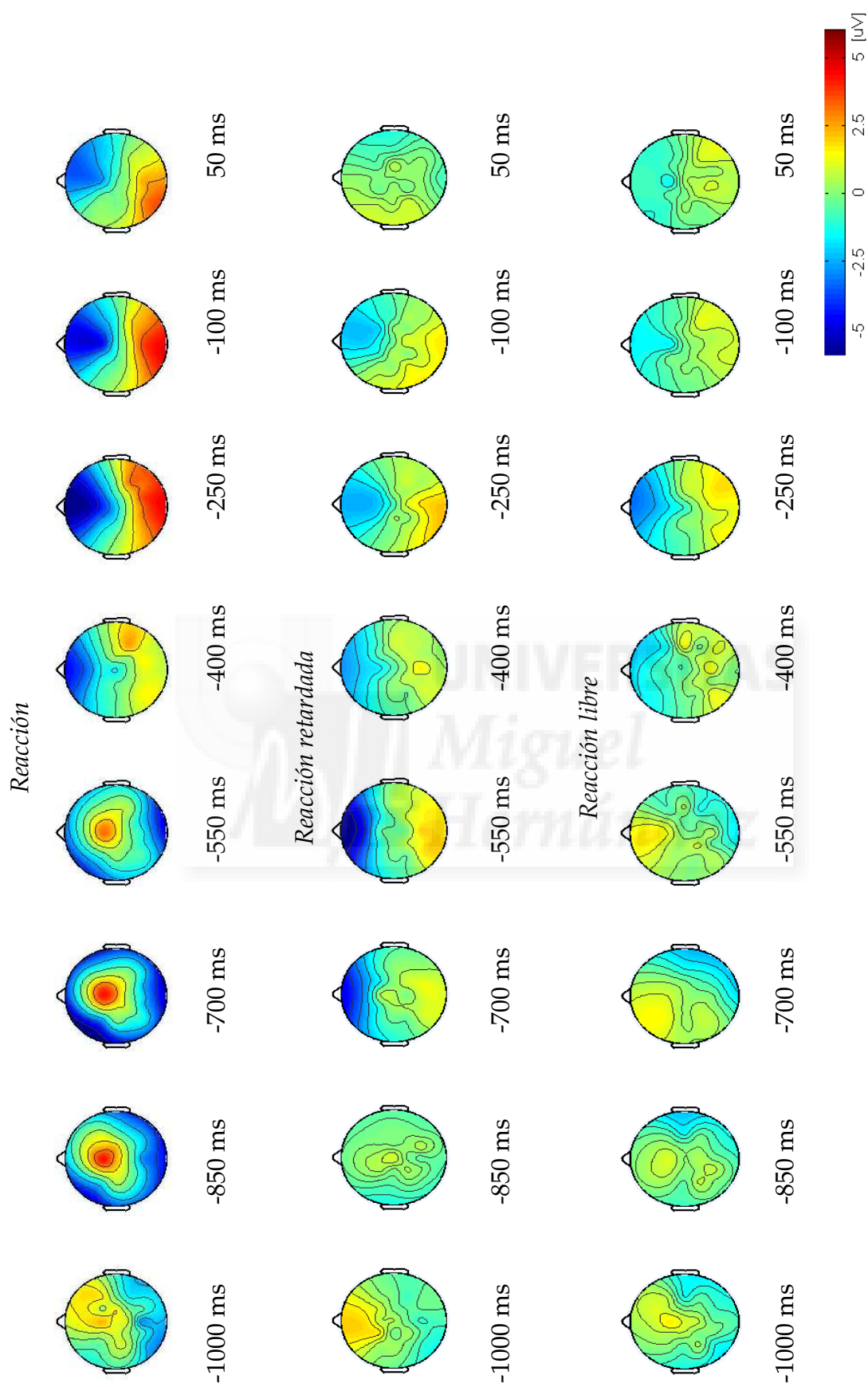


Figura 4.10: Distribución del potencial promedio de todos los sujetos para diferentes instantes de tiempo para la representación láser, durante las respuestas *reacción*, *reacción retardada* y *reacción libre*. El sujeto reacciona en el instante $t = 0$ ms.

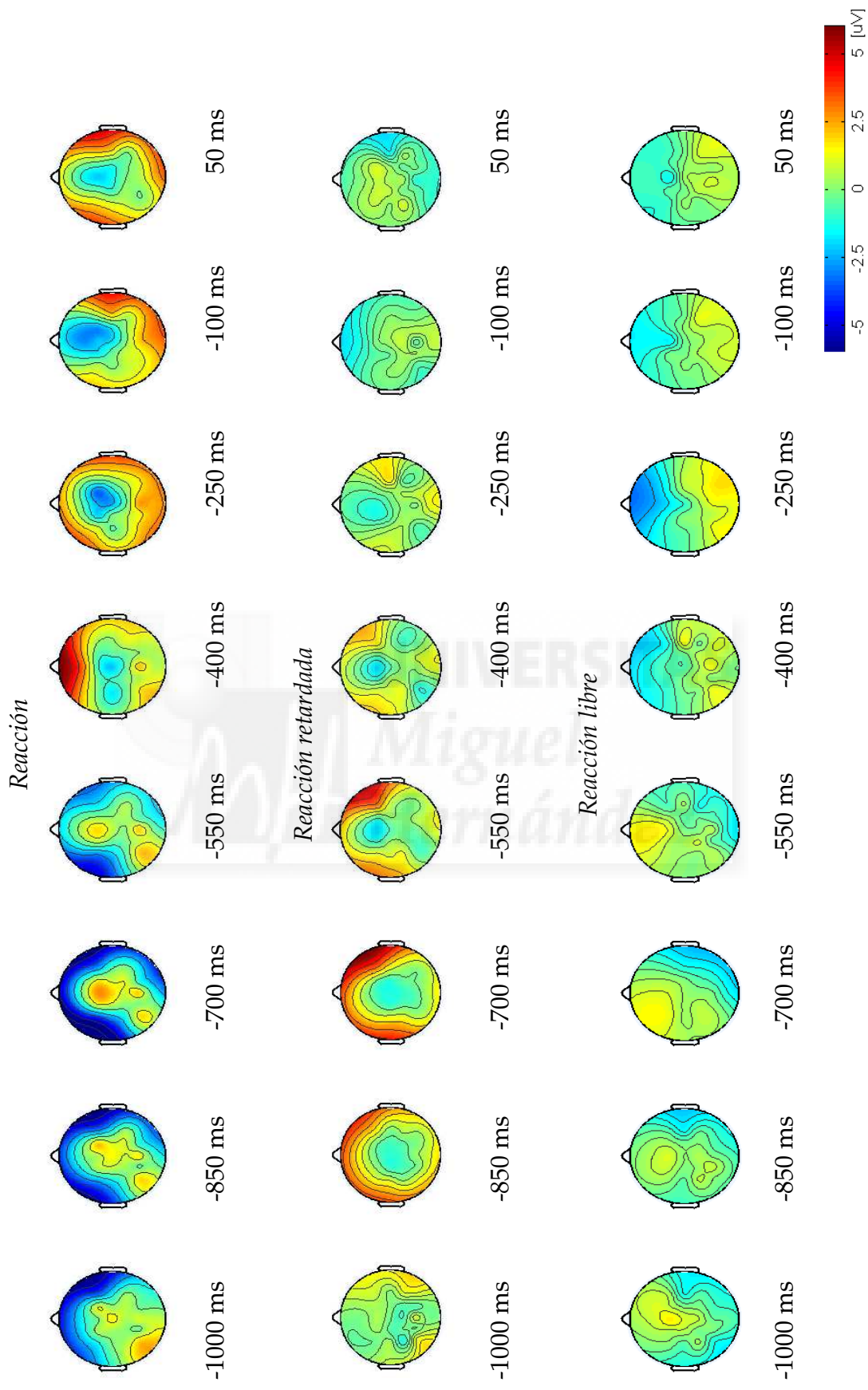


Figura 4.11: Distribución del potencial promedio de todos los sujetos para diferentes instantes de tiempo cuando el obstáculo se presenta en pantalla, durante las respuestas *reacción*, *reacción retardada* y *reacción libre*. El sujeto reacciona en el instante $t = 0$ ms.

Una vez comprobada la existencia de un ERP debido a la aparición inesperada de un obstáculo durante la marcha, se evaluó la significancia de la diferencia entre la actividad basal y el intervalo de tiempo cuando se presenta el ERP. El análisis se realizó conforme a lo descrito en el apartado 4.3.3.2, utilizando el promedio de cada una de las repeticiones por cada sujeto, es decir 4 repeticiones \times 3 sujetos, y considerando un intervalo de tiempo de 750 ms. Como referencia se toma un segmento de la actividad cerebral durante el tiempo en que el sujeto camina normalmente (actividad basal) y se realizan tres comparaciones: Actividad basal contra actividad basal en otro intervalo de tiempo, actividad basal contra actividad durante la respuesta *reacción* (en el intervalo 150-900 ms después de la aparición del obstáculo), y actividad basal contra actividad durante la respuesta *no reacción* (intervalo 150-900 ms después de la aparición del obstáculo). La Tabla 4.2 muestra el resultado de la prueba de significancia en cada uno de los electrodos.

En base a los resultados, es posible decir que para la representación láser los electrodos Fz, FCz, FC1, FC2, Cz, C1, C2, CP4, Pz, P1, P4, P2 y POz presentan una diferencia significativa ($p < 0.01$) en la forma de onda para la respuesta *reacción*, y cuando el obstáculo se muestra por medio de la pantalla los electrodos FCz, Cz, C1, y C2 son los que lo presentan.

El hecho de que para ambas representaciones los electrodos FCz, Cz, C1 y C2 presenten un cambio significativo durante la respuesta *reacción* es consistente con la distribución de potencial descrita anteriormente, donde el cambio en la actividad cerebral se focaliza sobre la zona fronto-central de la corteza cerebral. Esto se respalda con el conocimiento fisiológico de que en esta zona se generan los impulsos neuronales implicados en la planificación y ejecución del movimiento.

Tabla 4.2: Resultados de la prueba de significancia de la comparación de la forma de onda. Los valores que resultan significativos están resaltados con letra negrita.

Electrodo	Basal vs Basal		Reacción vs Basal		No Reacción vs Basal	
	Láser	Pantalla	Láser	Pantalla	Láser	Pantalla
Fz	0.002	0.896	0.007	0.611	0.065	0.031
FCz	0.052	0.104	0.000	0.000	0.000	0.825
FC3	0.033	0.371	0.138	0.852	0.000	0.545
FC1	0.134	0.634	0.000	0.028	0.026	0.695
FC4	0.712	0.799	0.508	0.714	0.181	0.141
FC2	0.001	0.588	0.001	0.063	0.012	0.127
Cz	0.169	0.226	0.000	0.000	0.080	0.350
C3	0.349	0.720	0.438	0.709	0.368	0.644
C1	0.181	0.148	0.000	0.002	0.109	0.681
C4	0.708	0.117	0.473	0.213	0.177	0.949
C2	0.005	0.019	0.004	0.001	0.253	0.407
CPz	0.103	0.429	0.543	0.824	0.268	0.013
CP3	0.289	0.648	0.229	0.400	0.782	0.052
CP1	0.355	0.764	0.016	0.246	0.289	0.589
CP4	0.092	0.669	0.006	0.050	0.172	0.468
CP2	0.003	0.169	0.041	0.958	0.017	0.169
Pz	0.201	0.222	0.000	0.063	0.100	0.304
P3	0.026	0.912	0.020	0.552	0.045	0.395
P1	0.002	0.827	0.001	0.088	0.065	0.202
P4	0.026	0.541	0.000	0.187	0.029	0.111
P2	0.000	0.805	0.000	0.016	0.693	0.141
POz	0.104	0.727	0.000	0.045	0.210	0.762

4.4.2. Evaluación de características

Debido a que se pretende detectar la aparición del obstáculo cuando hay una reacción por parte del sujeto, las características fueron evaluadas sólo con los registros correspondientes a la respuesta *reacción*, para ambas representaciones. Además, ya que el comportamiento de la actividad cerebral es similar para los dos casos, en el análisis no se hace alguna consideración respecto a la forma de representar el obstáculo. Es decir, se asume que los datos provienen de una única clase: *reacción*. El número total de registros para dicha clase es de 53 para S1, 52 para S2 y 34 para S3. Debido a que en condiciones reales la clase *marcha normal* está presente la mayor parte del tiempo, el número de registros para esta clase es el doble.

Para fines prácticos, las características evaluadas son etiquetadas como: CSP, energía, pendiente y polinomio. Ya que el análisis descrito en el apartado anterior revela que el cambio en la actividad cerebral debido a la aparición del obstáculo y la reacción ante él está focalizado en la zona fronto-central, dichas características se extrajeron de los electrodos: FC1, FCz, FC2, C1, Cz, C2, excepto CSP, en cuyo caso se usaron los 22 canales. Así pues, la dimensión del vector de características para cada caso es: 6 para energía y pendiente, cada dimensión corresponde a la métrica calculada para la señal proveniente de cada electrodo. Para polinomio es de 5 debido a que este es el orden utilizado para el ajuste polinomial. Finalmente, para CSP el vector es de seis dimensiones porque el valor de r para formar la matriz Z_p es tres.

La Tabla 4.3 muestra la tasa de aciertos promedio junto con la desviación estándar alcanzada para cada usuario con las diferentes características extraídas de los intervalos de tiempo seleccionados. El valor máximo alcanzado para cada sujeto con cada una de las características se resalta con letra negrita.

La Figura 4.12 muestra las tasas de aciertos, además de que indica el resultado de una prueba de significancia para evaluar si existe una diferencia significativa entre el valor de tasa de aciertos máximo alcanzado con un determinado intervalo de tiempo y las tasas de aciertos obtenidas para el resto de los intervalos. Esta

Tabla 4.3: Tasa de aciertos para cada usuario usando diferentes características extraídas de diferentes intervalos de tiempo. El valor máximo está resaltado en negrita.

C S P				
Intervalo de tiempo	S1	S2	S3	Promedio
0-500 ms	62.7±4.1	69.3±5.3	65.0±5.3	65.7±5.6
150-650 ms	64.7±4.1	78.2±4.2	69.9±5.1	70.9±7.2
300-800 ms	65.8±4.5	74.0±4.3	66.4±4.5	68.7±5.8
0-800 ms	67.1±4.9	75.9±4.3	67.4±5.8	70.1±6.5

E N E R G Í A				
Intervalo de tiempo	S1	S2	S3	Promedio
0-500 ms	68.6±2.7	71.3±3.0	67.4±3.3	69.1±3.4
150-650 ms	70.2±2.7	74.7±3.7	66.1±3.9	70.3±5.0
300-800 ms	70.7±2.9	77.5±3.6	65.6±3.9	71.3±6.0
0-800 ms	70.3±3.1	77.1±3.4	65.8±3.6	70.1±5.8

P E N D I E N T E				
Intervalo de tiempo	S1	S2	S3	Promedio
0-500 ms	66.7±1.0	79.8±3.4	69.7±4.8	72.1±6.6
150-650 ms	67.1±2.6	88.0±3.3	75.8±4.9	77.0±9.4
300-800 ms	76.5±4.0	72.4±3.4	73.8±4.2	77.5±5.3
0-800 ms	71.4±3.1	86.2±3.4	71.9±4.2	76.5±7.7

P O L I N O M I O				
Intervalo de tiempo	S1	S2	S3	Promedio
0-500 ms	76.0±2.8	81.2±3.4	72.7±4.0	76.6±4.5
150-650 ms	75.1±2.9	68.0±2.0	64.6±3.0	69.2±5.1
300-800 ms	68.0±1.9	85.4±3.3	76.0±3.6	76.5±7.7
0-800 ms	77.0±3.1	85.4±3.7	66.8±3.4	76.4±8.3

comparación se realiza para cada sujeto, aplicando la prueba de Wilcoxon con un nivel de significancia de $\alpha = 0.01$ [67].

Además de tomar en cuenta el valor de las tasas de aciertos alcanzado, es imprescindible considerar la TPR y la FPR, recordando que esta relación puede visualizarse en el espacio ROC, tal como se muestra en la Figura 4.13. Cada gráfica corresponde a una característica, y se comparan los resultados obtenidos para diferentes intervalos de tiempo. Cada marca en la gráfica corresponde a un sujeto y la marca rellena representa la media de todos los sujetos. Es importante recordar que un punto que caiga sobre la línea roja (TPR=FPR) hace referencia a una clasificación que se está llevando de manera aleatoria, pues se está obteniendo la misma tasa de verdaderos positivos que de falsos positivos.

Con base en la información reportada en la Tabla 4.3 y las Figuras 4.12 y 4.13, es posible comparar los resultados de la clasificación logrados para los diferentes intervalos de tiempo a fin de establecer, para cada característica, el intervalo de tiempo óptimo. El análisis es el siguiente:

- Para **CSP**, la tasa de aciertos máxima para S2 y S3 se logra con el intervalo 2, con diferencia significativa respecto a los intervalos 1 y 3 para S3, y respecto a los intervalos 1, 3 y 4 para S2. En cuanto a S1, el valor máximo se alcanza con el intervalo 4, mostrando una diferencia significativa respecto al valor alcanzado con los intervalos 1 y 2. Finalmente, en el promedio de la tasa de aciertos, el valor máximo se alcanza con el intervalo 2, que muestra una diferencia significativa con los valores obtenidos para los intervalos 1 y 3. Hasta ahora puede decirse que el intervalo 2 es el óptimo, lo que se corrobora al analizar el espacio ROC, donde se tiene que la mayor TPR para la mayoría de los sujetos se logra utilizando este intervalo al mismo tiempo que se obtiene la menor FPR. Por lo tanto, para CSP el intervalo de tiempo seleccionado es el intervalo 2 (150-650 ms).
- Para **energía** se tiene que S1 y S2 presentan el valor máximo con el intervalo 3 y S3 con el intervalo 1. En promedio el valor máximo se obtiene con el intervalo 3, mostrando diferencia significativa únicamente con el interva-

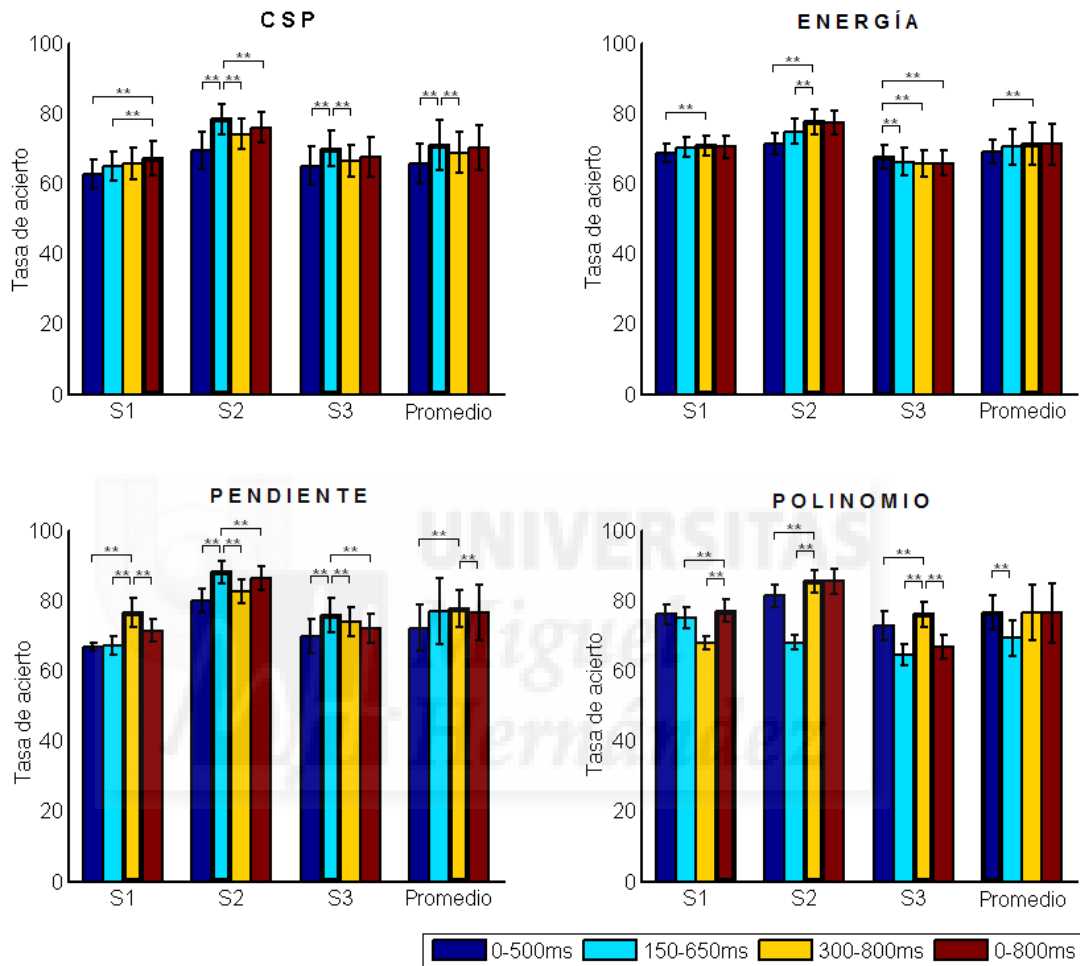


Figura 4.12: Porcentaje de la tasa de aciertos alcanzada para cada sujeto con diferentes características extraídas de diferentes intervalos de tiempo. La barra con borde grueso representa el valor máximo. Las barras de error representan la desviación estándar y los asteriscos indican los grupos con diferencias significativas ($p < 0.01$).

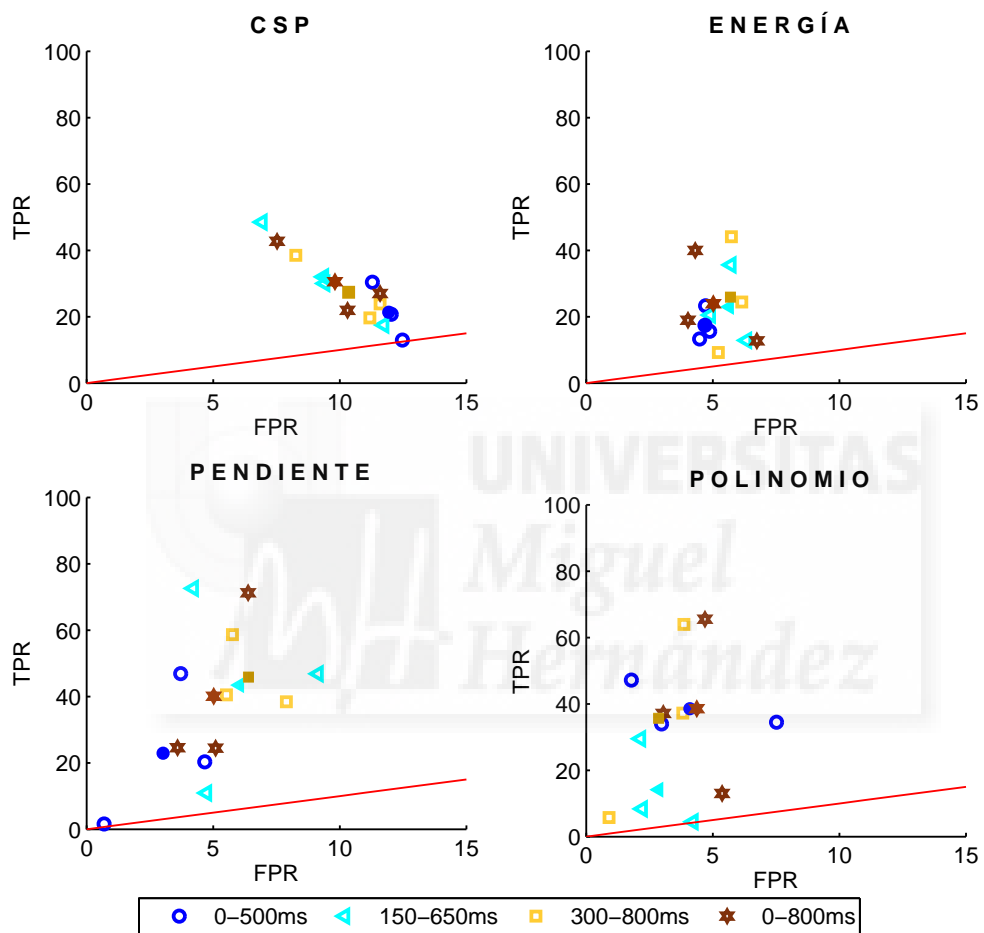


Figura 4.13: Espacio ROC correspondiente a cada una de las características. Para cada característica se evalúan diferentes intervalos de tiempo, cada marca corresponde a un sujeto.

lo 1. Mirando el espacio ROC se aprecia que el intervalo 3 ofrece una TPR ligeramente mayor que la alcanzada con el intervalo 4, pero el intervalo 4 ofrece una reducida FPR. Para elegir el intervalo de tiempo óptimo, es de suma importancia considerar la aplicación final, a fin de juzgar si es rentable lograr una clasificación con un mínimo de FPR a cambio de que la TPR se vea disminuida o incrementar al máximo la TPR aunque el número de falsas detecciones también aumente. En este caso es de mayor interés lograr un mayor número de detecciones, por lo que el intervalo de tiempo elegido es el 3 (300-800 ms).

- El caso **pendiente** tiene un comportamiento diferente a las métricas anteriores. Para la mayoría de los sujetos la mayor tasa de aciertos se alcanza con el intervalo 2. Sin embargo, este intervalo no ofrece el valor máximo en el resultado promedio y, aunque no presenta una diferencia significativa con el máximo, tiene una desviación estándar mayor. Aunado a esto, mediante un análisis del espacio ROC puede observarse una mejor clasificación, de acuerdo a los intereses mencionados, durante el intervalo 3 que, además de presentar una mayor TRP para la mayoría de los sujetos manteniendo una FPR reducida, proporciona resultados más consistentes para todos los sujetos, es decir los puntos en el plano no se hallan tan dispersos como ocurre con el intervalo 2. Entonces, el intervalo óptimo en este caso es el 3 (300-800 ms).
- Con **polinomio**, S2 y S3 logran el valor máximo con el intervalo 3 mientras que S1 lo hace con el intervalo 4. Sin embargo, en el promedio, el valor máximo se tiene para el intervalo 1, sin una diferencia significativa respecto a los intervalos 3 y 4. El espacio ROC revela que los intervalos 3 y 4 brindan una mayor TPR para dos de los tres sujetos con respecto a la alcanzada con el intervalo 1. Sin embargo, éste muestra resultados más consistentes para todos los sujetos. Así pues, para este caso el intervalo 1 (0-500 ms) es el seleccionado.

Con los intervalos de tiempo óptimos para cada una de las características, es de interés comparar cuál es la característica que ofrece una mejor clasificación.

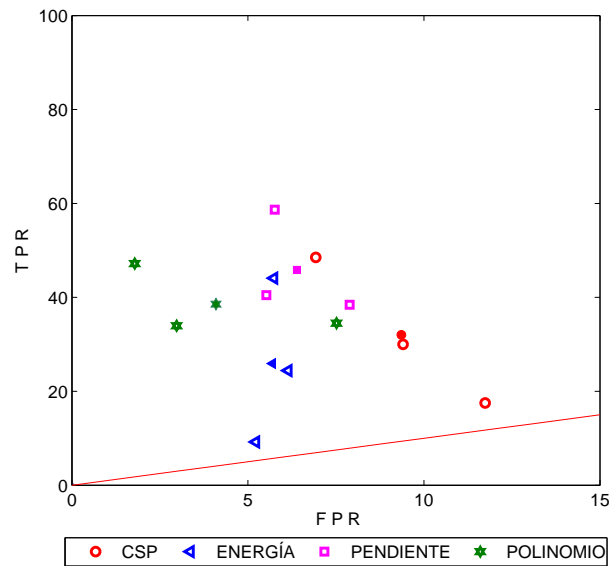


Figura 4.14: Espacio ROC con las características extraídas en sus intervalos de tiempo óptimos. Cada marca corresponde a un sujeto.

La Figura 4.14 muestra en el espacio ROC cada una de las características extraída en su intervalo óptimo. Puede apreciarse que la mayor TPR se logra con la característica **pendiente**, reportando al mismo tiempo una reducida FPR, lo que da una tasa de aciertos promedio del 77.5 %. Por otro lado, la menor FPR se obtiene con **polinomio**, con una ligera disminución en la TPR. Sin embargo la tasa de aciertos no se afecta notablemente, resultando del 76.6 %. Con base en lo anterior, cualquiera de estas dos características, pendiente y polinomio permitirá discriminar satisfactoriamente las clases *reacción* y *marcha normal*.

4.4.3. Análisis *pseudo-online*

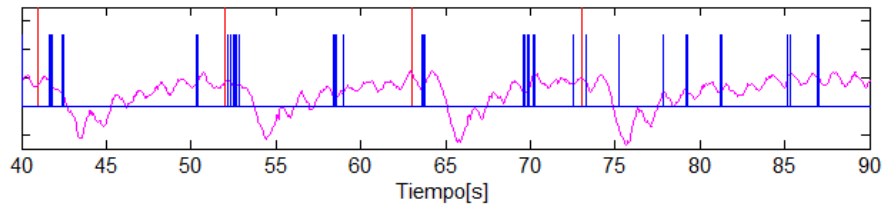
A fin de evaluar el desempeño de cada una de las características en condiciones similares a las de tiempo real, se realizó una prueba *pseudo-online*. Esta prueba consiste en segmentar un registro completo en ventanas de una longitud determinada, y en que cada ventana sea procesada y asignada a una determinada clase, en este caso *reacción* o *marcha normal*.

Para el entrenamiento se utilizaron tres de los cuatro registros disponibles por cada sujeto, extrayendo las características del intervalo de tiempo óptimo selec-

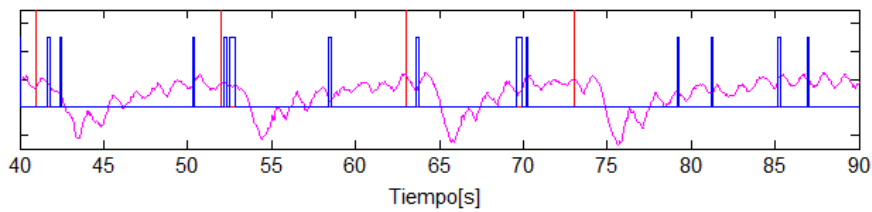
cionado. Para realizar la evaluación se utilizó el registro restante, que fue segmentado en ventanas de 500 ms con desplazamientos de 100 ms.

El hecho de que exista traslape de las ventanas genera información redundante, y trae como consecuencia el inconveniente de tener detecciones repetidas de la clase *reacción*. Para solucionar este problema, una detección es considerada como verdadera si ϵ ventanas consecutivas son asignadas a la clase *reacción*. Además, a lo largo del registro de la señal, existirán ventanas con características similares a las del ERP, y por tanto arrojarán falsas detecciones, mismas que desaparecerán ajustando el valor de ϵ . Es importante elegir cuidadosamente este valor, pues de él dependerá el valor final que adquieran la TPR y la FPR. La Figura 4.15 muestra un ejemplo ilustrativo de la variación en las detecciones cuando $\epsilon = 2, 3, 4$. La gráfica superior muestra el resultado original sin considerar el traslape de ventanas. Las líneas verticales azules representan una detección de la clase *reacción*, las líneas rojas indican el instante en el que aparece el obstáculo y la línea magenta es el registro realizado por la IMU colocada en la zona lumbar. Puede apreciarse que conforme incrementa el valor de ϵ , las falsas detecciones decrecen, pero al mismo tiempo se pierden también detecciones correctas.

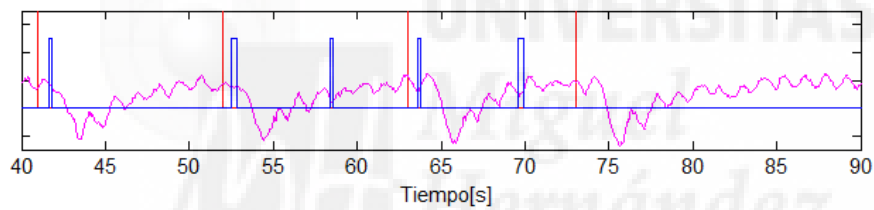
Finalmente, en la Tabla 4.4 se reporta el número de detecciones correctas para diferentes valores de ϵ , al igual que las falsas detecciones que se cometen por minuto. Como puede observarse, los mejores resultados se obtienen al utilizar las características pendiente y polinomio, en concordancia con lo analizado en la sección anterior. En este caso el desempeño óptimo se obtiene con la característica **polinomio** para un valor de $\epsilon = 2$, ya que se logra un número aceptable de detecciones manteniendo en un nivel bajo el número de falsas detecciones por minuto.



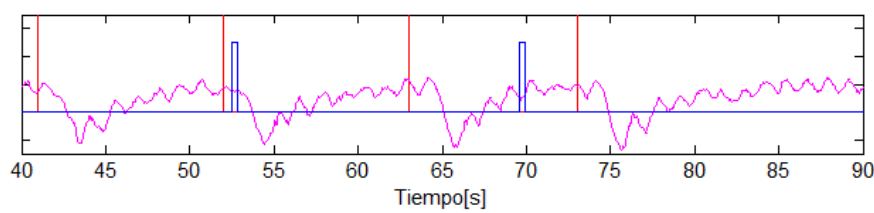
(a) Detecciones iniciales



(b) $\epsilon = 2$



(c) $\epsilon = 3$



(d) $\epsilon = 4$

Figura 4.15: Detecciones para diferentes valores de ϵ . La línea roja representa el instante de aparición del obstáculo. Las líneas azules indican las detecciones realizadas y la línea magenta corresponde a la señal registrada por la IMU.

Tabla 4.4: Resultados del pseudo-online para cada sujeto usando diferentes características extraídas en el intervalo de tiempo óptimo, con diferentes valores de ϵ .

C S P

Sujeto	Tiempo de registro [s]	No. de obstáculos	Detec. correctas			Falsas detec./min		
			$\epsilon = 2$	$\epsilon = 3$	$\epsilon = 4$	$\epsilon = 2$	$\epsilon = 3$	$\epsilon = 4$
S1	186.0	14	4	3	2	18.88	13.63	9.01
S2	184.5	14	13	9	3	13.38	6.70	3.16
S3	184.0	14	2	2	1	5.65	1.77	0.71

E N E R G Í A

Sujeto	Tiempo de registro [s]	No. de obstáculos	Detec. correctas			Falsas detec./min		
			$\epsilon = 2$	$\epsilon = 3$	$\epsilon = 4$	$\epsilon = 2$	$\epsilon = 3$	$\epsilon = 4$
S1	186.0	14	4	4	3	15.03	13.63	11.88
S2	184.5	14	12	12	12	19.36	17.25	15.85
S3	184.0	14	3	2	2	4.24	4.24	2.12

P E N D I E N T E

Sujeto	Tiempo de registro [s]	No. de obstáculos	Detec. correctas			Falsas detec./min		
			$\epsilon = 2$	$\epsilon = 3$	$\epsilon = 4$	$\epsilon = 2$	$\epsilon = 3$	$\epsilon = 4$
S1	186.0	14	6	4	4	22.73	12.94	8.04
S2	184.5	14	12	11	10	13.29	9.09	4.55
S3	184.0	14	4	3	2	3.88	3.53	2.12

P O L I N O M I O

Sujeto	Tiempo de registro [s]	No. de obstáculos	Detec. correctas			Falsas detec./min		
			$\epsilon = 2$	$\epsilon = 3$	$\epsilon = 4$	$\epsilon = 2$	$\epsilon = 3$	$\epsilon = 4$
S1	186.0	14	5	4	4	12.94	10.48	8.04
S2	184.5	14	14	10	6	12.68	6.34	2.11
S3	184.0	14	6	1	0	8.48	4.94	1.77

4.5. Conclusiones

A lo largo de este capítulo se realizó el estudio de la actividad cerebral debido a la aparición repentina de un obstáculo y la reacción del sujeto ante él. Lo observado en el caso *stimulus-locked* y *reaction-locked*, permite elucidar que existe un ERP debido a la aparición de un obstáculo durante la marcha, que alcanza una amplitud positiva máxima alrededor de los 300 ms. Cuando existe una reacción inmediata de parte del sujeto, se manifiesta una deflexión negativa entre 200 ms y 300 ms después del pico positivo. Este cambio en la actividad cerebral es previo a la reacción del sujeto. Además, por la visualización de la señal en el caso *reaction-locked*, se corroboró que el cambio no es debido a artefactos de movimiento, pues sólo está presente para el caso en que el sujeto detiene la marcha condicionado por un estímulo externo. El comportamiento de la señal es similar al que exhibe la primera etapa de la CNV, que refleja un estado de alerta generado por un estímulo de advertencia.

Con base en una prueba estadística se demostró que el cambio en la amplitud de la señal de EEG cuando se presenta el obstáculo y el sujeto debe reaccionar, exhibe una diferencia significativa con respecto a la actividad basal en los electrodos de la zona central. En cuanto a la distribución espacial del potencial, se observó que en la zona fronto-central es donde se focaliza la actividad debida a este evento.

Mediante un análisis de diferentes características extraídas de diferentes intervalos de tiempo se encontró que las características pendiente y polinomio ofrecen un mejor desempeño en la detección del obstáculo, y esta detección ocurre instantes previos a la reacción del sujeto, lo que hace factible pensar en utilizar este cambio en la actividad cerebral como comando de control de un exoesqueleto.

Para la selección de la mejor característica es importante considerar conjuntamente los valores de TPR y FPR. Dependiendo de la aplicación final se debe juzgar que tan beneficioso es disminuir el valor de FPR a costa de que la TPR pueda verse afectada. En este caso, como ya se ha mencionado, la aplicación final está orientada al control de un exoesqueleto, por lo que es más conveniente lograr

un mayor TPR pese a que la FPR también tenga un incremento.

El siguiente paso en esta investigación es el estudio de la actividad cerebral en pacientes, pues serán ellos los usuarios finales de esta aplicación. Además deben buscarse alternativas para disminuir aún más la FPR e incrementar el número de detecciones correctas, por ejemplo un preprocesamiento más profundo de la señal.





Capítulo 5

Discusión

En esta tesis se propuso un algoritmo novedoso para la selección de electrodos y la extracción de características de señales de EEG. La información extraída permite la discriminación de las señales de múltiples tareas, cognitivas y motrices. Además, se realizó un análisis que provee evidencias de que existe un cambio en la actividad cerebral generado por la aparición repentina de un obstáculo.

Muchos de los métodos propuestos para la selección de electrodos, hacen referencia a la matriz de pesos generada por un filtro espacial, generalmente CSP, para elegir el conjunto de electrodos que permita una mejor discriminación [68, 69, 70]. Cabe recordar que los CSP se basan en la proyección de los datos a un subespacio en el que se maximiza la varianza para una clase mientras que se minimiza para el resto de las clases. Por consecuencia, los electrodos seleccionados están relacionados con el evento neurológico generado por la tarea mental solicitada al usuario. El inconveniente es que el método original de CSP se aplica para la discriminación de dos clases y, aunque existen modificaciones para la discriminación de múltiples clases, el algoritmo se irá tornando cada vez más complejo. En contraste, el método propuesto no se basa en el resultado previo de un filtro espacial ni requiere proyectar los datos a un nuevo subespacio. Y como fue posible observar, se logró la extensión a múltiples clases, sin la necesidad de realizar grandes cambios en el algoritmo. Además, debido a que la selección está basada en la conectividad entre las diferentes áreas cerebrales, los electro-

dos que se seleccionan están relacionados con las tareas mentales solicitadas al usuario.

Ahora bien, existen métodos orientados a reducir el número de electrodos sin partir de los CSP. Esta reducción puede realizarse de manera específica para cada sujeto, o de una manera general, acorde con las tareas empleadas. Algunos métodos evalúan configuraciones predefinidas de electrodos en función de los resultados finales obtenidos al clasificar las tareas mentales [7]. En el método que se propone en esta tesis no es necesario preestablecer un conjunto de combinaciones con base en el conocimiento previo que se tenga del evento fisiológico. Sin embargo, los electrodos seleccionados están fisiológicamente relacionados con la tarea mental solicitada al usuario. Esto es debido a que la selección se realiza considerando únicamente los conjuntos de electrodos en los que la coherencia es significativa. Además el hecho de que la selección no se base en los resultados finales de la clasificación fortalece la fiabilidad de los electrodos seleccionados. Pues al basar la selección en los resultados finales, existen otros factores implicados, como lo es el clasificador utilizado, los datos de entrenamiento, entre otros.

Una limitante en el método propuesto es que no se tiene algún criterio para establecer cual es el mínimo de electrodos que puede ser seleccionado, sin que el rendimiento en la clasificación se vea afectado. Aún así, como se observó en la sección de ejemplos numéricos, los resultados alcanzados en la clasificación son comparables con los reportados por otros grupos, tanto para tareas cognitivas como motrices, y también para el caso de múltiples clases.

En lo referente al análisis de la señal al aparecer un obstáculo repentinamente, resulta complicado establecer una comparación con otros métodos. La introducción de las BCIs en el control de exoesqueletos para la rehabilitación de miembro inferior ha comenzado en la última década, y la mayoría de los grupos se ha enfocado en el inicio y fin de la marcha de manera voluntaria [71, 72, 73]. En esta tesis se propuso detectar la aparición repentina del obstáculo, a fin de detener el exoesqueleto como una medida de seguridad para el usuario.

Un primer indicio del estudio de la actividad cerebral debido a la presencia de un obstáculo se encuentra en [56]. Sin embargo, en ese caso el obstáculo no aparece de manera repentina, sino que el usuario es advertido de su proximidad, y la actividad cerebral que se evalúa es desde el momento en que el obstáculo aparece, hasta que el sujeto lo esquiva. Además el obstáculo siempre aparece en la misma fase de la marcha, a fin de que el sujeto lo evite levantando el pie derecho. En el trabajo que se presentó en esta tesis, se quiso simular una situación más real. El obstáculo aparece de manera inesperada, independientemente de la fase de la marcha en la que el sujeto se encuentre, y el sujeto debía responder de manera inmediata.

Lo que impide llevar esta parte del trabajo a aplicaciones reales es el número de falsos positivos que, aunque es reducido, debe buscarse disminuirlo más para lograr una aplicación real confiable. También falta un análisis similar de la señal de EEG en personas con afecciones en la motilidad de miembro inferior.





Capítulo 6

Conclusiones

En esta tesis se trabajó con actividad cerebral tanto modulada como evocada y se hacen diversas aportaciones al área de interfaz cerebro-computadora en cuanto a la extracción de características. Además se estudió el cambio en la actividad cerebral en un escenario innovador y con aplicaciones prácticas en neurorehabilitación. A continuación se enlistan las conclusiones generales obtenidas mediante el trabajo desarrollado:

- Dado que la coherencia indica el grado de correlación entre dos señales en el dominio de la frecuencia, y que además puede asociarse a la conectividad existente entre diferentes áreas cerebrales, fue posible proponer un método basado en esta métrica, orientado principalmente a la extracción de características. Dicho método facilita la selección de un conjunto óptimo de electrodos para la clasificación de señales de EEG. Su principal ventaja es que opera con un número reducido de electrodos. Ésto expresa robustez en el método pues, a pesar de trabajar con vectores de características de dimensiones significativamente reducidas, se obtienen niveles aceptables de eficacia.
- La aplicación de una prueba de hipótesis permitió seleccionar el conjunto óptimo de electrodos. Para cada caso, los vectores de características generados por los electrodos seleccionados brindan una mayor diferencia entre

clases y por tanto permiten una mejor discriminación. A pesar de que esta selección se llevó a cabo sin conocimiento *a-priori* de la actividad cerebral desencadenada, los electrodos están relacionados con la tarea mental que se ejecuta. Ésto es debido a que la prueba de hipótesis se realizó únicamente con los electrodos que presentan una coherencia significativa.

- Un estudio profundo de los resultados obtenidos con el método basado en la coherencia permite un mayor conocimiento acerca del evento neuronal desencadenado por la tarea mental solicitada al usuario, pues es posible estudiar las interacciones entre las señales provenientes de diferentes electrodos.
- El hecho de que el método esté basado en la conectividad existente entre las diferentes áreas cerebrales cuando se ejecuta una tarea mental determinada, lo hace en cierto modo robusto. Esta característica puede verse en el sentido de que es igualmente aplicable para diferentes situaciones, como lo son la diversidad de tareas mentales con las que se trabajó y el conjunto de electrodos con el que se cuenta de inicio. La variabilidad entre sujetos tampoco tiene influencia en el desempeño del método pues, aunque los electrodos son seleccionados de manera personalizada para cada sujeto, el método es suficientemente robusto para encontrar los electrodos mejor asociados al fenómeno fisiológico y lograr una discriminación de tareas satisfactoria.
- En lo referente a dar nuevas aplicaciones a las BCI, con este trabajo se explora un área que recientemente está ganando interés: el control de exoesqueletos de miembro inferior. Así pues, se proporciona nueva información relativa a la existencia de un cambio en el potencial eléctrico cerebral relacionado con el estado de alerta que genera la aparición repentina de un obstáculo durante la marcha y la preparación para reaccionar ante él.
- Al estudiar la distribución del potencial se advirtió que el cambio en la actividad cerebral cuando existe reacción por parte del sujeto está focalizado en el área fronto-central. Adicionalmente, mediante un análisis estadístico se demostró que este cambio es significativo. Ésto posibilita la idea de utilizar dicha variación en la actividad cerebral para la detección del obstáculo

y, debido a que el cambio es previo a la reacción del sujeto, utilizar esta información para emitir un comando de control para detener la marcha del exoesqueleto.

- Tras la evaluación de diferentes características de la señal en función del número de clasificaciones correctas, verdaderos positivos y falsos positivos, los mejores resultados se obtuvieron al emplear las características pendiente y polinomio. Las tasas de acierto demuestran que es factible la detección de obstáculos mediante señales de EEG. Ésto gracias al hecho de que existe un patrón característico del cambio generado en la actividad cerebral debido a la aparición del obstáculo y la intención de reaccionar ante él.
- Por los resultados obtenidos en el análisis pseudo-online es posible decir que las características seleccionadas (pendiente y polinomio) brindan la robustez necesaria para efectuar la detección del obstáculo en la marcha utilizando las mediciones de un solo evento, es decir, sin necesidad de promediación.

6.1. Contribuciones de la tesis

En resumen, esta tesis hace las siguientes aportaciones a la investigación en el área de BCIs:

- Un esquema de procesamiento y clasificación de señales EEG basado en la coherencia y enfocado a la etapa de extracción de características, que selecciona un conjunto óptimo de electrodos, particular para cada usuario.
 - El esquema de procesamiento es validado con dos bases de datos de dominio público.
 - El esquema de procesamiento es aplicable para discriminar tanto tareas motrices como cognitivas y es factible aplicarlo al caso de múltiples clases.

- Los electrodos seleccionados tienen relación fisiológica con la tarea mental desarrollada.

Este trabajo dio lugar a dos publicaciones, una en la revista *Biomedical Signal Processing and Control* y la otra presentada en el congreso *7th International IEEE EMBS Neural Engineering Conference*, llevado a cabo los días 22–24 de abril de 2015 en Montpellier, Francia [74, 75].

- La evaluación de diferentes características de la señal de EEG para detectar la aparición de un obstáculo inesperado durante la marcha.
 - Caracterización del cambio en la actividad eléctrica cerebral debido a la aparición repentina de un obstáculo durante la marcha.
 - El cambio encontrado en la actividad cerebral muestra una diferencia significativa con respecto a la actividad cerebral cuando el sujeto camina normalmente.
 - Se evalúan diferentes características de la señal de EEG para la detección de un obstáculo que aparece inesperadamente durante la marcha.

Parte de esta investigación fue presentada en el congreso *7th International IEEE EMBS Neural Engineering Conference*, realizado los días 22–24 de abril de 2015 en Montpellier, Francia [76].

6.2. Trabajos futuros

Los resultados obtenidos en este trabajo forman parte de los esfuerzos de los laboratorios de procesamiento de señales médicas del Cinvestav Monterrey y el de BMI Systems Lab de la Universidad Miguel Hernández en Elche, España, para llevar los métodos propuestos a aplicaciones reales de BCI y evaluar su desempeño. Igualmente, en estos grupos se mantiene el deseo de explorar técnicas de preprocesamiento que permitan incrementar el número de clasificaciones correctas. Así mismo, reconocemos que es importante evaluar el comportamiento de la

actividad cerebral en una muestra de la población más extensa y primordialmente en personas con alguna lesión que les impida el control total de sus extremidades.

Específicamente, para el método de procesamiento basado en la coherencia, se pretende estudiar con más detalle las interacciones entre las diferentes áreas cerebrales con métricas como la coherencia parcialmente dirigida. Adicionalmente sería de interés evaluar el método utilizando a la vez tareas motrices y cognitivas. A fin de una valoración más completa de la robustez del método, debe realizarse una evaluación con diferentes valores de relación señal a ruido y variando el número de datos de entrenamiento.

En el caso de la detección de obstáculos es de suma importancia incrementar el número de detecciones correctas, pues hay que recordar que la aplicación final está orientada a emitir un comando de control que, por seguridad del usuario, ejecute una parada de emergencia ante la aparición del obstáculo. También es de interés evaluar el cambio en la actividad cerebral ante la aparición de diferentes tipos de obstáculo, donde el sujeto decida si es necesario detener o no la marcha. Adicionalmente, la fiabilidad del procesamiento debe ser evaluada en un escenario en que el sujeto tenga mayor libertad. Tal es el caso donde el sujeto pueda realizar cambios en la velocidad de la marcha o modificar su dirección, con lo que se estaría afectando la estacionariedad de las señales, y se evaluaría de mejor manera la robustez del algoritmo propuesto.



Apéndice A

Comparación de medias

A.1. Dos clases

Debido a que el tamaño de las muestras a comparar es reducido, la evaluación de (3.6) se efectúa mediante una prueba t [67], en la que los grados de libertad de la estadística están en función de que las varianzas poblacionales sean iguales o no.

Así pues, en el caso de tener varianzas poblacionales iguales pero desconocidas, podemos definir la estadística t_{est} como:

$$t_{est} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}, \quad (\text{A.1})$$

donde \bar{y}_1, \bar{y}_2 son las medias muestrales de los vectores de características pertenecientes a la Clase 1 y Clase 2 respectivamente, y n_1, n_2 representan el tamaño de las muestras (número de datos para cada clase). La varianza media ponderada (s_p^2) está dada por:

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}, \quad (\text{A.2})$$

donde s_1^2 y s_2^2 representan las varianzas muestrales.

Entonces, la hipótesis nula H_0 será rechazada si $t_{est} > t_{\alpha, n_1+n_2-2}$ o $t_{est} < -t_{\alpha, n_1+n_2-2}$.

Para el caso de varianzas poblacionales diferentes y desconocidas, t_{est} se cal-

cula como:

$$t_{est} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}, \quad (\text{A.3})$$

siendo v los grados de libertad calculados mediante la aproximación de Satterthwaite:

$$v = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}. \quad (\text{A.4})$$

En este caso, H_0 es rechazada si $t_{est} > t_{\alpha,v}$ o $t_{est} < -t_{\alpha,v}$.

A.1.1. Comparación de varianzas

Para evaluar si las varianzas poblacionales son iguales o no, se hace uso de la *distribución F* que, debido a que todas sus aplicaciones se basan en las razones de varianzas de muestras, es también conocida como *distribución de la razón de las varianzas* [67].

Sean s_1^2 y s_2^2 las varianzas de dos muestras aleatorias independientes de tamaño n_1 y n_2 de poblaciones normales con varianzas σ_1^2 y σ_2^2 respectivamente, entonces

$$f_{est} = \frac{s_1^2/\sigma_1^2}{s_2^2/\sigma_2^2} = \frac{s_1^2\sigma_2^2}{s_2^2\sigma_1^2}, \quad (\text{A.5})$$

es una variable aleatoria que tiene distribución F con $n_1 - 1$ y $n_2 - 1$ grados de libertad.

Entonces, se puede establecer la siguiente prueba de hipótesis:

$$\begin{aligned} H_o &: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, \\ H_a &: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2, \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

y la región crítica está dada por:

$$\begin{aligned} s_1^2/s_2^2 &\geq f_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1} & \text{si } s_1^2 &\geq s_2^2, \\ s_2^2/s_1^2 &\geq f_{\alpha/2, n_2-1, n_1-1} & \text{si } s_1^2 &< s_2^2. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

A.2. Múltiples clases

En el caso de múltiples clases, la prueba de hipótesis mostrada en (3.6) se realiza mediante la prueba de Kruskal-Wallis, que es una extensión de la prueba de Wilcoxon [67]. Los datos deben ordenarse conjuntamente de menor a mayor como si constituyeran una sola muestra (clase) y, al igual que en la prueba de Wilcoxon, se les asignan rangos. Sea R_i la suma de los rangos de los valores de la i -ésima muestra, la prueba se basa en la siguiente estadística:

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^I \frac{R_i^2}{n_i} - 3(n+1), \quad (\text{A.8})$$

donde $n = n_1 + n_2 + \dots + n_I$, siendo I el número de poblaciones muestreadas (número total de clases). La hipótesis nula es rechazada para valores grandes de H .

Al trabajar con dos clases, el resultado obtenido de la prueba de hipótesis es suficiente para elegir el vector de características óptimo. Sin embargo, cuando se trabaja con más de dos clases, esta información es insuficiente, pues al rechazar H_0 únicamente se tiene el conocimiento de que al menos una media es diferente, pero no se sabe cuál. Para conocer qué media es diferente, se aplica el **método de Tukey** [67], que hace todas las posibles comparaciones por pares, planteando la siguiente prueba de hipótesis:

$$\begin{aligned} H_o &: \mu_j = \mu_k, \\ H_a &: \mu_j \neq \mu_k. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Este método se basa en la distribución del rango estudentizado, es decir, la distribución que sigue la diferencia del máximo y del mínimo de las diferencias entre la media muestral y la media poblacional de i variables normales, independientes e idénticamente distribuidas. Entonces, se establece el siguiente umbral:

$$\text{HSD} = q_{I, N-I}(\alpha) \sqrt{\frac{\hat{S}_E^2}{n}}, \quad (\text{A.10})$$

siendo N el número total de observaciones, I el número total de niveles (en este caso, clases o tareas mentales), \hat{S}_E^2 la estimación de la varianza del error, n el

tamaño muestral de cada nivel y $q_{I,N-I}(\alpha)$ la distribución del rango estudentizado con los parámetros I grupos y $N - I$ grados de libertad, con un nivel de significancia α . Finalmente, si se cumple que

$$|\bar{y}_j - \bar{y}_k| > \text{HSD}, \quad (\text{A.11})$$

siendo \bar{y}_j y \bar{y}_k las medias muestrales de los niveles j y k , entonces la diferencia entre medias es significativa.



Apéndice B

Clasificación

B.1. Discriminante no lineal

Este clasificador se basa en establecer una frontera de decisión en el espacio de características que separe los datos en grupos, cada uno correspondiente a una clase. Por ejemplo, para el caso de $I = 2$ clases, el plano de discriminación se calcula mediante el siguiente vector normal [77]:

$$\mathbf{v} = (\beta\{\hat{R}_{yy}\}_1 + (1 - \beta)\{\hat{R}_{yy}\}_2)^{-1}(\bar{\mathbf{y}}_2 - \bar{\mathbf{y}}_1), \quad (\text{B.1})$$

donde $\bar{\mathbf{y}}_i$ y $\{\hat{R}_{yy}\}_i$ son la media y la matriz de covarianza, respectivamente, de los vectores de características para la i -ésima clase y son calculadas a partir de los datos de entrenamiento, β es un factor de ajuste cuyo valor está dentro del intervalo $[0, 1]$ y se fija con base en un criterio de optimización. Para los propósitos de este trabajo de tesis, el criterio de optimización utilizado es la maximización del área bajo la curva ROC. Debe notarse que al asignar el valor de $\beta = 0.5$ se da lugar al caso clásico conocido como discriminante lineal de Fisher.

Dado un vector de características \mathbf{y} , la función discriminante está dada por:

$$d = \mathbf{v}^T \mathbf{y} + v_o, \quad (\text{B.2})$$

con

$$v_o = -\frac{\beta\sigma_1^2\mathbf{v}^T\bar{\mathbf{y}}_2 + (1 - \beta)\sigma_2^2\mathbf{v}^T\bar{\mathbf{y}}_1}{\beta\sigma_1^2 + (1 - \beta)\sigma_2^2}, \quad (\text{B.3})$$

y

$$\sigma_i^2 = \mathbf{v}^T \{\hat{R}_{yy}\}_i \mathbf{v}. \quad (\text{B.4})$$

Finalmente, la regla de discriminación se expresa como:

$$\begin{aligned} \text{Si } d > 0 \quad \mathbf{y} &\in \text{Clase 1,} \\ \text{cualquier otro caso } \mathbf{y} &\in \text{Clase 2.} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

B.2. Clasificador de Mahalanobis

La distancia de Mahalanobis es una medida de la distancia entre dos puntos que, a diferencia de la distancia Euclidiana, toma en cuenta la correlación entre las variables. Está reportado que al clasificar señales de EEG mediante la distancia de Mahalanobis se alcanzan tasas de acierto considerablemente altas aún cuando el número de electrodos utilizado sea reducido [78].

Así pues, dado un vector de características \mathbf{y} , la distancia de Mahalanobis está definida como [79]

$$\text{DM} = (\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}_i)^T \{\hat{R}_{yy}\}_i^{-1} (\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}_i), \quad (\text{B.6})$$

donde $\bar{\mathbf{y}}_i$ y $\{\hat{R}_{yy}\}_i$ son el vector medio y la matriz de covarianza, respectivamente, de la i -ésima clase y se calculan a partir del conjunto de datos de entrenamiento.

El proceso de clasificación basada en DM consiste en calcular $\{\bar{\mathbf{y}}_i, \{\hat{R}_{yy}\}_i\}$ para todas las clases y obtener la DM de \mathbf{y} contra cada clase. Finalmente \mathbf{y} es asignado a la clase para la cual DM tiene el valor mínimo.

Apéndice C

Evaluación

C.1. Evaluación basada en curvas ROC

Al introducir un dato en un clasificador binario existen cuatro resultados posibles:

- *Verdadero positivo* si el dato pertenece a la Clase 1 y se asigna a la Clase 1,
- *Falso negativo* si el dato pertenece a la Clase 1 y se asigna a la Clase 2,
- *Verdadero negativo* si el dato pertenece a la Clase 2 y se asigna a la Clase 2,
- *Falso positivo* si el dato pertenece a la Clase 2 y se asigna a la Clase 1.

De la información anterior, pueden obtenerse las siguientes relaciones:

- *Tasa de verdaderos positivos (true positive rate o TPR)*, también llamada *sensibilidad*: Es la proporción del total de verdaderos positivos sobre el total de positivos, siendo el total de positivos el número total de datos pertenecientes a la Clase 1.
- *Tasa de falsos positivos (false positive rate o FPR)*, también referida como *1-especificidad*: Es la proporción del total de falsos positivos entre el total

de negativos, considerando el total de negativos como el número total de datos correspondientes a la Clase 2.

Al graficar la tasa de falsos positivos contra la tasa de verdaderos positivos en un espacio bidimensional, se genera el conocido **espacio ROC**. Éste permite evaluar la relación costo-beneficio (FPR versus TPR) del clasificador empleado. Dentro del espacio ROC hay algunos puntos a destacar: en la coordenada (0,0) el clasificador no arroja ningún falso positivo, pero tampoco detecta verdaderos positivos, mientras que un clasificador con comportamiento totalmente opuesto caerá en el punto (1,1). Un clasificador perfecto estará representado por la coordenada (0,1). Los puntos que caigan sobre la diagonal representan una clasificación aleatoria, en la que se está obteniendo la misma cantidad de verdaderos positivos que de falsos positivos. Por último, los puntos por debajo de la diagonal reflejan una clasificación en la que, a pesar de que el clasificador tiene información para realizar la tarea de discriminación, la está empleando incorrectamente [80].

Adicionalmente, cuando es posible variar el umbral de discriminación de un clasificador, se genera la llamada **curva ROC**. En dicho caso, si el área bajo la curva es 1, la clasificación es perfecta. No así para una área de 0.5, pues en este caso la clasificación se está realizando de manera aleatoria.

Es viable utilizar las curvas ROC para la selección de los parámetros óptimos de operación de un clasificador (ver, e.g., [81]). En este trabajo se usan las curvas ROC para fijar los parámetros del clasificador y para evaluar su desempeño.

C.2. Evaluación basada en el coeficiente kappa

El coeficiente kappa es utilizado para medir el nivel de concordancia entre dos observadores (en este caso entre los resultados esperados y los resultados obtenidos) descartando la tasa de acierto que podría alcanzarse por puro azar. Está dado por [82]:

$$\kappa = \frac{p_0 - p_e}{1 - p_e}, \quad (\text{C.1})$$

siendo p_0 la proporción de clasificaciones correctas y p_e es la proporción de clasificaciones correctas que se alcanzan por producto del azar. p_0 y p_e están dadas por

$$p_0 = \frac{\text{acuerdos}}{\text{acuerdos} + \text{desacuerdos}}, \quad (\text{C.2})$$

y

$$p_e = \sum_{i=1}^I (p_{i1} \times p_{i2}), \quad (\text{C.3})$$

donde I es el número de clases, p_{i1} es la proporción de ocurrencia de la clase i para el observador 1 (resultados esperados) y p_{i2} es la proporción de ocurrencia de la clase i para el observador 2 (resultados obtenidos).

Según el valor de kappa, el desempeño del clasificador puede considerarse: 0.0 - 0.2, insignificante; 0.2 - 0.4, bajo; 0.4 - 0.6, moderado; 0.6 - 0.8, bueno; 0.8 - 1.0, muy bueno.



Bibliografía

- [1] A. Kübler, B. Kotchoubey, J. Kaiser, J. R. Wolpaw, y N. Birbaumer, "Brain-computer communication: Unlocking the locked in." *Psychological Bulletin*, vol. 127, no. 3, p. 358, 2001.
- [2] J. R. Wolpaw, N. Birbaumer, D. J. McFarland, G. Pfurtscheller, y T. M. Vaughan, "Brain-computer interfaces for communication and control," *Clinical Neurophysiology*, vol. 113, no. 6, pp. 767–791, 2002.
- [3] B. Rebsamen, C. Guan, H. Zhang, C. Wang, C. Teo, V. Ang, y E. Burdet, "A brain controlled wheelchair to navigate in familiar environments," *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 18, no. 6, pp. 590–598, 2010.
- [4] R. Ortner, B. Z. Allison, G. Korisek, H. Gaggl, y G. Pfurtscheller, "An SSVEP BCI to control a hand orthosis for persons with tetraplegia," *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 19, no. 1, pp. 1–5, 2011.
- [5] E. Yin, Z. Zhou, J. Jiang, F. Chen, Y. Liu, y D. Hu, "A novel hybrid BCI speller based on the incorporation of SSVEP into the P300 paradigm," *Journal of Neural Engineering*, vol. 10, no. 2, pp. 1–9, 2013.
- [6] C. M. Stinear, W. D. Byblow, M. Steyvers, O. Levin, y S. P. Swinnen, "Kinesthetic, but not visual, motor imagery modulates corticomotor excitability," *Experimental Brain Research*, vol. 168, no. 1-2, pp. 157–164, 2006.

- [7] C. Sannelli, T. Dickhaus, S. Halder, E.-M. Hammer, K.-R. Müller, y B. Blankertz, "On optimal channel configurations for smr-based brain-computer interfaces," *Brain Topography*, vol. 23, no. 2, pp. 186–193, 2010.
- [8] M. Arvaneh, C. Guan, K. K. Ang, y C. Quek, "Optimizing the channel selection and classification accuracy in EEG-based BCI," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 58, no. 6, pp. 1865–1873, 2011.
- [9] M. A. Lebedev y M. A. Nicolelis, "Brain-machine interfaces: past, present and future," *Trends in Neurosciences*, vol. 29, no. 9, pp. 536–546, 2006.
- [10] A. Guyton y J. E. Hall, *Tratado de fisiología médica*. Elsevier Health Sciences, 2011.
- [11] A. Crossman y D. Neary, *Neuroanatomía: texto y atlas en color*. Masson, 2002.
- [12] S. Sanei y J. A. Chambers, *EEG signal processing*. John Wiley & Sons, 2013.
- [13] J. J. Daly y J. R. Wolpaw, "Brain-computer interfaces in neurological rehabilitation," *The Lancet Neurology*, vol. 7, no. 11, pp. 1032–1043, 2008.
- [14] M. R. Nuwer, "Electrocorticography and intraoperative electroencephalography," *Intraoperative Neurophysiologic Monitoring*, p. 77, 2010.
- [15] N. E. Crone, A. Sinai, y A. Korzeniewska, "High-frequency gamma oscillations and human brain mapping with electrocorticography," *Progress in Brain Research*, vol. 159, pp. 275–295, 2006.
- [16] E. C. Leuthardt, K. J. Miller, G. Schalk, R. P. Rao, y J. G. Ojemann, "Electrocorticography-based brain computer interface-the seattle experience," *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 14, no. 2, pp. 194–198, 2006.
- [17] G. Schalk, K. Miller, N. Anderson, J. Wilson, M. Smyth, J. Ojemann, D. Moran, J. Wolpaw, y E. Leuthardt, "Two-dimensional movement control using electrocorticographic signals in humans," *Journal of Neural Engineering*, vol. 5, no. 1, p. 75, 2008.

- [18] C. Guger, A. Schlogl, C. Neuper, D. Walterspacher, T. Strein, y G. Pfurtscheller, "Rapid prototyping of an EEG-based brain-computer interface (BCI)," *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 9, no. 1, pp. 49–58, 2001.
- [19] D. J. McFarland, W. A. Sarnacki, y J. R. Wolpaw, "Electroencephalographic (EEG) control of three-dimensional movement," *Journal of Neural Engineering*, vol. 7, no. 3, p. 036007, 2010.
- [20] A. Curtin, H. Ayaz, Y. Liu, P. A. Shewokis, y B. Onaral, "A P300-based EEG-BCI for spatial navigation control," en *Proceedings of the 34th Annual IEEE/EMBC International Conference*, San Diego, CA, EUA, 2012, pp. 3841–3844.
- [21] V. Jurcak, D. Tsuzuki, y I. Dan, "10/20, 10/10, and 10/5 systems revisited: their validity as relative head-surface-based positioning systems," *Neuroimage*, vol. 34, no. 4, pp. 1600–1611, 2007.
- [22] J. R. Wolpaw y D. J. McFarland, "Control of a two-dimensional movement signal by a noninvasive brain-computer interface in humans," *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, vol. 101, no. 51, pp. 17 849–17 854, 2004.
- [23] J. A. Pineda, B. Allison, y A. Vankov, "The effects of self-movement, observation, and imagination on μ rhythms and readiness potentials (RP's): toward a brain-computer interface (BCI)," *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, vol. 8, no. 2, pp. 219–222, 2000.
- [24] S. Haufe, R. Tomioka, T. Dickhaus, C. Sannelli, B. Blankertz, G. Nolte, y K.-R. Müller, "Localization of class-related mu-rhythm desynchronization in motor imagery based brain-computer interface sessions," en *Proceedings of the 32th Annual IEEE/EMBC International Conference*, Piscataway, NJ, EUA, 2010, pp. 5137–5140.
- [25] B. Obermaier, G. Müller, y G. Pfurtscheller, "'Virtual keyboard' controlled by spontaneous EEG activity," *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 11, no. 4, pp. 422–426, 2003.

- [26] C. Neuper, R. Scherer, S. Wriessnegger, y G. Pfurtscheller, "Motor imagery and action observation: modulation of sensorimotor brain rhythms during mental control of a brain-computer interface," *Clinical Neurophysiology*, vol. 120, no. 2, pp. 239–247, 2009.
- [27] E. Hortal, D. Planelles, A. Costa, E. Iáñez, A. Úbeda, J. Azorín, y E. Fernández, "SVM-based brain-machine interface for controlling a robot arm through four mental tasks," *Neurocomputing*, vol. 151, pp. 116–121, 2015.
- [28] F. Lotte, A. Van Langenhove, F. Lamarche, T. Ernest, Y. Renard, B. Arnaldi, y A. Lécuyer, "Exploring large virtual environments by thoughts using a brain-computer interface based on motor imagery and high-level commands," *Presence: Teleoperators and Virtual Environments*, vol. 19, no. 1, pp. 54–70, 2010.
- [29] E. A. Curran y M. J. Stokes, "Learning to control brain activity: a review of the production and control of EEG components for driving brain-computer interface (BCI) systems," *Brain and Cognition*, vol. 51, no. 3, pp. 326–336, 2003.
- [30] Z. Keirn y J. Aunon, "A new mode of communication between man and its surroundings," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 37, no. 12, pp. 1209–1214, 1990.
- [31] E. Curran, P. Sykacek, M. Stokes, S. J. Roberts, W. Penny, I. Johnsrude, y A. M. Owen, "Cognitive tasks for driving a brain-computer interfacing system: a pilot study," *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 12, no. 1, pp. 48–54, 2004.
- [32] C. G. P. Jr, E. L. Naves, P. Pino, E. Losson, A. O. Andrade, y G. Bourhis, "Alternative communication systems for people with severe motor disabilities: a survey," *Biomedical Engineering Online*, vol. 31, no. 10, pp. 1–28, 2011.
- [33] D. Regan, "Some characteristics of average steady-state and transient responses evoked by modulated light," *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, vol. 20, no. 3, pp. 238–248, 1966.

- [34] X. Gao, D. Xu, M. Cheng, y S. Gao, "A BCI-based environmental controller for the motion-disabled," *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 11, no. 2, pp. 137–140, 2003.
- [35] G. R. Muller-Putz y G. Pfurtscheller, "Control of an electrical prosthesis with an ssvep-based BCI," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 55, no. 1, pp. 361–364, 2008.
- [36] P. F. Diez, V. A. Mut, E. M. A. Perona, y E. L. Leber, "Asynchronous BCI control using high-frequency ssvep," *Journal of Neuroengineering and Rehabilitation*, vol. 8, no. 1, p. 39, 2011.
- [37] T. W. Picton, "The P300 wave of the human event-related potential." *Journal of Clinical Neurophysiology*, vol. 9, no. 4, pp. 456–479, 1992.
- [38] R. C. Panicker, S. Puthusserypady, y Y. Sun, "An asynchronous P300 BCI with ssvep-based control state detection," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 58, no. 6, pp. 1781–1788, 2011.
- [39] F. Nijboer, E. Sellers, J. Mellinger, M. Jordan, T. Matuz, A. Furdea, S. Halder, U. Mochty, D. Krusienski, T. Vaughan *et al.*, "A P300-based brain–computer interface for people with amyotrophic lateral sclerosis," *Clinical Neurophysiology*, vol. 119, no. 8, pp. 1909–1916, 2008.
- [40] G. Edlinger, C. Holzner, y C. Guger, "A hybrid brain-computer interface for smart home control," en *Human-Computer Interaction. Interaction Techniques and Environments*. Springer, 2011, pp. 417–426.
- [41] M. Dyson, F. Sepulveda, y J. Gan, "Localisation of cognitive tasks used in EEG-based BCIs," *Clinical Neurophysiology*, vol. 121, no. 9, pp. 1481–1493, 2010.
- [42] N. F. Ramsey, M. P. van de Heuvel, K. H. Kho, y F. S. Leijten, "Towards human BCI applications based on cognitive brain systems: an investigation of neural signals recorded from the dorsolateral prefrontal cortex," *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 14, no. 2, pp. 214–217, 2006.

- [43] R. Greenblatt, M. Pflieger, y A. Ossadtchi, "Connectivity measures applied to human brain electrophysiological data," *Journal of Neuroscience Methods*, vol. 207, no. 1, pp. 1–16, 2012.
- [44] C. Andrew y G. Pfurtscheller, "Event-related coherence as a tool for studying dynamic interaction of brain regions," *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, vol. 98, no. 2, pp. 144–148, 1996.
- [45] S. T. Okuhata, S. Okazaki, y H. Maekawa, "EEG coherence pattern during simultaneous and successive processing tasks," *International Journal of Psychophysiology*, vol. 72, no. 2, pp. 89–96, 2009.
- [46] M. Plankar, S. Brežan, y I. Jerman, "The principle of coherence in multi-level brain information processing," *Progress in Biophysics and Molecular Biology*, vol. 111, no. 1, pp. 8–29, 2013.
- [47] T. Womelsdorf y P. Fries, "Neuronal coherence during selective attentional processing and sensory–motor integration," *Journal of Physiology-Paris*, vol. 100, no. 4, pp. 182–193, 2006.
- [48] A. P. Souza, L. Felix, C. Maia, C. Tierra-Criollo *et al.*, "Classification of imaginary movements using the magnitude-squared coherence feature extractor," en *Biosignals and Biorobotics Conference (BRC)*, Manaus, Brasil, 2012, pp. 1–6.
- [49] S. Weiss y H. M. Mueller, "The contribution of EEG coherence to the investigation of language," *Brain and Language*, vol. 85, no. 2, pp. 325–343, 2003.
- [50] L. Faes, G. D. Pinna, A. Porta, R. Maestri, y G. Nollo, "Surrogate data analysis for assessing the significance of the coherence function," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 51, no. 7, pp. 1156–1166, 2004.
- [51] R. Salazar, "Clasificación de señales de electroencefalografía usando modelos autorregresivos variantes en el tiempo y patrones espaciales comunes," Tesis de maestría, CINVESTAV, 2011.
- [52] J. P. Donoghue, B. Blankertz, G. Curio, y K. Muller, "Boosting bit rates in non-invasive EEG single trial classification by feature combination and multi

- class paradigm," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 51, no. 6, pp. 993–1002, 2004.
- [53] D. Gutiérrez y R. Salazar-Varas, "Using eigenstructure decompositions of time-varying autoregressions in common spatial patterns-based EEG signal classification," *Biomedical Signal Processing and Control*, vol. 7, no. 6, pp. 622–631, 2012.
- [54] P. F. Diez, V. A. Mut, E. Laciari, A. Torres, y E. M. A. Perona, "Features extraction method for brain-machine communication based on the empirical mode decomposition," *Biomedical Engineering: Applications, Basis and Communications*, vol. 25, no. 06, 2013.
- [55] B. Schelter, J. Timmer, y M. Eichler, "Assessing the strength of directed influences among neural signals using renormalized partial directed coherence," *Journal of Neuroscience Methods*, vol. 179, no. 1, pp. 121–130, 2009.
- [56] J. Haefeli, S. Vögeli, J. Michel, y V. Dietz, "Preparation and performance of obstacle steps: interaction between brain and spinal neuronal activity," *European Journal of Neuroscience*, vol. 33, no. 2, pp. 338–348, 2011.
- [57] S. Nieuwenhuis, K. R. Ridderinkhof, J. Blom, G. P. Band, y A. Kok, "Error-related brain potentials are differentially related to awareness of response errors: Evidence from an antisaccade task," *Psychophysiology*, vol. 38, no. 5, pp. 752–760, 2001.
- [58] W. Walter, R. Cooper, V. Aldridge, W. McCallum, y A. Winter, "Contingent negative variation: an electric sign of sensori-motor association and expectancy in the human brain," *Nature*, vol. 203, pp. 380–384, 1964.
- [59] J. W. Rohrbaugh, K. Syndulko, y D. B. Lindsley, "Brain wave components of the contingent negative variation in humans," *Science*, vol. 191, no. 4231, pp. 1055–1057, 1976.
- [60] P. Kropp, A. Kiewitt, H. Göbel, P. Vetter, y W.-D. Gerber, "Reliability and stability of contingent negative variation," *Applied Psychophysiology and Biofeedback*, vol. 25, no. 1, pp. 33–41, 2000.

- [61] S. Yazawa, H. Shibasaki, A. Ikeda, K. Terada, T. Nagamine, y M. Honda, "Cortical mechanism underlying externally cued gait initiation studied by contingent negative variation," *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology/Electromyography and Motor Control*, vol. 105, no. 5, pp. 390–399, 1997.
- [62] D. J. McFarland, L. M. McCane, S. V. David, y J. R. Wolpaw, "Spatial filter selection for EEG-based communication," *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, vol. 103, no. 3, pp. 386–394, 1997.
- [63] T. Picton, S. Bentin, P. Berg, E. Donchin, S. Hillyard, R. Johnson, G. Miller, W. Ritter, D. Ruchkin, M. Rugg *et al.*, "Guidelines for using human event-related potentials to study cognition: recording standards and publication criteria," *Psychophysiology*, vol. 37, no. 02, pp. 127–152, 2000.
- [64] R. C. Blair y W. Karniski, "An alternative method for significance testing of waveform difference potentials," *Psychophysiology*, vol. 30, no. 5, pp. 518–524, 1993.
- [65] H. Ramoser, J. Muller-Gerking, y G. Pfurtscheller, "Optimal spatial filtering of single trial EEG during imagined hand movement," *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, vol. 8, no. 4, pp. 441–446, 2000.
- [66] R. O. Duda, P. E. Hart *et al.*, *Pattern classification and scene analysis*. Wiley New York, 1973, vol. 3.
- [67] J. E. Freund, I. Miller, y M. Miller, *Estadística matemática con aplicaciones*. Pearson Educación, 2000.
- [68] Y. Wang, S. Gao, y X. Gao, "Common spatial pattern method for channel selection in motor imagery based brain-computer interface," en *Proceedings of the 27th Annual International Conference of the Engineering in Medicine and Biology Society*. Shanghai, China, IEEE, 2006, pp. 5392–5395.
- [69] X. Yong, R. K. Ward, y G. E. Birch, "Sparse spatial filter optimization for EEG channel reduction in brain-computer interface," en *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. IEEE, Las Vegas, EUA, 2008, pp. 417–420.

- [70] F. Lotte y C. Guan, "Spatially regularized common spatial patterns for EEG classification," en *Proceedings of the 20th International Conference on Pattern Recognition (ICPR)*. IEEE, Estambul, Turquía, 2010, pp. 3712–3715.
- [71] A. H. Do, P. T. Wang, C. E. King, S. N. Chun, y Z. Nenadic, "Brain–computer interface controlled robotic gait orthosis," *Journal of Neuroengineering and Rehabilitation*, vol. 10, no. 1, p. 111, 2013.
- [72] C. E. King, P. T. Wang, C. M. McCrimmon, C. C. Chou, A. H. Do, y Z. Nenadic, "Brain–computer interface driven functional electrical stimulation system for overground walking in spinal cord injury participant," en *Proceedings of the 36th Annual International Conference of the IEEE, Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*. IEEE, Chicago, EUA, 2014, pp. 1238–1242.
- [73] A. I. Sburlea, L. Montesano, y J. Minguez, "Continuous detection of the self-initiated walking pre-movement state from eeg correlates without session-to-session recalibration," *Journal of neural engineering*, vol. 12, no. 3, p. 036007, 2015.
- [74] R. Salazar-Varas y D. Gutiérrez, "Feature extraction for multi-class BCI using EEG coherence," en *Proceedings of the 7th International IEEE/EMBS Neural Engineering Conference*, Montpellier, Francia, 2015, pp. 94–97.
- [75] R. Salazar-Varas y D. Gutiérrez, "An optimized feature selection and classification method for using electroencephalographic coherence in brain–computer interfaces," *Biomedical Signal Processing and Control*, vol. 18, pp. 11–18, 2015.
- [76] R. Salazar-Varas, A. Costa, A. Úbeda, E. Iáñez, y J. Azorín, "Changes in brain activity due to the sudden apparition of an obstacle during gait," en *Proceedings of the 7th International IEEE EMBS Neural Engineering Conference*, Montpellier, Francia, 2015, pp. 110–113.
- [77] T. Cooke y M. Peake, "The optimal classification using a linear discriminant for two point classes having known mean and covariance," *Journal of Multivariate Analysis*, vol. 82, no. 2, pp. 379–394, 2002.

- [78] F. Babiloni, L. Bianchi, F. Semeraro, J. del R Millan, J. Mouriño, A. Cattini, S. Salinari, M. G. Marciani, y F. Cincotti, "Mahalanobis distance-based classifiers are able to recognize EEG patterns by using few EEG electrodes," en *Proceedings of the 23rd Annual International Conference of the IEEE/EMBS*, vol. 1, Estambul, Turquía, 2001, pp. 651–654.
- [79] R. De Maesschalck, D. Jouan-Rimbaud, y D. L. Massart, "The mahalanobis distance," *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, vol. 50, no. 1, pp. 1–18, 2000.
- [80] T. Fawcett, "An introduction to ROC analysis," *Pattern Recognition Letters*, vol. 27, no. 8, pp. 861–874, 2006.
- [81] D. Escalona, "Implementación óptima de un filtro espacial para mejorar el desempeño de clasificadores de señales cerebrales en interfaces cerebro-computadora," Tesis de maestría, CINVESTAV, 2009.
- [82] J. Cohen, "A coefficient of agreement for nominal scales," *Educational and Psychological Measurement*, vol. 20, pp. 37–46, 1960.